



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DIVISIÓN DE CIENCIAS FORESTALES

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

**ECUACIONES DINÁMICAS DE ÍNDICE DE SITIO PARA *Pinus*
pseudostrobus Y *Pinus patula* EN LA REGIÓN DE
CHIGNAHUAPAN-ZACATLÁN, PUEBLA**

T E S I S

**QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES**

PRESENTA:

FABIÁN RENÉ RÍOS OLVERA



DIRECCIÓN GENERAL ACADÉMICA
DIRECCIÓN DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES

CHAPINGO, ESTADO DE MÉXICO, NOVIEMBRE DE 2016



La Tesis titulada: **Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* y *Pinus patula* en la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla;** realizada por **Fabián René Ríos Olvera** bajo la dirección del **Dr. Hugo Ramírez Maldonado** y del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

DIRECTOR:



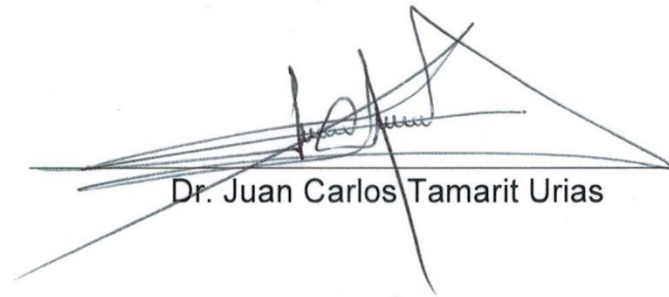
Dr. Hugo Ramírez Maldonado

ASESOR:



Dr. Francisco José Zamudio Sánchez

ASESOR:



Dr. Juan Carlos Tamarit Urias

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Autónoma Chapingo, por la oportunidad que me brindó para obtener un grado mediante el programa de la Maestría en Ciencias en Ciencias Forestales.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por la beca otorgada para continuar con mis estudios.

Al Dr. Hugo Ramírez Maldonado, por su dirección, conocimientos, sugerencias y tiempo brindado durante el proceso de mi formación de posgrado y desarrollo de la investigación.

Al Dr. Francisco José Zamudio Sánchez, por su atención y valiosas recomendaciones durante la elaboración del presente trabajo.

Al Dr. Juan Carlos Tamarit Urias, por su apoyo, asesoría, tiempo y confianza brindada durante el desarrollo y culminación de esta investigación.

A los técnicos y brigadistas colaboradores, por su ayuda en la obtención de los datos necesarios para la elaboración de la investigación.

A los compañeros: Adriana Paredes, Ezra Barrera, Fabián Macias, Gabriel Virgen, Liliana Segura, Nehemías Vásquez, Renata Cruz, y a los que ya no cupieron en la hoja, les agradezco por su gran apoyo y amistad.

DATOS BIOGRÁFICOS

Fabián René Ríos Olvera (09 de febrero de 1987) originario de Texcoco, Estado de México. Estudio su bachillerato del año 2002 al 2005 en la Preparatoria Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo, para posteriormente cursar la Licenciatura en Ingeniería Forestal en la División de Ciencias Forestales de dicha Universidad. Obteniendo el título de Ingeniero Forestal en agosto de 2010, con la Tesis titulada “Revisión Bibliográfica Sobre Diversos Trabajos Realizados con Transgénicos Forestales”.

De 2010 a 2011 laboró con el Grupo Forestal para la Administración Ambiental S.C., como técnico en la ejecución de actividades de conservación y restauración ambiental, y en la elaboración de Programas de Manejo Forestal de recursos maderables y no maderables. En el periodo comprendido entre el año 2011 y 2014 trabajó en la Protectora de Bosques del Estado de México (PROBOSQUE), dando atención al Programa de Pago por Servicios Ambientales Hidrológicos, en la supervisión de actividades enfocadas a la conservación y restauración ambiental. En el otoño de 2014 tuvo la gran oportunidad de regresar a su alma mater; al ser aceptado en el Programa de Posgrado en Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma Chapingo, en donde concluyó sus estudios de Maestría en 2016.

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO	i
ÍNDICE DE CUADROS	iii
ÍNDICE DE FIGURAS	iv
RESUMEN	vii
ABSTRACT	vii
1. INTRODUCCIÓN	1
2. OBJETIVOS	4
2.1. General	4
2.2. Particulares	4
3. REVISIÓN DE LITERATURA	5
3.1. Calidad de sitio	5
3.2. Índice de sitio	6
3.3. Análisis troncal	7
3.4. Modelado de la relación edad-altura-sitio	9
3.5. Ecuaciones dinámicas de índice de sitio	10
3.6. Algunos estudios de índice de sitio para <i>Pinus pseudostrobus</i> y <i>P. patula</i> en México	17
3.7. Antecedentes a nivel local	22
4. METODOLOGÍA	26
4.1. Descripción del área de estudio	26

4.2. Obtención de datos	30
4.3. Ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio	33
4.4. Ajuste y análisis estadístico.....	37
5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	38
5.1. Ecuaciones de altura dominante e <i>IS</i> para <i>P. pseudostrobus</i>	38
5.2. Ecuaciones de altura dominante e <i>IS</i> para <i>P. patula</i>	53
6. CONCLUSIONES	70
7. LITERATURA CITADA	71

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Formulaciones en ADA usadas para generar a las ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio.	35
Cuadro 2. Formulaciones en GADA usadas para generar a las ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio.	36
Cuadro 3. Parámetros estimados, estadísticos de los modelos ajustados y significancia de los modelos evaluados.	39
Cuadro 4. Comparativo de los criterios de bondad de ajuste de los modelos probados para <i>P. pseudostrobus</i>	41
Cuadro 5. Altura dominante estimada con la ecuación dinámica generada de la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards, para índices de sitio 18, 24 y 30 m, tomando 50 años como la edad de referencia para <i>P. pseudostrobus</i> en la región de Chignahuapan-Zacatlán.	48
Cuadro 6. Parámetros estimados, significancia y estadísticos de los modelos ajustados.	54
Cuadro 7. Comparativo de los criterios de bondad de ajuste de los modelos probados para <i>P. patula</i>	55
Cuadro 8. Altura dominante estimada con la ecuación dinámica generada de la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards, para un índice de sitio de 18, 24 y 30 m, tomando 50 años como la edad de referencia para <i>P. patula</i> en la región de Chignahuapan-Zacatlán.	62

ÍNDICE DE FIGURAS

- Figura 1.** Ubicación geográfica de la UMAFOR 2108 “Zacatlán”, en el estado de Puebla..... 27
- Figura 2.** Residuos frente alturas predichas por las ecuaciones dinámicas (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA, (6) Polimórfico de Korf en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA. 42
- Figura 3.** Comportamiento gráfico de la raíz del error medio cuadrático y del sesgo en las predicciones de altura dominante estimadas por clases de edad con las ecuaciones dinámicas (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA, (6) Polimórfico de Korf en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA. 44
- Figura 4.** Comparativo gráfico de las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas con las ecuaciones dinámicas (3), (6) y (8) superpuestas a las trayectorias de las alturas dominantes observadas de *P. pseudostrobus*. 46
- Figura 5.** Familia de curvas de *IS* de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas por la ecuación (8) para *P. pseudostrobus*. .. 49
- Figura 6.** Comparativo gráfico de las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años para *P. pseudostrobus*, desarrolladas con las ecuaciones (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA. 51

Figura 7. Residuos frente alturas predichas por las ecuaciones dinámicas (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA, (6) Polimórfico de Korf en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA.	56
Figura 8. Raíz del error medio cuadrático y del sesgo de las predicciones de altura dominante estimadas para <i>P. patula</i> con las ecuaciones dinámicas (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA, (6) Polimórfico de Korf en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA.....	58
Figura 9. Curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas con las ecuaciones dinámicas (3), (6) y (8) superpuestas a las trayectorias de las alturas dominantes observadas de <i>P. patula</i>	60
Figura 10. Familia de curvas de <i>IS</i> de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas por la ecuación (8) para <i>P. patula</i>	61
Figura 11. Comparativo de las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años para <i>P. patula</i> , desarrolladas con las ecuaciones (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA.....	64
Figura 12. Comparativo gráfico de las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas con las ecuaciones generadas de la formulación ADA del modelo de Hossfeld I (mod.) y con la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards para <i>P. pseudostrobus</i> y <i>P. patula</i> , superpuestas a las trayectorias de las alturas dominantes observadas.	66

Figura 13. Curvas de índice de sitio de 15, 23 y 31 m a una edad de referencia de 35 años como las reportadas por Arteaga (1985) para *P. patula* superpuestas a las observaciones de altura dominante-edad. 68

**ECUACIONES DINÁMICAS DE ÍNDICE DE SITIO PARA *Pinus pseudostrabus* Y
Pinus patula EN LA REGIÓN DE CHIGNAHUAPAN-ZACATLÁN, PUEBLA**

**DYNAMIC SITE INDEX EQUATION FOR *Pinus pseudostrabus* AND *Pinus patula*
IN THE CHIGNAHUAPAN-ZACATLÁN REGION, PUEBLA**

Por Fabián René Ríos Olvera

Bajo la dirección del Dr. Hugo Ramírez Maldonado. Noviembre de 2016.

RESUMEN

Los modelos de índice de sitio son una herramienta cuantitativa valiosa para clasificar la productividad forestal maderable, permitiendo definir adecuadas estrategias de manejo silvícola. Por medio del enfoque de la diferencia algebraica (ADA) y de su generalización (GADA) se ensayaron 12 modelos generados de la reformulación de las funciones de crecimiento de Chapman-Richards, Hossfeld I, Hossfeld IV, Korf y Schumacher. El ajuste se realizó con procedimientos no lineales a 422 y 357 pares de observaciones de altura dominante-edad, obtenidos respectivamente de 34 árboles dominantes de *Pinus pseudostrabus* Lindl. y 26 de *Pinus patula* Schl. et Cham. por el método de análisis troncal. Una evaluación cuantitativa de la calidad de ajuste de los modelos y un análisis gráfico de la sobreposición de las tendencias estimadas con las trayectorias observadas, condujo a seleccionar como el mejor modelo a una formulación GADA del modelo base de Chapman-Richards con índices de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años. Debido a su simplicidad matemática una opción alternativa para las dos especies es una formulación polimórfica en ADA del modelo de Hossfeld I ajustada a *P. pseudostrabus*.

Palabras clave: Productividad forestal, diferencia algebraica generalizada (GADA), ecuación dinámica, modelo de altura dominante.

ABSTRACT

The site index models are a valuable quantitative tool for classifying timber forest productivity, enabling the identification of appropriate forest management strategies. Through the algebraic difference approach (ADA) and its generalization (GADA), 12 models were tested which were generated from the reformulation of the Chapman-Richards, Hossfeld I, Hossfeld IV, Korf and Schumacher growth models. The adjustment was made with nonlinear procedures at 422 and 357 pairs of dominant height-age observations, obtained respectively from 34 dominant trees of *Pinus pseudostrabus* Lindl. and 26 *Pinus patula* Schl. et Cham. by the stem analysis method. A quantitative assessment of the quality of fit of the models and a graphical analysis of the overlapping of the trends which were estimated with the observed trajectories, led to select a GADA formulation from the Chapman-Richards base model as the best model with site indexes of 18, 24 and 30 m at a base age of 50 years. Due to its mathematical simplicity, a polymorphic formulation in ADA from the model Hossfeld I adjusted for *P. pseudostrabus*, is a suitable option for both species.

Key words: Forest Productivity, generalized algebraic difference (GADA), dynamic equation, dominant height model.

1. INTRODUCCIÓN

La búsqueda de la sostenibilidad en el cultivo y cosecha de los ecosistemas forestales ha provocado la necesidad de realizar cambios significativos en las prácticas de manejo. Por lo que es importante incorporar herramientas dasométricas que permitan al administrador forestal identificar y considerar elementos tales como el espacio disponible para el desarrollo de los árboles, los rendimientos y la productividad de los sitios; de tal manera que le faciliten la toma de decisiones para una adecuada prescripción de los tratamientos silvícolas (Madrigal *et al.*, 2004).

En relación a lo anterior, de acuerdo con Clutter *et al.* (1983), el crecimiento y la producción de las masas forestales para una determinada especie dependen en gran medida de: (i) la edad de la masa o, en el caso de masas irregulares, la distribución de edades; (ii) la capacidad de producción innata del área que soporta a la masa; (iii) el grado de utilización de esa capacidad productiva; y (iv) los tratamientos silvícolas aplicados. De los componentes anteriores, el segundo corresponde a lo que generalmente se denomina como “calidad de estación o de sitio”.

Debido a que la productividad forestal es un concepto biológico complejo, que no puede ser descrito de manera directa con expresiones matemáticas (Martín-Benito *et al.*, 2008), la forma habitual de referenciarla es utilizando la relación altura dominante-edad mediante el concepto denominado índice de sitio (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009).

Tomando en cuenta la necesidad de realizar cambios en las prácticas de manejo, para contribuir al incremento de la producción sostenible de los recursos, en el estado de Puebla se delimitó una de las “Zonas de Reactivación de la Producción”, en la cual quedó definida una cuenca de abasto prioritaria para la “Estrategia Nacional de Manejo Forestal Sustentable para el Incremento de la Producción y Productividad 2013-2018” (ENAIPROS) coordinada por la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR), que plantea entre otras acciones, el fortalecimiento y desarrollo de técnicas y herramientas silvícolas para su aplicación en el manejo forestal, logrando de esta manera, la expresión de la máxima productividad de cada uno de los sitios intervenidos, buscando aumentar la producción forestal maderable del país en un 86%, de 5.9 millones a 11 millones de m³ rollo para el año 2018 (Comisión Nacional Forestal [CONAFOR], 2014).

Esta entidad se consideró relevante para la reactivación de la silvicultura, debido a que dentro de ella, resalta por su importancia forestal maderable, silvícola e industrial la región reconocida como "Chignahuapan-Zacatlán" (Unidad de Manejo Forestal 2108), donde se cuenta con más de la mitad de las autorizaciones para el aprovechamiento, encontrándose casi el 40% de la superficie bajo manejo forestal y de los volúmenes de cosecha anual del estado, además de encontrarse más de 118 industrias forestales (Morales, 2014).

De acuerdo con la clasificación de existencias volumétricas por hectárea reportada por Morales (2014) la especie de *Pinus patula* tiene gran importancia en la región por estar presente en una superficie de 22,062 ha, es decir, en el

89.7% de la superficie total de la cuenca de abasto, ubicándose la mayoría de las áreas bajo aprovechamiento en la categoría de buenas existencias volumétricas por hectárea. Por otra parte, *Pinus pseudostrobus* con una superficie de 17,241 ha (70.1% de la superficie) tiene la mayor parte de superficie bajo manejo en la categoría de existencias volumétricas pobres.

Debido a la incertidumbre que se tiene sobre el potencial de crecimiento en la región, es importante la incorporación de mejores prácticas de manejo basadas en una adecuada estimación de la capacidad productiva de las áreas aprovechables, que permita la identificación de zonas con alto potencial de crecimiento sobre las cuales se establezcan las especies apropiadas y se apliquen los tratamientos silvícolas acordes para contribuir al aumento de la producción maderable de la entidad. Por ello, en el presente estudio se generaron y evaluaron 12 ecuaciones dinámicas de índice de sitio formuladas por medio de las técnicas actualmente más utilizadas; el enfoque de las ecuaciones en diferencia algebraica (ADA, Algebraic Difference Approach) propuesto por Bailey y Clutter (1974), y su generalización (GADA, Generalized Algebraic Difference Approach) planteado por Cieszewski y Bailey (2000), con el objetivo de desarrollar un sistema de curvas de índice de sitio que permita hacer una propuesta de clasificación del nivel de productividad actual de las áreas bajo aprovechamiento de *Pinus pseudostrobus* y *P. patula* en la referida región.

2. OBJETIVOS

2.1. General

- Generar un sistema de curvas de índice de sitio para clasificar el nivel de productividad de áreas bajo cultivo y manejo forestal en la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla, empleando técnicas actuales y precisas que permitan estimar de manera adecuada el crecimiento en altura dominante de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus patula*.

2.2. Particulares

- Desarrollar curvas de índice de sitio como una medida de clasificación de la productividad, mediante la evaluación de 12 ecuaciones dinámicas que relacionan la altura dominante con la edad, obtenidas a partir de datos de análisis troncales.
- Comparar los resultados obtenidos de la aplicación de las técnicas actualmente más utilizadas para estimar el índice de sitio, por medio de un análisis estadístico, gráfico y de utilidad práctica, con la finalidad de identificar a la que realice las estimaciones más precisas y su uso sea más conveniente.

