

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO
POSGRADO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA



Programa de Maestría

**HIDROGRAMA UNITARIO DE NASH PARA LA CUENCA DEL RÍO
CHAPINGO, MÉXICO**

TESIS

Que como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA

Presenta:

IRNR. CLAUDIO CÉSAR HERNÁNDEZ VÁSQUEZ

Bajo la supervisión de:

DRA. LAURA ALICIA IBÁÑEZ CASTILLO

Chapingo, Estado de México, diciembre de 2016



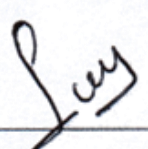
DIRECCION GENERAL ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES

**HIDROGRAMA UNITARIO DE NASH PARA LA CUENCA DEL RÍO
CHAPINGO, MÉXICO**

Tesis realizada por CLAUDIO CÉSAR HERNÁNDEZ VÁSQUEZ bajo la supervisión
del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial
para obtener el grado de:

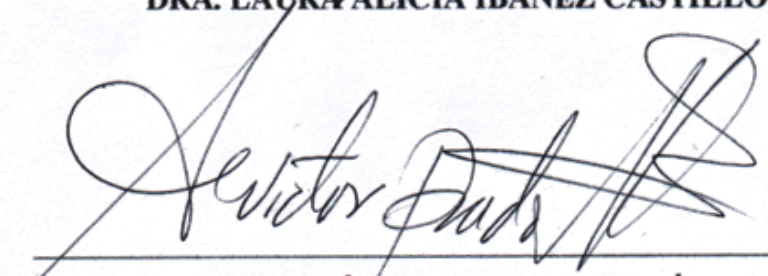
**MAESTRO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA
Y USO INTEGRAL DEL AGUA**

DIRECTOR:



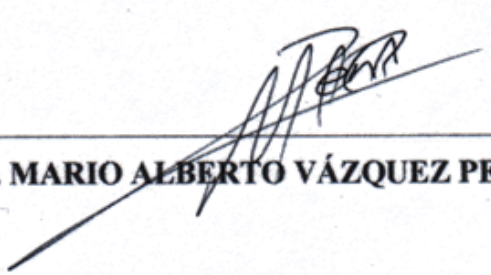
DRA. LAURA ALICIA IBÁÑEZ CASTILLO

ASESOR:



DR. JORGE VÍCTOR PRADO HERNÁNDEZ

ASESOR:



DR. MARIO ALBERTO VÁSQUEZ PEÑA

DEDICATORIA

A Dios, por iluminar mi mente para cumplir cada una de las metas que me he propuesto y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía.

A mi abuelita Leonides (Q.E.P.D) por su inmenso amor, cuidados, oraciones y consejos que me dio, Dios la guarde en su gloria.

A mis padres Reynaldo y Susana, por ser el pilar fundamental de mi vida, por su apoyo incondicional, por sus consejos, valores y motivación constante. Por su ejemplo de superación y entrega en cada instante de la vida.

A mis hermanos Paola, Jonas y Armando por su amor, apoyo y confianza que han depositado en mí.

A mis tías Irene y Toñita (Q.E.P.D) por su amor, por sus oraciones y por ser parte fundamental en mi vida.

A mis sobrinos Carlos, Salvador, Lizeth y Mayte por tantos momentos de alegría que me han regalado. A mis cuñadas Aurora y Teresa por el apoyo que me han brindado.

A mis amigos, sin excluir a ninguno, pero en especial a Leydi, Yesenia, David, Andrés, Cecilia, Rosa, Carlos, Jaimes, Abraham, Daniel, Jorge, Omar y Francisco, gracias por todos los momentos que hemos pasado juntos. A David Alonso por su apoyo y compañía en aquellos momentos en que el estudio ocupó mi tiempo y esfuerzo, por los momentos incomparables que hemos vivido.

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el apoyo económico otorgado durante los estudios de posgrado.

A mi alma mater, la Universidad Autónoma Chapingo, por seguir acogiéndome y permitirme continuar con mis estudios.

Al posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua, por bríndame la oportunidad de formar parte del mismo. A su personal académico y administrativo.

Al Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología (COMECyT) por el apoyo económico otorgado para la realización de la estancia de investigación y el desarrollo de este trabajo.

A la Dra. Laura Alicia Ibáñez Castillo, por la dirección de este trabajo, por sus enseñanzas y apoyo incondicional, por ser una excelente guía.

Al Dr. Jorge Víctor Prado Hernández, por su apoyo y disposición para la obtención de los datos de campo para este trabajo, por su profesionalismo y recomendaciones oportunas.

Al Dr. Mario Alberto Vázquez Peña, por la asesoría brindada en este trabajo, por sus recomendaciones y observaciones oportunas.

Al Dr. Juan Vicente Giráldez Cervera y al Dr. José Luis Ayuso Muñoz, por dirigirme durante la estancia de investigación en la Universidad de Córdoba, España; por sus enseñanzas y oportunas recomendaciones.

DATOS BIOGRÁFICOS



Nombre y apellidos:

Claudio César Hernández Vásquez

Nació el 12 de mayo de 1990 en San Pablo Huitzo, Etlá, Oaxaca; realizó sus estudios de primaria en la escuela “Sor Juana Inés de la Cruz” en el periodo de 1996 a 2002, de secundaria en la escuela técnica “Rufino Tamayo” en el periodo de 2002 a 2005 y de bachillerato en el COBAO plantel 42 entre los años de 2005 a 2008, todos en la misma comunidad de origen.

Ingresó a la Universidad Autónoma Chapingo en el año 2008 para iniciar sus estudios de propedéutico. De 2009 a 2013 realizó sus estudios de educación superior en el Departamento de Suelos en el programa de la Ingeniería en Recursos Naturales Renovables donde obtuvo el título en 2013 bajo la modalidad de tesis con el proyecto titulado “*Potencial de recarga hídrica con escenarios de cambio climático en la subcuenca Coyotepec, Oaxaca*”.

En 2013 desarrolló trabajos de investigación en el DEIS de Suelos de la UACh titulados “*Estudio inicial de impactos del cambio climático sobre cultivos agrícolas y desarrollo de módulos demostrativos de medidas de adaptación a partir de agricultura climáticamente inteligente y multifuncional*” y “*Estudio de la línea base nacional de degradación de tierras y desertificación*”.

En julio de 2014 ingresó al programa de maestría en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua en la Universidad Autónoma Chapingo, finalizó sus estudios en julio de 2016.

RESUMEN

HIDROGRAMA UNITARIO DE NASH PARA LA CUENCA DEL RÍO CHAPINGO, MÉXICO

Se estimó el Hidrograma Unitario (HU) para 20 eventos de precipitación, 5 ocurridos en 2014 y 15 en 2016, y se determinó el HU único para la cuenca del río Chapingo.

Se usaron hietogramas medidos con pluviógrafos (Thies) en la parte media y baja de la cuenca, y datos de escurrimiento medidos con un sensor ultrasónico (SRF06) instalado en el punto de aforo del río Chapingo, para determinar el valor del número de curva de escurrimiento (NC) y estimar la precipitación efectiva usando la ecuación del Servicio de Conservación de Suelos (SCS).

Se estimó el hidrograma unitario instantáneo (HUI) de cada evento de lluvia-escurrimiento utilizando la ecuación de Nash que usa la función de distribución de probabilidad gamma, el cual se transforma en HU de duración Δt , mediante el método estandarizado del hidrograma S, en el que, para este caso el intervalo de tiempo de registro es de 10 minutos. Se estimó el valor de los parámetros, n y K , del HUI por los respectivos momentos del hietograma de precipitación efectiva (HPE) y del hidrograma de escurrimiento directo (HED) y para reducir el error entre los valores medidos y calculados del hidrograma se optimizaron dichos parámetros usando el algoritmo de Rosenbrock. Se obtuvo el HU único de la cuenca con la técnica de validación cruzada y la evaluación del modelo resultó de aceptable a muy bueno en el 70% de los eventos de acuerdo al índice de eficiencia de Nash-Suttcliffe (NSE).

Palabras clave: Proceso lluvia-escurrimiento, método del número de curva de escurrimiento, validación cruzada, índice de eficiencia Nash-Suttcliffe.

ABSTRACT

NASH UNIT HYDROGRAPH FOR THE CHAPINGO RIVER BASIN, MEXICO

The Unit Hydrograph (UH) was estimated for 20 precipitation events, 5 of which occurred in 2014 and 15 in 2016, and the unique UH was determined for the Chapingo river basin. Hyetographs measured with rain gauges (Thies) were used in the middle and lower part of the basin, and runoff data were measured with an ultrasonic sensor (SRF06) installed at the point of capacity of the Chapingo river, to determine the value of the runoff curve number (CN) and estimate the effective rainfall using the Soil Conservation Service (SCS) equation. The instantaneous unit hydrograph (IUH) of each rain-runoff event was estimated using the Nash equation that use the gamma probability distribution function, which is transformed into UH of duration Δt by the standardized hydrograph S method, in this case, the recording time interval is of 10 minutes. The value of the parameters, n and K , of the IUH was estimated by the respective moments of the effective rainfall hyetograph (ERH) and the direct runoff hydrograph (DRH) and to reduce the error between the measured and calculated values of the hydrograph these parameters were optimized using the Rosenbrock algorithm. The unique UH of the basin was obtained with the cross-validation technique and the evaluation model proved to be acceptable to very good in 70% of the events according to the Nash-Suttcliffe Efficiency (NSE) index.

Keywords: Rain-runoff process, runoff curve number method, cross-validation, Nash-Suttcliffe efficiency index.

CONTENIDO

DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTOS	IV
DATOS BIOGRÁFICOS	V
RESUMEN	VI
ABSTRACT	VII
ÍNDICE DE CUADROS	XII
ÍNDICE DE FIGURAS	XIV
1. INTRODUCCIÓN	1
2. HIPÓTESIS	3
3. OBJETIVOS	4
3.1. General	4
3.2. Particulares	4
4. REVISIÓN DE LITERATURA	6
4.1. Ciclo hidrológico	6
4.2. Cuenca	8
4.3. Precipitación	9

4.4.	Escurrecimiento	10
4.5.	Relaciones entre precipitación y escurrecimiento	13
4.5.1.	Número de curva de escurrecimiento	14
4.6.	Abstracciones iniciales	21
4.7.	Precipitación efectiva	23
4.8.	Circulación hidrológica	25
4.8.1.	Modelo de sistema hidrológico general	25
4.8.2.	Relación almacenamiento-descarga	26
4.8.2.1.	La cuenca como sistema lineal: método del Hidrograma Unitario	27
4.8.2.2.	Modelo de embalses lineales en serie	35
4.9.	Técnica de validación cruzada	41
4.10.	Programas de computadora	41
5.	MATERIALES Y METODOLOGÍA	42
5.1.	Materiales	42
5.1.1.	Modelo digital de elevación	42
5.1.2.	Geología y edafología	43
5.1.3.	Uso de suelo y vegetación	43
5.1.4.	Precipitación	44
5.1.5.	Precipitación efectiva	45
5.1.6.	Escurrecimientos	46
5.1.7.	Flujo base	47
5.1.8.	Número de curva de escurrecimiento	48

5.2.	Metodología	49
5.2.1.	Hidrograma Unitario	50
5.2.1.1.	Modelo de embalses lineales en serie	50
5.2.1.2.	Estimación de los parámetros K y n	50
5.2.1.3.	Hidrograma Unitario para una duración de lluvia específica	51
5.2.2.	Optimización de los parámetros K y n	53
5.2.3.	Hidrograma Unitario para la cuenca del río Chapingo	53
5.2.4.	Índice de eficiencia del modelo: Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE)	53
6.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	57
6.1.	Caracterización de la cuenca	57
6.1.1.	Delimitación	57
6.1.2.	Red de drenaje	61
6.1.3.	Geología	62
6.1.4.	Edafología	63
6.1.5.	Uso del suelo y vegetación	64
6.2.	Análisis de variables hidrometeorológicas	66
6.2.1.	Precipitación y caudales máximos	67
6.3.	Obtención de variables hidrológicas	71
6.3.1.	Número de curva de escurrimiento	71
6.3.2.	Escurrecimiento directo	73
6.4.	Hidrograma unitario para cada evento de lluvia-escurrimiento	77
6.5.	Hidrograma unitario para la cuenca del río Chapingo	84

7.	CONCLUSIONES	94
8.	LITERATURA CITADA	96
9.	ANEXOS	103
	Anexo 1. Datos registrados de las tormentas utilizadas en el estudio	103
	Anexo 2. Ordenadas de los HU para cada grupo de evento lluvia-escurrimiento	107
	Anexo 3. Obtención del hidrograma de salida mediante la aplicación de la relación de convolución al HU único	110

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Grupos de suelos del SCS (Aparicio, 2013).	15
Cuadro 2. Condición hidrológica (McCuen, 2005).	16
Cuadro 3. Número de curva del SCS (McCuen, 2005).	17
Cuadro 4. Criterios de evaluación del índice NSE (Ritter y Muñoz-Carpena, 2013).	56
Cuadro 5. Datos generales de la estación hidrométrica Chapingo (CONAGUA, 2015).	59
Cuadro 6. Parámetros morfométricos de la cuenca del río Chapingo.	60
Cuadro 7. Geología en la cuenca del río Chapingo.	62
Cuadro 8. Principales unidades de suelo en la cuenca del río Chapingo.	63
Cuadro 9. Uso de suelo y vegetación en la cuenca del río Chapingo.	65
Cuadro 10. Precipitación media mensual acumulada en Chapingo, periodo 1981-2010.	66
Cuadro 11. Serie histórica mensual de caudales máximos y precipitación (periodo 1989-1999) en la cuenca del río Chapingo.	68
Cuadro 12. Intervalos de clases para caudales máximos.	70
Cuadro 13. Clasificación de caudales pico.	70
Cuadro 14. Número de curva (NC) por complejo hidrológico para la cuenca del río Chapingo.	71
Cuadro 15. Número de curva por evento de lluvia para la cuenca del río Chapingo.	72

Cuadro 16. Ecuaciones para calcular la rama descendente del hidrograma.	74
Cuadro 17. Características de los eventos estudiados.	75
Cuadro 18. Parámetros de la función gamma.	78
Cuadro 19. Valores de NSE , Qp , Tp , volumen escurrido y su error determinados por momentos y optimización.	81
Cuadro 20. Eventos usados para el proceso de validación cruzada.	84
Cuadro 21. Combinaciones realizadas para el proceso de validación cruzada.	85
Cuadro 22. Resultados del índice NSE y de los parámetros del modelo en el proceso de validación cruzada por grupo de evento.	85
Cuadro 23. Combinaciones para la validación cruzada con la evaluación más alta por grupo de evento.	86
Cuadro 24. Validación de los eventos lluvia-escurrimiento por grupo.	88
Cuadro 25. Resultados de la validación cruzada para el HU único de la cuenca.	90
Cuadro 26. Ordenadas del HU único para la cuenca del río Chapingo.	91

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. El ciclo hidrológico (Campos, 1998).	7
Figura 2. Hidrograma aislado (Aparicio, 2013).	11
Figura 3. Abstracciones iniciales (Campos, 1998).	21
Figura 4. Ecuación de continuidad de un sistema hidrológico (Chow <i>et al.</i> , 1988).	26
Figura 5. Sistema lineal (Ayuso, 1990).	27
Figura 6. Respuesta de un sistema lineal a entradas tipo impulso (Ayuso, 1990).	31
Figura 7. Relación de convolución en una escala de tiempo continuo (Chow <i>et al.</i> , 1988).	32
Figura 8. Relaciones de convolución en una escala de tiempo discreto (Ayuso, 1990).	33
Figura 9. Modelo conceptual de embalses lineales en serie (Chow <i>et al.</i> , 1988).	35
Figura 10. Ubicación de los pluviógrafos en la cuenca del río Chapingo.	44
Figura 11. Precipitación efectiva.	45
Figura 12. Sensor ultrasónico (SRF06).	46
Figura 13. Técnica de la línea recta para separar flujo base (Elaboración propia).	47
Figura 14. Esquema general metodológico.	49
Figura 15. Momentos de las áreas para un sistema lineal (Ayuso, 1990).	50
Figura 16. HU para una duración de lluvia efectiva específica (Ayuso, 1990).	52

Figura 17. Relación entre NSE y RMSE (Ritter y Muñoz-Carpena, 2013).	55
Figura 18. Mapa de ubicación de la cuenca del río Chapingo.	58
Figura 19. Estación de aforo Chapingo.	59
Figura 20. Perfil longitudinal de la corriente principal del río Chapingo.	60
Figura 21. Mapa de hidrografía de la cuenca del río Chapingo.	61
Figura 22. Mapa de geología de la cuenca del río Chapingo.	62
Figura 23. Mapa de edafología de la cuenca del río Chapingo.	63
Figura 24. Mapa de uso de suelo y vegetación de la cuenca del río Chapingo.	64
Figura 25. Serie anual histórica de caudales máximos en la cuenca del río Chapingo.	67
Figura 26. Comportamiento histórico de Q_p , P y P_5 , periodo 1980-1999 para la cuenca del río Chapingo.	69
Figura 27. Relación entre precipitación y número de curva en la cuenca del río Chapingo.	73
Figura 28. Hidrograma a) bimodal y b) unimodal.	74
Figura 29. Eventos lluvia-escorrentía usados en este estudio.	77
Figura 30. Hidrograma unitario para cada tormenta.	80
Figura 31. Comparación de hidrogramas de escorrentía directa observados y estimados.	83
Figura 32. Valores del índice de eficiencia NSE y de los parámetros del modelo por grupo de evento.	86
Figura 33. HU para eventos a) pequeños, b) medianos y c) grandes.	87
Figura 34. Evaluación de los eventos usados respecto al HU por grupo.	89
Figura 35. HU único para la cuenca del río Chapingo.	91

Figura 36. Hidrograma de escurrimiento directo obtenido a partir del HU único de 10 minutos.	92
Figura 37. Hidrogramas estimados por el HU único.	93

1. INTRODUCCIÓN

La cuenca del río Chapingo se ubica en la cuenca alta del río Pánuco, en la región hidrológica XIII del Valle de México enmarcada en las coordenadas geográficas 19°29'33'' N, 98°53'21'' O y 19°25'12'' N, 98°45'43'' O con una superficie de 1,828 ha. En esta cuenca se han realizado diversos estudios de tipo hidrológico; sin embargo, por escasez de información hidrométrica y climatológica, sólo se han llegado a valores meramente estimativos en cuanto a la cantidad de escurrimientos y producción de sedimentos (Márquez, 2013). La escasez de la información hidroclimática afecta a todas las cuencas hidrográficas de México ya que no se dispone de registros de la evolución temporal de la lluvia y escurrimiento en los eventos de precipitación; es común encontrar, en el mejor de los casos, escurrimientos medios anuales en los ríos principales y las precipitaciones totales de cada evento de precipitación (CONAGUA, 2015).

