

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DIVISIÓN DE CIENCIAS ECONÓMICO ADMINISTRATIVAS

“EL FILTRO DE KALMAN EN EL MANEJO FORESTAL”

TESIS

**QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL
GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS EN ECONOMÍA
AGRÍCOLA**

PRESENTA:

GENARO QUIÑÓNEZ ECHEVERRÍA

T-1992
C-2



Chapingo, México Diciembre del 2005

EL FILTRO DE KALMAN EN EL MANEJO FORESTAL

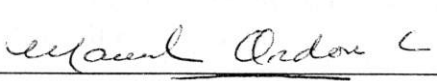
Tesis realizada por el M.C. Genaro Quiñonez Echeverria, bajo la dirección de la Dra. Alma Alicia Gómez Gómez, indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS DOCTOR EN ECONOMÍA AGRÍCOLA

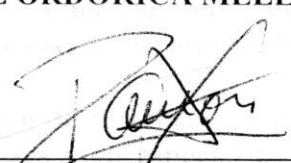
DIRECTOR: _____


DRA. ALMA ALICIA GÓMEZ GÓMEZ

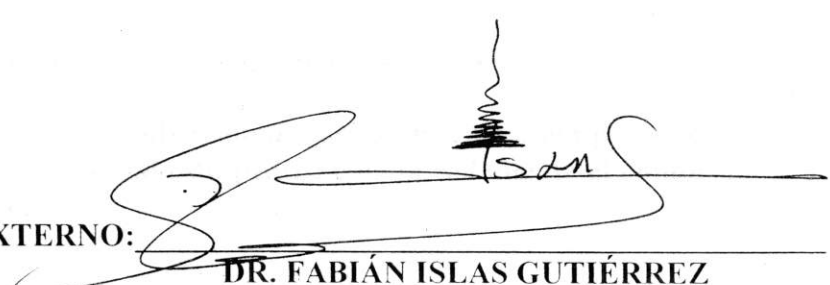
ASESOR: _____


DR. MANUEL ORDORICA MELLADO

ASESOR: _____


DR. RAMÓN VALDIVIA ALCALÁ

LECTOR EXTERNO: _____


DR. FABIÁN ISLAS GUTIÉRREZ

DEDICATORIAS

Le dedico esta tesis a mis padres por haberme dado la vida y por su apoyo incondicional en los momentos buenos y malos de mi vida. Deseándoles que sean felices y que tengan fuerzas para vivir.

Para mi familia integrada por Ma. del Rosario, Giselle y José Genaro, a los cuales les agradezco:

- Mi niño que es el motor de mi vida y la fuerza que me impulsa a seguir adelante, te amo.
- A Ma. del Rosario que me ha dado todo su apoyo y comprensión para la culminación de este trabajo.
- Para Giselle que es la alegría del hogar.

Para mis hermanos por las lecciones que recibo todos los días.

Para mi sobrina Jakelyn, deseándole que tenga sabiduría para entender las pruebas tan difíciles que dios nos envía.

Para la Dra. Alma Alicia Gómez Gómez por sus consejos que me han servido mucho y gracias a ella he aprendido a ser más responsable.

Para todos los maestros de la división de ciencias económico administrativa por las lecciones recibidas durante mis clases y en especial para el comité de tesis: Dra. Alma Alicia Gómez Gómez, Dr. Manuel Ordorica Mellado y Dr. Ramón Valdivia Alcalá.

A todos mis compañeros y amigos del doctorado.

A mi alma máter, la Universidad Autónoma Chapingo por que ha sido una madre amorosa que me dio todo sin pedirme nada, solamente el compromiso que tenemos con la sociedad.

AGRADECIMIENTOS

A mis asesores por sus valiosos aportes a este trabajo, a la Dra. Alma Alicia Gómez Gómez por su apoyo y revisión de este trabajo, al Dr. Manuel Ordorica Mellado por aclarar y establecer las rutas a seguir en la investigación, al Dr. Ramón Valdivia Alcalá y al Dr. Fabián Islas Gutiérrez por sus valiosos consejos y revisión de la tesis.

A todos mis compañeros y amigos del doctorado por los buenos momentos y por compartir sus experiencias conmigo.

A mi alma máter, la Universidad Autónoma Chapingo por que ha sido una madre amorosa que me dio todo sin pedirme nada.

A la División de Ciencias Económico Administrativa (DICEA), por darme la oportunidad de hacer mis estudios de doctorado.

Al CONACYT por el apoyo económico brindado.

Al gobierno del Estado de México por el apoyo económico brindado.

A las autoridades del Instituto Tecnológico Superior de Santiago Papasquiaro, a mis compañeros maestros y queridos alumnos por su valioso apoyo y comprensión.

En especial para la Dra. Alma Alicia Gómez Gómez por su paciencia y por sus lecciones de vida que me han hecho más humano.

Le agradezco a Dios por darme la dicha de ser padre.

DATOS BIOGRÁFICOS.

NOMBRE: GENARO QUIÑÓNEZ ECHEVERRIA

FECHA DE NACIMIENTO: 11 DE ENERO DE 1970

LUGAR DE NACIMIENTO: SANTIAGO PAPASQUIARO, DGO.

ESTADO CIVIL: UNIÓN LIBRE

Ingeniero Forestal con Orientación en Economía y Ordenación en la División de Ciencias Forestales (DICIFO) de la Universidad Autónoma Chapingo de 1991-1995.

Maestría en Ciencias Forestales en la División de Ciencias Forestales (DICIFO) de la Universidad Autónoma Capingo de 1996-1997

Doctorado en Economía Agrícola en la División de Ciencias Económico Administrativas (DICEA) de la Universidad Autónoma Chapingo de 1999-2002.

Experiencia docente en el Centro Universitario de Educación Media Superior (CUEMS) en Texcoco, Edo. de México de 1997-1998.

Experiencia laboral en el IFE como capacitador electoral en Santiago Papasquiario, Dgo. en el año 2003.

Experiencia laboral en el IEE como capacitador electoral en Santiago Papasquiario, Dgo. en el año 2004.

Desde el 2004 y hasta la fecha como docente en el Instituto Tecnológico Superior de Santiago Papasquiario, Dgo.

EL FILTRO DE KALMAN EN EL MANEJO FORESTAL

THE KALMAN FILTER IN FOREST MANAGEMENT

Genaro Quiñonez Echeverria¹ y Alma Alicia Gómez Gómez²

RESUMEN

El objetivo de esta investigación fue proponer la metodología del Filtro de Kalman como una herramienta de pronóstico para ser utilizada en el manejo forestal. En la metodología utilizada por Kalman las ecuaciones utilizadas son de tipo recursivo, es decir, podemos hacer pronósticos utilizando solamente los datos más recientes a través de la minimización del error cuadrático medio. Se realizaron simulaciones de la producción forestal en México en distintos escenarios para los próximos 25 años, considerando solamente los programas de plantaciones forestales implementados por la CONAFOR como la variable independiente y manteniendo todo lo demás sin cambios (*Ceteris paribus*). Después de analizar los resultados de las simulaciones para las distintas hipótesis, se resalta la importancia de utilizar la metodología del Filtro de Kalman en el manejo forestal como una herramienta de pronóstico novedosa en este sector.

Palabras clave: **Filtro de Kalman, Manejo Forestal, Pronóstico.**

ABSTRACT

The purpose of this research was to propose the Kalman Filter as a prognostic tool for use in forest management. The equations used in the Kalman Filter are recursive equations. That is, predictions can be made by using recent dates and Minimizing Root Mean Squared Error. Simulations of forest harvesting in Mexico in different areas for the next 25 years were made, using only forest plantations implemented by CONAFOR programs as an independent variable, while maintaining all others unchanged (*Ceteris paribus*). After the results of the simulations for the different hypotheses were analyzed, the importance of using the Kalman Filter in forest management as a new prognostic tool in this sector was clearly demonstrated.

Key words: **Kalman Filter, forest management, prognostics.**

¹ Tesista/Thesis writer

² Director/Thesis director

INDICE DE CONTENIDO

	Pág.
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	3
1.2. OBJETIVOS.....	5
1.3. HIPÓTESIS.....	5
2. MATERIALES Y METODOS.....	6
3. MARCO TEÓRICO.....	15
3.1. El Filtro de Kalman.....	15
3.2. El Filtro de Kalman vía la minimización del error cuadrático medio.....	18
3.3. Desarrollo de la Teoría de la Estimación.....	24
4. REVISIÓN DE LITERATURA.....	33
4.1. Modelos utilizados en el manejo forestal.....	33
4.1.1. Modelos de Programación Lineal.....	35
4.1.1.1. Manejo por Área y Volumen.....	35
4.1.2. Manejo con Objetivos Múltiples Utilizando Programación por Metas.....	36
4.1.3. Modelo de Manejo Forestal con Variables Enteras.....	36
4.1.4. Manejo del Tiempo, Distancia y Flujos Utilizando Redes.....	37
4.2. Procedimientos tradicionales de estimación del incremento y el rendimiento de las masas forestales.....	39
4.2.1. Estimación del Incremento en los Inventarios Temporales.....	39
4.2.1.1. Método de Hufnagl.....	40
4.2.1.2. Método de Interpolación o Diferencial de Meyer.....	42
4.2.1.3. Método de Hohenadl.....	44
4.2.1.4. Método de Loetsch.....	46
4.2.1.5. Método de Lachaussée.....	48
4.2.1.6. Método Rápido de Klepac.....	50
4.2.1.7. Método de André Schaeffer.....	52
4.2.1.8. Método de León Schaeffer.....	56
4.2.1.9. Método del Por ciento de Incremento de Meyer.....	60
4.2.1.10. Método General del Tiempo de Paso.....	63
4.2.1.11. Método Gráfico de Kenneth Davis.....	65
5. LOS RECURSOS FORESTALES DE MÉXICO.....	67
5.1. Superficie Comercial Arbolada.....	67
5.2. Potencial de Producción de Madera de los Bosques Comerciales.....	69
5.3. Potencial de Producción de Servicios de los Bosques.....	70
5.4. Potencial de Producción de Madera para Plantaciones.....	71
5.5. Potencial de Generación de Servicios.....	72
5.6. Productos no Maderables.....	73

5.7. Mercado de Productos Forestales.....	74
5.7.1. Consumo de Madera Industrial y Leña.....	74
5.7.2. Proyección del Consumo Aparente de Madera Industrial por Producto.....	76
5.7.3. Balance entre Potencial y Consumo de Madera.....	77
6. RESULTADOS.....	78
6.1. Hipótesis en las que varía sólo el error de la ecuación de observación.....	80
6.2. Hipótesis en las que varía sólo el error de la ecuación de transición.....	86
6.3. Hipótesis en las que varían los errores de las dos ecuaciones.....	92
7. CONCLUSIONES.....	102
8. BIBLIOGRAFÍA.....	104
9. GLOSARIO DE TERMINOS ESTADÍSTICOS FORESTALES.....	106

INDICE DE CUADROS

Pág.

Cuadro 1. Porcentaje de sobrevivencia de las plantaciones forestales	8
Cuadro 2. Estimación de Z_k y de H_k con datos de las plantaciones forestales.....	9
Cuadro 3. Proyección del volumen maderable para la hipótesis H-1.....	11
Cuadro 4. Agrupación de datos por categorías diamétricas.....	41
Cuadro 5. Pasos para determinar el ICA (Incremento Corriente Anual) en volumen por el método de Hufnagl.....	42
Cuadro 6. Pasos para determinar el ICA en volumen por el método de Meyer.....	43
Cuadro 7. Datos dasométricos para una determinada masa o rodal.....	47
Cuadro 8. Procedimiento para obtener el incremento en volumen para una determinada masa o rodal por el método de Loetsch.....	47
Cuadro 9. Datos dasométricos.....	49
Cuadro 10. Agrupación de datos por categoría diamétrica y tiempo de paso.....	49
Cuadro 11. Valores del incremento anual en volumen.....	50
Cuadro 12. Procedimiento para desarrollar el método rápido de Klepac, para el cálculo del incremento.....	52
Cuadro 13. Registro de datos dasométricos para diferentes masas o rodales.....	53
Cuadro 14. Datos dasométricos ordenados por categoría diamétrica.....	53
Cuadro 15. Número de árboles y volumen a aprovechar para diferentes masas forestales.....	54
Cuadro 16. Incrementos anuales por hectárea para diferentes masas forestales.....	55
Cuadro 17. Valores del incremento corriente anual en base al tiempo de paso medio para una determinada masa o rodal.....	55
Cuadro 18. Valores del tiempo de paso individual y tiempo de paso medio.....	56
Cuadro 19. Tarifa de incrementos obtenida por la fórmula de Leon Schaeffer 1.....	57
Cuadro 20. Tarifa de incrementos obtenida por la fórmula de Leon Schaeffer 2.....	58
Cuadro 21. Datos dasométricos de los sitios.....	59
Cuadro 22. Valores del tiempo de paso medio y de por ciento del incremento en volumen para cada categoría diamétrica	59
Cuadro 23. Valores del incremento corriente anual para una determinada masa o rodal.....	60
Cuadro 24. Datos dasométricos en los últimos 10 años.....	61
Cuadro 25. Procedimiento para obtener el incremento corriente anual en volumen para una determinada masa o rodal.....	62
Cuadro 26. Datos dasométricos de campo.....	63
Cuadro 27. Valores del incremento radial y del incremento en diámetro.....	64
Cuadro 28. Procedimiento para determinar el porcentaje de árboles que pasan de una categoría diamétrica a otra.....	64
Cuadro 29. Valores del incremento en diámetro para cada categoría diamétrica para una determinada masa o rodal	65
Cuadro 30. Valores del porcentaje de árboles promovidos.....	66
Cuadro 31. Árboles que pasarán a la siguiente categoría diamétrica.....	66
Cuadro 32. Potencial de producción de madera y nivel de aprovechamiento en 1995.....	69
Cuadro 33. Potencial de producción de madera de bosque naturales (Millones de M^3R).....	70
Cuadro 34. Potencial de servicios ambientales de los Bosques Naturales.....	71
Cuadro 35. Superficie y producción potencial para plantaciones forestales comerciales por región y uso actual del suelo (miles de ha).....	71
Cuadro 36. Potencial de generación de servicios de las plantaciones.....	73
Cuadro 37. Productos no maderables y potencial relativo.....	74
Cuadro 38. Consumo de productos derivados de la madera en México en 1994.....	75
Cuadro 39. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis O-1.....	81
Cuadro 40. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis O-2.....	82

Cuadro 41. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis O-3.....	83
Cuadro 42. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis O-5.....	84
Cuadro 43. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis O-10.....	85
Cuadro 44. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.1.....	87
Cuadro 45. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.2.....	88
Cuadro 46. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.3.....	89
Cuadro 47. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.5.....	90
Cuadro 48. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-1.....	91
Cuadro 49. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.5 y O-10.....	93
Cuadro 50. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0 y O-10.....	94
Cuadro 51. Resumen de las proyecciones de la producción maderable según diversas hipótesis de la varianza de la ecuación de transición.....	95
Cuadro 52. Resumen de las proyecciones de la producción maderable según diversas hipótesis de la varianza de la ecuación de transición.....	96
Cuadro 53. Resumen de las proyecciones de la producción maderable cuando varían las dos hipótesis: la varianza de la ecuación de transición y la de observación.....	97

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Ejemplo del perfil de un fuste de <i>Pinus hartwegii</i> a los 20 años.....	13
Figura 2. Superficie Arbolada Comercial (Millones de hectáreas).....	67
Figura 3. Mapa de Zonificación Forestal de la República Mexicana.....	68
Figura 4. Potencial de producción de madera de plantaciones, total de proyectos actuales.....	72
Figura 5. Proyección del consumo aparente de madera industrial y leña.....	75
Figura 6. Proyección del consumo aparente de madera industrial por producto (Metros cúbicos rollo).....	76
Figura 7. Proyecciones de producción maderable según diversas hipótesis de la varianza de la ecuación de observación.....	99
Figura 8. Proyecciones de producción maderable según diversas hipótesis de la varianza de la ecuación de transición.....	100
Figura 9. Proyecciones de la producción maderable cuando variamos errores de la ecuación observación y de la ecuación de transición.....	101

1. INTRODUCCIÓN

El propósito de este documento es proponer una metodología de pronóstico conocida como “Filtro de Kalman” para estimar la producción forestal nacional en función de los programas de plantaciones y la producción anual en los próximos 25 años, considerando el tiempo programado por la CONAFOR (Comisión Nacional Forestal) en el establecimiento de plantaciones forestales comerciales (PRODEPLAN), la cual inició en 1997 y se espera cumpla su turno (año de corta de máxima producción) en el año 2021.

Las oportunidades de producción que el manejo del bosque proporciona son principalmente: madera, agua, forraje, resina, paisaje, regulación ambiental (oxígeno, recarga acuífera), fauna y flora. De las restricciones a las normas legales, personas con objetivos excluyentes o ajenos en el manejo del bosque, los altos niveles de deforestación y la competitividad por los recursos, la deforestación es considerada como la principal causa de la crisis ambiental y cuyo control es premisa fundamental para el tránsito a la sustentabilidad de los recursos forestales. Las causas directas estimadas de la deforestación son entre otras: desmontes por uso agropecuario, cambios de uso del suelo autorizados, incendios, tala ilegal y plagas y enfermedades.

El aumento de la producción forestal en nuestro país se ve limitado por la mala administración de los recursos, lo que implica que de no existir una fuente de información confiable sobre este recurso, necesaria para poder planear (predecir) el crecimiento y desarrollo de este sector, aumenta el riesgo de repetir la historia y por ende, disminuir en este caso, el potencial de nuestros recursos forestales.

El “Uso Múltiple” o “Manejo Integral de los Recursos Forestales” se define como el conjunto de acciones técnicas y sistemáticas encaminadas a regular el uso y

aprovechamiento de los recursos forestales de una determinada área con el fin de obtener el óptimo beneficio de ellos, sin detrimento del ambiente y considerando las necesidades de la sociedad. Básicamente, el manejo forestal consiste en separar o dividir a las partes que conforman un bosque con el propósito de facilitar los estudios necesarios para su aprovechamiento.

El desarrollo histórico de la legislación en el subsector forestal y de las técnicas de manejo ha propiciado la aparición de diversos métodos y/o modelos para el manejo de los bosques en México. Tal es el caso del Método Mexicano de Ordenación de Montes (MMOM) y el Sistema de Conservación y Desarrollo Integral (SICODESI). Así mismo, el uso de modelos matemáticos nos permite mediante la inclusión de variables, pronosticar y regular el aprovechamiento del bosque. Tal es el caso de la regulación por área y por volumen los que utilizan la programación lineal y los modelos de programación dinámica. En nuestro país no existe una metodología confiable para predecir lo que ocurre con la producción forestal en función de las variables que la afectan directamente como ya se mencionó, y que sería la parte del manejo forestal que permite planear en el largo plazo las políticas de desarrollo para el sector.

Esta investigación consta de una sección donde se analizan los distintos métodos o técnicas de manejo forestal y en la cual se resaltan los aspectos teóricos del Filtro de Kalman vía la minimización del error cuadrático medio. Por otra, parte se describe el panorama general de la situación de los recursos forestales en México, el cual representa el marco teórico en el cual se aplicara la metodología del Filtro de Kalman. Finalmente, aplicamos la metodología en el manejo forestal, considerando las plantaciones forestales

como variable de la ecuación de observación y que nos permite predecir los cambios en el pronóstico de producción forestal nacional.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En las estadísticas oficiales se precisa que la producción maderera nacional se desploma rápidamente de tal suerte que mientras en 1984 se obtuvieron 10 millones de metros cúbicos (la cifra más alta de la historia), en 1991 apenas llegó a 7.7 millones de metros cúbicos y la tendencia seguía a la baja hasta 1996 donde la producción fue de aproximadamente 6.8 millones de metros cúbicos. México tiene el **potencial** para satisfacer sus necesidades internas hasta el año 2020 de manera industrial y de leña combustible y aún tendría un remanente del orden de 47.4 millones de m³ rollo para exportación. El que este potencial pueda ser aprovechado, mantenido y desarrollado, dependerá de los apoyos, insumos e inversiones que se canalicen al sector, así como un adecuado manejo del recurso forestal (Varela, H. 2001).

A través de la historia, el hombre ha tenido la necesidad de conocer los fenómenos naturales que lo rodean, por lo que ha desarrollado diversas formas para conocerlos, estimar y predecir el comportamiento de estos. Del bosque obtiene una gran cantidad de bienes y servicios, desde alimentos hasta productos maderables y no maderables.

Conforme ha evolucionado el conocimiento de los fenómenos de la naturaleza y los recursos de ella obtenidos se han visto en peligro de extinción ocasionados por diversas causas como son la sobre explotación, el cambio de uso del suelo, fenómenos climáticos (incendios, sequías, huracanes), plagas y enfermedades del bosque, políticas erróneas, entre otras. Surge la necesidad de planear y llevar a cabo una mejor administración de

los recursos naturales que conlleve a un mejor manejo de los recursos y que al mismo tiempo sea sustentable a través del tiempo.

Para lograr una mejor organización en el aprovechamiento de los recursos del bosque, se han venido desarrollando diferentes metodologías y modelos matemáticos que simulan las condiciones de las áreas forestales y que dependen de las políticas de aprovechamiento, de la tecnología disponible para hacer las mediciones y de los objetivos del aprovechamiento.

Para las condiciones de nuestro país, en donde la mala planeación y la ignorancia que se tiene de los recursos naturales con que se cuentan, aunado a la variabilidad de la vegetación distribuida a lo largo y ancho de México, han provocado el desarrollo de diferentes modelos que presentan ciertas ventajas y desventajas dependiendo del área que se esté aprovechando.

La cantidad de recursos forestales con que contamos lo conocemos a través del Inventario Nacional Forestal continuo, el cual nos presenta la mayoría de las veces información incompleta o no actualizada para los últimos años, lo que lleva a utilizar el método inductivo para inferir o proyectar lo que ocurrirá en el futuro en este sector productivo.

Esta forma de predecir lo que ocurrirá en la producción forestal es poco confiable y la mayoría de las veces es “maquillada” o disfrazada de acuerdo al interés de la institución de que se trate. Es decir, no existe en México una metodología confiable que permita llevar a cabo el pronóstico de la producción forestal en función de las variables que la afectan directamente como por ejemplo las plantaciones forestales, reforestación, incendios, plagas, tala clandestina, etcétera. De lo anterior se desprende la necesidad de un instrumento o metodología como el Filtro de Kalman que permite hacer pronósticos

en el corto plazo, considerando tan sólo el último dato de producción y considerando diferentes escenarios o problemas que afectan a este sector como pueden ser: mortandad provocada por los incendios, enfermedades, cambio de uso de suelo, tala clandestina, tasas de mortandad en las áreas reforestadas y en plantaciones forestales, etc. En este trabajo queremos incorporar la metodología que se utiliza en el Filtro de Kalman para el problema de pronóstico de la producción forestal.

1.2. OBJETIVOS

1. Proponer la metodología del Filtro de Kalman como una herramienta útil para el manejo y/o pronóstico de la producción forestal en México en función de los programas de plantaciones forestales de la CONAFOR
2. Establecer las ventajas del Filtro de Kalman como modelo de pronóstico de la producción forestal en comparación con los métodos utilizados por las instituciones gubernamentales.

1.3. HIPÓTESIS

1. El Filtro de Kalman permite predecir el crecimiento de la producción forestal en el corto plazo utilizando parámetros dependientes del tiempo. Convirtiéndose en una herramienta útil en el manejo forestal.
2. El Filtro de Kalman permite hacer estimaciones más precisas sobre la producción forestal a diferencia de otras técnicas y/o métodos utilizados.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

1. Se utilizaron los métodos de análisis deductivo y comparativo para conocer la situación actual en el subsector forestal en México a través de la revisión de estadísticas oficiales.
2. En esta sección se aplica la metodología del Filtro de Kalman (Ondorica, 1995) para pronosticar la producción maderable en función de los volúmenes producidos en las plantaciones forestales, considerando además las pérdidas (mortalidad) de las mismas.

Se hizo una aplicación de los aspectos teóricos del Filtro de Kalman en el pronóstico de la producción forestal, analizándolo a través de la minimización del error cuadrático medio. Las ecuaciones del Filtro de Kalman se alimentaron para su análisis con datos estimados en los programas de plantaciones forestales, implementados por la CONAFOR (Comisión Nacional Forestal), por el PRODEPLAN y por estimaciones propias.

El Filtro de Kalman vía la Minimización del Error Cuadrático Medio

Considere el sistema dinámico descrito por la siguiente ecuación en diferencias de una cantidad no observable, Y_k , la cual se conoce como ecuación del sistema (Ondorica, 1995).

$$Y_{k+1} = \phi_k Y_k + W_k \quad \text{Ecuación (1)}$$

La observación (o medición) del proceso se supone que ocurre en tiempos discretos de acuerdo a la siguiente relación lineal:

$$Z_k = H_k Y_k + V_k \quad \text{Ecuación (2)}$$

donde Y_k es un vector de dimensión $n \times 1$ del proceso de estado en el tiempo t_k , ϕ_k es una matriz (de $n \times n$) que relaciona Y_k con Y_{k+1} , W_k es un vector (de $n \times 1$) ruido blanco, Z_k es un vector (de $m \times 1$) de observaciones en t_k , H_k es una matriz (de $m \times n$) que establece la conexión entre la medición y el vector de estado en el tiempo t_k y V_k es un error de medición.

En este trabajo se propone estimar la producción maderable en México proyectada anualmente, utilizando algunas variables que la afectan directamente como son: volumen del año anterior, tasa de crecimiento de las plantaciones, tasa de mortandad de las plantaciones y volumen de las plantaciones sin éxito, las cuales, manteniendo el principio de *ceteris paribus* (las otras variables constantes), nos permiten simular proyecciones de volumen en diferentes escenarios.

