



“Enseñar la explotación de la tierra, no la del hombre”

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO



**CENTRO DE INVESTIGACIONES ECONÓMICAS, SOCIALES Y TECNOLÓGICAS
DE LA AGROINDUSTRIA Y LA AGRICULTURA MUNDIAL**

**ANÁLISIS FRACTAL Y DE SERIES DE TIEMPO DE
GRANOS BÁSICOS EN MÉXICO**

**QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE:
DOCTOR EN PROBLEMAS ECONÓMICO AGROINDUSTRIALES**

PRESENTA:

OLIVIA DELGADILLO RUIZ



DIRECCION GENERAL ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES

enero 28 de 2016

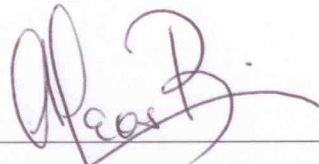
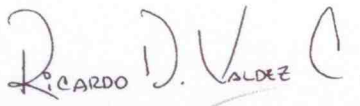
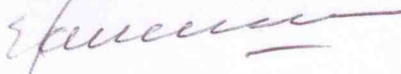

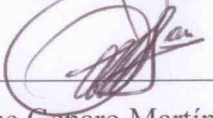
Chapingo, Estado de México

Posgrado
1996 **XX** 2016
aniversario

**ANÁLISIS FRACTAL Y DE SERIES DE TIEMPO DE GRANOS BÁSICOS
EN MÉXICO**

Tesis realizada por **Olivia Delgadillo Ruiz** bajo la dirección del Comité Asesor indicado,
aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

DOCTOR EN PROBLEMAS ECONÓMICO AGROINDUSTRIALES

DIRECTOR:	 _____ Dr. Juan Antonio Leos Rodríguez
CODIRECTOR:	 _____ Dr. Ricardo David Valdez Cepeda
ASESOR:	 _____ Dr. Pedro Pablo Ramírez Moreno
ASESOR:	 _____ Dr. José María Salas González
LECTOR EXTERNO:	 _____ Dr. Enrique Genaro Martínez González

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el financiamiento económico otorgado en la realización de mis estudios de Doctorado.

A la Universidad Autónoma Chapingo, en especial a CIESTAAM y a cada uno de sus profesores-investigadores por sus labores como docentes y sus virtudes como personas.

Al Dr. Ricardo David Valdez-Cepeda, profesor-investigador del CRUCeN-UACH, por su apoyo incondicional y motivación, sin su apoyo este trabajo de tesis no hubiera sido posible.

Al Dr. Juan Antonio Leos-Rodríguez, profesor-investigador de CIESTAAM-UACH, por la confianza, la motivación en cada seminario, sus acertados comentarios durante mi estancia en DOCPEA y para la realización de este trabajo.

Al Dr. Pedro Pablo Ramírez-Moreno, profesor-investigador de CIESTAAM-UACH, por los conocimientos brindados en el aula, los comentarios y aportes al trabajo de tesis, y su valiosa amistad.

Al Dr. José María Salas-González, profesor-investigador de CIESTAAM-UACH, por sus acertados comentarios y observaciones al trabajo de tesis que sin duda enriquecieron y sirvieron para la culminación de este trabajo de investigación.

Al Dr. Enrique Genaro Martínez-González, de la UTE en Gestión de la Innovación, por su disposición y aceptar ser el Lector Externo, por sus observaciones y su amistad.

A los Doctores Fidel Blanco-Macías, Rafael Magallanes-Quintanar y Santiago de Jesús Méndez-Gallegos, por la confianza, amistad, consejos, paciencia y apoyo infinitos brindados durante tanto tiempo.

A los Doctores Jorge Aguilar Ávila y Julio Baca del Moral por su valiosa amistad, confianza y sugerencias de áreas de mejora infinitas.

A Evelia, Amyris, Carlos e Iván, compañeros de DOCPEA por compartir inquietudes, éxitos, y fracasos pero sobre todo por su calidez y convivencia dentro y fuera del aula.

A Mundo, Elena, Betto, Briza, Rebe y Arge, por las risas, ocurrencias y todos los momentos compartidos en la Coordinación de Estudios de Posgrado de CIESTAAM. Gracias muchach@s!!

A tod@s Gracias.

DEDICATORIA

A mi padre. La persona más importante en mi vida.

A mi madre querida.

*A mis adorados hermanos:
Lucía, Eladio, Ma. de los Ángeles, Ma. Guadalupe y Miguel Ángel.*

A cada uno de mis amig@s por brindarme su valiosa amistad.

"Pienso que la difusión de la teoría del caos y la geometría fractal en las Ciencias Sociales es esencial para nuestra futura evolución, tal como el arte de contar fue esencial en los orígenes de nuestra cultura"

(Mandelbrot, 1977)

DATOS BIOGRÁFICOS

Olivia Delgadillo Ruiz nació el 5 de mayo de 1983 en el municipio de Zacatecas, estado de Zacatecas. Curso la educación primaria, secundaria y preparatoria en el municipio de Villa de Cos, Zac. En 2001 ingreso a la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ) obteniendo el grado de Licenciada en Matemáticas con opción terminal en Estadística en el año 2007. De 2007 a 2009 realizó estudios de Maestría en Economía en el Área de Economía de la Empresa en la Unidad Académica de Economía de la UAZ. De enero de 2012 a diciembre de 2015 cursó los créditos correspondientes al Programa de Doctorado en Problemas Económico Agroindustriales en CIESTAAM de la Universidad Autónoma Chapingo.

En los años 2009 y 2007 fue coautora de las publicaciones: **Tendencias de temperaturas extremas en Zacatecas, México** publicado en la Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas y **Scale invariance of normalized yearly mean grain yield anomaly series** publicado en Advances in Complex Systems. De 2009 a 2010 fue auxiliar en el Centro de Evaluación Estatal Zacatecas en la Evaluación del Programa de Capacitación y Asistencia Técnica, Ejercicio 2008 perteneciente a SAGARPA. De 2010 a 2012 fue ayudante de Investigador Nacional Nivel III, del Sistema Nacional de Investigadores perteneciente al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

Durante su estancia en CIESTAAM-UACH y como resultado de su trabajo de investigación, en 2015 se publicó el artículo titulado **Análisis fractal de series de tiempo de anomalías de variables de frijol en México** en la revista CIENCIA ergo-sum. Es coautora de los capítulos en libros: **Análisis con espectro potencial de series de rendimientos medios anuales de frijol en México**, en el libro: Investigación en Matemáticas, Economía y Ciencias Sociales editado por la Universidad Autónoma Chapingo; y **Cacao. Región Centro-Sierra** en Ingresos y Costos de Producción 2013. Unidades Representativas de Producción. Trópico Húmedo y Mesa Central-Paneles de Productores editado por CIESTAAM y UACH.

Además, participó en diferentes coloquios, congresos nacionales e internacionales como los organizados por el Instituto de Investigaciones Económicas de la UNAM, COMECSO, RNIIPAFAP, COLPOS, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla y UACH.

Su área de estudio es la econometría, series de tiempo y análisis fractal.

ANÁLISIS FRACTAL Y DE SERIES DE TIEMPO DE GRANOS BÁSICOS EN MÉXICO

FRACTAL ANALYSIS AND TIME SERIES OF BASIC GRAINS IN MEXICO

Olivia Delgadillo-Ruiz¹, Juan Antonio Leos-Rodríguez² y Ricardo David Valdez-Cepeda³

RESUMEN

A la fecha, una gran cantidad de investigaciones se han realizado usando relaciones lineales (del tipo $y=a+bx$) justificadas como funciones a las que se ajustan los datos. A lo largo del comportamiento de las series de tiempo la mayor parte de las tendencias son evidenciadas, sin embargo, el modelo lineal no ajusta perfectamente los datos por lo que algunas fluctuaciones pueden ser apreciadas, así que los detalles precisos de la dinámica subyacente no son claros. El objetivo fue caracterizar el comportamiento de las series de tiempo de granos básicos, mediante el uso de diversas técnicas econométricas, para entender los mecanismos que subyacen la presencia de leyes de escala en las series de tiempo y su interacción en los sistemas de producción de granos básicos en México. Las series de tiempo se analizaron con metodologías llamadas tradicionales como la propuesta por Box y Jenkins y con geometría fractal. Las estimaciones realizadas con el enfoque de series de tiempo indican que en el corto plazo (2010-2020) los rendimientos de maíz, frijol y arroz se incrementarán, mientras que los rendimientos de trigo se mantendrán constantes. Con estas estimaciones de rendimiento; respetando los escenarios de población planteados por INEGI, ONU y CONAPO, manteniendo constante la superficie cultivada y considerando que la frontera agrícola llegó a su máxima capacidad, y el consumo *per cápita* de granos básicos actuales, México solo será autosuficiente en la producción de frijol. Valores de dimensión fractal (D_v) y exponente de Hurst (H) estimados con la técnica de variografía oscilaron entre 1.347 a 1.889 para D_v y de 0.111 a 0.653 para H. De las veinte variables involucradas, en quince las variaciones de corto plazo fueron las dominantes. Las series muestran un comportamiento antipersistente o caótico. En el resto, las variaciones de largo plazo (tendencias) son las dominantes. El análisis de series de rendimientos medios anuales de granos básicos mediante la técnica de espectro potencial permitió asociar y comprender su comportamiento con fenómenos periódicos exógenos a los sistemas de producción con influencia global. Los fenómenos identificados fueron el ciclo cuasibianual, Fenómeno Oscilación del Sur-El Niño (ENSO), los ciclos de manchas solares y magnético del sol.

Palabras clave: Box y Jenkins, Dimensión Fractal, Variograma, Espectro Potencial, Pronósticos.

¹Tesista. ²Director. ³Codirector

ABSTRACT

Hitherto, a lot of research has been done using linear relationship ($y=a+bx$) justified as functions that the data fit. Throughout the behavior of the time series most trends are evidenced, however, some fluctuations can be appreciated, so the precise details of the underlying dynamics are not clear. The objective was to characterize the behavior of the time series of basic grains, using econometric techniques to understand the mechanisms underlying the presence of scaling laws in the time series and their interaction in systems production of basic grains in Mexico. Time series were analyzed using Box and Jenkins and fractal geometry methodologies. Time series methodology forecast indicate that in the short term (2010-2020) yields of maize, beans and rice will increase, while wheat yields will be constant. With these forecasts of yields; respecting population scenarios posed by INEGI, ONU and CONAPO, constant acreage and whereas the agricultural frontier reached full capacity, and the actual per capita consumption of basic grains, Mexico will only be self-sufficient in the production of beans. Fractal dimension values (D_v) and Hurst exponent (H) estimated with variography technique ranged from 1.347 a 1.889 for D_v and 0.111 a 0.653 for H. Of the twenty variables involved in fifteen variables the short-term variations were dominant. The series show antipersistent or chaotic behavior. In the rest, long-term changes (trends) is the dominant. The analysis of mean grain yields annual series of basic grains by power spectrum technique associate allowed and understand their behavior associated with exogenous to production systems with global influence periodic phenomena. The phenomena were identified quasi-biannual oscillation, the El Niño Southern Oscillation (ENSO), magnetic and sunspot cycles of the sun.

Key words: Box and Jenkins, Fractal Dimension, Variography, Power Spectrum, Forecasts.

ÍNDICE DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	1
<i>Planteamiento del problema</i>	3
<i>Justificación</i>	4
<i>Objetivo</i>	5
<i>Hipótesis</i>	6
CAPÍTULO 2. PRONÓSTICOS Y SERIES DE TIEMPO DE RENDIMIENTOS DE GRANOS BÁSICOS EN MÉXICO.....	8
RESUMEN.....	8
ABSTRACT.....	9
INTRODUCCIÓN	9
MATERIALES Y MÉTODOS	12
<i>Metodología Box-Jenkins (ARIMA)</i>	12
<i>Suavización Exponencial</i>	13
<i>Método de Holt de suavización exponencial.</i>	14
<i>Método de Brown.</i>	15
RESULTADOS.....	16
DISCUSIÓN.....	17
CONCLUSIONES	20
Anexo I.....	22
CAPÍTULO 3. ANÁLISIS FRACTAL DE SERIES DE TIEMPO DE VARIABLES DE GRANOS BÁSICOS EN MÉXICO	29
3. 1. ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO DE VARIABLES DE MAÍZ, TRIGO Y ARROZ EN MÉXICO UTILIZANDO VARIOGRAMAS	30
RESUMEN.....	30
ABSTRACT	31
INTRODUCCIÓN	32
MATERIALES Y MÉTODOS	34
<i>Técnica de Variografía</i>	34
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	36
CONCLUSIONES	44
Anexo II. Variogramas estimados para series de tiempo de variables de granos básicos.....	46

3. 1. 1. ANÁLISIS FRACTAL DE SERIES DE TIEMPO DE ANOMALÍAS DE VARIABLES DE FRIJOL EN MÉXICO	54
RESUMEN.....	54
ABSTRACT	54
INTRODUCCIÓN	55
MATERIALES Y MÉTODOS	57
<i>Análisis fractal</i>	58
<i>Técnica de variografía</i>	59
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	62
CONCLUSIONES	66
PROSPECTIVA	66
Anexo III. Variogramas estimados para series de tiempo de variables de frijol en México.....	69
Anexo IV	72
Anexo V. Series de anomalías normalizadas de variables de frijol en México	75
Anexo VI. Variogramas log-log de las series de anomalías normalizadas de variables de frijol ..	78
3. 2. ANÁLISIS CON ESPECTRO POTENCIAL DE SERIES DE TIEMPO DE RENDIMIENTOS DE GRANOS BÁSICOS EN MÉXICO	81
RESUMEN.....	81
ABSTRACT	82
INTRODUCCIÓN	83
MATERIALES Y MÉTODOS	87
<i>Técnica de Espectro Potencial</i>	88
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	90
CONCLUSIONES	97
CAPÍTULO 4. DISCUSIÓN GENERAL	98
LITERATURA CITADA.....	102

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 2. 1. Estadísticos de las series de rendimientos de granos básicos en México.....	22
Cuadro 2. 2. Modelos de pronósticos estimados para series de rendimientos de granos básicos en México.....	22
Cuadro 2. 3. Valor de pronósticos para las series de rendimientos de granos básicos en México	23
Cuadro 2. 4. Supuestos de producción de granos básicos en México bajo diferentes escenarios de población	24
Cuadro 3. 1. Estadísticas descriptivas de variables de granos básicos en México.....	37
Cuadro 3. 2. Parámetros de fractalidad estimados con variogramas log-log	39
Cuadro 3. 3. Parámetros de fractalidad estimados para las series de rendimientos medios anuales de granos básicos en México mediante la técnica de espectro potencial	91
Cuadro 3.1. 1. Descripción de las series de tiempo de superficie cosechada (ha), producción (kg), rendimientos (kg ha^{-1}), volúmenes exportados (kg) e importados (kg) de frijol.....	63
Cuadro 3.1. 2. Parámetros de fractalidad estimados con los variogramas log-log para las series de anomalías de superficie cosechada, producción, rendimiento, volúmenes exportados e importados de frijol.	65

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de estructura capitular de tesis (outline)	7
Figura 2. 1. Rendimiento de maíz en México de 1897-2009	25
Figura 2. 2. Rendimiento de frijol en México de 1897-2009	25
Figura 2. 3. Rendimiento de trigo en México de 1897-2009	26
Figura 2. 4. Rendimiento de arroz en México de 1897-2009.....	26
Figura 2. 5. Estimación de rendimiento de maíz en México de 2010-2020.....	27
Figura 2. 6. Estimación de rendimiento de frijol en México de 2010-2020	27
Figura 2. 7. Estimación de rendimiento de trigo en México de 2010-2020	28
Figura 2. 8. Estimación de rendimiento de arroz en México de 2010-2020	28
Figura 3. 1. Variograma estimado para superficie cosechada de arroz en México de 1897-2012.....	46
Figura 3. 2. Variograma estimado para superficie cosechada de maíz en México de 1897-2012	46
Figura 3. 3. Variograma estimado para superficie cosechada de trigo en México de 1897-2012	47
Figura 3. 4. Variograma estimado para volumen de producción de arroz en México de 1897-2012.....	47
Figura 3. 5. Variograma estimado para volumen de producción de maíz en México de 1897-2012.....	48
Figura 3. 6. Variograma estimado para volumen de producción de trigo en México de 1897-2012	48
Figura 3. 7. Variograma estimado para rendimiento de arroz en México de 1897-2012.....	49
Figura 3. 8. Variograma estimado para rendimiento de maíz en México de 1897-2012	49
Figura 3. 9. Variograma estimado para rendimiento de trigo en México de 1897-2012	50
Figura 3. 10. Variograma estimado para volumen importado de arroz en México de 1925-2012	50
Figura 3. 11. Variograma estimado para volumen importado de maíz en México de 1925-2012.....	51
Figura 3. 12. Variograma estimado para volumen importado de trigo en México de 1925-2012.....	51
Figura 3. 13. Variograma estimado para volumen exportado de arroz en México de 1955-2012	52
Figura 3. 14. Variograma estimado para volumen exportado de maíz en México de 1955-2012	52

Figura 3. 15. Variograma estimado para volumen exportado de trigo en México de 1955-2012	53
Figura 3. 16. Rendimientos medios anuales de maíz, frijol, trigo y arroz en México de 1897-2012	88
Figura 3. 17. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas de rendimiento de arroz en México de 1987 a 2012	93
Figura 3. 18. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas rendimiento de frijol en México de 1987 a 2012	93
Figura 3. 19. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas de rendimiento de maíz en México de 1987 a 2012	94
Figura 3. 20. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas de rendimiento de trigo en México de 1987 a 2012	94
Figura 3.1. 1. Serie de volumen exportado (t) de frijol producida en México de 1925 a 2010.....	69
Figura 3.1. 2. Serie de volumen importado (t) de frijol a México de 1925 a 2010.....	69
Figura 3.1. 3. Serie de superficie cosechada (ha) de frijol en México de 1897 a 2012	70
Figura 3.1. 4. Serie de volumen de producción (kg) de frijol en México de 1897 a 2012.....	70
Figura 3.1. 5. Serie de rendimiento medio anual (kg ha-1) de frijol en México de 1897 a 2012 ..	71
Figura 3.1. 6. Variograma experimental para la serie de volumen exportado de frijol producido en México de 1925 a 2010	72
Figura 3.1. 7. Variograma experimental para la serie de volumen importado de frijol a México de 1925 a 2010	72
Figura 3.1. 8. Variograma experimental para la serie de superficie cosechada de frijol en México de 1897 a 2012	73
Figura 3.1. 9. Variograma experimental para la serie de volumen de producción de frijol en México de 1897 a 2012	73
Figura 3.1. 10. Variograma experimental para la serie de rendimiento medio anual de frijol en México de 1897 a 2012	74
Figura 3.1. 11. Volumen exportado de frijol producido en México.....	75

Figura 3.1. 12. Volumen importado de frijol a México	75
Figura 3.1. 13. Superficie cosechada de frijol en México.....	76
Figura 3.1. 14. Volumen de producción de frijol en México	76
Figura 3.1. 15. Rendimiento medio anual de frijol en México	77
Figura 3.1. 16. Volumen exportado de frijol de 1925 a 2010	78
Figura 3.1. 17. Volumen importado de frijol de 1925 a 2010.....	78
Figura 3.1. 18. Superficie cosechada de frijol de 1897 a 2012	79
Figura 3.1. 19. Volumen de producción de frijol de 1897 a 2012	79
Figura 3.1. 20. Rendimiento medio anual de frijol de 1897 a 2012.....	80
Figura 3.2. 1. Rendimientos medios anuales de maíz, frijol, trigo y arroz en México de 1897-2012	88
Figura 3.2. 2. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas de rendimiento de arroz en México de 1987 a 2012	93
Figura 3.2. 3. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas rendimiento de frijol en México de 1987 a 2012	93
Figura 3.2. 4. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas de rendimiento de maíz en México de 1987 a 2012	94
Figura 3.2. 5. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas de rendimiento de trigo en México de 1987 a 2012	94

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas agrícolas exhiben un comportamiento regular, caótico o estocástico que ha sido difícil de caracterizar y cuantificar (Wales, 1991). Varias metodologías tradicionales han sido sustituidas por procedimientos modernos que durante su aplicación llevan implícito un considerable procesamiento estadístico de los datos para poder caracterizar, cuantificar y extraer información valiosa de los mismos (Rangel *et al.*, 2009).

Los modelos matemáticos han sido aplicados a una amplia gama de situaciones en la toma de decisiones en diversas áreas de la ciencia. Por ejemplo, los modelos causales unen a la teoría económica, estadística y matemática para establecer relaciones entre una variable dependiente y una o más variables explicativas con el fin de establecer una predicción (Escalante *et al.*, 2001). A la fecha, una gran cantidad de investigaciones se han realizado usando relaciones lineales (del tipo $y=a+bx$) justificadas como funciones a las que se ajustan los datos. Ello significa, por ejemplo, que los cambios en los rendimientos comerciales de los cultivos a través del tiempo son atribuidos principalmente a factores endógenos a los sistemas agrícolas, tales como diversos avances tecnológicos incluyendo el uso de fertilizantes inorgánicos, mecanización, pesticidas y cultivares de alto rendimiento (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998).

El análisis de series de tiempo tiene aplicación en muchos campos del conocimiento. Algunas de estas series serán anuales, otras mensuales e, incluso, diarias. Para su análisis se utilizan métodos que ayudan a interpretarlas y que permiten predecir su comportamiento en algún momento.

Autores como Box y Jenkins (1976), Claveland (1972), Nelson (1973), Bowerman y O'Connell (1993) desarrollaron diferentes enfoques de pronósticos económicos basados en series de tiempo. Los más empleados son: métodos de suavizamiento exponencial, modelos de regresión uni ecuacionales, modelos de regresión de ecuaciones simultáneas, modelos autorregresivos integrados de promedios móviles (ARIMA) y modelos de vectores autorregresivos (VAR).

Al igual que las series de tiempo, los conceptos de la geometría fractal se han aplicado en el estudio del comportamiento de series de tiempo. La geometría fractal ha surgido como un complemento de la geometría euclidiana para explicar y describir los objetos y formas de una mejor manera (Lento, 2013; Grönlund *et al.*, 2012).

Las series de tiempo que se caracterizan por una dimensión no entera (dimensión fractal) son tratadas como series aleatorias o perfiles autoafines (Fattahi *et al.*, 2011; Mandelbrot, 1982). Fenómenos como terremotos, erupciones volcánicas, patrones de vegetación, radiación solar, temperatura, precipitación, propiedades del suelo, atributos de las plantas, precios de los productos agrícolas, comportamiento de índices financieros, entre otros, son descritos mejor por una dimensión cuyo valor no es precisamente entero, pero sí fracción o fractal (Grönlund *et al.*, 2012; Blanco-Macías *et al.*, 2011; Fattahi *et al.*, 2011; Dominique *et al.*, 2011).

Los procesos involucrados en la producción agrícola o en los sistemas agrícolas se caracterizan por autosimilitud o autoafinidad en términos de distribuciones en tiempo, espacio o tiempo-espacio. Por consiguiente, los fenómenos implicados en los sistemas agrícolas también pueden ser estudiados como sistemas complejos *per se* al considerar una diversidad de escalas espacial, temporal o de espacio-temporal intrínseca, es decir, como sistemas complejos con *invarianza de escala* (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998).

Planteamiento del problema

Metodologías diferentes para el análisis de información se han aplicado en países desarrollados con el fin de realizar planeación y controles adecuados en los planes gubernamentales. En países en desarrollo, el panorama es diferente, si bien, algunos tomadores de decisiones están conscientes de la utilidad del análisis de información, esto no puede considerarse como un caso común (Guerrero, 1990).

Además, al existir una amplia gama de metodologías para realizar un mismo tipo de análisis, es necesario realizar una discriminación de éstas para elegir la o las que mejor se adapte(n) de manera razonable a las necesidades particulares. Por ejemplo, en el análisis de información de los sistemas agrícolas a lo largo de series de tiempo de granos básicos en México, la mayor parte de las tendencias son evidenciadas (líneas rectas a las que se ajustan los datos); sin embargo, algunas fluctuaciones pueden ser apreciadas, así que los detalles precisos de la dinámica subyacente de la serie de tiempo no son claros (Valdez-Cepeda *et al.*, 2007).

Entonces, la aplicación de metodologías en el análisis de información en series de tiempo aplicadas a los sistemas de producción de granos básicos en México permitirá responder las preguntas ¿Cómo ha sido el comportamiento de las series de tiempo de granos básicos en México?, ¿los registros en el tiempo de las variables permiten extrapolar y predecir su comportamiento?, ¿el comportamiento de las series de tiempo de producción de granos básicos es afectado por fuerzas externas (aquellas no manipuladas en los sistemas agrícolas) que operan a diferentes escalas de tiempo?. Luego, ¿será factible entender los posibles mecanismos que subyacen en la presencia de leyes de escala en las series de producción de granos básicos en México?

Justificación

En la revisión de las tendencias de los cultivos mexicanos se deben sumar variables exógenas a los sistemas de producción, que pueden influir en el comportamiento e impacto de las políticas agrícolas en sí, por ejemplo: los precios internacionales de los productos primarios, el crecimiento rápido y sostenido de economías emergentes clave que ejercen presión sobre los precios de los alimentos, la generación de nuevas fuentes de energía a partir de granos alimentarios básicos, como el maíz (McFarlin, 2011; Shuman, 2012; Tubiello *et al.*, 2007).

Una manera de analizar las tendencias y comportamiento de los cultivos mexicanos es con diferentes metodologías de series de tiempo y herramientas estadísticas de la geometría fractal. Las primeras han sido utilizadas para guiar la toma de algunas decisiones. Ellas se utilizan para decidir ¿qué producir?, ¿cuándo producir? y ¿dónde producir? (Tripathi *et al.*, 2014; Michel y Makowski, 2013; Suleman y Sarpong, 2012; Boken 2000).

Deaton (2015) menciona que en la medida de lo posible hay que respaldar los argumentos con datos y gráficas. No se puede discutir coherentemente progreso sin definiciones y evidencia que lo respalde. A menos de que entendamos cómo es que se acopian los datos y qué significan, corremos el riesgo de ver problemas donde no los hay, de soslayar necesidades urgentes que se pueden solucionar y de recomendar políticas equivocadas.

Por su parte, las herramientas estadísticas de la geometría fractal permiten distinguir fenómenos periódicos que operan a distintas escalas de tiempo y que posiblemente influyen en el comportamiento de los sistemas agrícolas especialmente en las series de granos básicos. Evidenciar el comportamiento de las series puede ser de utilidad para comparar diversos conjuntos de datos con base en sus niveles de complejidad, en los cuales la información está ordenada en secuencias o series de tiempo (Valdez-Cepeda *et al.*, 2007).

De manera tal que la caracterización de la evolución de la producción de granos básicos en México, los pronósticos de producción y la identificación de frecuencias importantes en las series temporales que operan a diferentes escalas de tiempo puede ser de gran utilidad para los tomadores de decisiones en el proceso de producción y compra-venta en los sistemas agrícolas.

Objetivo

Caracterizar el comportamiento de las series de tiempo de granos básicos, mediante el uso de diversas técnicas econométricas, para entender los mecanismos que subyacen la presencia de leyes de escala en las series de tiempo.

Objetivos específicos

Extrapolar el comportamiento de las series de tiempo de rendimientos de granos básicos, mediante el uso de diferentes métodos de pronósticos, metodologías de análisis de series de tiempo (metodologías tradicionales como la de Box y Jenkins) para comparar los diferentes métodos y predecir sus valores en el corto, mediano y largo plazo.

Comparar la complejidad de las series de tiempo mediante sus valores de dimensión fractal e identificar frecuencias importantes en las series de tiempo de granos básicos, mediante el uso de

la geometría fractal para la determinación de su posible relación con fenómenos exógenos a los sistemas agrícolas como actividad solar (número de manchas solares) y Oscilación del Sur-El Niño (ENSO) que operan a diferentes escalas de tiempo.

Hipótesis

Mediante al análisis de series de tiempo con metodologías tradicionales (como la de Box y Jenkins) es posible extrapolar y predecir el comportamiento de las series de tiempo de rendimientos de granos básicos en México.

Es posible caracterizar y comparar las series de tiempo de granos básicos mediante el uso de la geometría fractal. Algunos periodos de las series de tiempo de granos básicos se asociarán con fenómenos exógenos a los sistemas agrícolas como el número de manchas solares y El Niño al considerar la frecuencia en la que ocurren y que influyen en su comportamiento.

Este trabajo de tesis se compone de cuatro capítulos. Su esquema de integración se muestra en la Figura 1. 1. El Capítulo 1 incluye el problema, justificación, objetivos e hipótesis. Los capítulos 2 y 3 están estructurados en forma de artículos científicos con introducción, metodología, resultados y discusión, y conclusiones.

En el capítulo 2 se analizan las series de tiempo de rendimientos de granos básicos con metodologías llamadas “tradicionales” o de series de tiempo, como la propuesta por Box y Jenkins.

En el capítulo 3 se caracteriza el comportamiento de las series de tiempo de granos básicos con la metodología llamada geometría fractal. Este capítulo se subdivide en dos apartados: en el apartado 3.1 se analizan las series de tiempo utilizando la técnica de variograma. En el apartado 3.2 se analiza el comportamiento de las series de rendimiento de granos básicos utilizando la técnica de espectro potencial y se asocia su comportamiento con fenómenos periódicos exógenos a los sistemas agrícolas. En el capítulo 4 se discute y concluye de forma general. Finalmente se enlista la literatura citada.