3. REVISIÓN DE LITERATURA

3.1. Calidad de sitio

De acuerdo con Clutter *et al.* (1983) el crecimiento y la producción de las masas forestales para una determinada especie dependen en gran medida de: (i) la edad de la masa o, en el caso de masas irregulares, la distribución de edades; (ii) la capacidad de producción innata del área que soporta a dicha masa; (iii) el grado de utilización de esa capacidad productiva; y (iv) de los tratamientos silvícolas aplicados. De lo anterior, el segundo componente corresponde a lo que generalmente se denomina “calidad de estación o de sitio”, definido como el potencial de producción de madera de un sitio para una determinada especie, donde a mejor calidad, mayor producción. Considerándose al sitio como un complejo sistema dinámico compuesto de múltiples factores abióticos y bióticos que influyen en el desarrollo de la masa (Spurr y Barnes, 1980).

La capacidad productiva de un área poblada por una determinada especie forestal maderable puede ser determinada directamente por medio de mediciones repetidas a lo largo del ciclo productivo, contabilizando el volumen existente y el extraído, además de considerar la mortalidad producida; sin embargo, este proceso es lento y costoso, por lo que se ha optado por indicadores indirectos obtenidos a través de la medición de atributos estacionales intrínsecos como la altura dominante, el crecimiento promedio máximo, etc., o por medio de atributos extrínsecos a la masa como lo es el clima, el suelo, especies indicadoras, etc. (Ortega y Montero, 1988).

La altura dominante definida como la altura media de los 100 árboles por hectárea con mayor diámetro a la altura del pecho de una especie determinada (Assmann, 1970), es el atributo que está más estrechamente relacionado con la capacidad de un sitio para producir madera de dicha especie, que cualquier otra medida (Spurr y Barnes, 1980). Por lo tanto, los procedimientos de estimación de la calidad de sitio basados en pares de datos de altura dominante-edad obtenidos de análisis troncales de una muestra de árboles dominantes son los métodos más utilizados para evaluar la productividad forestal; justificándose la utilización del crecimiento en altura de los árboles dominantes por ser ésta una de las variables que es menos afectada por cambios en la densidad y por los tratamientos silvícolas aplicados; además, está estrechamente relacionada con el volumen total, siendo un indicador de la productividad maderable sencillo y fácil de evaluar (Clutter *et al.*, 1983).

3.2. Índice de sitio

Se han realizado considerables esfuerzos para desarrollar métodos que estimen la productividad potencial del sitio, siendo el índice de sitio el más ampliamente utilizado en Norteamérica, el cual ha sido definido por Payandeh y Wang (1994) como la altura que pueden alcanzar los árboles que siempre han sido dominantes o codominantes y saludables a una edad determinada referida como edad índice, edad base o edad de referencia.

El método de índice de sitio implica el desarrollo de un conjunto de curvas que presentan diferentes patrones de crecimiento en altura en función de la edad,

cada una de estas curvas con un valor asignado de la altura alcanzada a cierta edad de referencia. Las curvas de índice de sitio han sido y siguen siendo ampliamente utilizadas, tanto por su fácil interpretación y alta significación productiva como por su utilidad práctica (Ortega y Montero, 1988).

3.3. Análisis troncal

Se le llama análisis troncal al procedimiento por el cual se puede conocer el crecimiento e incremento de un árbol durante su vida; para tal propósito el árbol debe ser derribado y obtener de su tronco secciones transversales, de las cuales una de ellas debe tomarse precisamente a la altura del tocón (0.20 - 0.30 m) y otra más a la altura del diámetro normal (1.30 m), las secciones restantes se obtienen, de ser posible, a distancias iguales unas de otras (1, 2 o 3 m). Siempre y cuando el árbol en su primer año haya alcanzado el nivel del tocón, es posible que el número de anillos de crecimiento contabilizados a la altura del tocón pueda dar la edad total del árbol, de lo contrario, es necesario añadir el número de años necesarios para que el árbol alcanzara dicha altura. Una vez obtenida la edad física del árbol se procede a contabilizar el número de anillos de las secciones siguientes, en las cuales es posible conocer su edad, al restar ese número de anillos de crecimiento contabilizados al número de anillos de la sección anterior y aunándole la edad acumulada, con la finalidad de poder conocer la edad de cierta sección a la altura a la cual se realizó el corte; esto se realiza debido a que se considera que el número de anillos de crecimiento en una sección transversal indica la edad de esa parte del árbol (Klepac, 1976).

De acuerdo con Carmean (1972) en el punto de seccionamiento se subestima ligeramente la altura real a la edad determinada desde dicha sección, debido a que casi siempre ésta se encuentra en algún punto intermedio a lo largo del entrenado anual y no en la sección cortada; por lo tanto, si se asume que los puntos de sección, en promedio, caen a la mitad de los entrenados anuales, se puede eliminar el sesgo adicionándole a la altura de cada sección la mitad de la altura estimada del siguiente entrenado anual.

El ajuste en las alturas observadas propuesto por Carmean (1972) se basa en dos supuestos: (1) los fustes deben ser seccionados, en promedio, a la mitad de la altura correspondiente al crecimiento en altura de un año y, (2) el crecimiento en altura por año es constante entre secciones consecutivas, por lo que el método ajustado de acuerdo con Lenhart (1972) y Newberry (1991) puede ser expresado matemáticamente de la siguiente forma:

$$H_{ij} = h_i + [(h_{i+1} - h_i)/(r_i - r_{i+1})]/2 + (j - 1)[(h_{i+1} - h_i)/(r_i - r_{i+1})]$$

Donde:

H_{ij} : Altura total estimada por medio de j anillos de crecimiento en la sección

i

h_i : Altura a la i -esimá sección

r_i : Número de anillos de crecimiento en la i -esimá sección

j : Número de anillos de crecimiento "interiores" (anillos que terminan dentro de una sección), suponiendo a la médula como el punto de partida j : 1, . . . ,

r_i

Según Newberry (1991) la formulación descrita no estima correctamente la altura verdadera para la sección más alta del árbol, ya que h_{i+1} es igual a la altura total en esta sección, por lo que el intervalo $(r_i - r_{i+1})$ excede, en promedio, por medio año al tiempo requerido para producir el intervalo $(h_{i+1} - h_i)$, por lo tanto, el crecimiento promedio anual en altura para ese periodo será subestimado y en consecuencia la ecuación de Carmean (1972) siempre va a subestimar la altura verdadera en esta parte del árbol; por lo que al restar medio año al intervalo $(r_i - r_{i+1})$ el ajuste propuesto por Carmean es aplicable para esa sección, por lo tanto la ecuación fue modificada de la siguiente manera:

$$H_{ij} = h_i + [(h_{i+1} - h_i)/(r_i - r_{i+1} - 0.5)]/2 + (j - 1)[(h_{i+1} - h_i)/(r_i - r_{i+1} - 0.5)]$$

3.4. Modelado de la relación edad-altura-sitio

Beck (1971) refiere que las curvas de índice de sitio son simplemente curvas de crecimiento de un determinado grupo de individuos que están bajo ciertas condiciones ambientales. Estas curvas son definidas por modelos matemáticos, y sus parámetros generalmente son estimados por técnicas de regresión; siendo preferidos los datos provenientes de análisis troncales para el desarrollo de estos modelos de altura, ya que proporcionan un registro continuo del crecimiento de los árboles (Cieszewski y Bella, 1989).

Se ha usado una gran cantidad de funciones para modelar la altura de un rodal en relación al sitio con respecto a la edad, incluyendo lineales y no lineales. Los modelos lineales son menos flexibles y pueden requerir de una mayor

cantidad de parámetros para describir los datos, dando valores poco realistas que van más allá del rango de datos observado (Cieszewski y Bella, 1989). Por otra parte, los modelos no lineales son por lo general más flexibles y precisos, además de poder tener una interpretación biológica (Pienaar y Turnbull, 1973). También, los modelos de índice de sitio pueden generar un sistema de curvas anamórficas o polimórficas; en el primer caso, se asume que el crecimiento máximo varía entre sitios, resultando curvas proporcionales que presentan la misma forma. En los modelos polimórficos, se asume que la forma de las curvas varía entre sitios al depender de factores tanto externos del ambiente como de la constitución genética de los organismos (Beck, 1971).

De acuerdo con Cieszewski y Strub (2008) los dos enfoques más comunes para desarrollar modelos de sitio están basados en ecuaciones de edad base fija versus edad base variable y ecuaciones estáticas versus ecuaciones dinámicas. Las ecuaciones de sitio estáticas tienen la forma $Y = f(t, S)$, donde S es una referencia fija de Y a una edad de referencia dada. Por otro lado, las ecuaciones de sitio dinámicas son de la forma $Y = f(t, t_0, Y_0)$, donde Y_0 es una referencia de Y a cualquier edad de referencia variable $t = t_0$. Este último enfoque se basa en asignaciones arbitrarias de las variables implícitas Y_0 y t_0 para diferentes aplicaciones de la ecuación dinámica de sitio.

3.5. Ecuaciones dinámicas de índice de sitio

Las familias de curvas de índice de sitio generadas con modelos de crecimiento deben cumplir con una serie de propiedades, entre las que destacan

las siguientes (Borders *et al.*, 1984; Cieszewski y Bailey, 2000): polimorfismo, pauta de crecimiento sigmoide con un punto de inflexión, tener una respuesta lógica, la altura a la edad base debe ser igual al índice de sitio y deben ser invariantes con respecto a la edad de referencia.

La formalización de la propiedad de invarianza de la edad de referencia en los modelos de índice de sitio fue presentada por Bailey y Clutter (1974) al desarrollar una técnica para derivar ecuaciones dinámicas conocida como el enfoque de las ecuaciones en diferencia algebraica (ADA, Algebraic Difference Approach), en el que la altura se expresa en función de mediciones sucesivas de edad y altura en el mismo individuo. Para su uso se requieren datos de sitios de muestreo permanentes o remediciones de árboles, o datos de análisis troncales para generar familias de curvas anamórficas o polimórficas (Clutter *et al.*, 1983).

La metodología consiste en remplazar un parámetro en la función Y de t (modelo base) por la solución de dicho parámetro usando valores específicos de Y_0 y t_0 (condiciones iniciales de altura y edad) en lugar de Y de t (Cieszewski y Bailey, 2000), es decir, para la solución del parámetro que estará en función de la calidad del sitio es necesario emplear las condiciones iniciales de altura y edad y sustituir la solución en la función Y de t .

Por lo tanto, considerando como ejemplo la función de Chapman-Richards (Pienaar & Turnbull, 1973), que ha sido ampliamente utilizada para la construcción de curvas de índice de sitio, representada de manera general como:

$$Y(t) = a(1 - \exp(-bt))^c \quad [M1]$$

Donde Y es la altura dominante, t es la edad, a el parámetro que representa la asíntota, b la tasa de crecimiento, c el patrón de crecimiento inicial y \exp es la función exponencial.

Se puede derivar una ecuación dinámica anamórfica (múltiples asíntotas) asumiendo que el parámetro que representa la asíntota (a) está en función del sitio, por lo que al resolver a partir de condiciones iniciales de altura dominante y edad ($Y_0 - t_0$), se obtiene que:

$$a = \frac{Y_0}{(1 - \exp(-bt_0))^c}$$

Sustituyendo la solución en el modelo [M1] resulta la siguiente formulación en ADA:

$$Y(t, t_0, Y_0) = Y_0 \left(\frac{1 - \exp(-bt)}{1 - \exp(-bt_0)} \right)^c \quad [M2]$$

Donde Y es la altura predicha a la edad t , Y_0 y t_0 son la altura dominante y edad iniciales, \exp es la función exponencial, b y c son los parámetros a estimar por regresión.

En general, una ecuación en diferencia algebraica tiene la siguiente forma (Borders *et al.*, 1984):

$$Y = f(Y_0, t, t_0, \alpha, \beta_i)$$

En donde:

Y : Altura dominante promedio a estimar a la edad t

Y_0 : Altura dominante observada a la edad t_0

α : Parámetro común entre sitios

β_i : Parámetro específico al sitio i

La principal limitación del enfoque ADA es que la mayoría de los modelos derivados son anamórficos o tienen una asíntota común (Cieszewski y Bailey, 2000). Sin embargo, Cieszewski y Bailey (2000) introdujeron una generalización a esta técnica, la cual es conocida como el enfoque de las ecuaciones de diferencia algebraica generalizada (GADA, Generalized Algebraic Difference Approach). La principal ventaja de la técnica propuesta es que el modelo base utilizado puede ser expandido permitiendo que dos de sus parámetros varíen con las condiciones específicas de la calidad del sitio, haciendo posible derivar ecuaciones dinámicas más flexibles que las obtenidas con la técnica ADA, además de que las curvas generadas por medio de éstas ecuaciones pueden ser a la vez polimórficas y tener múltiples asíntotas (Cieszewski, 2002).

El primer paso en el desarrollo de una ecuación dinámica en GADA es elegir un modelo de crecimiento y seleccionar a los dos parámetros que serán dependientes de la calidad del sitio. A continuación, estos parámetros deben expresarse en función del sitio (parámetros específicos) remplazándose por una expresión explícita X (variable no observable e independiente que describe la

productividad del sitio como resultado de la suma de factores como regímenes de manejo, condiciones de suelo, factores ecológicos, climáticos, etc.) y nuevos parámetros. De esta forma, la ecuación base bidimensional inicialmente seleccionada ($Y = f(t)$) es expandida en una ecuación explícita tridimensional de índice de sitio ($Y = f(t, X)$). Dado que X no puede ser medida en la realidad o definida funcionalmente, el paso final del procedimiento GADA implica despejar el valor de X a partir de condiciones iniciales del sitio, es decir, de valores de partida de edad y altura dominante, t_0 y Y_0 ($Y = f(t, t_0, Y_0)$), de forma que el modelo pueda ser definido implícitamente y aplicable en la práctica (Cieszewski y Bailey, 2000).

Por lo que a manera de ejemplo, para derivar una ecuación dinámica polimórfica y con múltiples asíntotas bajo este enfoque, asúmase que los parámetros a y c en el modelo [M1] deben ser expresados en función del sitio (de acuerdo a varias teorías del crecimiento); considerando para este caso que la asíntota es exponencialmente proporcional a la variable X , y que el polimorfismo es inversamente proporcional a esta (Krumland & Eng, 2005; Cieszewski & Strub, 2008). Dicha relación queda definida como $a = \exp(X)$ y $c = B_2 + B_3/X$, renombrando a $b = B_1$ para ser expresado como parámetro de ecuaciones dinámicas. De esta manera, bajo condiciones iniciales de altura dominante Y_0 y edad t_0 , el modelo [M1] queda definido como:

$$Y_0(t_0) = \exp(X)(1 - \exp(-B_1 t_0))^{B_2 + \frac{B_3}{X}} \quad [\text{M3}]$$

Aplicando logaritmos naturales (\ln) en ambos lados del modelo anterior, se tiene la siguiente igualdad:

$$\ln(Y_0) = X + \left(B_2 + \frac{B_3}{X}\right) \ln(1 - \exp(-B_1 t_0)) \quad [\text{M4}]$$

Multiplicando por X a ambos lados de la igualdad y reordenando los términos se obtiene un polinomio de segundo grado en función de X cuyo valor se puede despejar a partir de los valores iniciales de altura dominante y edad:

$$X^2 + \left(B_2 \ln(1 - \exp(-B_1 t_0)) - \ln(Y_0)\right) X + B_3 \ln(1 - \exp(-B_1 t_0)) = 0$$

$$X_0 = 0.5 \left(\ln(Y_0) - B_2 \ln(1 - \exp(-B_1 t_0)) \pm \sqrt{(B_2 \ln(1 - \exp(-B_1 t_0)) - \ln(Y_0))^2 - 4B_3 \ln(1 - \exp(-B_1 t_0))} \right) \quad [\text{M5}]$$

Finalmente, se elige la solución de X que contiene la raíz cuadrada positiva y se sustituye en el modelo [M3] considerando condiciones de altura dominante Y y edad t . Y reemplazando a $\exp(X_0)$ por su solución bajo condiciones iniciales (Y_0 y t_0) (Krumland & Eng, 2005), es decir:

$$Y(t) = \exp(X_0) (1 - \exp(-B_1 t))^{B_2 + \frac{B_3}{X_0}}$$

$$\exp(X_0) = \frac{Y_0}{(1 - \exp(-B_1 t_0))^{B_2 + \frac{B_3}{X_0}}}$$

$$Y(t, t_0, Y_0) = Y_0 \left(\frac{1 - \exp(-B_1 t)}{1 - \exp(-B_1 t_0)} \right)^{B_2 + \frac{B_3}{X_0}} \quad [\text{M6}]$$

Donde Y es la altura predicha a la edad t , Y_0 y t_0 son la altura dominante y edad iniciales.

La generalización del enfoque de la diferencia algebraica ha sido considerado un gran paso adelante en los modelos de ecuaciones dinámicas (Cieszewski *et al.*, 2007). De acuerdo con Diéguez-Aranda *et al.* (2006) toda ecuación dinámica en GADA tiene la forma general implícita expresada como:

$$Y = f(t, t_0, Y_0, B_1, B_2, B_m)$$

En donde:

Y : Altura dominante promedio a estimar a la edad t

Y_0 : Altura dominante observada a la edad t_0

B_1, B_2, B_m : Parámetros globales

Tanto Y_0 como t_0 quedan definidos como condiciones iniciales de altura dominante y edad.