Los balances hidrológicos son la base para la programación de los volúmenes de aguas superficiales a otorgar para diferentes usos, aguas abajo de las cuencas hidrográficas. Un balance aceptable requiere de un conocimiento preciso de las entradas y salidas en las cuencas, de estas últimas destacan por su dificultad y costo en su medición, la evapotranspiración, la infiltración y escurrimiento superficial.

Las relaciones precipitación-escorrentía se utilizan principalmente para estimación de avenidas con fines de diseño de obras hidráulicas, para sistemas de alerta temprana de inundaciones y la evaluación de los efectos ambientales de algunas obras y de cambios de uso de suelo. Si no hay datos de escorrentía, o los que hay son insuficientes para una interpretación o extrapolación fiables, la estimación de ellos a partir de precipitación y de algunas características de la cuenca es muy útil.

La generación del hidrograma, en un punto de la red de drenaje como respuesta de la cuenca vertiente al mismo para un evento de precipitación, es un proceso complejo que depende tanto de las características de la cuenca como de las de la tormenta, o suceso de lluvia. Uno de los métodos más extendidos en el diseño hidrológico para simular el Hidrograma de Escorrentía Directo (HED) es la técnica del Hidrograma Unitario (HU) propuesto por Sherman (1932), que caracteriza la respuesta hidrológica superficial media de una cuenca y se define como el HED originado por una altura unitaria de lluvia efectiva, caída uniformemente sobre la cuenca durante un periodo de tiempo determinado (Chow *et al.*, 1988). En la práctica, se supone que el hidrograma unitario no varía en el tiempo. Además, supone que los volúmenes de escorrentía diferentes al volumen unitario producen hidrogramas que son proporcionales al hidrograma unitario.

El objetivo fundamental de este trabajo es analizar la respuesta hidrológica de la cuenca del río Chapingo a la precipitación, estimando el hidrograma unitario del modelo de embalses lineales en serie de Nash (1957).

2. HIPÓTESIS

Es posible realizar estimaciones confiables del hidrograma de salida de una cuenca a partir de los registros de precipitación, aplicando la teoría del Hidrograma Unitario de Nash (HUN) que relaciona los procesos de lluvia y escurrimiento.

3. OBJETIVOS

3.1. General

- Estimar el Hidrograma Unitario (HU) de la cuenca del río Chapingo, analizando y procesando diversos hietogramas de precipitación efectiva y sus correspondientes hidrogramas de escurrimiento directo a partir del modelo de embalses lineales en serie propuesto por Nash (1957).

3.2. Particulares

- Determinar el número de curva de escurrimiento (NC) único de la cuenca por el método del Servicio de Conservación de Suelos (SCS) y para cada evento de lluvia-escurrimiento a partir de los registros de lámina precipitada y lámina de escurrimiento directo.
- Estimar el Hidrograma Unitario para cada evento de lluvia estudiado, utilizando el modelo de embalses lineales en serie de Nash.
- Optimizar los parámetros n y K del modelo usando el algoritmo de Rosenbrock, para reducir el error de estimación del hidrograma de salida de la cuenca.

- Estimar el HU único para la cuenca del río Chapingo usando el método de validación cruzada.
- Validar el Hidrograma Unitario único de la cuenca del río Chapingo estimando el hidrograma de escurrimiento directo a la salida de la cuenca de diversos eventos de lluvia-escurrimiento.

4. REVISIÓN DE LITERATURA

4.1. Ciclo hidrológico

El ciclo hidrológico, es un término descriptivo aplicable a la circulación general del agua en la tierra, el cual se define como:

“Sucesión de etapas que atraviesa el agua al pasar de la atmósfera a la tierra y volver a la atmósfera: evaporación desde el suelo, mar o aguas continentales, condensación de nubes, precipitación, acumulación en el suelo o masas de agua y reevaporación” (Campos, 1998).

El ciclo hidrológico involucra un proceso de transporte recirculatorio e indefinido o permanente, este movimiento permanente del ciclo se debe fundamentalmente a dos causas: la primera, el sol que proporciona la energía para elevar el agua (evaporación); la segunda, la gravedad terrestre, que hace que el agua condensada descienda, es decir, la precipitación y el escurrimiento (Campos, 1998).

Este ciclo se visualiza iniciándose con la evaporación del agua de los océanos. El vapor de agua resultante es transportado por las masas móviles de aire y bajo condiciones adecuadas este vapor se condensa para formar nubes, las cuales, a su vez, pueden transformarse en precipitación que cae sobre la tierra y se dispersa de diversas maneras. La mayor parte de ésta es retenida temporalmente por el suelo que regresa eventualmente a la atmósfera por

evaporación y transpiración de las plantas, otra porción de agua viaja sobre la superficie del suelo o a través de éste hasta alcanzar los canales de las corrientes. La porción restante penetra más profundamente en el suelo para hacer parte del suministro del agua subterránea. Bajo la influencia de la gravedad, tanto el escurrimiento superficial como el agua subterránea se mueven cada vez hacia zonas más bajas y con el tiempo pueden incorporarse a los océanos. Sin embargo, una parte importante del escurrimiento superficial y del agua subterránea regresa a la atmósfera por medio de evaporación y transpiración, antes de alcanzar los océanos (Linsley *et al.*, 1975).

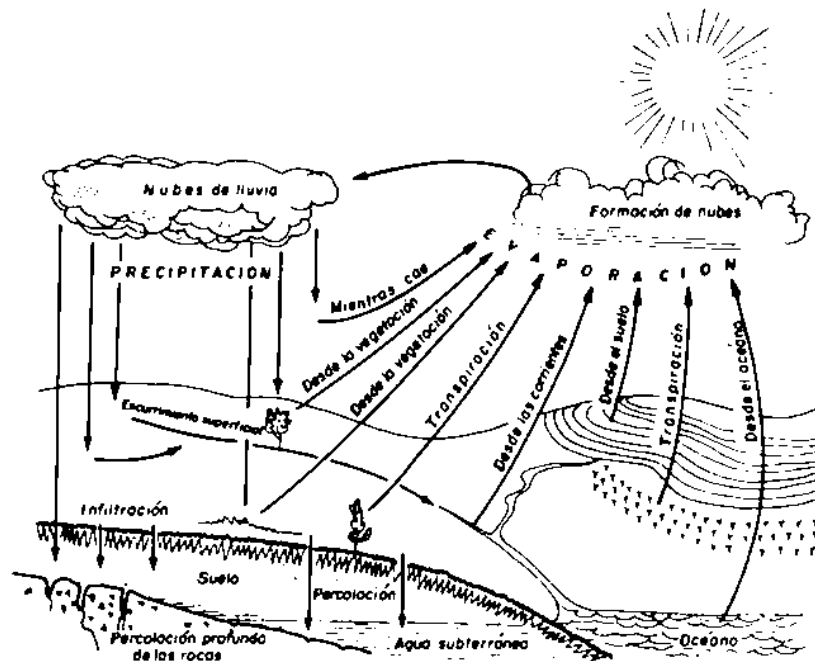


Figura 1. El ciclo hidrológico (Campos, 1998).

4.2. Cuenca

La cuenca hidrográfica es el espacio de territorio delimitado por la línea divisoria de las aguas, conformado por un sistema hídrico que conducen sus aguas a un río principal, a un lago o a al mar. Este es un ámbito tridimensional que integra las interacciones entre la cobertura sobre el terreno, las profundidades del suelo y el entorno de la línea divisoria de las aguas, en cambio la cuenca hidrológica es la unidad morfológica constituida por la cuenca hidrográfica y las aguas subterráneas (Gómez, 2004).

En función de la dinámica hidrológica se pueden reconocer tres zonas funcionales distintas al interior de una cuenca (Garrido, *et al.*, 2010):

- a. Zona de captación, de cabecera o cuenca alta. Es la porción altimétrica más elevada, abarca sistemas de montañas y lomeríos. En esta zona se forman los primeros escurrimientos luego que los suelos han absorbido y retenido toda el agua según su capacidad.
- b. Zona de almacenamiento, de transición o cuenca media. Es un área de transición y erosión, donde los escurrimientos iniciales fluyen aportando diferentes caudales, cuyas concentraciones de sedimentos, contaminantes y materia orgánica difieren en función de las actividades que se desarrollan dentro de la cuenca.
- c. Zona de descarga, de emisión o cuenca baja. Es el sitio donde el río principal desemboca en el mar o en un lago, es un área muy productiva para el uso agrícola y donde se acumulan los impactos de toda la cuenca.

4.3. Precipitación

La precipitación es la fuente primaria del agua de la superficie terrestre, y sus mediciones forman el punto de partida de la mayor parte de los estudios concernientes al uso y control del agua (Aparicio, 2013).

Las gotas de lluvia constituyen el estímulo al que la cuenca responde mediante el escurrimiento en su salida. El origen de la precipitación requiere que una parte de la atmosfera se enfríe hasta que el aire se sature con el vapor de agua, originándose la condensación. El enfriamiento de la atmósfera se logra por la elevación del aire. De acuerdo con la condición que provoca dicha elevación la precipitación puede ser por convección, orográfica y ciclónica (Springall, 1970).

Escalante y Reyes (2013) describen cada una de ellas como sigue a continuación.

- Orográfica. Una corriente de aire puede ser forzada a ascender cuando encuentra en su camino una elevada forma del terreno, ya sea una sola montaña o una cordillera. Al elevarse el flujo se enfría y condensa dando lugar al nacimiento de nubes principalmente cúmulos o altocúmulos.
- Convectiva. El aire puede elevarse por sí mismo al calentarse dando lugar a las corrientes de convección. Este proceso es muy común en verano, pues el aire cercano al suelo se calienta rápidamente a causa del calor desprendido por la tierra y el irradiado por el sol, por lo que se vuelve más liviano que lo rodea y asciende dando lugar a cúmulos. Cuando estas corrientes son fuertes generan nubes de tormenta.

- **Ciclónica.** Una corriente puede elevarse cuando dos masas de diferentes tipos de aire (caliente-frío) se encuentran formando lo que se dice un “frente” que es el límite que separa una región de aire caliente de uno frío. Si esas dos masas se mueven a distintas velocidades la más cálida se desliza sobre el frente ascendiendo a niveles superiores. A medida que el aire se eleva se forman diferentes tipos de nubes, siendo más espesas cerca de la superficie generando precipitaciones en la parte baja.

4.4. Escurrimiento

Durante la precipitación existen diversos factores que atenúan el proceso de lluvia-escurrimiento, parte del agua de lluvia al caer es interceptada por casas, edificios y vegetación. Este proceso ocasiona que solo un porcentaje de la lluvia escurra y otro se infiltre en el terreno. En general la respuesta de la cuenca, ante los diferentes fenómenos depende de las características propias de la misma como son su tipo y uso de suelo, vegetación existente, arreglo de corrientes naturales, longitud de sus cauces y topografía, la interacción de los factores antes mencionados ocasiona la disminución o el aumento del escurrimiento superficial.

Cuando la lluvia, es de tal magnitud que sobrepasa la capacidad de infiltración o retención del terreno y la vegetación, el excedente produce un escurrimiento sobre la superficie del terreno, que se mueve por efecto de la gravedad hacia las partes de la cuenca, llenando

depresiones hasta adquirir las condiciones que le permitan fluir sobre el terreno hacia los cauces (Domínguez *et al.*, 2008).

Aparicio (2013) define el escurrimiento como el agua proveniente de la precipitación que circula sobre o bajo la superficie terrestre y que llega a una corriente, o la que fluye de los cauces de los ríos.

La medición del gasto que escurre por una sección determinada durante un periodo de tiempo definido proporciona un hidrograma, Chow (1959) definió al hidrograma como la expresión integral de las características fisiográficas y climáticas que rigen las relaciones entre la lluvia y el escurrimiento de una cuenca.

Los principales elementos de un hidrograma son (Figura 2):

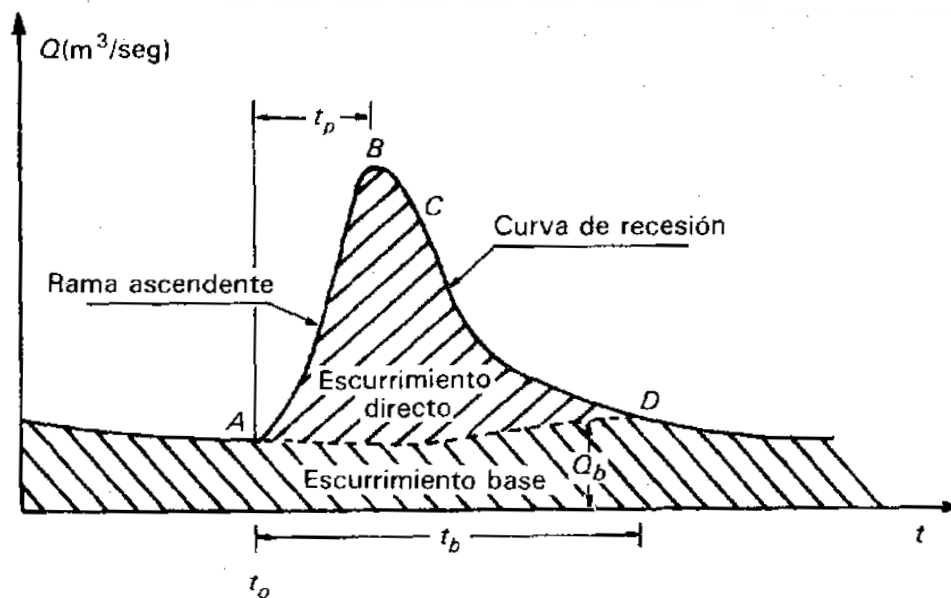


Figura 2. Hidrograma aislado (Aparicio, 2013).

(A) Punto de Levantamiento. En este punto, el agua proveniente de la tormenta bajo análisis comienza a llegar a la salida de la cuenca y se produce inmediatamente después de iniciada la tormenta, se presenta durante o incluso algún tiempo después que cesó de llover.

(B) Pico. Es el punto más alto producido por la tormenta. El más importante en un hidrograma para fines de diseño.

(C) Punto de inflexión. Este punto se presenta cuando termina el flujo sobre el terreno de aquí en adelante el escurrimiento ocurre por canales y subterráneo.

(D) Fin del escurrimiento directo. De este punto en adelante el escurrimiento solo es de origen subterráneo, normalmente se considera como el punto de mayor curvatura de la curva de recesión.

T_p Tiempo de pico. Es el tiempo que transcurre desde el tiempo de levantamiento hasta el pico del hidrograma.

T_b Tiempo base: Tiempo que dura el escurrimiento directo desde el punto base hasta el final del escurrimiento directo.

Rama ascendente. Es la parte del hidrograma que va desde el punto de levantamiento hasta el pico.

Rama descendente o curva de recesión. Es la parte del hidrograma que va desde el pico hasta el final del escurrimiento directo. Tomada a partir del punto de inflexión.

4.5. Relaciones entre precipitación y escurrimiento

En general, los registros de precipitación son más abundantes que los de escurrimiento y, además, no se afectan por cambios en la cuenca, como construcción de obras de almacenamiento y derivación, talas, urbanización, entre otras. Por ello, es conveniente contar con métodos que permitan determinar el escurrimiento en una cuenca mediante las características de la misma y la precipitación. Las características de la cuenca se conocen por medio de modelos de elevación digital, planos topográficos y de uso de suelo; y la precipitación a través de mediciones directas.

Los principales parámetros que intervienen en el proceso de conversión de lluvia a escurrimiento son los siguientes (Aparicio, 2013):

- I. Área de la cuenca.
- II. Altura total de precipitación.
- III. Características generales o promedio de la cuenca (forma, pendiente, vegetación).
- IV. Distribución de la lluvia en el tiempo.
- V. Distribución en el espacio de la lluvia y de las características de la cuenca.

4.5.1. Número de curva de escurrimiento

El procedimiento del número de curva de escurrimiento (NC) fue desarrollado por el extinto Departamento de Conservación de Suelos (SCS, por sus siglas en inglés) del Departamento de Agricultura de los Estados Unidos (USDA) (USDA-SCS, 1972) como un simple procedimiento para calcular el volumen de escurrimiento generado por grandes tormentas en pequeñas cuencas agropecuarias.

En el método del SCS utiliza una combinación específica de suelo, uso del terreno y su tratamiento y se denomina: *complejo hidrológico Suelo-cobertura*. El valor de NC es un parámetro hidrológico de una cuenca o zona determinada e indica el potencial para generar escurrimiento, de manera que un alto valor de NC producirá gran escurrimiento y viceversa (Campos, 1998).

La metodología se puede aplicar a cuencas no instrumentadas y los NC se pueden obtener de tablas que pueden tener modificaciones por pendiente y por humedad antecedente. Las curvas numéricas son similares al coeficiente de escurrimiento (McCuen, 2005).

Grupos de suelo

Las propiedades de un suelo son un factor esencial en el proceso de generación del escurrimiento por medio de un parámetro hidrológico: la velocidad de infiltración mínima obtenida para un suelo desnudo después de estar mojado suficiente tiempo (Campos, 1998).

Usando las características texturales de los suelos y el parámetro de velocidad de infiltración, el Servicio de Conservación de Suelos (SCS) clasificó a aquellos en cuatro grupos de acuerdo a sus características hidrológicas para producir escurrimiento como se muestra en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Grupos de suelos del SCS (Aparicio, 2013).