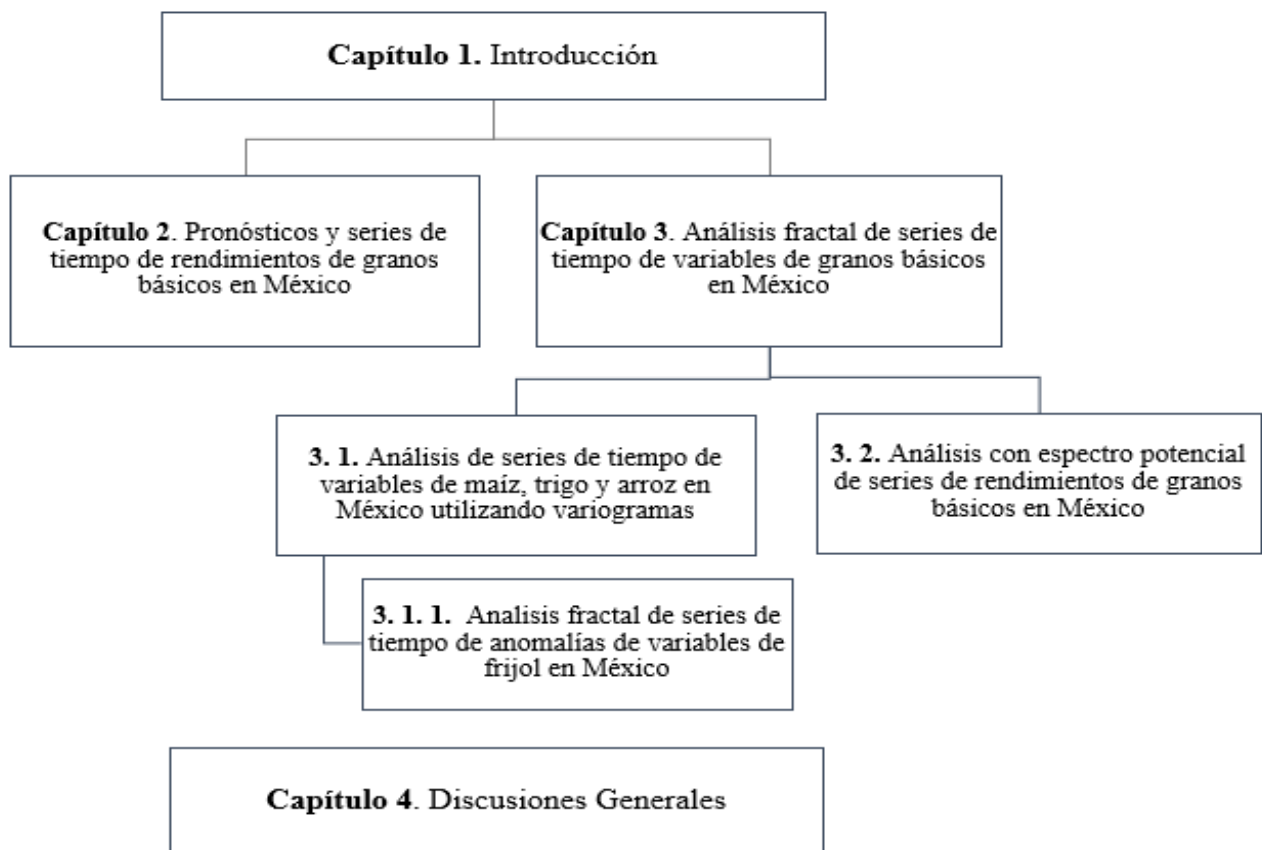


Figura 1. Diagrama de estructura capitular de tesis (outline)

CAPÍTULO 2. PRONÓSTICOS Y SERIES DE TIEMPO DE RENDIMIENTOS DE GRANOS BÁSICOS EN MÉXICO¹

FORECASTS AND TIME SERIES OF BASIC GRAINS YIELD IN MEXICO

RESUMEN

La metodología de Series de tiempo fue empleada en este estudio para comparar diferentes métodos de pronósticos en series de rendimiento de granos básicos (maíz, frijol, trigo y arroz) en México y predecir sus valores en el corto plazo. Los pronósticos se realizaron empleando los modelos ARIMA (1,0,1) para maíz, Modelo de Brow con $\alpha=0.202$ para frijol, Suavización Exponencial Simple con $\alpha=0.7576$ para trigo y Modelo de Holt con $\alpha=0.5024$ y $\beta=0.0366$ para arroz. Estos modelos fueron seleccionados utilizando los criterios de ECM y de Akaike. Los resultados indican que en el corto plazo los rendimientos de maíz, frijol y arroz se incrementarán; mientras que, los rendimientos de trigo se mantendrán constantes. Además, en diferentes escenarios de población, manteniendo constante la superficie cultivada y el consumo *per cápita* de granos básicos, en el largo plazo México solo será autosuficiente en la producción de frijol. Los pronósticos obtenidos en este trabajo pueden ser utilizados en la toma de decisiones de producción y compra-venta de granos.

Palabras Clave: Modelos estadísticos, Box y Jenkins, ARIMA

¹Artículo editado y enviado para su posible publicación en la revista Acta Universitaria. Revista Científica Multidisciplinaria. publicación bimestral editada por la Universidad de Guanajuato a través de la Dirección de Apoyo a la Investigación y al Posgrado. Guanajuato, Gto., México. Página web: www.actauniversitaria.ugto.mx

ABSTRACT

The time series methodology was used in this study to compare different methods of forecasting in yield series of basic grains (maize, beans, wheat and rice) in Mexico for predict their values in the short term. The forecasts model were ARIMA (1,0,1) for maize, Brow model with $\alpha=0.202$ for beans, simple exponential smoothing with $\alpha=0.757$ for wheat and Holt model with $\alpha = 0.5024$ and $\beta = 0.0366$ for rice. The models were selected using MAE and Akaike tests. The results indicate that in the short term yields of maize, beans and rice will increase; whereas wheat yields remain constant. In addition, under different scenarios of population, keeping constant acreage and *per capita* consumption of basic grains, in the large term Mexico will only be self-sufficient in the production of beans. Forecasts obtained in this study can be used in making production and buy-sale of grains decisions.

Keywords: statistical models, Box and Jenkins, ARIMA

INTRODUCCIÓN

Los pronósticos se utilizan en diversas áreas de las empresas y el gobierno a fin de guiar en la toma de algunas decisiones. En particular, las empresas requieren pronósticos de precios y disponibilidad de insumos futuros a fin de guiar las decisiones de producción (Bowerman *et al.*, 2009). En actividades agropecuarias como la productiva, los pronósticos se utilizan para decidir qué producir (un producto en específico o una combinación de productos), cuándo producir, y dónde producir (Tripathi *et al.*, 2014; Michel y Makowski, 2013; Suleman y Sarpong, 2012; Boken 2000).

Diferentes modelos estadísticos han sido empleados en el pronóstico de rendimientos. Modelos con enfoque de series de tiempo y agronómico ecológico (incluyen datos de clima – temperatura y precipitación-, suelo, masa vegetal, datos satelitales –fotografías-). El enfoque de series de tiempo ha sido utilizado para predecir tendencias de rendimientos de cultivos anuales, rendimientos de frutales y rendimientos de leche.

Entre los investigadores que han explorado diversos métodos de pronósticos podemos mencionar a Boken (2000) quien estimó rendimientos de trigo en Canadá usando seis diferentes métodos de análisis de series de tiempo. Los métodos usados por Boken fueron regresión lineal, promedios móviles simples, suavización exponencial simple, suavización exponencial doble y modelos ARIMA. Kumar-Sahu y Kumar (2013) utilizaron métodos de suavización exponencial simple, suavización exponencial doble, promedios móviles y método de Naïve para pronosticar las ventas de leche en India.

Los modelos ARIMA han sido utilizados en la estimación de la producción de diversos cultivos, en diferentes partes del mundo. Por ejemplo, Amir-Hamjah (2014) estimó la producción de cultivos frutales (plátano, guayaba, papaya, piña y mango) en Bangladesh. Tripathi *et al.* (2014) estimaron la producción de arroz en India. Amin *et al.*, (2014) estimaron la superficie cultivada y la producción de trigo en Pakistán. Jambhulkar (2013) estimó la producción de arroz en India. Suleman y Sarpong (2012) estimaron la producción de arroz molido en Ghana. Badmus y Ariyo (2011) estimaron la superficie cultivada y la producción de maíz en Nigeria. Falak y Eatzas (2008) estimaron la producción de trigo en Pakistán.

Por otro lado, se estima que la población mundial seguirá un comportamiento de crecimiento, por lo que la agricultura se enfrentará a grandes retos en los próximos decenios y

existe incertidumbre sobre su capacidad para alimentar a la población. Así, los pronósticos de rendimientos de cultivos estimados a partir del análisis de series de tiempo han sido empleados con frecuencia en estudios de prospectiva sobre seguridad alimentaria de organismos nacionales y regionales (Michel y Makowski, 2013).

En México, se estima la producción de alrededor de 480 cultivos a escala comercial. El maíz, frijol, trigo y arroz se clasifican como cultivos de granos básicos. Estos son considerados como básicos o de consumo directo por la cantidad de superficie (ha) que se destina para su cultivo, su producción de autoconsumo y el valor económico de la producción.

La Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación (SAGARPA), a través del Sistema de Información Agroalimentaria de Consulta (SIACON), reportó que la superficie cultivada en el ciclo agrícola 2013 fue de 22.1 millones de ha con un valor de producción de 230,922 millones de pesos. El 45% de la superficie fue cultivado con algún grano básico. A dicha superficie corresponde el 44% del valor de la producción.

De los cultivos de granos básicos, en el ciclo agrícola 2013, el cultivo de maíz fue el que más superficie ocupó para su producción (7.5 millones de ha), le siguen frijol (1.8 millones de ha), trigo (0.6 millones de ha) y arroz (0.03 millones de ha).

OBJETIVO

El objetivo de esta investigación fue comparar diferentes métodos de pronósticos para analizar series de tiempo de rendimiento de granos básicos (maíz, frijol, trigo y arroz) en México y predecir sus valores en el corto y largo plazo.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los datos de series de tiempo de rendimiento ($t \text{ ha}^{-1}$) (de 1897 a 2009, 112 años) de granos básicos se obtuvieron de SIACON dependiente de SAGARPA, así como de la antigua Subsecretaría de Agricultura y Operación, dependiente de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH, 1983). Los datos contemplan el año agrícola (primavera-verano más otoño-invierno) y el régimen hídrico de riego más temporal, lo que aporta una sola cifra.

Metodología Box-Jenkins (ARIMA)

En 1976, Box y Jenkins publicaron *Times Series Analysis: forecasting and control*. Esta publicación marcó el inicio de una nueva generación de herramientas de pronóstico; popularmente conocida como metodología Box and Jenkins, pero técnicamente conocida como ARIMA (Stellwagen y Tashman, 2013). La metodología Box y Jenkins para la construcción de modelos de series de tiempo consiste en modelar el proceso generador de un conjunto de datos. Consta de un procedimiento iterativo de cuatro etapas: identificación, estimación, comprobación y pronóstico (Kumar y Anand, 2015; Stellwagen y Tashman, 2013; Bowerman *et al.*, 2009).

En la etapa Identificación se utilizan datos antiguos para identificar en forma tentativa un modelo apropiado de Box y Jenkins. En la etapa Estimación se utilizan datos antiguos para estimar los parámetros del modelo identificado en forma tentativa. En la etapa Comprobación se utilizan varios diagnósticos para comprobar si es adecuado el modelo identificado en forma tentativa, y, si es necesario, recomendar un modelo mejorado. Una vez que se obtuvo el modelo final, se usa para pronosticar valores futuros de series temporales (Stellwagen y Tashman, 2013; Bowerman *et al.*, 2009; Gujarati y Porter 2010).

Los modelos de pronósticos de Box y Jenkins son empleados en el análisis de series temporales estacionarias. Una serie de tiempo es estacionaria si las propiedades estadísticas (media y varianza) son constantes a través del tiempo. Un proceso es estacionario en dos sentidos. Sentido estricto o fuerte cuando la distribución de probabilidad conjunta de cualquier parte de la secuencia de variables aleatorias es invariante del tiempo (Ecuación 1). Sentido débil si los momentos de primer y segundo orden de la distribución (esperanzas, varianzas, covarianzas) son constantes a lo largo del tiempo.

$$F(x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+k}) = F(x_{t+\tau}, x_{t+1+\tau}, \dots, x_{t+k+\tau}) \quad (1)$$

Si la serie no es estacionaria se debe transformar en una serie de valores hasta tener una serie temporal estacionaria. Uno de los métodos empleados para transformar una serie temporal no estacionaria en estacionaria es obteniendo las primeras diferencias de los valores de la serie temporal no estacionaria (Bowerman *et al.*, 2009).

Al igual que los modelos Box y Jenkins, existen diferentes procedimientos como: Suavización exponencial simple, Suavización exponencial doble o método de Brown, Método de Holt, entre otros, para encontrar un modelo que permita hacer pronósticos de los valores de una serie de tiempo.

Suavización Exponencial. Es un método que se usa para pronosticar una serie temporal cuando no hay tendencia o patrón estacional, pero la media cambia lentamente en el tiempo (Bowerman *et al.*, 2009).

El procedimiento de suavización exponencial simple inicia con el cálculo de una estimación inicial l_0 de la media de la serie en el periodo $t = 0$. La ecuación de suavización está dada por:

$$l_T = \alpha y_T + (1 - \alpha)l_{T-1} \quad (2)$$

En este caso, α es una constante de suavización entre 0 y 1. La ecuación (2) plantea que l_T , la estimación del nivel efectuada en el periodo T, es igual a una fracción α de la observación y_T apenas observada de la serie temporal, más una fracción $(1 - \alpha)$ de l_{T-1} , la estimación del nivel efectuada en el periodo T-1. A medida que cambie el nivel del proceso, más influye en la estimación un valor de la serie temporal recientemente observado y, por consiguiente, más grande debe ser la constante de suavización α (Choudhury y Jones, 2014; Bowerman *et al.*, 2009).

Método de Holt de suavización exponencial. Para utilizar el método de Holt, suponemos que todos los movimientos de tendencia futuros continuaran a partir del último nivel suavizado. Sea l_{T-1} la estimación del nivel de la serie temporal en el periodo T-1, y con b_{T-1} la estimación de la tasa de crecimiento de la serie temporal en el tiempo T-1.

Entonces, si observamos un nuevo valor y_T de la serie temporal en el periodo T, usamos dos ecuaciones de suavización para actualizar las estimaciones l_{T-1} y b_{T-1} . La estimación del nivel en el periodo T utiliza la constante de suavización α . La ecuación de estimación es

$$l_T = \alpha y_T + (1 - \alpha)[l_{T-1} + b_{T-1}] \quad (3)$$

El modelo de Holt se utiliza cuando existe la presencia de una tendencia en la serie de tiempo. La elección de las constantes de suavización α y b afecta al valor de los resultados.

Un valor pequeño de α da mayor peso a los valores más antiguos y un mayor valor en dicha constante da mayor peso a los niveles más recientes. Igualmente, un valor pequeño de b da mayor peso a las tendencias más antiguas en la serie y un menor valor de la constante da mayor peso a las tendencias de la serie más recientes.

Método de Brown. En este método se calcula primero una suavización exponencial simple para cada valor de la serie. Con los datos resultantes se calcula otra suavización exponencial. Una doble técnica de suavización es usada cuando la serie presenta un componente de tendencia.

$$l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)[l_{t-1} + T_{t-1}] \quad (4)$$

$$T_t = \alpha(L_t - L_{t-1}) + (1 - \alpha)T_{t-1} \quad (5)$$

Al elegir un modelo de pronóstico para la serie de tiempo, es necesario validarlo.

Se reconoce la presencia de incertidumbre en el pronóstico, por lo que se incluye un componente irregular en la descripción de la serie de tiempo. La presencia de esta componente indica la presencia de algún error en el pronóstico (Bowerman *et al.*, 2009).

La exactitud con la que se puede predecir cada uno de los componentes de la serie de tiempo influye en la magnitud del error de los pronósticos. Los errores de predicción grandes indicarían que el componente irregular es tan grande que ninguna técnica de predicción podrá generar pronósticos exactos. Con frecuencia, un examen de los errores de pronóstico en el tiempo indica si la técnica de predicción va de acuerdo o no con el patrón de la serie. Para medir la magnitud de los errores y determinar si es posible el pronóstico exacto, se puede considerar el valor del error cuadrático medio (ECM).

Esta medida es el promedio de los errores cuadráticos de todos los pronósticos (Ecuación 6).

$$ECM = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \widehat{y}_t)^2}{n} \quad (6)$$

El mejor modelo será aquel cuyo valor de ECM sea menor.

Criterio de Información de Akaike (AIC). Es una medida de bondad de ajuste. Este criterio mide el balance entre la bondad de ajuste y el grado de complejidad del modelo.

$$AIC = -2 \ln(L) + 2k \quad (7)$$

donde L es el valor de la función de verosimilitud valorada en el estimador del parámetro y k es el número de parámetros estimados. El mejor modelo será aquel cuyo valor de AIC sea menor (Amin *et al.*, 2014). Este valor indica un mejor ajuste del modelo e indica un modelo más parsimonioso.

Los datos se computaron en el software estadístico STATGRAPHICS Centurion XVI (2009).

RESULTADOS

En las Figuras 2.1-2.4 se observan los patrones de comportamiento de las series de rendimiento de maíz, frijol, trigo y arroz en México de 1897 a 2009, y en el Cuadro 2.1 se presenta un resumen con los estadísticos descriptivos.

El mejor modelo para estimar rendimientos de maíz en México fue ARIMA (1,0,1). Para rendimientos de frijol, el modelo de Brow con $\alpha=0.202$ fue el mejor. Para rendimientos de trigo y arroz, los mejores modelos fueron suavización exponencial simple con $\alpha=0.7576$ y Holt con $\alpha=0.5024$ y $\beta=0.0366$, respectivamente (Cuadro 2.2).

Los rendimientos estimados para maíz, frijol, trigo y arroz en el ciclo agrícola 2014 son 3.70, 0.85, 4.99 y 4.89 t ha⁻¹, con una precisión de los pronósticos de 9.53, 16.51, 16.08 y 13.41%, respectivamente (Cuadro 2.3). Los rendimientos de maíz, frijol y arroz estimados para los años de 2010-2020 parecen tener una tendencia de incremento. Se estima que los rendimientos de maíz aumentarán 25%, los de frijol 17% y los de arroz 9%. En el mismo periodo de tiempo, los rendimientos de trigo estimados se mantendrán constantes con un valor de 4.99 t ha⁻¹ (Figuras 2.5–2.8).

DISCUSIÓN

El cultivo de mayor importancia en México es el maíz. En el ciclo agrícola 2013 los rendimientos de maíz fueron en promedio de 3.1 t ha⁻¹ (Cuadro 2.1), inferiores a los obtenidos en países productores del grano como Estados Unidos de América (9.9 t ha⁻¹), Argentina (6.6 t ha⁻¹), China (6.01 t ha⁻¹) y Brasil (5.2 t ha⁻¹) (FAOSTAT, 2015).

Los rendimientos de frijol en promedio fueron de 0.38 t ha⁻¹ (Cuadro 2.1). Los rendimientos promedio de frijol en México son pequeños comparados con los de países productores como Estados Unidos de América, China, Indonesia, Myanmar y Brasil donde los rendimientos son de 1.86, 1.53, 0.99, 0.99 y 0.80 t ha⁻¹, respectivamente (Secretaría de Economía, 2012).

Los rendimientos de trigo fueron en promedio de 2.07 t ha⁻¹ (Cuadro 2.1). A nivel mundial los rendimientos promedio de trigo son de 2.8 t ha⁻¹. Los rendimientos de trigo en México son mayores a los de países como Australia y Brasil (1.5 y 1.9 t ha⁻¹, respectivamente); similares a los de Canadá, India, Estados Unidos de América y Argentina (2.4, 2.7, 2.7 y 2.3 t ha⁻¹ respectivamente) e inferiores a los de China, Alemania, Francia y Chile (4.2, 7.4, 6.9 y 4.3 t ha⁻¹, respectivamente) (Rondanini *et al.*, 2012).

China, India, Indonesia, Bangladesh y Vietnam son los principales países productores de arroz; ellos generan el 73% del total de la producción a nivel mundial, con rendimientos de 6.7, 3.6, 5.1, 4.3, y 5.5 t ha⁻¹, respectivamente (FAOSTAT, 2015). En México los rendimientos promedio en el periodo 1987-2009 fueron de 2.65 t ha⁻¹ (Cuadro 2.1). En el ciclo agrícola 2013 los rendimientos fueron de 5.4 t ha⁻¹ y son mayores a los rendimientos de India y Bangladesh.

Las series de rendimientos que se utilizaron fueron anuales desde 1897-2009; sin embargo, se cuenta con los registros reportados por SIACON-SAGARPA hasta el año agrícola 2013. Ello permitió hacer un comparativo entre el valor pronosticado y el verdadero valor (dato oficial) de la producción.

Los valores de pronósticos estimados para las series de rendimientos de maíz, frijol, trigo y arroz para los años 2010, 2011, 2012 y 2013 se observan en el Cuadro 2.3. Para el año agrícola 2013 se estimaron rendimientos de maíz de 3.61 t ha⁻¹ (con un porcentaje de precisión del 8.69). Para este ciclo agrícola, el valor reportado por SAGARPA a través de SIACON fue de 3.19 t ha⁻¹. La diferencia entre el valor reportado en SIACON y el valor pronosticado fue de -0.41 t ha⁻¹. Para el ciclo agrícola 2014 se pronostica que el rendimiento será de 3.70 t ha⁻¹ con un porcentaje de precisión de 9.53.

En relación con el cultivo de maíz se estima que los rendimientos pasarán de 3.3 a 4.15 t ha⁻¹ en el periodo de tiempo de 2010 a 2020. De acuerdo con Ray *et al.* (2012), los rendimientos de maíz se han mantenido constantes; sin embargo, se estima que el rendimiento aumentará hasta en un 70% en regiones del oeste y centro de México.

Los rendimientos de frijol estimados pasarán de 0.79 t ha⁻¹ (en 2010) a 0.85 t ha⁻¹ (en 2020). Estos resultados coinciden con lo reportado por Brambila-Paz *et al.* (2015). Estos autores estiman que si la frontera agrícola y las importaciones y exportaciones del grano en relación con la producción en México en los ciclos agrícolas 2008-2012 no se incrementan, será necesario que el rendimiento de frijol oscile entre 0.74 y 1.27 t ha⁻¹ para satisfacer la demanda.

Para el mismo periodo de tiempo, los rendimientos de trigo estimados se mantendrán constantes con un valor de 4.99 t ha⁻¹ (Figura 2.7). Autores como Brisson *et al.* (2010), Rondanini *et al.* (2012), Oury *et al.* (2012) y Michel y Makowski (2013) señalan que los rendimientos de trigo se han mantenido constantes, debido a las prácticas agrícolas que se realizan y a los efectos del cambio climático. Ray *et al.* (2012) señalaron que el estancamiento en los rendimientos puede ser por la falta de extensión de la superficie agrícola. Sin embargo, no hay un consenso de la comunidad científica sobre las causas de tal estancamiento en la producción.

Los rendimientos de arroz en México se incrementarán de 4.7 a 5.2 t ha⁻¹ (9%). De acuerdo con Tripathi *et al.* (2014), las prácticas agrícolas, factores abióticos y bióticos influyen en el rendimiento del cultivo. Este incremento “discreto” será generalizado en las zonas arroceras del mundo como en el noroeste de Brasil, Grecia, India, Gambia, República del Congo y Corea del Norte (Ray *et al.*, 2012).

En México, de acuerdo con diversos autores, la frontera agrícola llegó a su máxima capacidad; por lo tanto, la expansión de la superficie cultivada no es una estrategia sostenible en los próximos decenios. La capacidad para alimentar a una población mexicana de 112.3 millones en el año 2010 (INEGI, 2011), y que se estima en 130.3 millones de personas para el año 2030 y 140.2 millones de personas en 2050 (ONU, 2015; CONAPO, 2015), se deberá a mejoras en el manejo o en medidas que permitan un incremento notable de la producción (Monteagudo, 2014).

De acuerdo con las cifras anteriores y suponiendo que la superficie agrícola no se incrementará en el tiempo y que el consumo nacional *per cápita* se mantendrá constante, se prevé que México solo será autosuficiente en la producción de frijol en el corto y mediano plazos (Cuadro 2.4).

Finalmente, en la literatura especializada hay consenso respecto a que los modelos con enfoque agronómico ecológico de pronóstico de rendimientos de cultivos son sensibles a la inconsistencia de la precipitación y la temperatura, propiedad de la tierra, plagas y enfermedades (Choudhury y Jones, 2014). Sin embargo, en este estudio se utilizó el enfoque de series de tiempo univariantes.

CONCLUSIONES

En el corto plazo (2010-2020), los rendimientos de cultivos de maíz, frijol y arroz se incrementarán; mientras que los rendimientos de trigo se mantendrán constantes. Considerando estas estimaciones de rendimiento, los diferentes escenarios de población, manteniendo constante la superficie cultivada y el consumo *per cápita* de granos básicos en el corto plazo, México solo será autosuficiente en la producción de frijol.

Dada la incertidumbre generalizada sobre la capacidad de la agricultura para alimentar a una población creciente, el valor de los pronósticos de rendimientos de granos básicos puede ser utilizado como indicador en estudios de prospectiva sobre temas de seguridad alimentaria o de oferta y demanda.

Cuadro 2. 1. Estadísticos de las series de rendimientos de granos básicos en México

Variable Rendimiento (t ha ⁻¹)	<i>n</i>	Valor Mínimo	Valor Medio	Valor Máximo	Desviación Estándar	Coefficiente Variación (%)
Maíz	112	0.45	1.18	3.32	0.77	65.28
Frijol	112	0.07	0.38	0.86	0.20	53.22
Trigo	112	0.48	2.07	5.23	1.65	79.49
Arroz	112	1.53	2.65	5.07	0.99	37.53

n=total de datos de la serie de tiempo

Fuente: Elaboración Propia con datos de SAGARPA-SIACON, 2013

Cuadro 2. 2. Modelos de pronósticos estimados para series de rendimientos de granos básicos en México

Variable Rendimiento	Modelo pronóstico	Parámetro	Estimado	Error Estándar	<i>t</i>	EMC	AIC
Maíz	ARMA (1,1)	AR (1)	1.022	0.012	86.70*	0.007	-4.90
		MA(1)	0.127	0.096	1.33		
Frijol	Suavización exponencial de Brown	$\alpha = 0.2027$	-----	-----	-----	0.002	-5.99
Trigo	Suavización exponencial simple	$\alpha = 0.7576$	-----	-----	-----	0.048	-3.02
Arroz	Suavización exponencial de Holt	$\alpha = 0.5024$ $b = 0.0366$	-----	-----	-----	0.046	-3.02

t=* valores estadísticamente significativos con un nivel de confianza del 95%; EMC=Error cuadrático medio; AIC= Criterio de Akaike

Fuente: Elaboración Propia con datos de SAGARPA-SIACON, 2013

Cuadro 2. 3. Valor de pronósticos para las series de rendimientos de granos básicos en México

Variable Rendimiento (t ha⁻¹)	Ciclo Agrícola	Valor Pronóstico	% Precisión	Valor reportado SIACON-SAGARPA	Diferencia (Valor reportado menos Valor pronóstico)
Maíz	2010	3.34	5.62	3.26	-0.08
	2011	3.43	6.53	2.91	-0.52
	2012	3.52	7.71	3.19	-0.33
	2013	3.61	8.69	3.19	-0.41
	2014	3.70	9.53	-----	-----
Frijol	2010	0.79	12.85	0.710	-0.087
	2011	0.81	13.63	0.630	-0.180
	2012	0.82	14.52	0.693	-0.134
	2013	0.83	15.48	0.738	-0.099
	2014	0.85	16.51	-----	-----
Trigo	2010	4.997	8.86	5.420	0.423
	2011	4.997	11.11	5.480	0.483
	2012	4.997	12.98	5.660	0.663
	2013	4.997	14.61	5.293	0.296
	2014	4.997	16.08	-----	-----
Arroz	2010	4.736	9.34	5.190	0.454
	2011	4.777	10.45	5.100	0.319
	2012	4.817	11.48	5.623	0.806
	2013	4.858	12.47	5.425	0.567
	2014	4.899	13.41	-----	-----

Fuente: Elaboración Propia con datos de SAGARPA-SIACON, 2013

Cuadro 2. 4. Supuestos de producción de granos básicos en México bajo diferentes escenarios de población

Año	Población (millones)	Superficie cultivada (ha)	Rendimiento (t ha ⁻¹)	Consumo		Producción estimada (t)	Producción	
				<i>per cápita</i> (2015, t, persona)	Consumo estimado (t,pobl,año)		menos consumo estimado (millones)	
2020	115	maíz	7,500,000	3.70	0.254	27,750,000	29,210,000	-1.46
		frijol	1,800,000	0.86	0.011	1,548,000	1,265,000	0.28
		trigo	700,000	4.90	0.076	3,430,000	8,740,000	-5.31
		arroz	35,000	4.90	0.007	171,500	805,000	-0.63
2030	130.3	maíz	7,500,000	3.70	0.254	27,750,000	33,096,200	-5.35
		frijol	1,800,000	0.86	0.011	1,548,000	1,433,300	0.11
		trigo	700,000	4.90	0.076	3,430,000	9,902,800	-6.47
		arroz	35,000	4.90	0.007	171,500	912,100	-0.74
2050	140.22	maíz	7,500,000	3.70	0.254	27,750,000	35,615,880	-7.87
		frijol	1,800,000	0.86	0.011	1,548,000	1,542,420	0.01
		trigo	700,000	4.90	0.076	3,430,000	10,656,720	-7.23
		arroz	35,000	4.90	0.007	171,500	981,540	-0.81