El enfoque GADA se puede aplicar en el modelado del crecimiento de cualquier variable dependiente del sitio que implique el uso de variables inobservables, sustituidas por el concepto de auto-referencia en la determinación del modelo; tales como la altura dominante, el área basal, el volumen, número de árboles por unidad de superficie, biomasa o captura de carbono pueden ser modelados por GADA (Castedo-Dorado *et al.*, 2007).

Casi todas las curvas de índice de sitio publicadas recientemente se han desarrollado utilizando la técnica de ecuaciones en diferencia algebraica (ADA) o su generalización (GADA) (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009).

3.6. Algunos estudios de índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* y *P. patula* en México

Los procedimientos para estimar parámetros de productividad en los bosques han evolucionado de manera considerable. Tal es el caso de los modelos de crecimiento para estimar índices de sitio, los cuales, en un inicio se implementaron mediante formas lineales simples hasta llegar a ecuaciones exponenciales más complejas cuya interpretación no impide su utilización en el ámbito forestal en México (Rodríguez y Arteaga, 2005).

En México, el primer registro que se tiene sobre la realización de estudios de “Índices de localidad”, fue el elaborado por Castaños (1962), para *P. patula* en el estado de Oaxaca, para el cual trabajó con dos metodologías para su determinación. La primera de ellas basada en la relación de la altura media con respecto al diámetro normal de los árboles dominantes y codominantes a los 100 años de edad, la segunda metodología consideró la correlación entre el índice de localidad con respecto a las características fisiográficas y edáficas de los sitios. Concluyendo que el método de índice de localidad, basado en la relación edad-altura es más preciso que el basado en la relación diámetro normal-altura.

Aguirre (1984) realizó un estudio de índice de sitio empleando la técnica de predicción de parámetros, con la finalidad de clasificar el potencial productivo de rodales coetáneos de *P. pseudostrobus*, en la región de Iturbide, Nuevo León; utilizando datos provenientes de análisis troncales realizados a 72 árboles, los cuales se ajustaron a siete modelos; siendo la ecuación desarrollada a partir del

modelo de Richards (Modificado) la que registró los mejores resultados, trazando curvas polimórficas de índice de sitio de 10, 13, 19 y 22 m a una edad base de 50 años. La ecuación resultante fue la siguiente:

$$Y = 1.5846 IS^{0.9349} (1 - \exp(0.0357t))^{0.7844 IS^{0.2217}}$$

En donde:

Y : Altura dominante (m)

IS : Índice de sitio (m)

\exp : Función exponencial

t : Edad (años)

En el trabajo desarrollado por Aguirre-Bravo y Smith (1986) para evaluar el crecimiento, rendimiento e índices de sitio de masas naturales de *P. patula* en Perote, Veracruz, se tomaron datos de 162 parcelas ubicadas en 54 masas distintas para desarrollar ecuaciones de estimación. Se empleó la técnica de la curva guía en una función de tipo Chapman-Richards con datos de altura dominante y edad, obteniendo una familia de curvas anamórficas de índices de sitio de 16, 20, 24, 28 y 32 m a una edad de referencia de 25 años. La ecuación para la predicción del índice de sitio fue la siguiente:

$$IS = Y \left[\frac{(1 - \exp(-0.076942 t_{ref}))}{(1 - \exp(-0.076942 t))} \right]^{1.95618}$$

En donde:

IS : Índice de sitio (m)

Y : Altura dominante (m)

exp : Función exponencial

t : Edad (años)

t_{ref} : Edad de referencia (años)

Monroy (1996) mediante la técnica de la curva guía y empleando como modelo base a la función de Schumacher, obtuvo curvas de índice de sitio para *P. patula*, en la región de Huayacocotla, Veracruz. Utilizó datos de edad-altura obtenidos de análisis troncales realizados a 72 árboles. La familia de curvas anamórficas de índice de sitio fue de 18, 22, 26, 30, 34 y 38 metros, a una edad de referencia de 40 años. La correspondiente ecuación de índice de sitio fue:

$$IS = Y + exp\left(14.85240400(t^{-1} - t_{ref}^{-1})\right)$$

En donde:

IS : Índice de sitio (m)

Y : Altura dominante (m)

exp : Función exponencial

t : Edad (años)

t_{ref} : Edad de referencia (años)

Por otro lado, en el estudio realizado por Madrigal *et al.* (2004) para *P. pseudostrobus* en la región de Hidalgo-Zinapécuaro, Michoacán, se utilizaron las

técnicas de predicción de parámetros y de la diferencia algebraica, así como los modelos de Schumacher y Chapman-Richards. Las ecuaciones generadas por medio de la diferencia algebraica pese a que tuvieron un excelente desempeño estadístico, mostraron deficiencias para graficar los datos. Por su parte, las ecuaciones desarrolladas con la técnica de predicción de parámetros lograron un ajuste estadístico aceptable y una mayor fidelidad para expresar la tendencia de los valores observados. Con base en su mayor valor predictivo y ajuste estadístico aceptable, concluyeron que una de las ecuaciones desarrollada con la técnica de predicción de parámetros, que utilizó como modelo base la función de Chapman-Richards fue la más conveniente para desarrollar el sistema de curvas polimórficas de índice de sitio (intervalo de 26 a 44 m a la edad base de 50 años), resultando la ecuación de la siguiente manera:

$$Y = (32.97515 + 0.335788 IS) [1 - \exp(-(-0.016713 + 0.001741 IS)t)]^{(1.05291+0.025547 IS)}$$

En donde:

Y : Altura dominante (m)

IS : Índice de sitio (m)

exp : Función exponencial

t : Edad (años)

En el estudio realizado por Santiago-García *et al.* (2013) se obtuvieron ecuaciones compatibles de altura dominante e índice de sitio para *P. patula* en Zacualtipán, Hidalgo, a través de la técnica de la diferencia algebraica, utilizando

datos de una red de 42 parcelas de remediación bajo un arreglo en pares no traslapados correspondientes a las alturas dominantes y edades. Resultando que la ecuación anamórfica de Hossfeld IV fue elegida para la construcción de las curvas de crecimiento en altura dominante (índices de sitio de 23, 26, 29 y 32 m utilizando una edad de referencia de 40 años). La ecuación de índice de sitio resultó de la manera siguiente:

$$IS = Y \left[\frac{1 + \exp(4.2347) \exp(-1.3958 \ln(t))}{1 + \exp(4.2347) \exp(-1.3958 \ln(t_{ref}))} \right]$$

En donde:

IS: Índice de sitio (m)

Y: Altura dominante (m)

exp: Función exponencial

ln: Logaritmo natural

t: Edad (años)

t_{ref}: Edad de referencia (años)

Vargas-Larreta *et al.* (2013) utilizaron la técnica de la diferencia algebraica generalizada (GADA) y desarrollaron una ecuación de crecimiento en altura dominante para *P. pseudostrobus*, en el noreste de México, seleccionando como la más adecuada a la ecuación dinámica derivada del modelo de crecimiento de Korf. A partir de la ecuación elegida se generaron curvas de índice de sitio de 8,

12, 16 y 20 m a una edad de referencia de 40 años. Resultando en la siguiente ecuación para predecir la altura dominante en función de la calidad del sitio:

$$Y = \exp(X_0) \exp(-(-7.360 + 63.14/X_0) t^{-0.5589})$$

En donde:

Y : Altura dominante (m) a la edad t (años)

\exp : Función exponencial

$$X_0 = \frac{1}{2} t_0^{-0.5589} \left(-7.360 + t_0^{-0.5589} \ln(Y_0) + \sqrt{4 \cdot 63.14 t_0^{0.5589} + (-7.360 - t_0^{0.5589} \ln(Y_0))^2} \right)$$

Y_0 y t_0 : La altura (m) y edad (años) iniciales

3.7. Antecedentes a nivel local

Arteaga (1985) utilizó datos provenientes de análisis troncales y de virutas de incremento tomadas con el taladro de Pressler a 250 árboles, aplicó la técnica de predicción de parámetros a la función de Richards modificada para generar curvas de índice de sitio de tipo polimórficas para *P. patula*, en la región de Chignahuapan-Zacatlán en Puebla. Obteniendo curvas de 15, 19, 23, 27 y 31 m a una edad de 35 años. Como resultado del estudio se generó la siguiente ecuación que fue obtenida de ajustar los datos provenientes de análisis troncales al modelo utilizado:

$$Y = 3.0193 IS^{0.73} (1 - \exp(-0.0728 t)) 8.6735 IS^{-0.34444}$$

En donde:

Y : Altura dominante (m)

IS : Índice de sitio (m)

exp : Función exponencial

t : Edad (años)

Al sustituir el valor IS que es el índice de sitio correspondiente en la ecuación generada, las alturas estimadas presentaron desviaciones en relación a los valores esperados de 15, 19, 23, 27 y 31 m, por lo que se tuvieron que utilizar valores para el IS de 11.77, 16.58, 21.92, 27.77 y 34.08 m con la intención de forzar a las curvas a pasar por las alturas deseadas.

Además, se estimó el grado de correlación del índice de sitio con algunos factores del sitio que fueron medidos, encontrando que los principales factores asociados con el crecimiento en altura fueron la profundidad del horizonte A, la pendiente, la posición del árbol en la pendiente, la exposición y la interacción exposición-pendiente; lo que denotó que hay una fuerte relación de la productividad de *P. patula* con las características fisiográficas y de suelo (principalmente con la profundidad del horizonte A, la altitud y la pendiente), más que con las características climáticas, por lo que adquieren importancia los factores relacionados con la capacidad para retener agua aprovechable para los árboles y los factores que regulan el flujo interno de agua en el suelo.

Espejel (2004) generó curvas polimórficas de índice de sitio por medio de la técnica de predicción de parámetros a partir de datos provenientes de análisis

troncales realizados a 23 árboles de *P. patula* en la región de la Sierra Norte de Puebla. De acuerdo con los resultados obtenidos, la ecuación desarrollada a partir del modelo de Schumacher, tuvo el mejor desempeño estadístico, mostrando la tendencia promedio de las curvas obtenidas que fueron de 19, 25, 31 y 37 m a una edad de referencia de 50 años. La ecuación para predecir la altura dominante en función del índice de sitio quedó definida de la siguiente manera:

$$Y = -0.158858 + 2.3089407(IS) \exp[(-33.920183) + (-0.259133(IS))]t^{-1}$$

En donde:

Y: Altura dominante (m)

IS: Índice de sitio (m)

exp: Función exponencial

t: Edad (años)

Sin embargo, con la finalidad de hacer una comparación de sus resultados con un estudio ya existente en la región, reajustó su ecuación utilizando una edad de referencia de 30 años para generar otra familia de curvas de 10, 16, 22, 28 y 34 m. De lo anterior, determinó que no existen variaciones significativas en las familias de curvas de índice de sitio obtenidas a la edad de referencia de 30 y 50 años.

Lazcano y Zepeda (2006) desarrollaron un sistema de ecuaciones de totalidad de rodal con la finalidad de estimar la captura de carbono en bosques

naturales de *Abies religiosa*, *P. patula*, *P. pseudostrobus* y *P. ayacahuite* en Chignahuapan, Puebla. Como parte del sistema se estimaron índices de sitio para las cuatro especies, para lo cual utilizaron como modelo base la función de Schumacher, y emplearon el enfoque de la diferencia algebraica; obteniendo las siguientes ecuaciones que generan curvas anamórficas para la estimación del índice de sitio:

P. patula:

$$IS = Y \exp\left(18.216295 \left(1/t - 1/t_{ref}\right)\right)$$

P. pseudostrobus:

$$IS = Y \exp\left(54.497819 \left(1/t - 1/t_{ref}\right)\right)$$

En donde:

IS: Índice de sitio (m)

Y: Altura dominante (m)

exp: Función exponencial

t: Edad (años)

t_{ref}: Edad de referencia (años)

4. METODOLOGÍA

4.1. Descripción del área de estudio

El presente trabajo se llevó a cabo utilizando datos de análisis troncales de árboles dominantes obtenidos de áreas bajo aprovechamiento correspondientes a la Unidad de Manejo Forestal “Zacatlán” (UMAFOR 2108), en el estado de Puebla. De acuerdo al estudio regional forestal elaborado por Baca (2009), el área que comprende la UMAFOR presenta las siguientes características:

Localización geográfica y extensión

La UMAFOR 2108 forma parte de la región de la Sierra Norte de Puebla, y se localiza entre los paralelos 20° 07' 06" y 19° 44' 18" de latitud Norte y entre los meridianos 97° 57' 18" y 97° 38' 42" de longitud Oeste; colinda al Norte con los municipios de Huachinango, Chiconcuautla, Tlapacoya, San Felipe Tepatlán y Hermenegildo Galeana, por el Sur con el estado de Tlaxcala y el municipio de Libres, al Oriente colinda con los municipios de Ocoatepec, Zautla, Xochiapulco, Huitzilán de Serdán, Hueytlalpan y Olintla, y por el Poniente con el estado de Hidalgo (Figura 1). La UMAFOR está integrada por trece municipios que comprenden una extensión de 2,690.02 km² equivalentes al 8% de la superficie total del estado, siendo estos: Ahuacatlán, Amixtlán, Camocuautla, Coatepec, Cuautempan, Tepango de Rodríguez, Tepetzintla, Ahuazotepec, Aquixtla, Chignahuapan, Ixtacamaxitlán, Tetela de Ocampo y Zacatlán, integrando los

seis últimos municipios a prácticamente toda la cuenca de abasto definida en la región (Morales, 2014).

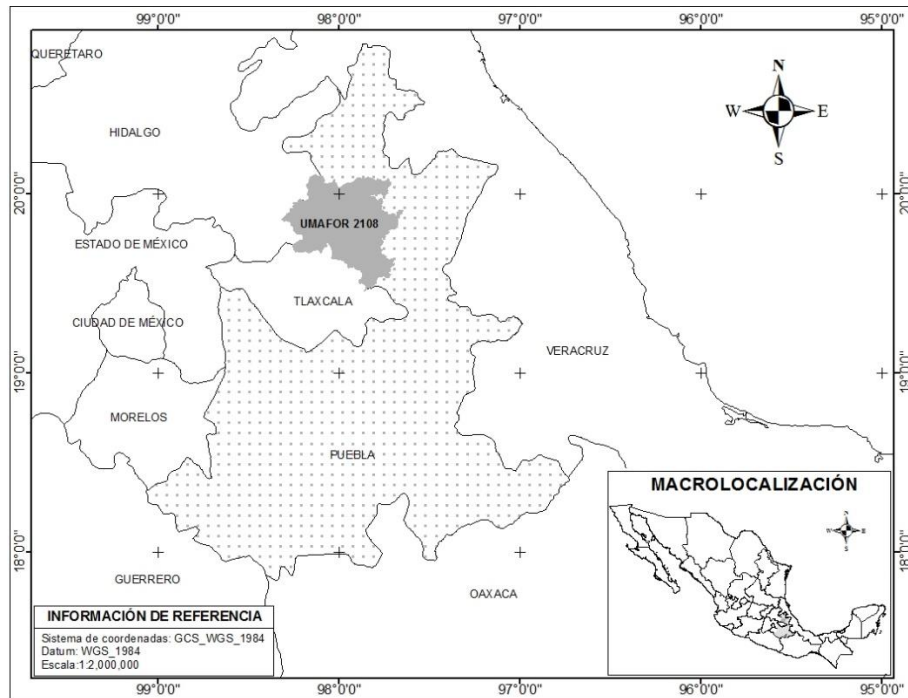


Figura 1. Ubicación geográfica de la UMAFOR 2108 “Zacatlán”, en el estado de Puebla.

Fisiografía

La UMAFOR 2108 pertenece a la subprovincia 57 “Lagos y Volcanes del Anáhuac” que forma parte de la provincia X del Eje Neovolcánico, y a la provincia 30 “Carso-Huasteco” de la provincia V Sierra Madre Oriental.

Hidrografía

Se localiza casi en su totalidad en la Región Hidrológica “RH27” de la cuenca del Río Tecoatlá, en las subcuencas de los Ríos Necaxa (RH27Bd), Laxaxalpan

(RH27Bc) y Apulco (RH27Be). Así también, solamente la fracción que se encuentra al oeste y noroeste del municipio de Chignahuapan se ubica dentro de las cuencas del río Pánuco y cuenca de México que se identifican como parte de la Región Hidrológica “RH26” de la cuenca del Río Panuco. Además, de que pequeñas porciones de los municipios de Chignahuapan y Tetela de Ocampo se encuentran dentro de las cuencas Río Balsas y Río Salado, pertenecientes a la Región Hidrográfica “RH18” Balsas.

Clima

En la región hay variedad climática predominando los climas templados. Destacando el clima templado subhúmedo con lluvias en verano $C(w_1)(w)$, con una precipitación total anual entre 600 y 1,000 mm. El clima templado húmedo $C(m)$ con abundantes lluvias en verano, con precipitación total anual entre 1,000 y 2,000 mm. El templado subhúmedo con lluvias en verano con mayor humedad $C(w_2)$, presentando una precipitación total anual entre 600 y 1,000 mm, y el clima semicálido húmedo con lluvias todo el año $(A)C(fm)$ con una precipitación total anual entre 1,200 y 4,500 mm.