Grupo de suelo	Característica
A	Potencial de escurrimiento bajo, suelos con altas capacidades de infiltración cuando están completamente húmedos, principalmente arenas y gravas muy bien ordenadas. Suelos con alta transmisión de agua
B	Suelos con capacidades de infiltración moderadas cuando están completamente húmedos, principalmente suelos medianamente profundos y drenados, con textura de sus agregados variando entre moderada y muy fina. Tiene velocidades medias de transmisión de agua.
C	Suelos con capacidades de infiltración baja cuando están completamente húmedos, principalmente con suelos que contienen una capa que impide el movimiento hacia abajo o suelos con textura fina o moderadamente fina. Tiene baja transmisión de agua.
D	Suelos con capacidades de infiltración muy bajas cuando están completamente húmedos. Se expanden significativamente cuando se mojan, arcillas altamente plásticas y ciertos suelos salinos. Suelos con transmisión de agua muy baja.

Condiciones hidrológicas

Este indicador de la cubierta vegetal y su variación depende de la densidad de la cobertura vegetal, de tal manera que se agrupan en los tres grupos indicados a continuación.

Cuadro 2. Condición hidrológica (McCuen, 2005).

Valor asignado	Condición Hidrológica
1	Pobre (<50%)
2	Media (50% - 75%)
3	Buena (>75%)

Números de curva de escurrimiento

En el Cuadro 3 (traducción de McCuen, 2005) se presentan los números de curva (adimensional) para diferentes usos del suelo, para condiciones medias de humedad (Condición II) y para pendientes del terreno de 5%. El NC toma valores entre 0 y 100; para superficies impermeables y de agua el NC = 100, para superficies naturales NC < 100 y para superficie sin escurrimiento NC = 0.

Cuadro 3. Número de curva del SCS (McCuen, 2005).

Descripción de Uso del Suelo	% De Permeabilidad	Grupo hidrológico del suelo			
		A	B	C	D
Áreas urbanas totalmente desarrolladas (vegetación establecida)					
Céspedes, espacios abiertos, parques, campos de golf, cementerios, etc.					
Óptimas condiciones; cubierta de pastos en un 75% o más del área		39	61	74	80
Condiciones aceptables; cubierta de pastos en un 50 % a 75 % del área		49	69	79	84
Condición pobre; cubierta de pastos menor del 50 % del área		68	79	86	89
Aparcamientos pavimentados, azoteas, calzadas, etc.		98	98	98	98
Calles y carreteras					
Pavimentado con frenos y alcantarillas pluviales		98	98	98	98
Grava		76	85	89	91
Tierra		72	82	87	89
Pavimentados con cunetas y alcantarillados		83	89	92	93
Áreas empresariales y comerciales	85	89	92	94	95
Distritos industriales	72	81	88	91	93
Hieleras de casas, poblados y áreas residenciales con tamaño de 1/8 de acre o menos	65	77	85	90	92
Residencial: tamaño de lote promedio					
1/4 de hectárea	38	61	75	83	87
1/3 de hectárea	30	57	72	81	86
1/2 de hectárea	25	54	70	80	85
1 hectárea	20	51	68	79	84
2 hectárea	12	46	65	77	82
El desarrollo de áreas urbanas (ninguna vegetación establecida)					
Área recién clasificada		77	86	91	94

Uso del suelo	Tratamiento o práctica	Condición hidrológica	A	B	C	D
Suelo Agrícola cultivado						
Barbecho	Surcos rectos		77	86	91	94
	Labranza de conservación	Pobre	76	85	90	93
	Labranza de conservación	Buena	74	83	88	90
	Surcos continuos	Pobre	72	81	88	91
	Surcos continuos	Buena	67	78	85	89
	Labranza de conservación	Pobre	71	80	87	90
Cultivos en línea	Labranza de conservación	Buena	64	75	82	85
	Contorneado	Pobre	70	79	84	88
	Contorneado	Buena	65	75	82	86
	Contorneado y conservación	Pobre	69	78	83	87
	Contorneado y conservación	Buena	64	74	81	85
	Contorneado y terrazas	Pobre	66	74	80	82
	Contorneado y terrazas	Buena	62	71	78	81
	Contorneado y terrazas	Pobre	65	73	79	81
	Cultivos de conservación	Buena	61	70	77	80
	Surcos continuos	Pobre	65	76	84	88
	Surcos continuos	Buena	63	75	83	87
	Cultivos de conservación	Pobre	64	75	83	86
Granos pequeños	Cultivos de conservación	Buena	60	72	80	84
	Contorneado	Pobre	63	74	82	85
	Contorneado	Buena	61	73	81	84
	Contorneado y conservación	Pobre	62	73	81	84
	Cultivos	Buena	60	72	80	83
	Contorneado y terrazas	Pobre	61	72	79	82
	Contorneado y terrazas	Buena	59	70	78	81

	Contorneado y terrazas	Pobre	60	71	78	81
	Y cultivos de conservación	Buena	58	69	77	80
	Surcos rectos	Pobre	66	77	85	89
	Surcos rectos	Buena	58	72	81	85
Leguminosas praderas con	Contorneo	Pobre	64	75	83	85
rotación de cultivos	Contorneo	Buena	55	69	78	83
	Contorneado y terrazas	Pobre	66	73	80	83
	Contorneado y terrazas	Buena	51	67	76	80
	Tratamiento no mecanizado	Pobre	68	79	86	89
	Tratamiento no mecanizado	Buena	49	69	79	84
Tierra agrícola no	Tratamiento no mecanizado	Pobre	39	61	74	80
cultivada	Contorneado	Buena	47	67	81	88
	Contorneado	Pobre	25	59	75	83
	Contorneado	Buena	6	35	70	79
Pradera permanente	-		30	58	71	78
	Pobre		55	73	82	86
Tierra forestal, césped o huertos siempre verdes o deciduos	Media		44	65	76	82
	Buena		32	58	72	79
	Pobre		48	67	77	83
Matorral	Buena		20	48	65	73
	Pobre		45	66	77	83
Bosque	Media		36	60	73	79
	Buena		25	55	70	77
Granjas	-		59	74	82	86
Variedad Forestal						
Bosques-Pastos	Pobre			79	86	92
Herbáceas	Media			71	80	89

	Buena	61	74	84
	Pobre	65	74	
Robles – álamos	Media	47	57	
	Buena	30	41	
	Pobre	72	83	
<i>Juniperus</i> – pastos	Media	58	73	
	Buena	41	61	
	Pobre	67	80	
Salvia – pastos	Media	50	63	
	Buena	35	48	

4.6. Abstracciones iniciales

Musgrave y Holtan (1964) definen a las pérdidas iniciales o abstracciones iniciales, como la cantidad máxima de lluvia que puede ser absorbida bajo condiciones específicas sin que se produzca escurrimiento (Figura 3).

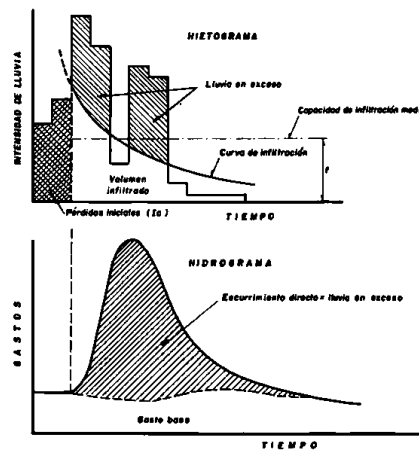


Figura 3. Abstracciones iniciales (Campos, 1998).

El SCS (1972), designa a las pérdidas iniciales como Abstracción inicial (I_a) indicando que abarca los tres conceptos siguientes: interceptación de la vegetación, almacenamiento superficial e infiltración, todos los cuales ocurren antes de que el escurrimiento empiece. Basándose en los registros de lluvia y escurrimiento de un número considerable de pequeñas cuencas experimentales, este organismo encontró la siguiente relación:

$$I_a = 0.20(S) \quad (1)$$

En la cual, S es la llamada infiltración potencial o retención potencial de la cuenca, en milímetros, se determina con la ecuación (2), en función del número de curva de escurrimiento (adimensional) del complejo hidrológico suelo-cobertura:

$$S = \frac{25,400}{NC} - 254 \quad (2)$$

El método del NC expresa el volumen de agua disponible para escurrir superficialmente como una función de la lluvia y el almacenamiento según:

$$Q = \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} \quad ; \quad \text{para } P \geq 0.2S, \text{ de otra forma } Q = 0 \quad (3)$$

mientras que $Q=0$ para $P \leq 0.2S$, donde Q = escurrimiento (mm), P = precipitación (mm), S = retención potencial máxima (mm). S se transforma en el parámetro adimensional NC mediante:

$$NC = \frac{25400}{(254 + S)} \quad (4)$$

Si hay datos locales de precipitación y escurrimiento es posible determinar los NC correspondientes a cada evento. De la ecuación (3) se obtiene:

$$S = 5[P + 2Q - (4Q^2 + 5PQ)^{1/2}] \quad (5)$$

Entonces, cualquier par (P, Q) ($0 < Q < P$) da una solución para S y mediante la ecuación (4) se obtiene el valor del NC (Hawkins, 1993).

$$NC = \frac{25400}{5[P + 2Q - (4Q^2 + 5PQ)^{1/2}] + 254} \quad (6)$$

Donde P es la lámina precipitada en mm y Q es la lámina escurrida en mm.

4.7. Precipitación efectiva

Algunas lluvias de larga duración con alturas o láminas significativas no generan en la cuenca más que un pequeño incremento en el escurrimiento, mientras que bastan tormentas cortas que aportan alturas de lluvia del mismo orden, para producir avenidas importantes. Lo anterior pone de manifiesto la importancia de conocer en cada instante de la tormenta, que parte o porcentaje de las precipitaciones llegan a producir finalmente escurrimiento directo, es decir lluvia en exceso (Campos, 1998).

Si P es la precipitación total, en mm, que ocurre en la cuenca durante una tormenta, la ecuación de balance hídrico, cuyas variables están medidas en milímetros, será:

$$P = L + E + Sd + F + P_{efec} \quad (7)$$

En la cual:

L = altura de lluvia detenida por la intercepción.

E = altura de agua perdida por evaporación del suelo y superficies de agua.

S_d = lámina de agua correspondiente al almacenaje en las depresiones superficiales.

F = altura de agua absorbida por el suelo, (infiltración).

P_{efec} = altura de lluvia en exceso (llamada también lluvia neta, lluvia de excedencia o en este caso precipitación efectiva), es la porción de la precipitación total que llega a la salida de la cuenca como escurrimiento superficial directo.

A la suma de los términos L , E , S_d y F , se le denomina pérdida de la tormenta (abstracciones iniciales) y en general su sumando más importante lo constituye la infiltración (F). De acuerdo al U. S. Soil Conservation Service (1972), el escurrimiento superficial acumulado Q en milímetros (igual a la precipitación efectiva) tiene la expresión siguiente:

$$Q = P_{efec} = \frac{Pe^2}{Pe + S} \quad (8)$$

Siendo S , la infiltración potencial (retención máxima de la cuenca) y Pe la llamada precipitación en exceso acumulada, igual a:

$$Pe = P - Ia \quad (9)$$

En donde, P es la lluvia acumulada en milímetros e Ia es la abstracción inicial, de acuerdo a la magnitud de la tormenta.

Entonces si $Ia = 0.2(S)$, la ecuación (8) se transforma en:

$$Q = P_{efec} = \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S}; \text{ para } P \geq 0.2S, \text{ de otra forma } Q = 0 \quad (10)$$

En la expresión anterior, P y P_{efec} están expresadas en milímetros (Campos, 1998).

4.8. Circulación hidrológica

4.8.1. Modelo de sistema hidrológico general

La cantidad de agua almacenada en un sistema hidrológico, S , puede relacionarse a los caudales de entrada I , y de flujo de salida Q , mediante la ecuación de continuidad (11):

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \quad (11)$$

Si el sistema hidrológico es un depósito, tal como el de la Figura 4 en el que S varía (aumenta y/o disminuye) con el tiempo en la respuesta a I y Q , y a sus variaciones con respecto al tiempo, el almacenamiento en cualquier instante, puede expresarse por una función de almacenamiento (Chow *et al.*, 1988) como:

$$S = f\left(I, \frac{dI}{dt}, \frac{d^2I}{dt^2}, \dots, Q, \frac{dQ}{dt}, \frac{d^2Q}{dt^2}\right) \quad (12)$$

La función f estará determinada por la naturaleza del sistema hidrológico que se trate.

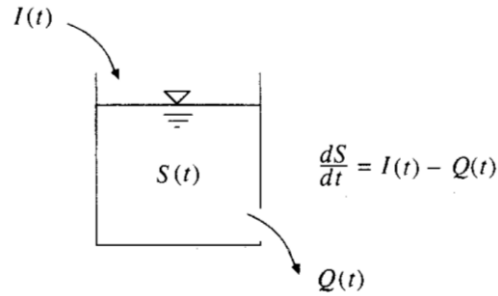


Figura 4. Ecuación de continuidad de un sistema hidrológico (Chow *et al.*, 1988).

4.8.2. Relación almacenamiento-descarga

La forma específica de la función de almacenamiento dependerá de la naturaleza del sistema que se trate (Ayuso, 1990):

- Circulación a través de embalses por el método de la superficie libre horizontal, en el que el almacenamiento, S , es una función no lineal de Q solamente

$$S = f(Q)$$

y la función $f(Q)$ se determina relacionando el almacenamiento S , y el caudal de salida Q , a la cota h de la superficie libre en el embalse.

- Circulación a través de canales por el método de Muskingum, en el que el almacenamiento S , está linealmente relacionado a I y Q .
- Circulación a través de cuencas, mediante la utilización de modelos conceptuales de cuenca, que pretenden predecir el hidrograma resultante como respuesta a la lluvia, en los que el almacenamiento S , es una función lineal de Q y sus derivadas respecto al tiempo.

4.8.2.1. La cuenca como sistema lineal: método del Hidrograma Unitario

La cuenca puede ser considerada como un sistema lineal invariable en el tiempo, en el que la entrada sería la precipitación efectiva y la salida el caudal de escurrimiento directo. Este supuesto permite la aplicación de la teoría del Hidrograma Unitario (HU), propuesta por Sherman en 1932, para la obtención del hidrograma de salida. El método del HU es el más conocido y la técnica más usada en el análisis del fenómeno lluvia-escurrimiento en una cuenca.

La esencia de la linealidad de un sistema se resume en dos principios básicos (Dooge, 1973).

- I. El de proporcionalidad, que establece que si la entrada $X_1(t)$ al sistema produce la salida $Y_1(t)$, la entrada $C \cdot X_1(t)$ producirá la salida $C \cdot Y_1(t)$, siendo C una constante.
- II. El de superposición o aditividad, que establece que si dos entradas individuales $X_1(t)$ y $X_2(t)$ producen, respectivamente, las salidas $Y_1(t)$ e $Y_2(t)$, la entrada $X_1(t) + X_2(t)$ producirá la salida $Y_1(t) + Y_2(t)$.

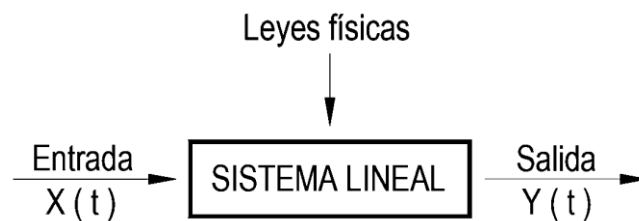


Figura 5. Sistema lineal (Ayuso, 1990).

Invariable en el tiempo indica que sus parámetros no cambian con el mismo, es decir, la forma de la salida dependerá únicamente de la entrada y no del tiempo que se aplica la misma. Por consiguiente, si:

$$X(t) \rightarrow Y(t)$$

Para el sistema invariable en el tiempo

$$X(t+\tau) \rightarrow Y(t+\tau)$$

Siendo τ un tiempo positivo o negativo.

Aunque el supuesto de sistema lineal invariable en el tiempo para una cuenca no es del todo correcto debido al alto grado de no linealidad de las cuencas, se usa en la aplicación práctica debido a la simplificación que ello supone.

Los siguientes supuestos son hechos al usar el principio del hidrograma unitario propuesto por Sherman (1932):

- a) La cuenca responde como un sistema lineal. Esto implica, que por el principio de proporcionalidad, las diferentes magnitudes de las intensidades de la precipitación efectiva producen respuestas de la cuenca consecuentemente proporcionales y que por el principio de superposición, las respuestas a diferentes aguaceros pueden superponerse para obtener la respuesta compuesta de la cuenca.
- b) El volumen de la precipitación efectiva está uniformemente distribuido sobre el área completa de la cuenca. Esto puede ser difícil de cumplir en grandes cuencas.
- c) La intensidad del exceso de lluvia es constante durante la duración de la lluvia.

- d) La duración del hidrograma de escurrimiento directo (tiempo base del hidrograma) es independiente de la intensidad de la precipitación efectiva y depende solamente de la duración de la lluvia.

Se asume que el HU es una función de respuesta de la cuenca constante siempre que no existan cambios importantes en los usos del suelo. La teoría del HU no considera diferencias en la respuesta de la cuenca a diferentes condiciones estacionales. Una de las limitaciones más importantes de la teoría del HU es el supuesto de linealidad. De hecho, la cuenca es un sistema altamente no lineal (Huggins y Burney, 1982). Esto supone que el método del HU no sea aplicable a cuencas en las que el efecto de almacenamiento sea apreciable (Gray, 1973). Las cuencas pequeñas muestran un mayor grado de no linealidad que las cuencas más grandes (Huggins y Burney, 1982). En la práctica, el supuesto de linealidad es útil por la relativa simplicidad de las ecuaciones y la aceptabilidad de los resultados en la mayoría de los problemas de ingeniería.

Existen discrepancias en cuanto a la extensión de las cuencas para la aplicabilidad del método del HU. Sherman (1932) lo utilizó en cuencas de 1,300 km² a 8,000 km², Linsley *et al.* (1975) recomiendan su uso en cuencas de menos de 5,000 km², mientras que Ponce (1989) sugiere su aplicación solamente a cuencas de tamaño medio de 2.5 a 250 km², puesto que el modelo del HU asume que la lluvia es uniforme sobre el área de la cuenca.