El Filtro de Kalman vía la minimización del error cuadrático medio comprende las siguientes ecuaciones para proyectar la producción forestal maderable (Ondorica, 1995).

$$\begin{aligned} P_k &= \phi_{k-1}^2 \sigma_{k-1}^2 + \sigma_Q^2 \\ K_k &= (P_k H_k) / (H_k^2 P_k + \sigma_R^2) \\ \sigma_k^2 &= P_k = (1 - K_k H_k) P_k \\ \rho_k &= (1 / (1 + (\sigma_R^2 / H_k^2 (\phi_{k-1}^2 \sigma_{k-1}^2 + \sigma_Q^2)))) \\ \hat{Y}_k &= (1 - \rho_k) \phi_{k-1} \hat{Y}_{k-1} + \rho_k (Z_k / H_k) \end{aligned}$$

donde

Y_k = Producción nacional registrada sin considerar las plantaciones.

P_k = Matriz de covarianza.

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la producción nacional.

$\sigma_k^2 = P_k$ = Covarianza del error actual.

σ_Q^2 = Varianza del error de la ecuación de transición (.01, .02, .03, .05 y 1%).

K_k = Matriz de ganancia (Kalman gain): minimiza el error cuadrático medio.

H_k = Tasa de mortandad de las plantaciones.

σ_R^2 = Varianza del error de la ecuación de observación (1, 2, 3, 5 y 10%).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

Z_k = Volumen de la plantación sin éxito.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

En el Cuadro 1 se presentan los resultados de las plantaciones para las campañas de 2000-2004 en las cuales se observa la tendencia a disminuir la mortandad de plantación a medida que se desarrolla la plantación.

Cuadro 1. Porcentaje de sobrevivencia de las plantaciones forestales

Años	% de sobrevivencia de las plantaciones	% de mortandad de las plantación (Z_k)
2000	72%	28%
2001	67%	33%
2002	89.3%	10.7%
2003	94.3%	5.7%
2004	95	5

Fuente: Resultados del PRODEPLAN 1997-2003 y Estimados para los demás años.

Supuestos:

1. El volumen producido por árbol a la edad de 1 año es de $0.0015\text{m}^3\text{r}$.
2. La densidad inicial de plantación promedio es de 2137 árboles/ha.
3. La densidad final de plantación promedio es de 125 árboles/ha.
4. El volumen promedio producido de las plantaciones forestales comerciales de rápido crecimiento a la edad de 25 años es de $300\text{m}^3\text{r}$ en condiciones óptimas de cultivo.
5. Suponemos como constante la superficie a plantar (35 mil has./año) de acuerdo a las metas del PRODEPLAN proyectadas a 25 años.
6. Se decidió estimar la producción hasta el año 2021 dado que es el tiempo meta fijado por el PRODEPLAN y donde compararemos los resultados simulados en diferentes escenarios a los que se esperan obtener en los programas de plantaciones forestales.

Con los supuestos anteriores podemos estimar los valores de Z_k y de H_k a diferentes años como se observa en el siguiente cuadro 2.

Cuadro 2. Estimación de Z_k y de H_k con datos de las plantaciones forestales.

Año	(a) Superficie a plantar (Hectáreas)	(b) Densidad de plantación con éxito (Árb./ha).	(c) Volumen por hectárea (m3)	(d) Volumen por superficie plantada	(e) Densidad de plantación sin éxito (Árb./ha)	(f) Z_k	(g) H_k
1997	35000	2137	3.206	112193	0	0	0
1998	35000	1496	7.693	269262	641	115398	0.00010
1999	35000	1047	10.200	357000	449	230796	0.00020
2000	35000	733	10.200	357000	314	346194	0.00030
2001	35000	550	10.200	357000	183	461592	0.00040
2002	35000	467	11.750	411250	82	576990	0.00050
2003	35000	397	11.750	411250	70	692388	0.00060
2004	35000	338	11.750	411250	60	807786	0.00070
2005	35000	304	12.050	421750	34	923184	0.00080
2006	35000	273	12.050	421750	30	1038582	0.00090
2007	35000	249	12.050	421750	25	1153980	0.00010
2008	35000	226	13.000	455000	22	1269378	0.00011
2009	35000	208	13.000	455000	18	1384776	0.00012
2010	35000	192	13.000	455000	17	1500174	0.00013
2011	35000	178	13.000	455000	13	1615572	0.00014
2012	35000	166	13.200	462000	12	1730970	0.00015
2013	35000	156	13.300	465500	10	1846368	0.00016
2014	35000	148	13.350	467250	8	1961766	0.00017
2015	35000	141	13.350	467250	7	2077164	0.00018
2016	35000	135	13.370	467950	6	2192562	0.00019
2017	35000	131	13.390	468650	4	2307960	0.00020
2018	35000	128	13.480	471800	3	2423358	0.00021
2019	35000	127	13.700	479500	1	2538756	0.00022
2020	35000	126	13.960	488600	1	2654154	0.00023
2021	35000	125	14.000	490000	1	2769552	0.00024

Fuente: Resultados del PRODEPLAN 1997-2003 y Estimados para los demás años.

(b) Estimados con datos del Cuadro 44 y estimaciones.

(f) Estimados con regla de tres simple entre (b), (c) y (e), y después multiplicado por (a).

Los datos para analizar las ecuaciones anteriores se obtuvieron de la siguiente manera: la Tasa de Mortandad de la Plantación (H_k) y el Volumen de la Plantación sin éxito (Z_k) son estimados como aparece en el Cuadro 2. Las Tasas de Crecimiento de las Plantaciones (ϕ_k), se proponen en base a estimaciones dadas por el PRODEPLAN en los años 2000-2004 y proyectados a 25 años entre 1997 y 2021. Los valores de la

Producción Anterior (P_k) es el dato de producción nacional que aparece en las estadísticas oficiales y que es utilizado para alimentar las ecuaciones del Filtro.

Las variables: σ^2_R =Varianza del error de la ecuación de observación y σ^2_Q =Varianza del error de la ecuación de transición, cambian de acuerdo a las hipótesis propuestas en este trabajo: (1, 2, 3, 5 y 10%) y (.01, .02, .03, .05 y 1%) respectivamente. Finalmente, los valores de $\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual, P_k = Matriz de covarianza, K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio), ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación, se van generando con las ecuaciones del Filtro de Kalman para obtener las proyecciones o pronóstico de los volúmenes maderables ($\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R)).

Por ejemplo, en el cuadro 3 suponga la proyección del volumen maderable con la siguiente **hipótesis H-1**, se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 1 por ciento respecto al volumen del año 1997 (77,120 m^3r) y suponemos una varianza del error de la ecuación de observación del 1 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998 (1,154 m^3r).

Cuadro 3. Proyección del volumen maderable para la hipótesis H-1.

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_k	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$	Y_k
1997	77120	1154	1.080	0	0	0	0	0		7712000	7712000
1998	77120	1154	1.108	0.00010	115398	77120	77120	0.00668	0.00000	8329726	8331000
1999	77120	1154	1.086	0.00020	230796	171796	171797	0.02977	0.00001	9236153	8497000
2000	77120	1154	1.080	0.00030	346194	279730	279736	0.07272	0.00002	10055418	9430000
2001	77120	1154	1.077	0.00040	461592	403374	403397	0.13982	0.00006	10923783	8125000
2002	77120	1154	1.069	0.00050	576990	544941	545006	0.23611	0.00012	11899759	
2003	77120	1154	1.064	0.00060	692388	699705	699858	0.36380	0.00022	12969955	
2004	77120	1154	1.060	0.00070	807786	868932	869253	0.52708	0.00037	14220710	
2005	77120	1154	1.057	0.00080	923184	1052837	1053452	0.72987	0.00058	15738955	
2006	77120	1154	1.054	0.00090	1038582	1252300	1253401	0.97666	0.00088	17635797	
2007	77120	1154	1.051	0.00010	1153980	1468301	1468320	0.12724	0.00001	18734721	
2008	77120	1154	1.049	0.00011	1269378	1698976	1699007	0.16195	0.00002	19895414	
2009	77120	1154	1.046	0.00012	1384776	1946628	1946675	0.20242	0.00002	21150092	
2010	77120	1154	1.044	0.00013	1500174	2206886	2206957	0.24861	0.00003	22495238	
2011	77120	1154	1.042	0.00014	1615572	2482379	2482484	0.30116	0.00004	23970576	
2012	77120	1154	1.041	0.00015	1730970	2772248	2772398	0.36034	0.00005	25599736	
2013	77120	1154	1.039	0.00016	1846368	3081142	3081353	0.42719	0.00007	27436262	
2014	77120	1154	1.038	0.00017	1961766	3402988	3403278	0.50131	0.00009	29487293	
2015	77120	1154	1.036	0.00018	2077164	3743255	3743649	0.58387	0.00011	31817387	
2016	77120	1154	1.035	0.00019	2192562	4094217	4094741	0.67409	0.00013	34436578	
2017	77120	1154	1.034	0.00020	2307960	4462257	4462947	0.77335	0.00015	37421217	
2018	77120	1154	1.033	0.00021	2423358	4847071	4847969	0.88205	0.00019	40823893	
2019	77120	1154	1.032	0.00022	2538756	5248220	5249376	1.00053	0.00022	44701893	
2020	77120	1154	1.031	0.00023	2654154	5665129	5666601	1.12910	0.00026	49117175	
2021	77120	1154	1.030	0.00024	2769552	6097075	6098931	1.26802	0.00030	54136251	

Fuente: Elaboración propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

La ecuación de transición relaciona las variables de la siguiente manera:

$$Y_{k+1} = \phi_k Y_k + W_k \quad \text{Ecuación (1)}$$

donde

Volumen estimado = (Tasa de crecimiento de la plantación) (Vol. anterior) + Error

La ecuación de observación relaciona las variables de la siguiente manera:

$$Z_k = H_K Y_k + V_k \quad \text{Ecuación (2)}$$

donde

Vol. de plantación sin éxito = (Tasa de mortandad de las plantación) (Vol. estimado)+ Error

Las demás ecuaciones utilizadas por Kalman relacionan la ecuación 1 y 2 para proyectar los volúmenes anuales considerando los supuestos anteriores.

Contrastando con los métodos tradicionales para estimar el volumen de plantaciones de árboles versus la proyección del volumen utilizando el Filtro de Kalman para las diferentes hipótesis, tenemos que tradicionalmente se utilizan diferentes métodos para estimar el volumen de árboles individuales por las características fenológicas que presentan y las cuales revisaremos enseguida, en este trabajo propondremos algunos supuestos como fijos en el crecimiento de los árboles como son el índice de sitio, densidad de planta, crecimiento homogéneo y éxito o fracaso de las plantaciones o reforestaciones. Consideraremos además a las especies de *Pinus sp.* para el análisis de este trabajo por ser una especie muy utilizada en las actividades de reforestación, establecimiento de plantaciones forestales y por ende su importancia económica.

Procedimiento para el cálculo del volumen de *Pinus sp.*

Para el cálculo del volumen se utilizan las siguientes fórmulas:

Volumen del Tocón (V_T): Fórmula de Huber. ($V = AB_m \times L$)

Volumen de la Troza de 1.0m(V_1): Fórmula de Smalian. [$V = (AB_1 + AB_2)/2 \times L$]

Volumen de la(s) Troza(s) de 2.0m(V_2): Fórmula de Smalian. [$V = (AB_1 + AB_2)/2 \times L$]

Volumen de la Punta(V_p): Fórmula del cono. [$V = (AB \times L)/3$]

Donde

V = Volumen (m^3)

AB = Área Basal (m^2) = $(\pi \times D^2) / 4$

L = Longitud (m).

Por ejemplo.

Calcular el volumen del *Pinus hartwegii*.

Edad = 20 años.

Altura = 11.30 m.

Áreas Basales en las diferentes alturas como se observan en el perfil del fuste de la siguiente figura 1.

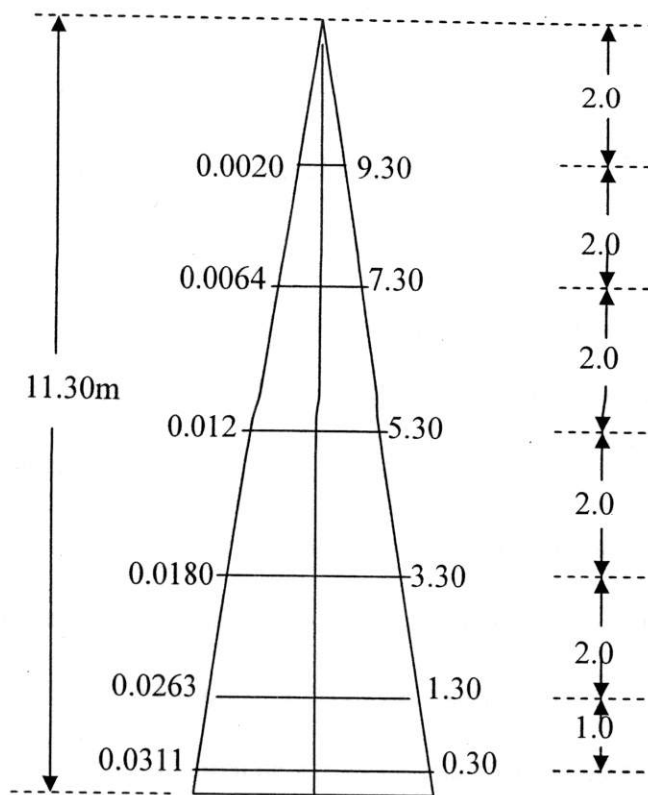


Figura 1. Ejemplo del perfil de un fuste de *Pinus hartwegii* a los 20 años.
Fuente: Carrillo, 1998.

Haciendo las operaciones con las fórmulas anteriores, tenemos los siguientes resultados:

$$V_T = (0.0311) (0.30) = \mathbf{0.0093}$$

$$V_1 = (0.0311 + 0.0263)/2 \times (1.0) = \mathbf{0.0287}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= [(0.0263 + 0.0180)/2 \times (2.0)] + [(0.0180 + 0.0120)/2 \times (2.0)] + \\ &\quad [((0.0120 + 0.0064)/2 \times (2.0))] + [(0.0064 + 0.0020)/2 \times (2.0)] \\ &= 0.0443 + 0.0300 + 0.0184 + 0.0084 = \mathbf{0.1011} \end{aligned}$$

$$V_P = (0.0020 \times 2.0) / 3 = \mathbf{0.0013}$$

Por lo que el volumen del árbol *Pinus hartwegii* a la edad de 20 años es de:

$$V_{20} = 0.0093 + 0.0287 + 0.1011 + 0.0013 = \mathbf{0.1404 \text{ m}^3}$$

Supuestos:

- Consideramos una hectárea de terreno como la unidad básica para hacer nuestras proyecciones de volumen de las especies forestales.
- Suponemos diferentes niveles de mortandad desde que se establece la plantación hasta que se cosecha a los 20 años.
- Se estima una densidad de plantación de aproximadamente 2137 plantas por hectárea, dado que se estima un volumen por hectárea de 300 m^3 en plantaciones a la edad de 20 años.
- La calidad del sitio es la óptima para el crecimiento de las especies utilizadas.

Por lo tanto, en nuestro ejemplo, podemos proyectar un volumen aproximado de *Pinus sp.* por hectárea a la edad de 20 años de aproximadamente:

Volumen por hectárea de *Pinus sp.* a la edad de 20 años = **300 m^3**

3. Se estableció un marco comparativo entre los métodos y técnicas de manejo y de pronóstico tradicional y la metodología utilizada por el filtro de Kalman.
4. Los análisis de pronóstico se hicieron utilizando el paquete estadístico Excel y la edición del trabajo en el editor Word.
5. Finalmente se obtuvieron los resultados y las conclusiones sobre este trabajo, en donde se estableció un orden de simulación, considerando diferentes escenarios para el pronóstico de la producción forestal en México.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. El Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un estimador insesgado, recursivo y de mínimos cuadrados con una señal aleatoria Gaussiana. Es posible señalar que esta técnica es uno de los mayores descubrimientos en la historia de la teoría de Estimación. Tiene importantes aplicaciones en el control de sistemas dinámicos tal es el caso de procesos de producción, aviación, navegación marítima y aviación espacial. El Filtro de Kalman se usa en la predicción del curso futuro probable de sistemas dinámicos que las personas no están en posibilidad de controlar, como por ejemplo, el flujo de agua en los ríos, las trayectorias de cuerpos celestes, el precio de comercialización de ciertos o la población que puede tener una región o un país. El Filtro de Kalman es una forma moderna de discutir la teoría de estimación de mínimos cuadrados. La diferencia esencial entre el Filtro de Kalman y el modelo lineal convencional es que el parámetro de estado en el Filtro de Kalman no es constante, sino que puede cambiar con el tiempo.

El Filtro de Kalman ha sido aplicado exitosamente a problemas de ingeniería de control, recientemente se ha utilizado fuera del campo de la ingeniería; en pronósticos de corto plazo, en el análisis de experimentos dosis-respuesta y en la evaluación de políticas macroeconómicas. La dinámica de las variables observables y no observables en el Filtro de Kalman están gobernadas por dos ecuaciones: una ecuación de observación y una ecuación de transición y ambas contienen un error estocástico. Se supone que dichos errores no están correlacionados.

El Filtro de Kalman es un procedimiento matemático que opera por medio de un mecanismo de predicción y corrección. En esencia este algoritmo pronostica el nuevo estado (relativo al sistema en un cierto punto en el tiempo), a partir de su estimación previa, añadiendo un nuevo término de corrección proporcional al error de predicción con lo cual se lleva a cabo la estimación de los parámetros no conocidos del sistema.

Comúnmente se dice que un filtro es un artefacto físico para remover fracciones no deseadas de ciertas mezclas. La palabra filtro tiene sus raíces latinas en la Edad Media, y tenía que ver con el material que era usado para filtrar líquidos. En sus orígenes, un filtro solucionaba el problema de separación de componentes no deseados de mezclas de gas, líquidos y sólidos.

Posteriormente el término fue aplicado en el filtrado de señales electrónicas. Estas señales son mezclas de diferentes componentes de frecuencia. El concepto se extendió en el decenio de los 30's y de los 40's al analizar la separación de "señales" de las de "ruido". Kolmogorov y Wiener usaron la caracterización estadística de su distribución de probabilidad para formar estimaciones óptimas de la "señal", dada una suma de señales y de ruido. Con el Filtro de Kalman el término fue más allá de la idea original de separación de componentes de una mezcla. También incluye la solución al problema inverso, en el cual uno conoce como representar la medición de las variables como función de las variables de interés principal, es decir, se invierte esta relación funcional y se estima a las variables independientes como una función inversa de las variables dependientes. Estas variables de interés pueden ser dinámicas.

Uno se enfrenta a problemas de filtrado en la vida cotidiana. Cuando uno prende un radio en AM y le sube el volumen, ocurren dos cosas; o hay señal buena o hay ruido. El filtro apropiado para escuchar nuestra melodía favorita es aquel que la frecuencia pase por un pequeño rango de kilohertz. El Filtro de Kalman es la generalización de otras disciplinas de la teoría estadística, sobre todo del campo de la teoría de la estimación. Se basa en los conceptos del análisis de los mínimos cuadrados, en los de procesos estocásticos, en los de sistemas dinámicos y en la teoría de probabilidad.

A fin de presentar una explicación sencilla del Filtro de Kalman, consideremos un problema de la estimación de la media de alguna variable aleatoria basada en la secuencia de mediciones de ruido. Supongamos que se quiere estimar la media muestral y que deseamos refinar nuestra estimación después de cada nueva medición. La sucesión de cada nueva medición se denota por $X_1, X_2, \dots, X_n$, donde el subíndice representa el tiempo en que fue tomada la medición. Un método es el siguiente:

1.- Primera medición X_1 : de X_1 y estimo la medición

$$\mu_1 = X_1$$

2.- Segunda medición X_2 : teniendo X_2 y X_1 se estima la medición

$$\mu_2 = (X_1 + X_2)/2$$

3.- Tomo la tercera medición X_3 : teniendo X_3 y además X_1 y X_2 estimo la medición como sigue:

$$\mu_3 = (X_1 + X_2 + X_3)/3$$

4.- Y así sucesivamente.

Este proceso es correcto. Conforme pasa el tiempo se incrementa la memoria y por tanto, el número de operaciones aritméticas se incrementan con el tiempo. Consideremos una simple variación al procedimiento anterior, que incorpora la metodología del Filtro

de Kalman en donde cada nueva estimación se obtenga a partir de la vieja estimación y de la medición actual.

El algoritmo es el siguiente:

- 1.- Primera medición X_1 : cálculo de la estimación $\mu_1 = X_1$
se deja μ_1 y se elimina X_1 .
- 2.- Segunda medición X_2 : calcular la estimación como un promedio ponderado de la suma de la estimación anterior de μ_1 y de la medición actual X_2 : $\mu_2 = 1/2\mu_1 + 1/2X_2$ Guardar μ_2 y desechar X_2 y μ_1 .
- 3.- Tercera medición X_3 : calcular la estimación como un promedio ponderado de la suma de μ_2 y X_3 .
 $\mu_3 = 2/3\mu_2 + 1/3X_3$ Guardar μ_3 y desechar X_3 y μ_2 .
- 4.- Etcétera. En la etapa n -ésima la suma ponderada es:
 $\mu_n = ((n-1)/n) \mu_{n-1} + (1/n) X_n$

Este algoritmo es un procedimiento de tipo recursivo. En este tipo de procedimiento se utilizan los resultados de la etapa previa. Esta es una característica del Filtro de Kalman (Ordorica, 1995).

3.2. El Filtro de Kalman vía la minimización del error cuadrático medio.

En este capítulo presentamos los principales resultados teóricos del Filtro de Kalman a través del enfoque de minimización del error cuadrático medio (Ordorica, 1995).

Considere el sistema dinámico descrito por la siguiente ecuación de diferencias de una cantidad no observable, Y_k , la cual se conoce como ecuación del sistema:

$$Y_{k+1} = \phi_k Y_k + W_k \quad (1)$$

La observación (o medición) del proceso se supone que ocurre en tiempos discretos de acuerdo a la siguiente relación lineal:

$$Z_k = H_k Y_k + V_k, \quad (2)$$

donde Y_k es un vector de dimensión $n \times 1$ del proceso de estado en el tiempo t_k , Φ_k es una matriz (de $n \times n$) que relaciona Y_k con Y_{k+1} , W_k es un vector (de $n \times 1$) de ruido blanco¹, Z_k es un vector (de $m \times 1$) de observaciones en t_k , H_k es una matriz (de $m \times n$) que establece la conexión entre la medición y el vector de estado en el tiempo t_k y V_k es un error de medición.

El estado del sistema en t_k está dado por el vector Y_k de dimensión n , con $t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$, las t 's no se encuentran necesariamente equidistantes.

Se tienen los siguientes supuestos:

$$E [W_k W_i^T] = \begin{cases} Q_k, & \text{para } i = j, \\ 0, & \text{para } i \neq j, \end{cases} \quad (3)$$

y

$$E [V_k V_i^T] = \begin{cases} R_k, & \text{para } i = j, \\ 0, & \text{para } i \neq j, \end{cases} \quad (4)$$

Las matrices Q_k y R_k son positivas definidas. Además, se supone que los procesos V_k y W_k son no correlacionados, es decir,

$$E (V_k W_i^T) = 0, \text{ para toda } k \text{ e } i. \quad (5)$$

Sea Y_0 un estado inicial el cual es considerado un vector aleatorio. Se supone que se tiene una estimación inicial del proceso en algún punto del tiempo, digamos t_k , y esta estimación se basa en nuestro conocimiento acerca del proceso a priori a t_k . Esta

¹ Ruido blanco está definido como un proceso estocástico estacionario el cual tiene una función de densidad espectral constante. El término "blanco" proviene de la óptica donde la luz blanca contiene todas las frecuencias visibles, con estructura de covarianza conocida.

estimación a priori se denota por $\hat{Y}_k^-$. El signo menos indica que es nuestra mejor estimación a priori a la medición en t_k . Definimos el error de estimación como:

$$e_k^- = Y_k - \hat{Y}_k^- \quad (6)$$

Por tanto, la matriz de covarianza es:

$$P_k^- = E(e_k^- e_k^{-T}) = E[(Y_k - \hat{Y}_k^-)(Y_k - \hat{Y}_k^-)^T]. \quad (7)$$

Con base en la estimación a priori $\hat{Y}_k^-$ se busca ahora utilizar la observación Z_k para mejorar la nueva estimación. Es posible escribir $\hat{Y}_k$ en función de $\hat{Y}_k^-$ y del error de medición de acuerdo a la siguiente relación

$$\hat{Y}_k = \hat{Y}_k^- + K_k (Z_k - H_k \hat{Y}_k^-), \quad (8)$$

donde $\hat{Y}_k$ es igual a la estimación actualizada. La matriz K_k es conocida como la matriz de ganancia, todavía a ser determinada.

Ahora formamos la matriz de covarianza asociada a la estimación actualizada.

$$P_k = E(e_k^- e_k^{-T}) = E[(Y_k - \hat{Y}_k)(Y_k - \hat{Y}_k)^T]. \quad (9)$$

Sustituyendo la ecuación (2) en la (8) y luego sustituyendo en la (9) resulta lo siguiente:

$$P_k = E[(Y_k - \hat{Y}_k^-) - K_k (H_k Y_k + V_k - H_k \hat{Y}_k^-)] [(Y_k - \hat{Y}_k^-) - K_k (H_k Y_k + V_k - H_k \hat{Y}_k^-)]^T \quad (10)$$

Calculando la esperanza y observando que el error de estimación a priori no está correlacionado con el error de medición, esto es $E[(Y_k - \hat{Y}_k^-) V_k] = 0$, se tiene que

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T. \quad (11)$$

Esta expresión es la matriz del error de covarianza actualizada y se aplica para cualquier matriz de ganancia K_k .