Hidrología

La UMAFOR Zacatlán se encuentra dentro de dos regiones hidrológicas; la región hidrológica 26 del Pánuco en la Cuenca del Río Moctezuma, en la cual se encuentra una fracción oeste y noroeste del municipio de Chignahuapan ocupando un 0.44 % de la superficie estatal, y el resto de la UMAFOR se ubica dentro de la región hidrológica Tuxpan-Nautla, en la cuenca 27B del río Tecolutla.

Suelos

En la vertiente Chignahuapan-Zacatlán, en las partes bajas de las serranías de mayor altitud, predominan los suelos de tipo Regosol dístico de textura media; mientras que hacia el norte y noroeste de la vertiente son abundantes los Luvisoles vértico y órtico, asociados con Andosoles. En la vertiente oriental, en la zona más húmeda de la región se encuentran los suelos de tipo Andosol, Cambisol, Feozem, Luvisol, Litosol, Planosol, Regosol y Vertisol.

Topografía

En cuanto a su perfil orográfico, la UMAFOR tiene alturas desde los 430 msnm en las partes bajas de Coatepec en barrancas formadas por intrincados pliegues fisiográficos y socavadas por las múltiples corrientes fluviales, que provienen del altiplano alto en la parte occidental, y la mayor altura es de 3,440 msnm en el Peñón del Rosario con límite en el norte de Tlaxcala.

Fauna silvestre

Se reporta la existencia de fauna silvestre asociada a cada uno de los tipos de vegetación presentes en la región. Sin embargo, se han reportado las siguientes especies comunes: gavián (*Buteo sp.*), halconcillo (*Falco sparverius*), aura común (*Cathartes aura*), cuervo (*Corvus corax*), diversas especies de murciélago (*Mormoops megalophylla*, *Myotis velifer*, *Tadarida brasiliensis*), comadreja (*Mustela frenata*), tlacuache (*Didelphys marsupialis*), conejo del este

(*Sylvilagus floridanus*), zorrillo listado (*Mephitis macroura*), culebra (*Salvadora bairdi*), lagartija (*Sceloporus grammicus*) y falso coralillo (*Imantodes sp.*).

Uso del Suelo y Vegetación

En el área correspondiente a la UMAFOR Zacatlán el uso del suelo es predominantemente agrícola con un 51.19% (137,710.32 ha) de la superficie total, la superficie forestal cubre el 43.84% (117,928.28 ha), el uso pecuario representa el 4.71% (12,661.54 ha) y la superficie restante es de uso urbano y de cuerpos de agua con 0.26% (705.13 ha). La superficie forestal está conformada por Bosque de Pino, Bosque de Pino-Encino, Bosque de Encino, Bosque de Encino-Pino, Bosque de Abies, Bosque de Táscate, Bosque Mesófilo, Matorral Desértico Rosetófilo y Vegetación secundaria arbustiva, y herbáceas de los diferentes tipos de bosques presentes.

4.2. Obtención de datos

Como paso inicial antes de la elección de los árboles dominantes que conformaron la muestra, se realizó un recorrido por los distintos macizos forestales de la región con la finalidad de observar las condiciones del arbolado y distinguir entre las calidades de sitio presentes.

Para la selección de los árboles muestra se realizó un muestreo dirigido con la intención de representar todas las calidades de sitio presentes en la región (alta, media y baja productividad). Para disminuir los efectos negativos del muestreo destructivo, se les dio prioridad a los árboles ubicados en las áreas de

corta consideradas en el programa de manejo de los predios pertenecientes a la UMAFOR, de los cuales se obtuvo una muestra conformada por 34 árboles dominantes de *Pinus pseudostrobus* y 26 de *P. patula*.

Para la tarea de derribo y seccionado de los árboles que conformaron la muestra, se contó con el apoyo de cuatro brigadas de campo con sus respectivos equipos de medición forestal (pistola Haga, clinómetro, flexómetro, cinta métrica, etc.) y herramientas (motosierra, gancho trocero, hacha, cuñas, etc.), además de personal técnico que asistiera a las brigadas.

Los árboles dominantes seleccionados estaban aparentemente sanos, libres de competencia, sin evidencia de daños, bifurcaciones, etc., además de que se tuvo cuidado de que no estuvieran cerca de tocones, ni evidencia de daños por plagas, enfermedades o incendios, ya que la presencia de estos factores en el pasado habría podido afectar el crecimiento de los árboles muestra. Los árboles elegidos fueron derribados, desramados y seccionados a la altura del tocón (0.3 m), a la altura del diámetro normal (1.3 m) y luego a secciones entre 1.0 y 2.6 m a lo largo del fuste, permitiendo obtener rodajas de 5 cm de espesor a diferentes alturas.

Las rodajas obtenidas por árbol fueron marcadas para su posterior identificación con el nombre del predio de donde se colectaron, la especie, el número del árbol, así como la sección y altura respectiva del árbol en turno, utilizando un marcador de tinta permanente, o en su defecto se usó cinta

adhesiva para anotar su identificación respectiva en los casos cuando por el tamaño de la rodaja no permitía escribir sobre ella.

Para la obtención de los pares de datos de altura dominante-edad se empleó la metodología de análisis troncales de acuerdo a lo indicado por Klepac (1976), para lo cual fue necesario hacer una corrección a la edad contabilizada en el tocón, debido a que éste representa una altura apreciable y a consecuencia del corte se pierden los anillos de crecimiento correspondientes a la edad que tardó el árbol en alcanzar esa altura, por lo que fue conveniente introducir una corrección aditiva en la edad; la cual consistió en identificar y contabilizar el número de verticilos hasta una altura igual a la del tocón en varios brinzales cercanos, de donde se obtuvo un promedio de edad para lograr esa altura. Con base en las observaciones, para este caso en particular se sumaron tres o cinco años al número de anillos encontrados en la sección del tocón, obteniendo de esta manera la edad total del árbol.

Debido a que la altura del árbol a cierta edad determinada desde las secciones de corte se subestima ligeramente, también fue necesario estimar la altura verdadera usando el ajuste al método de análisis troncales propuesto por Carmean (1972) y su modificación hecha por Newberry (1991) para la sección del árbol más cercana al ápice. De tal manera que se obtuvieron 422 pares de observaciones de altura dominante-edad para *P. pseudostrobus* y 357 para *P. patula*. La información obtenida fue capturada para conformar bases de datos, y posteriormente a manera de auditoría se hizo una representación gráfica de las tendencias tanto árbol por árbol como del conjunto de observaciones con el fin

de analizar su uniformidad, tendencia lógica e identificar anomalías de crecimiento.

4.3. Ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio

Para desarrollar las familias de curvas de índice de sitio, los pares de observaciones de altura dominante-edad fueron ajustados a 12 modelos generados a partir de la reformulación de cinco funciones de crecimiento conocidas en aplicaciones forestales, utilizando el enfoque de diferencia algebraica (ADA) propuesto por Bailey y Clutter (1974) (Cuadro 1) y el enfoque de diferencia algebraica generalizada (GADA) propuesto por Cieszewski y Bailey (2000) (Cuadro 2), en ambos casos bajo el supuesto de que tanto la tasa de incremento como el potencial máximo de crecimiento varían entre sitios (Cieszewski y Strub, 2008).

Las formulaciones 1 y 8 usaron como modelo base el de Chapman-Richards (Pienaar & Turnbull, 1973), expresado como $Y = a(1 - \exp(-bt))^c$; la 2 y 3 utilizaron la función de Hossfeld I (Modificado) (Kiviste *et al.*, 2002), definido como $Y = t^2/(a + bt)^2$; la 4 y 9 a la función de Hossfeld IV (Cieszewski y Bella, 1989), indicado como $Y = t^c/(b + at^c)$; la 5, 6, 10 y 11 emplearon al modelo de Korf (1939), referido con la forma $Y = a \exp(-bt^{-c})$, y por último, las formulaciones 7 y 12 usaron como modelo base a la función de Schumacher (1939), expresado como $Y = a \exp(-bt^{-1})$. Como notación general, se utilizó $a, b, c \dots n$ para denotar los parámetros del modelo base, Y es el valor de la función (en este caso el valor de la altura dominante) a la edad t , y Y_0 es la variable de referencia definida como

el valor de la función a la edad t_0 . Además, en las formulaciones GADA se usó como notación para los parámetros globales $B_1, B_2, B_3 \dots B_m$.

Los 12 modelos referidos corresponden a ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio que fueron probadas y comparadas para identificar a las más adecuadas para describir el crecimiento en altura dominante y para calificar los niveles de productividad vía la clasificación por el índice de sitio de *P. pseudostrobus* y *P. patula* en la región.

Cuadro 1. Formulaciones en ADA usadas para generar a las ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio.

Modelo Base	Parámetro relacionado al sitio	Ecuación dinámica
Chapman-Richards: $Y = a(1 - \exp(-bt))^c$	$a = \frac{Y_0}{(1 - \exp(-bt_0))^c}$	$Y = Y_0 \left(\frac{1 - \exp(-bt)}{1 - \exp(-bt_0)} \right)^c$
		(1)
Hossfeld I (Mod.): $Y = t^2/(a + bt)^2$	$b = \frac{1}{\sqrt{Y_0}} - \frac{a}{t_0}$	$Y = \frac{t^2}{\left(a + \left(\frac{1}{\sqrt{Y_0}} - \frac{a}{t_0} \right) t \right)^2}$
		(2)
	$a = \frac{t_0}{\sqrt{Y_0}} - bt_0$	$Y = \frac{t^2}{\left(\left(\frac{t_0}{\sqrt{Y_0}} - bt_0 \right) + bt \right)^2}$
		(3)
Hossfeld IV: $Y = t^c/(b + at^c)$	$a = \frac{t_0^c - b}{t_0^c}$	$Y = \frac{t^c}{\left(b + \frac{t_0^c - b}{t_0^c} t^c \right)}$
		(4)
Korf: $Y = a \exp(-bt^{-c})$	$a = \frac{Y_0}{\exp\left(\frac{-b}{t_0^c}\right)}$	$Y = \left(\frac{Y_0}{\exp\left(\frac{-b}{t_0^c}\right)} \right) \exp\left(\frac{-b}{t^c}\right)$
		(5)
	$-b = t_0^c \ln\left(\frac{Y_0}{a}\right)$	$Y = a \exp\left(\frac{t_0^c \ln\left(\frac{Y_0}{a}\right)}{t^c}\right)$
		(6)
Schumacher: $Y = a \exp(-bt^{-1})$	$a = \frac{Y_0}{\exp\left(\frac{-b}{t_0}\right)}$	$Y = Y_0 \left(\frac{\exp\left(\frac{-b}{t}\right)}{\exp\left(\frac{-b}{t_0}\right)} \right)$
		(7)

Cuadro 2. Formulaciones en GADA usadas para generar a las ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio.

Parámetros relacionados al sitio	Solución para X con valores iniciales de t_0 y Y_0	Ecuación dinámica
<p>Chapman-Richards:</p> <p>$a = \exp(X)$</p> <p>$c = B_2 + \frac{B_3}{X}$</p>	<p>$L_0 = \ln(1 - \exp(-B_1 t_0))$</p> <p>$R_0 = \sqrt{(B_2 L_0 - \ln(Y_0))^2 - 4B_3 L_0}$</p> <p>$X_0 = 0.5(\ln(Y_0) - B_2 L_0 + R_0)$</p>	<p>$Y = Y_0 \left(\frac{1 - \exp(-B_1 t)}{1 - \exp(-B_1 t_0)} \right)^{B_2 + \frac{B_3}{X_0}}$</p>
<p>Hossfeld IV:</p> <p>$a = X$</p> <p>$b = B_1 X$</p>	<p>$X_0 = \frac{t_0^{B_2} Y_0}{B_1 + t_0^{B_2}}$</p>	<p>$Y = \frac{t^{B_2}}{(B_1 X_0) + (X_0 t^{B_2})}$</p>
<p>Korf:</p> <p>$a = \exp(X)$</p> <p>$b = B_1 + \frac{1}{X}$</p>	<p>$L_0 = B_1 \left(\frac{-1}{t_0^{B_2}} \right) - \ln(Y_0)$</p> <p>$R_0 = \sqrt{L_0^2 - 4 \ln \left(\exp \left(\frac{-1}{t_0^{B_2}} \right) \right)}$</p> <p>$X_0 = 0.5(-L_0 + R_0)$</p>	<p>$Y = \exp(X_0) \exp \left(\frac{-1}{t^{B_2}} \right)^{B_1 + \frac{1}{X_0}}$</p>
<p>Korf:</p> <p>$a = \exp(X)$</p> <p>$b = B_1 + \frac{B_2}{X}$</p>	<p>$L_0 = B_1 + t_0^{B_3} \ln(Y_0)$</p> <p>$R_0 = \sqrt{L_0^2 + (4 B_2 t_0^{B_3})}$</p> <p>$X_0 = ((0.5 t_0^{-B_3}) L_0 + R_0)$</p>	<p>$Y = \exp(X_0) \exp \left(- \left(B_1 + \frac{B_2}{X_0} \right) t^{-B_3} \right)$</p>
<p>Schumacher:</p> <p>$a = \exp(X)$</p> <p>$b = B_1 + \frac{B_2}{X}$</p>	<p>$L_0 = \ln(Y_0) - \left(\frac{-B_1}{t_0} \right)$</p> <p>$R_0 = \sqrt{\left(\frac{-B_1}{t_0} - \ln(Y_0) \right)^2 - 4(-B_2)}$</p> <p>$X_0 = 0.5(L_0 + R_0)$</p>	<p>$Y = \exp(X_0) \exp \left(\frac{- \left(B_1 + \frac{B_2}{X_0} \right)}{t} \right)$</p>

4.4. Ajuste y análisis estadístico

El ajuste de los modelos se realizó con la base de datos bajo un arreglo en pares no traslapados correspondientes a las alturas dominantes y edades que variaron de los 3 a los 125 años para *P. pseudostrobus* y de los 3 a los 126 años para el caso de *P. patula*, por medio de regresión de mínimos cuadrados no lineales utilizando el procedimiento MODEL de SAS (SAS Institute Inc., 2011).

El análisis de la calidad de ajuste de los modelos se basó en comparaciones numéricas y gráficas. Así, a partir de los residuos obtenidos en la fase de ajuste se calcularon como estadísticos de bondad de ajuste al sesgo (\bar{E}), la raíz del error cuadrático medio (*REMC*) y el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}):

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n}$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}}$$

$$R^2_{adj} = 1 - \left[\frac{(n-1) \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{(n-p) \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right]$$

Donde Y , \hat{Y} y \bar{Y} son los valores observado, estimado y medio de la variable dependiente; n es el número total de observaciones usadas para ajustar el modelo; y p es el número de parámetros del modelo.

También se llevó a cabo una comparación gráfica de las trayectorias descritas por cada ecuación generada, debido a que fue necesario comprobar que las curvas de índice de sitio se apegaran a las trayectorias observadas y se cubriera todo el rango; ya que la inspección visual es un punto esencial para seleccionar al modelo más preciso, porque los perfiles de las curvas pueden diferir considerablemente aun cuando los estadísticos de bondad de ajuste son similares (Neter *et al.*, 1996). Se consideró como la mejor ecuación a la que mantuvo un buen equilibrio entre aspectos estadísticos y biológicos, además de que se tomó en cuenta también la practicidad de su uso.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1. Ecuaciones de altura dominante e *IS* para *P. pseudostrobus*

Los resultados del ajuste por mínimos cuadrados no lineales realizado para la obtención de las ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio se presentan en el Cuadro 3. Todas las estimaciones de los parámetros fueron significativas ($\alpha = 0.05$).

Cuadro 3. Parámetros estimados, estadísticos de los modelos ajustados y significancia de los modelos evaluados.

Modelo	Parámetro	Valor estimado	Error estándar	Valor de t	Significancia
1	b	0.032353	0.00183	17.70	<0.0001
	c	1.427449	0.04840	29.46	<0.0001
2	a	2.234584	0.04970	44.96	<0.0001
3	b	0.148611	0.00202	73.46	<0.0001
4	b	5.558802	0.25550	21.76	<0.0001
	c	1.560561	0.02610	59.84	<0.0001
5	b	7.091625	0.17470	40.59	<0.0001
	c	0.393864	0.02530	15.57	<0.0001
6	a	87.572260	8.93060	9.81	<0.0001
	c	0.429779	0.02350	18.28	<0.0001
7	b	9.337695	0.33750	27.67	<0.0001
8	B_1	0.032531	0.00189	17.23	<0.0001
	B_2	-4.067760	1.43190	-2.84	0.0047
	B_3	19.084180	4.95740	3.85	<0.0001
9	B_1	173.461300	16.81180	10.32	<0.0001
	B_2	1.425914	0.03820	37.30	<0.0001
10	B_1	6.878996	0.17590	39.10	<0.0001
	B_2	0.396243	0.02530	15.66	<0.0001
11	B_1	0.207013	0.06390	3.24	0.0013
	B_2	26.454540	1.47390	17.95	<0.0001
	B_3	0.529610	0.03870	13.67	<0.0001
12	B_1	7.624045	0.3264	23.36	<0.0001
	B_2	0.236928	0.0108	21.96	<0.0001

Con base en los criterios de bondad de ajuste (Cuadro 4), los mejores modelos en orden de ajuste fueron: (8) Chapman-Richards en GADA, (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA y el modelo (6) Polimórfico de Korf en ADA, debido a que comparativamente presentan los valores más altos de R^2_{adj} (explicando aproximadamente el 98% de la varianza total), y las estimaciones más precisas dado sus valores menores en la *REMC*, al igual que los menores sesgos. En contraparte, el modelo (4) Anamórfico de Hossfeld IV fue el que presentó el ajuste más deficiente en comparación con los otros modelos probados.