Teóricamente, los HU deducidos de diferentes episodios de lluvia-escurrimiento deberían ser idénticos, sin embargo, esto es prácticamente imposible. Para deducir una respuesta promedio, Ponce (1989) recomienda deducir hidrogramas unitarios de al menos 5 eventos de lluvia-escurrimiento.

Hidrograma unitario. Se define como el hidrograma de escurrimiento directo que resulta de un volumen unitario de exceso de lluvia de intensidad constante y uniformemente distribuida sobre el área de drenaje de la cuenca.

La duración del volumen unitario del exceso de lluvia, denominada *duración efectiva*, define y caracteriza el hidrograma unitario particular. Así pues, el hidrograma unitario de T horas de una cuenca, se define como el hidrograma de escurrimiento directo, originado por un volumen unitario de precipitación efectiva uniforme, que cae sobre la cuenca en T horas. Si el volumen unitario, cae en un tiempo $dT \rightarrow 0$, el hidrograma resultante es el Hidrograma Unitario Instantáneo (HUI). En Ingeniería de Sistemas, el HUI es la respuesta impulso del sistema cuenca a una entrada impulso instantánea. Aunque es un concepto teórico, es útil porque el HUI caracteriza la respuesta de la cuenca a la lluvia sin referencia a la duración de la misma (Ayuso, 1990).

Si el sistema recibe una entrada de cuantía unitaria, aplicada instantáneamente en el tiempo τ , la respuesta del sistema en un tiempo posterior, t , se describe por la función salto de Heaviside $h(t-\tau)$, siendo $t-\tau$ el tiempo de retraso *-tiempo lag-* desde que se aplica el impulso unitario (Figura 6 a). Si se aplican dos impulsos instantáneos en los tiempos τ_1 y τ_2 de cuantía dos unidades el primero, y unitario el segundo, la respuesta o salida del sistema sería $2h(t-\tau_1)+h(t-\tau_2)$ (Figura 6 b).

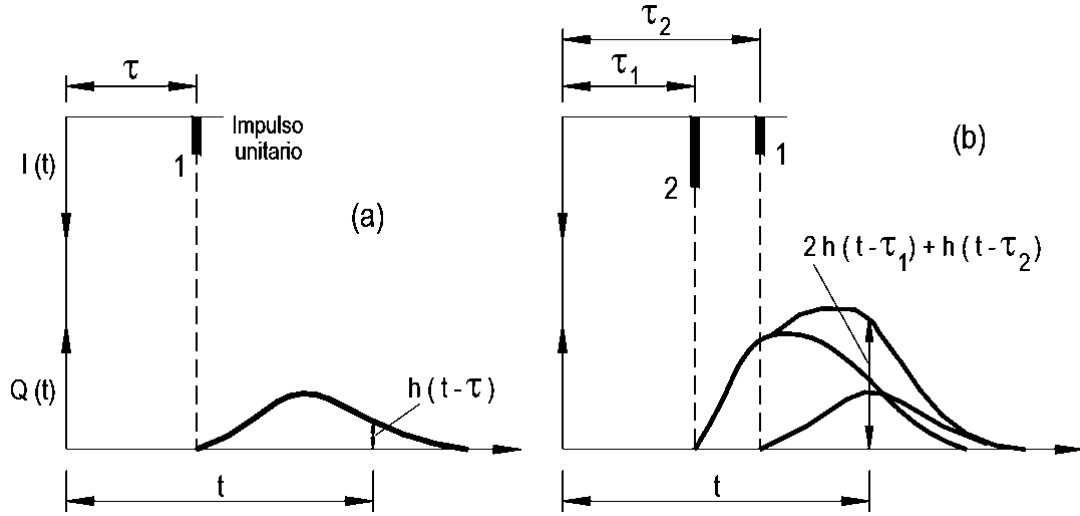


Figura 6. Respuesta de un sistema lineal a entradas tipo impulso (Ayuso, 1990).

De la misma manera, una entrada continua al sistema, puede tratarse como una suma de impulsos de duración infinitesimal. Así, si $I(\tau)$ es la intensidad de precipitación efectiva en mm/h. y $d\tau$ es el intervalo de tiempo infinitesimal, medido en horas, $I(\tau)d\tau$ será la altura de lluvia efectiva que entra al sistema en dicho intervalo de tiempo $d\tau$. Por consiguiente, la respuesta del sistema en un tiempo posterior, $t-\tau$, que resulta de dicha entrada será $I(\tau) h(t-\tau) d\tau$. La respuesta a la función completa $I(\tau)$, se obtendrá sumando las respuestas de todos los impulsos de duración infinitesimal que constituyen la entrada $I(\tau)$, es decir, la integral

$$Q(t) = \int_0^{t_0} I(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (13)$$

que se conoce como **integral de convolución** (Chow *et al.*, 1988), que da la salida de un sistema lineal en una escala de tiempo continuo (Figura 7), donde $h(t-\tau)$ es la función de salto unidad de Heaviside que toma el valor de uno para $t > \tau$ y cero para $t < \tau$.

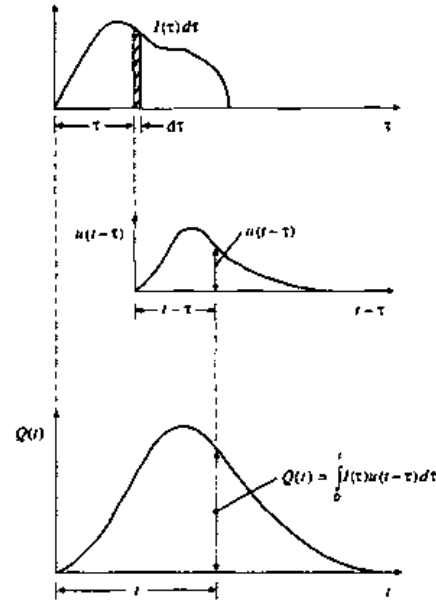


Figura 7. Relación de convolución en una escala de tiempo continuo (Chow *et al.*, 1988).

Sin embargo, la entrada al sistema se especifica como una función de tiempo discreto, tal como un hietograma de lluvia efectiva que se da en intervalos de tiempo Δt . Es decir, los datos de la lluvia efectiva se dan como un conjunto de datos pulso (Figura 8).

$$P_i = \int_{(i-1)\Delta t}^{t/dt} I(\tau) d\tau \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

En la que P_i es la precipitación efectiva, en mm., que cae durante un intervalo i (Figura 8a). En cambio, los caudales de salida (escurrimiento directo) se dan como datos instantáneos, de modo que el valor de salida del sistema en el intervalo n -ésimo de tiempo ($t=n\Delta t$) es

$$Q_n = Q(n\Delta t) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Es decir, las variables de entrada y salida al sistema cuenca se registran como datos discretos pero con diferentes representaciones (Chow *et al.*, 1988). La integral de **convolución discreta** para un sistema lineal es ahora (Figura 8c)

$$Q_n = \sum_{i=1}^{n \leq m} P_i U_{n-i+1} \quad (15)$$

En la que m es el número de pulsos, de intensidad constante, de la función de entrada, es decir, el número de datos pulso del hietograma, y U_{n-i+1} es la función de datos instantáneos de la salida o respuesta a un pulso de volumen unitario. El límite superior $n \leq m$ indica que los términos han de sumarse para $i = 1, 2, 3, \dots, n$, siempre que $n \leq m$, y estando limitada la suma a $i = 1, 2, \dots, m$, cuando $n > m$.

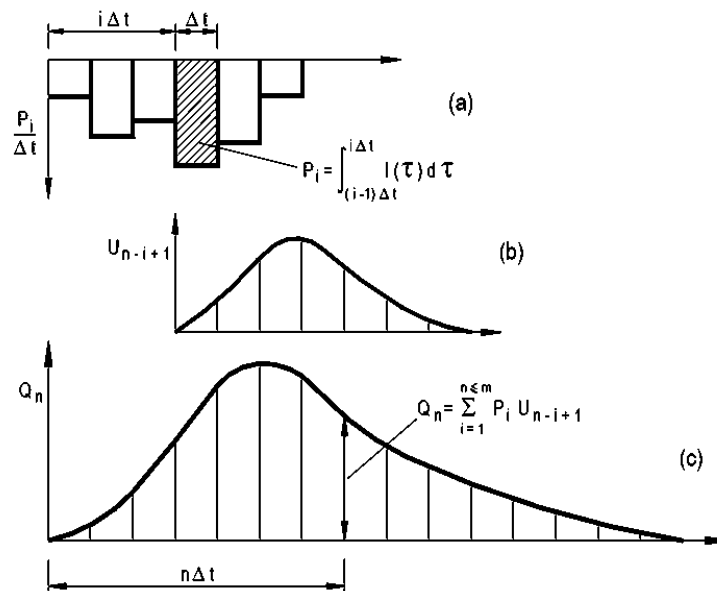


Figura 8. Relaciones de convolución en una escala de tiempo discreto (Ayuso, 1990).

Según Bahram (2006), en las cuencas no instrumentadas o con condiciones limitadas de monitoreo se utilizan los HU sintéticos (HUS) que utilizan ecuaciones empíricas usando únicamente datos de características generales de la cuenca (Jena y Tiwari, 2005), tales como: área de la cuenca, longitud del cauce principal, tipo de suelo, uso del suelo y pendiente del cauce principal. Debido a su importancia, se han desarrollado varios HUS, entre ellos están el hidrograma del SCS, Snyder y el de Clark.

A. Hidrograma unitario del SCS. El Hidrograma Unitario Triangular propuesto por el SCS (USDA-SCS, 1972), es uno de los más aceptados dentro del medio profesional hidrológico, ya que de su geometría y conociendo las características fisiográficas de la cuenca, se pueden describir las principales partes del hidrograma como gasto pico, tiempo de pico y el tiempo base.

B. Hidrograma de Snyder. En un estudio de cuencas en los montes Apalaches de los Estados Unidos, Snyder (1938) encontró relaciones sintéticas para cinco características de un HU estándar para una duración de exceso de lluvia dada: el caudal pico por unidad de área de la cuenca, el retardo de la cuenca, el tiempo base y los anchos del hidrograma unitario al 50 y 75% del caudal pico (Aparicio, 2013).

C. Hidrograma de Clark. Este método fue expuesto por Clark (1945), se basa en la distribución de la superficie de la cuenca entre líneas isócronas para calcular el volumen de agua caído sobre cada una de estas superficies y considerar el retardo producido por el tránsito del agua a lo largo de la cuenca.

En consideración que en el presente estudio no se plantea su utilización, no se considera conveniente presentar un análisis más detallado de ellos.

4.8.2.2. Modelo de embalses lineales en serie

De acuerdo al desarrollo conceptual de Nash (1957), la cuenca puede representarse por una serie de n embalses lineales idénticos (Chow *et al.*, 1988 y Viessman *et al.*, 1989), que tienen la misma constante de almacenamiento (K). Se supone que el primer embalse recibe instantáneamente un volumen unitario de lluvia neta de toda la cuenca, descarga sobre el segundo, éste sobre el tercero y así sucesivamente (Figura 9), teniendo lugar, así, los efectos de almacenamiento y de difusión.

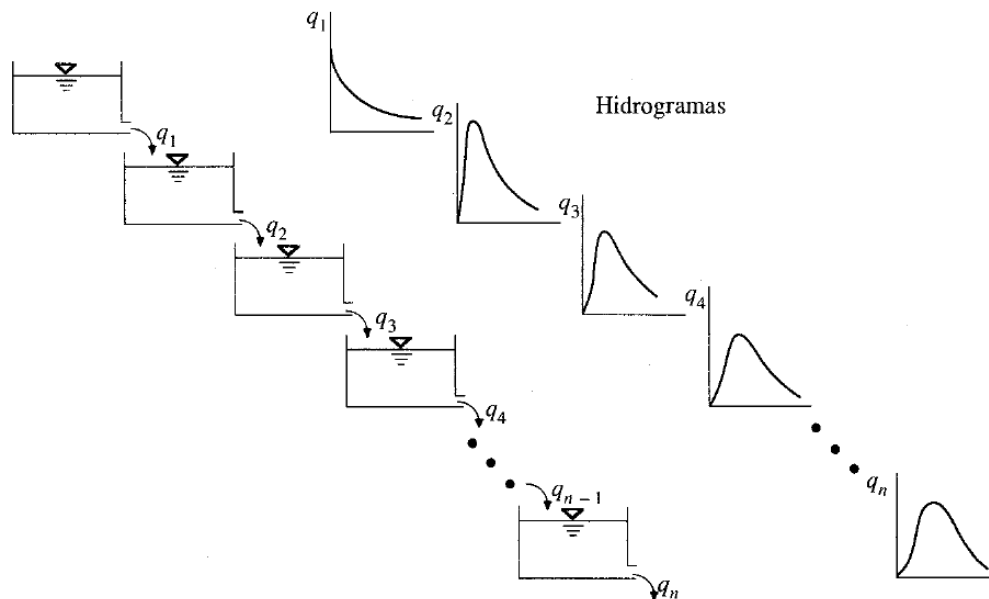


Figura 9. Modelo conceptual de embalses lineales en serie (Chow *et al.*, 1988).

Combinando la ecuación de continuidad (11) con la función de almacenamiento de un embalse lineal, se llega al sistema de ecuaciones.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= I - Q \\ S &= KQ \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

que resolviendo da

$$I - Q = K \frac{dQ}{dt} \quad (17)$$

Para el primer embalse el caudal de salida será $Q_1(t)$, y la ecuación anterior se reduce a

$$dt = -K \frac{dQ_1}{Q_1} \quad (18)$$

puesto que el aporte $I(t)$ tiene lugar instantáneamente, lo que quiere decir que para $t > 0$, el aporte será $I = 0$. Por otra parte, como el volumen almacenado en el instante inicial es la unidad (aporte unitario instantáneo) $S=1=KQ_0$, de donde

$$Q_0 = 1/K \quad (19)$$

es el caudal que sale del primer embalse en el tiempo inicial $t = 0$.

La integración de la ecuación (18) da el caudal de salida Q_1 del embalse en función del tiempo para $t > 0$.

$$\int_{t=0}^t dt = - \int_{Q_0}^{Q_1} K dQ_1 / Q_1 \quad (20)$$

expresión de la que se obtiene

$$t = -K[\ln Q_1]_{Q_0}^{Q_1} = -K\ln[Q_1/Q_0]$$

que al tomar antilogaritmos da

$$e^{-t/K} = Q_1/Q_0$$

y finalmente sustituyendo el valor de Q_0 dado por (16) queda la expresión

$$Q_1 = \frac{1}{K} e^{-t/K} \quad (21)$$

que da el caudal de salida del primer embalse en función del tiempo para $t > 0$. Este caudal será la aportación al segundo embalse, según se establece en la definición del modelo.

Para el segundo embalse la ecuación diferencial (18), cuya solución da el caudal de salida, será

$$Q_1 - Q_2 = KdQ_2/dt$$

en la que la variable Q_2 es el caudal de salida dependiente del tiempo. Sustituyendo en la expresión anterior el valor del aporte Q_1 , dado por (21) se tiene

$$\left(\frac{1}{K} e^{-\frac{t}{K}} - Q_2\right) dt = KdQ_2 \quad (22)$$

que tras operar la solución particular que da la descarga del segundo embalse será

$$Q_2 = \frac{t}{K^2} e^{-t/K} \quad (23)$$

Para el tercer embalse la ecuación diferencial (14) se convierte en

$$Q_2 - Q_3 = K dQ_3/dt \quad (24)$$

en la que se conoce la variación de $Q_2(t)$, ecuación (23), y se trata de obtener la expresión que dé la descarga Q_3 en función del tiempo, por lo que se tiene

$$\frac{t}{K^2} e^{-\frac{t}{K}} - Q_3 = K dQ_3/dt \quad (25)$$

que tras operar se tiene que la descarga del tercer embalse, en función del tiempo, estará dada por la expresión

$$Q_3 = t^2/(2K^3) e^{-t/K} \quad (26)$$

Procediendo de manera análoga para los sucesivos embalses se llega a determinar que para el n -ésimo (Singh, 1988), la descarga es

$$Q_n = \frac{t^{n-1}}{(n-1)! K^n} e^{-t/K} \quad (27)$$

que puede ponerse como

$$Q_n = \frac{1}{K\Gamma(n)} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} e^{-t/K} \quad (28)$$

en la que $\Gamma(n) = (n-1)!$ es la función matemática gamma de n (Abramowitz y Stegun, 1965). Esta ecuación describe el caudal de salida del n -ésimo embalse tras circular, por los n embalses, un aporte unitario que tiene lugar instantáneamente en el primer embalse. Esto representa, pues, el hidrograma unitario instantáneo (HUI) del modelo propuesto.

La ecuación (28) representa la función de distribución de probabilidad gamma. En efecto, si se hace el cambio $\lambda = 1/K$, en la ecuación, se obtiene la función de densidad de probabilidades

$$f(t) = \frac{\lambda^n}{\Gamma(n)} t^{n-1} e^{-\lambda t} \quad (29)$$

en la que el parámetro λ , a veces reemplazado por su inversa K , es el parámetro de escala, que indica la inversa del tiempo medio de residencia del agua en la cuenca y n es un parámetro de forma y $\Gamma(n)$ la función matemática gamma.

La integral de la parte derecha de la ecuación (29) sobre t , desde cero a infinito, representa el área bajo el HUI o el área bajo la curva de la función de densidad $f(t)$ que será la unidad.

Como Nash (1959) demostró el primer momento, M_1 , y segundo momento del HUI, M_2 , con respecto al origen $t = 0$, son:

$$M_1 = nK \quad (30)$$

$$M_2 = n(n+1)K^2 \quad (31)$$

Se permite evaluar sus parámetros con ayuda de los respectivos momentos del hietograma de precipitación efectiva medido, M_{I1} , M_{I2} , y del hidrograma de escurrimiento directo medido, M_{Q1} , M_{Q2} .

$$M_{Q1} - M_{I1} = nK \quad (32)$$

$$M_{Q2} - M_{I2} = n(n+1)K^2 + 2nKM_{I1} \quad (33)$$

El primer momento, M_1 , representa el tiempo de retardo del centroide del área bajo el HUI. Aplicando el HUI en la integral de convolución para relacionar el hietograma de precipitación efectiva (HPE) con el hidrograma de escurrimiento directo (HED), el principio de linealidad requiere que cada elemento infinitesimal del HPE produzca su correspondiente HED con el mismo tiempo de retardo. En otras palabras, la diferencia de tiempo entre los centroides de las áreas bajo el HPE y el HED debe ser igual a M_1 .