Regresando al problema de optimización, interesa ahora minimizar los términos de la diagonal de P_k , puesto que estos representan las estimaciones de las varianzas de los errores de los elementos del vector estado. Expandiendo la ecuación (11), tenemos:

$$P_k = P_k^- - K_k H_k P_k^- - P_k^- H_k^T K_k^T + K_k (H_k P_k^- H_k^T + R_k) K_k^T. \quad (12)$$

Deseamos minimizar la traza de P porque es la suma del error cuadrático medio. Por lo tanto, procederemos ahora a diferenciar la traza de P con respecto a K y es importante hacer notar que la traza de $P^T H^T K^T$ es igual a la traza de su transpuesta $K H P$, así que

$$(\delta (\text{traza de } P_k) / \delta K_k = -2(H_k P_k^-)^T + 2K_k (H_k P_k^- H_k^T + R_k). \quad (13)$$

Después de derivar igualamos a cero la expresión, resolvemos para el valor de K y obtenemos que

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}. \quad (14)$$

Esta particular K_k , que minimiza el error cuadrático medio es llamada la matriz de ganancia.

La matriz de covarianza P_k asociada con la estimación óptima puede calcularse de la siguiente forma:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T. \quad (15)$$

o equivalentemente

$$P_k = P_k^- - K_k H_k P_k^- - P_k^- H_k^T K_k^T + K_k (H_k P_k^- H_k^T + R_k) K_k^T. \quad (16)$$

Sustituyendo la ecuación (14) en la (16) se tienen tres formas diferentes de P_k :

$$P_k = P_k^- - P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} H_k P_k^-, \quad (17)$$

$$P_k = P_k^- - K_k (H_k P_k^- H_k^T + R_k) K_k^T, \quad (18)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-, \quad (19)$$

esta última ecuación es la más común de todas. La ecuación (15) es válida para cualquier matriz de ganancia, mientras que las ecuaciones (17), (18) y (19) son válidas únicamente para la matriz de ganancia óptima.

Ahora consideramos la extrapolación de la estimación de la variable estado:

$$\hat{Y}_{k+1} = \phi_k \hat{Y}_k, \quad (20)$$

El error de la matriz de covarianza asociado a $\hat{Y}_{k+1}$ se obtiene de la siguiente forma:

$$e_{k+1} = Y_{k+1} - \hat{Y}_{k+1} \quad (21)$$

$$= (\phi_k Y_k + W_k) - \phi_k \hat{Y}_k \quad (22)$$

$$= \phi_k e_k - W_k \quad (23)$$

Es importante hacer notar que W_k y e_k tienen correlaciones cruzadas iguales a cero. Así podemos escribir la expresión para P_{k+1} como:

$$P_{k+1} = E [e_{k+1} e_{k+1}^T] \quad (24)$$

$$= E [(\phi_k Y_k + W_k) (\phi_k Y_k + W_k)^T] \quad (25)$$

$$= \phi_k P_k \phi_k^T + Q_k \quad (26)$$

Las ecuaciones (8), (14), (19), (20) y (26) comprenden las ecuaciones recursivas del Filtro de Kalman. Las etapas básicas del procedimiento del cálculo del Filtro de Kalman en tiempo discreto son:

1. Calcular P_k usando P_{k-1} , ϕ_{k-1} y Q_{k-1}
2. Calcular K_k usando P_k (calculado en la etapa 1), H_k y R_k .
3. Calcular P_k usando K_k (calculado en la etapa 2) y P_k (de la etapa 1).
4. Calcular los valores sucesivos de Y_k recursivamente, usando los valores calculados de K_k (de etapa 3), el estimador inicial dado $\hat{Y}_0$, y el insumo de datos Z_k .

Las ecuaciones que se presentan a continuación resumen la metodología.

Metodología del Filtro del Kalman en tiempo discreto.

ECUACIÓN DE TRANSICIÓN:

$$Y_{k+1} = \phi_k Y_k + W_k$$

$$W_k \sim N(0, Q_k)$$

ECUACIÓN DE MEDICIÓN U OBSERVACIÓN:

$$Z_k = H_k Y_k + V_k$$

$$V_k \sim N(0, R_k)$$

CONDICIONES INICIALES:

$$E(Y_0) = \hat{Y}_0$$

SUPUESTO DE NO CORRELACIÓN:

$$E(W_k V_j^T) = 0 \quad \forall \quad k \neq j$$

EXTRAPOLACIÓN DE ESTIMACIÓN DE ESTADO:

$$\hat{Y}_{k+1}^- = \phi_k \hat{Y}_k$$

EXTRAPOLACIÓN DE LA COVARIANZA DEL ERROR:

$$P_{k+1}^- = \phi_k P_k \phi_k^T + Q_k$$

ESTIMACIÓN DE ESTADO ACTUAL:

$$\hat{Y}_k = \hat{Y}_k^- + K_k (Z_k - H_k \hat{Y}_k^-)$$

COVARIANZA DEL ERROR ACTUAL:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$$

MATRIZ DE GANANCIA DE KALMAN:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$$

Las últimas cuatro ecuaciones es lo que se conoce comúnmente como el Filtro de Kalman, y generalizan las ecuaciones normales del método clásico de mínimos cuadrados cuando los parámetros son funciones del tiempo.

3.3. Desarrollo de la Teoría de la Estimación.

El desarrollo de la Teoría de la Estimación cubre un período que abarca cinco siglos, desde Cardano hasta Bierman. Un misterio de la historia de la ciencia es porqué tomo tanto tiempo a los matemáticos la formalización de la incertidumbre. El italiano Girolamo Cardano (1501-1576) presenta de manera sistemática el cálculo de probabilidades en su libro “Book on Games of Chance”. Supuso que el lanzamiento de dados son eventos estadísticamente independientes.

Es importante señalar que Galileo Galilei (1564-1642) ya reconoce los errores de medición. Tratamientos en el campo de la probabilidad realizados con mayor detalle fueron desarrollados por Blaise, Pascal (1623-1662), Pierre de Fermat (1601-1655) y Christian Huygens (1629-1695). El trabajo de Fermat fue retomado por Bernoulli (1654-1705), quien es considerado por los historiadores como el padre de la Teoría de Probabilidad. El realizó una prueba rigurosa de la Ley de los Grandes Números para ensayos repetidos e independientes.

Thomas Bayes (1702-1761) fue el primero en usar la probabilidad en forma inductiva y estableció las bases de la inferencia estadística. El Teorema de Bayes usa la probabilidad “a posteriori”, el cual presenta en su libro “Essay Towards Solving a Problem in the doctrine of Chances”, Abraham de Moivre (1667-1754), Pierre Simon Maquis de Laplace (1749-1827), Adrien Marie Legendre (1752-1833) y Carl Friederich Gauss (1777-1855) continuaron estos desarrollos en la Teoría de Estimación en el siglo XIX. Laplace escribe en 1814 su popular trabajo: “A philosophical essay on probability”. Legendre, por su parte, determinó nuevas órbitas de los cometas.

Entre el principio del siglo XIX y mediados del siglo XX, las probabilidades tomaron gran importancia. La idea de que las leyes de la naturaleza son de carácter aleatorio y que podrían tratarse con modelos probabilísticos provocó que rápidamente se expandiera el desarrollo y aplicación de estos modelos. El trabajo de James Clerk Maxwell (1831-1879) realizó un enfoque probabilístico de la mecánica estadística.

Una figura importante en la Teoría de la probabilidad y en procesos estocásticos fue el ruso Andrei Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987). Redefinió los fundamentos de la Teoría de la probabilidad. Con Norbert Wiener (1894-1964) trabajó en predicción, suavizamiento y filtrado de procesos Markovianos, y en la teoría general de procesos ergódicos. El importante desarrollo de la Teoría de la Estimación se debió en gran medida a los estudios de astronomía, principalmente a aquéllos que se dirigieron a la determinación de las órbitas de los planetas y de los cometas, mediante el uso de información obtenida a partir de telescopios.

En 1795, Friederick Gauss desarrolló el método de los mínimos cuadrados, aplicándolo al movimiento de los planetas y los cometas. El movimiento de los cuerpos se podía describir completamente, utilizando 6 parámetros. El problema consistía en estimar dichos parámetros a partir de los datos observados. Fue hasta 1809 cuando Gauss publicó su libro: "Theoría motus corporum coelestium" en el que describe el método de los mínimos cuadrados. En el año de 1806, Legendre publica, en París, el trabajo "Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes", en donde también presenta la técnica de los mínimos cuadrados.

En el siglo XIX se presentó una controversia sobre quien era el inventor de los mínimos cuadrados. Los historiadores tienen indicios de que este método es obra de Gauss. Gauss explicaba la técnica de la siguiente manera: si las observaciones astronómicas sobre las que se basan los cálculos de las órbitas fueran absolutamente correctas, entonces los elementos que se deducirían a partir de 3 ó 4 observaciones serían exactos. Sin embargo, la realidad no opera de esa manera, ya que las observaciones y medidas que se realizan no son más que aproximaciones a la verdad, lo mismo puede decirse acerca de los cálculos que se derivan de ellas, y la idea es acercarse lo más que se pueda a la verdad.

Algunos de los principales desarrollos en la Teoría de Estimación que precedieron al Filtro de Kalman y que resultan ser fundamentales son los siguientes: el método de máxima verosimilitud desarrollado por R.A. Fisher en 1912. Kolmogorov en 1941 y Wiener en 1942 desarrollaron una técnica de estimación del mínimo cuadrado medio.

Una nueva versión de los mínimos cuadrados es el Filtro de Kalman. En términos intuitivos es posible señalar que esta técnica es una forma moderna de analizar el método de los mínimos cuadrados, y que este último es un caso particular del Filtro de Kalman. La diferencia esencial entre el Filtro de Kalman y el modelo lineal convencional es que el estado natural (o parámetros) no es constante, sino que puede cambiar con el tiempo.

Existen algunas diferencias importantes entre las técnicas modernas y las clásicas. Como la teoría moderna de probabilidad no existía al iniciar el siglo XIX, las consideraciones de Gauss eran necesariamente de naturaleza determinística. La llegada de modernas

tecnologías de computación permitió la realización de modelos matemáticos más complejos. En la era de Gauss las técnicas que se desarrollaron sólo se apoyaban en lápiz y papel, y en su inteligencia.

El Filtro de Kalman ha sido utilizado por ingenieros y físicos en temas como: la determinación de órbitas, en la navegación, en exploración geofísica, en procesos industriales, en aplicaciones oceanográficas, entre otros. Más recientemente se han realizado aplicaciones en campos como la economía, a fin de realizar pronósticos de corto plazo y en la regulación de tiempos muertos en procesos industriales.

En noviembre de 1958 Kalman regresaba en tren a Baltimore después de haber estado en Princeton, cuando se le ocurrió aplicar la noción de variables de estado al Filtro de Wiener. Su teoría fue vista con escepticismo, y para la publicación de su artículo escogió una revista de Ingeniería Eléctrica. Su segundo artículo, donde trata el caso continuo, fue rechazado la primera vez.

Es importante mencionar que a Kalman le ocurrió algo semejante que a Gauss. Kalman publicó su primer trabajo en 1960 y Peter Swerling en 1958, publicó un memorándum en RAND CORPORATION describiendo un método recursivo para la determinación de órbitas. El método de Swerling es en esencia similar al de Kalman. Mientras que la controversia de quién inventó la técnica entre Gauss-Legendre fue analizada y discutida en el ámbito académico, la controversia Kalman-Swerling no ha trascendido.

En el año de 1960 en ocasión de la visita de Kalman a Stanley F. Schmidt a la NASA (National Aeronautics and Space Administration) se analizó el potencial de aplicación del Filtro de Kalman a la estimación de la trayectoria del Proyecto Apolo, el cual tenía como propósito ir a la luna y regresar (Ordorica, 1995).

En problemas de tipo ambiental, la humanidad busca analizar metodologías o modelos que nos permitan simular fenómenos naturales que representan o son fuente de recursos necesarios para satisfacer sus necesidades y que se encuentran en riesgo por ignorancia de la sociedad o por mala administración como ocurre en el caso de los recursos forestales en México. El deterioro de los recursos forestales en México ha sido provocado en gran parte por la mala administración y/o manejo de este. La administración del sector forestal en México ha estado a cargo de diferentes instituciones a través de la historia, como se muestra enseguida:

1934-1939	Departamento Autónomo Forestal de Caza y Pesca (Época de oro. Miguel A. de Quevedo tenía acceso al presidente)
1939-1954	Dirección Forestal y de Caza
1954-1964	Subsecretaría de Recursos Forestales y de Caza
1964-1982	Subsecretaría Forestal y de la Fauna
1983-1985	Subsecretaría Forestal
1985-1988	Subsecretaría de Desarrollo y Fomento Agropecuario y Forestal (Época negra porque una Secretaría manejaba los tres rubros)
1988-1989	Secretaría de Agricultura y Silvicultura
1989-1992	Subsecretaría Forestal
1992-1999	Dirección General Forestal

Así mismo, se han hecho varias modificaciones a las Leyes Forestales, lo que indica cierta inestabilidad en la forma de llevar a cabo el aprovechamiento de los bosques. . Las

modificaciones a la Ley Forestal se han llevado a cabo en los siguientes años: 1926, 1943, 1948, 1960, 1986, 1992, 1997, 2005.

En el año 2005 aparece el reglamento de la Ley General de Desarrollo Forestal Sustentable (LGDFS), el cual pretende ser el camino por donde la Ley Forestal se abrirá paso hacia sus grandes objetivos políticos, sociales y ambientales. Con la puesta en marcha del Reglamento de la Ley General de Desarrollo Forestal Sustentable (LGDFS), el 23 de marzo del 2005 el nuevo marco jurídico forestal de México ya cuenta con procedimientos concretos para lograr la definición del modelo forestal del siglo XXI.

Por otro lado, la CONAFOR (Comisión Nacional Forestal) establece en sus principios fundamentales como una dependencia que se encargará del manejo y evaluación externa de los resultados de las campañas de reforestación 2000 y 2001, utilizando la metodología desarrollada por la SEMARNAP y descrita en el Manual para la Evaluación Técnica de la Reforestación publicado por el PRONARE. Los resultados de la supervivencia encontrados en la mencionada evaluación son aún preliminares y se refieren, por diseño, a la relación de plantas vivas y muertas encontradas en campo, por lo que los porcentajes no reflejan la sobrevivencia calculada en función del número total de plantas por predio reportadas en los padrones de reforestación.

Adicionalmente, es importante señalar que la CONAFOR realiza trabajos de reforestación con especies no consideradas tradicionalmente como forestales como nopal, maguey, lechuguilla y candelilla (sobre todo en las zonas áridas y semiáridas del país), las cuales tienen elevadas densidades por hectárea y sobrevivencias muy altas.

Estas situaciones pueden llevar a que, en algunas entidades federativas, los resultados de sobrevivencia parezcan elevados, pero debe tenerse en cuenta que la reforestación es un proceso altamente regionalizado y con muchas variables que inciden en el número de plantas que sobreviven en cada estado.

En México, la producción de madera para la industria forestal ha provenido en su totalidad de bosques naturales, no obstante que el país dispone de grandes ventajas comparativas para el establecimiento de plantaciones forestales comerciales.

El PRODEPLAN tiene la meta de canalizar subsidios directos para compensar parcialmente el establecimiento y desarrollo de 875 mil hectáreas de plantaciones forestales comerciales en un periodo de 25 años, lo que permitiría equilibrar la balanza comercial forestal y generar excedentes para exportación.

Con el PRODEPLAN se apoya el desarrollo de plantaciones forestales comerciales, otorgando incentivos directos sobre los costos de su establecimiento y mantenimiento inicial por un lapso máximo de 7 años, para inducir el aprovechamiento de las ventajas comparativas de nuestro país en esta actividad. Se apoyan plantaciones en terrenos desprovistos actualmente de vegetación forestal, con usos agropecuarios extensivos y de baja rentabilidad.

El PRODEPLAN contribuye también a la conservación de la vegetación natural, ya que exigirá que todos los proyectos que reciban los subsidios, conserven, restauren o establezcan especies nativas, en cuando menos un 15% de la superficie de los proyectos beneficiarios del subsidio. Los objetivos del **PRODEPLAN** son principalmente:

- a) Para apoyar el establecimiento de plantaciones forestales comerciales en una superficie de 875 mil hectáreas en un período de 25 años, que permitan la producción de 18 millones de metros cúbicos de madera en rollo anualmente, una vez que las plantaciones se encuentren en producción.
- b) Para generar una base de producción de materias primas forestales competitivas, que genere importantes beneficios económicos en zonas rurales del país, así como empleos para los habitantes de esas áreas.
- c) Para contribuir a superar los altos índices de degradación que registra gran parte del territorio nacional, desarrollando un modelo sustentable de plantaciones forestales comerciales, asignando eficientemente los recursos para apoyar una mayor superficie de plantaciones al menor costo posible. Si se cumplen las metas del PRODEPLAN, se espera tener plantadas en 25 años una superficie de 875 mil has. Lo que hace un promedio de 35 mil has por año. Las cuales en plena maduración (término del turno de 25 años) producirán 18 millones de m³r por año.

Las especies que mayor demanda tuvieron dentro de PRODEPLAN para el ejercicio fiscal 2003, de acuerdo con la superficie plantada fueron: *Cedrela odorata*, *Paulownia elongata*, *Prosopis sp.*, *Eucalyptus sp.*, *Gmelina arborea*, *Swietenia macrophylla*, *Phitecellobium pallens* y *Pinus sp.*

El PRODEPLAN constituye un instrumento para la incorporación de superficies carentes de vegetación forestal a la producción maderable. El impacto que esto representa es de la mayor importancia, ya que las plantaciones contribuyen a disminuir

la presión sobre los bosques naturales aportando productos forestales a la economía nacional. En el último año, las plantaciones forestales comerciales han contribuido a la producción nacional con aproximadamente 250,000 m³ de madera, lo que representa el 3.5% de la producción nacional. Esta cifra será superior en el mediano y largo plazo, a medida que los proyectos establecidos en las etapas iniciales del programa y aquellos que se han desarrollado recientemente, alcancen la madurez para cosecha.

Las plantaciones forestales comerciales son significativamente más productivas que el bosque natural. Las cifras promedio de existencias en los bosques tropicales del sureste mexicano fluctúan entre 60 y 97 m³ por ha, mientras que una plantación con especies de rápido crecimiento, puede alcanzar volúmenes superiores a 300 m³ por ha en turnos menores a 20 años.

4. REVISIÓN DE LITERATURA

4.1. Modelos utilizados en el manejo forestal.

En las secciones 4.1 y 4.2 de este capítulo se hace un recuento de los modelos y/o técnicas más utilizados en el manejo forestal donde se analizan a las variables más importantes que afectan la producción maderable y que son susceptibles de ser medidas. Se analizan las restricciones más comunes con las que deben trabajar los manejadores del bosque y como afectan el aumento o disminución de la productividad, que sería el marco comparativo para la metodología del Filtro de Kalman que se propone en este trabajo.

El desarrollo natural de la humanidad en cuanto al aprovechamiento de los recursos del bosque se refiere, ha provocado por consecuencia un desarrollo cada vez más especializado de las técnicas y métodos de manejo como los que veremos en este apartado. El manejo forestal es el arte y la ciencia que se aplica en la toma de decisiones para la organización, uso y conservación de los bosques. Tales decisiones pueden involucrar actividades que van desde el largo plazo o actividades que se llevan a cabo día tras día. Las áreas geográficas pueden abarcar desde un país entero, una región o un solo predio o rodal.

Algunos de los problemas más comunes en el manejo forestal son los siguientes:

- a) Programación de las cosechas en bosques de edad homogénea de tal manera que el volumen producido o el valor descontado de todos los ingresos es máximo. Mientras se logra lo anterior, uno debe satisfacer varias restricciones manteniendo los patrones de producción de madera a través del tiempo y la estructura del bosque al inicio y al final del horizonte de planeación.

- b) Predicción de los efectos de varias restricciones y de políticas de manejo en el valor de un bosque.
- c) Determinación del ciclo de corta, intensidad y distribución del diámetro residual para maximizar la producción de madera.
- d) La planeación de producción de pulpa de tal manera que los objetivos en los ingresos, empleos y contaminación sean conocidos.
- e) Diseño de una red de caminos tan barata como sea posible que de acceso adecuado que garantice que las metas de producción de madera y recreaciones sean cumplidas.
- f) La programación de plantaciones forestales que ayuden a prevenir los incendios forestales.
- g) La obtención de fondos para proyectos que protejan especies en peligro de extinción.
- h) Priorizar y/o ordenar las diferentes alternativas de proyectos de inversión en forma tal que los seleccionados maximicen la contribución al sector público y privado.
- i) El pronóstico de como la demanda, la oferta y el precio de la madera, pulpa para papel, etc., que permiten modificar los objetivos de la producción forestal.

Para la planeación o programación futura de las cosechas de madera que se llevan a cabo en los bosques, se utilizan diferentes modelos matemáticos como son: regulación por área, regulación por volumen, programación dinámica, programación por metas, modelos con integración de variables, redes, modelos de simulación y modelos de pronósticos.

Enseguida veremos de manera simplificada algunos de los modelos arriba mencionados para contrastarlos con la metodología que se utiliza en el Filtro de Kalman.

4.1.1. Modelos de Programación Lineal.

Modelos en el que se utiliza la programación lineal para regular (ordenar y programar) la producción de madera de un bosque, que tiene rodales con árboles cuyas edades son diferentes y con árboles cuyas edades son homogéneas dentro de cada rodal.

4.1.1.1. Manejo por Área y Volumen.

Los conceptos de área y volumen se basan en el concepto de *bosque regulado*. Suponga que A es el área de un bosque. Este bosque es regulado si consiste de r bloques de igual área, A/r , cada uno cubierto por rodales de igual clase de edad. Si la unidad de tiempo es 1 año, la clase de edad más joven de los árboles es de 0 a 1 año de edad, la segunda clase es de 1 a 2 años y así sucesivamente hasta llegar a la clase de edad más vieja que consiste de árboles de $r-1$ hasta r años de edad.

Cada año, la clase de edad más vieja es cortada, es decir, se corta primero a los árboles más viejos. Por esta razón, r se refiere a la *edad de rotación*. Digamos que v_r es el volumen por acre de madera en la clase de edad más vieja, dado en pies cúbicos (ft^3). Entonces, la primer producción del bosque regulado es:

$$Q_r = \frac{A}{r} \times \frac{v_r}{1}$$

$(\text{ft}^3/\text{y}) \quad (\text{a/y}) \quad (\text{ft}^3/\text{a})$

Con esta fórmula es fácil determinar la mejor rotación, o al menos la rotación que maximize la producción anual de madera. Esto es r^* , el valor de r para el que v_r/r es más grande. Es decir, la rotación óptima es igual a la edad del rodal cuando el “*incremento medio anual*” es el más grande. El propósito de estos métodos es asegurar que no se corte más de lo estipulado en el plan de manejo.

Control por área: el manejo se basa en la observación de un bosque regulado, de área A y manejado por y años, el área que debe ser cortado en este debe ser $y(A/r)$ acres.

Control por volumen: el manejo se aplica al principio del control por área, utilizando el volumen en lugar del área. Ambos métodos son ampliamente aceptados, sin embargo esto no implica que sean una guía óptima.

4.1.2. Manejo con Objetivos Múltiples Utilizando Programación por Metas.

En las aplicaciones anteriores con programación lineal se buscaba en general cumplir con sólo una meta, como por ejemplo, maximizar el valor de la producción establecida en la función objetivo. De tal manera que si se quisieran lograr objetivos múltiples, se tendrían problemas porque las reglas en la programación lineal son muy rígidas, debido a las restricciones a las que se sujeta. La programación por metas corrige algunas de las limitantes de la programación lineal, utilizando la estructura básica y la solución numérica.

La programación lineal provee una forma de forzar que todos los objetivos se cumplan simultáneamente, dándole diferentes pesos a las distintas metas, si es necesario.

4.1.3. Modelo de Manejo Forestal con Variables Enteras.

Las variables utilizadas en las aplicaciones anteriores como son la programación lineal y por metas, son todas variables continuas. Por ejemplo, los modelos de programación de cosechas, las áreas de corta en diferente clase de edad pueden tomar cualquier valor fraccionario. Así mismo, hay muchas decisiones que se pueden tomar de la misma manera, es decir, que no se pueden dividir. Dentro de la oferta de una particular venta de madera, uno debe decidir si ofrecer todo o una parte del total de la madera que se tenga,

cosa que no se debe hacer en el caso de que se tenga sólo una parte de esta. En la construcción de una red de caminos, se debe considerar su conexión o no con otros más específicos.

Situaciones como esta envuelven *variables enteras* que son comunes en el manejo forestal. Afortunadamente existen algunos métodos que resuelven los problemas de programación por metas. Sorprendentemente, los problemas de programación con variables enteras son más difíciles de resolver que los problemas de programación lineal. La programación con variables enteras se resuelve utilizando el método simplex y que asume que las variables son continuas, dando una solución aproximada. Podemos tener serios errores en la solución, ya que como puede ser factible, puede no serlo y estar lejos del óptimo que se busca.