Fuente: Elaboración Propia con datos de ONU, CONAPO y SAGARPA-SIACON

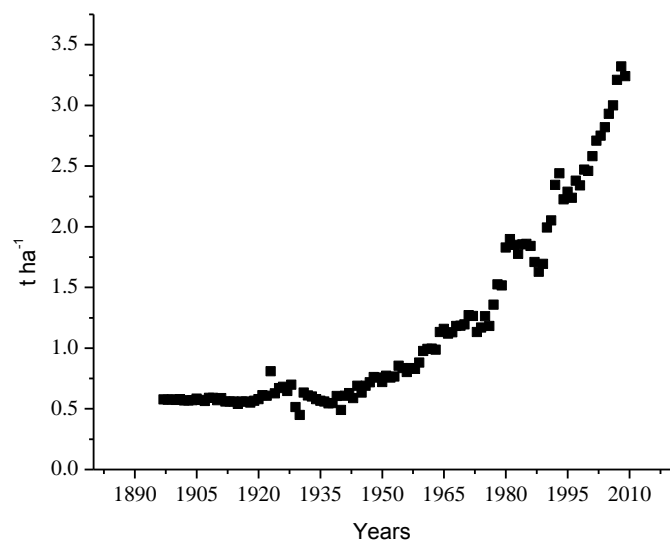


Figura 2. 1. Rendimiento de maíz en México de 1897-2009

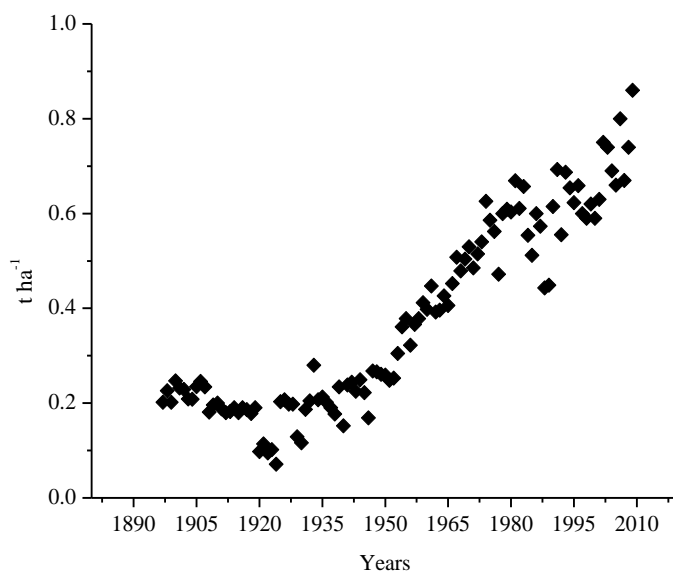


Figura 2. 2. Rendimiento de frijol en México de 1897-2009

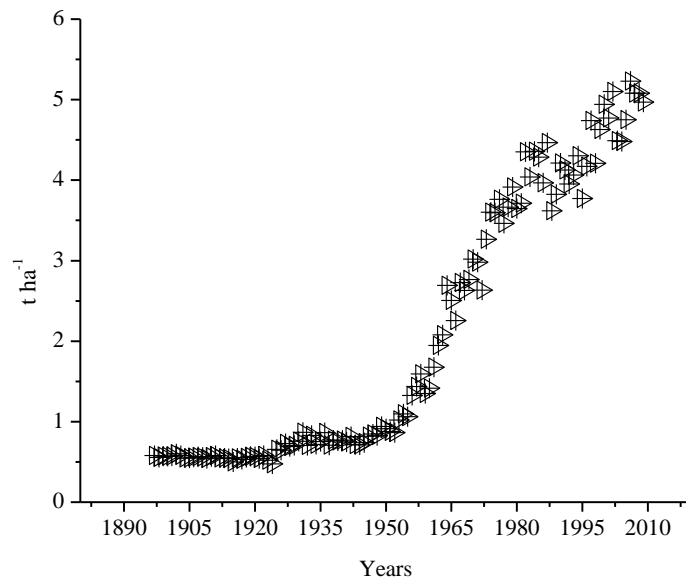


Figura 2. 3. Rendimiento de trigo en México de 1897-2009

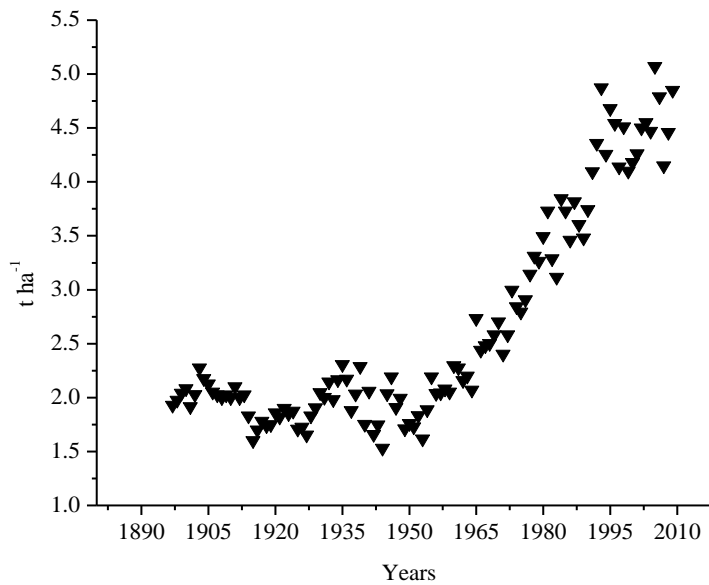


Figura 2. 4. Rendimiento de arroz en México de 1897-2009

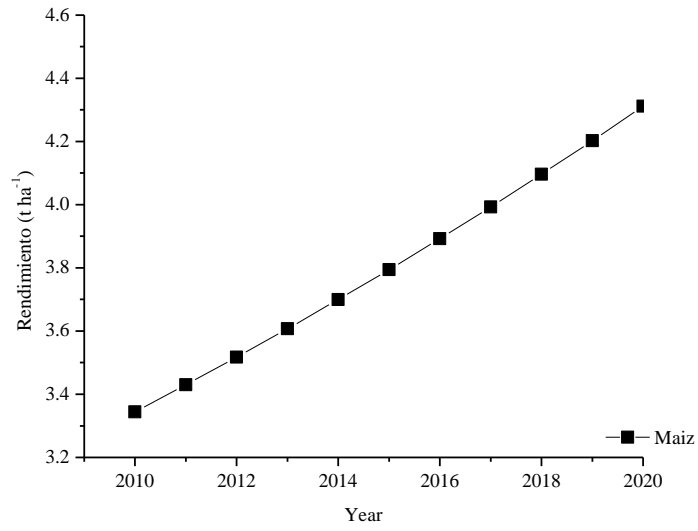


Figura 2. 5. Estimación de rendimiento de maíz en México de 2010-2020

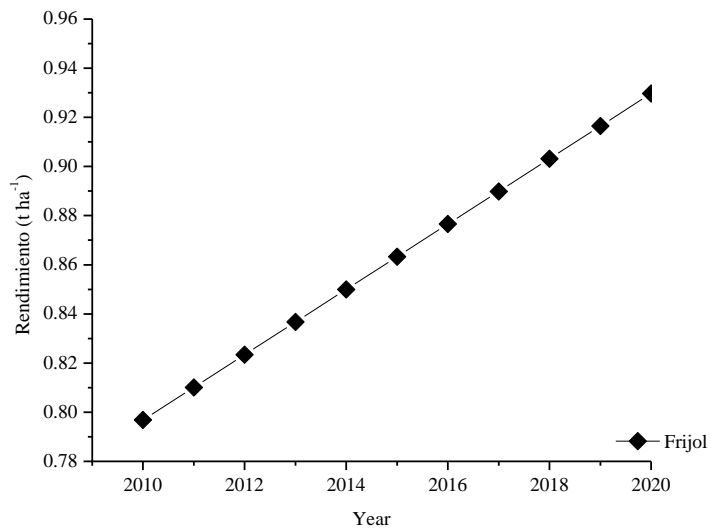


Figura 2. 6. Estimación de rendimiento de frijol en México de 2010-2020

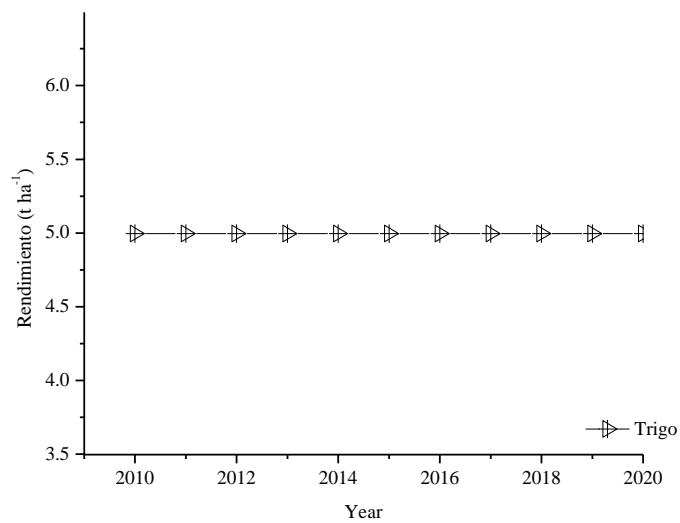


Figura 2. 7. Estimación de rendimiento de trigo en México de 2010-2020

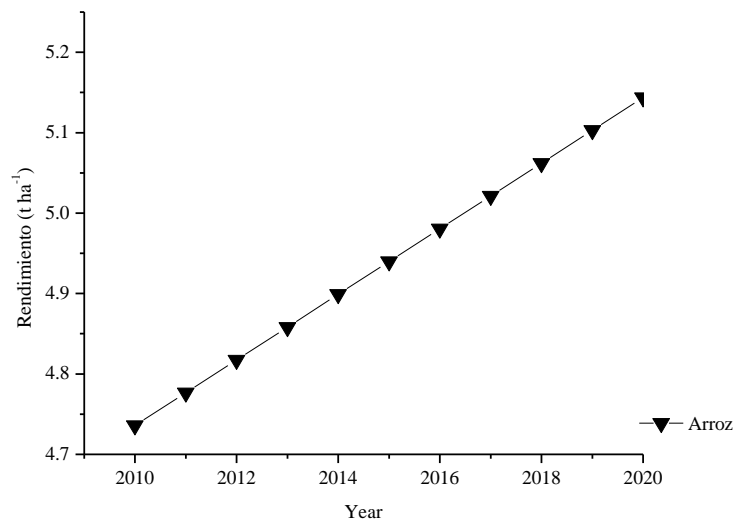


Figura 2. 8. Estimación de rendimiento de arroz en México de 2010-2020

**CAPÍTULO 3. ANÁLISIS FRACTAL DE SERIES DE TIEMPO DE VARIABLES DE
GRANOS BÁSICOS EN MÉXICO**

3. 1. ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO DE VARIABLES DE MAÍZ, TRIGO Y ARROZ EN MÉXICO UTILIZANDO VARIOGRAMAS

ANALYSIS OF TIME SERIES OF VARIABLE MAIZE, WHEAT AND RICE IN MEXICO USING VARIOGRAMS

RESUMEN

Las series de tiempo de variables de maíz, trigo y arroz se analizaron como perfiles autoafines para describir su nivel de complejidad. Para ello, los valores de parámetros fractales fueron estimados mediante la técnica de variografía. Variables de superficie cosechada de arroz, maíz y trigo; volumen de producción de arroz y trigo; volumen exportado de arroz y maíz; y volumen importado de trigo muestran un comportamiento sinusoidal o efecto de hoyo. Debido a lo anterior, se procedió a la remoción de las tendencias de las variables señaladas. Las nuevas variables son llamadas anomalías normalizadas. El uso de anomalías normalizadas evita la influencia de la no estacionariedad de las series originales que pudieran inducir resultados espurios. Los valores de D_v y H de las series de: volumen de producción de maíz; rendimiento de maíz y trigo; volumen importado de arroz y trigo cuyos valores de $D_v < 1.5$ y $H > 0.5$, indican que las variaciones de largo plazo son las dominantes. Las series de rendimiento de arroz; anomalías de superficie cosechada de arroz, maíz y trigo; anomalías de volumen de producción de trigo y arroz; volumen importado de maíz; anomalías de volumen exportado de arroz, trigo y maíz con valores $D_v > 1.5$ y $H < 0.5$, sugieren que estas series tienen un comportamiento antipersistente o caótico. Valores de D_v y H indican que la producción de arroz en México es más sensible a variaciones de corto plazo. De manera que con el cultivo de arroz, el productor mexicano corre un riesgo mayor debido a la menor estabilidad de la producción en comparación con los cultivos de maíz y trigo.

Palabras clave: series autoafines, dimensión fractal, variograma, función potencial

ABSTRACT

The time series of variables of corn, wheat and rice were analyzed as self-affine profiles to describe their level of complexity. The fractal parameters values were estimated using the technique variography. Variables harvested area of rice, maize and wheat; volume production of rice and wheat; volume exported rice and maize; and volume of imported wheat show a sinusoidal behavior or hole effect. Due to such an issue, we proceeded to remotion of the identified trends. The new variables are called normalized anomaly. The use of standardized normalized anomaly avoids the influence of non-stationarity of the original series that could induce spurious results. The D_v y H of the series: volume of maize production; yield of corn and wheat; volume imported rice and wheat whose values $D_v < 1.5$ y $H > 0.5$ indicate that long-term variations are dominant. The time series of rice yield; harvested area anomaly of rice, maize and wheat; production volume anomaly of wheat and rice; volume imported of maize; export volume anomaly of rice, wheat and maize with values $D_v > 1.5$ y $H < 0.5$, indicate that these series have a anti-persistent or chaotic behavior. D_v y H values indicate that rice production in Mexico is more sensitive to changes in short-term. So with the rice, the mexican producer could be at higher risk due to lower production stability compared to maize and wheat.

Keywords: self-affine series, fractal dimension, variograma, potential function

INTRODUCCIÓN

La geometría fractal ha surgido como un complemento de la geometría euclidiana para describir objetos con estructuras irregulares o rugosas (Mandelbrot, 1982; Lento, 2013). En la geometría fractal, las series de tiempo que se caracterizan por una dimensión no entera (dimensión fractal – D_v –) son tratadas como fractales.

La palabra fractal proviene del adjetivo “*fractus*”, en latín, y su significado es irregular o rugoso (Mandelbrot, 1982). Mandelbrot usó el término fractal específicamente para estudiar fenómenos temporales o espaciales continuos que exhiben correlación dentro de un rango de escalas (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998). Los fractales son estructuras que presentan dos características principales: autosimilitud o autoafinidad (Mandelbrot, 1982; Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998; Fattahi *et al.*, 2011).

Los fractales autosimilares permanecen invariantes cuando se magnifica isotrópicamente una parte pequeña del objeto al reescalar los ejes por un factor común. Mientras que los fractales autoafines se emplean para caracterizar a objetos invariantes cuando se magnifican anisotrópicamente. Los fractales autosimilares son raramente encontrados en la naturaleza, por lo que de manera general se maneja el concepto de fractales autoafines (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998).

En los fractales autoafines, la irregularidad cambia con la magnitud lineal de la superficie de acuerdo con el exponente de Hurst (H). La dimensión fractal puede ser estimada a partir de su relación con H. La D_v y H son llamados parámetros fractales y miden qué tanto se desvía una curva fractal de la función que se usa para aproximarse a ella (Moreira *et al.*, 1994).

La estimación del valor de dimensión fractal es de utilidad porque permite comparar diferentes patrones de comportamiento de los objetos (variabilidad) (Vieira *et al.*, 1983; Valdez-Cepeda, 2000). Valores de dimensión fractal superiores a 1.5 e inferiores a 2 indican la importancia de variaciones de corto plazo, la serie es antipersistente; mientras que valores de dimensión fractal superiores a uno y menores a 1.5 indican la importancia de variaciones de largo plazo o persistencia; y valores de dimensión fractal iguales a 1.5 indican que la serie sigue un movimiento browniano (Lento, 2013; Nikolopoulos *et al.*, 2014).

Existen varias técnicas para calcular el valor de la dimensión fractal de objetos autoafines: el variograma, rango reescalado, espectro potencial, longitud de rugosidad (*roughness length*) y wavelets (Trusoft-International, 2015). En esta investigación, se usará el variograma para estimar el valor de los parámetros de fractalidad $-D_v$ y H .

El variograma o función de la estructura surgió en la geoestadística, como una herramienta en el análisis de conjuntos de datos espaciales o espacio-temporales. La geoestadística fue desarrollada para predecir distribuciones de probabilidad de las leyes de mineral en las operaciones mineras del sur de África (Armstrong, 1998) y posteriormente implementadas en otras áreas del conocimiento.

El variograma es la representación gráfica de la continuidad espacial (rugosidad) de un conjunto de datos. Como herramienta en la cuantificación de estructuras de objetos naturales, el variograma ha sido aplicado desde las matemáticas puras, la física, la química, la biología, la medicina, la sociología, la economía, hasta la agricultura (especialmente en la agricultura de precisión) (Klonowski, 2000; Fattahi *et al.*, 2011).

El variograma representa una manera de medir el grado de complejidad al evaluar qué tan rápido se incrementa la varianza cuando se mide con respecto a un aumento en el intervalo de tiempo (cambio de escala) (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998b; Nikolopoulos *et al.*, 2014). La idea fundamental es suponer que el variograma y la escala no varían arbitrariamente, más bien que están relacionados por una ley de potencia (Valdez-Cepeda, 2000).

El objetivo de este estudio fue estimar el valor de dimensión fractal y el exponente de Hurst (parámetros de fractalidad), en series de tiempo de las variables: superficie cosechada, volumen de producción, rendimiento, volumen importado y exportado de maíz, trigo y arroz en México mediante el uso del variograma para comparar sus valores y medir el grado de complejidad.

MATERIALES Y MÉTODOS

Las series de tiempo de superficie cosechada (ha), producción (t) y rendimiento ($t\ ha^{-1}$) (de 1897 a 2012, 116 años), así como volúmenes exportados (t) e importados (t) (de 1956 a 2012, 56 años) se obtuvieron del sitio web de SAGARPA-SIACON, así como de diferentes informes del Gobierno de la Presidencia de la República, de la dirección de estadística de la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAOSTAT por sus siglas en inglés) y del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI).

Técnica de Variografía

El variograma, es el valor esperado de la diferencia, al cuadrado, entre dos observaciones, separadas por un intervalo de tiempo (o lapso, w), expresado en años:

$$V(w) = \left\langle [Y_{ni}(X_i) - Y_{ni}(X_{i+w})]^2 \right\rangle \quad 1$$

donde $V(w)$ es el valor promedio de la diferencia al cuadrado entre pares de datos separados por un intervalo w .

Al considerar una longitud del intervalo (w), el valor de la diferencia entre $Y_{ni}(w)$ y $Y_{ni}(0)$ se distribuirá normalmente con varianza $S(w)^2$ que es proporcional a w^{2H} . El valor esperado por obtener será igual a $S(w)^2$, así que:

$$V(w) \approx w^{2H} \quad 2$$

donde H es el exponente de Hurst.

Cuando se grafica a los logaritmos de $V(w)$ contra los logaritmos de w , es posible ajustar una línea recta si la serie es autoafín. La pendiente de la ecuación de la línea recta es dos veces H , y la dimensión fractal puede ser estimada mediante la ecuación:

$$D_v = 2 - H \quad 3$$

Dependiendo de los valores que tomen los parámetros de fractalidad (D_v y H), se puede hablar de grados de irregularidad o complejidad de las series: Si $D_v > 1.5$ y $H < 0.5$ la serie tiene un comportamiento antipersistente; Si $D_v = 1.5$ y $H = 0.5$ se trata de una serie que se comporta según el movimiento browniano; y Si $D_v < 1.5$ y $H > 0.5$ la serie tiene un comportamiento que es persistente (Lento, 2013; Nikolopoulos *et al.*, 2014).

Por lo tanto, los parámetros de fractalidad estimados mediante la técnica de variografía son adecuados en la caracterización de las variables involucradas y son independientes de la escala de medición (Valdez-Cepeda, 2000; Vidal-Vázquez *et al.*, 2010).

En la estimación de los variogramas se utilizó el software Geostatistics for Environmental Sciences versión 2.3 (GS+, 1995).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La superficie cosechada de maíz en México en el período de 1897-2012 en promedio fue de 5.2 millones de ha., lo que significó ocho veces la superficie cosechada de trigo y 68 veces la superficie cosechada de arroz. Los rendimientos en promedio fueron de 1.2, 2.7 y 2.2 t ha⁻¹ para maíz, arroz y trigo, respectivamente. Así, en promedio el volumen de producción fue de 7.6 millones de t de maíz, 226 mil t de arroz y 1.6 millones de t de trigo (Cuadro 3.1).

Los rendimientos de trigo fueron los que más variaron, el valor mínimo fue de 0.5 t ha⁻¹ y el valor máximo de 5.7 t ha⁻¹. El volumen de importación de maíz en promedio fue de 2.9 millones de t, 1.2 millones de t fueron importadas de trigo y 228 mil t fueron importadas de arroz. Los volúmenes exportados de trigo fueron los mayores, en promedio 173 mil t, seguidos por los de maíz (75 mil t) y 5 mil t de arroz. Los mayores valores del coeficiente de variación fueron para las variables volumen de importación de trigo, volumen de importación de arroz, volumen de exportación de trigo, volumen de exportación de maíz y volumen de exportación arroz (Cuadro 3.1).

Los variogramas estimados para las variables de superficie cosechada, volumen de producción, rendimiento, volumen importado y volumen exportado de arroz, maíz y trigo respectivamente, se aprecian en las figuras 3.1-3.15 (Anexo II).

Cuadro 3. 1. Estadísticas descriptivas de variables de granos básicos en México

	Valor Medio	Desviación Estándar	Valor Mínimo	Valor Máximo	C.V. (%)
Sup Cose Arroz	77,995	55,124	9,000	256,661	71
Sup Cose Maíz	5,293,159	1,919,091	1,921,555	8,286,935	36
Sup Cose Trigo	652,773	203,859	238,880	1,217,000	31
Vol Prod Arroz	226,395	183,038	14,400	807,529	81
Vol Prod Maíz	7,636,260	6,788,058	1,080,000	24,410,279	89
Vol Prod Trigo	1,638,189	1,495,820	119,440	5,214,000	91
Rendimiento Arroz	2.7	1.1	1.5	5.6	39
Rendimiento Maíz	1.2	0.8	0.4	3.3	66
Rendimiento Trigo	2.2	1.7	0.5	5.7	79
Imp Arroz	228,872	264,150	9	750,426	115
Imp Maíz	2,915,271	2,852,435	4,502	9,515,075	98
Imp Trigo	1,247,651	1,385,213	431	4,641,718	111
Exp Arroz	5,179	12,757	0	63,040	246
Exp Maíz	75,313	159,095	0	772,905	211
Exp Trigo	173,583	229,175	0	835,905	132

Unidades de las variables: Sup Cose (Superficie Cosechada): ha; Vol Prod (Volumen de producción): t; Rendimiento: t ha⁻¹; Imp (Importaciones): t; Exp (Exportaciones): t.

Las variables superficie cosechada de arroz, superficie cosechada de maíz, superficie cosechada de trigo, volumen de producción de arroz, volumen de producción de trigo, volumen exportado de arroz, volumen exportado de maíz y volumen importado de trigo muestran un comportamiento sinusoidal o efecto hoyo (Figuras 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.13, 3.14, 3.15).

El método de análisis fractal supone que las relaciones entre las varianzas promedio y los incrementos de tiempo, sin remoción de las tendencias, se describen por funciones potenciales.

De manera que si los variogramas no se ajustan a una función potencial, la dimensión fractal (D_v) no debe ser estimada con este método (Valdez-Cepeda, 2000).

Debido a lo anterior, se procedió a la remoción de las tendencias de las variables señaladas.

Dicho procedimiento se realizó con base en la ecuación 4:

$$Y_{di} = Y_i - (a + bX_i) \quad 4$$

donde Y_{di} es el i -ésimo valor de la serie sin tendencia.

Después cada una de las subseries fue normalizada (ecuación 5):

$$Y_{ni} = \frac{Y_{di} - \bar{Y}_d}{SD_d} \quad 5$$

donde Y_{ni} es la i -ésima anomalía normalizada, \bar{Y}_d es la media aritmética de la subserie con tendencia removida, y SD_d es la desviación estándar de la subserie con tendencia eliminada.

Como resultado, los conjuntos de datos de anomalías normalizadas presentaron media cero y varianza unitaria. Así, cada conjunto de valores Y_{ni} es considerado como serie de anomalías normalizadas de la respectiva variable.

El uso de anomalías normalizadas se justifica porque es común que las series de tiempo, en general, sean no estacionarias y presenten tendencias de largo plazo. Así, la remoción de las tendencias (como en este caso) es un aspecto importante con el objetivo de evitar la influencia de la no estacionariedad de las series originales que pudieran inducir resultados espurios (Vieira *et al.*, 1983; Wilks, 2011).

Con el nuevo conjunto de datos se procedió a calcular el valor de dimensión fractal. En el cuadro 3.2 se aprecia que los valores de D_v varían entre 1.347 y 1.813. Los valores del coeficiente de determinación ($R^2 > 0.738$) indican que las series de las variables de los sistemas de producción de maíz, arroz y trigo en México pueden ser modelados como fractales autoafines.

En el cálculo de los estimadores de fractalidad se usaron las observaciones más cercanas al origen con el propósito de que sus valores fueran más estocásticos que determinísticos. Es decir, se procuró que en su cómputo se involucrara a las observaciones definidas por un gran número de pares o diferencias asociadas a diferentes intervalos de tiempo (w , años).

Los valores de los parámetros de fractalidad (D_v y H) de las series de volumen de producción de maíz, rendimiento de maíz, rendimiento de trigo, volumen importado de arroz y volumen importado de trigo fueron de $D_v < 1.5$ y $H > 0.5$ (Cuadro 3.2), e indican que las variaciones de largo plazo (tendencias) son las dominantes en dichas series. El orden de sensibilidad a variaciones de largo plazo es: rendimiento maíz < rendimiento trigo < volumen importado de trigo < volumen importado de arroz < volumen de producción de maíz.

Cuadro 3. 2. Parámetros de fractalidad estimados con variogramas log-log

<i>Variables</i>	<i>D_v</i>	<i>Se</i>	<i>R²</i>	<i>n</i>	<i>H</i>	<i>Nota</i> <i>(Variación predominante)</i>
Anomalías Sup Cose Arroz	1.595	0.094	0.929	24	0.405	Variación de corto plazo
Anomalías Sup Cose Maíz	1.751	0.114	0.914	24	0.249	Variación de corto plazo
Anomalías Sup Cose Trigo	1.658	0.027	0.996	16	0.342	Variación de corto plazo
Anomalías Vol Prod Arroz	1.646	0.103	0.921	24	0.354	Variación de corto plazo
Vol Prod Maíz	1.484	0.089	0.927	24	0.516	Variación de largo plazo
Anomalías Vol Prod Trigo	1.625	0.037	0.989	24	0.375	Variación de corto plazo
Rendimiento Arroz	1.543	0.094	0.924	24	0.457	Variación de corto plazo
Rendimiento Maíz	1.347	0.031	0.988	24	0.653	Variación de largo plazo
Rendimiento Trigo	1.377	0.067	0.950	24	0.623	Variación de largo plazo
Imp Arroz	1.464	0.055	0.971	23	0.536	Variación de largo plazo
Imp Maíz	1.658	0.091	0.941	23	0.342	Variación de corto plazo
Imp Trigo	1.462	0.047	0.979	23	0.538	Variación de largo plazo
Anomalías Exp Arroz	1.754	0.388	0.872	6	0.246	Variación de corto plazo
Anomalías Exp Maíz	1.813	0.384	0.788	8	0.187	Variación de corto plazo
Anomalías Exp Trigo	1.790	0.308	0.738	14	0.210	Variación de corto plazo

D_v es la dimensión fractal, Se es el error estándar, R^2 es el coeficiente de determinación, n es el tamaño de la muestra y H es el exponente de Hurst.

Este comportamiento puede ser explicado si se considera que los principales estados productores de maíz en México son Sinaloa, Jalisco, Michoacán, Chiapas y Estado de México (53% de participación en la producción en el ciclo agrícola 2012) (SAGARPA-SIACON, 2013). Principalmente en Sinaloa, Jalisco y Michoacán, el cultivo de maíz se realiza en condiciones de riego, con uso de semillas mejoradas y un alto grado de mecanización en la realización de actividades en el campo, obteniendo en promedio rendimientos de 9.3, 5.5 y 3.8 toneladas por hectárea respectivamente, en comparación con 3.1 toneladas por hectárea que reporta SAGARPA-SIACON (2013) como rendimiento medio nacional.

Particularmente en el estado de Sinaloa (en el ciclo agrícola 2012 aportó el 17% de la producción nacional de maíz), el incremento de los rendimientos de maíz responde, entre otros factores, a apoyos como el de ingreso objetivo y a la comercialización que aunado a la experiencia de los productores en cuestiones comerciales ha incrementado la productividad (Cruz *et al.*, 2012; Barrera-Rodríguez *et al.*, 2011).

En relación con la producción de trigo, datos de SAGARPA-SIACON (2013) indican que el 94% de la producción de este grano se realiza en el ciclo agrícola otoño-invierno. Sonora, Baja California y Guanajuato son los principales estados productores con una participación del 79% en la producción del grano a nivel nacional.

El volumen de las importaciones mexicanas de arroz, entre 1956 y 2012, crecieron a una tasa promedio anual de 17.6%. El máximo valor del volumen importado fue de 667 mil t registradas en el año 2011. Durante dicho periodo, se importó anualmente un promedio de 229 mil t, lo que equivale al 60% de la producción promedio nacional de arroz para el mismo periodo. Las importaciones de arroz provienen de los Estados Unidos de América, India, Italia, Pakistán, Tailandia y Uruguay (FAOSTAT, 2015).

Para las series de rendimiento de arroz, anomalías de superficie cosechada de arroz, anomalías de volumen de producción de trigo, anomalías de volumen de producción de arroz, anomalías de superficie cosechada de trigo, volumen importado de maíz, anomalías de superficie cosechada de maíz, anomalías de volumen exportado de arroz, anomalías de volumen exportado de trigo y anomalías de volumen exportado de maíz, los valores de parámetros de fractalidad $Dv > 1.5$ y $H < 0.5$ (Cuadro 3.2) sugieren que en estas series domina la variación de corto plazo, es decir, son series con comportamiento antipersistente.

El comportamiento antipersistente o caótico en las series de rendimiento de arroz, anomalías de superficie cosechada de arroz, anomalías de la producción de arroz y anomalías de volumen exportado de arroz, puede ser explicado si se considera que en la producción intervienen aspectos relacionados con las variedades de grano utilizadas, factores climáticos y mecanización (Osuna *et al.*, 2000; Hossain y Narciso, 2004).

Los valores de dimensión fractal mayores a 1.5 y menores a 2, es decir, valores con mayor inestabilidad en la producción de arroz en México se deben a que los principales estados productores (en el ciclo agrícola 2012) Nayarit, Colima, Michoacán, Campeche y Veracruz, con rendimientos promedio medios anuales de 5.6, 6.5, 9.1, 3.9 y 4.3 t ha⁻¹ durante los últimos 25 años, no han mantenido una participación constante en la producción nacional. Por ejemplo, el estado de Nayarit produjo el 3% de la producción del grano en el año 1987 y el 21% de la producción en el año 2012; mientras que el estado de Veracruz produjo el 16% de la producción en el año 1987 y el 9% en el año 2012.