Una vez obtenidos los valores de n y K , puede estimarse a partir del HUI, el hidrograma unitario para cualquier duración Δt (Ayuso, 1990).

$$Q(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t \frac{1}{K\Gamma(n)} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} e^{-\frac{t}{K}} dt \quad (34)$$

4.9. Técnica de validación cruzada

La validación cruzada (*leave-one-out cross-validation*) es un método estadístico de evaluación en la que el conjunto de datos es dividido en dos segmentos: uno para entrenar o calibrar un modelo y el otro se utiliza para validar el modelo (Zhao *et al.*, 1995). Este método consiste básicamente en la determinación de los parámetros de los HUI (calibración) ajustando distintas combinaciones lineales de eventos lluvia-escurrimiento con el hidrograma de escurrimiento resultado de la suma de los hidrogramas de dichos eventos. El objetivo de la validación cruzada consiste en estimar la bondad de ajuste del modelo, por lo que con los valores de los parámetros obtenidos, se valida el modelo con el evento o eventos que se han dejado fuera de la calibración anterior.

4.10. Programas de computadora

Se utilizaron programas de ordenador desarrollados en FORTRAN 77 (Ayuso, 1990), que permitieron estimar las ordenadas del HU mediante la técnica de los momentos y optimización. Este programa es capaz de realizar las combinaciones lineales de los eventos lluvia-escurrimiento que se le indiquen para emplear la técnica de validación cruzada. Los datos de entrada del programa incluyen los valores del HPE para cada evento en mm, el HED observado en mm, la duración del intervalo de tiempo Δt de duración del HU y la superficie de la cuenca en km². Los pulsos del HPE y del HED deben especificarse para cada intervalo de tiempo Δt . A partir de estos se generan todas las variables auxiliares necesarias para la obtención del HU mediante el modelo de Nash.

5. MATERIALES Y METODOLOGÍA

Con el objetivo de estimar el Hidrograma Unitario para la cuenca del río Chapingo, fue necesario separar el hidrograma de cada una de las tormentas que se tienen registradas para este estudio en sus componentes principales: flujo base y escurrimiento directo. Se determinó también el hietograma de precipitación efectiva e hidrograma de escurrimiento directo en intervalos de tiempo de 10 minutos.

5.1. Materiales

5.1.1. Modelo digital de elevación

Es necesario obtener un modelo digital de elevación en formato raster de matrices regulares (tamaño de celda constante) para poder realizar la delimitación del parteaguas de la cuenca y definir su red de drenaje. Este modelo se obtuvo de la página oficial del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI, 2015a) a través del Continuo de Elevaciones Mexicano 3.0 a una resolución de 15 m.

5.1.2. Geología y edafología

La capa (archivos .shp) de las principales unidades geológicas y de suelo, se obtuvieron digitalizando la carta temática de forma impresa E14B31-Chalco a una escala 1:50,000; descargadas de la página electrónica del (INEGI, 2015b; INEGI, 2015c).

5.1.3. Uso de suelo y vegetación

Para identificar los diferentes usos de suelo existentes en la cuenca del río Chapingo, se procesaron imágenes de satélite Landsat 8 Operational Land Imager (OLI) and Thermal Infrared Sensor (TIRS) descargadas de la página del United States Geological Survey (USGS, 2015). La fecha de descarga corresponde al 19 de febrero de 2015.

Para realizar el archivo (.shp) que corresponde a uso de suelo y vegetación se realizó el proceso de corrección atmosférica para mejorar la calidad visual de las imágenes, usando el módulo Flaash del software ENVI 5.1. Posteriormente para la clasificación supervisada de las imágenes de satélite, en el software ArGis 10.1 y mediante firmas espectrales se dividió el archivo raster (corregido atmosféricamente) en las nueve clases deseadas (agricultura de riego, agricultura de temporal, bosque de encino, bosque de oyamel, bosque de pino, bosque de pino-encino, cuerpo de agua, suelo desnudo y zona urbana), las cuales fueron determinadas de manera visual con ayuda de Google Earth y la carta temática de E14B31-Chalco correspondiente a los usos del suelo y vegetación. Se creó una capa de puntos para ubicar los campos de entrenamiento para cada clase, que contendrá las firmas espectrales correspondientes a los diferentes usos de suelo, el archivo contiene los valores estadísticos

para cada clase y mediante la herramienta Maximun Likelihood Classification se clasificaron de manera automática los píxeles en las nueve clases descritas anteriormente.

5.1.4. Precipitación

Los datos de lámina precipitada se obtuvieron de dos pluviógrafos marca Thies, uno instalado en la estación climatológica 15170-Chapingo y uno más en la parte media de la cuenca en la comunidad de Tequexquináhuac, Texcoco (Figura 10), y de la Estación Meteorológica Automática (EMA) de Chapingo (SMN, 2015); de dichos pluviogramas se obtuvieron los valores de la precipitación con intervalos de tiempo de 10 minutos.

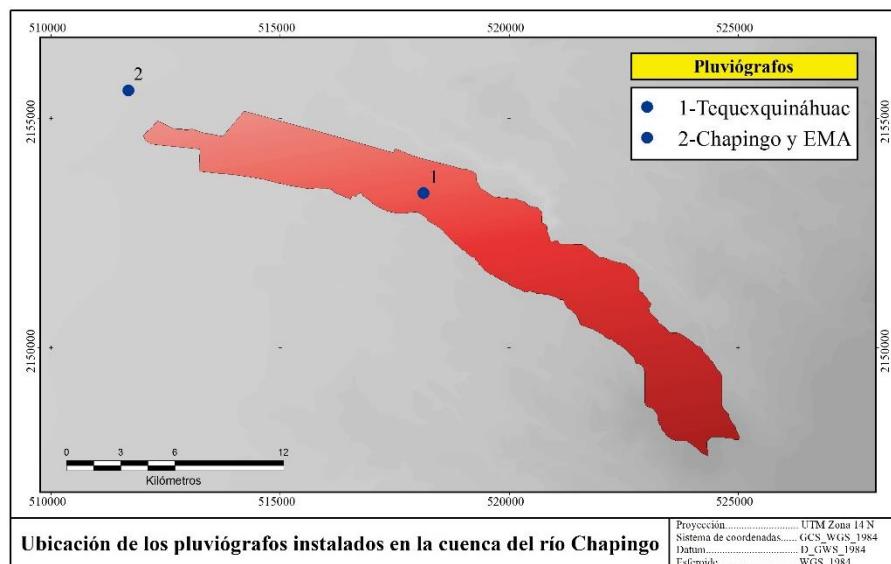


Figura 10. Ubicación de los pluviógrafos en la cuenca del río Chapingo.

5.1.5. Precipitación efectiva

El hietograma de precipitación efectiva es el componente fundamental del estudio de las relaciones lluvia-escurrimiento y se estimó restando de la precipitación total, P , registrada el escurrimiento superficial obtenido mediante el método del número de curva del SCS (*e.g.* Michel *et al.*, 2005) con las ecuaciones (2) y (3) presentadas en el Capítulo 4.6, donde las pérdidas iniciales (I_a) se estiman a partir de una fracción de la capacidad de retención máxima del complejo suelo-cobertura, S , corresponden a $I_a=0.2(S)$, siendo Q el volumen del exceso de precipitación o precipitación efectiva (Figura 11).

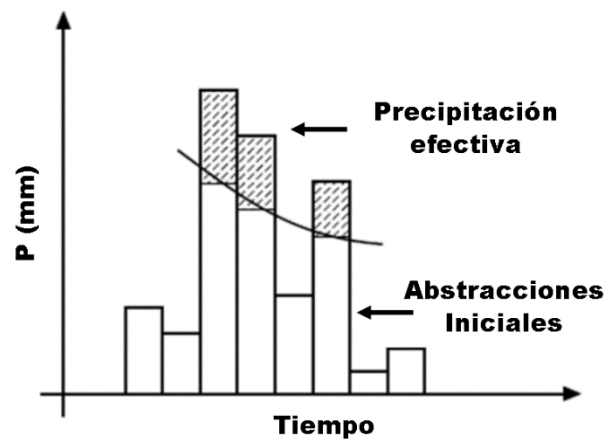


Figura 11. Precipitación efectiva.

5.1.6. Esguerrimientos

Los datos de esguerrimiento se obtuvieron de mediciones hechas con un sensor ultrasónico (SRF06) que se instaló en la estación hidrométrica 26183-Chapingo, que es un punto de toma de datos de la CONAGUA, ubicada en Tlapeaxco, Texcoco de Mora. El sensor fue colocado tomando en cuenta las características propias para su adecuado funcionamiento, para ello, se colocó un tubo PVC (policloruro de vinilo) a manera de vaso comunicante al tiempo que sirvió como aislante para dirigir la señal del sensor y evitar interferencias (Figura 12). Este sistema mide la distancia que hay del sensor al espejo del agua y teniendo la distancia al fondo del canal al sensor por diferencia se obtiene el tirante. Los registros fueron tomados cada 10 segundos para obtener el hidrograma de cada evento de lluvia-esguerrimiento, el gasto se obtuvo mediante el método de sección-velocidad para lo cual fue necesario realizar un levantamiento topográfico de la sección transversal del río Chapingo y una serie de aforos con un molinete calibrado para la obtención del coeficiente de fricción de manning.



Figura 12. Sensor ultrasónico (SRF06).

5.1.7. Flujo base

Existen diversas técnicas para separar el flujo base y el escurrimiento directo de un hidrograma. Sin embargo, el método más simple consiste en trazar sobre el hidrograma de escurrimiento una línea recta horizontal (AB) desde el punto en que comienza el escurrimiento superficial (A) hasta que corte a la rama de recesión del hidrograma (B) como se muestra en la Figura 13. Aunque este método puede dar resultados con buena | <

aproximación, de manera especial en tormentas pequeñas y en cauces de corrientes efímeras donde los niveles freáticos no se alteran mayormente, como es el caso de la cuenca en estudio; en general sobrestima el tiempo base y el volumen de escurrimiento directo (Aparicio, 2013).

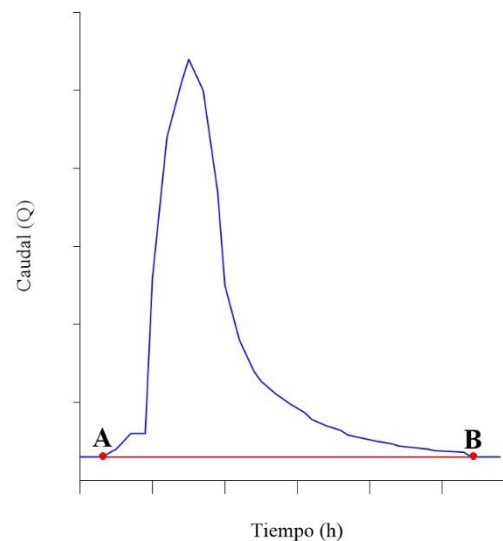


Figura 13. Técnica de la línea recta para separar flujo base (Elaboración propia).

El método presentado es una aproximación, puesto que la forma precisa de la línea de separación es desconocida, pero dado que el flujo base suele ser un pequeño porcentaje del caudal punta en avenidas, los errores cometidos en la separación no son significativos.

5.1.8. Número de curva de escurrimiento

La cuenca del río Chapingo presenta más de un complejo hidrológico suelo-cobertura, por lo que el NC se obtuvo haciendo una ponderación por las áreas ocupadas de los respectivos complejos hidrológicos para obtener un NC representativo de la cuenca de acuerdo a los Cuadros 1, 2 y 3 presentados a detalle en el Capítulo 4.5, el cual sirvió de referencia, ya que al contar con datos locales de precipitación y escurrimiento fue posible determinar los NC correspondientes a cada evento de lluvia-escurrimiento mediante la Ecuación 6.

5.2. Metodología

En la Figura 14 se muestra de manera general la metodología seguida para este estudio.

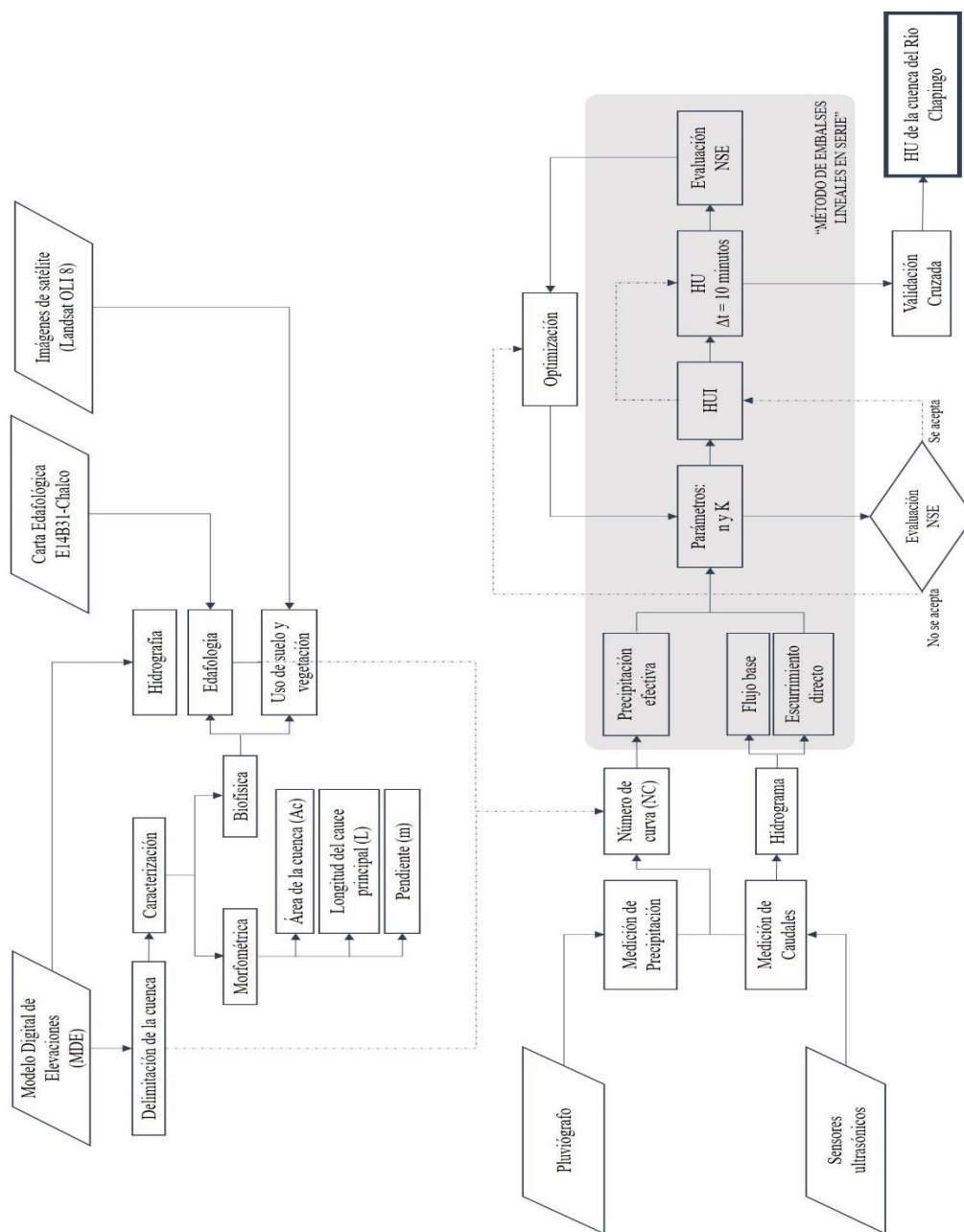


Figura 14. Esquema general metodológico.

5.2.1. Hidrograma Unitario

5.2.1.1. Modelo de embalses lineales en serie

Según el modelo conceptual desarrollado por Nash en 1957 el HUI de una cuenca natural puede deducirse representando la cuenca por una serie de embalses lineales idénticos en cascada recibiendo el primer embalse un volumen unitario instantáneo de lluvia efectiva representado por la función de densidad de probabilidad gamma.

5.2.1.2. Estimación de los parámetros K y n

Los valores de K (unidades de tiempo) y n , se realizó con ayuda de los respectivos momentos de los hietogramas de precipitación efectiva y de sus correspondientes hidrogramas de escurrimiento directo mediante las Ecuaciones (32) y (33).

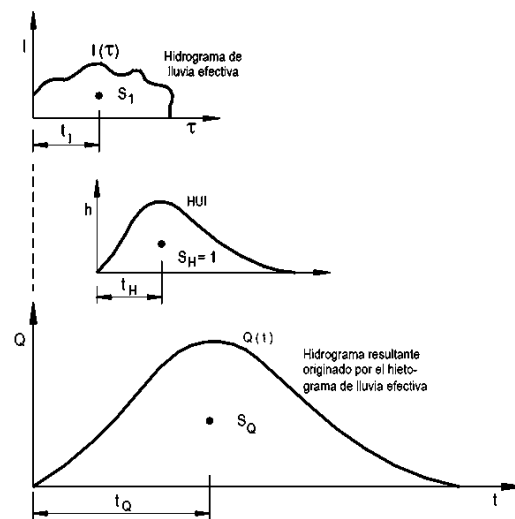


Figura 15. Momentos de las áreas para un sistema lineal (Ayuso, 1990).

5.2.1.3. Hidrograma Unitario para una duración de lluvia específica

A partir del HUI fue posible obtener el Hidrograma Unitario de 1 mm de escurrimiento directo para un exceso de lluvia que ocurrió en un tiempo de 10 minutos. El método se basó en el supuesto de la respuesta lineal de la cuenca y, consecuentemente, mediante los principios de proporcionalidad y aditividad, poder superponer hidrogramas desplazados en el tiempo y sumar sus ordenadas.