4.1.4. Manejo del Tiempo, Distancias y Flujos Utilizando Redes.

Un modelo de redes consiste de un grupo de nodos conectados por ramas. Los nodos pueden representar áreas o campos, intersecciones de caminos, reservas de agua o puntos en el tiempo. En general, los nodos pueden pensarse como puntos donde algunos flujos empiezan, terminan o son transferidos. Las ramas o conexiones pueden verse como canales de flujo entre los nodos.

Las aplicaciones más importantes con redes, las tenemos en el manejo del tiempo en proyectos que involucran muchas actividades que dependen una de otra. Los métodos usados en esta parte son llamados PERT o CPM.

Los proyectos forestales tales como la preparación de venta de madera, la construcción de áreas de recreación, o el desarrollo de planes de manejo, involucran muchas actividades. Algunas de estas actividades pueden llevarse en paralelo; otras dependen unas de otras. PERT y CPM son dos técnicas diseñadas para ayudar a resolver problemas de manejo. PERT (Project Evaluation and Review Technique) fue desarrollada a finales de 1950 para ayudar al desarrollo de los programas armamentistas de la naval en los Estados Unidos. Fue diseñado para evaluar la probabilidad de resolver proyectos alternos a través de estimadores.

CPM (Critical-Path Method) fue desarrollado por la DuPont Company and Remington Rand Univac, también a fines de 1950. CPM se enfocó en la relación inversa entre el costo y la duración de actividades, y fue usada para identificar el costo final de los recursos por actividad, la cual fuera capaz de reunir además proyectos alternativos.

La diferencia entre las dos técnicas es tal vez el tiempo y los elementos probabilísticos de PERT, no la relación tiempo/costo que se maneja en CPM que son tan importantes para la mayor parte de los manejadores de proyectos, para la anticipación de sus resultados. Veremos ahora una aplicación de estas técnicas en el ejemplo siguiente:

4.2. Procedimientos tradicionales de estimación del incremento y el rendimiento de las masas forestales.

4.2.1. Estimación del Incremento en los Inventarios Temporales.

Normalmente esta estimación se basa en la obtención de muestras o cilindros de madera con el uso del taladro de Pressler sobre sitios temporales de muestreo. Este procedimiento consta de los siguientes puntos.

A. Técnicas de muestreo.

La selección de las localidades en donde se van a tomar los datos para la estimación del incremento debe tener como principio, el seleccionar áreas que sean representativas de las diferentes condiciones del bosque bajo estudio.

Lo anterior se refiere a que la muestra se debe seleccionar de acuerdo con alguna técnica de muestreo y no de acuerdo con el criterio humano, ya que de esta manera se tendrá una mayor probabilidad de encontrar los valores medios que se buscan y además para poder determinar la precisión de los resultados mediante el cálculo del error de muestreo. Las técnicas de muestreo más comunes son:

- | | | |
|------------------------------|---|---------------------------|
| • Muestreo Probabilístico | { | Muestreo Simple Aleatorio |
| | | Muestreo Estratificado |
| • Muestreo no Probabilístico | { | Muestreo Sistemático |
| | | Muestreo Selectivo |

B. Algunos métodos para calcular el incremento.

		Del incremento en diámetro	{ Hufnagl, Meyer, Hohenadi, Loetsch.
Del incremento absoluto	{	Del tiempo de paso	{ Lachaussée, Rápido de Klepac
Del incremento porcentual	{	Fórmulas de A. Schaeffer	
		Fórmulas de L. Schaeffer, Meyer	
Del incremento	{	General de paso	
		De Keneth Davis	

4.2.1.1. Método de Hufnagl (Citado por Carrillo, 1998).

Este autor sugiere los siguientes pasos para la estimación del incremento:

- i) Extracción de muestras (cilindros de madera) con el taladro de Pressler.
- ii) Medición de la amplitud de un determinado número de anillos, que puede ser 5, 10, 15 o 20 anillos.

Lo más común en la práctica a resultado medir el ancho de los últimos 10 anillos; ya que es un valor intermedio y facilita el cálculo del incremento diamétrico y volumétrico.

- iii) Cálculo del incremento medio en diámetro para cada categoría diamétrica. Una vez determinada la amplitud de los anillos anuales, se procede a agrupar los datos por categorías diamétricas y a transformarlos en incrementos diamétricos mediante la siguiente expresión.

$$Id = a \times 2$$

Id = Incremento en diámetro sin corteza (mm).

a = Amplitud de los últimos 10 anillos (mm).

De la expresión anterior.

$$Iad = Id / 10 \quad (\text{Ver cuadro 4})$$

Iad = Incremento anual en diámetro sin corteza (mm).

10 = número de anillos considerados.

Cuadro 4. Agrupación de datos por categorías diamétricas.

CD	a	Id	Iad
5			
10			
15			
.			
.			
.			

Fuente: Carrillo, 1998.

- iv) Incremento anual en volumen sin corteza (m^3). Para poder determinar este incremento es necesario cubicar el arbolado para determinar el volumen promedio de las distintas categorías diamétricas, para lo que será necesario utilizar tablas o tarifas de volúmenes para la zona y especie en cuestión. Si las tablas o tarifas de volúmenes en cuestión se presentan para volúmenes con corteza es necesario utilizar un factor de conversión para obtener los incrementos sin corteza. Si es el caso en que las tablas de volúmenes presentan valores del volumen sin corteza no será necesario aplicar tal factor de corrección.

Para simplificar los cálculos es necesario contar con la información del siguiente cuadro (Cuadro 5).

Cuadro 5. Pasos para determinar el ICA (Incremento Corriente Anual) en volumen por el método de Hufnagl.

CD	N	(2x3)		lad	(1+5)	*	(2x7)	(8-4)
		V	VT		DN después de 10 años	V' Volumen después de 10 de años	V'T Después de 10 años	ICA Transcurso 10 años
Cm	No. de árboles	m ³		cm		m ³		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5								
10								
15								
20								
.								
.								
.								
TOTAL (por sitio)	*		*				*	*
Por ha	*		*				*	*
Incremento Corriente Anual por hectárea								(m ³) *

Fuente: Carrillo, 1998.

* Interpolación de 3

4.2.1.2. Método de Interpolación o Diferencial de Meyer (citado por Carrillo, 1998).

Así mismo con el método anterior en base a los datos de campo se procede a calcular el incremento en volumen que para este caso y con el fin de facilitar los cálculos se utilizará el siguiente cuadro (Cuadro 6).

Cuadro 6. Pasos para determinar el ICA en volumen por el método de Meyer.

		$(V_2 - V_1)(V'_2 - V'_1)/2$		$(4 / \text{RANGO C.D.})(5)$		(6×7)	
CD	V	V' DIF. DEL VOL. DEL ÁRBOL TIPO		Iad	Ia INCREMENTO ANUAL ÁRBOL TIPO	N	ICA
cm	m ³			cm	m ³	No. DE ÁRBOLES	M ³
1	2	3	4	5	6	7	8
5		*					
10		*					
15		*					
20		*					
.							
.							
.							
.							
.							
TOTAL						*	*
ICA							*

Fuente: Carrillo, 1998.

Columna 1: Corresponde a las categorías diamétricas establecidas.

Columna 2: Corresponde al volumen del árbol tipo.

Columna 3: Corresponde a la diferencia del volumen de árbol tipo de la categoría diamétrica precedente menos la categoría diamétrica antecedente ($V_{10} - V_5$), ($V_{15} - V_{10}$), ($V_{20} - V_{15}$), etc. Estos corresponden a los incrementos en volumen de los árboles tipo con el diámetro normal de 7.5, 12.5, 17.5, 22.5, etc.

Columna 4: Corresponde a los incrementos en volumen de los árboles tipo con el diámetro normal de 10, 15, 20, 25, etc. $(V'_{12.5} - V'_{7.5})/2$; $(V'_{17.5} - V'_{12.5})/2$, etc.

Columna 5: Corresponde al incremento anual en diámetro (Iad) obtenido por medio de la medición de las muestras extraídas con el taladro de Pressler.

Columna 6: Corresponde al incremento anual en volumen de los árboles tipo para las diferentes categorías diamétricas. Resulta de multiplicar la columna 5 por el cociente de dividir la columna 4 entre el valor de la amplitud de la categoría diamétrica.

Columna 7: Corresponde al número de árboles considerados en cada categoría diamétrica.

Columna 8: Corresponde al incremento corriente anual (ICA) total, el cual se obtiene multiplicando los valores de la columna 6 por los valores de la columna 7.

4.2.1.3. Método de Hohenadl.

(Klepac, 1976. citado por Carrillo, 1998). Le atribuye a este método varias cualidades entre las que destacan las siguientes.

- Estima las existencias reales totales de una población.
- Se utiliza para controlar el volumen estimado por algún otro método.
- Puede estimar el valor monetario de las existencias en pie.
- Estima el incremento volumétrico total de una población determinada.
- Resulta ser un buen procedimiento para elegir árboles muestra cuando se desean llevar a cabo estudios de crecimiento mediante la técnica de análisis troncales.

Este procedimiento utiliza dos árboles denominados por Soest (1965), citado por Carrillo, 1998. Como árboles muestra de Hohenadl:

El inferior cuyo diámetro normal está dado por $d_- = d^* - \sigma$

El superior cuyo diámetro normal está dado por $d_+ = d^* + \sigma$

En ambos casos:

d^* : Representa el promedio aritmético de los diámetros individuales en la población.

$$d^* = \sum d / n$$

σ : Es la desviación estándar de los diámetros individuales en la población:

$$\sigma = \sqrt{\sum (d_i - d^*)^2 / N}$$

Como normalmente cuando se pretende estimar el incremento volumétrico de alguna masa arbolada se recurre al muestreo y no al censo; es necesario utilizar la siguiente fórmula.

$$S = \sqrt{\sum (d_i - d^*)^2 / n - 1}$$

Donde:

S = Desviación estándar muestral.

d_i = Observaciones individuales (i-esimo diámetro).

d^* = Diámetro medio.

n = Número de individuos en la muestra.

Este método está basado en que para algunos parámetros de interés, tales como: volumen, área basal, altura, etc. Se pueden representar en función del diámetro normal a través de una ecuación de una parábola de segundo orden; es decir:

$$\hat{y} = a + bd + cd^2$$

En donde:

$\hat{y}$ = Parámetro de interés

d = Diámetro normal

a, b y c = Coeficientes de regresión

Una vez calculadas d_+ y d_- para los árboles muestra, se obtiene el promedio aritmético:

$$y = d_+ + d_- / 2 = a + b(d^*) + c(d^2 + \sigma^2)$$

El cual al multiplicarse por el número total de árboles se obtiene el incremento total (Σy). O bien; sumando los diferentes valores de "Y" y dividiéndolos por el número total de árboles.

$$\begin{aligned} y = \Sigma y / N = \Sigma (a + bd + cd^2) / N &= 1 / N (Na + b\Sigma d + c\Sigma d^2) \\ &= a + b (\Sigma d) / N + c(\Sigma d^2) / N \end{aligned}$$

El cual al multiplicarse por el número total de árboles se obtiene el incremento total (Σy).

Pasos para la estimación del incremento volumétrico por este método:

1.- Estimación del diámetro promedio.

$$d^* = \Sigma di / n$$

O

$$d^* = \Sigma (NcD) / N \quad (\text{Klepac, 1976})$$

En donde:

d^* = Diámetro promedio.

Nc = Número de árboles por categoría diamétrica.

D = categoría diamétrica correspondiente.

N = Número total de árboles medidos.

2.- Estimación de la desviación estándar en diámetro.

$$\sigma = \sqrt{[\Sigma d^2 - (\Sigma d)^2 / N] / N}$$

Donde:

σ = Desviación estándar del diámetro.

Σd^2 = Sumatoria de los diámetros normales al cuadrado.

$(\sum d)^2$ = Cuadrado de la sumatoria de los diámetros normales.
N = Número total de observaciones.

3.- Estimación del diámetro de los árboles muestra.

$$d_+ = d^* + \sigma$$

$$d_- = d^* - \sigma$$

4.- Estimación del incremento volumétrico.

a) Empleando tablas de volúmenes.

Con d_+ y d_- se estiman en curvas de diámetro-altura h_+ y h_- .

Posteriormente se estima el volumen a partir de las tablas de volúmenes, o bien por medio del modelo matemático con que esta última fue construida.

b) Empleando tablas de volúmenes.

En esta opción al igual que en la anterior, el volumen puede generarse a través de la ecuación volumétrica, o bien, de la tarifa tabulada.

4.2.1.4. Método de Loetsch (citado por Carrillo, 1998).

Este método es el que más ventajas ofrece para calcular el incremento de los bosques de coníferas de nuestro país, ya que independientemente de proporcionar valores precisos, permite obtener información parcial para cada clase diamétrica y para cada masa o tipo de bosque; además la secuela de cálculo es muy sencilla y rápida.

1.- Extracción de muestras de incremento con el taladro de Pressler.

2.- Registro de las variables dasométricas, altura y diámetro normal (Cuadro 7).

3.- Determinación del volumen individual (Cuadro 15).

4.- Determinación del incremento corriente anual individual en diámetro;

midiendo el ancho de los últimos 10 anillos en cada muestra (Cuadro 7).

Cuadro 7. Datos dasométricos para una determinada masa o rodal.

ARBOL (No.)	ALTURA (m)	Dn (cm)	INCREMENTO EN DIÁMETRO (mm)
1			
2			
3			
4			
5			
.			
.			
(n)			

Fuente: Carrillo, 1998.

5.- Con los datos del cuadro anterior, se procede a calcular el incremento en volumen por hectárea para cada categoría diamétrica, así como el incremento total en volumen para la masa o rodal (Cuadro 8).

Cuadro 8. Procedimiento para obtener el incremento en volumen para una determinada masa o rodal por el método de Loetsch.

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)

CD (cm)	Número de árboles	Vol. (m ³)	Dif. de vol. (m ³)	Vol. para cada cm en diám. (m ³)	Increment. anual en diám. (mm)	Increment. anual en vol. (m ³)	Increment. en vol. (%)	Vol. total por ha. (m ³)	Increment. total por ha. (m ³)
10		0.01	0.02						
15	32	0.03		0.019	0.205	0.004275	14.25	0.960	0.137
			0.17						
20	32	0.20		0.042	0.202	0.009324	4.66	6.400	0.298
			0.25						
25	24	0.45		0.057	0.200	0.012540	2.79	10.935	0.305
			0.32						
30	17	0.77		0.068	0.195	0.014552	1.89	13.090	0.247
			0.36						
35	11	1.13		0.078	0.190	0.016302	1.44	12.882	0.186
			0.42						
40	5	1.55		0.087	0.185	0.017574	1.13	7.905	0.090
			0.45						
45	3	2.00		0.100	0.180	0.019600	0.98	6.200	0.061
			0.55						
50		2.55							
100	125					SUMAS	58.372	1.324	
							ICA/ha	= 2.26%	

Fuente: Carrillo, 1998.

Columna 1. Corresponde a las clases diamétricas.

Columna 2. Corresponde al número de árboles para cada clase diamétrica.

Columna 3. Corresponde al volumen promedio en cada clase diamétrica. Este valor se obtiene de tablas de volumen.

Columna 4. Se calculan las diferencias de volumen entre las clases diamétricas sucesivas.

Columna 5. Se calcula para cada clase diamétrica el volumen de un centímetro de diámetro.

$$X_n = (D_1 - D_2) / 10$$

En donde:

X_n = Volumen de un centímetro de diámetro en la clase diamétrica n.

D_1 = Diferencia de volumen de la clase diamétrica anterior a la considerada

D_2 = Diferencia de volumen de la clase diamétrica posterior a la considerada

Columna 6. Se anota para cada clase diamétrica la media aritmética de los valores individuales del incremento anual en diámetro, obtenido mediante el análisis de las muestras de incremento.

Columna 7. Se calcula el incremento en volumen para cada diamétrica, multiplicando el valor de la columna (6) por el valor de la columna (5).

Columna 8. Este valor se obtiene para cada clase diamétrica, multiplicando por 100 el cociente que resulta al dividir el valor de la columna (7) entre el valor de la columna.

Columna 9. Se obtiene el volumen por hectárea para cada clase diamétrica, multiplicando el valor de la columna (2) por el valor de la columna (3).

Columna 10. Se obtiene el incremento corriente anual en volumen por hectárea, para cada clase diamétrica, multiplicando el valor de la columna (2) por el valor de la columna (7).

Finalmente se obtiene el volumen total por hectárea y el incremento en volumen total por hectárea, sumando los resultados parciales de cada clase diamétrica. Asimismo se obtiene el incremento corriente anual en volumen para la masa o rodal expresado en por ciento, multiplicando por cien el cociente que resulta de dividir el valor del incremento anual en volumen total entre el volumen total.

4.2.1.5. Método de Lachaussée (Citado por Carrillo, 1998).

Con este método el incremento anual en volumen (I_{av}) del árbol regular, para la categoría diamétrica (D) puede calcularse con la fórmula:

$$I_{av} = 1/2 [((VD - VD_{-5}) / TD_{-5}) + ((VD_{+5} - VD) / TD)]$$

En donde:

I_{av} = Incremento anual en volumen.

VD = Volumen de la categoría diamétrica considerada.

VD_{-5} = Volumen de la categoría diamétrica anterior a la considerada.

VD₊₅ = Volumen de la categoría diamétrica posterior a la considerada.

TD = Tiempo de paso de la categoría diamétrica considerada.

TD₋₅ = Tiempo de paso de la categoría diamétrica anterior a la considerada.

En el Cuadro 9, se presentan los datos dasométricos (obtenidos en campo) que se utilizan, así como los obtenidos por el análisis de las muestras de incremento.

Cuadro 9. Datos dasométricos

ÁRBOL (No.)	ALTURA (m)	DIÁMETRO (cm)	TIEMPO DE PASO INDIV. (Años)	VOLUMEN (m ³)
1				
2				
3				
4				
.				
.				
.				
n				

Fuente: Carrillo, 1998.

En el Cuadro 10, se presentan los datos dasométricos agrupados por categoría diamétrica.

Cuadro 10. Categoría diamétrica y tiempo de paso.

CATEGORÍA DIAMÉTRICA	NÚMERO DE ÁRBOLES	TIEMPO DE PASO PROMEDIO (Años)	VOLUMEN (m ³)
20			
25			
30			
35			
.			
.			
.			
n			

Fuente: Carrillo, 1998.

Una vez calculado el incremento anual en volumen para cada categoría diamétrica; se calcula el incremento anual en volumen para toda la masa, utilizando la fórmula:

$$IAV = N_1 Iav_1 + N_2 Iav_2 + N_3 Iav_3 + \dots + N_n Iav_n \quad \text{En donde:}$$

$N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$ = Número de árboles en la primera, segunda, tercera, $\dots$, n categoría diamétrica.

$Iav_1, Iav_2, Iav_3, \dots, Iav_n$ = Incremento anual en volumen en la primera, segunda, tercera, ..., n categoría diamétrica.

En el Cuadro 11, se presentan los valores del incremento anual en volumen para cada categoría diamétrica.

Cuadro 11. Valores del incremento anual en volumen.

CD	No. ÁRBOLES	Iav
20		
25		
30		
35		
.		
.		
.		
n		

Fuente: Carrillo, 1998.

Nota importante: Para la próxima categoría diamétrica se recomienda utilizar la siguiente fórmula:

$$Iav = 1/2 [(VD_{+5} - VD) / TD] [N_{20}]$$

En donde:

Iav = Incremento anual en volumen para la próxima categoría diamétrica.

VD = Volumen de la categoría diamétrica considerada.

VD_{+5} = Volumen de la categoría diamétrica posterior a la considerada.

TD = Tiempo de paso de la categoría diamétrica considerada.

N_{20} = Número de árboles de la categoría diamétrica considerada (en este caso el diámetro mínimo inventariable es de 20cm).

4.2.1.6. Método rápido de Klepac.

En este procedimiento, Klepac (citado por Carrillo, 1998) encontró que para los bosques de selección, el incremento en volumen de un árbol en una categoría diamétrica puede expresarse por la ecuación de la línea recta:

$$Y = a + bx$$

En base a lo anterior, no es necesario tomar medidas del incremento en todas las categorías diamétricas de una masa o rodal; por lo que únicamente es necesario

determinar el incremento del árbol tipo en una categoría diamétrica, asumiendo que todos los incrementos son líneas rectas.

Procedimiento:

- 1.- Determinar el diámetro promedio para toda la masa o rodal.
- 2.- Extraer aleatoriamente entre 30 y 45 muestras de incremento.
- 3.- De las muestras anteriores, extraer entre 10 y 15 muestras de incremento en cada una de las 3 categorías diamétricas situadas arriba del valor del diámetro del árbol tipo de la masa o rodal.
- 4.- De las muestras extraídas obtener los tiempos de paso individuales.
- 5.- Obtener el tiempo de paso promedio para cada categoría diamétrica (TPx).
- 6.- Obtener el por ciento de área basal para cada categoría diamétrica (Ab%).
- 7.- Obtener el volumen del árbol tipo, para la correspondiente categoría diamétrica (V).
- 8.- Obtener la media aritmética del incremento en volumen, en base al producto entre el por ciento de área basal y el volumen del árbol tipo para la correspondiente categoría diamétrica (Iv).
- 9.- Obtener el incremento total, multiplicando el incremento medio en volumen por el correspondiente número de árboles de la respectiva categoría diamétrica (IT).

En el Cuadro 12, se presenta un formato para desarrollar este método suponiendo una masa forestal con un diámetro promedio de 42.5, 47.5 y 52.5 cm.

Cuadro 12. Procedimiento para desarrollar el método rápido de Klepac, para el cálculo del incremento.

SUPONIENDO UN DIÁMETRO PROMEDIO DE 42.5, 47.5 Y 52.5 cm											
40-45				45-50				50-55			
ÁRBOL (N)	TP años	Ab %	V m ³	ÁRBOL (N)	TP años	Ab %	V m ³	ÁRBOL (N)	TP años	Ab %	V M ³
1				1				1			
2				2				2			
3				3				3			
4				4				4			
.				.				.			
.				.				.			
.				.				.			
10				10				10			
TP _x =	*			TP _x =	*			TP _x =	*		
Ab =		*		Ab =		*		Ab =		*	
V =			*	V =			*	V =			*
I _v =				I _v =				I _v =			
I _{T1} =				I _{T2} =				I _{T3} =			

Fuente: Carrillo, 1998.

10.- Finalmente se obtiene el incremento para toda la masa o rodal, mediante la

fórmula:
$$IT = (I_{T1})(N) + (I_{T2})(N) + (I_{T3})(N)$$

4.2.1.7. Método de André Schaeffer.

Este método va dirigido a la construcción de tablas de incremento de doble entrada para una determinada masa o rodal, en las cuales una entrada está representada por el volumen de la masa en pie (V_M) por hectárea y la otra por el tiempo de paso (T_P) de la misma masa (Citado por Carrillo, 1998).

El procedimiento de construcción y aplicación es como sigue:

1.- Determinar el volumen de cada masa o rodal, considerando un diámetro mínimo inventariable de 17.5 cm para lo cual se utilizará una tabla o tarifa de volúmenes para los valores de las variables diámetro normal y altura.

2.- Determinar el número total de árboles por hectárea mayores de 17.5 cm de diámetro promedio inventariable para cada masa o rodal.

3.- Determinar el área basal por hectárea, para cada masa o rodal.

En el Cuadro 13, se presenta la forma de registrar los datos dasométricos para diferentes masas o rodales.

Cuadro 13. Registro de datos dasométricos para diferentes masas o rodales.

MASA 1					MASA 2						MASA 3				
ÁRBOL (N)	Alt. (m)	Dn (cm)	Ab (m ²)	V (m ³)	ÁRBOL (N)	Alt. (m)	Dn (cm)	Ab (m ²)	V (m ³)	...	ÁRBOL (N)	Alt. (m)	Dn (cm)	Ab (m ²)	V (m ³)
1					1						1				
2					2						2				
3					3						3				
.					.						.				
.					.						.				
.					.						.				
n					n						n				

Fuente: Carrillo, 1998.

En el Cuadro 14, se presentan los datos dasométricos por categoría diamétrica.

Cuadro 14. Datos dasométricos ordenados por categoría diamétrica.

MASA 1				MASA 2					MASA 3			
CD	No. ARB/ha	Ab/ha	Vol. (m³)/ha	CD	No. ARB/ha	Ab/ha	Vol. (m³)/ha	...	CD	No. ARB/ha	Ab/ha	Vol. (m³)/ha
20												
25												
30												
35												
40												
.												
.												
.												
(n)												
TOTAL				TOTAL					TOTAL			

Fuente: Carrillo, 1998.

4.- Definir un ciclo de corta para cada masa o rodal, que determine el número de años necesarios para que los árboles pasen de una categoría diamétrica inferior a su inmediata superior.

5.- Determinar el número de árboles que serán aprovechados durante el ciclo de corta.

Este dato se puede obtener por la diferencia entre el número de árboles de las dos

categorías diamétricas adyacentes del cuadro anterior (20-25, 25-30, 30-35, etc.), o bien, de los datos provenientes de un programa de manejo para las mismas masas en estudio. En el Cuadro 15, se presentan los datos del número de árboles por categoría diamétrica y el volumen que será aprovechado para un determinado ciclo de corta en varias masas forestales.

Cuadro 15. Número de árboles y volumen a aprovechar para diferentes masas forestales.

MASA 1			MASA 2			...	MASA (n)		
ÁRBOL No.	CD	V	ÁRBOL No.	CD	V		ÁRBOL No.	CD	V
	20			20			20		
	25			25			25		
	30			30			30		
	35			35			35		
	.			.			.		
	.			.			.		
	.			.			.		
*		*	*		*		*		*
									TOTAL

Fuente: Carrillo, 1998.