Otro factor que puede ser considerado son las políticas implementadas en México, como la apertura económica y la entrada en vigor del Tratado de Libre Comercio de América del Norte en 1994, que impactaron de forma negativa en la producción de arroz mexicano. La producción experimentó una disminución motivada por la reducción de las barreras al comercio, la eliminación de precios de garantía, la disminución de subsidios en los insumos y la entrada de precios *dumping* del arroz provenientes de Tailandia (SAGARPA, 2012; Osuna *et al.*, 2000).

De los granos básicos, el trigo ocupa el tercer lugar en importancia tanto por superficie como por el volumen de producción en México. Entre 1897 y 2012 la superficie cosechada promedio de trigo fue de 652 mil ha, con rendimientos promedio de 2.2 t ha⁻¹ y un volumen de producción de 1.6 millones de t. Al igual que la producción de arroz, la producción de trigo no ha sido constante. La participación de Sonora, Baja California y Guanajuato como principales estados productores, en el ciclo agrícola 2012, representaron el 55%, 14% y 10% de la producción nacional, respectivamente; sin embargo, en el ciclo agrícola 1987, su participación correspondió al 9%, 34% y 19%, respectivamente de la producción nacional.

El volumen de exportaciones mexicanas de maíz, trigo y arroz, entre 1956 y 2012, crecieron a una tasa promedio anual de 0.2, 13.9 y 14.9%. Durante dicho periodo, se exportó anualmente un promedio de 5 mil t de arroz, 180 mil t de maíz y 173 mil t de trigo, lo que equivale al 1.4%, 1.4% y 5.9% de la producción promedio nacional de arroz, maíz y trigo en el mismo periodo.

Los volúmenes exportados de arroz, maíz y trigo no han sido constantes en el tiempo. En algunos años no hay registro de un valor, es decir, no hubo un intercambio comercial; y, por el contrario, se han registrado valores máximos exportados de 63 mil t de arroz, 772 mil t de maíz y 835 mil t de trigo. En los últimos veinticinco años, el volumen de importación promedio de arroz fue 44 veces el volumen exportado promedio; el volumen importado promedio de maíz fue 16 veces el volumen exportado promedio y el volumen importado promedio de trigo fue 7 veces el volumen exportado promedio.

Los principales socios comerciales de las exportaciones mexicanas de arroz son la Unión Europea e Indonesia. Los volúmenes exportados de maíz van a Japón, Rusia, República de Corea y China; y los destinos del volumen exportado de trigo mexicano son Rusia, Egipto, China e Italia (FAOSTAT, 2015).

Los valores de los parámetros fractales ($D_v=1.34$ y $H=0.66$; $D_v=1.37$ y $H=0.63$; $D_v=1.54$ y $H=0.46$) estimados con la técnica de variografía para las series de rendimiento medio anual de maíz, trigo y arroz en México en el periodo 1897-2012 coinciden con los reportados por Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz (1998b) para el periodo 1897-1992 ($D_v=1.36$ y $H=0.64$; $D_v=1.24$ y $H=0.76$; $D_v=1.49$ y $H=0.51$).

En el periodo comprendido entre un estudio y otro (veinte años), los valores de dimensión fractal indican que la producción de arroz en México sigue siendo más sensible a variaciones de corto plazo por el efecto de algunos factores ya mencionados. De manera que con el cultivo de arroz, el productor mexicano corre un riesgo mayor debido a la menor estabilidad de la producción en comparación con el cultivo de maíz y trigo.

CONCLUSIONES

Las series de tiempo de volumen de producción de maíz, rendimiento de arroz, rendimiento de maíz, rendimiento de trigo, volumen importado de arroz, volumen importado de maíz, volumen importado de trigo, anomalías de superficie cosechada de arroz, anomalías de superficie cosechada de maíz, anomalías de superficie cosechada de trigo, anomalías de volumen de producción de arroz, anomalías de volumen de producción de trigo, anomalías de volumen exportado de arroz, anomalías de volumen exportado de maíz y anomalías de volumen exportado de trigo fueron analizadas como fractales autoafines mediante la técnica de variografía.

Los valores de dimensión fractal indican el siguiente orden de variación: rendimiento maíz < rendimiento trigo < volumen importado de trigo < volumen importado de arroz < volumen de producción de maíz < rendimiento arroz < anomalías superficie cosechada arroz < anomalías volumen de producción trigo < anomalías de producción de arroz < anomalías de superficie cosechada de trigo < volumen importado de maíz < anomalías de superficie cosechada de maíz < anomalías de volumen exportado de arroz < anomalías de volumen exportado de trigo < anomalías de volumen exportado de maíz.

En las series de rendimiento de maíz, rendimiento de trigo, volumen importado de trigo, volumen importado de arroz y volumen de producción de maíz, las variaciones de largo plazo (tendencias) son las dominantes. Por lo contrario, en las series de rendimiento de arroz, anomalías de superficie cosechada de arroz, anomalías de volumen de producción de trigo, anomalías de volumen de producción de arroz, anomalías de superficie cosechada de trigo, volumen importado de maíz, anomalías de superficie cosechada de maíz, anomalías de volumen exportado de arroz, anomalías de volumen exportado de trigo y anomalías de volumen exportado de maíz, las variaciones de corto plazo son las dominantes.

Los valores de los parámetros de fractalidad estimados sugieren que la serie de anomalías de volumen exportado de maíz es la más antipersistente o caótica; mientras que las series de rendimiento de maíz y rendimiento de trigo son series con un comportamiento persistente, es decir, son series con un comportamiento más estable.

Finalmente, los valores de dimensión fractal estimados para las series de rendimiento medio anual de maíz ($D_v=1.34$) < rendimiento medio anual de trigo ($D_v=1.37$) < rendimiento medio anual de arroz ($D_v=1.54$), sugieren que los productores de arroz corren un mayor riesgo en la actividad agrícola en comparación con los productores de maíz y trigo.

Anexo II. Variogramas estimados para series de tiempo de variables de granos básicos

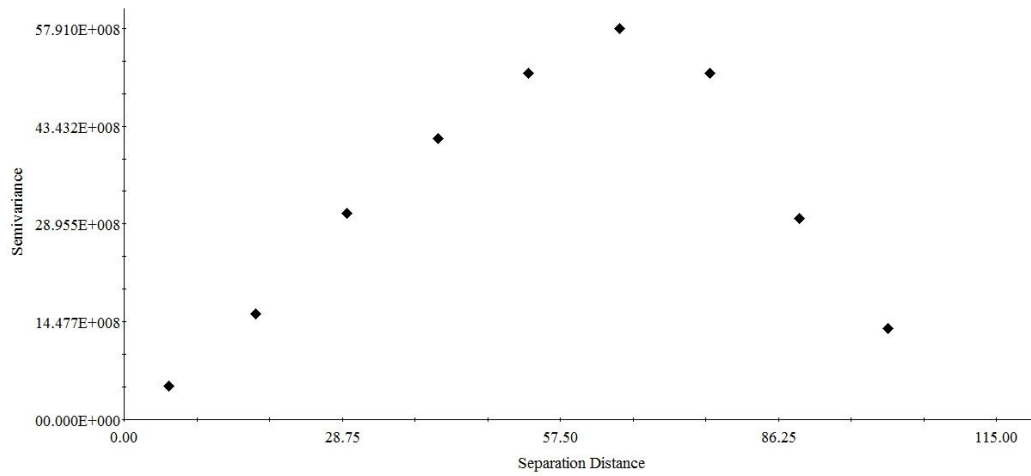


Figura 3. 1. Variograma estimado para superficie cosechada de arroz en México de 1897-2012

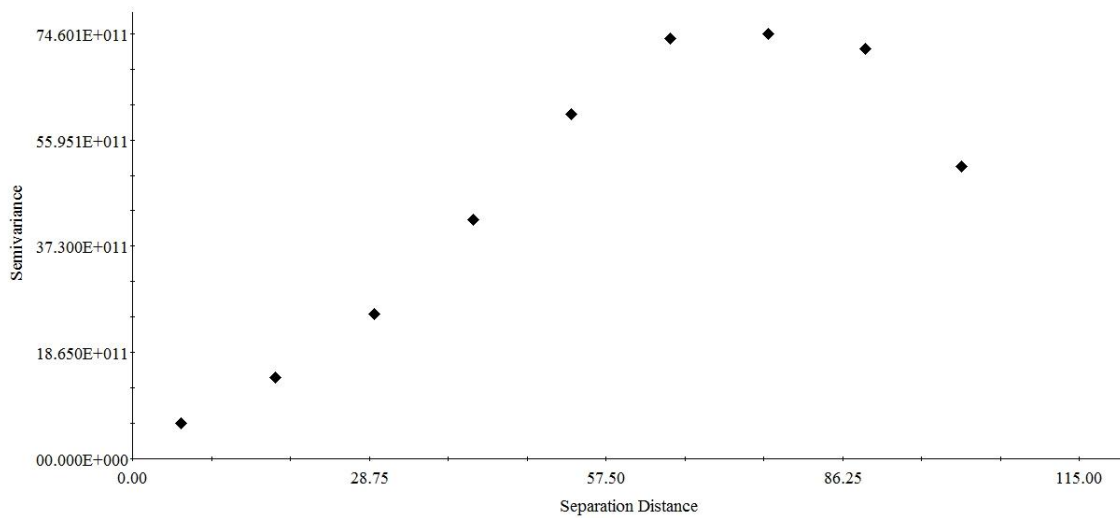


Figura 3. 2. Variograma estimado para superficie cosechada de maíz en México de 1897-2012

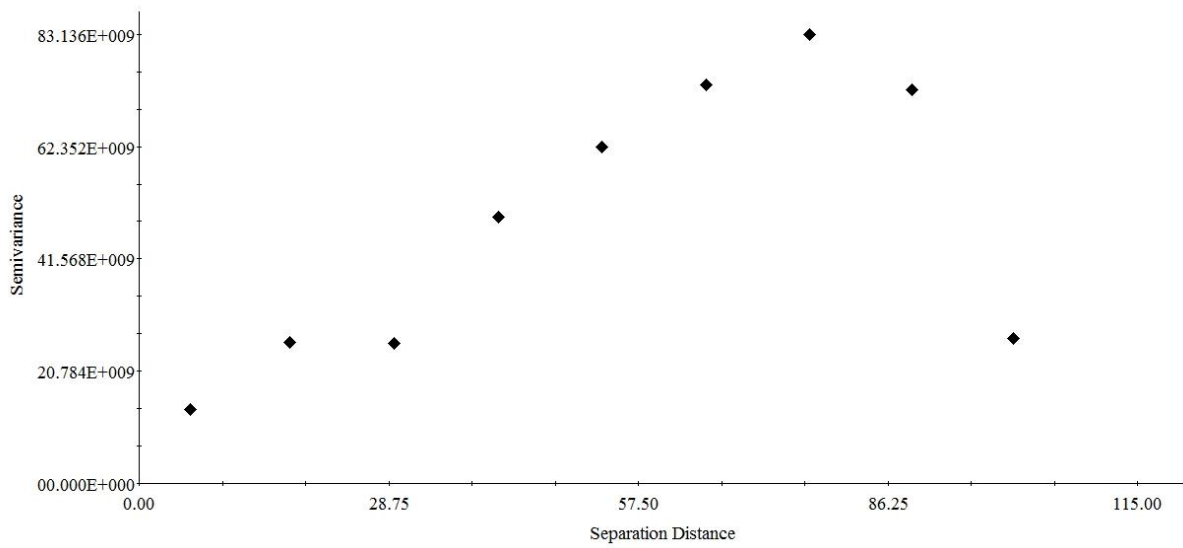


Figura 3. 3. Variograma estimado para superficie cosechada de trigo en México de 1897-2012

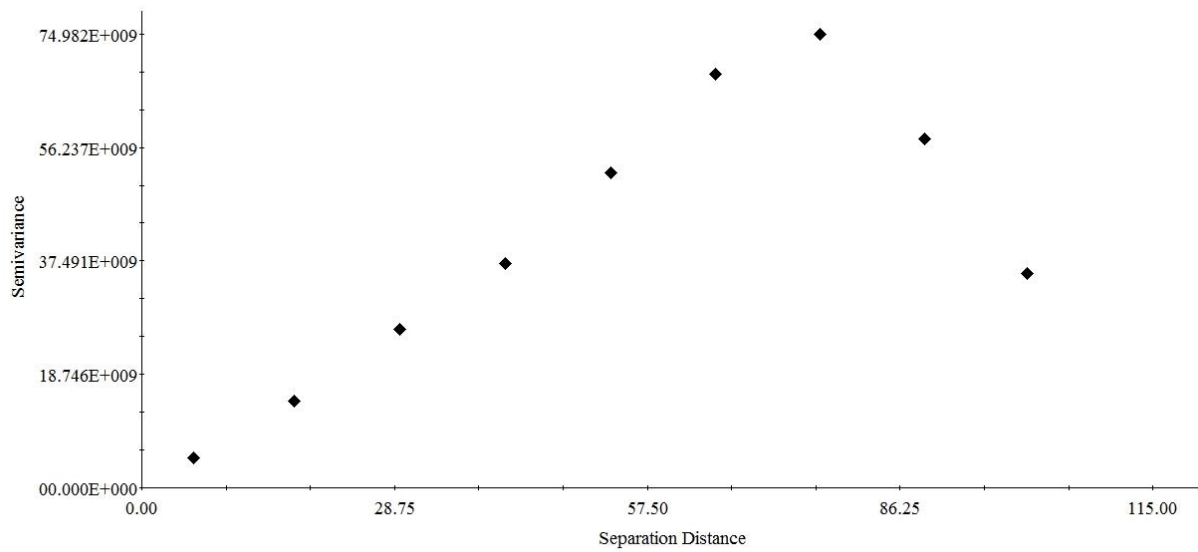


Figura 3. 4. Variograma estimado para volumen de producción de arroz en México de 1897-2012

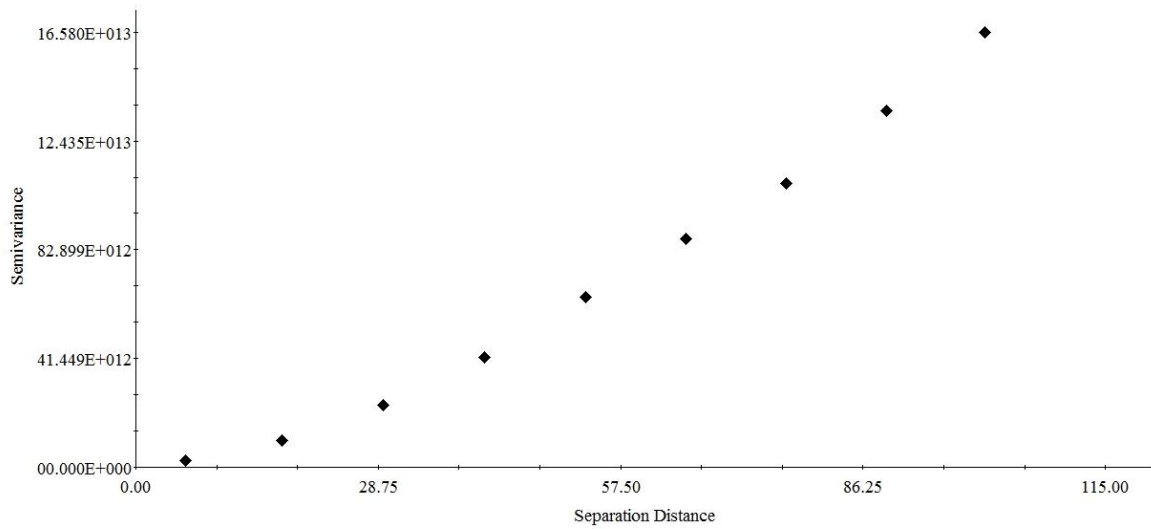


Figura 3. 5. Variograma estimado para volumen de producción de maíz en México de 1897-2012

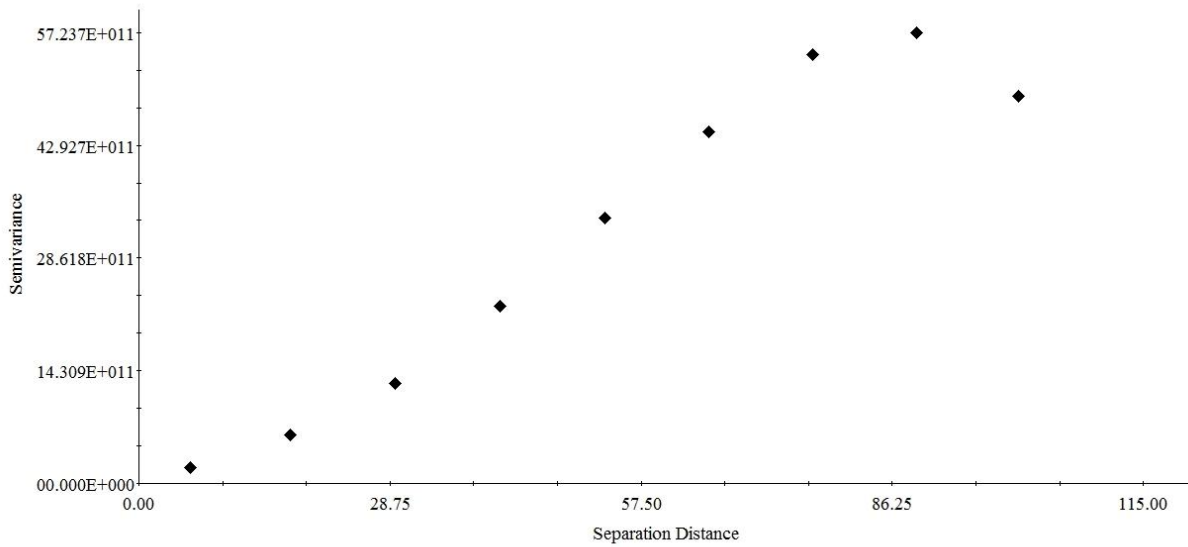


Figura 3. 6. Variograma estimado para volumen de producción de trigo en México de 1897-2012

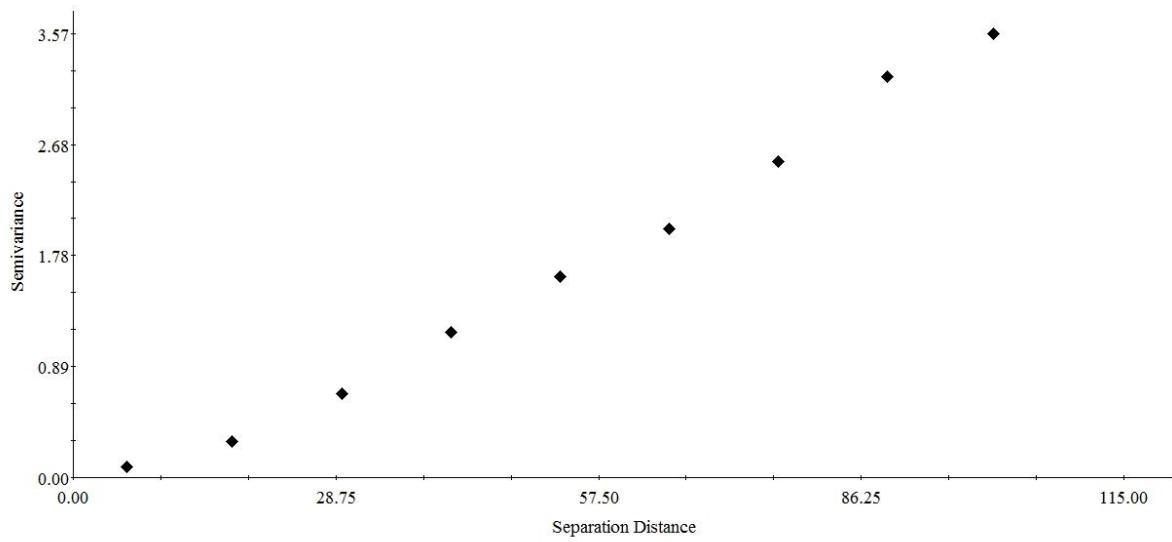


Figura 3. 7. Variograma estimado para rendimiento de arroz en México de 1897-2012

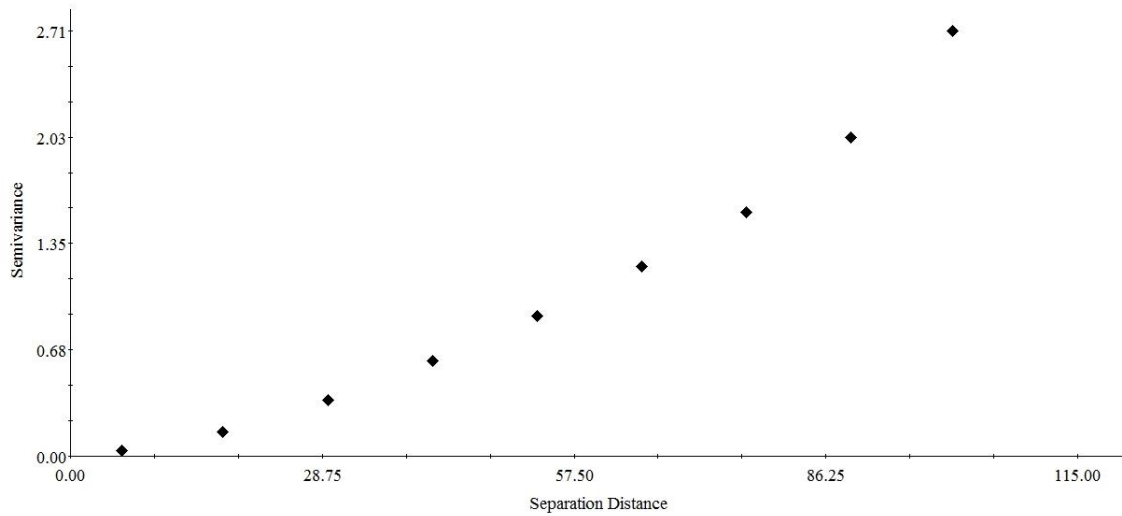


Figura 3. 8. Variograma estimado para rendimiento de maíz en México de 1897-2012

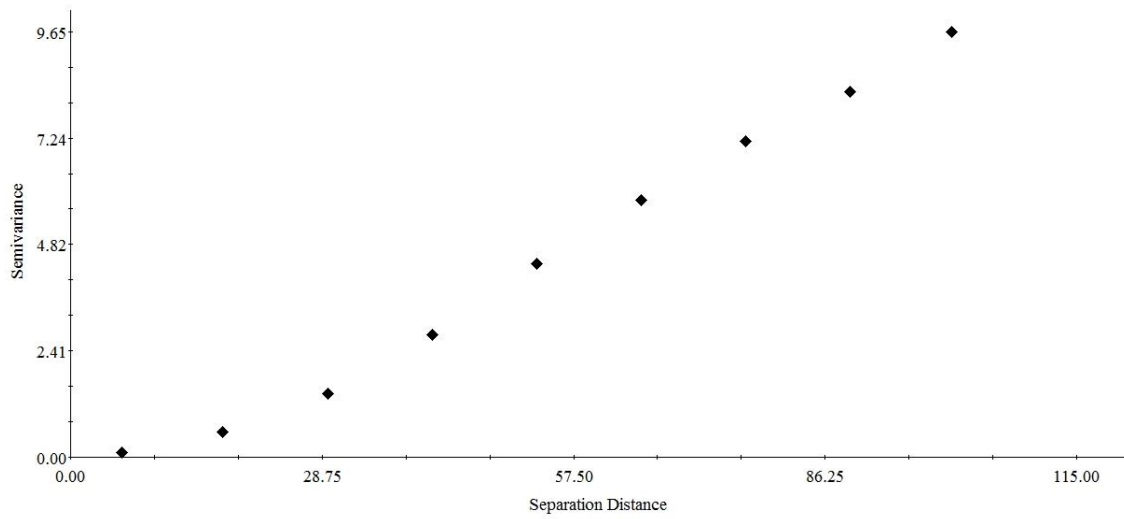


Figura 3. 9. Variograma estimado para rendimiento de trigo en México de 1897-2012

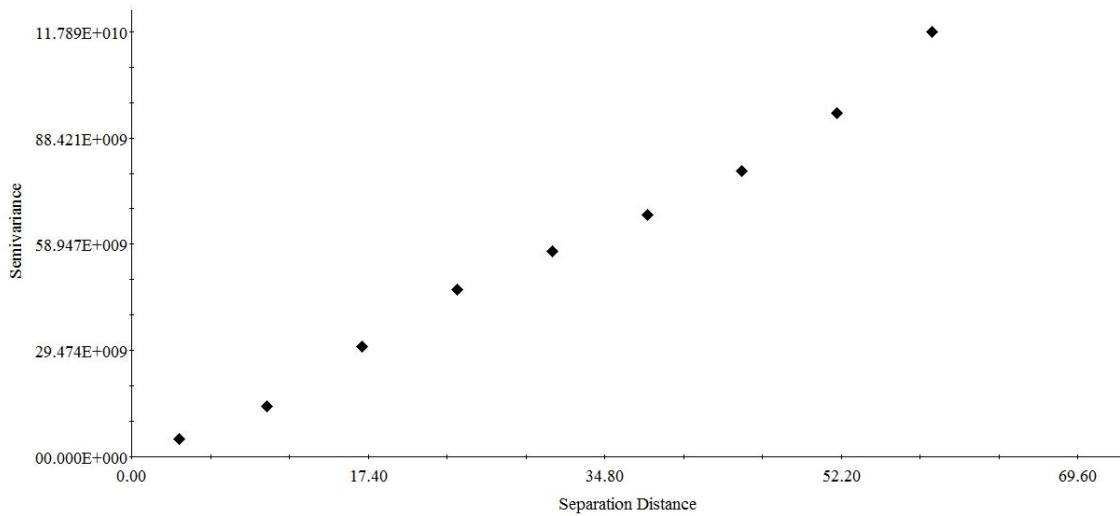


Figura 3. 10. Variograma estimado para volumen importado de arroz en México de 1925-2012

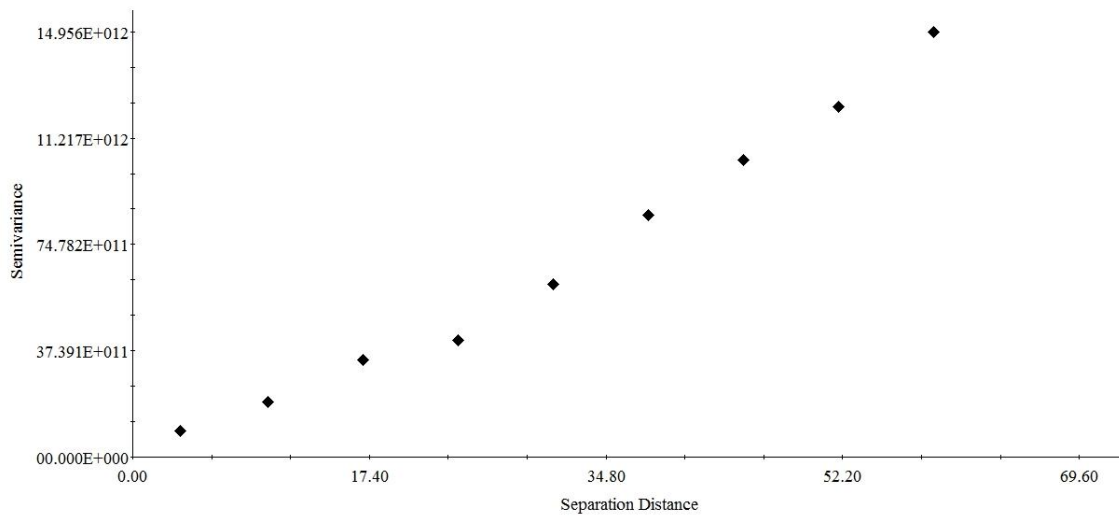


Figura 3. 11. Variograma estimado para volumen importado de maíz en México de 1925-2012

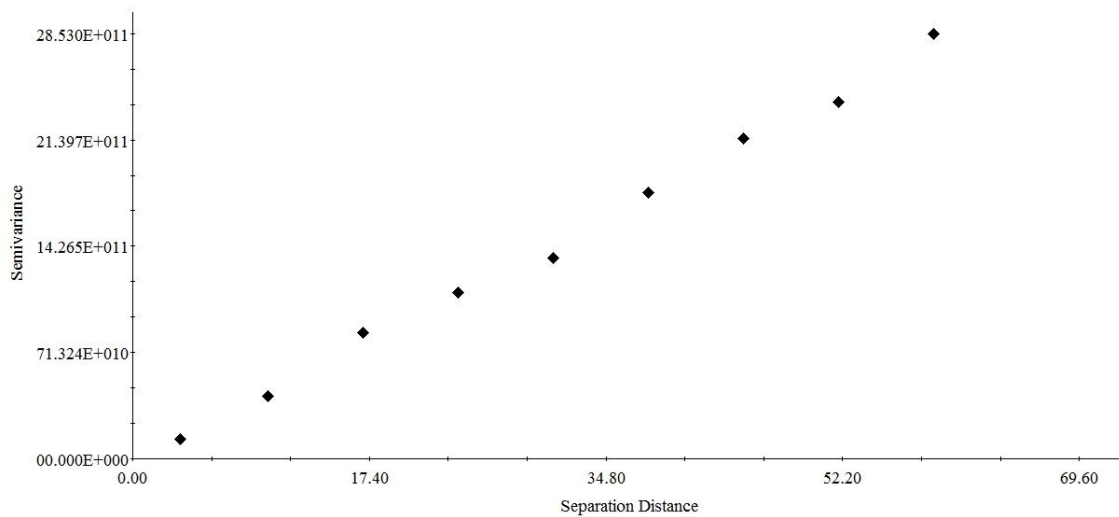


Figura 3. 12. Variograma estimado para volumen importado de trigo en México de 1925-2012