El HUI (Figura 16a) está dado por la función de densidad de probabilidad gamma, por lo que el hidrograma S (Figura 16b) será la función de distribución de probabilidades acumulada. En consecuencia, para un tiempo t , el valor de la ordenada $g(t)$, será el área encerrada por

$$g(t) = \int_0^t h(t) = \int_0^t \frac{1}{K\Gamma(n)} (t/K)^{n-1} e^{-t/K} dt \quad (35)$$

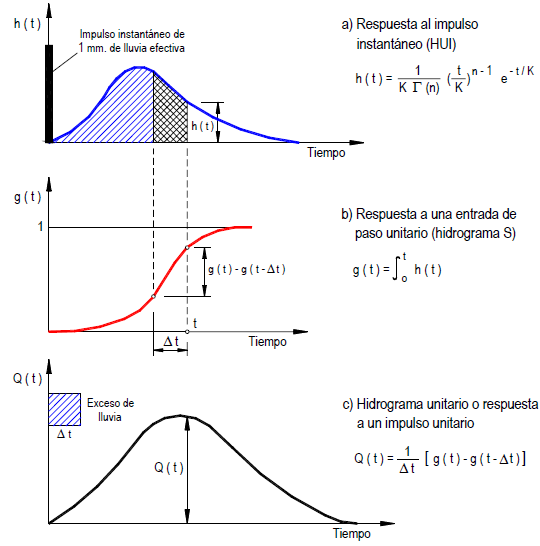


Figura 16. HU para una duración de lluvia efectiva específica (Ayuso, 1990).

Empleando el principio de superposición, la respuesta a un pulso unitario de duración Δt , se halla restando la respuesta del sistema a la entrada de intensidad $1/\Delta t$ que comienza en el tiempo Δt , de la respuesta a la entrada de la misma intensidad $1/\Delta t$, que comienza en el instante $t=0$, de modo que la función de respuesta al pulso unitario está dado por la Ecuación (36), mediante la cual puede estimarse el hidrograma unitario para cualquier duración de tiempo, Δt .

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= \frac{1}{\Delta t} [g(t) - g(t - \Delta t)] \\
 &= \frac{1}{\Delta t} \left[\int_0^t h(t) dt - \int_0^{t-\Delta t} h(t) dt \right] \\
 &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t h(t) dt \\
 &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t \frac{1}{K \Gamma(n)} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} e^{-t/K} dt
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

5.2.2. Optimización de los parámetros K y n

López *et al.* (2012) adoptaron un método de optimización reduciendo al mínimo la función objetivo, U , del error entre los valores medidos, Q_{obs} , y estimados, Q_{est} , del hidrograma de escurrimiento directo, presentado en la Ecuación (37).

$$U = \sum_{t=1}^n [(Q_{obs}(t) - Q_{est}(t))]^2 \quad (37)$$

Para este estudio se usó el algoritmo de Rosenbrock (1960) (*e.g.* Clarke, 1973), a pesar de que hay muchos otros métodos (Press *et al.*, 1992).

5.2.3. Hidrograma Unitario para la cuenca del río Chapingo

Para calcular el HU de la cuenca, se usó el método de validación cruzada (*leave-one-out cross-validation*) de Zhao *et al.* (1995) y la bondad de ajuste de la validación se evaluó mediante el índice de eficiencia, NSE , propuesto por Nash-Sutcliffe (1970).

5.2.4. Índice de eficiencia del modelo: Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE)

En términos generales, el rendimiento del modelo es juzgado mediante la comparación de los valores calculados y sus correspondientes valores medidos. En hidrología, uno de los indicadores más utilizados es, el índice de Nash-Sutcliffe model efficiency (Vargas, 2015).

Esto se calcula como sigue:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N (Q_{obs}(t) - Q_{est}(t))^2}{\sum_{t=1}^N (Q_{obs}(t) - \bar{Q}_{obs}(t))^2} = 1 - \left(\frac{RMSE}{SD} \right)^2 \quad (38)$$

Donde

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (Q_{obs}(t) - Q_{est}(t))^2} \quad ; \quad SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Q_{t,obs}(t) - \bar{Q}_{obs}(t))^2}{N - 1}}$$

En dichas ecuaciones, el error medido está en función de los caudales observados, Q_{obs} , y los caudales estimados, Q_{est} , en el tiempo t y N es el número de observaciones en el periodo considerado, RMSE representa la raíz cuadrada del error cuadrático medio y SD es la desviación estándar de las observaciones.

El coeficiente de eficiencia NSE toma valores $-\infty \leq NSE \leq 1$, donde un valor igual a 1 indica un ajuste perfecto, mientras que un $NSE = 0$ sugiere que la media de los valores observados es un predictor mejor que el evaluado y por debajo de cero indica que se trata de un mal modelo. Para interpretar los valores de NSE, Ritter y Muñoz-Carpena (2013) propusieron que la viabilidad del modelo puede establecerse según el número de veces (n_t) que la variabilidad de observaciones es mayor que el error medio. Si el error medio del modelo está representado por el RMSE y la variabilidad de las observaciones está dada por su desviación estándar (SD), n_t se expresa como:

$$n_t = \frac{SD}{RMSE} - 1 \quad (39)$$

Combinando las ecuaciones. (38) y (39) puede obtenerse la siguiente relación, que refiere el NSE con la variable objetivo de bondad de ajuste, es decir, n_t :

$$NSE = 1 - \left(\frac{1}{n_t + 1} \right)^2 \quad (40)$$

La ecuación. (40) muestra que el rendimiento del modelo no cambia linealmente con NSE (Figura 17).

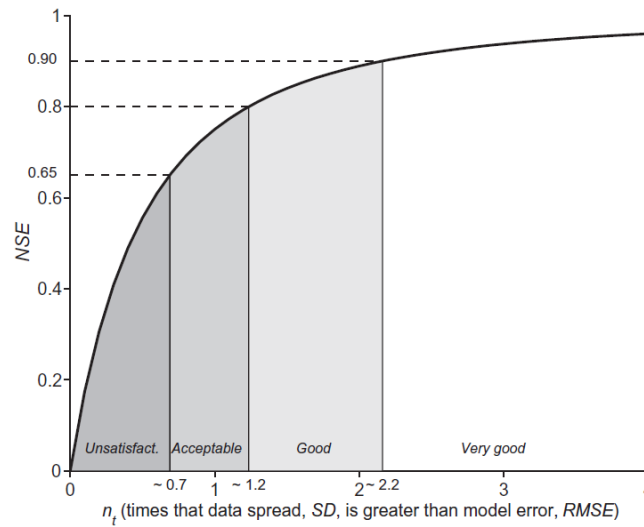


Figura 17. Relación entre NSE y RMSE (Ritter y Muñoz-Carpena, 2013).

Ritter y Muñoz-Carpena (2013) proponen cuatro clases de eficiencia del modelo basado en n_t (Cuadro 4) como una orientación sobre rangos de NSE, que se denotan como no satisfactorio, aceptable, bueno y muy bueno. Los correspondientes límites de NSE se

derivaron basándose en un valor de umbral de $NSE = 0.65$, que se ha informado en la literatura como un límite inferior válido de bondad de ajuste (Moriasi *et al.*, 2007).

Cuadro 4. Criterios de evaluación del índice NSE (Ritter y Muñoz-Carpena, 2013).

Calificación de desempeño	Interpretación de la eficiencia del modelo	n_t	NSE
Muy bueno	$SD \geq 3.2 \text{ RMSE}$	≥ 2.2	≥ 0.90
Bueno	$SD = 2.2 \text{ RMSE} - 3.2 \text{ RMSE}$	$1.2 - 2.2$	$0.80 - 0.90$
Aceptable	$SD = 1.2 \text{ RMSE} - 2.2 \text{ RMSE}$	$0.7 - 1.2$	$0.65 - 0.80$
No satisfactorio	$SD < 1.7 \text{ RMSE}$	< 0.7	< 0.65

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

6.1. Caracterización de la cuenca

6.1.1. Delimitación

Para la delimitación del parteaguas de la cuenca, se corrigió el MED (Fill), posterior a este proceso se calculó la dirección del flujo (Flow Direction), la acumulación del Flujo (Flow Accumulation), se ubicó el punto de aforo a la salida de la cuenca (archivo .shp) y se delimitó la cuenca (Watershed) en el módulo Hydrology de la extensión Spatial Analyst Tools para el software AcrMap 10.1. Debido a la escala y la resolución del MED y principalmente por algunos factores de origen antropogénico como carreteras, el parteaguas obtenido se modificó manualmente en la parte media y baja de la cuenca.

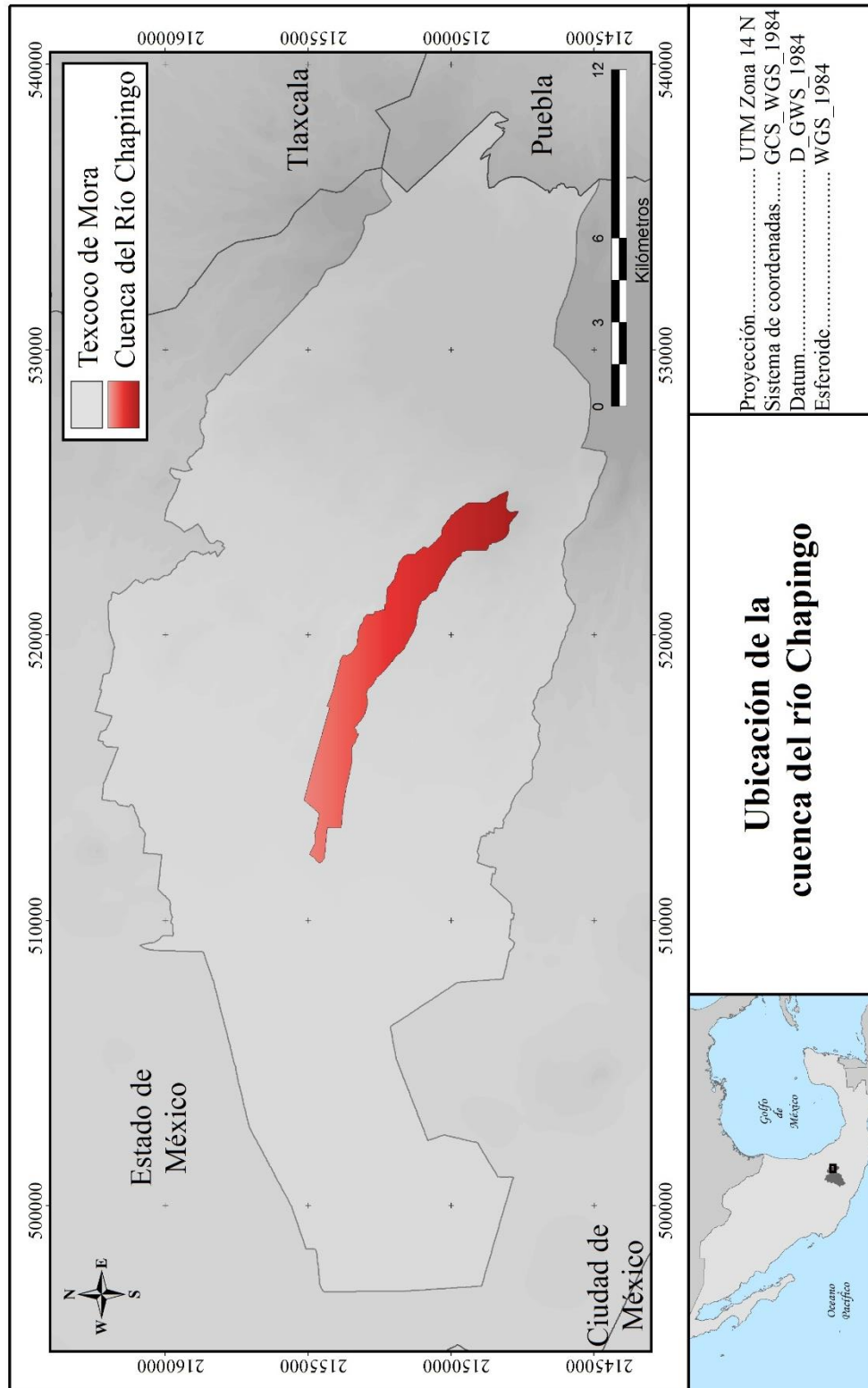


Figura 18. Mapa de ubicación de la cuenca del río Chapingo.

En el Cuadro 5 se enlistan los principales datos de la estación de aforo y en la Figura 19 se presenta su aspecto físico.

Cuadro 5. Datos generales de la estación hidrométrica Chapingo (CONAGUA, 2015).

Estación hidrométrica		
Clave		26183
Nombre de la estación		Chapingo
Región Hidrológica		RH-26 Pánuco
Coordenadas	Longitud	98° 53' 5" W
	Latitud	19° 29' 12" N
Elevación		2 262 msnm
Área drenada hasta la estación de aforo		21.4 km ²



Figura 19. Estación de aforo Chapingo.

En el Cuadro 6 se muestran los parámetros morfométricos más importantes de la cuenca como el área, que junto con el sistema de drenaje, el perfil longitudinal (Figura 20) de la corriente principal y su pendiente influyen de manera directa en el movimiento de los flujos superficiales.

Cuadro 6. Parámetros morfométricos de la cuenca del río Chapingo.

Parámetro	Valor
Área	18.28 km ²
Perímetro	34.52 km.
Longitud del cauce principal	17.02 km.
Longitud al centroide de la cuenca	9.34 km.
Pendiente del cauce principal	7.90 %
Pendiente media de la cuenca	17.19 %
Cota máxima	3581 msnm.
Cota mínima	2262 msnm.



Figura 20. Perfil longitudinal de la corriente principal del río Chapingo.

6.1.2. Red de drenaje

La cuenca del río Chapingo presenta corrientes superficiales bien definidas (Figura 21), el recorrido que siguen es de sureste a oeste y las aguas desembocan en el ex lago de Texcoco. Estas corrientes son de tipo efímeras, debido a que solo conducen agua cuando ocurren eventos de lluvia y cuando se descargan aguas residuales de las zonas urbanas.

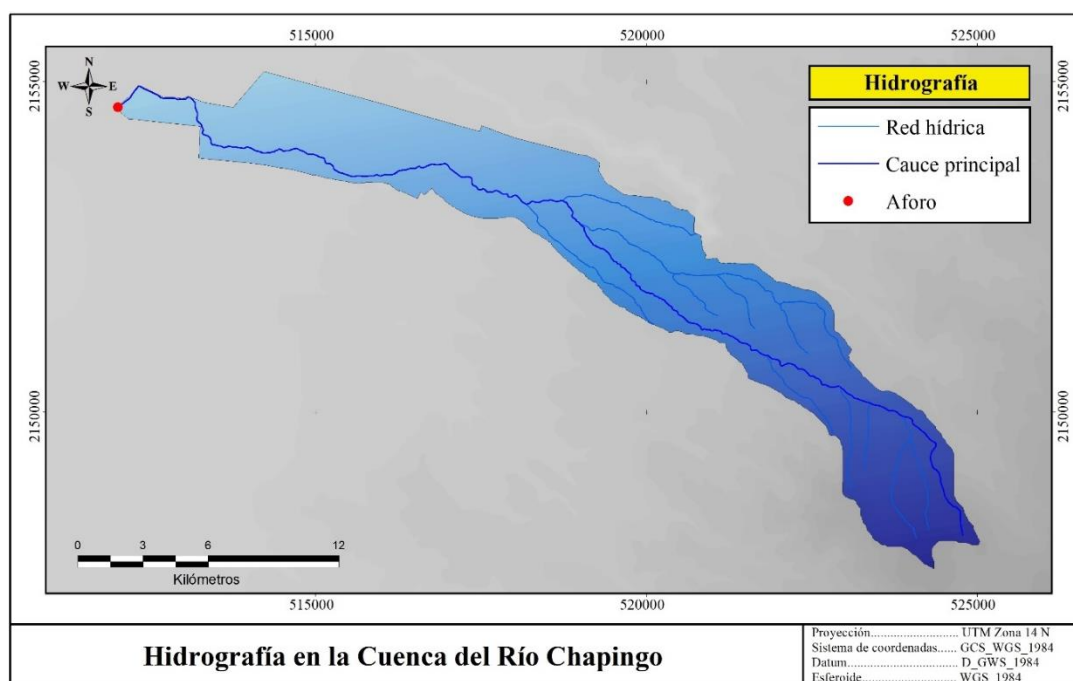


Figura 21. Mapa de hidrografía de la cuenca del río Chapingo.

6.1.3. Geología

La cuenca del río Chapingo se ubica en la región fisiográfica del eje Neovolcánico, que se conforma principalmente por materiales de tipo ígneo de la era cenozoica. El 70% de la superficie total está ocupada por brechas sedimentarias, que se encuentran en la parte media y baja de la cuenca y en menor superficie en la parte alta. En el Cuadro 7 y Figura 22 se presentan las principales unidades geológicas de acuerdo a los datos reportados por el INEGI en su carta geológica a escala 1:50,000.

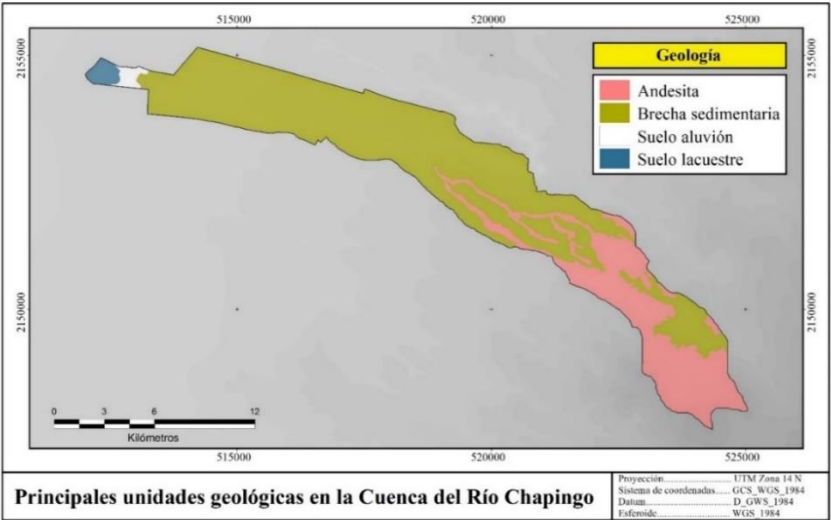


Figura 22. Mapa de geología de la cuenca del río Chapingo.

Cuadro 7. Geología en la cuenca del río Chapingo.