Cuadro 4. Comparativo de los criterios de bondad de ajuste de los modelos probados para *P. pseudostrobus*.

Modelo	$R^2_{ajustada}$	Sesgo (\bar{E})	REMC
1	0.9871	0.44	1.0575
2	0.9794	0.89	1.3359
3	0.9876	0.37	1.0345
4	0.9759	0.73	1.4434
5	0.9852	0.49	1.1336
6	0.9874	0.41	1.0431
7	0.9682	1.28	1.6580
8	0.9890	0.37	0.9758
9	0.9871	0.43	1.0563
10	0.9852	0.49	1.1310
11	0.9868	0.37	1.0689
12	0.9851	0.39	1.1346

Las ecuaciones dinámicas seleccionadas proveen un patrón aleatorio de los residuos alrededor de la línea del cero y sin detectarse alguna tendencia significativa en la predicción de alturas dominantes (Figura 2).

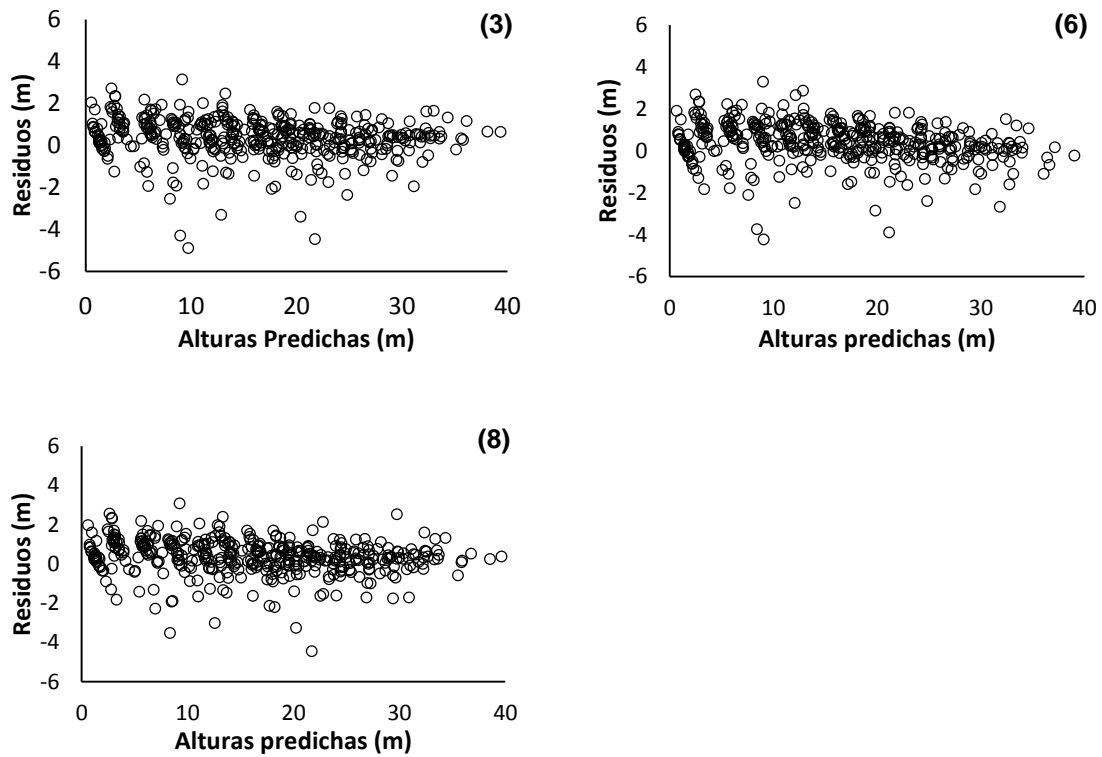


Figura 2. Residuos frente alturas predichas por las ecuaciones dinámicas (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA, (6) Polimórfico de Korf en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA.

Como un apoyo para analizar la precisión de las ecuaciones, se llevó a cabo un análisis gráfico de la tendencia de la raíz del error medio cuadrático (*REMC*) y del sesgo (\bar{E}) en las estimaciones de altura dominante por clases de edad de 5 años (Figura 3), en el cual los valores de *REMC* mostraron una tendencia similar en las tres ecuaciones; con valores más elevados en las clases de edad de 10 a 20 años, con un máximo en la clase de los 55, y a los 75 años presentaron su valor mínimo.

En las gráficas de sesgo, las ecuaciones generadas tuvieron tendencias similares entre ellas; al sobrestimar (con relación a las alturas observadas) las alturas dominantes a edades juveniles e intermedias, siendo mayor en la clase de edad de 40 años, no obstante, a partir de ese máximo tiende a descender hasta aproximarse a cero en la clase de edad de los 55 años, para después volver a sobrestimar hasta la clase de 65 y nuevamente descender hacia el cero en la clase de 75 años.

El comportamiento presentado puede deberse al reducido número de datos, especialmente a edades mayores, provocando que la relación no esté bien soportada con datos a estas edades. A pesar de esta situación, las tres ecuaciones describieron el crecimiento en altura dominante de manera realista para edades maduras.

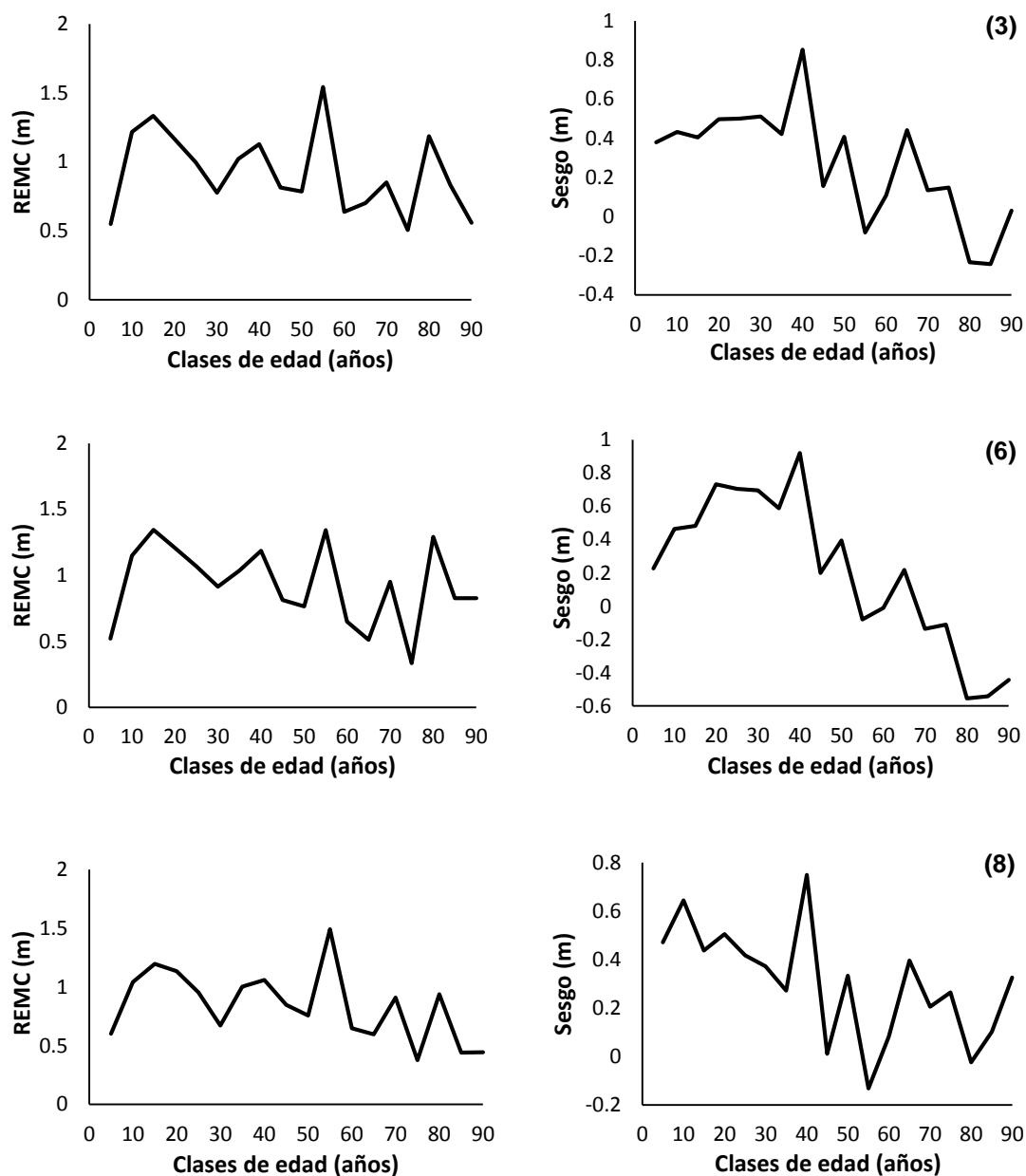


Figura 3. Comportamiento gráfico de la raíz del error medio cuadrático y del sesgo en las predicciones de altura dominante estimadas por clases de edad con las ecuaciones dinámicas (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA, (6) Polimórfico de Korf en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA.

Desde un punto de vista únicamente estadístico las ecuaciones (3), (6) y (8) pueden considerarse como aceptables para describir y predecir de manera lógica el crecimiento en altura dominante de *P. pseudostrobus* en la región. No obstante, como una evaluación final de idoneidad, se compararon gráficamente las trayectorias de las curvas de índice de sitio observadas contra las que describen los modelos; observándose que las tres ecuaciones mostraron un buen comportamiento gráfico, ya que, al sobreponer las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a la edad de referencia de 50 años, con las alturas dominantes observadas, las ecuaciones describen trayectorias de crecimiento similares (Figura 4).

Sin embargo, un análisis más detallado revela que las ecuaciones (3) Polimórfico de Hossfeld I y (6) Polimórfico de Korf en ADA no siguen adecuadamente las trayectorias de los datos observados para edades más avanzadas tan bien como la ecuación (8) Chapman-Richards en GADA que mostró un comportamiento asintótico a una edad más temprana y realista que las otras dos ecuaciones, además de cumplir con las características señaladas por Goelz y Burk (1992) como deseables en una ecuación de índice de sitio.

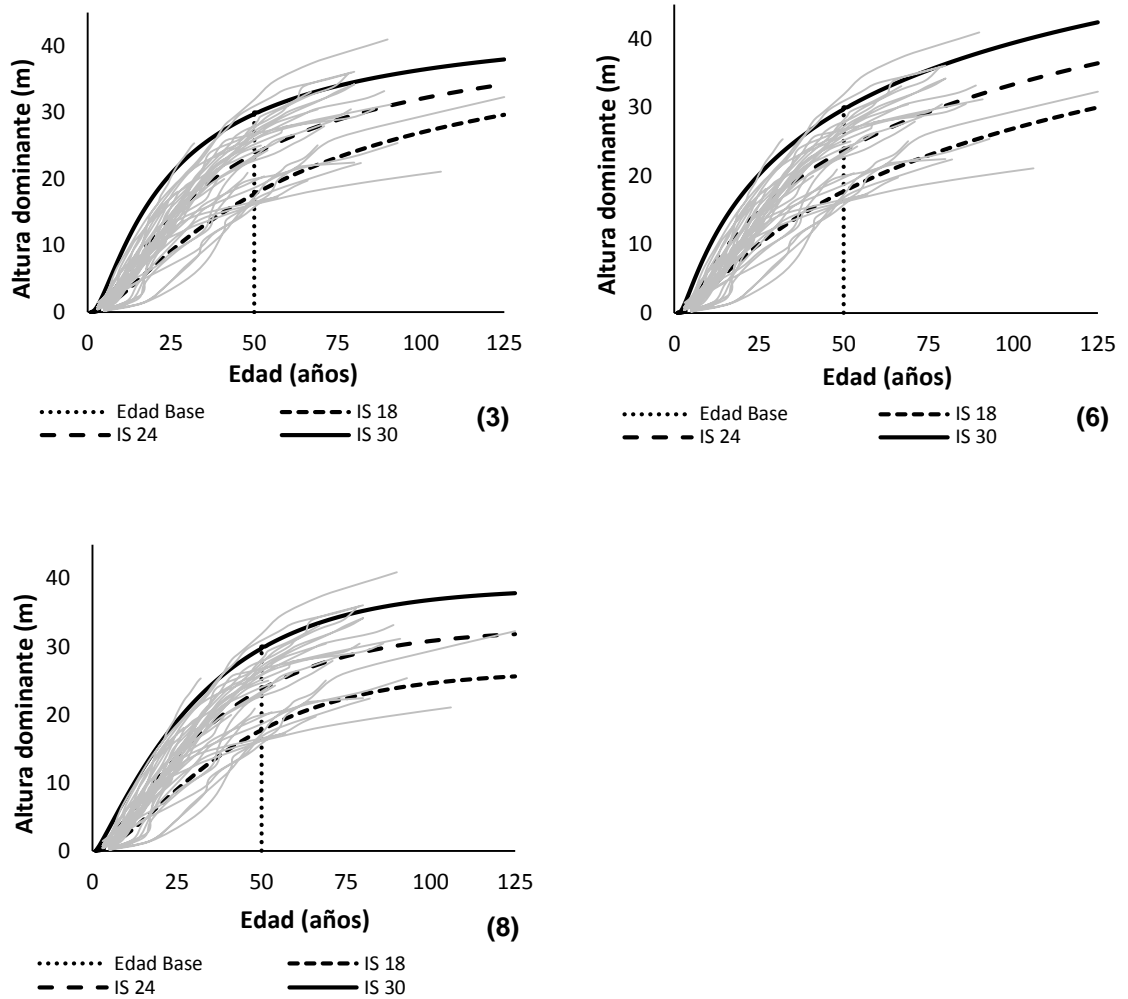


Figura 4. Comparativo gráfico de las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas con las ecuaciones dinámicas (3), (6) y (8) superpuestas a las trayectorias de las alturas dominantes observadas de *P. pseudostrobus*.

Por lo tanto, con base en un análisis que implica un balance entre criterios de bondad de ajuste con las trayectorias descritas de las curvas de índice de sitio,

conduce a poder seleccionar a la ecuación (8), es decir, la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards, como la más adecuada para describir y predecir de manera realista el crecimiento en altura dominante de *P. pseudostrobus*, y para calificar los niveles de productividad maderable vía la clasificación por el índice de sitio en rodales con esta especie en la región de la UMAFOR 2108. Resultando la ecuación dinámica de la siguiente forma:

$$Y = Y_0 \left(\frac{1 - \exp(-0.032531t)}{1 - \exp(-0.032531t_0)} \right)^{-4.06776 + \frac{19.08418}{X_0}}$$

Donde Y es la altura predicha (m) a la edad t (años), y

$$X_0 = 0.5(\ln(Y_0) - (-4.06776L_0) + R_0)$$

$$L_0 = \ln(1 - \exp(-0.032531t_0))$$

$$R_0 = \sqrt{(-4.06776L_0 - \ln(Y_0))^2 - 4 \cdot 19.08418L_0}$$

Y_0 y t_0 representan la altura dominante y la edad iniciales.

Para usar la ecuación dinámica seleccionada para desarrollar la familia de curvas de IS para estimar la altura dominante Y de una masa a una edad t determinada, dados un índice de sitio IS y su correspondiente edad de referencia t_{ref} asociada (Cuadro 5), basta con sustituir Y_0 por IS y t_0 por t_{ref} :

$$Y = IS \left(\frac{1 - \exp(-0.032531t)}{1 - \exp(-0.032531t_{ref})} \right)^{-4.06776 + \frac{19.08418}{X_0}}$$

Realizando las mismas sustituciones en X_0 .

Cuadro 5. Altura dominante estimada con la ecuación dinámica generada de la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards, para índices de sitio 18, 24 y 30 m, tomando 50 años como la edad de referencia para *P. pseudostrobus* en la región de Chignahuapan-Zacatlán.