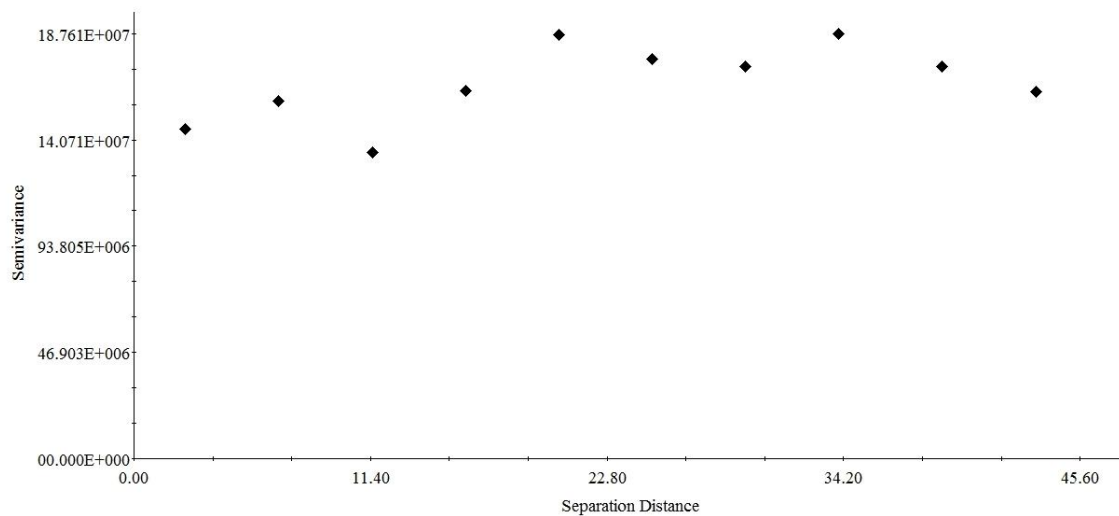


Figura 3. 13. Variograma estimado para volumen exportado de arroz en México de 1955-2012

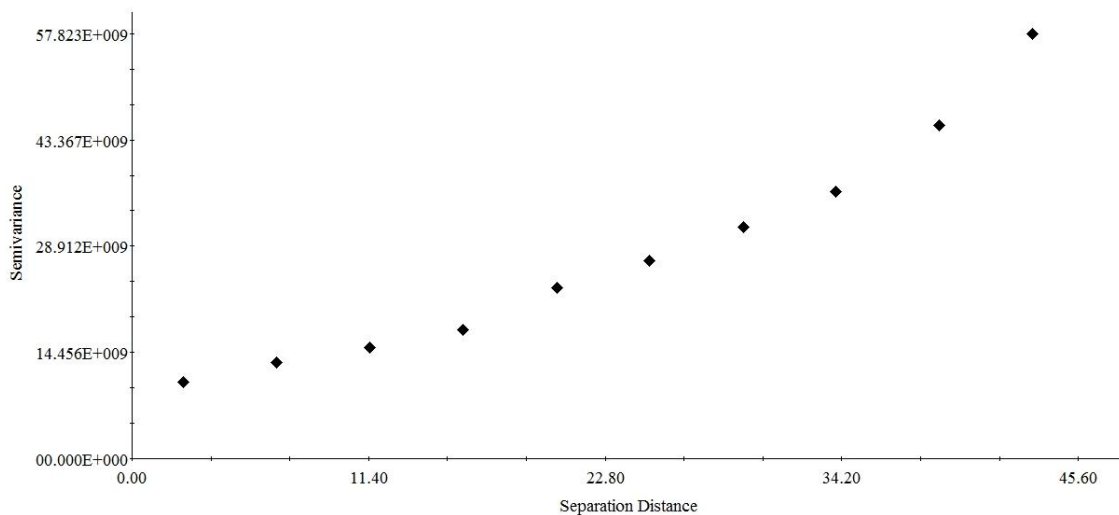


Figura 3. 14. Variograma estimado para volumen exportado de maíz en México de 1955-2012

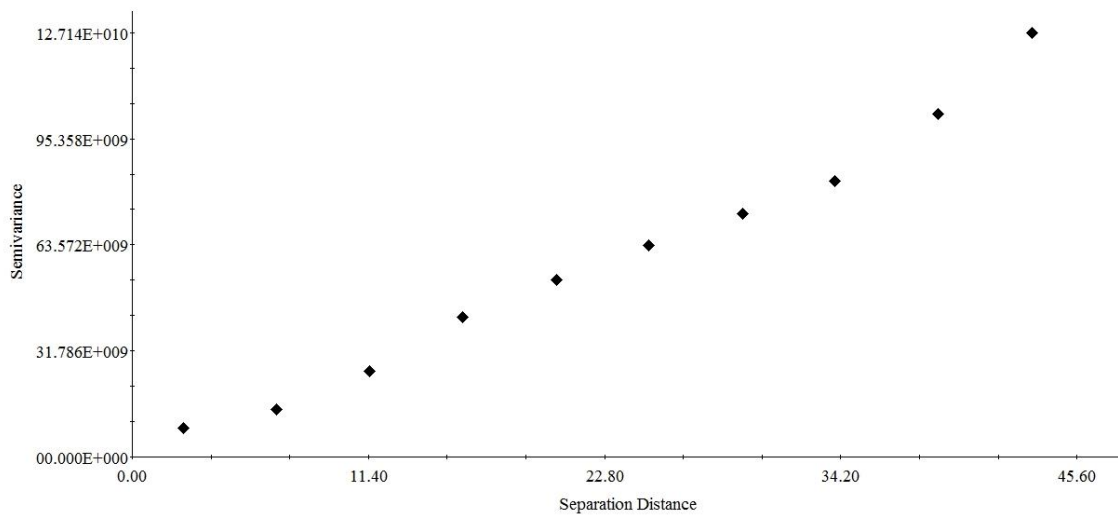


Figura 3. 15. Variograma estimado para volumen exportado de trigo en México de 1955-2012

3. 1. 1. ANÁLISIS FRACTAL DE SERIES DE TIEMPO DE ANOMALÍAS DE VARIABLES DE FRIJOL EN MÉXICO²

FRactal ANALYSIS OF VARIABLES OF MEXICAN BEAN ANOMALY TIME SERIES

RESUMEN

Las series de anomalías de superficie cosechada, volumen de producción, rendimiento y volúmenes exportados e importados de frijol en México pueden ser caracterizadas por la dimensión fractal (D_v) estimada mediante la técnica de variografía. Los resultados sugieren que las series de anomalías de variables de frijol pueden ser modeladas como series autoafines. Los valores de $D_v > 1.5$ hasta 2 expresan la presencia de variaciones de corto plazo. Los valores de $D_v > 1.5$ para las series de anomalías de variables de frijol sugieren un comportamiento antipersistente; es decir, estas series son impredecibles, a menos que se involucre un parámetro de fractalidad en los modelos estadísticos estimados con fines de predicción.

Palabras clave: series autoafines, dimensión fractal, variograma, función potencial.

ABSTRACT

Mexico's anomaly time series for harvested area, production volume, annual mean yield, and exported and imported volumes of dry bean can be characterized by means of fractal dimension (D_v), estimated through variography. General results suggest those series can be properly modeled as self-affine series. Fractal dimension (D_v) values > 1.5 to 2 indicate presence of short

²Olivia Delgadillo-Ruiz, Juan Antonio Leos-Rodríguez, Pedro Pablo Ramírez-Moreno y Ricardo David Valdez-Cepeda. CIENCIA ergo-sum, ISSN 1405-0269, Vol. 22-3, noviembre 2015-febrero 2016. Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca, México. Pp. 233-241

time variation. Whereas D_v values > 1.5 for the dry bean anomaly time series suggest predominance of antipersistent variation; that is to say, all these series are unpredictable unless we involve a fractality parameter in the estimated statistical models so as to predict them.

Key words: Self-affine series, Fractal dimension, Variogram, Power function.

INTRODUCCIÓN

Muchos fenómenos como terremotos, erupciones volcánicas, patrones de vegetación, radiación solar, temperatura, precipitación, propiedades del suelo, atributos de las plantas, precios de los productos agrícolas, comportamiento de índices financieros, entre otros, son descritos mejor por una dimensión cuyo valor no es precisamente entero, pero sí fracción o fractal (Grönlund *et al.*, 2012; Blanco-Macías *et al.*, 2011; Fattahi *et al.*, 2011; Dominique *et al.*, 2011).

La palabra *fractal* proviene del adjetivo *fractus*, en latín, y su significado es *irregular* o *rugoso* (Ghosh *et al.*, 2012; La Torre *et al.*, 2011). La geometría fractal es una herramienta matemática desarrollada para estudiar sistemas que se caracterizan por una dimensión fraccionaria o fractal. Ha surgido como un complemento de la geometría euclidiana para explicar y describir los objetos y formas de una mejor manera (Lento, 2013; Grönlund *et al.*, 2012). Las series de tiempo que se caracterizan por una dimensión no entera (dimensión fractal) son tratadas como series aleatorias o perfiles autoafines (Fattahi *et al.*, 2011; Mandelbrot, 1982). El análisis cuantitativo de la autoafinidad, a través de los variogramas geoestadísticos, involucra la medición de relaciones de escala entre las varianzas promedio estimadas para diferentes intervalos de tiempo (Namyslowska y Wynalek, 2011a).

Una limitante para el cálculo de la dimensión fractal de una serie de tiempo a partir del variograma es que éste es dependiente del intervalo de muestreo. Valores grandes de la dimensión fractal pueden ser el resultado de usar un intervalo de muestreo relativamente grande (Namyslowska y Wynalek, 2011b; Bachmaier y Backes, 2011). Otra situación puede presentarse cuando la representación log-log del variograma es una curva decreciente, que ocurre, a veces, en el caso de estructuras periódicas de intervalo grande, lo cual indica efectos de hoyo (*i.e.* que son curvas sinusoidales) (Sadoti *et al.*, 2014; Namyslowska y Wynalek, 2011b). Esta situación generalmente es eliminada con antelación porque la dimensión fractal se calcula al usar la pendiente del variograma log-log conformado por varianzas cercanas al origen. Además, las dimensiones fractales pueden ser comparadas entre variables de diferente naturaleza y magnitud de valores porque sus valores son independientes de la escala y no dependen de la magnitud de los valores de las variables, pero sí de la variabilidad (Kesavarao *et al.*, 2011).

En este artículo, las series de anomalías normalizadas de volúmenes de exportación e importación, superficie cosechada, producción y rendimiento medio anual de frijol en México se presentan como fractales autoafines con el objetivo de describir su complejidad y compararlas entre sí mediante sus valores de dimensión fractal.

La elección de las series de tiempo de las variables mencionadas, se debió a que, el frijol se cultiva prácticamente en todo el país, en aproximadamente, una superficie de 1.7 millones de hectáreas (la superficie destinada al cultivo de frijol es solo superada por la destinada al cultivo de maíz), con una producción de 1.1 millones de toneladas (SAGARPA-SIAP, 2013).

El papel de esta leguminosa es fundamental en lo económico porque representa para la economía campesina una garantía de seguridad y soberanía alimentaria vía autoconsumo (INEGI, 2011).

MATERIALES Y MÉTODOS

Datos

Las series de tiempo de superficie cosechada (ha), producción (t) y rendimiento ($t\ ha^{-1}$) (de 1897 a 2012, 116 años), así como volúmenes exportados (t) e importados (*t*) (de 1925 a 2010, 86 años) de frijol fueron analizadas mediante la técnica de variografía con el enfoque de geometría fractal. Los datos se obtuvieron de los sitios web del Sistema de Información Agroalimentaria de Consulta (SIACON) (2013) y del Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera (SIAP) dependientes de la Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación (SAGARPA), así como de informes del gobierno de la presidencia de la República, de la Subsecretaría de Agricultura y Operación dependiente de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH) (1983) y del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI, 2009).

Análisis fractal

La geometría euclidiana, la trigonometría y el cálculo son herramientas que se usan generalmente para modelar fenómenos naturales. Sin embargo, algunos de ellos son descritos mejor por una dimensión cuyo valor no es precisamente entero, en otras palabras, no corresponde a una dimensión euclidiana. Ese valor, entonces, corresponde a una dimensión fractal (Lento, 2013; Grönlund *et al.*, 2012). Mandelbrot (1982) usó el término *fractal* para estudiar los fenómenos temporales o espaciales continuos que exhiben correlación dentro de un rango de escalas (Lento, 2013; La Torre *et al.*, 2011; Fattahi *et al.*, 2011).

Los fractales son estructuras que presentan dos características principales: autosimilitud o autoafinidad (Fattahi *et al.*, 2011). Las estructuras autoafines son caracterizadas de manera frecuente por la irregularidad, la cual se define como la fluctuación sobre una cierta escala longitudinal (Namyslowska y Wynalek, 2011a). En los sistemas autoafines, la irregularidad cambia con la magnitud lineal de la superficie de acuerdo con el exponente de Hurst (H). La dimensión fractal (D_v) puede ser estimada a partir de su relación con H . D_v y H son llamados parámetros fractales y miden qué tanto se desvía una curva fractal de la función que se usa para aproximarse a ella (Velásquez *et al.*, 2013; Sánchez *et al.*, 2012).

En este contexto, el variograma fue considerado como una función fractal. Representa una manera para medir el grado de complejidad al evaluar qué tan rápido se incrementa la varianza cuando se mide con respecto a un aumento en el intervalo de tiempo (cambio de escala) (Kesavarao *et al.*, 2011). La idea fundamental fue suponer que el variograma y la escala no varían arbitrariamente, más bien que están relacionados por una ley de potencia (Dominique *et al.*, 2011).

Técnica de variografía

El variograma (semivariograma, función de la estructura o varianza de incrementos) es el valor esperado de la diferencia, al cuadrado, entre dos observaciones, separadas por un intervalo de tiempo (o lapso, w), expresado en años:

$$V(w) = \langle [Y_{ni}(X_i) - Y_{ni}(X_{i+w})]^2 \rangle \quad (1)$$

donde $V(w)$ es el valor promedio de la diferencia al cuadrado entre pares de datos separados por un intervalo w .

Al considerar una longitud del intervalo (w), el valor de la diferencia entre $Y_{ni}(w)$ y $Y_{ni}(0)$ se distribuirá normalmente con varianza $S(w)^2$ que es proporcional a w^{2H} . El valor esperado por obtener será igual a $S(w)^2$, así que:

$$V(w) \approx w^{2H} \quad (2)$$

donde H es el exponente de Hurst.

Cuando se grafica a los logaritmos de $V(w)$ contra los logaritmos de w es posible ajustar una línea recta si la serie es autoafín. La pendiente de la ecuación de la línea recta es dos veces H , y la dimensión fractal puede ser estimada mediante la ecuación:

$$D_v = 2 - H \quad (3)$$

Dependiendo de los valores que tomen los parámetros de fractalidad (D_v y H), se puede hablar de grados de irregularidad o complejidad de las series:

- a) Si $D_v > 1.5$ y $H < 0.5$, la serie es antipersistente, es decir, sugiere sensibilidad a fuerzas externas con variaciones de corto plazo. En este caso una tendencia de aumento en el pasado implica una tendencia a disminuir en el futuro, y una tendencia de disminución en el pasado implica una tendencia a aumentar en el futuro.
- b) Si $D_v = 1.5$ y $H = 0.5$ se trata de una serie que se comporta según el movimiento browniano. No hay correlación de los incrementos del pasado y de futuro.
- c) Si $D_v < 1.5$ y $H > 0.5$, la serie es persistente, en otras palabras, presenta efectos de memoria a largo plazo. Lo que sucede hoy impacta en el futuro (Lento, 2013).

Construcción de las series de anomalías de variables de frijol

Al considerar las series de tiempo de superficie cosechada, producción, rendimiento, volúmenes exportados e importados de frijol (datos originales: datos sin remoción de tendencias), la estimación del variograma no fue posible, en teoría. Cuando la distancia calculada entre puntos muestreados es cero, la función variograma se establece como cero, pero debido a la presencia de un error de medición y de variación en el espacio, cuando dos puntos muestreados son muy cercanos la función variograma no significa que deba ser cero, por lo que el efecto *nugget* se produce (Wang *et al.*, 2014) (Figuras 3.1.1-3.1.5).

Los casos de volúmenes exportados importados y producción de frijol muestran un efecto de *hoyo* o comportamiento sinusoidal. El enfoque de geometría fractal usado supone que las relaciones entre la varianza promedio y los incrementos de tiempo, sin remoción de las tendencias, se describe por funciones potenciales, de manera que si los variogramas no se ajustan a una función potencial, la dimensión fractal no debe ser estimada con este método (Sadoti *et al.*, 2014; Dominique *et al.*, 2011).

Por lo tanto, las tendencias de las series evidenciadas fueron eliminadas para cada una de las series; se tomó en cuenta que generan resultados espurios para series autosimilares o autoafines (Wilks, 2011; Lung y Yu, 2009).

Dicho procedimiento se realizó con base en la Ecuación (4):

$$Y_{di} = Y_i - (a + bX_i) \quad (4)$$

donde Y_{di} es el *i-ésimo* valor de la serie sin tendencia.

Después cada una de las subseries fue normalizada (ecuación 5):

$$Y_{ni} = \frac{Y_{di} - \bar{Y}_d}{SD_d} \quad (5)$$

donde Y_{ni} es la *i-ésima* anomalía normalizada, \bar{Y}_d es la media aritmética de la subserie con tendencia removida, y SD_d es la desviación estándar de la subserie con tendencia eliminada.

En la última etapa se unieron dos subseries de anomalías normalizadas para cada una de las variables. Como resultado, los conjuntos de datos de anomalías normalizadas presentaron media cero y varianza unitaria. Así, cada conjunto de valores Y_{ni} es considerado como serie de anomalías normalizadas de la respectiva variable (Figura 3.1.6 - 3.1.10). El uso de las anomalías se justifica porque es común que las series de tiempo, en general, sean no estacionarias y presenten tendencias de plazo largo. Así, la remoción de las tendencias (como en este caso) es un aspecto importante con el objetivo de evitar la influencia de la no estacionariedad de las series originales que pudieran inducir resultados espurios (Wilks, 2011).

La base de datos y la eliminación de las tendencias se computaron en hojas de cálculo de Microsoft Excel 2013, mientras que la estimación de los variogramas se realizó con el *software* Geostatistics for Environmental Sciences versión 2.3 (Gama Desing Software, 1995).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Algunos indicadores de las series de tiempo de volumen exportado e importado, superficie cosechada, producción y rendimiento medio anual de frijol muestran que de 1925 a 2010 en promedio se han exportado unas 16 600 t e importado 50 000 t de frijol. En el periodo de 1897 a 2012, la superficie cosechada en México con frijol fue de 1.23 millones de ha en promedio, con una superficie máxima de 2.24 millones de ha y una mínima de 470 000 ha. La producción fue en promedio de 560 000 t, con una producción máxima de 1.5 millones de t. En el caso de los rendimientos se destaca un valor máximo de 860 kg ha^{-1} , un valor mínimo de 70 kg ha^{-1} y un promedio de 380 kg ha^{-1} . En el cuadro 3.1.1 se presenta una descripción de las variables consideradas; medidas de tendencia central y variabilidad (estadísticos descriptivos), y en las Figuras 3.1.7 - 3.1.11 se representa a las series de tiempo correspondientes.

Los resultados del variograma log-log se muestran en el cuadro 3.1.2. En general, la linealidad apreciada para las series de anomalías normalizadas de superficie cosechada, volumen de producción, rendimiento, y volúmenes exportado e importado de frijol indica que pueden ser modeladas como series autoafines.

Cuadro 3.1. 1. Descripción de las series de tiempo de superficie cosechada (ha), producción (kg), rendimientos (kg ha⁻¹), volúmenes exportados (t) e importados (t) de frijol.

<i>Variables</i>	<i>Periodo</i>	<i>N</i>	<i>Media</i>	<i>Varianza</i>	<i>Valor Mínimo</i>	<i>Valor Máximo</i>
Volumen exportado (t)	1925-2010	86	16 603.7	7.78E+08	0.0	130 076.0
Volumen importado (t)	1925-2010	86	49 339.6	7.64E+09	14.0	490 189.0
Superficie Cosechada (millones ha)	1897-2012	116	1.23	2.62E+11	0.47	2.24
Producción (t)	1897-2012	116	557 990.0	1.97E+11	82 577.0	1 549,091.0
Rendimiento (t ha ⁻¹)	1897-2012	116	0.38	0.04	0.07	0.86

n=total de datos de la serie de tiempo.
Fuente: elaboración propia

Los valores de $D_v > 1.5$ y valores de $H < 0.5$ expresan la presencia de variaciones de corto plazo (cuadro 3.1.2), lo cual sugiere sensibilidad a fuerzas externas con variaciones de corto plazo en las series de anomalías normalizadas de superficie cosechada, volumen de producción, rendimiento, y volumen exportado e importado de frijol. El comportamiento evidenciado es antipersistente y muestra la presencia de correlaciones negativas. En otras palabras, estas series son impredecibles.

Este comportamiento antipersistente puede ser explicado por la amplia variación en la producción de frijol en México, debido principalmente a que más de 50% de la superficie se cultiva en condiciones de temporal (Serrano *et al.*, 2013; Sagarpa- SIAP, 2013; Ledesma y Ramírez, 1994), con uso limitado de semillas mejoradas, suelos pobres en nutrientes (Nansen, 2012) y con niveles tecnológicos limitados obteniéndose en promedio rendimientos bajos (Valdez y Olivares, 1998) en comparación con los principales países productores como EUA, China, Indonesia, Myanmar y Brasil con rendimientos de 1.86, 1.53, 0.99, 0.93 y 0.80 toneladas por hectárea (Secretaría de Economía, 2012).

El valor de dimensión fractal (1.86) para la serie de anomalías de rendimiento medio anual de frijol coincide con el estimado (1.84) por Valdez *et al.* (2007). En general, las series en estudio se asocian a valores de dimensión fractal que sugieren la dominancia de variabilidad de plazo corto. El orden de las series de acuerdo con la dominancia de este tipo de variación fue volumen exportado < volumen importado < superficie cosechada < rendimiento medio anual < volumen de producción.

Lo anterior sugiere la posibilidad de que fuerzas externas al sistema de producción, como pueden ser factores físicos, bióticos o climáticos, influyan sobre la sensibilidad a las condiciones

iniciales de las series de anomalías normalizadas de variables de frijol en México. Por lo tanto, es recomendable que en trabajos de investigación futuros se involucre el análisis de la sensibilidad a las condiciones iniciales de las series en estudio mediante; por ejemplo, el exponente de Lyapunov, tal y como lo hicieron Valdez *et al.* (2007).

Cuadro 3.1. 2. Parámetros de fractalidad estimados con los variogramas log-log para las series de anomalías de superficie cosechada, producción, rendimiento, volúmenes exportados e importados de frijol.

<i>Serie de anomalías</i>	<i>D_v</i>	<i>Se</i>	<i>R²</i>	<i>n</i>	<i>H</i>	<i>Nota</i> <i>(Variación predominante)</i>
Volumen exportado	1.798	0.453	0.887	4	0.202	Variación de corto plazo
Volumen importado	1.818	0.630	0.806	4	0.182	Variación de corto plazo
Superficie cosechada	1.839	0.139	0.951	11	0.161	Variación de corto plazo
Producción	1.889	0.159	0.953	9	0.111	Variación de corto plazo
Rendimiento medio anual	1.865	0.143	0.919	17	0.135	Variación de corto plazo

Nota: *D_v* es la dimensión fractal; *Se* es el error estándar; *R²* es el coeficiente de determinación; *n* es el tamaño de la muestra, y *H* es el exponente de Hurst.

Fuente: elaboración propia

Los resultados de los variogramas log-log para las series de anomalías de volúmenes exportados e importados, superficie cosechada, producción y rendimiento medio anual de frijol son mostrados en las figuras 3.1.12 - 3.1.16. En el cálculo de los estimadores de fractalidad se usaron las observaciones más cercanas al origen con el propósito de que sus valores fueran más estocásticos que determinísticos. Es decir, se procuró que en su cómputo se involucrara a las observaciones definidas por un gran número de pares o diferencias asociadas a diferentes intervalos de tiempo (*w*, años).

CONCLUSIONES

Las series de tiempo de anomalías de variables de frijol se analizaron con la técnica de variografía. Los resultados muestran valores de $D_v > 1.5$ para las series de anomalías de volúmenes exportados (t) e importados (t), superficie cosechada (ha), rendimiento medio anual ($t\ ha^{-1}$) y producción de frijol (t), e indican que dichas series son autoafines, a grado tal que la variación de plazo corto es la dominante.

Los valores de las series de anomalías normalizadas sugieren que son prácticamente impredecibles mediante las técnicas estadísticas más comúnmente usadas. Entonces, con fines de predicción, la recomendación es involucrar algún parámetro de fractalidad en la ecuación o modelo estadístico.

PROSPECTIVA

Las herramientas de la geometría fractal, como las utilizadas en este estudio, pueden incluirse en el análisis de series de tiempo para entender los posibles mecanismos que están influyendo en el comportamiento de los sistemas de producción de granos básicos en México.

Permanece la posibilidad de que fluctuaciones asociadas a la variabilidad de corto plazo no reflejen algo especial acerca de los mecanismos que genera la dinámica en las series de anomalías de volúmenes exportados e importados, superficie cosechada, rendimiento medio anual y producción de frijol.

¿Acaso este comportamiento puede ser el resultado de los diversos insumos que intervienen en la cadena agroalimentaria de frijol en México? Esta pregunta justifica el estudio de estas series con el objetivo de conocer si sus comportamientos son afectados por fuerzas externas que operan a diferentes escalas de tiempo. Debido a ello, conviene manejar como meta la comprensión de los mecanismos que intervienen en la presencia de leyes de escala en las series, así como para generar conocimiento sobre su autoafinidad geométrica.

Además de los insumos que se utilizan en la cadena agroalimentaria de frijol, deben ser considerados los factores climáticos, económicos y comerciales. La oferta de granos como el frijol está relacionada con la intensidad y distribución de las lluvias que impacta en su producción. Otros factores vinculados al cambio climático son la actividad solar y el fenómeno de Oscilación del Sur El Niño (ENSO, por sus siglas en inglés) que afectan el clima terrestre y en consecuencia el crecimiento de las plantas. El productor de frijol también considerará en su decisión de producción el comportamiento a la baja de los precios de venta, el aumento de los costos por el alza de los precios de los insumos, entre otros.

Los precios de las materias primas agrícolas, la oferta y demanda de los productos agropecuarios y los efectos del cambio climático son las principales causas del comportamiento volátil en los mercados internacionales. Estos efectos agregan mayor impredecibilidad en volumen y valor a las series de superficie cosechada, rendimiento, importación, exportación, rendimiento y volumen de producción de frijol en México. Será por lo tanto, necesario la utilización de la geometría fractal para identificar factores externos al sistema de producción.

Por este motivo, en trabajos futuros es conveniente identificar la sensibilidad a condiciones iniciales de las series de anomalías mediante el índice de Lyapunov, por ejemplo, con el propósito de conocer a mayor profundidad sus dinámicas y divergencias de trayectorias cercanas, *i.e.* nivel de caos.