6.- Determinar la corta anual por hectárea, para cada masa o rodal. Este dato se obtiene mediante el cociente del volumen de remoción durante el ciclo de corta entre el número de años del ciclo en cuestión.

$$\text{Corta anual} = \text{Volumen de remoción} / \text{Ciclo de corta}$$

7.- Obtención de los incrementos para cada masa o rodal considerando el volumen de remoción durante el ciclo de corta y el tiempo de paso medio. En este caso se divide el volumen de remoción por el tiempo de paso.

8.- Construcción de la tabla de incrementos de doble entrada en donde se presentan los incrementos corrientes anuales del volumen en pie de diferentes masas y los tiempos de paso medios en intervalos de 2 en 2 (Cuadro 16).

Cuadro 16. Incrementos anuales por hectárea para diferentes masas forestales.

TIEMPO DE PASO MEDIO (TP) EN AÑOS	VOLUMEN DE CADA MASA EN PIE (V_M) POR HECTÁREA				
	V_{M1}	V_{M2}	V_{M3}		V_{Mn}
	INCREMENTO CORRIENTE ANUAL POR HECTÁREA EN m^3				
2					
4					
6					
8					
10					
.					
.					
.					
(n)					

Fuente: Carrillo, 1998.

Por ejemplo; si los tiempos de paso medios son 6, 8, 10, 12, 14 años, etc. y si el volumen de remoción para una masa o rodal que tiene un volumen por hectárea de $320 m^3$, es de $105m^3$, se obtienen los siguientes incrementos (Cuadro 17).

Cuadro 17. Valores del incremento corriente anual en base al tiempo de paso medio para una determinada masa o rodal.

TIEMPO DE PASO MEDIO (TP)	VOLUMEN DE LA MASA
	$320 m^3$
	ICA (m^3 / ha)
6	17.5
8	13.1
10	10.5
12	8.7
14	7.5
16	6.5
.	.
46	2.3

Fuente: Carrillo, 1998.

Aplicación.

- 1.- Determinar el volumen de la masa o rodal.
- 2.- Obtención de muestras de incremento con el taladro de Pressler.
- 3.- Obtención del tiempo de paso individual contando el número de anillos en 2.5 cm (Cuadro 18).
- 4.- Obtención del tiempo de paso medio.

Cuadro 18. Valores del tiempo de paso individual y tiempo de paso medio.

No. DE ÁRBOL	TP
1	
2	
3	
.	
.	
n	
Σ	
TP	
V	

Fuente: Carrillo, 1998.

5.- Determinación del valor del incremento corriente anual del volumen en pie para la masa en cuestión. Por ejemplo; si una masa tiene un volumen en pie de 320 m³/ha y si el tiempo de paso para la misma es de 14 años, el incremento corriente anual para dicha masa será de 7.5 m³/ha.

4.2.1.8. Método de León Schaeffer.

Schaeffer (citado por Carrillo, 1998) dice que existen muchas fórmulas para el cálculo del incremento en volumen, siendo la fórmula de Pressler una de las más conocidas:

$$P = (200 / n) ((M-m) / (M+m))$$

En donde:

P = Incremento en volumen

M= Volumen de la masa en pie al inicio del período de (n) años

m = Volumen de la masa en pie al final del período de (n) años

n = Número de años del período

Si se interpolan en la fórmula de Pressler, los valores analíticos de la tarifa de Schaeffer, se obtienen las fórmulas para el cálculo del incremento en por ciento.

En el Cuadro 19, se presentan las tarifas para la determinación del por ciento de incremento en Área basal en masas coetáneas.

Cuadro 19. Tarifa de incrementos obtenida por la fórmula de León Schaeffer.

TP (años)	Por ciento de incremento en área basal $P=(1000/D)(1/TP)$								
	Diámetro promedio en centímetros								
	15	20	25	30	35	.	.	.	100
5									
6									
7									
8				4.16					
.									
.									
.									
40									

Fuente: Carrillo, 1998.

Las tarifas de Schaeffer; las cuales están hechas principalmente para la determinación del volumen e incremento de masas coetáneas, muestran el por que se debe cambiar la tarifa en el curso del desarrollo de una masa, ya que si por ejemplo, se construye una tabla de volúmenes de una entrada para una masa de 50 años de edad (Tabla de manejo o tarifa) con base en la altura de tal masa, es obvio que la tabla preparada no será válida para la misma masa después de 10, 20 o más años debido al desplazamiento de la curva de alturas.

$P = (1000 D)(1/TP)$: Fórmula para calcular el por ciento de incremento en
Área basal (Ab) para arbolado maduro en masas
coetáneas.

$P = [(1000) (D-5)](1/TP)$: Fórmula para calcular el por ciento en volumen del
área basal para arbolado joven en masas coetáneas y
bosques de selección.

Con estas dos fórmulas se pueden construir las respectivas tablas de incrementos para una determinada masa o rodal. Por ejemplo; para un diámetro promedio de 30cm y un tiempo de paso de 8 años, se tiene el por ciento de incremento en área basal:

$$P = (1000/30)(1/8) = (33.33)(1/8) = 33.33/8 = 4.16\%$$

Y así sucesivamente para las demás categorías diamétricas y tiempos de paso.

En el Cuadro 20, se presenta la tarifa del por ciento de incremento en volumen en masas coetáneas.

Cuadro 20. Tarifa de incrementos obtenida por la fórmula de León Schaeffer.

TP (años)	Por ciento de incremento en volumen del área basal. $P=(1000/D-5)(1/TP)$									
	Diámetro promedio en centímetros									
	15	20	25	30	35	.	.	.	.	100
5										
6										
7										
8		8.33								
9										
10				4.00						
.										
.										
40										

Fuente: Carrillo, 1998.

Por ejemplo, para un diámetro promedio de 20 cm y un tiempo de paso de 8 años, se tiene el por ciento de incremento en volumen del área basal:

$$P = (1000/15)(1/8) = 66.66 (1/8) = 66.66/8 = 8.33\%$$

Para un D=30 y TP=10

$$P = (1000/25)(1/10) = 40 (1/10) = 40/10 = 4.0\%, \text{ y así sucesivamente.}$$

Para la aplicación de estas tablas y poder conocer el incremento corriente anual, para una determinada masa o rodal, se procede de la siguiente manera:

1.- Determinación de muestras de incremento con el taladro de Pressler.

- Sobre sitios de muestreo de área definida; normalmente de 1000 m2.

- Obtener como máximo 150 muestras para bosques de selección.
- Obtener como máximo 75 muestras para masas coetáneas.

2.- Determinar los tiempos de paso individuales.

3.- Obtener datos del diámetro normal.

4.- Obtención del volumen individual.

En el Cuadro 21, se presentan los datos diamétricos obtenidos por muestreo de sitios temporales.

Cuadro 21. Datos dasométricos de los sitios.

ÁRBOL (No.)	Dn (cm)	TP (años)	V (m ³)
1			
2			
3			
4			
.			
.			
.			
(n)			

Fuente: Carrillo, 1998.

5.- Determinar el tiempo de paso medio, para cada categoría diamétrica (Cuadro 22)

6.- Con base en los valores de tiempo de paso medio (TP) y con el diámetro promedio (categoría diamétrica) se obtiene de la tabla del por ciento de incrementos, el por ciento de incremento correspondiente (Cuadro 22).

Cuadro 22. Valores del tiempo de paso medio y de por ciento del incremento en volumen para cada categoría diamétrica.

CD (cm)	N	V (m ³)	TP (años)	PI (%)
20				
25				
30				
.				
.				
100				

Fuente: Carrillo, 1998.

Por ejemplo, para una diámetro promedio de 20 cm y un tiempo de paso medio de 8 años, se tiene un por ciento de incremento de:

PI = 8.33* * Valor que se obtiene de la tabla del por ciento de incrementos (Cuadro 23).

7.- Obtener el volumen total para cada categoría diamétrica (Cuadro 23).

8.- Con los valores del por ciento de incremento y el volumen total para cada categoría diamétrica, se obtiene el incremento corriente anual (ICA) (Cuadro 23)

9.- Finalmente, se obtiene el incremento corriente anual (ICA) por hectárea, para una determinada masa o rodal (Cuadro 23).

Cuadro 23. Valores del incremento corriente anual para una determinada masa o rodal.

CD (cm)	VT (m ³) (N×V)	PI (%)	ICA (VT×PI)/100
20			
25			
30			
.			
.			
.			
100			
TOTAL	*		*

ICA / ha =

Fuente: Carrillo, 1998.

4.2.1.9. Método del Por ciento de Incremento de Meyer.

Meyer (citado por Carrillo, 1998) dice que el volumen de un árbol, puede expresarse en función de su diámetro normal, por las siguientes ecuaciones:

$$v = K \cdot D_b$$

$$\text{Log } v = \text{Log } K + b \text{ Log } D$$

$$y = a + bx$$

Si el volumen actual del árbol es:

$$V = K \cdot D^b \quad \text{o sea:}$$

$$V + A = K \cdot (D + Z/10)^b$$

Entonces el incremento anual en volumen del área será:

$$A = K \cdot (D+Z/10)^b - v$$

$$A = KbD^{b-1} \cdot (Z/10) - KD^b$$

$$A = KbD^{b-1} \cdot Z/10$$

Y el por ciento de incremento en volumen será:

$$P = [(KbD^{b-1})(Z/10) / KD^b] 100$$

$$P = (Z/D) \cdot b \cdot 10$$

En donde:

v = Volumen del árbol.

D = Diámetro normal.

a y b = Coeficientes de regresión.

$Z/10$ = Media aritmética del incremento en diámetro en los últimos 10 años.

A = Incremento anual en volumen.

P = Por ciento de incremento en volumen.

Procedimiento:

- 1.- Obtención de muestras de incremento con el taladro de Pressler.
- 2.- Obtención de los valores del diámetro normal (D_n) (Cuadro 24).
- 3.- Determinación del volumen individual (v) (Cuadro 24).
- 4.- Determinar el incremento en diámetro correspondiente a los últimos 10 años (Z) (Cuadro 24).

Cuadro 24. Datos dasométricos en los últimos 10 años.

ÁRBOL (No.)	D_n (cm)	V (m3)	Z (ULTIMOS 10 AÑOS)
1			
2			
3			
.			
.			
.			
(n)			

Fuente: Carrillo, 1998.

- 5.- Determinar el incremento anual en diámetro para cada categoría diamétrica (Z).
- 6.- Obtener el cociente Z/D .
- 7.- Determinar el por ciento de incremento en volumen (P_I).

8.- Determinar el volumen total para cada categoría diamétrica (V_T).

9.- Determinar el incremento corriente anual (ICA) para cada categoría diamétrica (Cuadro 10).

10.- Finalmente se obtiene el incremento corriente anual (ICA) por hectárea para toda la masa o rodal (Cuadro 25).

Nota: El valor de (b) que es la pendiente de la curva en volumen, se puede determinar gráfica o analíticamente.

Cuadro 25. Procedimiento para obtener el incremento corriente anual en volumen para una determinada masa o rodal.

RODAL SUPERFICIE					
CD (cm)	Z (cm)	Z/D	PI (%) $PI = (Z/D) \cdot b \cdot 10$	VT (m^3) ($VT = N \cdot V$)	ICA ($ICA = VT \cdot PI/100$)
20					
25					
30					
35					
.					
.					
100					
TOTAL				*	*

Fuente: Carrillo, 1998.

ICA / ha =

Este método es muy sencillo y se puede aplicar en todos los casos en los cuales la tabla o tarifa tenga la forma de una línea recta.

Por ejemplo:

Si la pendiente de la curva del volumen es ($b=2$) esto significa que el incremento en altura de los árboles descende casi hasta ser cero, y en este caso la fórmula de Meyer se convierte en la fórmula de Schneider.

$$P = ((10 \cdot 1/n \cdot 2) / D)(2)(10)$$

$$P = 400 / n \cdot D$$

4.2.1.10. Método General del Tiempo de Paso (citado por Carrillo, 1998).

Este método está basado en la medición del incremento en diámetro en los últimos 10 años para cada categoría diamétrica, en el cual se calcula el porcentaje de árboles que pasan de una categoría diamétrica a otra.

Si se trabaja con categorías diamétricas de 5 en 5 cm, el porcentaje de árboles (Pa) puede calcularse en base a:

$$Pa = Z / 50 \times 100$$

En donde:

Pa = Porcentaje de árboles que pasan de una categoría diamétrica a otra.

Z = Incremento en diámetro en los últimos 10 años.

El procedimiento a seguir es el siguiente:

- 1.- Extracción de muestras de incremento con el taladro de Pressler.
- 2.- Análisis de muestras, medición del ancho de los últimos 10 anillos;
incrementos individuales (r).
- 3.- Registro del diámetro normal y la altura.
- 4.- Determinación del volumen.

En el Cuadro 26, se presentan los datos dasométricos de campo.

Cuadro 26. Datos dasométricos de campo.

ÁRBOL (No.)	ALT. (m)	D (cm)	Z (mm)	V (m ³)
1				
2				
3				
4				
5				
.				
.				
.				
(n)				

Fuente: Carrillo, 1998.

5.- Cálculo de la media aritmética de los incrementos individuales se obtiene R (Cuadro 27).

6.- Cálculo del incremento en diámetro (Cuadro 27): $Z = 2R$

Cuadro 27. Valores del incremento radial y del incremento en diámetro.

CD	NÚMERO DE ÁRBOLES	R (mm)	Z (mm)
20			
25			
30			
.			
.			
.			
100			

Fuente: Carrillo, 1998.

7.- Cálculo del porcentaje de árboles que pasan de una categoría diamétrica a otra (Cuadro 28).

Cuadro 28. Procedimiento para determinar el porcentaje de árboles que pasan de una categoría diamétrica a otra.

Categoría diamétrica a 0.04.							
RODAL O MASA				FECHA			
SUPERFICIE				RESPONSABLE			
CD (cm)	No. DE ARB. (FECHA MED.) (N)	No. DE ÁRB. ASCENDIDOS A LA CAT. SUP. (%)	No. DE ÁRB. DESPUÉS DE 10 AÑOS (N')	V (m³)	VOLUMEN TOTAL		INCREMENTO EN 10 AÑOS (M' - M)
					FECHA DE MEDICIÓN (M=N . V)	DESPUÉS DE 10 AÑOS M'=N'V	
20	80	20	60				
25							
30							
35							
.							
.							
.							
100							
TOT.	*		*		*	*	*
P/ha	*		*		*	*	*

Fuente: Carrillo, 1998.

ICA v / ha =

Por ejemplo, si en la categoría diamétrica 20 cm, el incremento en diámetro es $Z = 12.7$ mm, el por ciento de árboles que se incorporarán a la categoría diamétrica de 25 cm es:

$$Pa = (12.7 / 50) \times 100 = 25\%$$

Lo que significa que después de 10 años, de los 80 árboles que había en esa categoría, 20 de ellos pasarán a la categoría de 25 cm.

8.- Determinación del incremento corriente anual (ICA) en volumen por ha.

4.2.1.11. Método gráfico de Kenneth Davis (citado por Carrillo, 1998).

Mediante este método el porcentaje de incorporación de los árboles de una categoría diamétrica a otra se determina, ya sea gráficamente o bien mediante un diagnóstico de los incrementos periódicos en diámetro para cada categoría diamétrica.

Este método requiere de un gran número de muestras de incremento y una gran cantidad de trabajo de campo.

- 1.- Toma de muestras de incremento con el taladro de Pressler.
- 2.- Registro de la variable dasométrica del diámetro normal.
- 3.- Determinar el incremento individual en diámetro, midiendo el ancho de los últimos 10 anillos y multiplicando por dos. Se obtiene (Z) Cuadro 29.

Cuadro 29. Valores del incremento en diámetro para cada categoría diamétrica para una determinada masa o rodal.

ÁRBOL No.	CATEGORÍA DIAMÉTRICA EN CENTÍMETROS													
	20		25		30		35						100	
	Dn	Z mm	Dn	Z mm	Dn	Z mm	Dn	Z mm	...	...	...	...	Dn	Z mm
1	21.5	10.5												
2	19.2	3.0												
3	20.3	4.0												
4	20.4	5.5												
5	20.2	5.0												
6	21.8	7.5												
7	20.3	5.0												
8	21.6	6.5												
9	22.3	5.5												
10	18.7	4.5												
11	20.0	9.0												
12	21.9	7.0												
13	22.3	4.5												
14	22.1	9.0												
15	20.3	5.5												
16	20.9	4.5												
17	18.6	12.0												
18	20.4	9.5												
19	21.7	4.0												
20	20.0	5.5												
21	22.0	4.5												
22	19.7	4.0												
23	19.8	5.0												
24	22.2	15.0												
25	19.4	4.5												
26	22.1	5.5												

Fuente: Carrillo, 1998.

4.- Graficar los valores del diámetro normal y su correspondiente incremento individual.

5.- En base a la gráfica anterior se calculan los porcentajes de los árboles promovidos a la siguiente categoría diamétrica (Cuadro 30).

Cuadro 30. Valores del porcentaje de árboles promovidos.

CD	20	25	30	35	40	45		100
P%	38							

Fuente: Carrillo, 1998.

Por ejemplo, si en la categoría diamétrica 20 cm de 26 árboles encontrados en el rectángulo ABCD, 16 están situados en el triángulo BCD; esto quiere decir que el porcentaje de promoción en la categoría diamétrica de 20 cm es de (Cuadro 30):

$$P\% = 10/26 \times 100 = 38\%$$

Lo anterior significa que de 26 árboles analizados en la categoría diamétrica de 20 cm, solamente 10 de ellos pasarán en el curso de los próximos 10 años a la categoría diamétrica de 25 cm (Cuadro 31).

Cuadro 31. Árboles que pasarán a la siguiente categoría diamétrica.

No. DE ÁRBOLES	Dn
1	21.5
2	21.8
3	21.6
4	22.3
5	21.9
6	22.3
7	22.1
8	22.0
9	22.2
10	22.1

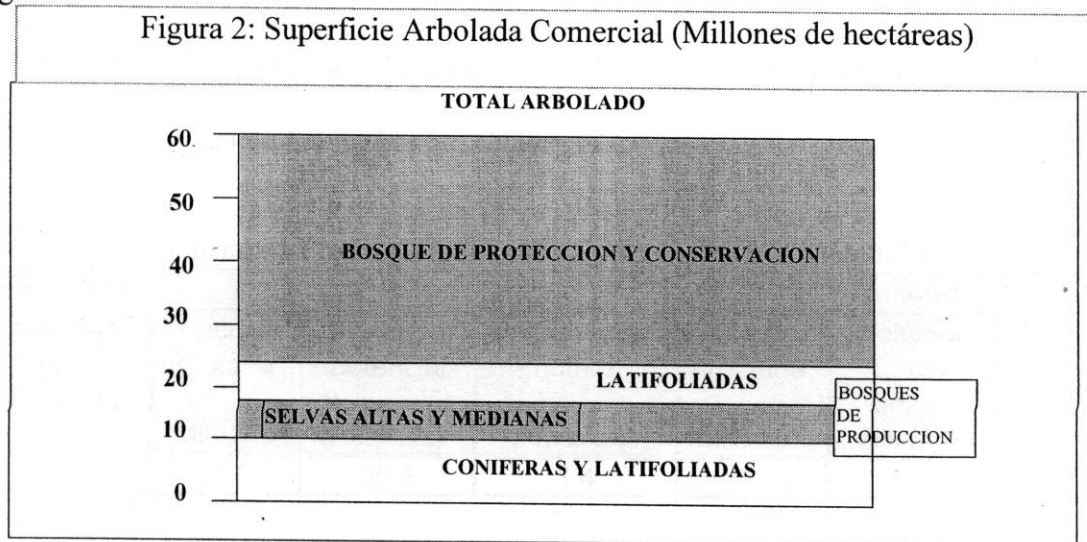
Fuente: Carrillo, 1998.

5. LOS RECURSOS FORESTALES DE MÉXICO.

Históricamente, a nuestro país se le ha considerado como un país rico en recursos naturales y como parte de ellos, el potencial de los recursos forestales en nuestro país se puede apreciar a través de los siguientes apartados que ilustran la importancia del subsector forestal para México.

5.1. Superficie Arbolada Comercial.

Con base a en las clasificaciones realizadas por el Inventario Nacional Forestal, se calcula que la superficie arbolada con potencial para la producción maderable comercial es de 21.61 millones de ha, de las cuales 10.8 pertenecen a bosques de coníferas y latifoliadas, 6.8 a selvas altas y medianas y 4.0 a latifoliadas, como se muestra en la figura 2.



Fuente: Varela, H.S. 2001.

En la página siguiente se puede observar un mapa que muestra la situación actual de los recursos forestales en nuestro país y su distribución geográfica.

Al respecto se puede comentar lo siguiente:

- El potencial más alto de producción maderable para la industria forestal está en los bosques de coníferas y latifoliadas .
- Las selvas altas y medianas con potencial productivo, no pueden y no deben manejarse con técnicas intensivas como los bosques templados, por lo cual estas zonas deben orientarse a una producción restringida que no altere fuertemente los ecosistemas y hacia productos de alto valor comercial, para el mercado nacional e internacional.

5.2. Potencial de Producción de Madera de los Bosques Comerciales.

Bajo las actuales condiciones de manejo potencial de producción de las 21.6 millones de ha arboladas comerciales, se estima en 30.6 millones de m^3 r por año. Esto significa una productividad anual de $1.4 m^3$ por ha. Cuadro 32.

Cuadro 32. Potencial de Producción de madera y nivel de aprovechamiento en 1995.

Superficie Arbolada Total (Mill.ha.)	Áreas comerciales			Áreas bajo aprovechamiento		
	Superficie arbolada (Mill. ha.)	Volumen potencial producción (Mill. M^3R)	Productividad natural $M^3/ha./año$	Superficie Arbolada (Mill. ha.)	Volumen Aprovechado (Mill. M^3R)	Productividad actual $(M^3/ha/año)$
55.8	21.6	30.6	1.4	7.0	6.3	0.9

Fuente: Varela, H.S. 2001.

Mediante la incorporación paulatina de superficies arboladas al manejo con técnicas silvícolas más eficientes, tales como preaclareos aclareos, podas, regeneración natural e inducida y mejoramiento genético, al año 2000 se estima que este potencial se podría incrementar a 36.4 millones de m^3 r: Cuadro 33.

Cuadro 33. Potencial de producción de madera de bosques naturales (Millones de M³R):

Año	Superficie arbolada total	Total de las zonas comerciales	Zonas comerciales		
			Bosques de coníferas y latifoliadas	Bosques de latifoliadas	Selvas
2000	47.4	32.1	18.4	4	9.7
2010	49.9	34.7	20.6	4.3	9.8
2020	51.6	36.4	21.1	4.8	10.5

Fuente: Varela, H.S. 2001.

Sin embargo, cabe aclarar que en la medida que se intensifique la silvicultura a largo plazo el potencial de los bosques de México pueden ser varias veces mayor. Por ejemplo, en bosques comerciales del norte de Chihuahua que son de los mas lentos en crecimiento en el país, se están obteniendo ya hasta 12 m³ /ha/año, esto es, 8 veces más que el promedio nacional actual.

5.3. Potencial de Producción de Servicios de los Bosques.

El valor de los servicios que producen las zonas arboladas forestales se estima en 13,677 millones de dólares anualmente, lo que significa que en promedio cada ha genera anualmente servicios con un valor de 244 dólares. Esto es 8.5 veces mas que el valor de la producción maderable actual. Se necesita reconocer y retribuir esta contribución de los bosques. Ver Cuadro 34.

Cuadro 34. Potencial de servicios ambientales de los Bosques Naturales

Servicio	Cantidad	Valor anual(Mill: USD)
Agua Producción de Agua	118,000 (Millones de m3 /año)	1,792
Suelo Protección de suelo: Arrastre de suelo	173.5 (Millones de toneladas/año)	3,480
Aire Purificación de aire y producción de oxígeno	388.94 (Millones de toneladas/año)	7,859
Servicio	Cantidad	Valor anual(Mill: USD)
Fauna Protección del Hábitat de fauna silvestre	3,000 Especies	294
Recreación Potencial recreativo	9 (Millones de hectáreas)	252
Total		13,677

Fuente: Varela, H.S. 2001.

5.4. Potencial de Producción de Madera para Plantaciones

En el cuadro 35, se observa que los 12 millones de hectáreas identificadas con aptitud para plantaciones forestales comerciales, podrían producir hasta 178 millones de m³ en rollo de madera anualmente, como se indica a continuación:

Cuadro 35. Superficie y producción potencial para plantaciones forestales comerciales por región y uso actual del suelo (miles de ha).