Edad (años)	Índice de Sitio		
	18	24	30
	-----Altura dominante (m)-----		
5	0.94	2.27	4.32
10	2.78	5.39	8.80
15	4.96	8.56	12.87
20	7.23	11.57	16.48
25	9.44	14.32	19.63
30	11.51	16.79	22.37
35	13.42	18.97	24.73
40	15.13	20.89	26.76
45	16.65	22.55	28.51
50	18.00	24.00	30.00
55	19.18	25.25	31.28
60	20.21	26.33	32.37
65	21.10	27.25	33.30
70	21.87	28.04	34.09
75	22.53	28.72	34.77
80	23.10	29.30	35.34
85	23.59	29.80	35.83
90	24.01	30.22	36.25
95	24.37	30.59	36.61
100	24.68	30.89	36.91
105	24.94	31.16	37.17
110	25.17	31.38	37.39
115	25.36	31.57	37.57
120	25.52	31.73	37.73
125	25.66	31.87	37.87

Las tendencias de las curvas de índice de sitio que describe la ecuación seleccionada representan el valor de la altura dominante esperada para los índices de sitio considerados (Figura 5). Es posible observar que a edades juveniles no puede hacerse tan evidente una diferenciación entre calidades de sitio, pero a medida que la edad es intermedia las diferencias son más notables y para edades avanzadas las diferencias se van haciendo más contrastantes. A pesar de esta dificultad para diferenciar calidades de sitio a edades tempranas, es notable que el crecimiento inicial es más rápido en las áreas con mejor calidad de sitio. Por lo tanto, es de gran importancia identificar las calidades de sitio presentes en una región y sobre todo comprender su efecto sobre la productividad de las áreas bajo aprovechamiento.

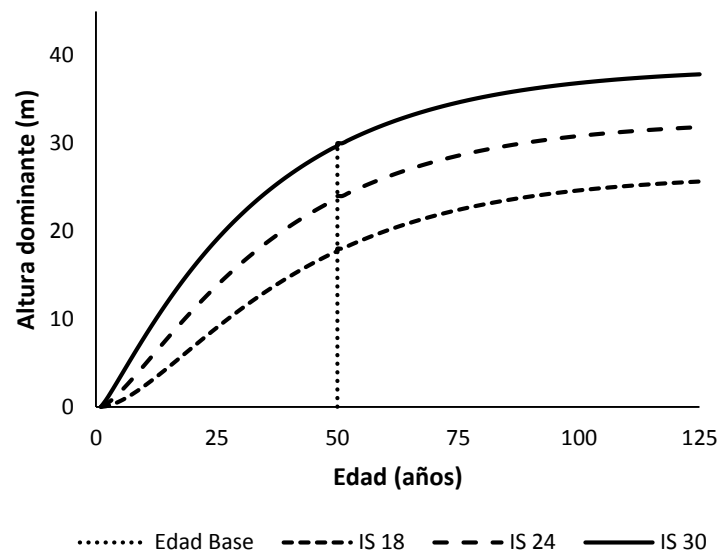


Figura 5. Familia de curvas de *IS* de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas por la ecuación (8) para *P. pseudostrobus*.

Una de las ventajas de las ecuaciones dinámicas de índice de sitio es la definición del crecimiento en altura dominante y el índice de sitio como casos especiales de la misma ecuación (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006), por lo que para estimar el *IS* a partir de un par de datos de altura dominante-edad ($Y - t$), sólo se debe sustituir en la ecuación seleccionada a Y por IS , t por t_{ref} , Y_0 por Y y t_0 por t , es decir:

$$IS = Y \left(\frac{1 - \exp(-0.032531t_{ref})}{1 - \exp(-0.032531t)} \right)^{-4.06776 + \frac{19.08418}{X_0}}$$

En la cual IS es el índice de sitio (m) a la edad de referencia t_{ref} (años), y

$$X_0 = 0.5(\ln(Y) - (-4.06776L_0) + R_0)$$

$$L_0 = \ln(1 - \exp(-0.032531t))$$

$$R_0 = \sqrt{(-4.06776L_0 - \ln(Y))^2 - 4 \cdot 19.08418L_0}$$

Donde Y y t son el par de datos de altura dominante-edad observados.

Para facilitar en la práctica este segundo uso de la ecuación generada, se utilizó la función REDOND.MULT(número;múltiplo) de Microsoft Excel® (2013), para que el índice de sitio estimado para cualquier observación de altura dominante-edad pudiera coincidir con alguno de los valores correspondientes a las etiquetas usadas para la construcción de la familia de curvas de índice de sitio; siendo para este ejercicio de 18, 24 y 30 m, es decir, múltiplos de 6:

$$IS = REDOND.MULT(IS \text{ estimado}; 6)$$

Siendo este *IS* el valor y clasificación respectiva considerado para la toma de decisiones sobre el régimen de manejo más adecuado para rodales con esta especie en predios de interés en el área de estudio.

No obstante, pese a que la ecuación (8) Chapman-Richards en GADA fue seleccionada como la más adecuada al mostrar los mejores resultados de acuerdo con los criterios de bondad de ajuste y el análisis gráfico de las trayectorias estimadas y observadas, ésta es similar a las curvas de la ecuación (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA especialmente a edades inferiores a los 60 años (Figura 6).

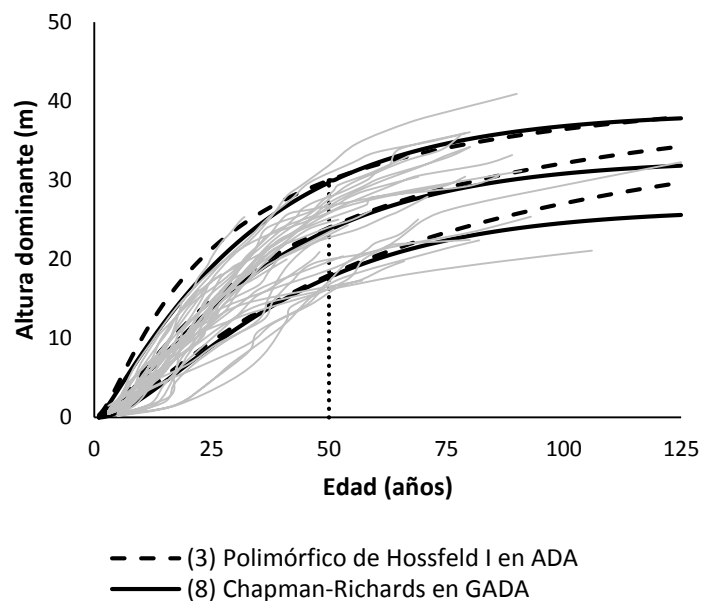


Figura 6. Comparativo gráfico de las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años para *P. pseudostrobus*, desarrolladas con las ecuaciones (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA.

Tomado en cuenta que en la región se ha estandarizado un turno de 50 años (Morales, 2014) y éste se encuentra dentro de la trayectoria de las curvas de índice de sitio que podrían considerarse semejantes, sería posible proponer a la ecuación de la formulación ADA desarrollada a partir del modelo de Hossfeld I (Modificado) como una opción alternativa para describir y predecir el crecimiento en altura dominante de *P. pseudostrobus* en la región, debido a su precisión y sobre todo a la conveniencia de su uso en la práctica al tratarse de una ecuación menos compleja en su estructura matemática. La ecuación dinámica obtenida referida presenta la siguiente forma:

$$Y = \frac{t^2}{\left(\left(\frac{t_0}{\sqrt{Y_0}} - 0.148611t_0 \right) + 0.148611t \right)^2}$$

Donde Y es la altura predicha (m) a la edad t (años), Y_0 y t_0 representan la altura dominante y la edad iniciales.

De la misma manera, para la estimación de la altura dominante Y de una masa a una edad t determinada, dados un índice de sitio IS y su correspondiente edad de referencia t_{ref} asociada, basta con sustituir Y_0 por IS y t_0 por t_{ref} :

$$Y = \frac{t^2}{\left(\left(\frac{t_{ref}}{\sqrt{IS}} - 0.148611t_{ref} \right) + 0.148611t \right)^2}$$

Finalmente, para estimar el IS a partir de un par de datos de altura dominante-edad ($H - t$), hay que sustituir en la ecuación a Y por IS , t por t_{ref} , Y_0 por Y y t_0 por t , es decir:

$$IS = \frac{t_{ref}^2}{\left(\left(\frac{t}{\sqrt{Y}} - 0.148611t \right) + 0.148611t_{ref}^2 \right)^2}$$

En la que IS es el índice de sitio (m) a la edad de referencia t_{ref} (años), y Y y t son el par de datos de altura dominante-edad observados.

5.2. Ecuaciones de altura dominante e IS para *P. patula*

Las ecuaciones dinámicas generadas se obtuvieron de la evaluación de la bondad de ajuste y comparación analítica y gráfica de los mismos 12 modelos previamente referidos. Los resultados del ajuste se presentan en el Cuadro 6. Las estimaciones de los parámetros fueron significativas ($\alpha = 0.05$).

Cuadro 6. Parámetros estimados, significancia y estadísticos de los modelos ajustados.

Modelo	Parámetro	Valor estimado	Error estándar	Valor de t	Significancia
1	b	0.029748	0.00256	11.64	<0.0001
	c	1.196757	0.05950	20.12	<0.0001
2	a	1.576247	0.05620	28.03	<0.0001
3	b	0.148506	0.00205	72.46	<0.0001
4	b	0.761520	0.08460	9.00	<0.0001
	c	0.962409	0.05330	18.07	<0.0001
5	b	6.487957	0.22190	29.24	<0.0001
	c	0.426346	0.03300	12.91	<0.0001
6	a	83.702380	8.55270	9.79	<0.0001
	c	0.431394	0.02570	16.78	<0.0001
7	b	9.166351	0.35960	25.49	<0.0001
8	B_1	0.026680	0.00210	12.73	<0.0001
	B_2	-13.530000	4.40990	-3.07	0.0023
	B_3	52.673290	15.85590	3.32	0.0010
9	B_1	95.310360	11.71830	8.13	<0.0001
	B_2	1.275074	0.05160	24.71	<0.0001
10	B_1	6.267632	0.22230	28.19	<0.0001
	B_2	0.428931	0.03300	13.01	<0.0001
11	B_1	0.229919	0.09050	2.54	0.0115
	B_2	23.207010	1.71570	13.53	<0.0001
	B_3	0.562442	0.05080	11.08	<0.0001
12	B_1	7.337115	0.34660	21.17	<0.0001
	B_2	0.217886	0.01170	18.63	<0.0001

De acuerdo con los criterios de bondad de ajuste (Cuadro 7), se determinó que los modelos con mejor calidad de ajuste fueron el (8) de Chapman-Richards en GADA, el (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA y el (6) Polimórfico de Korf en ADA (explicando aproximadamente el 98% de la varianza total). El ajuste de menor calidad lo presentó el modelo (4) Anamórfico de Hossfeld IV.

Cuadro 7. Comparativo de los criterios de bondad de ajuste de los modelos probados para *P. patula*.

Modelo	$R^2_{ajustada}$	Sesgo (\bar{E})	REMC
1	0.9824	0.59	1.3100
2	0.9728	1.12	1.6275
3	0.9872	0.40	1.1153
4	0.9696	1.07	1.7212
5	0.9827	0.56	1.2979
6	0.9864	0.44	1.1511
7	0.9707	1.22	1.6893
8	0.9873	0.42	1.1113
9	0.9828	0.58	1.2939
10	0.9828	0.56	1.2936
11	0.9850	-1.10	1.2110
12	0.9851	0.47	1.2068

El gráfico de los residuos muestra un patrón aleatorio alrededor de la línea del cero con varianza tendiente a ser homogénea y sin la presencia de alguna tendencia significativa en la predicción de alturas dominantes (Figura 7).

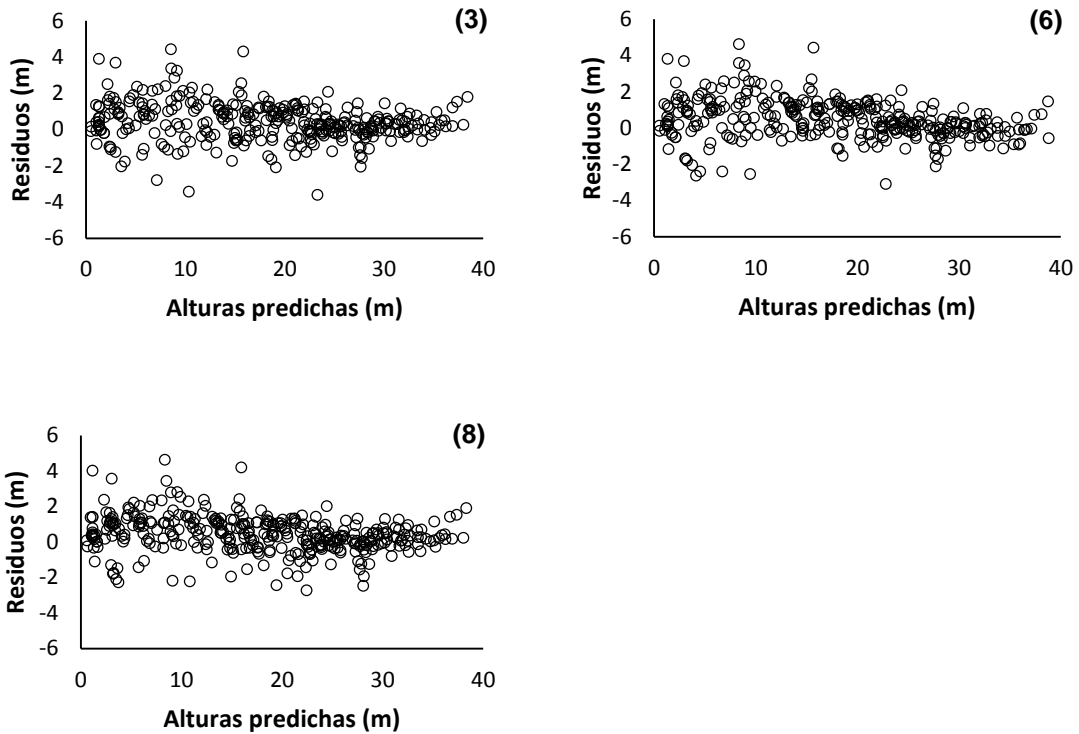


Figura 7. Residuos frente alturas predichas por las ecuaciones dinámicas (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA, (6) Polimórfico de Korf en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA.

En el análisis gráfico de la tendencia de la raíz del error medio cuadrático (*REMC*) y el sesgo (\bar{E}) en las estimaciones de altura dominante por clases de edad de 5 años (Figura 8), en las tres ecuaciones los valores de *REMC* presentaron una tendencia muy similar, con valores elevados en las clases de edad de 10 a 40 años, con máximos en las clases de los 15 y 35 años, y con mínimos en las clases de 65, 75 y 100 años.

Las gráficas de sesgo mostraron una sobrestimación de las alturas dominantes en casi todas las clases de edad, con un máximo en la clase de 35 y 110 años, presentando una disminución en las clases de 65 y 75 años. Sin embargo, el hecho de tratarse de una muestra pequeña puede ser la razón de tal comportamiento.

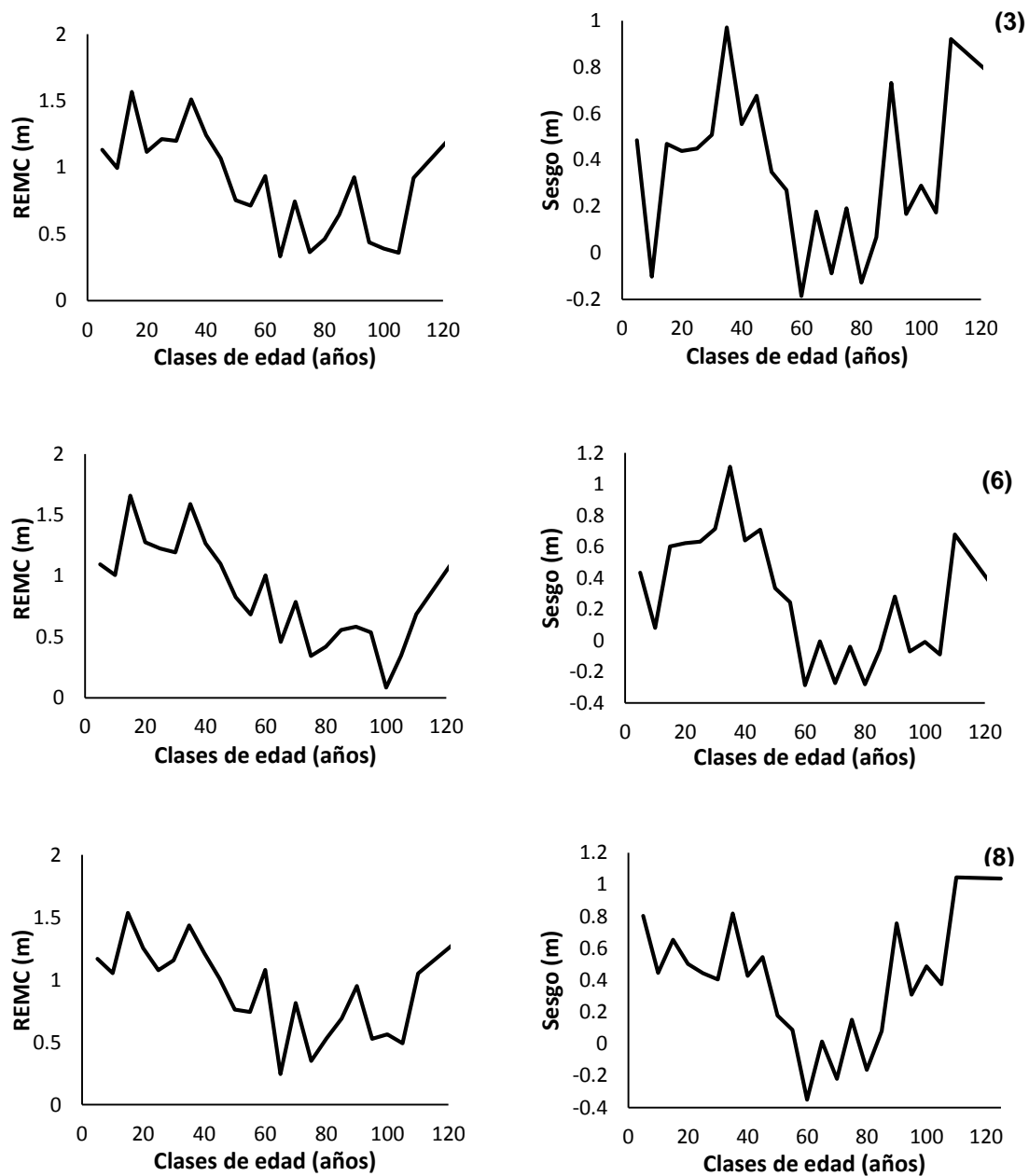


Figura 8. Raíz del error medio cuadrático y del sesgo de las predicciones de altura dominante estimadas para *P. patula* con las ecuaciones dinámicas (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA, (6) Polimórfico de Korf en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA.