Entidad	Área (km ²)	Superficie (%)
Andesita	5.1	27.8
Brecha sedimentaria	12.8	69.9
Suelo aluvión	0.2	1.0
Suelo lacustre	0.3	1.4

6.1.4. Edafología

La importancia del estudio de los suelos presentes en la cuenca radica en que sus características están relacionadas estrechamente con la capacidad de infiltración, capacidad de retención y en la magnitud de las pérdidas iniciales en una tormenta. Los suelos predominantes en la cuenca del río Chapingo son los Feozem con un 38.2 % de la superficie total.

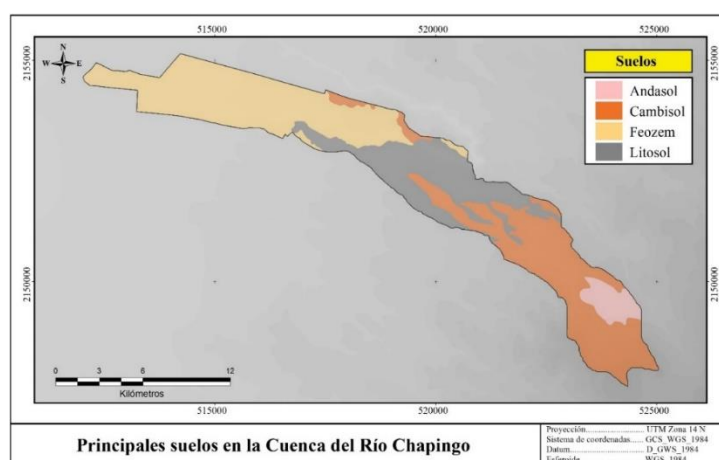


Figura 23. Mapa de edafología de la cuenca del río Chapingo.

En el Cuadro 8 se muestra la distribución de los suelos que predominan en la cuenca, así como el grupo hidrológico al cual pertenecen.

Cuadro 8. Principales unidades de suelo en la cuenca del río Chapingo.

Suelo	Área (km ²)	Textura	Grupo de suelo	Superficie (%)
Andosol	0.9	Media	C*	4.7
Cambisol	6.1	Fina		33.6
Feozem	7.0	Media		38.2
Litosol	4.3	Media		23.5

*Suelos con baja velocidad de infiltración cuando están completamente humedecidos.

6.1.5. Uso del suelo y vegetación

Fue conveniente determinar la superficie ocupada por cada uso del suelo y la vegetación establecida ya que influyen en la retención, la evaporación y el escurrimiento debido a que la vegetación controla la acción y el movimiento del agua.

La mayor superficie de la cuenca está ocupada por la agricultura (7.0 km²) con un 38.8 % en la modalidad de temporal y con 3.0 % de riego. La zona urbana ocupa un 19.4 % y los suelos desnudos 2.3 %.

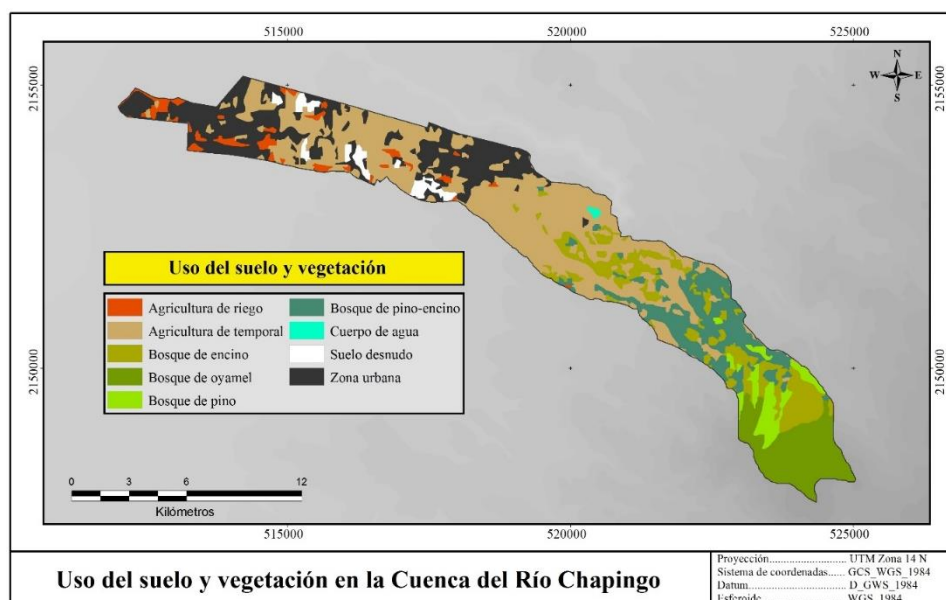


Figura 24. Mapa de uso de suelo y vegetación de la cuenca del río Chapingo.

En el Cuadro 9 se presenta la distribución en superficie y porcentual de los principales usos de suelo y vegetación en la cuenca.

Cuadro 9. Uso de suelo y vegetación en la cuenca del río Chapingo.

Uso del suelo	Área (km²)	Superficie (%)
Agricultura de riego	0.6	3.0
Agricultura de temporal	7.1	38.8
Bosque de encino	2.1	11.7
Bosque de oyamel	1.8	9.8
Bosque de pino	0.7	3.5
Bosque de pino-encino	2.0	11.2
Cuerpo de agua	0.03	0.2
Suelo desnudo	0.4	2.3
Zona urbana	3.5	19.4

6.2. Análisis de variables hidrometeorológicas

El grupo climático predominante en la cuenca del río Chapingo es el templado subhúmedo con lluvias en verano. En el Cuadro 10 se presenta en base a las normales climatológicas del periodo 1981 al 2010 la precipitación mensual acumulada de la estación 15170-Chapingo; es de notarse que la mitad del año con mayor humedad va de mayo a octubre donde se acumula el 87 % de la precipitación anual. La precipitación de la zona es más importante en verano con influencias del viento procedente del Pacífico (Cavazos y Hastenrath 1990, Engelhart y Douglas 2002).

Cuadro 10. Precipitación media mensual acumulada en Chapingo, periodo 1981-2010.

Mes	P (mm)	Mes	P (mm)
Enero	11.4	Julio	125.2
Febrero	8.8	Agosto	115.7
Marzo	12.1	Septiembre	85.3
Abril	28.9	Octubre	44.3
Mayo	47.0	Noviembre	11.0
Junio	103.8	Diciembre	5.1

En la Figura 25 se presenta la serie anual histórica de caudales máximos (m^3/s) obtenidos de la página oficial del BANDAS (CONAGUA, 2015) para el periodo de 1944 a 2004. Los caudales máximos presentan una disminución notoria a partir de los años ochenta, esto debido a que en la cuenca se han realizado diversos programas de recuperación y prácticas de conservación de suelos y reforestaciones que aunado a la construcción de presas de control de azolves han influido en el régimen hidrológico. La reducción de escurrimientos,

puede deberse también al establecimiento de minas de producción de arena en la parte media de la cuenca.

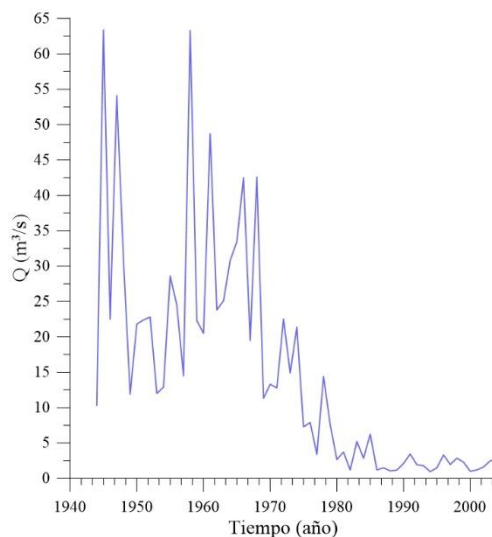


Figura 25. Serie anual histórica de caudales máximos en la cuenca del río Chapingo.

6.2.1. Precipitación y caudales máximos

Se obtuvieron los registros de caudales máximos mensuales, Q_p , de mayo a octubre (mitad del año más lluviosa en la cuenca) para la zona de Chapingo y se relacionaron con la precipitación del día que originó tal caudal, P , así como la precipitación acumulada de los 5 días previos al evento en cuestión, P_5 , para el periodo de 1980 a 1999 (Cuadro 11). Los datos de precipitación fueron obtenidos del Extractor Rápido de Información Climatológica (ERIC III) (IMTA, 2013) y la serie mensual de caudales máximos fue obtenida del BANDAS (CONAGUA, 2015).

Cuadro 11. Serie histórica mensual de caudales máximos y precipitación (periodo 1989-1999) en la cuenca del río Chapingo.

n	Año	May.			Jun.			Jul.			Ago.			Sep.			Oct.		
		Qp	P	P ₅	Qp	P	P ₅	Qp	P	P ₅	Qp	P	P ₅	Qp	P	P ₅	Qp	P	P ₅
		(m ³ /s)	(mm)	(mm)	(m ³ /s)	(mm)	(mm)	(m ³ /s)	(mm)	(mm)	(m ³ /s)	(mm)	(mm)	(m ³ /s)	(mm)	(mm)	(m ³ /s)	(mm)	(mm)
1	1980	0.1	9.7	3.4	0.7	13.4	21.7	0.8	13.0	18.5	2.7	9.6	26.2	0.2	7.0	6.6	0.1	6.7	13.2
2	1981	0.8	3.5	3.1	2.6	44.3	1.0	3.7	34.1	5.6	1.2	19.8	9.0	1.2	4.1	17.4	1.6	5.9	0.0
3	1982	1.2	5.8	11.8	0.0	0.0	0.0	0.4	10.8	20.7	0.4	8.5	1.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	1983	0.6	7.0	5.6	0.5	21.6	22.6	0.5	20.0	11.6	1.1	9.4	18.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	1984	0.2	7.3	0.1	0.8	8.8	18.7	2.8	6.1	33.1	1.5	4.0	3.6	1.1	11.7	48.4	0.2	8.9	3.9
6	1985	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6.3	37.0	38.1	0.8	18.5	14.4	0.2	7.5	7.9
7	1986	0.2	2.3	9.0	1.2	8.7	15.1	0.3	8.9	27.8	0.6	10.7	23.9	0.7	9.6	6.4	0.5	6.7	3.3
8	1987	0.2	0.6	5.5	1.4	20.2	11.8	1.3	16.9	44.7	1.5	20.7	37.2	1.2	16.6	40.9	0.0	0.0	0.0
9	1988	0.2	5.0	14.7	0.4	17.1	19.8	0.5	12.1	52.6	0.8	20.9	12.2	1.1	5.2	97.1	0.0	0.0	0.0
10	1989	0.3	3.4	1.1	0.5	34.0	7.3	1.2	33.8	3.6	0.9	0.0	3.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	1990	0.0	0.0	0.0	0.5	22.3	11.9	2.1	22.1	64.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	1991	0.0	0.0	0.0	0.4	13.8	25.7	3.5	16.5	42.3	0.0	0.0	0.0	1.2	7.9	5.3	1.1	0.1	15.6
13	1992	0.0	0.0	0.0	0.3	9.1	4.4	0.9	27.2	18.5	0.4	4.3	19.8	1.9	60.7	59.6	0.5	8.6	8.7
14	1993	0.0	0.0	0.0	1.6	18.8	5.3	1.7	5.0	44.0	1.7	6.0	30.5	1.8	9.6	24.1	0.0	0.0	0.0
15	1994	0.1	9.2	12.9	1.0	7.0	33.4	0.4	17.4	19.0	0.6	24.1	7.7	0.4	14.1	12.8	0.9	8.8	26.0
16	1995	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
17	1996	1.0	8.5	3.6	0.0	0.0	0.0	3.3	33.5	27.5	1.5	34.2	61.0	1.2	13.9	26.8	0.4	3.2	24.9
18	1997	0.8	3.8	3.8	2.0	31.0	6.5	1.4	2.0	6.4	0.8	15.8	15.8	0.4	10.3	7.6	0.0	0.0	0.0
19	1998	0.0	0.0	0.0	0.5	43.4	24.1	0.3	13.3	18.7	2.9	56.0	12.8	0.7	20.6	49.3	0.9	3.4	4.8
20	1999	0.0	0.0	0.0	2.3	29.4	4.0	1.2	23.5	3.1	1.3	36.0	6.5	0.5	6.4	13.9	0.3	3.5	13.2
Media		0.3	3.5	3.9	0.8	16.5	12.1	1.3	15.4	24.1	1.3	14.8	16.9	0.7	11.0	21.9	0.3	3.1	5.7

En la Figura 26 se presentan el promedio por mes de cada una de las variables descritas anteriormente, los caudales pico se presentan en los meses de julio y agosto a pesar de que en el mes de agosto la precipitación mensual en promedio disminuyó, sin embargo por influencia de la precipitación antecedente se logran dar caudales altos.

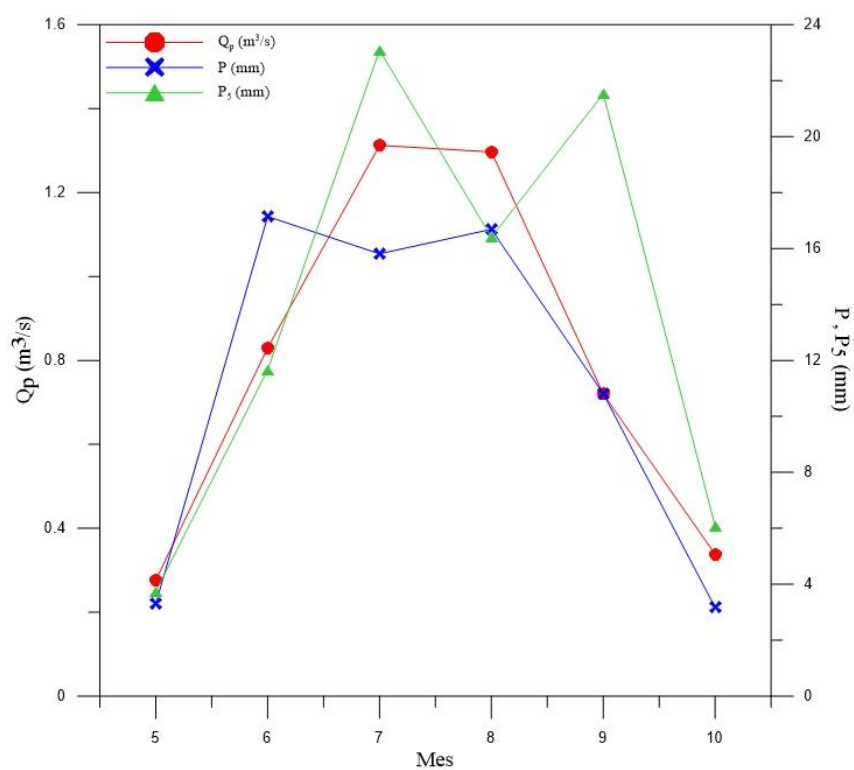


Figura 26. Comportamiento histórico de Q_p , P y P_5 , periodo 1980-1999 para la cuenca del río Chapingo.

Con la información disponible se propuso clasificar en pequeño, mediano y grande el caudal pico de acuerdo a la serie histórica mensual. Para determinar los intervalos de las clases para los caudales máximos se utilizó una técnica tipo cuantiles (*e.g.* Gibbs y Maher, 1967; Smith *et. al.*, 1993); para la precipitación que origina el escurrimiento (P_{total}) y la precipitación antecedente (P_5) al evento en estudio se promediaron los valores de cada clase. Los resultados se presentan en los Cuadros 12 y 13.

Cuadro 12. Intervalos de clases para caudales máximos.

Clase	%	Posición (n)	Q (m^3/s)	P_{total} (mm)	P_5 (mm)
1	0.33	30	0.5	10	13
2	0.66	59	1.2	13	19
3	1.00	89	6.2	21	23

Cuadro 13. Clasificación de caudales pico.

	Caudal pico (Q_p)	P_{total} (mm)	P_5 (mm)
Pequeño	< 0.50	< 10.0	< 13.0
Mediano	0.51 - 1.20	10.1 - 21.0	13.1 - 23
Grande	> 1.21	> 21.1	> 23.1

6.3. Obtención de variables hidrológicas

6.3.1. Número de curva de escurrimiento

De acuerdo a las Cuadros 1, 2 y 3 (descritos en el subcapítulo 4.5.1), para cada complejo hidrológico (uso de suelo, vegetación y práctica mecánica) presente en la cuenca se determinaron el número de curva y se ponderó por las áreas respectivas para obtener un único NC (Cuadro 14).

Cuadro 14. Número de curva (NC) por complejo hidrológico para la cuenca del río Chapingo.

Uso del suelo	Área (km ²)	Condición hidrológica	Tipo de suelo	NC	NC ponderada
Agricultura de riego	0.55	Pobre	C	84	2.54
Agricultura de temporal	7.09	Pobre	C	88	34.15
Bosque de encino	2.14	Regular	C	73	8.55
Bosque de oyamel	1.80	Regular	C	73	7.18
Bosque de pino	0.65	Regular	C	73	2.59
Bosque de pino-encino	2.05	Regular	C	73	8.18
Cuerpo de agua	0.03	Pobre	C	100	0.16
Suelo desnudo	0.42	Pobre	C	91	2.11
Zona urbana	3.54	Media	C	91	17.64
Número de curva único					83

Aunque el método del SCS es utilizado habitualmente para predecir el escurrimiento con valores de NC estimados de la información de suelos y vegetación, para este estudio fue posible determinar el valor del número de curva a partir de datos de precipitación y escurrimiento resolviendo la Ecuación (6).

En el Cuadro 15 se presentan los NC obtenidos a partir de la lámina precipitada y de la lámina de escurrimiento directo para cada uno de los eventos que se utilizaron en este estudio; el NC promedio es de 85, ligeramente mayor al calculado tomando en cuenta el uso del suelo, vegetación y práctica mecánica, sin embargo en cada tormenta la diferencia fue significativa, posiblemente debido a las diferencias en la humedad antecedente en los suelos de la cuenca.

Cuadro 15. Número de curva por evento de lluvia para la cuenca del río Chapingo.