Región	Agrícola de Riego degradadas	Agrícola de Temporal	Terrenos bajo uso agropecuario		Total	Potencial producción promedio (IMA) m ³ r/ha/año	Potencial producción (Mill. M ³ R)
			Pendientes menores del 15%	Pendientes mayores 15%			
Sureste	5	322	1,950	3,594	5,871	20	117
Templado -Fría	103	267	865	966	2,201	10	22
Otras áreas	122	56	148	3,540	3,866	10	39
Total	230	645	2,963	8,100	11,938		178

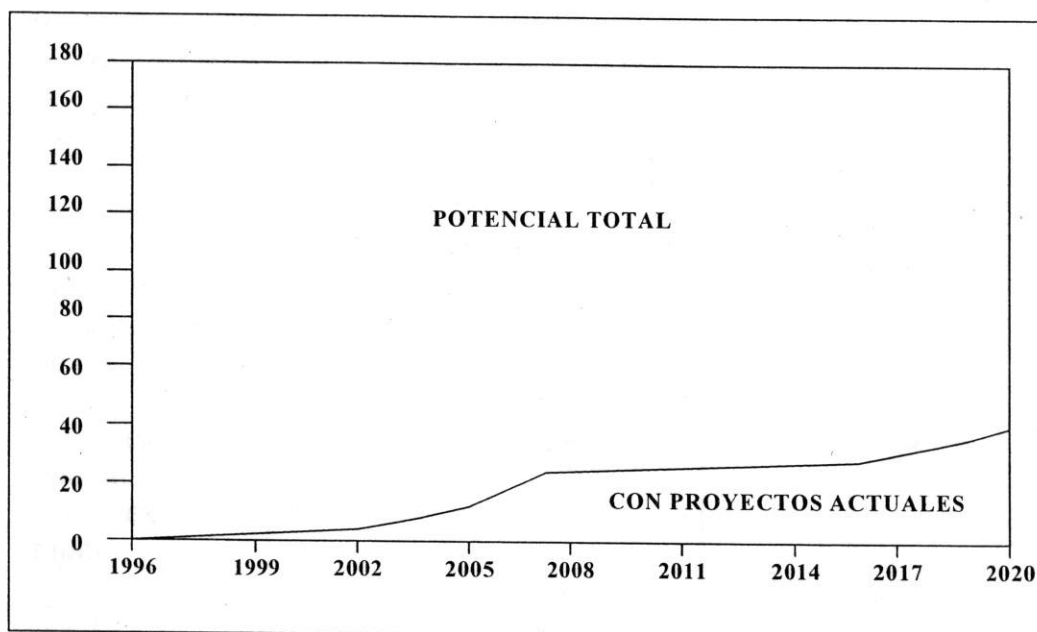
IMA= Incremento Medio Anual

M³ R= Metros Cúbicos de Madera en Rollo

Fuente: Varela, H.S. 2001.

En la figura 4, se observa el potencial de producción de la superficie. Con base en los proyectos actuales, se produciría en el año 2010 un volumen de 21.7 millones de m³ de madera.

Figura 4. Potencial de producción de madera de plantaciones, total de proyectos actuales



Fuente: Varela, H.S. 2001.

5.5. Potencial de Generación de Servicios

En el cuadro 36 se presenta una estimación de la cuantía y valor acumulado por período, de los servicios que pueden generar en su desarrollo los proyectos actuales de plantaciones comerciales.

Cuadro 36. Potencial de generación de servicios de las plantaciones

Servicios ambientales	Cantidad acumulada			Valor en el año (Mill. USD)		
	96-2000	96-2010	96-2020	2000	2010	2020
Agua Producción de agua (miles m ³)	435,428	5,693,018	12,643,001	12.2	39.3	45.6
Suelo Protección al suelo: arrastre de suelo(miles de ton.)	1,036	13,549	30,090	23.6	76.0	88.4
Aire Purificación de aire y producción de oxígeno (miles de ton.)	7,212	94,300	209,422	53.3	171.8	199.6
Fauna Protección de hábitats de especies de fauna	1,000-3,000 especies			2.0	6.4	7.5
Total				91.1	293.5	341.1

Fuente: Varela, H.S. 2001.

5.6. Productos no Maderables

En el cuadro 37 se indican por ecosistema los productos no maderables con un aprovechamiento actual, así como aquellos que cuentan con un mayor potencial para su aprovechamiento, en función de la disponibilidad natural de las especies y del mercado de los productos.

Cuadro 37. Productos no maderables y potencial relativo

Tipo de ecosistema	Número total de especies	Especies útiles actual/m.	Especies de uso comercial	Especies de uso doméstico y regional	Productos con alto potencial en desarrollo	Productos con alto potencial para desarrollar
Selvas	10,000	200	30	170	Pimienta Palma real Palma palapa Palma camedor Cascalote	Chicle Barbasco Bambú Tepescohuite Memela (bejuco)
Bosque Templados-Fríos	7,800	300	30	270	Resina de pino Hongo Blanco Heno Vara de perilla Musgo	Hongos Laurel Raíz de zacatón Nuez Pingüica
Zonas Áridas Y Semiáridas	2,200	450	25	425	Candelilla Lechuguilla Yuca Orégano Maguey	Jojoba Sábila Nopal Damiana Cortadillo Piñón
Totales	20,000	950	85	865		

Fuente: Varela, H.S. 2001.

Como se observa del potencial existente sólo se utiliza una mínima parte, por lo que los programas de acción en la materia se deben enfocar principalmente, al fortalecimiento *de aquellas especies bajo actual aprovechamiento comercial, e incorporar otras a un uso* más intensivo con base en técnicas que garanticen la sustentabilidad de estas actividades

5.7. Mercado de Productos Forestales

En este apartado veremos los diferentes aspectos del mercado de productos forestales en los últimos años.

5.7.1. Consumo de Madera Industrial y Leña

En el cuadro 38 se muestra una estimación y proyección del consumo de madera industrial y de leña para usos rurales proveniente del tronco de árboles en pie.

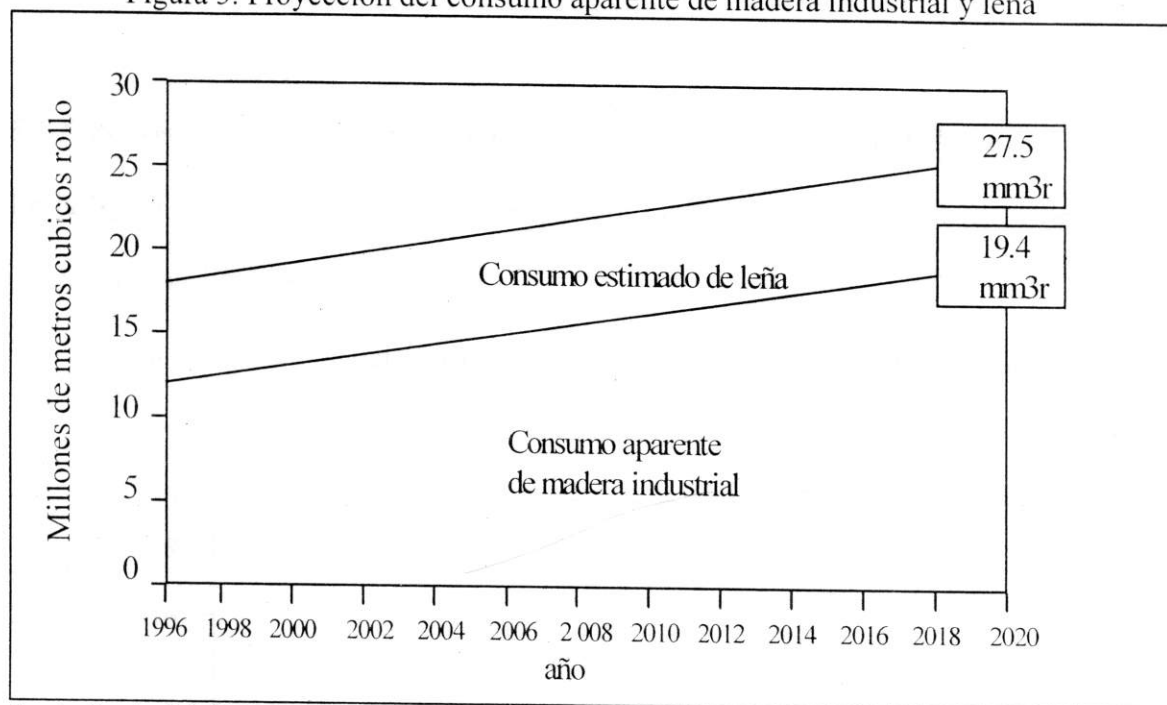
Cuadro 38. Consumo de productos derivados de la madera en México en 1994

Concepto	Cantidad Millones de M ³ R
Producción nacional registrada de madera	6,406.7
Estimación de la producción nacional no registrada de madera	3,261.2
Exportaciones	(340.2)
Importaciones	2,272.4
Total de consumo aparente de madera industrial	11,600.1

Fuente: Varela, H.S. 2001.

En la figura 5 se muestra una estimación y proyección del consumo de madera industrial; y de leña para usos rurales proveniente del tronco de árboles en pie.

Figura 5. Proyección del consumo aparente de madera industrial y leña



Fuente: Varela, H.S. 2001.

Se estima que el consumo de madera industrial tendrá al menos un crecimiento anual del 2.0 %, con lo que en el año 2020 se requerirán 19.4 millones de m³ rollo.

Por lo que se refiere a la leña combustible, las estimaciones realizadas del consumo anual total llegan hasta los 32 millones de m³, sin embargo, este volumen total proviene

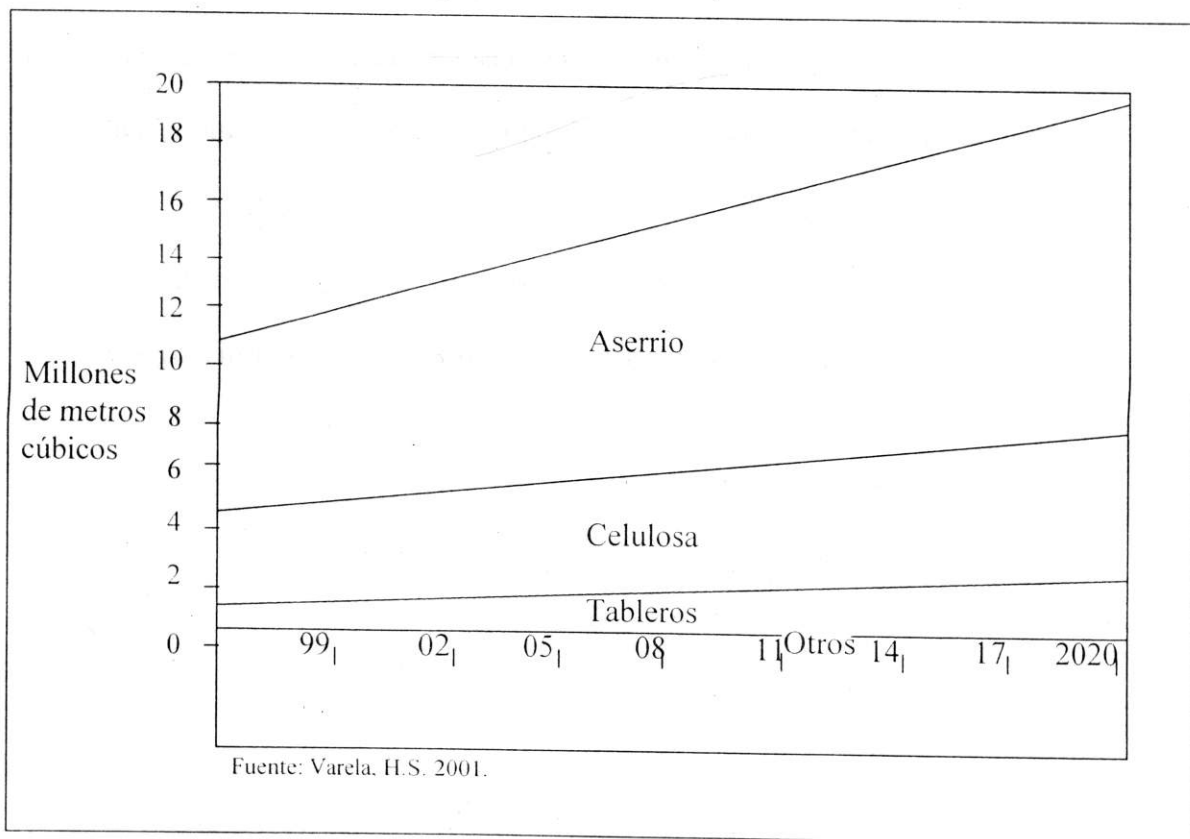
de diferentes fuentes tales como: desperdicio de aprovechamientos, ramas secas, árboles muertos, árboles vivos, plantas anuales, esquilmos agrícolas, entre otros.

Para efecto de realizar un balance entre consumo de madera industrial y rural contra el potencial de producción de los bosques comerciales, en relación a las leñas, solamente se considera el volumen de leña de madera que proviene del fuste de árboles vivos, mismo que en 1994, se estimó en alrededor de 5 millones de m³ rollo, y que probablemente crecerá ligeramente en los próximos años, sobre todo por el desarrollo de fuentes alternas de energía.

5.7.2. Proyección del Consumo Aparente de Madera Industrial por Producto.

En la figura 6 se presenta la proyección del consumo aparente nacional de madera por producto al año 2020.

Figura 6. Proyección del consumo aparente de madera industrial por producto (Metros cúbicos rollo).



En la medida en que las políticas oficiales del sector sean eficientes, este consumo podrá satisfacerse de bosques y plantaciones bajo manejo sustentable en el país, y así disminuir la producción ilegal y las importaciones.

En el desarrollo del potencial productivo tanto de los bosques y selvas comerciales, como de las plantaciones, existe la oportunidad de satisfacer el consumo interno, generando empleo e ingresos a la población, contribuir al mantenimiento y restauración del equilibrio ecológico así como generar excedentes para las exportaciones.

5.7.3. Balance entre Potencial y Consumo de Madera

El balance entre el potencial de producción de bosques nativos y de plantaciones forestales comerciales, con la proyección del consumo de productos forestales, en el periodo señalado, se puede concluir que:

1. México tiene el potencial para satisfacer sus necesidades internas hasta el año 2020 de manera industrial y de leña combustible, y aun tendría un remanente del orden de 47.4 millones de m³ r para exportación.
2. El que este potencial pueda ser aprovechado, mantenido y desarrollado, dependerá de los apoyos, insumos e inversiones que se canalicen al sector.

6. RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados de las proyecciones de producción de volumen maderable utilizando el Filtro de Kalman. Se han estimado diferentes escenarios bajo el supuesto de que se presenten diferentes valores de las varianzas de los errores, tanto en la ecuación de observación como en la ecuación de transición. El establecimiento de las diversas hipótesis sobre las varianzas de los errores de las dos ecuaciones mencionadas, busca analizar el efecto que éstas tienen sobre las proyecciones de volumen maderable, lo que permite observar la flexibilidad del modelo.

Los principios en los que se basan las hipótesis son:

- En primer lugar se analizan los casos en los que la varianza del error de la ecuación de observación toma diferentes valores, uno por ciento, dos por ciento, tres por ciento, cinco por ciento y diez por ciento del volumen maderable sin éxito (porcentaje de mortandad), calculados en el momento inicial. Las cifras se mantienen constantes a lo largo de los 25 años de la proyección. Al principio del período de análisis se estiman 115,398 m³r de madera perdida. La varianza del error en la ecuación de transición se mantiene fija y se supone igual al uno por ciento del volumen total en el año de 1997. Consideramos el estudio a partir de 1997 que marca el inicio de los programas de las plantaciones y debido a que la variable Volumen de las Plantaciones (Y_k) se utiliza en las ecuaciones del Filtro de Kalman. Esta combinación de supuestos permite observar la robustez de la varianza de la ecuación de observación.

- En segundo lugar, se analizan los casos en donde la varianza del error de la ecuación de transición toma diferentes valores; 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1 por ciento del volumen total inicial de 1997, que es de 7,712,000 m³r de madera producida en el país para este año. La varianza de la ecuación de observación se mantiene fija en el tiempo y en todos los casos e igual al uno por ciento del volumen perdido en 1997. Las diversas simulaciones muestran la robustez de la varianza del error de la ecuación de transición.

En el modelo se dan como conocidos los valores de ϕ , el de H y el de Z, que representan las tasas de crecimiento de la producción nacional, tasa de mortandad de las plantaciones y volumen de la plantación sin éxito, respectivamente. Las cifras presentadas en el modelo son estimaciones que se hicieron bajo el supuesto de que el volumen esperado en las plantaciones en los 25 años es de 18 millones de m³r; que es la producción mínima que se espera obtener a través de los programas de la CONAFOR.

La ecuación de observación relaciona las variables de la siguiente manera:

$$Z_k = H_K Y_k + V_k \quad \text{donde}$$

Z_k = Volumen de plantación sin éxito

H_K = Tasa de mortandad de la plantación

Y_k = Volumen estimado

V_k = Error

La ecuación de transición relaciona las variables de la siguiente manera:

$$Y_{k+1} = \phi_k Y_k + W_k \quad \text{donde}$$

Y_{k+1} = Volumen estimado

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación

Y_k = Volumen anterior

W_k = Error

A continuación se detallan las hipótesis:

6.1. Hipótesis en las que varía sólo el error de la ecuación de observación.

Hipótesis O-1: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 1 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($77,120 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 1 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998($1,154 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 39).

Hipótesis O-2: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 1 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($77,120 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 2 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998($2,308 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 40).

Hipótesis O-3: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 1 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($77,120 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 3 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998($3,462 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 41).

Hipótesis O-5: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 1 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($77,120 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 5 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998($5,770 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 42).

Hipótesis O-10: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 1 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($77,120 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 10 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998($11,540 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 43).

Las ecuaciones que resumen la metodología del Filtro de Kalman en el caso univariado son las siguientes:

$$P_k = \phi_{k-1}^2 \sigma_{k-1}^2 + \sigma_Q^2$$

$$K_k = (P_k H_k) / (H_k^2 P_k + \sigma_R^2)$$

$$\sigma_k^2 = P_k = (1 - K_k H_k) P_k$$

$$\rho_k = (1 / (1 + (\sigma_R^2 / H_k^2 (\phi_{k-1}^2 \sigma_{k-1}^2 + \sigma_Q^2))))$$

$$\hat{Y}_k = (1 - \rho_k) \phi_{k-1} \hat{Y}_{k-1} + \rho_k (Z_k / H_k)$$

Utilizando el paquete Excel se obtienen las simulaciones planteadas en las diferentes hipótesis y los resultados se presentan en los siguientes cuadros.

Cuadro 39. Proyección del volumen maderable para la **Hipótesis O-1**.

Años	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma_k^2=P_k$	P_{-k}	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	77120	1154	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	77120	1154	1.108	0.00010	115398	77120	77120	0.00668	0.00000	8329726
1999	77120	1154	1.086	0.00020	230796	171796	171797	0.02977	0.00001	9236153
2000	77120	1154	1.080	0.00030	346194	279730	279736	0.07272	0.00002	10055418
2001	77120	1154	1.077	0.00040	461592	403374	403397	0.13982	0.00006	10923783
2002	77120	1154	1.069	0.00050	576990	544941	545006	0.23611	0.00012	11899759
2003	77120	1154	1.064	0.00060	692388	699705	699858	0.36380	0.00022	12969955
2004	77120	1154	1.060	0.00070	807786	868932	869253	0.52708	0.00037	14220710
2005	77120	1154	1.057	0.00080	923184	1052837	1053452	0.72987	0.00058	15738955
2006	77120	1154	1.054	0.00090	1038582	1252300	1253401	0.97666	0.00088	17635797
2007	77120	1154	1.051	0.0010	1153980	1468301	1468320	0.12724	0.00001	18734721
2008	77120	1154	1.049	0.0011	1269378	1698976	1699007	0.16195	0.00002	19895414
2009	77120	1154	1.046	0.0012	1384776	1946628	1946675	0.20242	0.00002	21150092
2010	77120	1154	1.044	0.0013	1500174	2206886	2206957	0.24861	0.00003	22495238
2011	77120	1154	1.042	0.0014	1615572	2482379	2482484	0.30116	0.00004	23970576
2012	77120	1154	1.041	0.0015	1730970	2772248	2772398	0.36034	0.00005	25599736
2013	77120	1154	1.039	0.0016	1846368	3081142	3081353	0.42719	0.00007	27436262
2014	77120	1154	1.038	0.0017	1961766	3402988	3403278	0.50131	0.00009	29487293
2015	77120	1154	1.036	0.0018	2077164	3743255	3743649	0.58387	0.00011	31817387
2016	77120	1154	1.035	0.0019	2192562	4094217	4094741	0.67409	0.00013	34436578
2017	77120	1154	1.034	0.0020	2307960	4462257	4462947	0.77335	0.00015	37421217
2018	77120	1154	1.033	0.0021	2423358	4847071	4847969	0.88205	0.00019	40823893
2019	77120	1154	1.032	0.0022	2538756	5248220	5249376	1.00053	0.00022	44701893
2020	77120	1154	1.031	0.0023	2654154	5665129	5666601	1.12910	0.00026	49117175
2021	77120	1154	1.030	0.0024	2769552	6097075	6098931	1.26802	0.00030	54136251

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ_Q^2 = Varianza del error de la ecuación de transición (1%).

σ_R^2 = Varianza del error de la ecuación de observación (1%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma_k^2=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_{-k} = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 40. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis O-2

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_k	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	77120	2308	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	77120	2308	1.108	0.00010	115398	77120	77120	0.00334	0.00000	8329343
1999	77120	2308	1.086	0.00020	230796	171797	171797	0.01489	0.00000	9232320
2000	77120	2308	1.080	0.00030	346194	279734	279737	0.03636	0.00001	10038778
2001	77120	2308	1.077	0.00040	461592	403390	403401	0.06991	0.00003	10873848
2002	77120	2308	1.069	0.00050	576990	544991	545024	0.11807	0.00006	11778566
2003	77120	2308	1.064	0.00060	692388	699839	699915	0.18193	0.00011	12715881
2004	77120	2308	1.060	0.00070	807786	869244	869404	0.26364	0.00018	13740162
2005	77120	2308	1.057	0.00080	923184	1053495	1053803	0.36516	0.00029	14897429
2006	77120	2308	1.054	0.00090	1038582	1253584	1254136	0.48883	0.00044	16247348
2007	77120	2308	1.051	0.00010	1153980	1469737	1469747	0.06368	0.00001	17198081
2008	77120	2308	1.049	0.00011	1269378	1700578	1700593	0.08105	0.00001	18177905
2009	77120	2308	1.046	0.00012	1384776	1948414	1948438	0.10130	0.00001	19208674
2010	77120	2308	1.044	0.00013	1500174	2208876	2208911	0.12442	0.00002	20278595
2011	77120	2308	1.042	0.00014	1615572	2484601	2484653	0.15071	0.00002	21413893
2012	77120	2308	1.041	0.00015	1730970	2774735	2774810	0.18033	0.00003	22624825
2013	77120	2308	1.039	0.00016	1846368	3083942	3084047	0.21379	0.00003	23946375
2014	77120	2308	1.038	0.00017	1961766	3406155	3406300	0.25089	0.00004	25371403
2015	77120	2308	1.036	0.00018	2077164	3746864	3747061	0.29222	0.00005	26941113
2016	77120	2308	1.035	0.00019	2192562	4098351	4098614	0.33739	0.00006	28648943
2017	77120	2308	1.034	0.00020	2307960	4467030	4467376	0.38709	0.00008	30542751
2018	77120	2308	1.033	0.00021	2423358	4852622	4853072	0.44153	0.00009	32648261
2019	77120	2308	1.032	0.00022	2538756	5254721	5255300	0.50088	0.00011	34993558
2020	77120	2308	1.031	0.00023	2654154	5672786	5673524	0.56531	0.00013	37609082
2021	77120	2308	1.030	0.00024	2769552	6106140	6107071	0.63495	0.00015	40527593

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (1%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (2%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_k = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 41. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis O-3

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_{-k}	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	77120	3462	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	77120	3462	1.108	0.00010	115398	77120	77120	0.00223	0.00000	8329215
1999	77120	3462	1.086	0.00020	230796	171797	171797	0.00992	0.00000	9231043
2000	77120	3462	1.080	0.00030	346194	279735	279737	0.02424	0.00001	10033231
2001	77120	3462	1.077	0.00040	461592	403395	403403	0.04661	0.00002	10857202
2002	77120	3462	1.069	0.00050	576990	545008	545030	0.07871	0.00004	11738163
2003	77120	3462	1.064	0.00060	692388	699883	699934	0.12130	0.00007	12631167
2004	77120	3462	1.060	0.00070	807786	869348	869455	0.17578	0.00012	13579899
2005	77120	3462	1.057	0.00080	923184	1053714	1053919	0.24349	0.00019	14616678
2006	77120	3462	1.054	0.00090	1038582	1254013	1254381	0.32600	0.00029	15783873
2007	77120	3462	1.051	0.0010	1153980	1470217	1470223	0.04247	0.00000	16685138
2008	77120	3462	1.049	0.00011	1269378	1701113	1701123	0.05405	0.00001	17604586
2009	77120	3462	1.046	0.00012	1384776	1949011	1949026	0.06756	0.00001	18560612
2010	77120	3462	1.044	0.00013	1500174	2209540	2209564	0.08297	0.00001	19538659
2011	77120	3462	1.042	0.00014	1615572	2485342	2485377	0.10050	0.00001	20560446
2012	77120	3462	1.041	0.00015	1730970	2775565	2775615	0.12026	0.00002	21631762
2013	77120	3462	1.039	0.00016	1846368	3084876	3084947	0.14257	0.00002	22781389
2014	77120	3462	1.038	0.00017	1961766	3407212	3407309	0.16731	0.00003	23997412
2015	77120	3462	1.036	0.00018	2077164	3748069	3748200	0.19487	0.00004	25313225
2016	77120	3462	1.035	0.00019	2192562	4099732	4099907	0.22500	0.00004	26716706
2017	77120	3462	1.034	0.00020	2307960	4468624	4468855	0.25815	0.00005	28246169
2018	77120	3462	1.033	0.00021	2423358	4854476	4854777	0.29447	0.00006	29918328
2019	77120	3462	1.032	0.00022	2538756	5256892	5257278	0.33406	0.00007	31751459
2020	77120	3462	1.031	0.00023	2654154	5675344	5675836	0.37704	0.00009	33765399
2021	77120	3462	1.030	0.00024	2769552	6109168	6109789	0.42351	0.00010	35981528

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (1%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (3%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_{-k} = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 42. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis O-5