Considerando sólo los estadísticos de bondad de ajuste, se podría deducir que las ecuaciones (3), (6) y (8) son realistas para describir el crecimiento en altura dominante de *P. patula* en la región. Además de que al sobreponer las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m con una edad de referencia de 50 años a las alturas dominantes observadas, las tres ecuaciones describieron trayectorias muy semejantes entre sí (Figura 9).

No obstante, tras realizar un análisis más detallado fue posible notar que las ecuaciones (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA y (6) Polimórfico de Korf mostraron trayectorias crecientes aún a edades muy avanzadas, por lo que para este caso, al igual que para *P. pseudostrobus*, se puede considerar también a la ecuación dinámica generada a partir del modelo (8) Chapman-Richards en GADA como la más adecuada para estimar la altura dominante y el índice de sitio, al mostrar un comportamiento asintótico a una edad más realista.

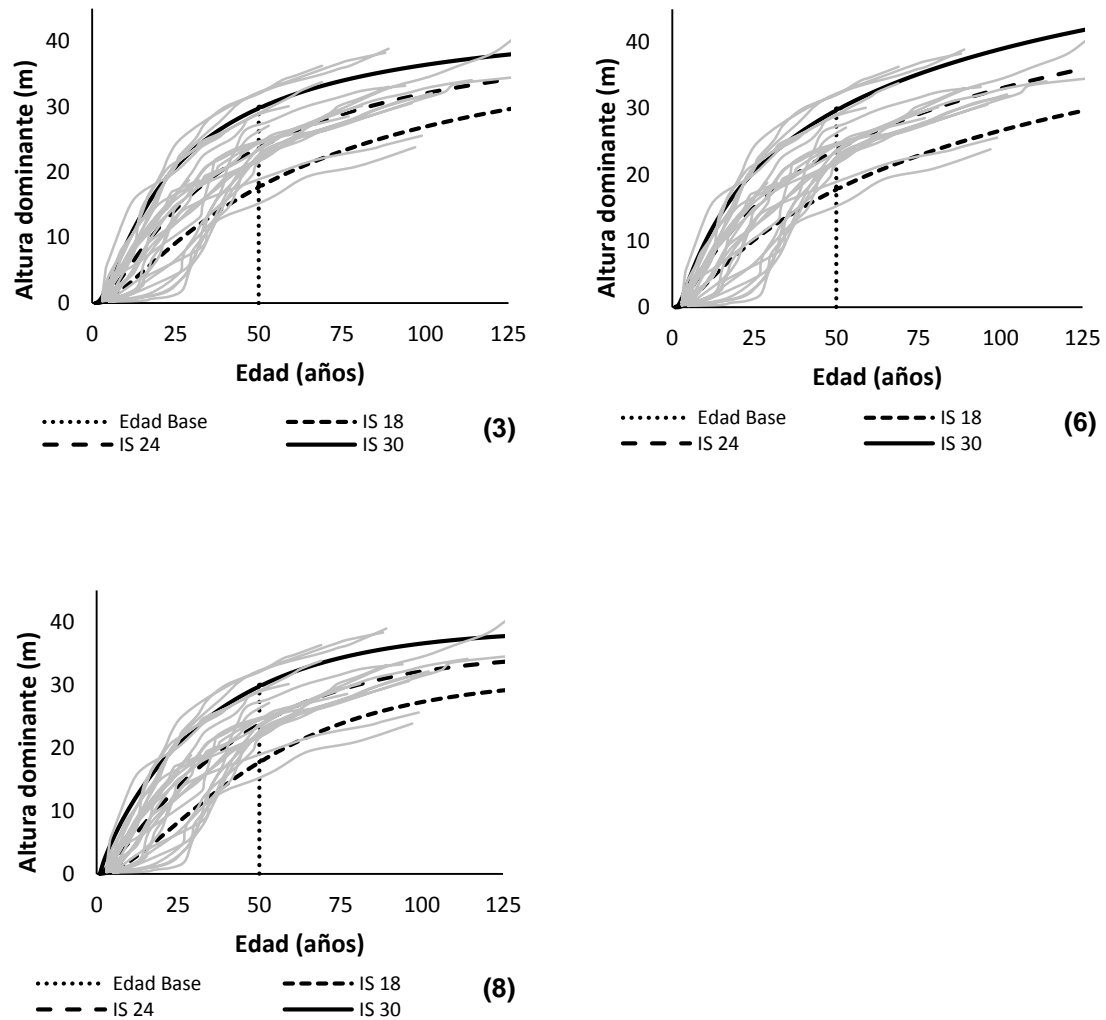


Figura 9. Curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas con las ecuaciones dinámicas (3), (6) y (8) superpuestas a las trayectorias de las alturas dominantes observadas de *P. patula*.

Considerando el balance entre el ajuste de los modelos con las trayectorias descritas de las curvas de índice de sitio, la ecuación generada a partir del modelo (8), es decir, de la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards

es la más adecuada para describir y predecir de manera realista el crecimiento en altura dominante de *P. patula*, permitiendo calificar vía el índice de sitio los niveles de productividad de esta especie en la región (Figura 10). La ecuación dinámica resultó de la siguiente forma:

$$Y = Y_0 \left(\frac{1 - \exp(-0.026680t)}{1 - \exp(-0.026680t_0)} \right)^{-13.530000 + \frac{52.673290}{X_0}}$$

Donde Y es la altura predicha (m) a la edad t (años), y

$$X_0 = 0.5(\ln(Y_0) - (-13.530000L_0) + R_0)$$

$$L_0 = \ln(1 - \exp(-0.026680t_0))$$

$$R_0 = \sqrt{(-13.530000L_0 - \ln(Y_0))^2 - 4 \cdot 52.673290L_0}$$

Y_0 y t_0 representan la altura dominante y la edad iniciales.

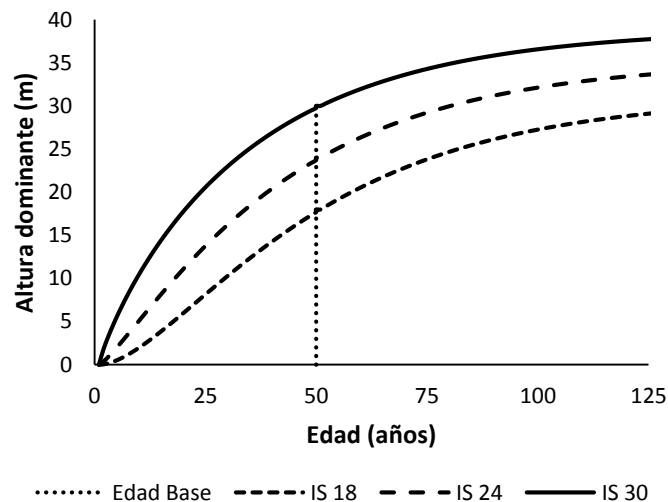


Figura 10. Familia de curvas de *IS* de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas por la ecuación (8) para *P. patula*.

Para la estimación de la altura dominante Y de una masa a una edad t determinada, dados un índice de sitio IS y su correspondiente edad de referencia t_{ref} asociada, basta con sustituir Y_0 por IS y t_0 por t_{ref} (Cuadro 8).

Cuadro 8. Altura dominante estimada con la ecuación dinámica generada de la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards, para un índice de sitio de 18, 24 y 30 m, tomando 50 años como la edad de referencia para *P. patula* en la región de Chignahuapan-Zacatlán.

Edad (años)	Índice de Sitio		
	18	24	30
	-----Altura dominante (m)-----		
5	0.75	2.58	6.60
10	2.31	5.69	11.28
15	4.27	8.74	15.11
20	6.40	11.62	18.33
25	8.57	14.26	21.07
30	10.70	16.66	23.41
35	12.73	18.82	25.43
40	14.63	20.75	27.18
45	16.39	22.47	28.69
50	18.00	24.00	30.00
55	19.47	25.35	31.14
60	20.79	26.55	32.13
65	21.98	27.61	32.99
70	23.04	28.54	33.75
75	23.99	29.36	34.40
80	24.84	30.08	34.98
85	25.59	30.72	35.48
90	26.25	31.28	35.91
95	26.84	31.77	36.29
100	27.36	32.20	36.63

La expresión resultante para estimar el IS a partir de un par de datos de altura dominante-edad ($H - t$) es la siguiente:

$$IS = Y \left(\frac{1 - \exp(-0.026680t_{ref})}{1 - \exp(-0.026680t)} \right)^{-13.530000 + \frac{52.673290}{X_0}}$$

IS es el índice de sitio (m) a la edad de referencia t_{ref} (años), y

$$X_0 = 0.5(\ln(Y) - (-13.530000L_0) + R_0)$$

$$L_0 = \ln(1 - \exp(-0.026680t))$$

$$R_0 = \sqrt{(-13.530000L_0 - \ln(Y))^2 - 4 \cdot 52.673290L_0}$$

Y y t corresponden a la altura dominante y a la edad observada.

Sin embargo, al igual que para el caso de *P. pseudostrobus* es necesario hacer una comparación gráfica entre la ecuación dinámica seleccionada, la cual fue obtenida de una formulación GADA, con la ecuación dinámica generada a partir de una formulación ADA que tuvo el mejor desempeño de acuerdo con los criterios de bondad de ajuste.

El comparativo indica que las diferencias entre ambos modelos son mínimas, además de que también las curvas de índice de sitio desarrolladas con la ecuación (3) son casi iguales en su trayectoria a las de la ecuación seleccionada (Figura 11).

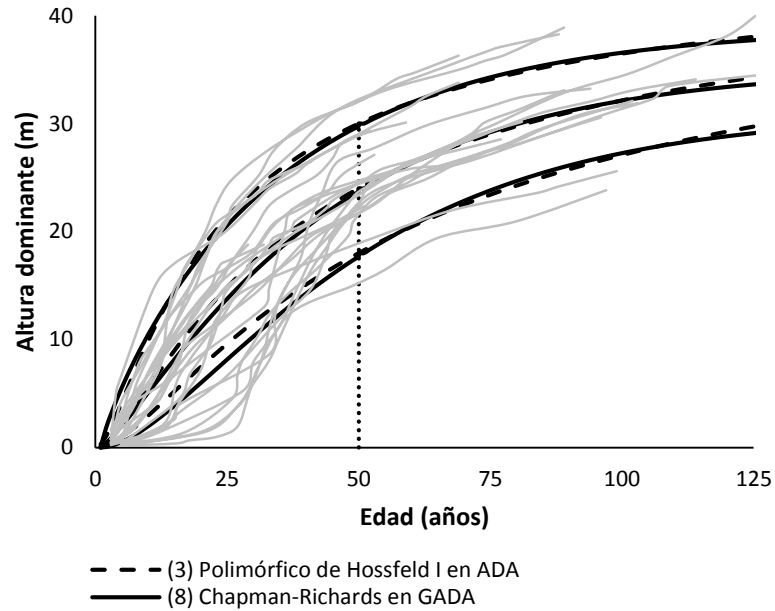


Figura 11. Comparativo de las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años para *P. patula*, desarrolladas con las ecuaciones (3) Polimórfico de Hossfeld I en ADA y (8) Chapman-Richards en GADA.

Por lo tanto, en este caso debido a su precisión y conveniencia de uso, se podría proponer a la ecuación de la formulación ADA desarrollada a partir del modelo de Hossfeld I (Modificado) como una opción alternativa para describir y predecir de manera realista el crecimiento en altura dominante de *P. patula* en la región. La ecuación dinámica referida presenta la siguiente forma:

$$Y = \frac{t^2}{\left(\left(\frac{t_0}{\sqrt{Y_0}} - 0.148506t_0 \right) + 0.148506t \right)^2}$$

Donde Y es la altura predicha (m) a la edad t (años), Y_0 y t_0 representan la altura dominante y la edad iniciales.

Para estimar la altura dominante Y de un rodal a una edad t determinada, dados un índice de sitio IS y su correspondiente edad de referencia t_{ref} asociada, se debe sustituir Y_0 por IS y t_0 por t_{ref} :

$$Y = \frac{t^2}{\left(\left(\frac{t_{ref}}{\sqrt{IS}} - 0.148506t_{ref} \right) + 0.148506t \right)^2}$$

Y para estimar el IS a partir de un par de datos de altura dominante-edad ($H - t$), se debe de sustituir en la ecuación a Y por IS , t por t_{ref} , Y_0 por Y y t_0 por t , es decir:

$$IS = \frac{t_{ref}^2}{\left(\left(\frac{t}{\sqrt{Y}} - 0.148506t \right) + 0.148506t_{ref} \right)^2}$$

En la que IS es el índice de sitio (m) a la edad de referencia t_{ref} (años), y Y y t son el par de datos de altura dominante-edad observados.

Adicionalmente, por comparación gráfica se analizó la posibilidad de proponer una única ecuación de altura dominante e índice de sitio tanto para *P. pseudostrobus* como para *P. patula* (Figura 12).

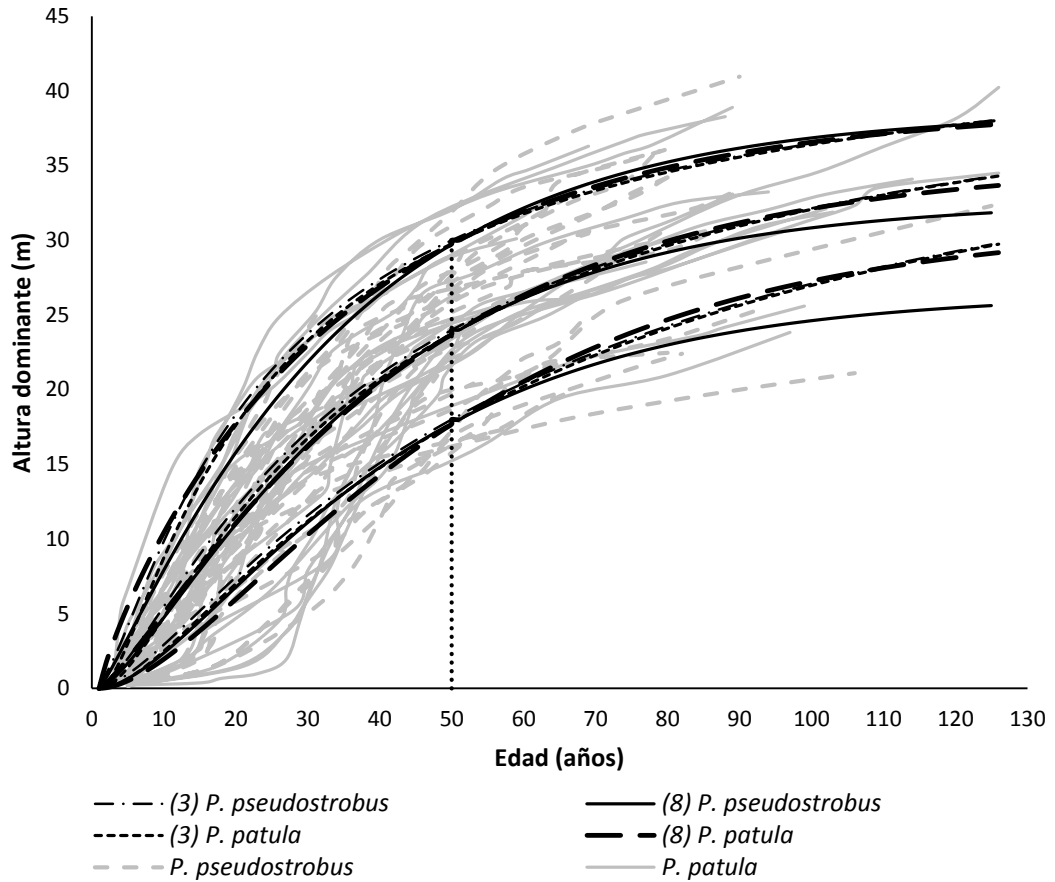


Figura 12. Comparativo gráfico de las curvas de índice de sitio de 18, 24 y 30 m a una edad de referencia de 50 años, desarrolladas con las ecuaciones generadas de la formulación ADA del modelo de Hossfeld I (Mod.) y con la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards para *P. pseudostrobus* y *P. patula*, superpuestas a las trayectorias de las alturas dominantes observadas.