Anexo III. Variogramas estimados para series de tiempo de variables de frijol en México

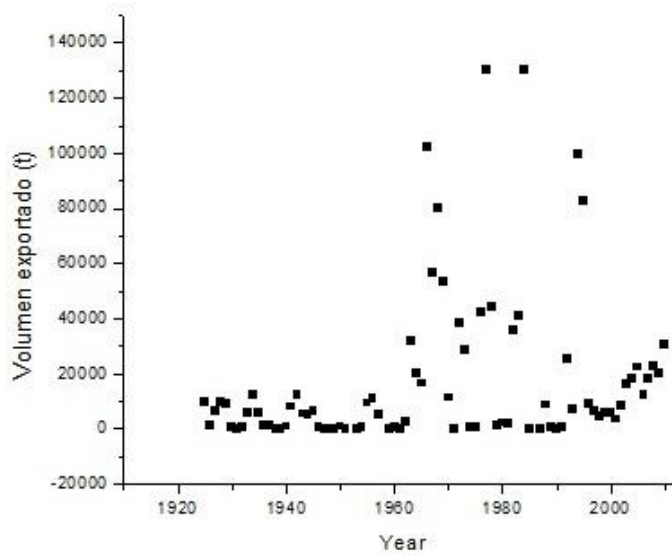


Figura 3.1. 1. Serie de volumen exportado (t) de frijol producida en México de 1925 a 2010

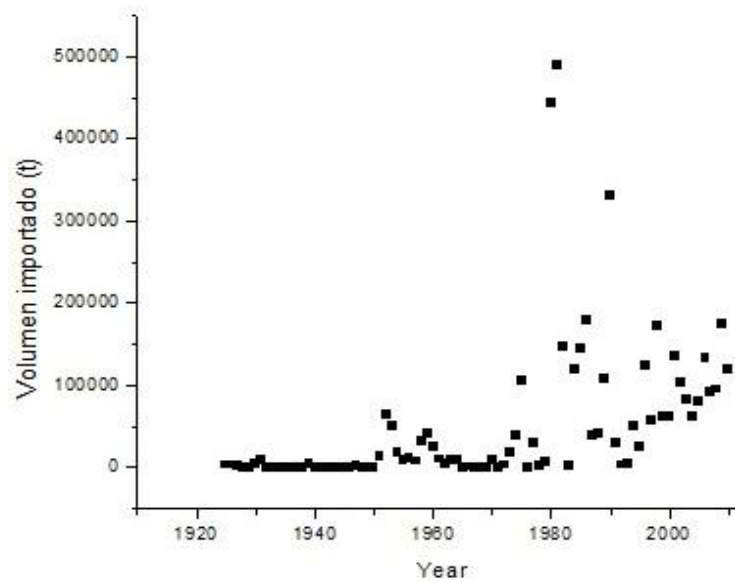


Figura 3.1. 2. Serie de volumen importado (t) de frijol a México de 1925 a 2010

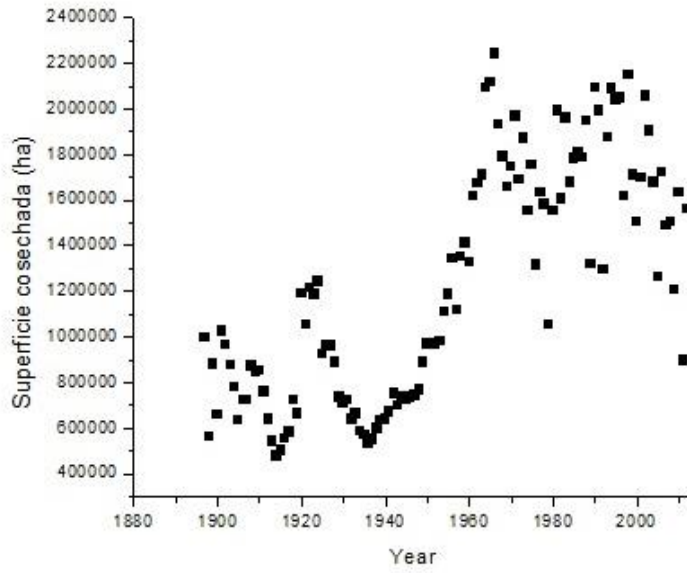


Figura 3.1. 3. Serie de superficie cosechada (ha) de frijol en México de 1897 a 2012

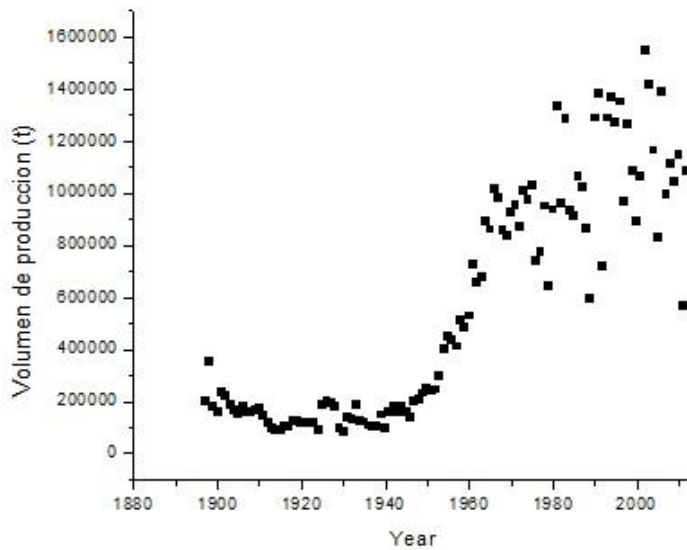


Figura 3.1. 4. Serie de volumen de producción (t) de frijol en México de 1897 a 2012

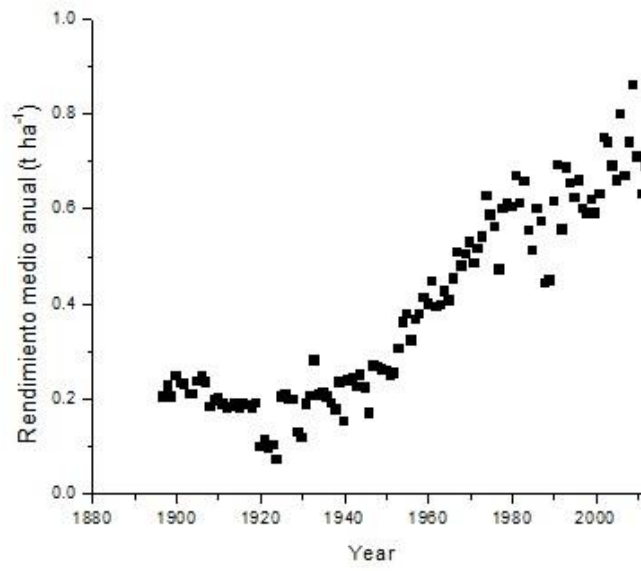


Figura 3.1. 5. Serie de rendimiento medio anual (t ha⁻¹) de frijol en México de 1897 a 2012

Anexo IV. Variogramas experimentales de volumen exportado para cada una de las series de tiempo

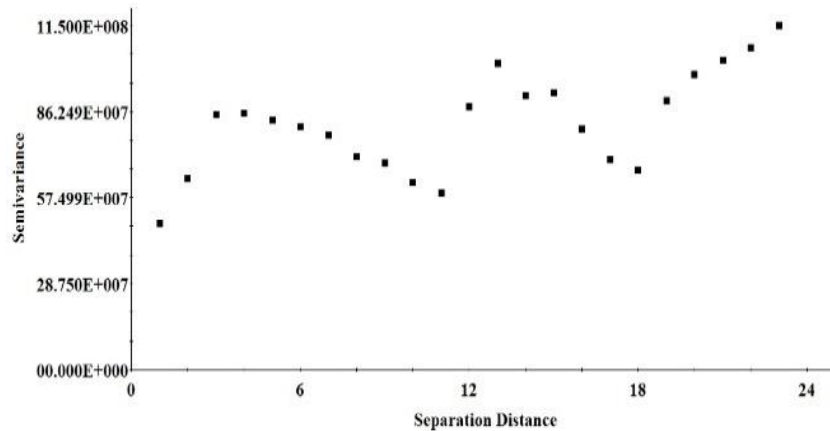


Figura 3.1. 6. Variograma experimental para la serie de volumen exportado de frijol producido en México de 1925 a 2010

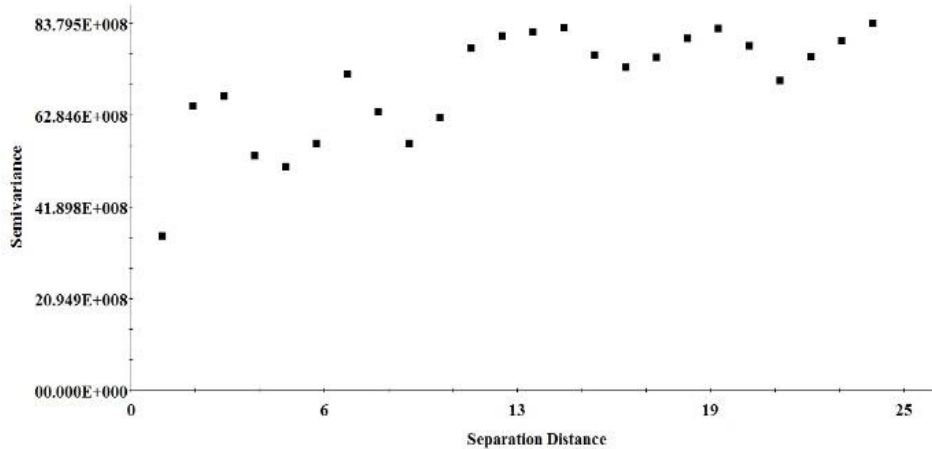


Figura 3.1. 7. Variograma experimental para la serie de volumen importado de frijol a México de 1925 a 2010

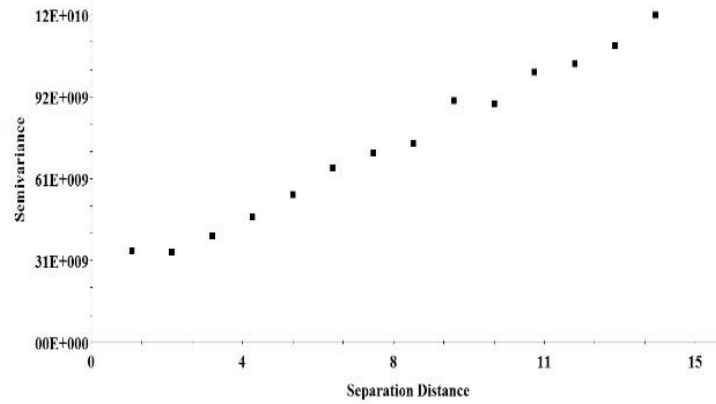


Figura 3.1. 8. Variograma experimental para la serie de superficie cosechada de frijol en México de 1897 a 2012

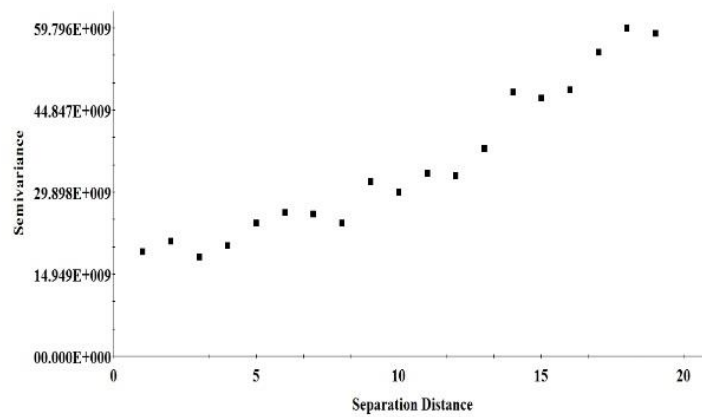


Figura 3.1. 9. Variograma experimental para la serie de volumen de producción de frijol en México de 1897 a 2012

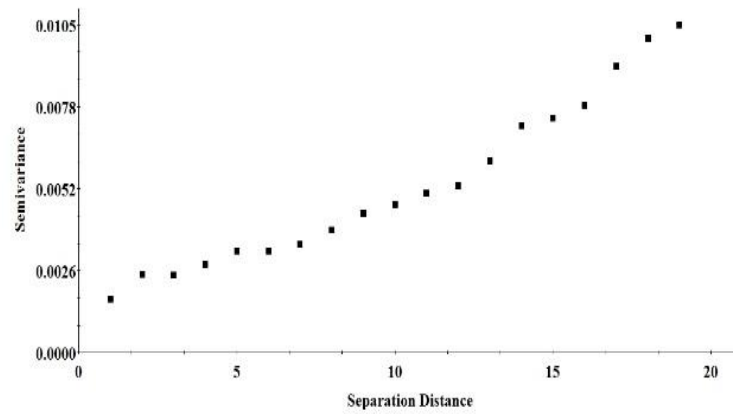


Figura 3.1. 10. Variograma experimental para la serie de rendimiento medio anual de frijol en México de 1897 a 2012

Anexo V. Series de anomalías normalizadas de variables de frijol en México

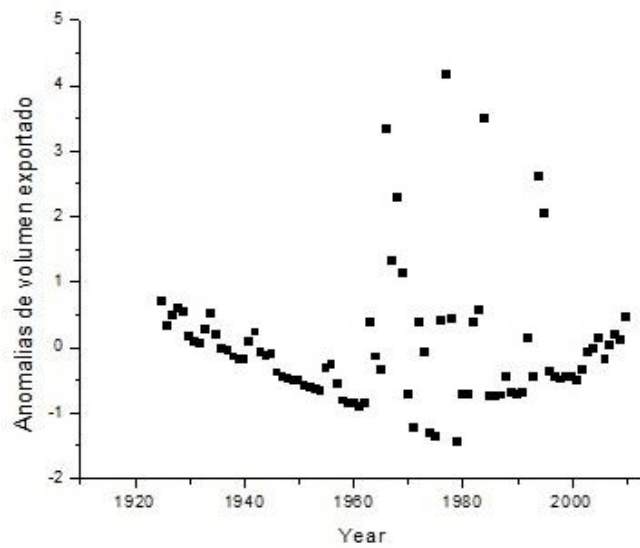


Figura 3.1. 11. Volumen exportado de frijol producido en México

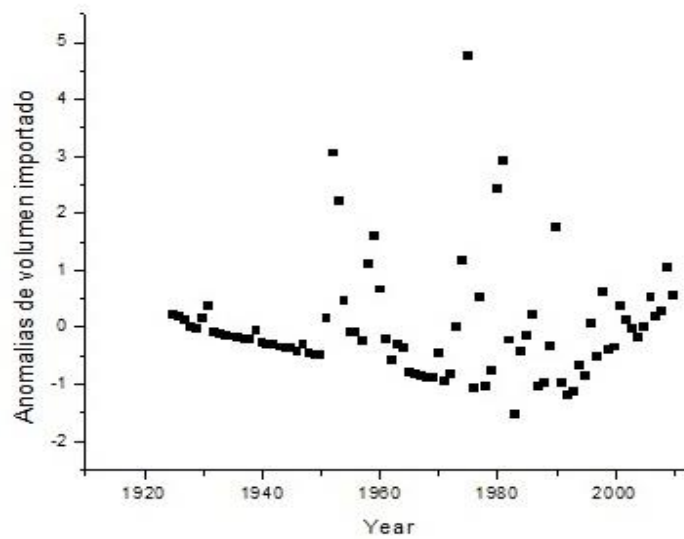


Figura 3.1. 12. Volumen importado de frijol a México

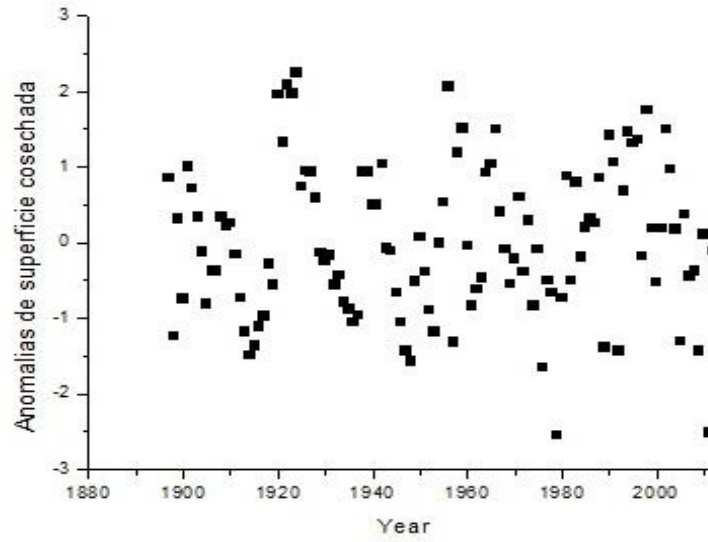


Figura 3.1. 13. Superficie cosechada de frijol en México

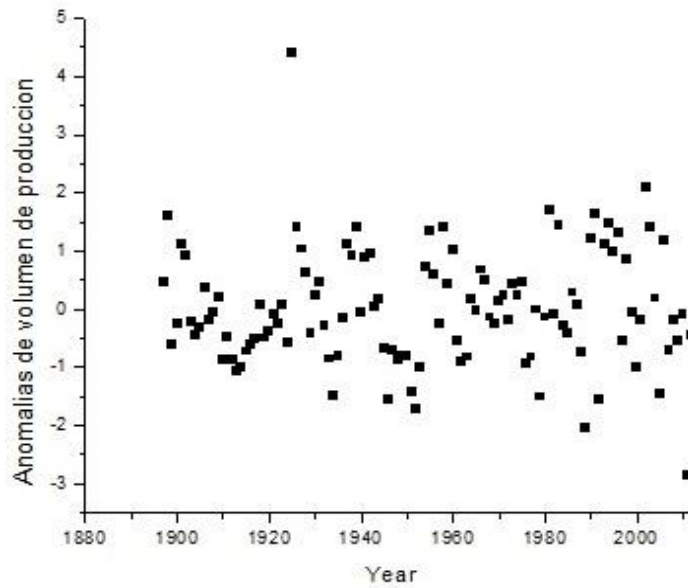


Figura 3.1. 14. Volumen de producción de frijol en México

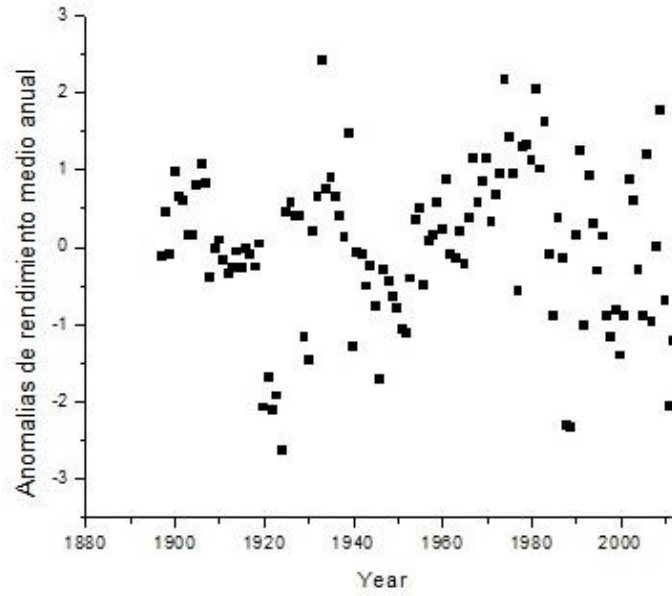


Figura 3.1. 15. Rendimiento medio anual de frijol en México

Anexo VI. Variogramas log-log de las series de anomalías normalizadas de variables de frijol

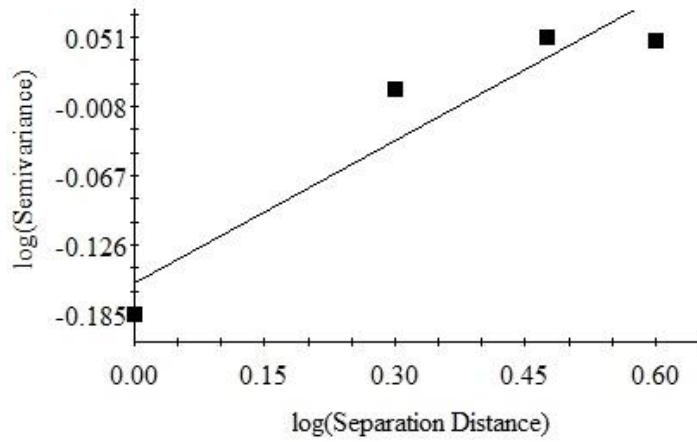


Figura 3.1. 16. Volumen exportado de frijol de 1925 a 2010

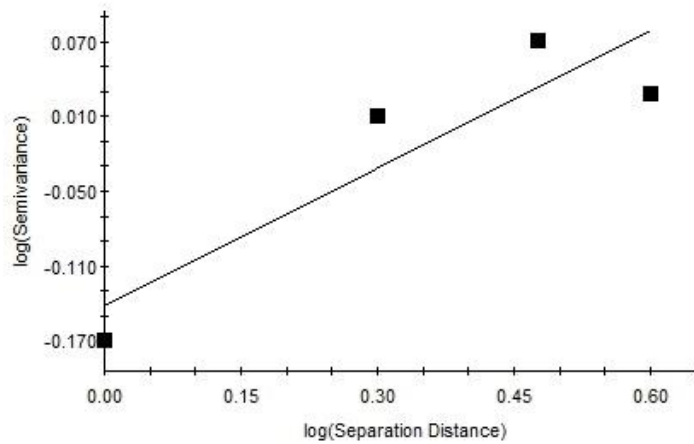


Figura 3.1. 17. Volumen importado de frijol de 1925 a 2010

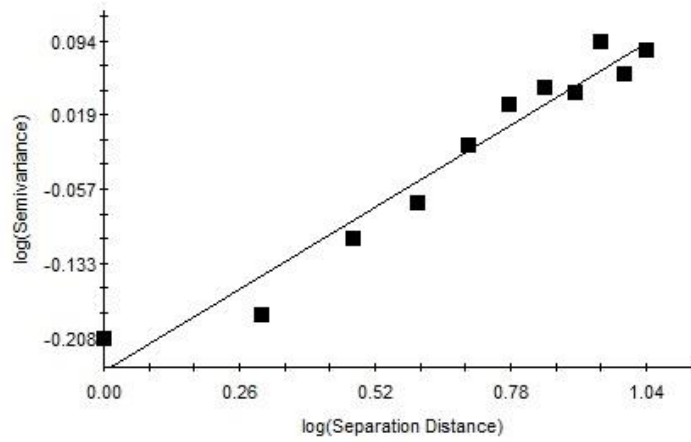


Figura 3.1. 18. Superficie cosechada de frijol de 1897 a 2012

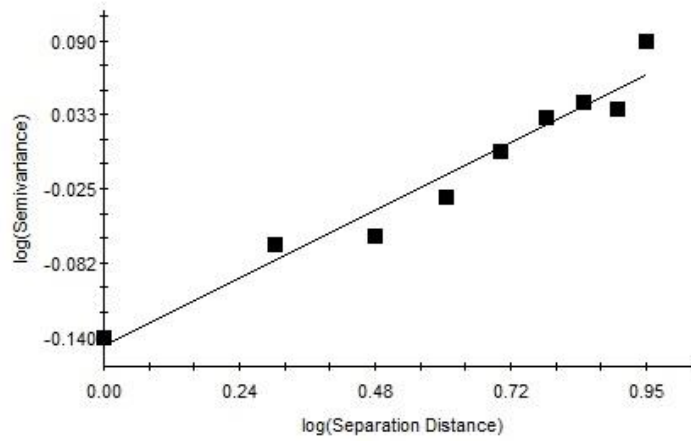


Figura 3.1. 19. Volumen de producción de frijol de 1897 a 2012

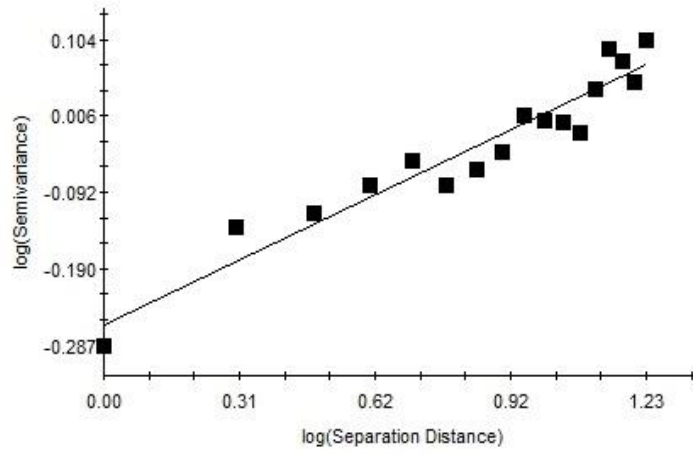


Figura 3.1. 20. Rendimiento medio anual de frijol de 1897 a 2012

3. 2. ANÁLISIS CON ESPECTRO POTENCIAL DE SERIES DE TIEMPO DE RENDIMIENTOS DE GRANOS BÁSICOS EN MÉXICO³

POWER SPECTRUM ANALYSIS OF MEXICAN BASIC GRAIN YIELD TIME SERIES

RESUMEN

Las series de rendimiento de maíz, frijol, trigo y arroz en México, con registros de 115 años, fueron analizadas con la técnica de espectro potencial. El análisis con espectro potencial permitió apreciar los valores de los parámetros de fractalidad e identificar las frecuencias dominantes que influyen sobre el comportamiento de los rendimientos de granos básicos en México. Es decir, sus resultados proveen información útil sobre los contenidos de frecuencia de las series, pero no indican el tiempo en el cual las frecuencias ocurren. Las variaciones de largo plazo fueron las dominantes ya que los valores de dimensión fractal fueron mayores a 1.5 y con valores de H menores a 0.5. En las series de rendimiento de granos básicos se presentaron frecuencias de dos años (lo que indica la presencia de la oscilación cuasi-bianual), de tres y siete años, las cuales se pueden relacionar con la actividad del Fenómeno Oscilación del Sur-El Niño-ENSO y frecuencias con valores de 10-12 años que sugieren la presencia del ciclo de manchas solares.

Palabras clave: Espectro potencial, fractalidad, rendimientos, ENSO

³Parte de estos resultados fueron publicados en: Delgadillo-Ruiz Olivia, Leos-Rodríguez Juan Antonio y Valdez-Cepeda Ricardo David. 2014. Análisis con espectro potencial de series de rendimientos medios anuales de frijol en México. Investigación en Matemáticas, Economía y Ciencias Sociales. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Estado de México. 72-80 p. ISBN: 978-607-12-0344-1

ABSTRACT

The yield time series of maize, beans, wheat and rice in Mexico, with 115 years records were analyzed using the technique of power spectrum. The power spectrum analysis allowed appreciate the values of the parameters of fractality and identify the dominant frequencies that influence the behavior of yields of basic grains in Mexico. That is, their results provide useful information about the frequency content of the series, but do not indicate the time at which frequencies occur. Long-term variations were dominant since the values of fractal dimension were higher 1.5 and with H values of lower than 0.5. In the series of basic grain yield frequencies of two years presented (indicating the presence of the quasi-biannual oscillation), three to seven years, which may be related to activity-Southern Oscillation phenomenon-El Niño, and frequency values of 10-12 years that suggest the sunspot cycle.

Keywords: power spectrum, fractality, yields, ENSO

INTRODUCCIÓN

Los rendimientos de granos básicos cada día adquieren mayor importancia, por ejemplo, en la toma de decisiones de productores, actores gubernamentales, actores del sector privado, empresas aseguradoras, proveedores de insumos y maquinaria, entre otros. En el análisis del comportamiento de los rendimientos han sido aplicados diversos modelos matemáticos en una amplia gama de situaciones para la toma de decisiones (Escalante *et al.*, 2011; Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998).

Por ejemplo, en el análisis de sistemas agrícolas se han usado relaciones lineales (del tipo $y = \alpha + \beta x$) justificadas como funciones a las que se ajustan los datos, para establecer relaciones entre una variable dependiente y una o más variables explicativas, con el fin de establecer una predicción (Escalante *et al.*, 2011). Lo cual significa, por ejemplo, que los cambios en los rendimientos de los cultivos a través del tiempo son atribuidos principalmente a factores endógenos a los sistemas agrícolas, tales como mejoras tecnológicas constantes que pueden inducir en una mayor productividad, cambios en los patrones de cultivo, implementación de la biotecnología en la mejora de las variedades, entre otros (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998; Cruz *et al.*, 2012).

Un análisis de predicción oportuno de los rendimientos permite a los tomadores de decisiones dirigir diversos apoyos, establecer cupos de importación de productos, elaborar programas, planear y estimar impactos de estrategias de intervención o clasificar el tipo de cosecha (Aguilar-Ávila y Santoyo-Cortés, 2013).

Para ello, los métodos que se han empleado son: Estimación de rendimientos por medio de imágenes satelitales (Soria *et al.*, 1999; INIFAP, 2012); Estimación de rendimientos con base en datos estadísticos históricos (Tinoco y García, 2009; SAGARPA-SIACON, 2013); Estimación de rendimientos con modelos basados en variables agroclimáticas (Gómez *et al.*, 2009); Estimación de rendimientos en agricultura de precisión (Martínez-Casasnovas y Bordes, 2005); Estimación de rendimientos a nivel predial (Aguilar-Ávila y Ávalos-Gutiérrez, 2013).

Sin embargo, a lo largo de la mayor parte de las tendencias evidenciadas (líneas rectas a las que se ajustan los datos), algunas fluctuaciones pueden ser claramente apreciadas, así que los detalles precisos de la dinámica subyacente no son claros (Valdez-Cepeda *et al.*, 2007).

Estos detalles, pueden ser explicados y descritos de una mejor manera por la geometría fractal. La geometría fractal ha surgido como un complemento de la geometría euclidiana. Los conceptos de fractal y de dimensión fractal fueron definidos por Mandelbrot (1982) y describen la estructura de la escala de los fenómenos naturales (Gallant *et al.*, 1994).

La palabra fractal proviene del adjetivo *fractus*, en latín, y su significado es irregular o rugoso (Mandelbrot, 1982). La dimensión fractal es el principal parámetro que describe a los objetos fractales (Sulebak, 1999). Los valores de los parámetros de fractalidad facilitan la caracterización de una amplia variedad de señales, entre ellas las de fenómenos naturales (Yen-Ching *et al.*, 2014).

La dimensión fractal ha sido calculada para la descripción y modelación de procesos edáficos, costas y fronteras, partículas y agregados en el suelo, retención de agua del suelo como cuerpo poroso, fracturas de roca (Gallant *et al.*, 1994; Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998); pero también, registros en el tiempo de fenómenos ambientales, físicos, químicos, biológicos, climáticos, epidemiológicos, agrícolas y económico-financieros por mencionar algunos (Watkins *et al.*, 2001; Rypdal y Ratynskaia, 2003; Chumak, 2005; Blanco-Macías *et al.*, 2011; Inzunza-López *et al.*, 2011; Santillán-Espinoza *et al.*, 2011; Heidary *et al.*, 2013; Yang *et al.*, 2013; Subba *et al.*, 2014; Trusoft-International, 2015).

Los fractales se definen como una construcción geométrica que tiene un valor de dimensión no entera, pero sí fracción (fractal); se utilizan para describir estructuras no regulares, y poseen la propiedad de autosimilitud o autoafinidad (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998; Fattahi *et al.*, 2011; Reljin *et al.*, 2015).

Los fractales autosimilares son raramente encontrados en la naturaleza, por lo que de manera general se maneja el concepto de fractales autoafines (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998). Los fractales autoafines son caracterizados por la irregularidad. La irregularidad cambia con la magnitud lineal de la superficie de acuerdo con el exponente de Hurst (Valdez-Cepeda, 2000; Miranda-Martínez *et al.*, 2006). La dimensión fractal y el exponente de Hurst (parámetros fractales) miden qué tanto se desvía una curva fractal de la función que se usa para aproximarse a ella (Moreira *et al.*, 1994).

La relación entre la dimensión fractal (D_s^4) y el exponente de Hurst (H) $-D_s=2-H-$ dependerá de sus valores e indicará el grado de irregularidad de los fenómenos analizados. Se definen tres clases de irregularidad. Valores de D_s grandes (mayores de 1.5 pero menores a 2) y valores de H pequeños (mayores de cero pero menores a 0.5) indican la importancia de variaciones de corto plazo, la serie es antipersistente. Valores de $D_s=1.5$ y valores de $H=0.5$ indican que la serie sigue un movimiento browniano. Valores de D_s pequeños (mayores de cero pero menores a 1.5) y valores de H grandes (mayores a 0.5 pero menores a la unidad) indican la importancia de variaciones de largo plazo o tendencias, la serie es persistente (Lento, 2013; Nikolopoulos *et al.*, 2014).

Las técnicas empleadas por los analistas en la estimación de los parámetros fractales han sido: variograma, rango reescalado, espectro potencial, longitud de rugosidad (*roughness length*) y *wavelets* (Trusoft-International, 2015). La técnica más utilizada en la estimación de los parámetros de fractalidad es la de espectro potencial (Pelletier y Turcotte, 1997; Watkins *et al.*, 2001; Miranda-Martínez *et al.*, 2006; Blanco-Macías *et al.*, 2011; Inzunza-López *et al.*, 2011; Santillán-Espinoza *et al.*, 2011; Nikolopoulos *et al.*, 2014; Subba *et al.*, 2014).