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_k	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	77120	5770	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	77120	5770	1.108	0.00010	115398	77120	77120	0.00134	0.00000	8329113
1999	77120	5770	1.086	0.00020	230796	171797	171797	0.00595	0.00000	9230021
2000	77120	5770	1.080	0.00030	346194	279736	279737	0.01454	0.00000	10028794
2001	77120	5770	1.077	0.00040	461592	403399	403404	0.02797	0.00001	10843885
2002	77120	5770	1.069	0.00050	576990	545022	545035	0.04723	0.00002	11705839
2003	77120	5770	1.064	0.00060	692388	699919	699949	0.07278	0.00004	12563388
2004	77120	5770	1.060	0.00070	807786	869431	869495	0.10548	0.00007	13451661
2005	77120	5770	1.057	0.00080	923184	1053890	1054013	0.14612	0.00012	14391990
2006	77120	5770	1.054	0.00090	1038582	1254356	1254577	0.19565	0.00018	15412856
2007	77120	5770	1.051	0.0010	1153980	1470601	1470604	0.02549	0.00000	16274521
2008	77120	5770	1.049	0.0011	1269378	1701541	1701547	0.03244	0.00000	17145637
2009	77120	5770	1.046	0.0012	1384776	1949488	1949497	0.04054	0.00000	18041830
2010	77120	5770	1.044	0.0013	1500174	2210072	2210086	0.04979	0.00001	18946331
2011	77120	5770	1.042	0.0014	1615572	2485936	2485957	0.06032	0.00001	19877250
2012	77120	5770	1.041	0.0015	1730970	2776229	2776259	0.07217	0.00001	20836798
2013	77120	5770	1.039	0.0016	1846368	3085625	3085667	0.08556	0.00001	21848791
2014	77120	5770	1.038	0.0017	1961766	3408058	3408117	0.10041	0.00002	22897489
2015	77120	5770	1.036	0.0018	2077164	3749033	3749112	0.11695	0.00002	24010026
2016	77120	5770	1.035	0.0019	2192562	4100837	4100942	0.13504	0.00003	25169824
2017	77120	5770	1.034	0.0020	2307960	4469901	4470039	0.15494	0.00003	26407547
2018	77120	5770	1.033	0.0021	2423358	4855961	4856141	0.17673	0.00004	27732678
2019	77120	5770	1.032	0.0022	2538756	5258631	5258863	0.20050	0.00004	29155619
2020	77120	5770	1.031	0.0023	2654154	5677392	5677688	0.22631	0.00005	30687691
2021	77120	5770	1.030	0.0024	2769552	6111594	6111967	0.25421	0.00006	32341122

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (1%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (5%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_k = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 43. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis O-10

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_k	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	77120	11540	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	77120	11540	1.108	0.00010	115398	77120	77120	0.00067	0.00000	8329037
1999	77120	11540	1.086	0.00020	230796	171797	171797	0.00298	0.00000	9229254
2000	77120	11540	1.080	0.00030	346194	279736	279737	0.00727	0.00000	10025466
2001	77120	11540	1.077	0.00040	461592	403402	403405	0.01398	0.00001	10833897
2002	77120	11540	1.069	0.00050	576990	545032	545038	0.02361	0.00001	11681595
2003	77120	11540	1.064	0.00060	692388	699946	699961	0.03639	0.00002	12512550
2004	77120	11540	1.060	0.00070	807786	869494	869526	0.05274	0.00004	13355466
2005	77120	11540	1.057	0.00080	923184	1054021	1054083	0.07307	0.00006	14223422
2006	77120	11540	1.054	0.00090	1038582	1254614	1254724	0.09785	0.00009	15134455
2007	77120	11540	1.051	0.0010	1153980	1470889	1470891	0.01275	0.00000	15966404
2008	77120	11540	1.049	0.0011	1269378	1701862	1701865	0.01622	0.00000	16801253
2009	77120	11540	1.046	0.0012	1384776	1949846	1949851	0.02028	0.00000	17652549
2010	77120	11540	1.044	0.0013	1500174	2210471	2210478	0.02490	0.00000	18501863
2011	77120	11540	1.042	0.0014	1615572	2486381	2486391	0.03016	0.00000	19364595
2012	77120	11540	1.041	0.0015	1730970	2776728	2776743	0.03609	0.00001	20240274
2013	77120	11540	1.039	0.0016	1846368	3086186	3086207	0.04279	0.00001	21148986
2014	77120	11540	1.038	0.0017	1961766	3408694	3408723	0.05021	0.00001	22072119
2015	77120	11540	1.036	0.0018	2077164	3749757	3749797	0.05849	0.00001	23032108
2016	77120	11540	1.035	0.0019	2192562	4101667	4101719	0.06753	0.00001	24009025
2017	77120	11540	1.034	0.0020	2307960	4470859	4470928	0.07748	0.00002	25027788
2018	77120	11540	1.033	0.0021	2423358	4857075	4857165	0.08839	0.00002	26092445
2019	77120	11540	1.032	0.0022	2538756	5259935	5260051	0.10028	0.00002	27207478
2020	77120	11540	1.031	0.0023	2654154	5678930	5679077	0.11318	0.00003	28377796
2021	77120	11540	1.030	0.0024	2769552	6113414	6113601	0.12714	0.00003	29608742

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (1%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (10%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_k = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

6.2. Hipótesis en las que varía sólo el error de la ecuación de transición.

Hipótesis T-0.1: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 0.1 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($7,712 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 1 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998 ($1,154 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 44).

Hipótesis T-0.2: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 0.2 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($15,424 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 1 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998 ($1,154 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 45).

Hipótesis T-0.3: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 0.3 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($23,136 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 1 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998 ($1,154 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 46).

Hipótesis T-0.5: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 0.5 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($38,560 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 1 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998 ($1,154 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 47).

Hipótesis T-1: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 1 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($77,120 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 1 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998 ($1,154 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 48).

Cuadro 44. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.1

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_k	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_{-k}	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	7712	1154	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	7712	1154	1.108	0.00010	115398	7712	7712	0.00067	0.00000	8329037
1999	7712	1154	1.086	0.00020	230796	17180	17180	0.00298	0.00000	9229254
2000	7712	1154	1.080	0.00030	346194	27974	27974	0.00727	0.00000	10025466
2001	7712	1154	1.077	0.00040	461592	40340	40340	0.01398	0.00001	10833897
2002	7712	1154	1.069	0.00050	576990	54503	54504	0.02361	0.00001	11681595
2003	7712	1154	1.064	0.00060	692388	69995	69996	0.03639	0.00002	12512550
2004	7712	1154	1.060	0.00070	807786	86949	86953	0.05274	0.00004	13355466
2005	7712	1154	1.057	0.00080	923184	105402	105408	0.07307	0.00006	14223422
2006	7712	1154	1.054	0.00090	1038582	125461	125472	0.09785	0.00009	15134455
2007	7712	1154	1.051	0.0010	1153980	147089	147089	0.01275	0.00000	15966404
2008	7712	1154	1.049	0.0011	1269378	170186	170187	0.01622	0.00000	16801253
2009	7712	1154	1.046	0.0012	1384776	194985	194985	0.02028	0.00000	17652549
2010	7712	1154	1.044	0.0013	1500174	221047	221048	0.02490	0.00000	18501863
2011	7712	1154	1.042	0.0014	1615572	248638	248639	0.03016	0.00000	19364595
2012	7712	1154	1.041	0.0015	1730970	277673	277674	0.03609	0.00001	20240274
2013	7712	1154	1.039	0.0016	1846368	308619	308621	0.04279	0.00001	21148986
2014	7712	1154	1.038	0.0017	1961766	340869	340872	0.05021	0.00001	22072119
2015	7712	1154	1.036	0.0018	2077164	374976	374980	0.05849	0.00001	23032108
2016	7712	1154	1.035	0.0019	2192562	410167	410172	0.06753	0.00001	24009025
2017	7712	1154	1.034	0.0020	2307960	447086	447093	0.07748	0.00002	25027788
2018	7712	1154	1.033	0.0021	2423358	485708	485717	0.08839	0.00002	26092445
2019	7712	1154	1.032	0.0022	2538756	525994	526005	0.10028	0.00002	27207478
2020	7712	1154	1.031	0.0023	2654154	567893	567908	0.11318	0.00003	28377796
2021	7712	1154	1.030	0.0024	2769552	611341	611360	0.12714	0.00003	29608742

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (0.1%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (1%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_k = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_{-k} = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 45. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.2

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_k	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	15424	1154	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	15424	1154	1.108	0.00010	115398	15424	15424	0.00134	0.00000	8329113
1999	15424	1154	1.086	0.00020	230796	34359	34359	0.00595	0.00000	9230021
2000	15424	1154	1.080	0.00030	346194	55947	55947	0.01454	0.00000	10028794
2001	15424	1154	1.077	0.00040	461592	80680	80681	0.02797	0.00001	10843885
2002	15424	1154	1.069	0.00050	576990	109004	109007	0.04723	0.00002	11705839
2003	15424	1154	1.064	0.00060	692388	139984	139990	0.07278	0.00004	12563388
2004	15424	1154	1.060	0.00070	807786	173886	173899	0.10548	0.00007	13451661
2005	15424	1154	1.057	0.00080	923184	210778	210803	0.14612	0.00012	14391990
2006	15424	1154	1.054	0.00090	1038582	250871	250915	0.19565	0.00018	15412856
2007	15424	1154	1.051	0.00010	1153980	294120	294121	0.02549	0.00000	16274521
2008	15424	1154	1.049	0.00011	1269378	340308	340309	0.03244	0.00000	17145637
2009	15424	1154	1.046	0.00012	1384776	389898	389899	0.04054	0.00000	18041830
2010	15424	1154	1.044	0.00013	1500174	442014	442017	0.04979	0.00001	18946331
2011	15424	1154	1.042	0.00014	1615572	497187	497191	0.06032	0.00001	19877250
2012	15424	1154	1.041	0.00015	1730970	555246	555252	0.07217	0.00001	20836798
2013	15424	1154	1.039	0.00016	1846368	617125	617133	0.08556	0.00001	21848791
2014	15424	1154	1.038	0.00017	1961766	681612	681623	0.10041	0.00002	22897489
2015	15424	1154	1.036	0.00018	2077164	749807	749822	0.11695	0.00002	24010026
2016	15424	1154	1.035	0.00019	2192562	820167	820188	0.13504	0.00003	25169824
2017	15424	1154	1.034	0.00020	2307960	893980	894008	0.15494	0.00003	26407547
2018	15424	1154	1.033	0.00021	2423358	971192	971228	0.17673	0.00004	27732678
2019	15424	1154	1.032	0.00022	2538756	1051726	1051773	0.20050	0.00004	29155619
2020	15424	1154	1.031	0.00023	2654154	1135478	1135538	0.22631	0.00005	30687691
2021	15424	1154	1.030	0.00024	2769552	1222319	1222393	0.25421	0.00006	32341122

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (0.2%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (1%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_k = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 46. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.3

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_k	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	23136	1154	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	23136	1154	1.108	0.00010	115398	23136	23136	0.00200	0.00000	8329190
1999	23136	1154	1.086	0.00020	230796	51539	51539	0.00893	0.00000	9230787
2000	23136	1154	1.080	0.00030	346194	83921	83921	0.02182	0.00001	10032122
2001	23136	1154	1.077	0.00040	461592	121019	121021	0.04195	0.00002	10853873
2002	23136	1154	1.069	0.00050	576990	163503	163509	0.07084	0.00004	11730082
2003	23136	1154	1.064	0.00060	692388	209968	209981	0.10917	0.00007	12614223
2004	23136	1154	1.060	0.00070	807786	260811	260840	0.15820	0.00011	13547842
2005	23136	1154	1.057	0.00080	923184	316127	316183	0.21915	0.00018	14560513
2006	23136	1154	1.054	0.00090	1038582	376230	376329	0.29342	0.00026	15691139
2007	23136	1154	1.051	0.0010	1153980	441094	441096	0.03822	0.00000	16582506
2008	23136	1154	1.049	0.0011	1269378	510366	510369	0.04865	0.00001	17489873
2009	23136	1154	1.046	0.0012	1384776	584739	584743	0.06080	0.00001	18430944
2010	23136	1154	1.044	0.0013	1500174	662902	662908	0.07468	0.00001	19390609
2011	23136	1154	1.042	0.0014	1615572	745647	745657	0.09046	0.00001	20389684
2012	23136	1154	1.041	0.0015	1730970	832719	832733	0.10824	0.00002	21433064
2013	23136	1154	1.039	0.0016	1846368	925519	925538	0.12832	0.00002	22548290
2014	23136	1154	1.038	0.0017	1961766	1022227	1022253	0.15059	0.00003	23722492
2015	23136	1154	1.036	0.0018	2077164	1124493	1124528	0.17540	0.00003	24987499
2016	23136	1154	1.035	0.0019	2192562	1230002	1230050	0.20251	0.00004	26330076
2017	23136	1154	1.034	0.0020	2307960	1340683	1340745	0.23235	0.00005	27786626
2018	23136	1154	1.033	0.0021	2423358	1456454	1456535	0.26504	0.00006	29372058
2019	23136	1154	1.032	0.0022	2538756	1577198	1577302	0.30068	0.00007	31102679
2020	23136	1154	1.031	0.0023	2654154	1702757	1702890	0.33937	0.00008	32996202
2021	23136	1154	1.030	0.0024	2769552	1832932	1833100	0.38120	0.00009	35071723

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (0.3%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (1%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_k = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 47. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.5

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_{-k}	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	38560	1154	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	38560	1154	1.108	0.00010	115398	38560	38560	0.00334	0.00000	8329343
1999	38560	1154	1.086	0.00020	230796	85898	85899	0.01489	0.00000	9232320
2000	38560	1154	1.080	0.00030	346194	139867	139868	0.03636	0.00001	10038778
2001	38560	1154	1.077	0.00040	461592	201695	201701	0.06991	0.00003	10873848
2002	38560	1154	1.069	0.00050	576990	272496	272512	0.11807	0.00006	11778566
2003	38560	1154	1.064	0.00060	692388	349919	349958	0.18193	0.00011	12715881
2004	38560	1154	1.060	0.00070	807786	434622	434702	0.26364	0.00018	13740162
2005	38560	1154	1.057	0.00080	923184	526747	526901	0.36516	0.00029	14897429
2006	38560	1154	1.054	0.00090	1038582	626792	627068	0.48883	0.00044	16247348
2007	38560	1154	1.051	0.00010	1153980	734869	734873	0.06368	0.00001	17198081
2008	38560	1154	1.049	0.00011	1269378	850289	850297	0.08105	0.00001	18177905
2009	38560	1154	1.046	0.00012	1384776	974207	974219	0.10130	0.00001	19208674
2010	38560	1154	1.044	0.00013	1500174	1104438	1104456	0.12442	0.00002	20278595
2011	38560	1154	1.042	0.00014	1615572	1242300	1242326	0.15071	0.00002	21413893
2012	38560	1154	1.041	0.00015	1730970	1387367	1387405	0.18033	0.00003	22624825
2013	38560	1154	1.039	0.00016	1846368	1541971	1542024	0.21379	0.00003	23946375
2014	38560	1154	1.038	0.00017	1961766	1703077	1703150	0.25089	0.00004	25371403
2015	38560	1154	1.036	0.00018	2077164	1873432	1873530	0.29222	0.00005	26941113
2016	38560	1154	1.035	0.00019	2192562	2049176	2049307	0.33739	0.00006	28648943
2017	38560	1154	1.034	0.00020	2307960	2233515	2233688	0.38709	0.00008	30542751
2018	38560	1154	1.033	0.00021	2423358	2426311	2426536	0.44153	0.00009	32648261
2019	38560	1154	1.032	0.00022	2538756	2627360	2627650	0.50088	0.00011	34993558
2020	38560	1154	1.031	0.00023	2654154	2836393	2836762	0.56531	0.00013	37609082
2021	38560	1154	1.030	0.00024	2769552	3053070	3053535	0.63495	0.00015	40527593

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (0.5%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (1%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_{-k} = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 48. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-1

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_k	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_k	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	77120	1154	1.080	0	0	0	0	0	---	7712000
1998	77120	1154	1.108	0.00010	115398	77120	77120	0.00668	0.00000	8329726
1999	77120	1154	1.086	0.00020	230796	171796	171797	0.02977	0.00001	9236153
2000	77120	1154	1.080	0.00030	346194	279730	279736	0.07272	0.00002	10055418
2001	77120	1154	1.077	0.00040	461592	403374	403397	0.13982	0.00006	10923783
2002	77120	1154	1.069	0.00050	576990	544941	545006	0.23611	0.00012	11899759
2003	77120	1154	1.064	0.00060	692388	699705	699858	0.36380	0.00022	12969955
2004	77120	1154	1.060	0.00070	807786	868932	869253	0.52708	0.00037	14220710
2005	77120	1154	1.057	0.00080	923184	1052837	1053452	0.72987	0.00058	15738955
2006	77120	1154	1.054	0.00090	1038582	1252300	1253401	0.97666	0.00088	17635797
2007	77120	1154	1.051	0.0010	1153980	1468301	1468320	0.12724	0.00001	18734721
2008	77120	1154	1.049	0.00011	1269378	1698976	1699007	0.16195	0.00002	19895414
2009	77120	1154	1.046	0.00012	1384776	1946628	1946675	0.20242	0.00002	21150092
2010	77120	1154	1.044	0.00013	1500174	2206886	2206957	0.24861	0.00003	22495238
2011	77120	1154	1.042	0.00014	1615572	2482379	2482484	0.30116	0.00004	23970576
2012	77120	1154	1.041	0.00015	1730970	2772248	2772398	0.36034	0.00005	25599736
2013	77120	1154	1.039	0.00016	1846368	3081142	3081353	0.42719	0.00007	27436262
2014	77120	1154	1.038	0.00017	1961766	3402988	3403278	0.50131	0.00009	29487293
2015	77120	1154	1.036	0.00018	2077164	3743255	3743649	0.58387	0.00011	31817387
2016	77120	1154	1.035	0.00019	2192562	4094217	4094741	0.67409	0.00013	34436578
2017	77120	1154	1.034	0.00020	2307960	4462257	4462947	0.77335	0.00015	37421217
2018	77120	1154	1.033	0.00021	2423358	4847071	4847969	0.88205	0.00019	40823893
2019	77120	1154	1.032	0.00022	2538756	5248220	5249376	1.00053	0.00022	44701893
2020	77120	1154	1.031	0.00023	2654154	5665129	5666601	1.12910	0.00026	49117175
2021	77120	1154	1.030	0.00024	2769552	6097075	6098931	1.26802	0.00030	54136251

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (1%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (1%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_k = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_k = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

6.3. Hipótesis en las que varían los errores de las dos ecuaciones.

Hipótesis T-0.5 y O-10: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 0.5 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($38,560 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 10 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998 ($11,540 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 49).

Hipótesis T-0 y O-10: Se supone que la varianza del error de la ecuación de transición es de 0 por ciento respecto al volumen del año 1997 ($0.0 \text{ m}^3\text{r}$) y se supone que la varianza del error de la ecuación de observación es de 10 por ciento sobre la plantación fallida del año 1998 ($11,540 \text{ m}^3\text{r}$), (Cuadro 50).

Cuadro 49. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0.5 y O-10

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	P_{-k}	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	38560	11540	1.080	0	0	0	0	0		7712000
1998	38560	11540	1.108	0.00010	115398	38560	38560	0.00033	0.00000	8328998
1999	38560	11540	1.086	0.00020	230796	85899	85899	0.00149	0.00000	9228871
2000	38560	11540	1.080	0.00030	346194	139868	139869	0.00364	0.00000	10023802
2001	38560	11540	1.077	0.00040	461592	201702	201703	0.00699	0.00000	10828903
2002	38560	11540	1.069	0.00050	576990	272518	272520	0.01181	0.00001	11669472
2003	38560	11540	1.064	0.00060	692388	349980	349983	0.01820	0.00001	12487129
2004	38560	11540	1.060	0.00070	807786	434762	434770	0.02637	0.00002	13307363
2005	38560	11540	1.057	0.00080	923184	527044	527059	0.03654	0.00003	14139122
2006	38560	11540	1.054	0.00090	1038582	627371	627399	0.04893	0.00004	14995210
2007	38560	11540	1.051	0.00010	1153980	735516	735517	0.06637	0.00000	15812297
2008	38560	11540	1.049	0.00011	1269378	851011	851012	0.00811	0.00000	16629006
2009	38560	11540	1.046	0.00012	1384776	975013	975014	0.01014	0.00000	17457846
2010	38560	11540	1.044	0.00013	1500174	1105335	1105337	0.01245	0.00000	18279557
2011	38560	11540	1.042	0.00014	1615572	1243302	1243304	0.01508	0.00000	19108186
2012	38560	11540	1.041	0.00015	1730970	1388489	1388492	0.01805	0.00000	19941916
2013	38560	11540	1.039	0.00016	1846368	1543233	1543239	0.02140	0.00000	20798970
2014	38560	11540	1.038	0.00017	1961766	1704506	1704513	0.02511	0.00000	21659297
2015	38560	11540	1.036	0.00018	2077164	1875060	1875069	0.02925	0.00001	22542982
2016	38560	11540	1.035	0.00019	2192562	2051041	2051054	0.03377	0.00001	23428421
2017	38560	11540	1.034	0.00020	2307960	2235669	2235686	0.03875	0.00001	24337653
2018	38560	11540	1.033	0.00021	2423358	2428816	2428839	0.04420	0.00001	25272009
2019	38560	11540	1.032	0.00022	2538756	2630294	2630323	0.05014	0.00001	26233001
2020	38560	11540	1.031	0.00023	2654154	2839849	2839886	0.05660	0.00001	27222330
2021	38560	11540	1.030	0.00024	2769552	3057162	3057209	0.06358	0.00002	28241884

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (0.5%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (10%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

P_{-k} = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 50. Proyección del volumen maderable para la Hipótesis T-0 y O-10

Años	σ^2_Q	σ^2_R	ϕ_k	H_K	Z_k	$\sigma^2_k=P_k$	$P-k$	K_k	ρ_k	$\hat{Y}_k$
1997	0	11540	1.080	0	0	0	0	0	0	7712000
1998	0	11540	1.108	0.00010	115398	0	0	0	0	8328960
1999	0	11540	1.086	0.00020	230796	0	0	0	0	9228488
2000	0	11540	1.080	0.00030	346194	0	0	0	0	10022138
2001	0	11540	1.077	0.00040	461592	0	0	0	0	10823909
2002	0	11540	1.069	0.00050	576990	0	0	0	0	11657350
2003	0	11540	1.064	0.00060	692388	0	0	0	0	12461707
2004	0	11540	1.060	0.00070	807786	0	0	0	0	13259256
2005	0	11540	1.057	0.00080	923184	0	0	0	0	14054811
2006	0	11540	1.054	0.00090	1038582	0	0	0	0	14855936
2007	0	11540	1.051	0.0010	1153980	0	0	0	0	15658156
2008	0	11540	1.049	0.0011	1269378	0	0	0	0	16456722
2009	0	11540	1.046	0.0012	1384776	0	0	0	0	17263101
2010	0	11540	1.044	0.0013	1500174	0	0	0	0	18057204
2011	0	11540	1.042	0.0014	1615572	0	0	0	0	18851721
2012	0	11540	1.041	0.0015	1730970	0	0	0	0	19643493
2013	0	11540	1.039	0.0016	1846368	0	0	0	0	20448877
2014	0	11540	1.038	0.0017	1961766	0	0	0	0	21246383
2015	0	11540	1.036	0.0018	2077164	0	0	0	0	22053745
2016	0	11540	1.035	0.0019	2192562	0	0	0	0	22847680
2017	0	11540	1.034	0.0020	2307960	0	0	0	0	23647349
2018	0	11540	1.033	0.0021	2423358	0	0	0	0	24451359
2019	0	11540	1.032	0.0022	2538756	0	0	0	0	25258254
2020	0	11540	1.031	0.0023	2654154	0	0	0	0	26066518
2021	0	11540	1.030	0.0024	2769552	0	0	0	0	26874580

Fuente: Estimación propia utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

σ^2_Q = Varianza del error de la ecuación de transición (0.0%).

σ^2_R = Varianza del error de la ecuación de observación (10%).

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación.

H_K = Tasa de mortandad de la plantación.

Z_k = Volumen de plantación sin éxito.

$\sigma^2_k=P_k$ = Covarianza del error actual.

$P-k$ = Matriz de covarianza.

K_k = Matriz de ganancia (minimiza el error cuadrático medio).

ρ_k = Ponderación de las ecuaciones de transición y de observación.

$\hat{Y}_k$ = Producción estimada (M^3R).