Como puede observarse en el gráfico anterior, es evidente la gran similitud entre las curvas desarrolladas por las cuatro ecuaciones, principalmente a edades inferiores a los 60 años, por lo que tomando en cuenta el turno de 50 años empleado en la región, es posible elegir a cualquiera de las ecuaciones propuestas como alternativas para describir y predecir de manera realista el

crecimiento en altura dominante de ambas especies. No obstante, si se considera la conveniencia de su uso, en la práctica podría haber una inclinación hacia alguna de las formulaciones ADA del modelo de Hossfeld I (Modificado) por tratarse de ecuaciones menos complejas en su estructura matemática. Sin embargo, si se requiere de mayor precisión y realismo en las estimaciones, la ecuación dinámica obtenida de la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards para *P. pseudostrobus* representa la mejor alternativa al describir de manera más precisa las trayectorias de las alturas dominantes observadas para ambas especies, además de haber mostrado un comportamiento asintótico a una edad más temprana y realista que las otras ecuaciones. Además, esta ecuación genera curvas de índice de sitio polimórficas y con asíntotas variables, siendo una propiedad deseable para describir diferentes patrones de crecimiento que se apegan mejor a las condiciones reales (Cieszewski y Bailey, 2000; Cieszewski y Strub, 2008; Tamarit-Urias *et al.*, 2014).

Sobreponiendo las alturas observadas de *P. patula* a las curvas desarrolladas por la ecuación dinámica en GADA propuesta, utilizando una edad de referencia de 35 años e índices de sitio de 15, 23 y 31 m que fueron empleados para la misma región por Arteaga (1985), puede apreciarse que los valores de alturas dominantes estimados para la más alta calidad de sitio bajo ese escenario, se encuentran un poco por encima de las observaciones consideradas en el presente estudio (Figura 13), lo que puede deberse a que el modelo propuesto anteriormente es muy optimista en sus estimaciones, o a que la muestra utilizada en este caso no incluyó valores en dicho rango, o bien, a que las masas forestales

bajo manejo de esta región han cambiado y tienen características diferentes a las reportadas hace más de 30 años. Por lo que el modelo aquí generado representaría de mejor manera el crecimiento de los rodales de esta especie, en tanto que aquel modelo tendería a sobreestimar las alturas dominantes.

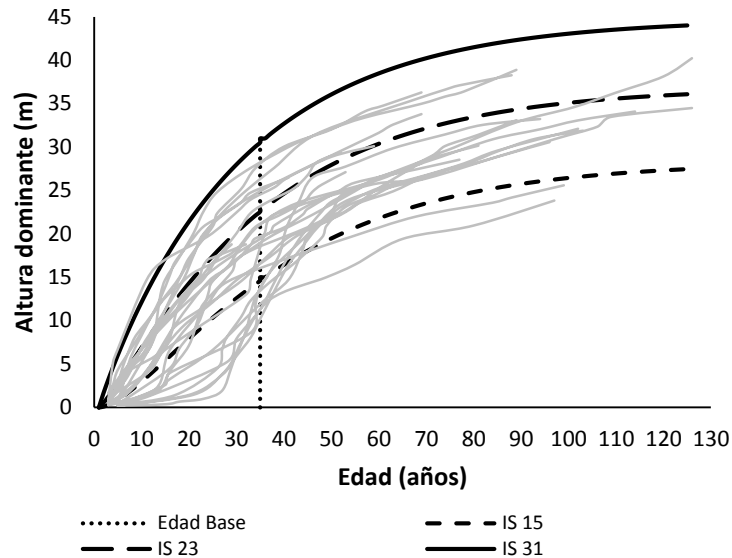


Figura 13. Curvas de índice de sitio de 15, 23 y 31 m a una edad de referencia de 35 años como las reportadas por Arteaga (1985) para *P. patula* superpuestas a las observaciones de altura dominante-edad.

La altura dominante estimada a la edad de referencia de 50 años también es menor respecto a las alturas dominantes que estima el modelo compatible de Hossfeld IV ajustado por Santiago-García *et al.* (2013) para *P. patula* en Zacualtipán, Hidalgo (índices de sitio de 23, 26, 29 y 32 m utilizando una edad de referencia de 40 años). Sin embargo, coincidiendo con Martínez-Salvador, Valdez-Cepeda, & Pompa García (2013) tales diferencias pueden explicarse en parte porque se trata de regiones ecológicas diferentes, principalmente en

factores edáficos y climáticos, que propician diversos patrones de crecimiento en altura. Además de que para la realización de aquel trabajo los datos se colectaron de tres inventarios efectuados en parcelas permanentes de masas coetáneas ubicadas en el mismo municipio en donde la altitud es más favorable y semejante a las condiciones en las que *P. patula* tiene su mejor desarrollo (Comisión Nacional Forestal [CONAFOR], 2015).

Por otra parte, para el caso de *P. pseudostrobus* al comparar las curvas de índice de sitio (8, 12, 16 y 20 m a una edad de referencia de 40 años) desarrolladas por Vargas-Larreta *et al.* (2013) para el noroeste de México, mediante una formulación GADA del modelo de Korf, con las curvas generadas por la ecuación propuesta (18, 24 y 30 m a una edad de 50 años), es notorio que en la región de Chignahuapan-Zacatlán esta especie presenta mejores condiciones para su desarrollo. En este sentido y dado que una de las metas de la ENAIPROS es la de obtener la máxima productividad de las áreas intervenidas (CONAFOR, 2014), es necesario identificar aquellas áreas que sean favorables para el desarrollo de la especie, dada su correspondencia a índices de sitio altos y medios (30 y 24 m), sobre las cuales se apliquen prácticas de manejo silvícola más intensivas que considera el Método de Desarrollo Silvícola (MDS), así como un mayor esfuerzo de inversión, limitándolo en aquellos que se ubican en índices de sitio pobres.

6. CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados obtenidos es posible proponer una única ecuación dinámica para estimar y predecir el crecimiento en altura dominante y calificar el nivel de productividad de *Pinus pseudostrobus* y *P. patula* en la región de estudio. Teniéndose dos propuestas: La primera es alguna de las formulaciones ADA del modelo de Hossfeld I (Mod.) que al ser una ecuación relativamente simple la hace conveniente para ser utilizada con fines prácticos en áreas en las que se maneje un turno menor de 60 años. La segunda propuesta va dirigida a que si el interés se centra en describir y predecir el patrón de crecimiento en altura durante todo el rango de edad de una masa con fines de planeación a largo plazo u otros objetivos que requieran de la mayor precisión posible, la formulación GADA del modelo de Chapman-Richards ajustada a los datos de *P. pseudostrobus* es la mejor alternativa, debido a que permitió desarrollar curvas de índice de sitio polimórficas y con múltiples asíntotas que mostraron mayor precisión en las estimaciones, además de que presentó un comportamiento asintótico a una edad más temprana y realista que las otras ecuaciones que fueron probadas.

Es probable que en la actualidad las masas forestales bajo manejo de la región han cambiado, por lo que es necesario la incorporación de herramientas dasométricas actuales y precisas que permitan identificar aquellas áreas que sean favorables para el desarrollo de las especies de interés, clasificándolas de acuerdo a su correspondencia a índices de sitio primordialmente altos, sobre las

cuales se apliquen las mejores prácticas de manejo silvícola, enfocando un mayor esfuerzo de inversión, y limitándolo en aquellas áreas que se ubican en índices de sitio pobres. De tal manera que sea posible un incremento en la producción maderable de la entidad.

Las ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio propuestas en el presente trabajo son alternativas para describir y predecir de manera realista el crecimiento en altura dominante, y para calificar los niveles de productividad maderable vía la clasificación por el índice de sitio de *Pinus pseudostrobus* y *Pinus patula* en la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla. Sin embargo, aún es necesaria la incorporación de nuevas observaciones para la validación de las ecuaciones y en su caso rectificar la tendencia del crecimiento estimado para que puedan ser utilizadas en los programas de manejo y en la planificación de rodales de estas especies en la región.

7. LITERATURA CITADA

- Aguirre C., O. A. 1984. Estimación de índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* Lindl., en la región de Iturbide Nuevo León. Tesis Profesional. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 71 p.
- Aguirre-Bravo, C., and F. W. Smith. 1986. Site index and volume equations for *Pinus patula* in Mexico. Commonwealth Forestry Review 65: 51-60.
- Arteaga M., B. 1985. Índice de sitio para *Pinus patula* Schl. et Cham., en la Región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Montecillos, Texcoco, México. 181 p.

- Assmann, E. 1970. The principles of forest yield study. Pergamon Press Ltd. Oxford, England. 506 p.
- Baca C., J. C. 2009. Estudio Regional Forestal. Asociación Regional de Silvicultores de Chignahuapan-Zacatlán A.C., Puebla. 243 p. [Estudio Técnico].
- Bailey, R. L., and J. L. Clutter. 1974. Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science* 20: 155-159.
- Beck, D. E. 1971. Height-growth patterns and site index of white pine in the Southern Appalachians. *Forest Ecology and Management* 17: 252-260.
- Borders, B. E., R. L. Bailey and K. D. Ware. 1984. Slash pine site index from a polymorphic model by joining (splining) nonpolynomial segments with an algebraic difference method. *Forest Science* 30: 411-423.
- Carmean, W. H. 1972. Site index curves for upland oaks in the Central States. *Forest Science* 18: 109-120.
- Castañón M., L. J. 1962. Evaluación de la calidad de estación de *Pinus patula* en el norte de Oaxaca. Boletín Técnico No. 2. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales. México. 32 p.
- Castedo-Dorado, F., U. Diéguez-Aranda, M. Barrio-Anta and J. G. Álvarez-González. 2007. Modelling stand basal area growth for radiata pine plantations in Northwestern Spain using the GADA. *Annals of Forest Science* 64: 609-619.
- Cieszewski, C. J. 2002. Comparing fixed- and variable-base-age site equations having single versus multiple asymptotes. *Forest Science* 48: 7-23.

- Cieszewski, C. J., and R. L. Bailey. 2000. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science* 46: 116-126.
- Cieszewski, C. J., and I. E. Bella. 1989. Polymorphic height and site index curves for lodgepole pine in Alberta. *Canadian Journal of Forest Research* 19: 1151-1160.
- Cieszewski, C. J., and M. Strub. 2008. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. *Forest Science* 54: 303-315.
- Cieszewski, C. J., M. Strub, and M. Zasada. 2007. New dynamic site equation that fits best the Schwappach data for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Central Europe. *Forest Ecology and Management* 243: 83-93.
- Clutter, J. L., J. C. Forston, L. V. Pienaar, G. H. Brister, and R. L. Bailey. 1983. *Timber Management: A Quantitative Approach*. John Wiley & Sons, Inc. New York. 333 p.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2014. *Estrategia Nacional de Manejo Forestal Sustentable para el Incremento de la Producción y Productividad 2013-2018*. CONAFOR. México. [Folleto].
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). 2015. *Pinus patula* Schl. et Cham. CONAFOR. México. [Ficha Técnica].
- Diéguez-Aranda, U., F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez-González, and A. Rojo. 2006. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 36: 1190-1205.

- Diéguez-Aranda, U., A. Rojo A., F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez G., M. Barrio-Anta, F. Crecente-Campo, J. M. González, C. Pérez-Cruzado, R. Rodríguez S., C. A. López-Sánchez, M. Á. Balboa-Murias, J. J. Gorgoso V., y F. Sánchez R. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Unidad de Gestión Forestal Sostenible. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Santiago de Compostela. Galicia, España. 259 p.
- Espejel M., J. 2004. Índice de sitio, para *Pinus patula* Schl. et. Cham, en el Ejido Acuaco, municipio de Zaragoza, Puebla. Tesis Profesional. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 74 p.
- Goelz, J. C. G., and T. E. Burk. 1992. Development of a well-behaved site index equation: jack pine in north central Ontario. Canadian Journal of Forest Research 22: 776–784.
- Kiviste, A., J. G. Álvarez G., A. Rojo A., y A. D. Ruíz G. 2002. Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria. Madrid, España. 190 p.
- Klepac, D. 1976. Crecimiento e incremento de árboles y masas forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Departamento de Enseñanza, Investigación y Servicio en Bosques. Chapingo, México. 279 p.
- Korf, V. 1939. A mathematical definition of stand volume growth law. Lesnicka Prace 18: 337-379.

- Krumland, B., and H. Eng. 2005. Site index systems for major young-growth forest and woodland species in northern California. Department Forestry and Fire Protection. California Forestry Report No. 4. 219 p.
- Lazcano H., I. y M. E. Zepeda B. 2006. Estimación de secuestro de carbono para cuatro coníferas en la región de Chignahuapan, Puebla. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 200 p.
- Lenhart, D. J. 1972. An alternative procedure for improving height/age data from stem analysis. *Forest Science* 18: 332.
- Madrigal H., S., J. Moreno C., y I. Vázquez C. 2004. Comportamiento de dos métodos en la predicción y representación gráfica del índice de sitio. *Revista Ciencia Forestal en México* 29: 23-41.
- Martín-Benito, D., G. Gea-Izquierdo, M. del Río, and I. Cañellas. 2008. Long-term trends in dominant-height growth of black pine using dynamic models. *Forest Ecology and Management* 256: 1230-1238.
- Martínez-Salvador, M., R. D. Valdez-Cepeda y M. Pompa G. 2013. Influencia de variables físicas en la productividad de *Pinus arizonica* y *Pinus engelmannii* en el sur de Chihuahua, México. *Madera y Bosques* 19: 35–49.
- Monroy R., C. R. 1996. Índice de sitio para *Pinus patula* Schl. et Cham., en la región de Huayacocotla, Estado de Veracruz. *Revista Ciencia Forestal en México* 21: 57-77.
- Morales M., M. 2014. Estudio de Cuenca de Abasto para la Región Chignahuapan- Zacatlán. Asesores en Manejo de Recursos Forestales S.C. Puebla. 217 p. [Estudio Técnico].

- Neter, J., M. H. Kutner, C. J. Nachtsheim, and W. Wasserman. 1996. Applied Linear Statistical Models. 4th ed. Richard D. Irwin, Chicago. 1408 p.
- Newberry, J. D. 1991. A note on Carmean's estimate of height from stem analysis data. *Forest Science* 37: 368-369.
- Ortega, A., y G. Montero. 1988. Evaluación de la calidad de las estaciones forestales. Revisión bibliográfica. *Ecología* 2: 155-184.
- Payandeh, B., and Y. Wang. 1994. Relative accuracy of a new base-age invariant site index model. *Forest Science* 40: 341-348.
- Pienaar, L. V., and K. J. Turnbull. 1973. The Chapman-Richards generalization of Von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. *Forest Science* 19: 2-22.
- Rodríguez A., M., y B. Arteaga M. 2005. Índice de sitio para *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen, en los estados de Veracruz y Puebla, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 11: 39-44.
- Santiago-García, W., H. M. De los Santos-Posadas, G. Ángeles-Pérez, J. R. Valdez-Lazalde, y G. Ramírez-Valverde. 2013. Sistema compatible de crecimiento y rendimiento para rodales coetáneos de *Pinus patula*. *Revista Fitotecnia Mexicana* 36: 163-172.
- SAS Institute Inc. 2011. SAS/STAT® 9.3 User's Guide. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Schumacher, F. X. 1939. A new growth function curve and its application to timber-yield studies. *Journal of Forestry* 37: 819-820.
- Spurr, S. H., and B. V. Barnes. 1980. *Forest Ecology*. 3rd ed. John Wiley & Sons. New York. 687 p.

Tamarit-Urias, J. C., H. M. De los Santos-Posadas, A. Aldrete, J. R. Valdez-Lazalde, H. Ramírez-Maldonado y V. Guerra-De la Cruz. 2014. Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia* 48: 225-238.

Vargas-Larreta, B., O. A. Aguirre-Calderón, J. J. Corral-Rivas, F. Crecente-Campo y U. Diéguez-Aranda. 2013. Modelo de crecimiento en altura dominante e índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el noreste de México. *Agrociencia* 47: 91-106.