Para estimar el valor de los parámetros de fractalidad, se calcula el espectro potencial $P(f)$ y se grafica el logaritmo de $P(f)$ vs el logaritmo de f . Si la serie es autoafín, la gráfica deberá seguir un comportamiento de la forma $P(f) \sim f^{-\beta}$, donde $-\beta$ es la pendiente de la recta (Valdez-Cepeda *et al.*, 2012; Nikolopoulos *et al.* 2014).

⁴ Dimensión fractal estimada con la técnica de espectro potencial.

La técnica de espectro potencial además de utilizarse en la estimación del valor de los parámetros de fractalidad, permite evidenciar periodicidades o frecuencias importantes y sus posibles causas, es decir, esta técnica se ha utilizado para identificar fenómenos exógenos que posiblemente influyen en el comportamiento del fenómeno de interés (Rypdal y Ratynskaia, 2003; Blanco-Macías *et al.*, 2011; Santillán-Espinoza *et al.*, 2011; Valdez-Cepeda *et al.*, 2012; Serdar y Alkan, 2014).

Con base en lo anterior, se planteó como objetivo cuantificar el valor de los parámetros de fractalidad $-D_s$ y H , e identificar las frecuencias dominantes, mediante la técnica de espectro potencial, que posiblemente estén influyendo en el comportamiento de las series de rendimiento medio anual de granos básicos en México.

MATERIALES Y MÉTODOS

Datos

Los registros de rendimiento medio anual ($t\ ha^{-1}$) de maíz, frijol, trigo y arroz en México de 1897 a 2012 (115 años) se obtuvieron del sitio web de SAGARPA-SIACON, así como de diferentes informes del Gobierno de la Presidencia de la República, de la dirección de estadística de la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAOSTAT por sus siglas en inglés) y del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). Las fuentes de datos revelan valores similares cuando se traslapan. Los rendimientos medios anuales de maíz, frijol, trigo y arroz se muestran en la Figura 3.2.1.

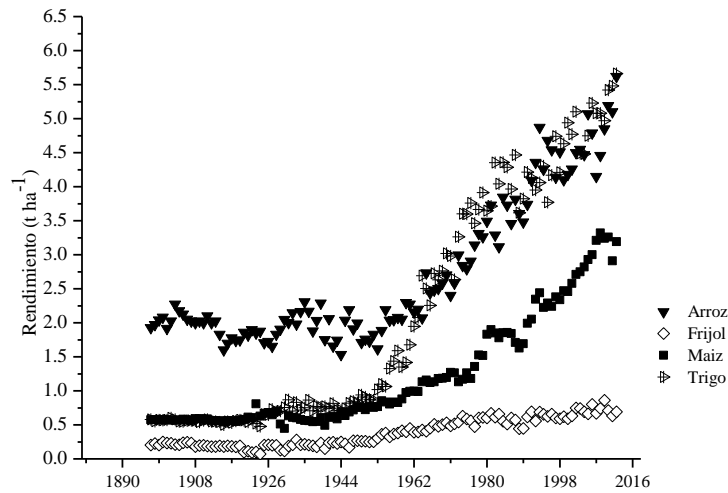


Figura 3.2. 1. Rendimientos medios anuales de maíz, frijol, trigo y arroz en México de 1897-2012

Técnica de Espectro Potencial

Con el uso del análisis de Fourier se pueden describir señales y sistemas no solamente en el dominio del tiempo sino también en el dominio de la frecuencia (Briceño-Márquez, 2011). Para calcular el espectro potencial de una serie temporal autoafin se aplica la transformada de Fourier y se mide el cuadrado de la magnitud de la transformada de la variable (Heymann *et al.*, 2013), una función $z(t)$ tendrá una transformada de Fourier para $t_0 < t < t_1$ dada por:

$$Z(f) = \int_{t_0}^{t_1} z(t) e^{2\pi i f t} dt \tag{1}$$

donde t_0 y t_1 son los límites del tiempo sobre el que se distribuyen las observaciones que integran cada serie.

El espectro potencial es:

$$P(f) = |Z(f)|^2 \quad (2)$$

El resultado se grafica como una función de la frecuencia f o espectro de línea de Fourier. La variación del espectro potencial seguirá en una distribución de la forma $P(f) \sim f^{-\beta}$. Este gráfico es llamado espectro potencial o simplemente espectro, de la serie de datos (Wilks, 2011).

La dimensión fractal estimada mediante la técnica de espectro potencial se basa en la relación entre la pendiente de la recta de regresión y el espectro de potencial (Sulebak, 1999). La dimensión fractal puede ser estimada mediante la ecuación 3.

$$D_s = \frac{5 - \beta}{2} \quad (3)$$

donde D_s es la dimensión fractal estimada con espectro potencial y β es la pendiente de la recta de regresión lineal que caracteriza el espectro en el espacio log-log. Así, el exponente de Hurst (H) y la dimensión fractal (D_s) están relacionados mediante la ecuación 4:

$$H = 2 - D_s \quad (4)$$

La dimensión fractal y la técnica de espectro potencial fueron formuladas mediante rigurosas fórmulas matemáticas y asumiendo varias condiciones de la señal subyacente, por ejemplo, asumiendo estacionariedad de los datos. Cuando las técnicas son aplicadas a series de tiempo no estacionarias se recomienda hacer ciertas transformaciones a los datos. Una de ellas es estimar y remover las tendencias de las series antes de aplicar el análisis fractal mediante la técnica de espectro potencial (Sulebak, 1999; Blanco-Macías *et al.*, 2011). Si el perfil es autoafín ésta gráfica debe seguir una línea recta con una pendiente negativa (Valdez-Cepeda *et al.*, 2003).

Mandelbrot (1982) define tres clases de irregularidad según los valores que adquieran los parámetros de fractalidad:

1. Valores de D_s grandes ($1.5 < D_s < 2$) y valores de H pequeños ($0 < H < 0.5$) indican la importancia de variaciones de corto plazo, la serie es antipersistente. Es decir, una tendencia de aumento en el pasado implica una tendencia a disminuir en el futuro, y una tendencia de disminución en el pasado implica una tendencia a aumentar en el futuro.
2. Valores de $D_s=1.5$ y valores de $H=0.5$ indican que la serie sigue un movimiento browniano.
3. Valores de D_s pequeños ($0 < D_s < 1.5$) y valores de H ($0.5 < H < 1$) grandes indican la importancia de variaciones de largo plazo o tendencias, la serie es persistente. En este caso si en algún tiempo pasado se tiene una tendencia de aumento entonces en el futuro se tendrá también un aumento, si al contrario, se tiene una tendencia decreciente en el pasado, en el futuro habrá una tendencia decreciente.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El análisis de espectro potencial permitió apreciar los valores de los parámetros de fractalidad e identificar las frecuencias dominantes que influyen sobre el comportamiento de los rendimientos de granos básicos en México.

En el Cuadro 3.3 se muestran los resultados del análisis fractal. Los valores de los parámetros fractales D_s , H y $-\beta$ para cada serie; mientras que en las Figuras 3.2.2–3.2.5 se aprecian las frecuencias importantes en las series de rendimiento medio anual de granos básicos, en términos de frecuencias dominantes (1/año).

Las frecuencias se asociaron con fenómenos periódicos conocidos con el fin de identificar las posibles fuerzas externas que afectan la variación de las series de rendimiento de granos básicos en México. Estos resultados se obtuvieron eliminando las tendencias en cada una de las series de rendimiento medio anual antes de calcular los parámetros de fractalidad mediante la técnica de espectro potencial, como lo recomiendan Sulebak (1999), Wilks (2011) y Blanco-Macías *et al* (2011).

Cuadro 3. 3. Parámetros de fractalidad estimados para las series de rendimientos medios anuales de granos básicos en México mediante la técnica de espectro potencial

Series de rendimiento	D_s	H	S_d	$-\beta$	N	Nota (variación predominante)
Maíz	1.636	0.364	0.169	1.727	115	Variación de corto plazo
Frijol	1.917	0.083	0.170	1.165	115	Variación de corto plazo
Trigo	1.901	0.098	0.212	1.197	115	Variación de corto plazo
Arroz	1.951	0.048	.2043	1.097	115	Variación de corto plazo

D_s es la dimensión fractal obtenida con espectro potencial, H es el exponente de Hurst, S_d es la desviación estándar, $-\beta$ es la pendiente y n es el tamaño de la muestra.

A las series de rendimiento medio anual de granos básicos en México (maíz, frijol, trigo, arroz) se asociaron valores de $D_s > 1.5$ y $H < 0.5$; ello sugiere que son series con sensibilidad a fuerzas externas, en las que predominan las variaciones de corto plazo, es decir, estas series de rendimiento son impredecibles y sus incrementos están correlacionados negativamente; en otras palabras, un incremento positivo es seguido generalmente por uno negativo y viceversa (Lento, 2013; Nikolopoulos *et al.*, 2014).

Valores grandes de dimensión fractal y pequeños de H pueden ser explicados si se considera que la producción de los granos básicos en México varía entre regiones y dentro de ellas, debido a la gran diversidad de factores físicos, bióticos o climáticos que influyen sobre el proceso de producción. Por ejemplo, el crecimiento de las plantas está influenciado por condiciones climáticas (temperatura y precipitación), intensidad de la luz, densidad de población, calidad de la semilla, disponibilidad de agua y nutrientes (Barrera *et al.*, 2010).

El comportamiento antipersistente o caótico en las series de rendimiento medio anual de maíz, frijol, trigo y arroz en el periodo de tiempo analizado, se debe a que, a nivel estatal, por ejemplo, la producción no se ha mantenido constante y la producción de granos se concentra en diversos estados del país; por ejemplo, Nayarit, Colima, Michoacán, Veracruz y Campeche se posicionan como los principales productores de arroz. Chihuahua, Sinaloa, Nayarit, Chiapas, Durango y Zacatecas como los principales productores de frijol. Sinaloa, Jalisco, Michoacán, Guerrero, Chiapas y Estado de México como los líderes en producción de maíz; y Baja California, Sonora y Guanajuato como productores de trigo (SAGARPA-SIACON, 2013).

La técnica del espectro potencial provee algunos componentes de frecuencia que no toman en cuenta al tiempo y a la longitud porque el análisis entrega una resolución en frecuencia que es determinada por el tamaño de la ventana sobre la serie de tiempo analizada. Es decir, sus resultados proveen información útil sobre los contenidos de frecuencia de las series, pero no indican el tiempo en el cual las frecuencias ocurren (Blanco-Macías *et al.*, 2011; Briceño-Márquez, 2011; Valdez-Cepeda *et al.*, 2012).

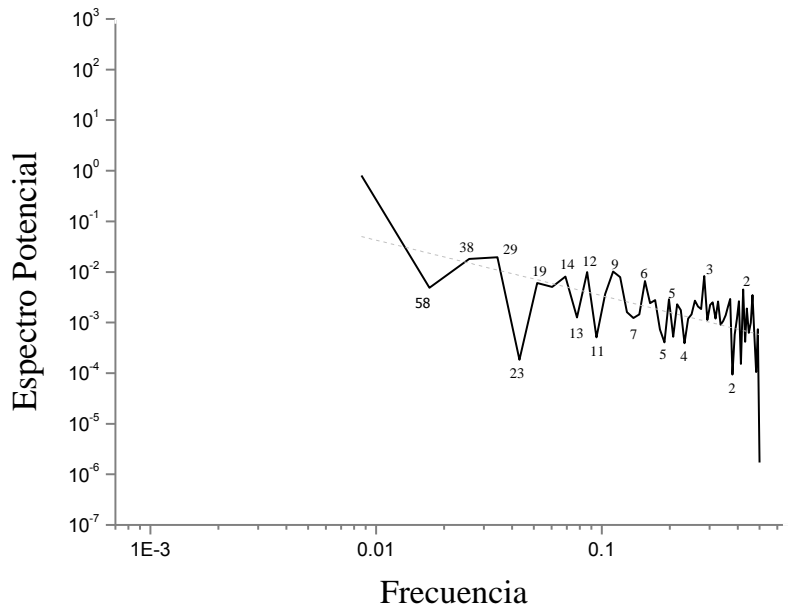


Figura 3.2. 2. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas de rendimiento de arroz en México de 1987 a 2012

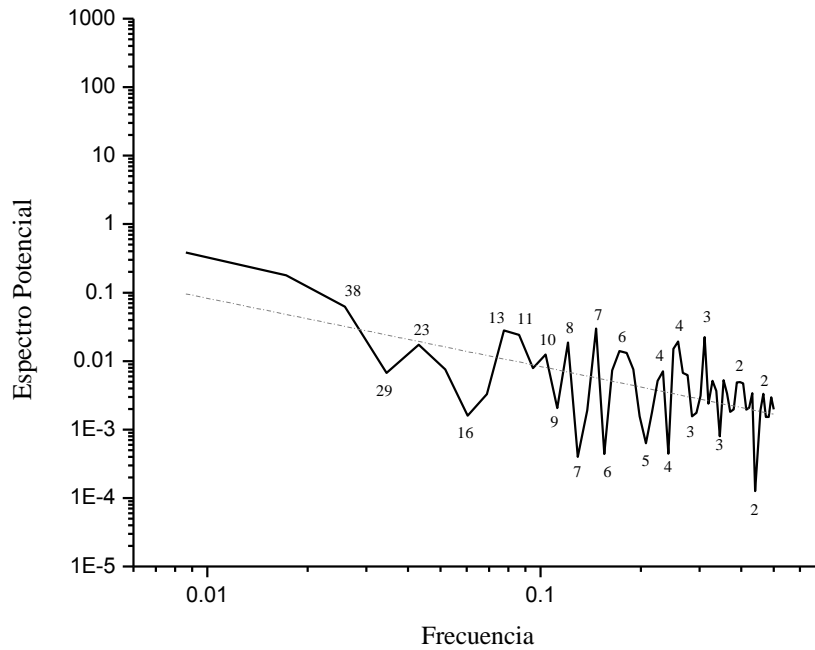


Figura 3.2. 3. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas rendimiento de frijol en México de 1987 a 2012

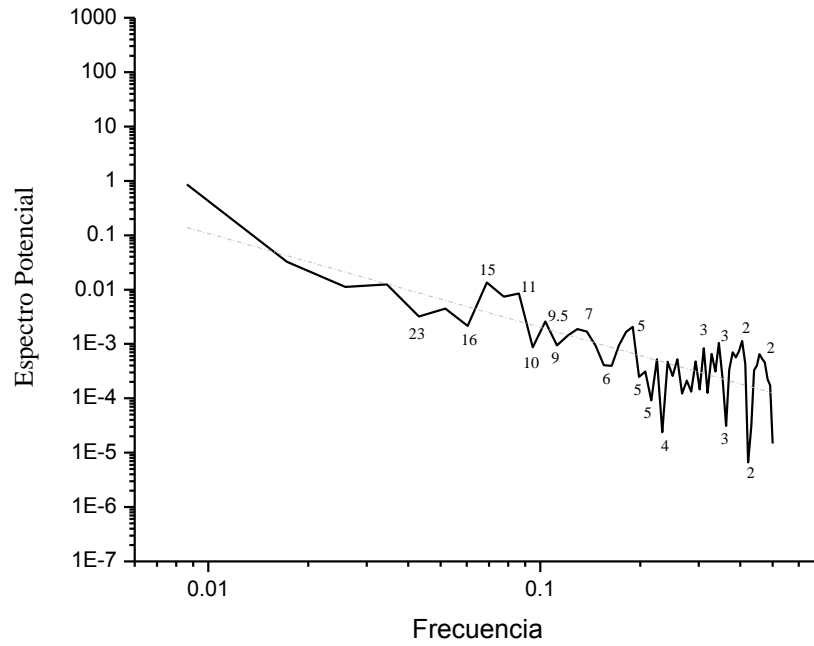


Figura 3.2. 4. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas de rendimiento de maíz en México de 1987 a 2012

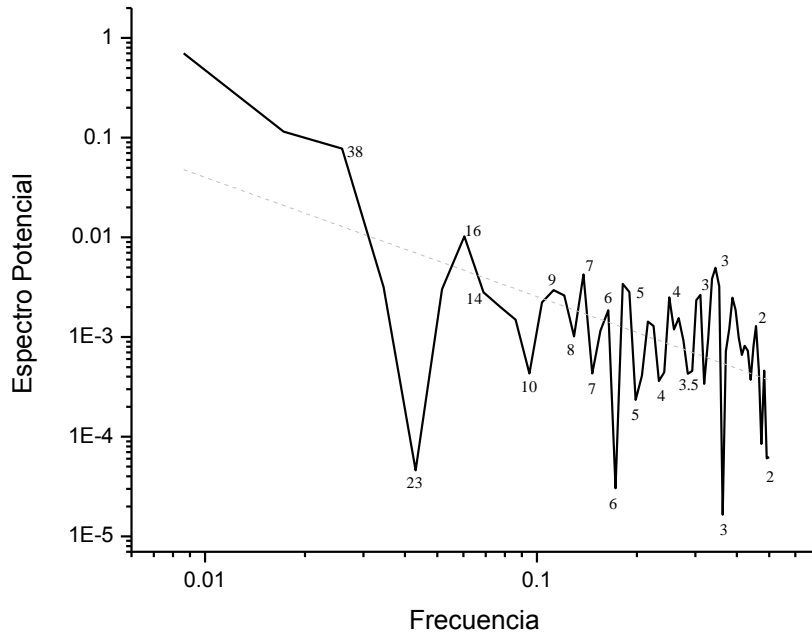


Figura 3.2. 5. Espectro Potencial para la serie de anomalías normalizadas de rendimiento de trigo en México de 1987 a 2012

Las frecuencias importantes identificadas se aprecian en las Figuras 3.2.2– 3.2.5 para las series de rendimiento medio anual de maíz, frijol, trigo y arroz, respectivamente. En las cuatro series se identificaron frecuencias de dos años, lo que indica la presencia posible de la oscilación cuasi-bianual, relacionada con la temperatura de la estratósfera del polo norte y la actividad solar (El-Asrag *et al.*, 2003; Mursula *et al.*, 2003), que impacta en la dinámica de las temperaturas medias en la atmósfera (Peck *et al.*, 2015).

En las cuatro series de rendimiento se presentan frecuencias de entre tres y siete años, las cuales se pueden relacionar con la actividad del Fenómeno Oscilación del Sur-El Niño (ENSO). El Fenómeno ENSO es un patrón oceánico-atmosférico de variabilidad natural, se presenta a lo largo del Pacífico Ecuatorial y se caracteriza por la variabilidad de la temperatura superficial del océano, la circulación de los vientos alisios y la profundidad de la termoclina o capa de mezcla (SMN, 2015; Zhang *et al.*, 2015). Se presenta en periodicidades que van de tres a cinco años (Wang *et al.*, 2011) o de tres a siete años (Monetti *et al.*, 2003; Reimer *et al.*, 2015).

La presencia de un evento “El Niño” puede afectar de manera considerable los patrones de precipitación y temperatura en México, que pueden variar a lo largo del país de acuerdo a la intensidad del fenómeno (SMN, 2015). En México, la vulnerabilidad de la población a cambios extremos del clima es grande, dado que la gran parte del territorio es semiárido (poca precipitación la mayor parte del año), los cambios en la temporada de lluvias resultan en amenaza de sequía y, con frecuencia, en desastres para sectores dependientes del agua (Magaña, 2004) como el agrícola, el ganadero, el forestal, además de la aparición de plagas y enfermedades.

En México, “El Niño” se manifiesta generalmente como un aumento en las lluvias invernales, principalmente en Baja California y parte de Sonora (zonas productoras de trigo). Sin embargo, la señal de El Niño en verano en gran parte México es de una disminución generalizada de las lluvias (Magaña *et al.*, 1999).

Frecuencias con valores de 10 a 12 años sugieren que las series pueden estar afectadas por el ciclo de manchas solares (Labitzke *et al.*, 2002). Las manchas solares son la manifestación de la presencia de intensos campos magnéticos generados en las capas profundas del sol (Rodríguez y Gámez, 2003). Las manchas solares presentan una periodicidad de aproximadamente 11 años como respuesta a cada semiciclo de rotación magnética (Parodi *et al.*, 2010).

El número de manchas solares se ha sugerido como un factor que contribuye a la frecuencia y/o intensidad de ciclones tropicales (Hutton *et al.*, 2013). Frecuencias de 20 años indican que posiblemente en el comportamiento de las series analizadas está influyendo el ciclo magnético del Sol (Sindhuja y Singh, 2015). El periodo fundamental que gobierna la actividad solar tiene una duración de 22 años en promedio, es decir, de dos ciclos de manchas solares de 11 años, porque la polaridad del campo solar retorna a su valor original cada dos ciclos de manchas solares (Parodi *et al.*, 2010).

Estos resultados permiten sugerir que es necesario abordar con mayor profundidad la asociación entre cada una de las series de rendimiento medio anual de granos básicos con series de tiempo de los fenómenos con periodicidades de magnitud similar a las identificadas como el ciclo cuasi-bianual, ENSO, los ciclos de manchas solares y magnético del sol. Lo que permitirá generar conocimiento para entender las relaciones entre series de rendimiento y fenómenos periódicos con influencia global, y actuar con acciones que permitan la mitigación y adaptación.

CONCLUSIONES

Valores grandes de dimensión fractal y pequeños de H para las cuatro series de rendimiento medio anual de granos básicos en México, indican que predominan las variaciones de corto plazo y que las series muestran un comportamiento antipersistente o caótico. Estas series son prácticamente impredecibles con métodos estadísticos convencionales. El orden de las series de rendimiento de acuerdo con el tipo de variación fue maíz < trigo < frijol < arroz.

El análisis de series de rendimientos medios anuales de granos básicos en México mediante la técnica de espectro potencial permitió asociar y comprender su comportamiento con fenómenos periódicos de influencia global, como el ciclo cuasi-bianual, ENSO-El Niño, los ciclos de manchas solares y magnético del sol. Este análisis se realiza con la aplicación de la transformada de Fourier que permite analizar las variables de interés en el dominio de la frecuencia. Es decir, sus resultados proveen información útil sobre los contenidos de frecuencia de las series, pero no indican el tiempo en el cual las frecuencias ocurren.

CAPÍTULO 4. DISCUSIÓN GENERAL

Los pronósticos de rendimientos de cultivos estimados a partir del análisis de series de tiempo han sido empleados con frecuencia en estudios de prospectiva sobre temas de seguridad alimentaria de organismos nacionales y regionales (Michel y Makowski, 2013). Diferentes modelos estadísticos han sido empleados en el pronóstico de rendimientos. Modelos con enfoque de series de tiempo y modelos con enfoque agronómico ecológico (incluyen datos de clima – temperatura y precipitación-, suelo, masa vegetal, datos satelitales –fotografías-).

Estos modelos han sido empleados para dar respuesta a diferentes problemáticas de las sociedades y en la formulación de diferentes políticas. Por ejemplo, es del conocimiento general, que la población mundial seguirá un comportamiento de crecimiento; la población mexicana se cuantificó en 112.3 millones de personas en el año 2010 (INEGI, 2011); sin embargo, se prevé un incremento a 130.3 y 140.2 millones de personas para los años 2030 y 2050 (ONU, 2015; CONAPO, 2015), por lo que la agricultura se enfrentará a grandes retos en los próximos decenios y existe incertidumbre sobre su capacidad para alimentar a la población.

Los modelos con enfoque de series de tiempo, permiten hacer proyecciones hacia el futuro utilizando registros de datos pasados. Con este enfoque, las estimaciones realizadas indican que en el corto plazo (2010-2020), los rendimientos de cultivos de maíz, frijol y arroz se incrementarán. Mientras que los rendimientos de trigo se mantendrán constantes.

Considerando estas estimaciones de rendimiento; los diferentes escenarios de población planteados por INEGI, ONU y CONAPO, manteniendo constante la superficie cultivada con granos básicos y considerando que la frontera agrícola en México llegó a su máxima capacidad, y el consumo *per cápita* de granos básicos actual, se estima que México solo será autosuficiente en la producción de frijol (Capítulo 2).

La principal limitación de los análisis de series de tiempo es que modelan de forma lineal la correlación serial de corto plazo, pero no la de largo plazo. Grau Carles (1996) afirma que los modelos lineales no pueden reproducir completamente la dinámica del sistema económico ya que sólo representan un número limitado de comportamientos. Por tal razón, a partir de los trabajos de Lorenz (1963), Takens (1981), Mandelbrot (1982) y otros, se inicia la búsqueda de comportamiento no lineal y dependiente de las condiciones iniciales en las series de tiempo (Duarte, 2013).

Utilizando conceptos de la geometría fractal desarrollados por Mandelbrot (1982), mediante el uso de las técnicas de variografía y de espectro potencial, los valores de parámetros fractales fueron estimados para series de tiempo históricas de variables de superficie cosechada, volumen de producción y rendimientos de maíz, frijol, trigo y arroz en México. La estimación del valor de dimensión fractal es de utilidad porque permite comparar diferentes patrones de comportamiento de los objetos (variabilidad) (Vieira *et al.*, 1983; Valdez-Cepeda, 2000).

Los valores de parámetros de fractalidad, dimensión fractal y exponente de Hurst, estimados con la técnica de variografía (Apartado 3.1) variaron de 1.347 a 1.889 para dimensión fractal y de 0.111 a 0.653 para exponente de Hurst. De las veinte variables involucradas, en quince las variaciones de corto plazo fueron las dominantes. Las series muestran un comportamiento antipersistente o caótico. En las series de rendimiento de maíz, rendimiento de trigo, volumen importado de trigo, volumen importado de arroz y volumen de producción de maíz, las variaciones de largo plazo (tendencias) son las dominantes.

El análisis de series de rendimientos medios anuales de granos básicos en México mediante la técnica de espectro potencial (Apartado 3.2) permitió asociar y comprender su comportamiento con fenómenos periódicos exógenos a los sistemas de producción con influencia global (Rypdal y Ratynskaia, 2003; Blanco-Macías *et al.*, 2011; Santillán-Espinoza *et al.*, 2011; Valdez-Cepeda *et al.*, 2012; Serdar y Alkan, 2014). Este análisis se realiza con la aplicación de la transformada de Fourier que permite analizar las variables de interés en el dominio de la frecuencia. Es decir, sus resultados proveen información útil sobre los contenidos de frecuencia de las series, pero no indican el tiempo en el cual las frecuencias ocurren (Blanco-Macías *et al.*, 2011; Briceño-Márquez, 2011; Valdez-Cepeda *et al.*, 2012).

Los fenómenos identificados fueron el ciclo cuasi-bianual (El-Asrag *et al.*, 2003; Mursula *et al.*, 2003; Peck *et al.*, 2015); Fenómeno Oscilación del Sur-El Niño-ENSO (SMN, 2015; Zhang *et al.*, 2015; Monetti *et al.*, 2003; Reimer *et al.*, 2015), los ciclos de manchas solares (Labitzke *et al.*, 2002; Rodríguez y Gámez, 2003; Parodi *et al.*, 2010) y magnético del sol (Sindhuja y Singh, 2015; Parodi *et al.*, 2010).

En la producción de granos básicos influyen factores climáticos (temperaturas y precipitaciones), la degradación de los suelos, la propiedad de la tierra y las políticas agrícolas como apoyos objetivo y a la comercialización que han creado condiciones económicas favorables e incentivos para contribuir a mejorar la productividad agrícola.

Se requiere abordar con mayor profundidad la determinación de las causas de las modificaciones en la producción de granos básicos en México, considerando las condiciones cambiantes agroclimáticas, las políticas (agrícolas y públicas), las prácticas y el uso de tecnologías en la producción, que han afectado la toma de decisión del agricultor por el cultivo a producir en el corto y largo plazo para satisfacer las necesidades (principalmente las alimentarias) de la población sin comprometer los recursos naturales y la calidad del medio ambiente.