Cuadro 51. Resumen de las proyecciones de la producción maderable según diversas hipótesis de la varianza de la ecuación de observación:

Años	$\hat{Y}_k$ (H: O-1)	$\hat{Y}_k$ (H: O-2)	$\hat{Y}_k$ (H: O-3)	$\hat{Y}_k$ (H: O-5)	$\hat{Y}_k$ (H: O-10)
1997	7712000	7712000	7712000	7712000	7712000
1998	8329726	8329343	8329215	8329113	8329037
1999	9236153	9232320	9231043	9230021	9229254
2000	10055418	10038778	10033231	10028794	10025466
2001	10923783	10873848	10857202	10843885	10833897
2002	11899759	11778566	11738163	11705839	11681595
2003	12969955	12715881	12631167	12563388	12512550
2004	14220710	13740162	13579899	13451661	13355466
2005	15738955	14897429	14616678	14391990	14223422
2006	17635797	16247348	15783873	15412856	15134455
2007	18734721	17198081	16685138	16274521	15966404
2008	19895414	18177905	17604586	17145637	16801253
2009	21150092	19208674	18560612	18041830	17652549
2010	22495238	20278595	19538659	18946331	18501863
2011	23970576	21413893	20560446	19877250	19364595
2012	25599736	22624825	21631762	20836798	20240274
2013	27436262	23946375	22781389	21848791	21148986
2014	29487293	25371403	23997412	22897489	22072119
2015	31817387	26941113	25313225	24010026	23032108
2016	34436578	28648943	26716706	25169824	24009025
2017	37421217	30542751	28246169	26407547	25027788
2018	40823893	32648261	29918328	27732678	26092445
2019	44701893	34993558	31751459	29155619	27207478
2020	49117175	37609082	33765399	30687691	28377796
2021	54136251	40527593	35981528	32341122	29608742

Fuente: Resumen de las estimaciones propias utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

La ecuación de observación relaciona las variables de la siguiente manera:

$$Z_k = H_K Y_k + V_k \quad \text{donde}$$

Z_k = Volumen de plantación sin éxito

H_K = Tasa de mortandad de la plantación

Y_k = Volumen estimado

V_k = Error

De la tabla anterior se puede observar que el volumen maderable estimado para el año 2021 en las diferentes hipótesis disminuye conforme aumenta el porcentaje de error de la ecuación de observación, es decir, cuando se considera que la mortandad en las plantaciones se incrementa. En este caso, la producción proyectada en el año 2021 varía

entre 54.13 mill de m³r y 29.6 mill. de m³r, mientras que en las ecuaciones intermedias se reduce la diferencia entre ellas en el volumen estimado (40.5, 35.9, 32.3 y 29.6 mill. de m³r), lo cual es normal dado la gran cantidad de factores que intervienen en la disminución de la producción forestal (Ver figura 7).

Cuadro 52. Resumen de las proyecciones de la producción maderable según diversas hipótesis de la varianza de la ecuación de transición:

Años	$\hat{Y}_k$ (H: T-0.1)	$\hat{Y}_k$ (H: T-0.2)	$\hat{Y}_k$ (H: T-0.3)	$\hat{Y}_k$ (H: T-0.5)	$\hat{Y}_k$ (H: T-1)
1997	7712000	7712000	7712000	7712000	7712000
1998	8329037	8329113	8329190	8329343	8329726
1999	9229254	9230021	9230787	9232320	9236153
2000	10025466	10028794	10032122	10038778	10055418
2001	10833897	10843885	10853873	10873848	10923783
2002	11681595	11705839	11730082	11778566	11899759
2003	12512550	12563388	12614223	12715881	12969955
2004	13355466	13451661	13547842	13740162	14220710
2005	14223422	14391990	14560513	14897429	15738955
2006	15134455	15412856	15691139	16247348	17635797
2007	15966404	16274521	16582506	17198081	18734721
2008	16801253	17145637	17489873	18177905	19895414
2009	17652549	18041830	18430944	19208674	21150092
2010	18501863	18946331	19390609	20278595	22495238
2011	19364595	19877250	20389684	21413893	23970576
2012	20240274	20836798	21433064	22624825	25599736
2013	21148986	21848791	22548290	23946375	27436262
2014	22072119	22897489	23722492	25371403	29487293
2015	23032108	24010026	24987499	26941113	31817387
2016	24009025	25169824	26330076	28648943	34436578
2017	25027788	26407547	27786626	30542751	37421217
2018	26092445	27732678	29372058	32648261	40823893
2019	27207478	29155619	31102679	34993558	44701893
2020	28377796	30687691	32996202	37609082	49117175
2021	29608742	32341122	35071723	40527593	54136251

Fuente: Resumen de las estimaciones propias utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

La ecuación de transición relaciona las variables de la siguiente manera:

$$Y_{k+1} = \phi_k Y_k + W_k \quad \text{donde}$$

Y_{k+1} = Volumen estimado

ϕ_k = Tasa de crecimiento de la plantación

Y_k = Volumen anterior

W_k = Error

De la tabla anterior se puede observar que el volumen maderable estimado para el año 2021 en las diferentes hipótesis aumenta conforme aumenta el porcentaje de error de la ecuación de transición, es decir, cuando se considera que la mortandad de las plantaciones es fija. Esto es debido a que el error considerado es para la producción maderable nacional. En este caso, la producción proyectada en el año 2021 varía entre 54.13 mill de m³r y 29.6 mill. de m³r. Por lo que cuando aumenta el error de la ecuación de transición, se eleva la producción forestal (Ver figura 8).

Cuadro 53. Resumen de las proyecciones de la producción maderable cuando varían las dos hipótesis, la varianza de la ecuación de transición y la de observación.

Años	$\hat{Y}_k$ (H: T-0.5 y O-10)	$\hat{Y}_k$ (H: T-0 y O-10)
1997	7712000	7712000
1998	8328998	8328960
1999	9228871	9228488
2000	10023802	10022138
2001	10828903	10823909
2002	11669472	11657350
2003	12487129	12461707
2004	13307363	13259256
2005	14139122	14054811
2006	14995210	14855936
2007	15812297	15658156
2008	16629006	16456722
2009	17457846	17263101
2010	18279557	18057204
2011	19108186	18851721
2012	19941916	19643493
2013	20798970	20448877
2014	21659297	21246383
2015	22542982	22053745
2016	23428421	22847680
2017	24337653	23647349
2018	25272009	24451359
2019	26233001	25258254
2020	27222330	26066518
2021	28241884	26874580

Fuente: Resumen de las estimaciones propias utilizando las ecuaciones del Filtro de Kalman.

Para las hipótesis anteriores se tiene que las estimaciones de producción maderable tienen relativamente poca variabilidad, ya que la producción proyectada varía entre 28.2 y 26.8 mill. de m^3r . Acercándose más a los límites establecidos por la CONAFOR en los volúmenes esperados por las plantaciones a 25 años, que es de alrededor de 18 mill. de m^3r , considerando que la producción anual se mantenga entre los 8 y 10 mill. de m^3r (Ver figura 9),

En la figura 7 se observa que la producción maderable disminuye conforme aumenta la mortalidad de las plantaciones forestales en 1, 2, 3, 5 y 10%, que corresponde al error propuesto según diversas hipótesis de la ecuación de observación.

En la figura 8 se observa que la producción maderable aumenta debido a que se mantiene fija la mortandad en las plantaciones, y considerando que la producción anual aumente entre 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1%, que corresponde al error propuesto según diversas hipótesis de la ecuación de transición.

En la figura 9 se observa que el mejor pronóstico se obtiene cuando la varianza de la ecuación de transición es de 0% y la de observación 1% (Cuadro 53), es decir, cuando se supone un escenario donde la producción forestal anual no aumenta y la mortandad de las plantaciones es del 10%. Lo anterior si se contrasta con el estimado por la CONAFOR a 25 años que es de alrededor de 26 millones de m^3 .

Figura 7. Proyecciones de producción maderable según diversas hipótesis de la varianza de la ecuación de observación.

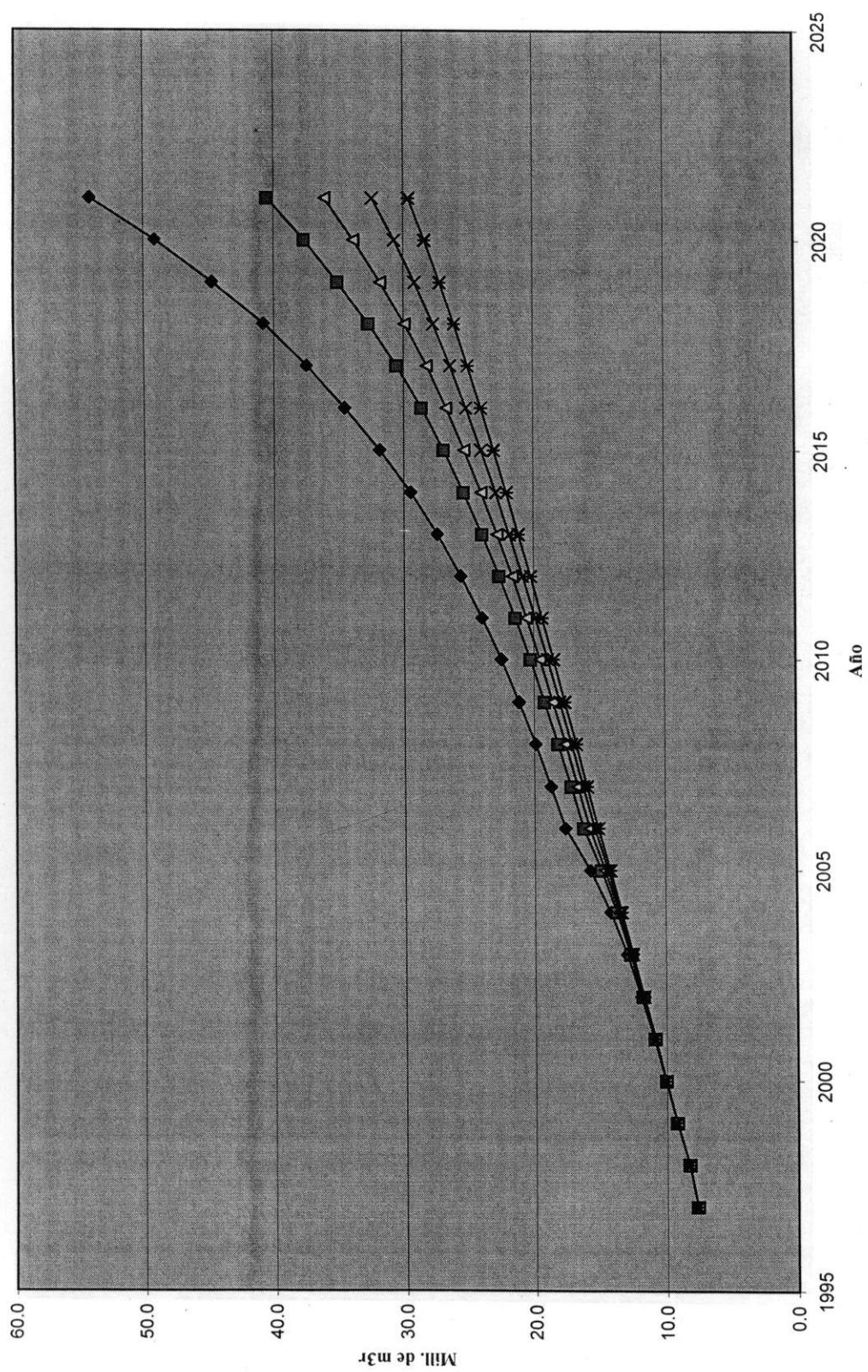


Figura 8. Proyecciones de producción maderable según diversas hipótesis de la ecuación de transición.

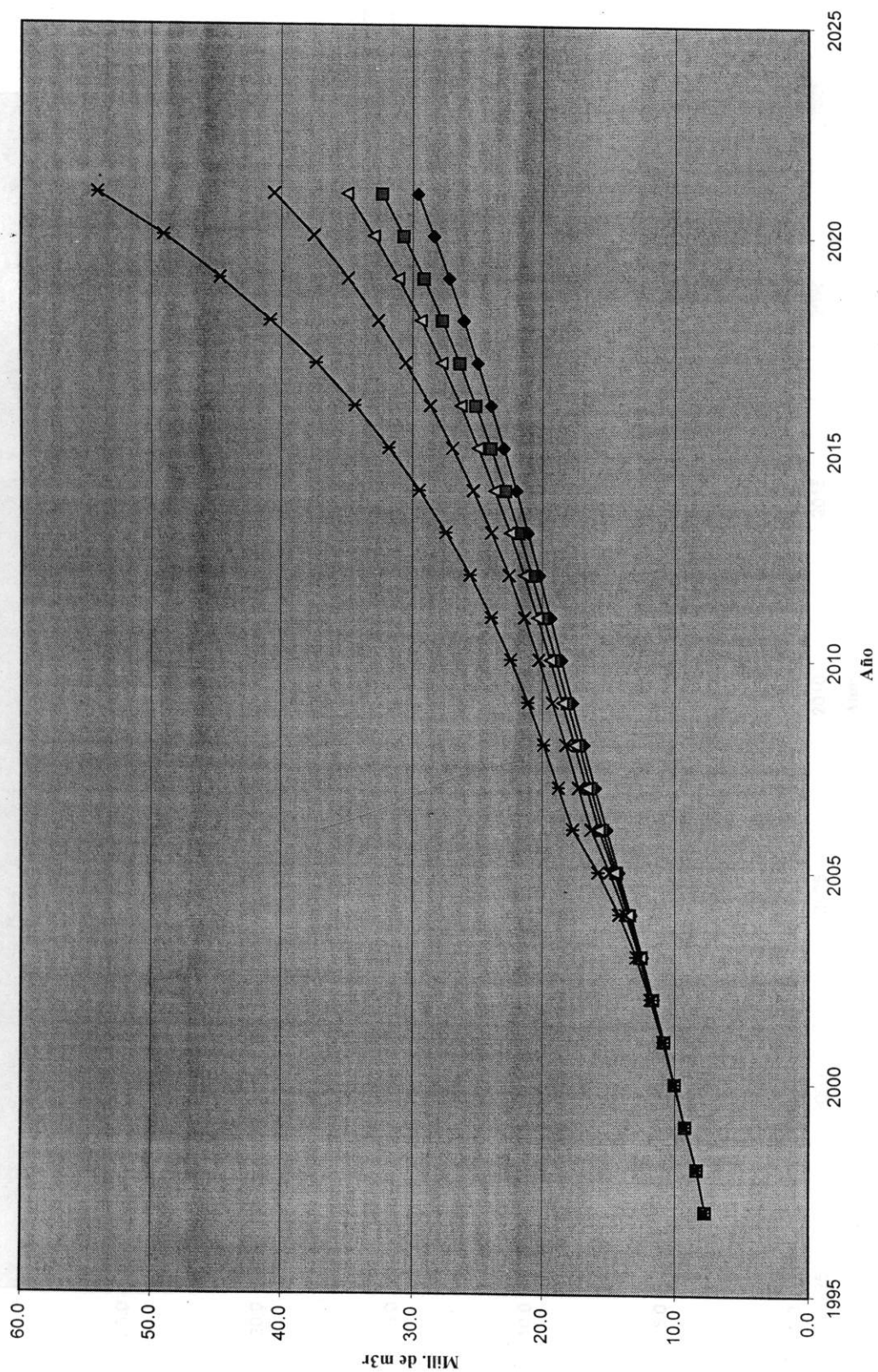
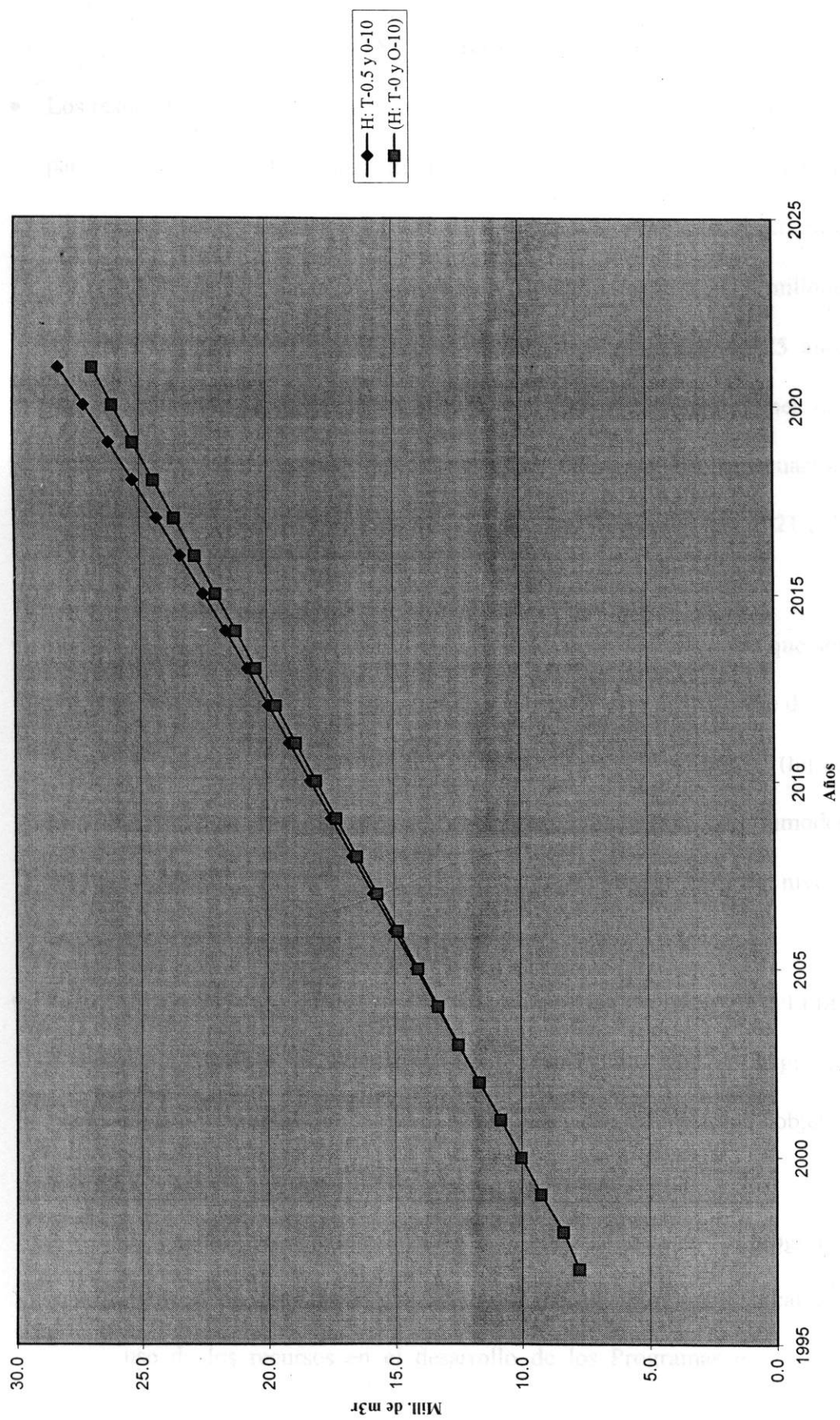


Figura 9. Proyección de la producción maderable cuando variamos los errores de la ecuación de observación y de la ecuación de transición.



7. CONCLUSIONES

- Los resultados obtenidos en este trabajo muestran que la metodología es eficiente para la predicción bajo los diferentes supuestos o hipótesis establecidas alimentando las ecuaciones del Filtro de Kalman solamente con el último dato, por ejemplo, si sumamos la producción anual de aproximadamente 8 millones de m^3r más la producción que se espera en las áreas plantadas en 25 años de aproximadamente 18 millones de m^3r , tenemos $18 + 8 = 26$ millones de m^3r (Cuadro 53). Considerando que la varianza del error de la ecuación de observación es de 10 por ciento sobre la plantación fallida del año 2021 (11,540 m^3r).
- La metodología utilizada en el Filtro de Kalman tiene la ventaja de que solo se requiere del último dato para proyectar la producción y no de una serie de tiempo completa. Además de que se pueden simular diferentes escenarios (hipótesis) para las variables que afectan la producción como son: tala inmoderada, incendios, plagas y enfermedades, reforestación y para este caso los niveles de mortandad y éxito de las plantaciones forestales.
- La predicción de la producción maderable utilizando la metodología del Filtro de Kalman permite que la evaluación o el seguimiento que se haga de las plantaciones forestales proporcione una base de información objetiva y sistemática que permite que:
 - a) Las instituciones puedan valorar la trascendencia de los programas de apoyo al sector forestal ofreciendo un mecanismo para verificar el buen uso de los recursos en el desarrollo de los Programas que produzcan

mejoras concretas y tangibles en el nivel de vida de la población afectada, en la calidad de los ecosistemas y en el aumento de la superficie forestal del país.

b) Los responsables operativos y administrativos de los Programas de plantaciones forestales y los dueños de los bosques, mejoren la calidad y eficiencia de sus programas, enfatizando los resultados, la calidad del servicio y el cumplimiento de metas y objetivos; y que

c) El Sistema Nacional de Información Forestal cuente con datos confiables y actualizados acerca de las labores de conservación y restauración en el país, dado que el Filtro de Kalman es una metodología que utiliza un modelo de tipo recursivo, es decir, aquel al que se le pueden ir agregando o eliminando variables de acuerdo a las necesidades y dificultades en las mediciones. Haciéndolo flexible en las estimaciones y pronósticos en el manejo de las masas forestales ante los diferentes escenarios.

8. BIBLIOGRAFÍA

- ANDERS O. PERSSON. 1989. Kalman filtering. A new approach to adaptive statistical interpretation of numerical meteorological forecasts. ECMWF Newsletter Num. 46, June 1889 p.16-20.
- BUONGIORNO, J. And GILLES, J.K. 1987. Forest Management and Economics. A Primer in Quantitative Methods. MacMillan Publishing Company. New York.
- CARRILLO, E. G. 1998. Apuntes del Curso de Epidometría. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Ed. Talleres de la DICIFO.
- CATTANI D. GENÈVE. M. 1994. Aplication d'un filtre de Kalman pour adpater les températures à 2 mètres fournies par le modèle ECMWF aux station météotologiques de la Suisse. Rapports de travail de l'Institut Suisse de météorologie.
- COHN, S. E. Y D. F. 1991. The behaviour of forecast error covariances for a Kalman Filtre in two dimensions. Mon. Wea. Rev 119, 1757-1785.
- CONAFOR. 2004. Programa Estratégico Forestal para México 2025. Plan Nacional de Desarrollo 2001-2006.
- DANELL SÁNCHEZ, JUÁN. 1993. Se Acentúa la Crisis Maderera. Revista Época. No. 5 Departamento de Manejo de Recursos Forestales. UACH. DI CI FO. PP. 4.

- DOUGLAS C., MONTGOMERY. 1991. Diseño y Análisis de Experimentos. Grupo Editorial Iberoamérica. Traductor: Lic. Jaime Delgado Saldivar. México, D.F. PP. 589.
- KALMAN R. E. 1960. A new approach to linear filtering and prediction problems. Jour. of Basic Engineering (Tran. ASME series d) 82 p.35-45.
- ORDORICA MELLADO, MANUEL. 1995. El Filtro de Kalman en la Planeación Demográfica. Tesis Doctoral. División de Estudios de Posgrado. Facultad de Ingeniería. UNAM. PP. 100.
- ORDORICA MELLADO M, FRANCISCO VENEGAS Y ENRIQUE DE ALBA. 1995. An Economist's Guide to the Kalman Filter. UNAM. PP 16.
- PRAWDA, JUÁN. 1993. Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones. Vol. I. Modelos Determinísticos. Ed. LIMUSA. PP. 933. México, D.F.
- SHAYLE R., SEARLE. 1982. Matrix Algebra Useful for Statistics. Ed. John Wiley & Sons. New York, Chichester,. Brisbane. Toronto and Singapore. Pág. 77.
- SOLERA, R. ALVARO. 2003. El Filtro de Kalman. Banco Central de Costa Rica. División Económica. Departamento de Investigaciones Económicas.
- UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN. 2003. Programa para el Desarrollo de Plantaciones Forestales Comerciales (PRODEPLAN). Facultad de Ciencias Forestales, U.A.N.L. 2 Linares, Nuevo León, octubre de 2004.
- VARELA, H. SERGIO. 2001. Los Recursos Forestales de México. Unidad del Inventario Nacional de Recursos Naturales. Dirección General Forestal. SEMARNAP.

- VARGAS R., RAÚL. 1959. Crítica del Método Mexicano de Ordenación de Montes y de la Circular 2-64. Ponencia No. 59. PP. 518-535. México.
- evaluación@conafor.gob.mx .

9. GLOSARIO DE TÉRMINOS ESTADÍSTICOS Y FORESTALES

Ruido blanco: Está definido como un proceso estocástico estacionario el cual tiene una función de densidad espectral constante. El término “blanco” proviene de la óptica donde la luz blanca contiene todas las frecuencias visibles, con estructura de covarianza conocida.

Covarianza: La covarianza es una medida de la asociación lineal entre y_1 y y_2 . Más específicamente, es posible demostrar que si son independientes, entonces $\text{Cov}(y_1, y_2) = 0$. Note que el inverso no necesariamente se cumple; en otras palabras, es posible que $\text{Cov}(y_1, y_2) = 0$ y aun así eso no implica independencia.

Matriz positiva definida: Cuando $\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x} > 0$ para toda $\mathbf{x} \neq 0$, entonces $\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x}$ es una forma cuadrática positiva definida, y $\mathbf{A} = \mathbf{A}'$ es correspondientemente una matriz positiva definida.

Rodal: Un bosque para su manejo se divide en rodales, compartimentos o unidades de manejo que pueden ser de diferente tamaño y edad dependiendo de los objetivos del manejo.

Predio: Se le llama así a una extensión de bosque que puede abarcar desde un rodal, un conjunto de rodales o inclusive la totalidad de un bosque.

Regulación: Es el arte de ordenar de manera programada la producción forestal, utilizando para esto todas las herramientas necesarias.

Índice de sitio: Es el potencial productivo de una área forestal, es decir, es la capacidad que posee un área para producir vegetación o dicha de otra manera, es la suma de los factores climáticos, edáficos, topográficos y microbiológicos que influyen en el desarrollo y producción de la vegetación en un área determinada.

CONAFOR: La Comisión Nacional Forestal (CONAFOR), es un organismo público descentralizado de la Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT), a través de la Gerencia de Desarrollo de Plantaciones Forestales Comerciales de la Coordinación General de Producción y Productividad de la CONAFOR, opera el Programa para el Desarrollo de Plantaciones Forestales Comerciales (PRODEPLAN).