LITERATURA CITADA

- Aguilar-Ávila, J. y Ávalos-Gutiérrez, C., 2013. Estimación de cosecha de maíz. En Estudios Críticos del desarrollo-UACH-Miguel Ángel Porrúa, ed. *Estimación de rendimientos en el sector agropecuario*. México D. F., 210 p
- Aguilar-Ávila, J. y Santoyo-Cortés, V.H., 2013. En Estudios Críticos del desarrollo-UACH-Miguel Ángel Porrúa, ed. *Estimación de rendimientos en el sector agropecuario*. México D. F., 210 p
- Amin M., Amanullah M. y Akbar A. 2014. Time Series Modeling for forecasting wheat production of Pakistan. *Plant Sciences*, 24 (5), 1444–1451
- Amir-Hamjah, M. 2014. Forecasting Major Fruit Crops Productions in Bangladesh using Box-Jenkins ARIMA Model, 5 (7), 96–108
- Armstrong, M., 1998. *Basic of semivariogram analysis*, Berlin, Germany
- Bachmaier, M. y Backes, M. 2011. Variogram or Semivariogram? Variance or Semivariance? Allan Variance or Introducing a New Term? *Math Geosci.* 43: 735-740. DOI 10.1007/s11004-011-9348-3
- Barrera, J., Suárez, D., y Melgarejo, L. M. 2010. Análisis de crecimiento en plantas. Disponible en: [https://www.researchgate.net/search.Search.html?query=crecimiento de las plantas&type=publication&tabViewId=55b6cb24614325b92e8b4567&page=2](https://www.researchgate.net/search.Search.html?query=crecimiento+de+las+plantas&type=publication&tabViewId=55b6cb24614325b92e8b4567&page=2) [en línea]
[Fecha de consulta: julio 27 de 2015]

- Barrera-Rodríguez, A. I., Palacio-Muñoz, V. H., Almaguer-Vargas, G., Ayala-Garay, A. V., y Avalos-Gutiérrez, C. 2011. Tendencia de la producción agrícola de México 1970-2007: una perspectiva desde los censos agrícolas. En: (coordinadores) Palacio-Muñoz, V.H.; Almaguer-Vargas, G y Muñoz-Rodríguez. El campo mexicano: 1970-2007. Un análisis a partir de los censos agrícolas, ganaderos y ejidales. 1ra Ed. México: Mundi-Prensa. 303 p
- Blanco-Macías, F., Valdez-Cepeda, R. D., y Magallanes-Quintanar, R. 2011. Pan evaporation analysis in central México: Trends, self-affinity and important frequencies. *International Journal of the Physical Sciences*, 6 (3), 540–549. DOI:10.5897/IJPS10.586
- Boken, V. K. 2000. Forecasting spring wheat yield using time series analysis: a case study for the Canadian Prairies. *Agronomy Journal*, 92 (6), 1047–1053
- Box, G.E.P. y Jenkins, G. M. 1976. *Time Series Analysis: Forecasting and control*. Revised edition, San Francisco: Holden-Day
- Bowerman B., L., O'Connell, R. y Koehler, B. 2009. *Pronósticos, series de tiempo y regresión. Un enfoque aplicado*. C. Learning, Ed. 4ta Ed. México. Disponible en: <https://seriesdetiempo.files.wordpress.com/2013/02/lectura-descomposicic3b3n-multiplicativa-y-mc3a9todos-de-suavizamiento-12-feb-2013.pdf> [en línea] [Fecha de consulta: septiembre 22 de 2015]
- Brambila-Paz, J. de J., Martínez-Damían, M., Rojas-Rojas, M. M., y Pérez-Cerecedo, V. 2015. Medición del esfuerzo tecnológico necesario para aumentar el rendimiento de productos agropecuarios en México. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 6 (4), 841–854

- Briceño-Márquez, J. E. 2011. Principios de las comunicaciones. Facultad de Ingeniería- Universidad de Los Andes, Ed. Mérida, Venezuela. 620 p
- Brisson, N., Gate, P., Gouache, D., Charmet, G., Oury, F. X., y Huard, F. 2010. Why are wheat yields stagnating in Europe? A comprehensive data analysis for France. *Field Crops Research*, 119 (1), 201–212. DOI:10.1016/j.fcr.2010.07.012
- Claveland, Wn. S. 1972. The Inverse Autocorrelations of a Times Series and Their Applications. *Technometrics*. 14. 277 p
- Choudhury, A., y Jones, J. 2014. Crop yield prediction using time series. *Journal of Economic and Economic Education Research*. 15 (3), 53–68
- Chumak, O., 2005. Self-similar and self-affine structures in the observational data on solar activity. *Astronomical & Astrophysical Transactions*, 24(2), pp.93–99
- Consejo Nacional de Población (CONAPO). 2015. Proyecciones de la población 2010-2050. México en Cifras / Proyecciones de la Población 2010-2050. Disponible en: <http://www.conapo.gob.mx/es/CONAPO/Proyecciones> [en línea] [fecha de consulta: mayo 10 de 2015]
- Cruz D., D., Leos R., J. A., y Cárdenas A., J. R. 2012. La evolución del patrón de cultivos de México en el marco de la integración económica, 1980 a 2009. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 3, 893–906. Disponible en: <http://www.scielo.org.mx/pdf/remexca/v3n5/v3n5a5.pdf> [en línea] [Fecha de consulta: abril 18 de 2015]

Deaton, Angus. 2015. el gran escape. Salud, riqueza y los orígenes de la desigualdad. Fondo de Cultura Económica. México, D. F. ISBN:9786071629647

Dominique C., R., Rivera L., E., y Rosiers D., F. 2011. Determining the value at risk in the Shadow of the power law: the case of the SP-500 index. *Journal of Global Business and Technology*, 7 (1). 1-22

Duarte, D. J. B., Mascareñas, J. M., y Sierra, S. K. J. 2013. Evaluación de la memoria de largo plazo del mercado bursátil colombiano mediante el coeficiente de Hurst. *Internacional Administración & Finanzas*, 7:4. Disponible en: <http://ssrn.com/abstract=2329851>[en línea] [Fecha de consulta: enero 14 de 2014]

El-Asrag A., M., Al-Gamal S., A., Youssef A., y Ahmed D., M. 2003. Spatial and temporal variation of rainwater stable isotopes in Egypt and the east Mediterranean. *Theoretical and Applied Climatology*, 74, 191–202. DOI: 10.1007/s00704-002-0706-4

Escalante R., D., Mayorga M., W., y Vergara S., J. C. 2011. *Econometría básica con STATA 9.0, STATA 10.0, EVIEWS 5.0, SSPS 11. Manual de aplicación del modelo de regresión lineal con STATA 9.0.* Editorial Académica Española. 63 p

Falak, S., y Eatzas, A. 2008. Forecasting wheat production in Pakistan. *The Lahore Journal of Economic*, 3 (1), 57–85

Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAOSTAT). 2015. Dirección de estadística. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. Dirección de estadística. Disponible en: <http://faostat3.fao.org/browse/Q/QC/S> [en línea] [Fecha de consulta: abril 12 de 2015]

- Fattahi M., H., Talebbeydokhti, N., Rakhshandehroo G., R., Shamsai, A., y Nikooee, E. 2011. The robust fractal analysis of time series: concerning signal class and data length. *Fractals*, 19 (1), 29–49. DOI: 10.1142/S0218348X11005099
- Grau, Carles .1996. Economía Dinámica caótica: una aplicación al mercado de capitales español. Tesis Doctoral Universidad Complutense de Madrid. Disponible en: <http://biblioteca.ucm.es/tesis/19911996/S/2/S2004501.pdf> [en línea] [Fecha de consulta: noviembre 15 de 2015]
- Gallant, J. C., Moore, I. D., Hutchinson, M. F. y Gessler, P. 1994. Estimating fractal dimension of profiles: A comparison of methods. *Mathematical Geology*, 26 (4), 455–481
- Ghosh, D., Argha, D., Srimonti, D., Rosalima, S. y Shukla, S. 2012. Multifractality of radon concentration fluctuation in earthquake related signal. *Fractals*. 20 (1). 33-39. Disponible en: <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=6&sid=415f824f-6cc0-4f21-9891-e727886705bf%40sessionmgr4004&hid=4114> [en línea] [Fecha de consulta: enero 14 de 2014]
- Gómez, M. R., Ortiz, S. C. A. y Zamora, D. M., 2009. Estimación del rendimiento de cebada (*Hordeum vulgare* L.) maltera con el método FAO. *Agricultura Técnica en México*, 35 (1), 13–23
- Grönlund, A., Yi I, G., y Kim B., J. 2012. Fractal Profit Landscape of the Stock Market. *PLoS One*, 7 (4). DOI:10.1371/journal.pone.0033960
- Guerrero, V. M. 1990. Desestacionalización de series de tiempo económicas: introducción a la metodología. *Comercio Exterior*. 40 (11). 1035–1046

Gujarati y Porter, D.C., 2010. *Econometría* S. A. de C. V. McGrawHill/Interamericana Editores, ed., México

Gama Design Software. 1995. GS+: Geostatistics for the Environmental Sciences. Version 2.3. Plainwell. USA. Disponible en: <http://www.gammadesign.com/> [en línea] [Fecha de consulta: noviembre 29 de 2015]

Heidary, B., Ghobadian, B. y Taghizadeh, A., 2013. Vibration analysis of a small diesel engine using diesel-biodiesel fuel blends. , 15 (3), 117–127

Heymann, D., Perazzo, R., y Zimmermann, M. 2013. Economía de fronteras abiertas: exploraciones en sistemas sociales complejos. Disponible en: https://books.google.com.mx/books?id=NoIeAwAAQBAJ&pg=PA192&dq=ley+de+potencia+y+transformada+de+Fourier&hl=es&sa=X&ved=0CBsQ6AEwAGoVChMIj_Gf0sKVxwIVQymICh38Igc#v=onepage&q=ley+de+potencia+y+transformada+de+Fourier&f=false [en línea] [Fecha de consulta: agosto 6 de 2015]

Hossain, M., y Narciso, J. 2004. Long-term prospects for the global rice economy. FAO Rice Conference, (February), 12–13. Disponible en: <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:LONG-TERM+PROSPECTS+FOR+THE+GLOBAL+RICE+ECONOMY#1> [en línea] [Fecha de consulta: mayo 5 de 2014]

Hutton B., T. J., Scheitlin K., N., y Dixon P., G. 2013. Solar Cycle Extremes as a Seasonal Predictor of Atlantic-Basin Tropical Cyclones. *Southeastern Geographer*, Spring. 53 (1). 50–60

Instituto Nacional de Estadística y Geografía. Población, hogares y vivienda (INEGI). 2011. Indicadores de demografía y población. Disponible en: <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/temas/default.aspx?s=est&c=17484> [en línea] [Fecha de consulta: abril 19 de 2015]

Instituto Nacional de Investigaciones Forestales Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). 2012. Potencial productivo de especies agrícolas de importancia socioeconómica en México. Ed. 1ra Ed. México. Disponible en: http://2006-2012.sagarpa.gob.mx/agronegocios/Documents/potencialproductivo/potencial_productivo.pdf [en línea] [Fecha de consulta: abril 19 de 2015]

Inzunza-López, J. O., López-Ariza, B., Valdez-Cepeda, R. D., Mendoza, B., Sánchez-Cohen, I., García-Herrera, G. 2011. La variación de las temperaturas extremas en la “Comarca Lagunera” y cercanías. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, XVII (Especial), 45–61. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/629/62921030013.pdf> [en línea] [Fecha de consulta: agosto 3 de 2015]

Jambhulkar, N.N., 2013. Modeling of Rice Production in Punjab using ARIMA Model. *International Journal of Scientific Research*, 2(8). 2–3

Kesavarao, P., Rao, K. M. M. y Muralikrishna, V. 2011. Comparison of fractal dimensions of SAR and optical digital elevation models. *International Journal of Geoinformatics*. 7 (2). ISSN 16S6-ii5

- Klonowski, W. 2000. Signal and image analysis using chaos theory and fractal geometry. *Machine Graphics and Vision*, 1–32. Disponible en: <http://www.fractal.org/Life-Science-Technology/Publications/Image-analysis-using-fractal-geometry.pdf> [en línea] [Fecha de consulta: julio 28 de 2015]
- Kumar, M. y Anand, M. 2015. An application of time series ARIMA forecasting model for predicting sugarcane production in India. *Studies in Business and Economics*. 81–95
- Kumar-Sahu, P., y Kumar, R. 2013. Demand Forecasting For Sales of Milk Product (Paneer) En Chhattisgarh. *International Journal of Inventive Engineering and Sciences*. 1 (9). 10–13. Disponible en: <http://www.ijies.org/attachments/File/v1i9/I0277081913.pdf>[en línea] [Fecha de consulta: mayo 10 de 2015]
- La Torre, D., Marsiglio, S. y Privileggi, F. 2011. Fractals and self-similarity in economics: the case of a stochastic two-sector growth model. *Image Analysis Stereology*. 30: 143-151. DOI:10.5566/ias.v30.p143-151
- Labitzke, K., Austin, J., Butchart, N., Knight, J., Takahashi, M., Nakamoto, M., Nagashima, T., Haigh, J., y Williams, V. 2002. The global signal of the 11-year solar cycle in the stratosphere: observations and models. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 64 (64). 203–210

- Ledesma, M. J. C. y Ramírez, M. C. A. 1994. La producción de frijol en México y sus perspectivas ante el tratado de libre comercio, en: R. Schwentesius Rindermann, M. A. Gómez Cruz, J. C. Ledesma Mares, C. Gallegos Vázquez (Coords.), El TLC y sus repercusiones en el sector agropecuario del centro-norte de México. CIESTAAM-Universidad Autónoma Chapingo. 39-61
- Lento, C. 2013. A synthesis of technical analysis and fractal geometry: evidence from the components of the Dow Jones industrial average. *Journal of Technical Analysis*. 67. 25–45. Disponible en: <http://connection.ebscohost.com/c/articles/89540286/synthesis-technical-analysis-fractal-geometry-evidence-from-components-dow-jones-industrial-average> [en línea] [Fecha de consulta: julio 28 de 2015]
- Lorenz, E. N. 1963. Deterministic nonperiodic flow. *J Atmos Sci*. 20. 130–141
- Lung, F. L. y Yu, J. 2009. Spatial Nonstationarity and Spurious Regression: the Case with a Row-normalized Spatial Weights Matrix. *Spatial Economic Analysis* 4 (3). 301-327. DOI: 10.1080/17421770903114703
- Magaña, R. V. O., 2004. El cambio climático global: comprender el problema. En Instituto Nacional de Ecología-Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales, ed. Cambio climático: una visión desde México. México D. F. 523
- Magaña, V., Amador, J. A., y Medina, S. 1999. The mid-summer drought over Mexico and Central America. *Climate*, 12, 1577–1588

- Mandelbrot, B. B. 1982. *Fractals and the Geometry of Nature*. Tusquets Ed. España. pp. 168–181). Disponible en: http://users.math.yale.edu/~bbm3/web_pdfs/encyclopediaBritannica.pdf[en línea] [Fecha de consulta: abril 18 de 2015]
- Martínez-Casasnovas, J. A. y Bordes, A. X., 2005. Viticultura de precisión: predicción de cosecha a partir de variables del cultivo e índices de vegetación. *Revista de Teledetección*. 1 (24). 67–7
- McFarlin, M. 2011. Grain trading basics. En *Futures: News, Analysis & Strategies for Futures, Options & Derivatives Traders*. *Futures* 101. 40 (6). 48–50
- Michel, L., y Makowski, D. 2013. Comparison of Statistical Models for Analyzing Wheat Yield Time Series. *PLoS ONE*, 8 (10), 1–11. DOI:10.1371/journal.pone.0078615
- Miranda-Martínez, M. E., Oleschko, K., Parrot, J. F., Castrejón-Vacio, F., Taud, H., y Brambila-Paz, F. 2006. Porosidad de los yacimientos naturalmente fracturados: Una clasificación fractal. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 23 (2), 199–214
- Monetti R., A., Havlin, S., y Bunde, A. 2003. Long-term persistence in the sea surface temperature fluctuations. *Physica A*. 320. 581–589
- Monteagudo, C. A. 2014. Siembra comercial de cultivos genéticamente modificados en el campo mexicano: una herramienta viable para el desarrollo rural sustentable y la seguridad alimentaria. *Cotidiano - Revista de La Realidad Mexicana*. 30 (188). 103–110

- Moreira J., G., Kamphorst Leal da Silva, J., y Kamphorst, O. 1994. On the Fractal Dimension of self-affine profiles. *J. Phys. Math Gen.*, 27, 8079–8089. Disponible en: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0301034> [en línea] [Fecha de consulta: julio 28 de 2015]
- Mursula, K., Zieger, B., y Vilppola, J. H. 2003. Mid-term quasi-periodicities in geomagnetic activity during the last 15 solar cycles: Connection to solar dynamo strength. *Solar Physics*, 212(1), 201–207. DOI: 10.1023/A:1022980029618
- Namyslowska, W. B. y Wynalek, J. 2011a. The analysis of vertical displacements for a hydrotechnical facility using geostatistics Part I. Structural analysis and estimation of displacements. *Studia Geotechnica et Mechanica*. 33 (1). 33-54
- Namyslowska, W. B. y Wynalek, J. 2011b. The analysis of vertical displacements for a hydrotechnical facility using geostatistics Part II. Determining the probability of displacement occurrence and its prediction. *Studia Geotechnica et Mechanica*. 33, (2), 67-75
- Nansen, C. 2012. Use of variogram parameters in analysis of hyperspectral imaging data acquired from dual-stressed crop leaves. *Remote Sens*, 4, 180-193. DOI: 10.3390/rs4010180. Disponible en: <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=4&sid=6643a20a-4519-44f0-930e-8e1e532bf456%40sessionmgr115&hid=123> [en línea] [Fecha de consulta: julio 28 de 2015]
- Nelson, D.W. y Somers, L.E. 1973. Determination of total nitrogen in plant material. *Agron. J.* 65. 109–112

Nikolopoulos, D., Petraki, E., Vogianis, E., Chaldeos, Y., Yannakopoulos, P., Kottou, S., Nomicos, C., y Stonham, J. 2014. Traces of self-organisation and long-range memory in variations of environmental radon in soil: comparative results from monitoring in Lesbos Island and Ileia (Greece). *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry*, 299 (1), 203–219. DOI: 10.1007/s10967-013-2764-8

Organización de las Naciones Unidas (ONU). 2015. World Population in 2030. Country Tables. Disponible en: <http://www.un.org/en/development/desa/population/events/expert-group/6/index.shtml>[en línea] [Fecha de consulta: mayo 10 de 2015]

Osuna C., F. de J., Hernández, A. L., Salcedo, A. J., Tavitas, F. L., y Gutiérrez D., L. J. 2000. Manual para la producción de arroz en la región central de México. SAGAR Ed. 1ra Ed. México. Disponible en: <http://intranet.inifap.gob.mx/infoteca/inifap/Agricola/Libro126.pdf> [en línea] [Fecha de consulta: abril 19 de 2015]

Oury, F. X., Godin, C., Mailliard, A., Chassin, A., Gardet, O., Giraud, A., Heumez, E., Morlais, J. Y., Rolland, B., Rousset, M., Trottet, M., y Charmet, G. 2012. A study of genetic progress due to selection reveals a negative effect of climate change on bread wheat yield in France. *European Journal of Agronomy*. 40. 28–38. DOI:10.1016/j.eja.2012.02.007

Parodi, M., Luccini, E., Piacentini, R., Grieco, S., Fornari, J., y Herrera, L. 2010. Análisis de la capacidad predictiva de una red neuronal artificial aplicada al número de manchas solares en el periodo 1997-2008 (ciclo solar 23). *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente*. 14. 11.35–11.39

- Peck E., D., Randall C., E., Harvey V., L., y Marsh D., R. 2015. Simulated solar cycle effects on the middle atmosphere: WACCM3 Versus WACCM4. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 7, 806–822. DOI: 10.1002/2014MS000314
- Pelletier, J. D. y Turcotte, D. L., 1997. Self-affine time series: applications and models. *Physics.geo-ph*, p.64. Available at: <http://arxiv.org/abs/physics/9705038> [en línea][Fecha de consulta: agosto 3 de 2015]
- Rangel M. de O., L., García-Pereira, A., y Hernández-Gómez, A. 2009. Uso de técnicas de análisis multivariable aplicadas en la obtención de modelos de predicción de propiedades relacionadas con los sistemas agrícolas. *Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 18:2, 74–77. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=93215937014> [en línea] [Fecha de consulta: abril 21 de 2015]
- Ray D., K., Ramankutty, N., Mueller N., D., West P., C., y Foley J., A. 2012. Recent patterns of crop yield growth and stagnation. *Nature Communications*, 3, 1293. DOI: 10.1038/ncomms2296
- Reimer J., J., Vargas, R., Rivas, D., Gaxiola-Castro, G., Hernandez-Ayon, J. M., y Lara-Lara, R. 2015. Sea Surface Temperature Influence on Terrestrial Gross Primary Production along the Southern California Current. *Plos One*, 10 (4), 1–15. DOI:10.1371/journal.pone.0125177

- Reljin, N., Reyes, B. y Chon, K., 2015. Tidal Volume Estimation Using the Blanket Fractal Dimension of the Tracheal Sounds Acquired by Smartphone. *Sensors*, 15 (5), 9773–9790. Disponible en: <http://www.mdpi.com/1424-8220/15/5/9773>[en línea][Fecha de consulta: agosto 20 de 2015]
- Rodríguez F., E. R. y Gámez D., R. 2003. Comportamiento morfológico de la granulación fotosférica en el entorno de las manchas solares. *Revista Cubana de Física*, 20 (1), 21–26
- Rondanini, D. P., Gomez, N. V., Agosti, M. B., y Miralles, D. J. 2012. Global trends of rapeseed grain yield stability and rapeseed-to-wheat yield ratio in the last four decades. *European Journal of Agronomy*, 37 (1), 56–65. DOI:10.1016/j.eja.2011.10.005
- Rypdal, K., y Ratynskaia, S. 2003. Statistics of low-frequency plasma fluctuations in a simple magnetized torus. *Physics of Plasmas*, 10 (7), 2686–2695. DOI:10.1063/1.1577567
- Sadoti, G., Pollock, M. G., Vierling, K. T., Albright, T. P. y Strand, E. K. 2014. Variogram models reveal habitat gradients predicting patterns of territory occupancy and nest survival among vesper sparrows. *Wildlife Biology*. 20. 97-107. DOI: 10.2981/wlb.13056
- Sánchez, G. M., Fernández, M. M. y Trinidad, S. J. 2012. Introducing fractal dimension algorithms to calculate the Hurst exponent of financial time series. *European Physical Journal B Condensed Matter*. 85 (3): 1-13. DOI: 10.1140/epjb/e2012-20803-2

Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación (SAGARPA).

2012. Situación Actual y Perspectiva del Arroz en México 1990-2010. México. Disponible en:

[http://www.campomexicano.gob.mx/portal_siap/Integracion/EstadisticaDerivada/Comercio Exterior/Estudios/Perspectivas/Arroz.pdf](http://www.campomexicano.gob.mx/portal_siap/Integracion/EstadisticaDerivada/ComercioExterior/Estudios/Perspectivas/Arroz.pdf) [en línea] [Fecha de consulta: abril 19 de 2015]

Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación- Sistema de Información Agroalimentaria de Consulta (SAGARPA-SIACON). 2013. Disponible en:

http://infosiap.siap.gob.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=286&Itemid=428 [en línea] [Fecha de consulta: abril 18 de 2015]

Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación- Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera (SAGARPA-SIAP). 2013. Disponible en:

<http://www.siap.gob.mx/cierre-de-la-produccion-agricola-por-cultivo/> [en línea] [Fecha de consulta: abril 18 de 2015]

Santillán-Espinoza, L. E., Blanco-Macías, F., Magallanes-Quintanar, R. García-Hernández, J. L. Cerano-Paredes, J., Delgadillo-Ruiz, O., y Valdez-Cepeda, R. D. 2011. Tendencias de temperaturas extremas en Zacatecas, México. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas. Publicación Especial. 2.* 207–219

SARH, 1983. Consumos aparentes de productos agrícolas 1925–1982. *Econotecnica Agrícola*, VII (9)

- Secretaría de Economía. 2012. Análisis de la cadena de valor del frijol. Disponible en:
http://www.economia.gob.mx/files/comunidad_negocios/industria_comercio/analisis_cadena_valor_frijol.pdf. [en línea] [Fecha de consulta: agosto 20 de 2014]
- Serdar Y., A., y Alkan, A. 2014. Investigation of power system transient disturbances in. *Journal of Engineering and Natural Sciences*. 344. 154–162
- Serrano, C. L. M., Feliciano, G. G. y Arroyo, P. M. G. 2013. Estimación de cosecha de frijol, en: J. Aguilar-Ávila y V. H. Santoyo-Cortés (Coords.), *Estimación de rendimientos en el sector agropecuario*. CIESTAAM-Universidad Autónoma Chapingo y Miguel Ángel Porrúa
- Shuman, B. 2012. Patterns, processes, and impacts of abrupt climate change in a warm world: the past 11,700 years. *Advanced Review*. 3. 19–43.
- Sindhuja, G., y Singh, J. 2015. Temporal Variation of Ca – K Line Profile of the Sun during the Solar Cycle 22 and 23. *Journal of Astrophysics & Astronomy*. 36. 81–101.
- Servicio Meteorológico Nacional (SMN). 2015. Impacto del fenómeno El Niño en México. Disponible en:
http://smn.cna.gob.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=270&Itemid=166
[en línea] [Fecha de consulta: agosto 20 de 2015]
- STATGRAPHICS Centurion XVI. 2009. STATGRAPHICS Centurion XVI. Disponible en:
http://www.statgraphics.com/downloads_XV.htm [en línea] [Fecha de consulta: 12 de abril de 2015]

- Soria, R. J., Ortiz, S. F., Islas, G. F., Volke, H. V. y Avendaño, S. R. 1999. Sitios de ocurrencia y estimación de rendimientos de maíz a través de firmas espectrales de imágenes de satélite. LANDSAT-TM. Agricultura Técnica en México. 25 (1). 59-68.
- Stellwagen y Tashman, L. 2013. ARIMA: The models of Box and Jenkins. International Journal of Applied Forecasting. 30. 28–33
- Subba, R. T., Das, S. y Boshnakov, G. N. 2014. A frequency domain approach for the estimation of parameters of spatio-temporal stationary random processes. Journal of Time Series Analysis, 35.357–377.
- Sulebak, J. R. 1999. Fractal analysis of surface topography. Norsk Geografisk Tidsskrift, 53, 213–225. Disponible en: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/002919599420802> [en línea] [Fecha de consulta: agosto 18 de 2015]
- Suleman, N. y Sarpong, S. 2012. Forecasting Milled Rice Production in Ghana Using Box-Jenkins Approach. International Journal of Agricultural Management and Development, 2 (2). 79–84
- Takens, F. 1981. Detecting strange attractor in turbulence. Lecture Notes in Mathematics, 898. Springer, Berlin. 366–381
- Tinoco, A. C. A. y García, A. J. L. 2009. Validación de una metodología generada para la predicción de cosechas de arroz para el estado de Veracruz. Reunión de avances en la investigación agrícola, pecuaria, forestal y acuícola en el trópico mexicano, 1 (1), 9–85.

- Tripathi, R., Nayak, A. K., Raja, R., Shahid, M., Kumar, A., Mohanty, S., Panda, B. B., Lal, B., y Gautam, P. 2014. Forecasting Rice Productivity and Production of Odisha, India, Using Autoregressive Integrated Moving Average Models. *Advances in Agriculture*, 2014. DOI: <http://dx.doi.org/10.1155/2014/621313>
- Trusoft-International. 2015. BENOITTM fractal analysis system. Disponible en: <http://www.trusoft-international.com/> [en línea] [Fecha de consulta: julio 28 de 2015]
- Tubiello, F. N., Amthor, J. S., Boote, K. J., Donatelli, M., Easterling, W., Fischer, G., Gifford, R. M., Howden, M., Reilly, J. y Rosenzweig, C. 2007. Crop response to elevated CO₂ and world food supply: a comment on Food for Thought. *Science*, 26. 216–223
- Valdez-Cepeda, R. D., Aguilar-Campos, A. A., Blanco-Macías, F., Miramontes-De León, G., Méndez-Gallegos, S. de J., y Magallanes-Quintanar, R. 2012. Analysis of precipitation in Central México: Trends, self-affinity and important frequencies. *International Journal of the Physical Sciences*. 7 (34). 5314–5326. DOI:10.5897/IJPS12.421
- Valdez-Cepeda, R. D., Delgadillo-Ruiz, O., Miramontes-De León, G., García-Hernández, J. L., Enciso-Muñoz, A. y Mendoza, B. 2007. Scale-invariance of normalized yearly mean grain yield anomaly series. *Advances in Complex Systems*. 10 (3), 395–412.
- Valdez-Cepeda, R. D., Mendoza, B., Díaz-Sandoval, R., Valdés-Galicia, J., López-Martínez, J., y Martínez-Rubín de Celis, E. 2003. Power-spectrum behavior of yearly mean grain yields. *Fractals*. 11 (3). 295–301
- Valdez-Cepeda, R. D. 2000. Complejidad de los precios nacionales de productos hortícolas e índices económicos mensuales. *Revista Chapingo Serie Horticultura*, 6 (2), 203–211

- Valdez-Cepeda, R. D., y Olivares-Sáenz, E. 1998. Fractal analysis of Mexico's annual mean yields of maize, bean, wheat and rice. *Field Crops Research*, 59(1), 53–62. DOI: 10.1016/S0378-4290(98)00108-7
- Valdez-Cepeda, R. D., y Olivares-Sáenz, E. 1998. Fractal Geometry in Soil Science. *Terra Latinoamericana*. 16 (3). 277-288
- Velásquez, V. M. A., Medina, G., G., Cohen, S. I., Oleschko, L. K., Ruiz, C. J. A. y Korvin, G. 2013. Spatial Variability of the Hurst Exponent for the Daily Scale Rainfall Series in the State of Zacatecas, Mexico. *Journal of Applied Meteorology & Climatology*. 52 (12). DOI: 10.1175/JAMC-D-13-0136.1
- Vidal-Vázquez, E., Vieira, S. R., Clerici De Maria, I., y Paz González, A. 2010. Fractal dimension and geostatistical parameters for soil microrelief as a function of cumulative precipitation. *Scientia Agricola*. 67 (1). 78–83. DOI: 10.1590/S0103-90162010000100011
- Vieira, S. R., Hatfield, J. L., Nielsen, D. R., y Biggar, J. W. 1983. Geostatistical theory and application to variability of some agronomical properties. *Hilgardia*. 51 (3). 1–75. Disponible en: <http://hilgardia.ucanr.edu/Abstract/?a=hilg.v51n03p075> [en línea] [Fecha de consulta: julio 28 de 2015]
- Wales D., J. 1991. Calculating the rate of loss of information from chaotic time series by forecasting. *Nature*. 350. 485–488. DOI: 10.1038/350485a0. Disponible en: <http://www.nature.com/nature/journal/v350/n6318/pdf/350485a0.pdf> [en línea][Fecha de consulta: noviembre 19 de 2015]

- Wang, J., Pawson, S., Tian, B., Liang, M.-C., Shia, R.-L., Yung, Y. L., y Jiang, X. 2011. El Niño–Southern Oscillation in Tropical and Midlatitude Column Ozone. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 68 (9) 1911–1921. DOI:10.1175/JAS-D-11-045.1
- Watkins, N .W, Freeman, M P., Rhodes, C S. y Rowlands, G. 2001. Self-Affinity in the Ae - Index Time Series. *Fractals*. 9 (4). 471–479
- Wilks, D.S., 2011. *Statistical methods in the atmospheric sciences* 1ra ed. Academic Press. Elsevier Inc, ed., USA: Volume 100 of International geophysics series.
- Yang, B., He, M., Melvin, T. M., zhao, Y. y Briffa, K. R. 2013. Climate Control on Tree Growth at the Upper and Lower Treelines: A Case Study in the Qilian Mountains, Tibetan Plateau. *PLoS ONE*, 8 (7). PLoS ONE. 8 (7). DOI: 10.1371/journal.pone.0069065
- Yen-Ching, C., Li-Chun, L., Liang-Hwa, C., Chun-Ming, C., y Chin-Chen, C. 2014. A Hurst exponent estimator based on autoregressive power spectrum estimation with order selection. *Biomed Mater Eng*, 24(1), 1041–1051. DOI:10.3233/BME-130902
- Zhang, J., Tian, W., Wang, Z., Xie, F., y Wang, F. 2015. The Influence of ENSO on Northern Midlatitude Ozone during the Winter to Spring Transition. *Journal of Climate*. 28 (12). 4774–4793. DOI:10.1175/JCLI-D-14-00615.1