Evento	Fecha	P (mm)	Lámina escurrida (mm)	NC
1	7 de agosto de 2014	16	0.17	80
2	11 de agosto de 2014	20.5	0.70	79
3	19 de septiembre de 2014	9.5	0.06	87
4	22 de septiembre de 2014	4.7	0.06	93
5	3 de octubre de 2014	2.9	0.01	95
6	21 de mayo de 2016	19.9	0.31	77
7	28 de mayo de 2016	28.7	0.47	70
8	30 de mayo de 2016	12	0.09	84
9	31 de mayo de 2016	10.4	0.05	85
10	5 de junio de 2016	9.6	0.08	87
11	12 de junio de 2016	5.6	0.04	92
12	16 de junio de 2016	6.2	0.12	92
13	22 de junio de 2016	20.1	0.08	74
14	28 de junio de 2016	1.1	0.07	99
15	29 de junio de 2016	34.6	0.27	64
16	5 de julio de 2016	5.4	0.04	92
17	22 de julio de 2016	6.4	0.08	91
18	6 de agosto de 2016	8.7	0.06	88
19	9 de agosto de 2016	7.2	0.03	89
20	19 de agosto de 2016	22.8	0.08	72
Mínimo				64
Máximo				99
Media				85
Desviación Estándar				9

En la Figura 27 se presenta de manera gráfica la relación entre número de curva y la precipitación total de la tormenta, presentada en el Cuadro 15. Para este estudio la relación es inversamente proporcional, es decir, a mayor precipitación, P , el número de curva es menor; la ecuación encontrada fue $NC = - 1.0132 \cdot P + 97.2825$, con un coeficiente de determinación de 0.97; válida para $1.1 \leq P \leq 34.6$ mm.

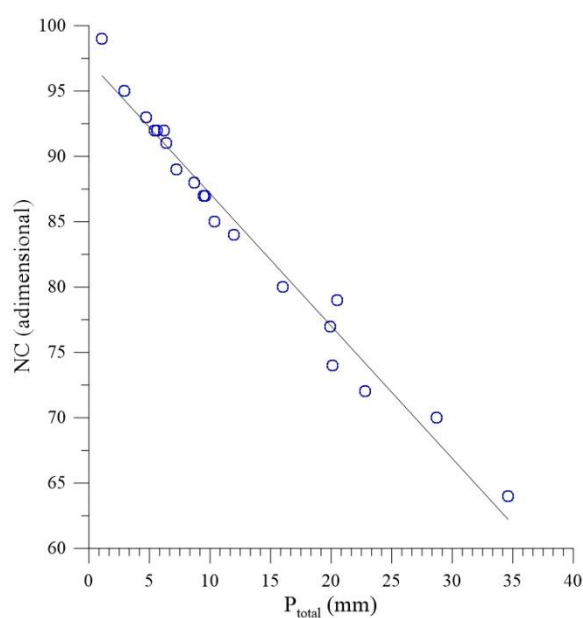


Figura 27. Relación entre precipitación y número de curva en la cuenca del río Chapingo.

6.3.2. Esguerrimiento directo

Para poder estimar los hidrogramas de salida de la cuenca mediante la función de distribución gamma, en los eventos 4, 11, 19 y 20 que por su naturaleza son bimodales (Figura 28a) fue necesario aproximar la fase descendente de los hidrogramas por medio de

una función exponencial (Cuadro 16) para hacerlos unimodales (Figura 28b), la justificación se basa en que el flujo base tiende a demorarse mucho por la dificultad del flujo de agua a través de los poros de los acuíferos próximos al cauce.

Cuadro 16. Ecuaciones para calcular la rama descendente del hidrograma.

Evento	Ecuación F (x)	R
4	$Q = 0.2252 \cdot \exp(-0.5890 \cdot t)$	0.93
11	$Q = 0.1640 \cdot \exp(-0.7536 \cdot t)$	0.90
12	$Q = 0.9438 \cdot \exp(-1.0511 \cdot t)$	0.91
19	$Q = 0.1417 \cdot \exp(-0.6694 \cdot t)$	0.75
20	$Q = 0.6881 \cdot \exp(-1.2164 \cdot t)$	0.99

$Q = \text{m}^3/\text{s}$; $t = \Delta t$ de 10 min.

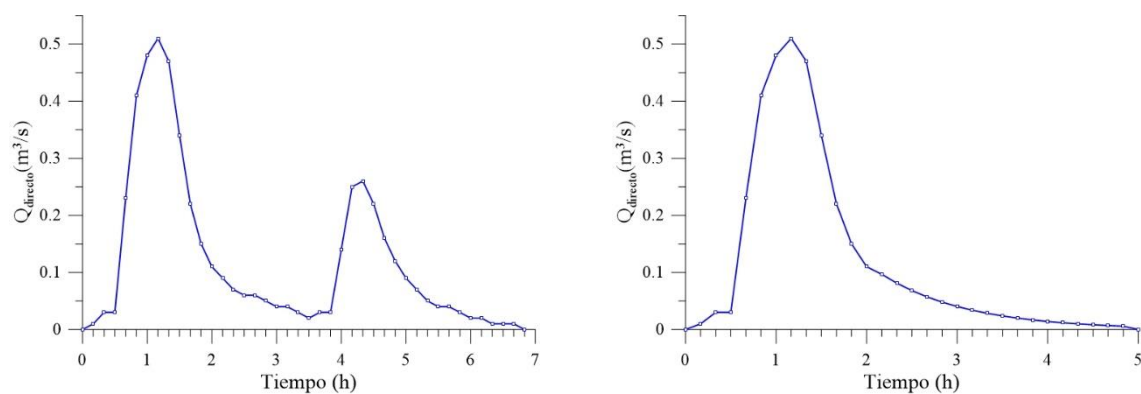


Figura 28. Hidrograma a) bimodal y b) unimodal.

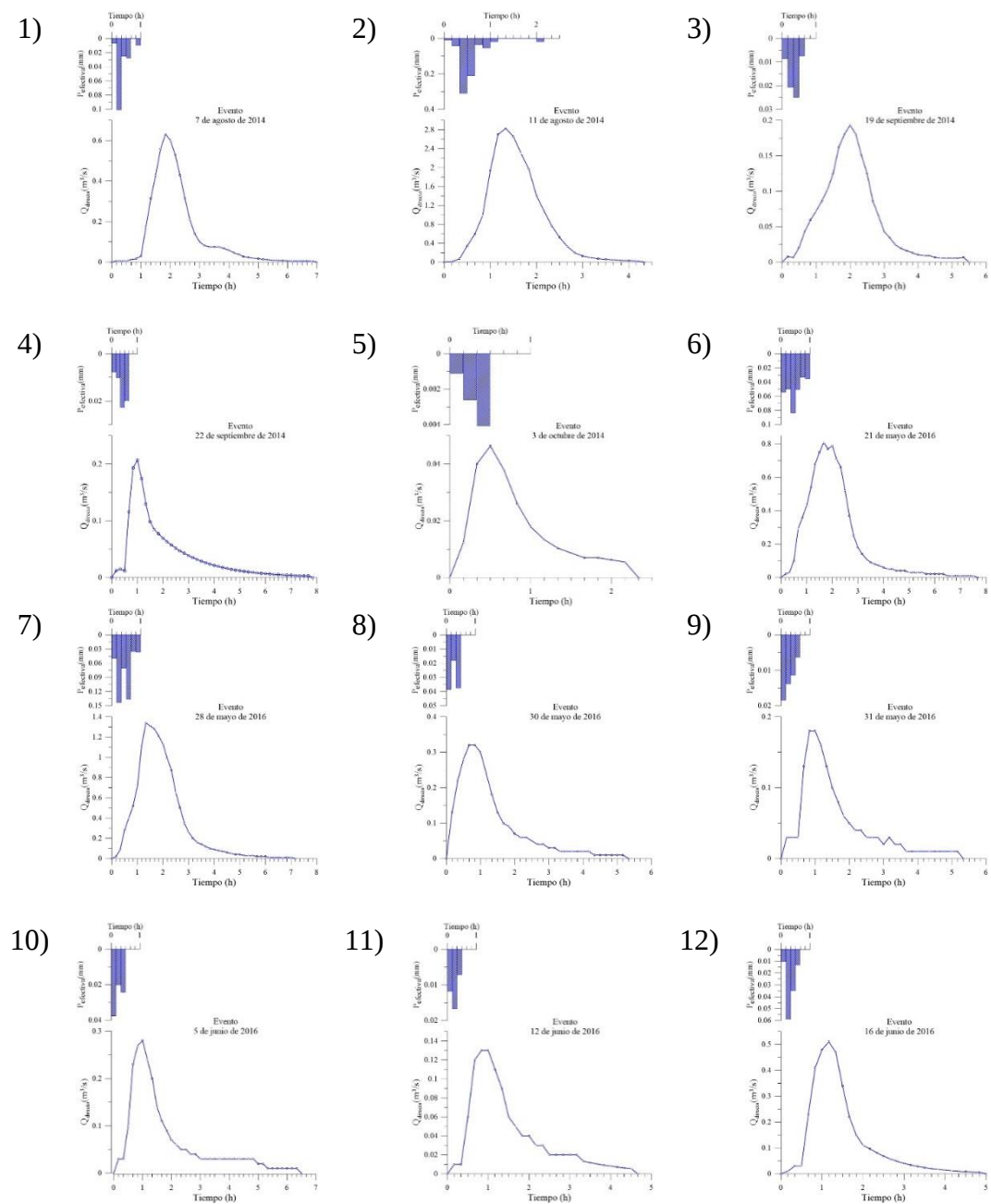
En promedio la duración de la tormenta para los eventos en estudio es de 2 horas que genera una precipitación efectiva de 44 minutos y un escurrimiento directo de 5.4 horas de duración. El caudal pico en promedio se alcanza 1 hora después de que inicia el escurrimiento directo. En el Cuadro 17 se muestra la información más relevante de cada tormenta.

Cuadro 17. Características de los eventos estudiados.

Evento	Flujo base (m ³ /s)	P antecedente (mm)*	Qp**	Tp ⁺	Tb ⁺⁺	Volumen escurrido (Dm ³)	Lámina escurrida (mm)	Duración (h)		Caudal [~]
								P	P efectiva	
1	0.01	6.30	0.63	1.8	7.0	3.12	0.17	1.7	1.0	Mediano
2	0.03	28.10	2.83	1.3	4.3	12.72	0.70	7.0	2.0	Grande
3	0.02	21.10	0.19	2.0	5.5	1.13	0.06	3.0	0.7	Pequeño
4	0.02	13.20	0.21	1.0	7.8	1.12	0.06	0.7	0.5	Pequeño
5	0.01	24.50	0.05	0.5	2.3	0.14	0.01	2.8	0.5	Pequeño
6	0.05	2.70	0.81	1.7	7.7	5.59	0.31	1.7	1.0	Mediano
7	0.05	0.30	1.34	1.3	7.2	8.63	0.47	2.0	1.0	Grande
8	0.04	26.20	0.32	0.7	5.3	1.72	0.09	1.2	0.5	Pequeño
9	0.04	36.40	0.18	0.8	5.3	0.91	0.05	1.0	0.7	Pequeño
10	0.03	22.80	0.28	1.0	6.5	1.50	0.08	1.3	0.5	Pequeño
11	0.04	17.90	0.13	1.0	4.6	0.65	0.04	0.7	0.5	Pequeño
12	0.04	11.10	0.55	1.3	5.2	2.14	0.12	0.7	0.7	Mediano
13	0.03	30.10	0.31	0.8	4.3	1.45	0.08	0.7	0.5	Pequeño
14	0.03	28.00	0.30	0.7	4.3	1.30	0.07	0.3	0.2	Pequeño
15	0.03	25.60	1.06	1.2	7.3	4.97	0.27	1.0	0.7	Mediano
16	0.03	22.60	0.16	1.3	3.5	0.67	0.04	1.7	0.5	Pequeño
17	0.04	7.30	0.33	1.0	3.8	1.45	0.08	1.5	1.2	Pequeño
18	0.04	3.90	0.10	0.7	8.0	1.18	0.06	3.5	0.8	Pequeño
19	0.04	11.20	0.08	0.8	4.8	0.51	0.03	5.3	0.7	Pequeño
20	0.03	8.40	0.38	0.2	4.0	1.41	0.08	4.0	0.5	Pequeño

* Precipitación acumulada cinco días antes. ** Caudal pico. ⁺ Tiempo pico. ⁺⁺ Tiempo base. [~] Por magnitud de Qp.

En la Figura 29 se muestran los hietogramas de precipitación efectiva y los hidrogramas de escurrimiento directo analizados en este estudio. Los valores de las ordenadas se presentan en el Anexo 1.



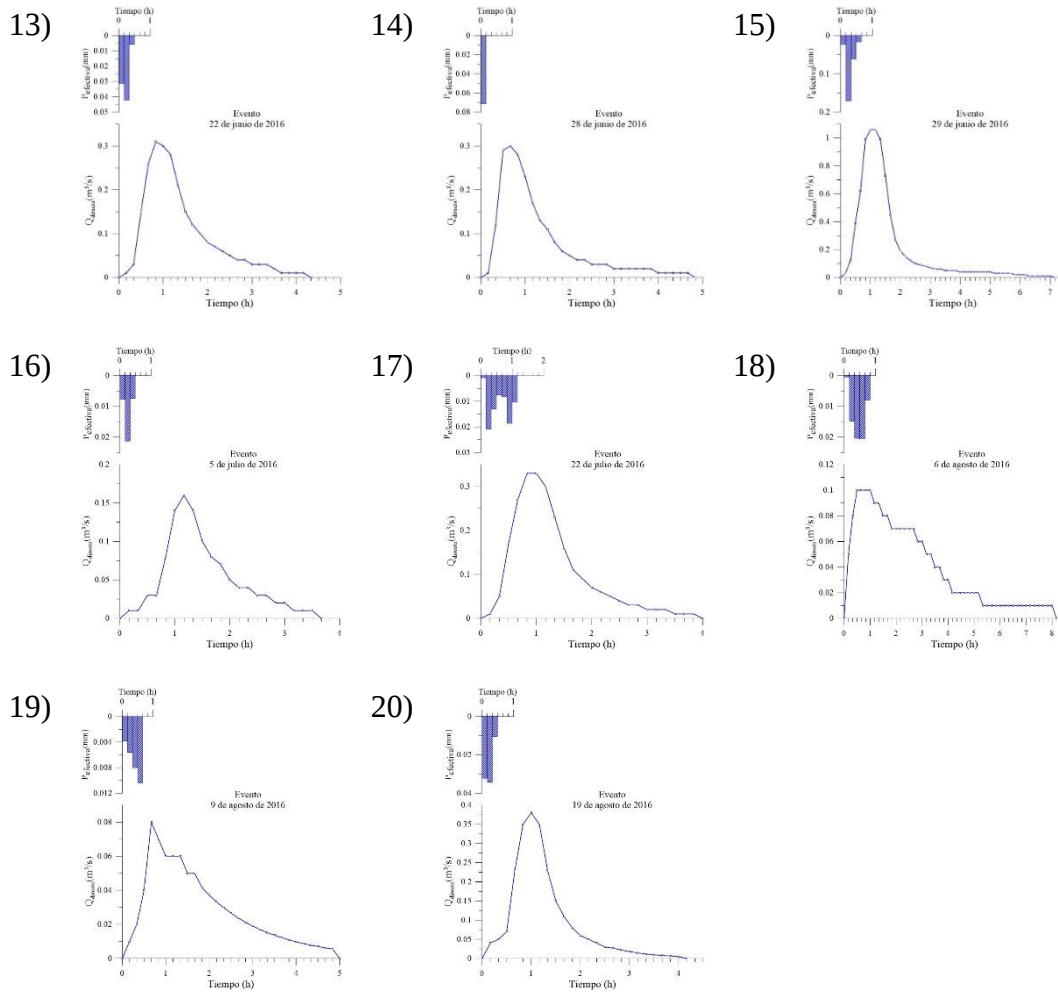


Figura 29. Eventos lluvia-escorrentía usados en este estudio.

6.4. Hidrograma unitario para cada evento de lluvia-escorrentía

Con ayuda de los respectivos momentos del hietograma de precipitación efectiva y del hidrograma de escorrentía directo se evaluaron los parámetros, n y K , los cuales son útiles para estimar el hidrograma unitario instantáneo a partir de la función de densidad de probabilidad gamma (Figura 30, línea continua). Con la finalidad de maximizar el índice de

eficiencia, NSE , y evaluar la bondad de ajuste de los hidrogramas calculados a los observados, los parámetros de la función fueron optimizados usando el algoritmo de Rosenbrock (1960) y los HU fueron reconstruidos (Figura 30, líneas punteadas). En el Cuadro 18 se presentan los valores de los parámetros de los HUI para todos los eventos. Se observa que los valores obtenidos por momentos y optimización son similares en el parámetro K , y en cuanto al parámetro n se alcanzan valores superiores en la optimización.

Cuadro 18. Parámetros de la función gamma.

Evento	Método de los momentos		Algoritmo de Rosenbrock	
	n	K, h^{-1}	n	K, h^{-1}
1	4.6398	0.4114	4.7804	8.0744
2	4.2978	0.2349	4.4588	4.5839
3	4.2335	0.4122	3.3195	5.8999
4	1.3403	1.2372	1.1926	1.5759
5	1.0573	0.4828	1.2015	0.7750
6	2.3860	0.6895	2.5133	3.8675
7	2.5749	0.5889	3.6886	2.5663
8	1.1413	0.9418	1.2075	1.4187
9	1.6820	0.8168	2.5834	2.3376
10	1.4168	1.1599	1.9630	2.3237
11	1.9571	0.6615	2.4505	2.2327
12	2.3935	0.4899	4.1635	4.2020
13	2.3701	0.5118	2.9759	2.8154
14	1.6974	0.7188	2.7607	2.8660
15	1.2499	1.0295	3.3532	3.3892
16	3.6999	0.3504	4.6484	3.8569
17	1.1518	0.5791	2.2198	4.0111
18	1.1784	1.6890	1.0000	0.4091
19	1.6462	0.8442	1.2056	0.8104
20	2.7421	0.3906	5.0201	5.2971
Promedio	2.2428	0.7120	2.8353	3.1656
Des. Est.	1.1459	0.3578	1.3178	1.8948



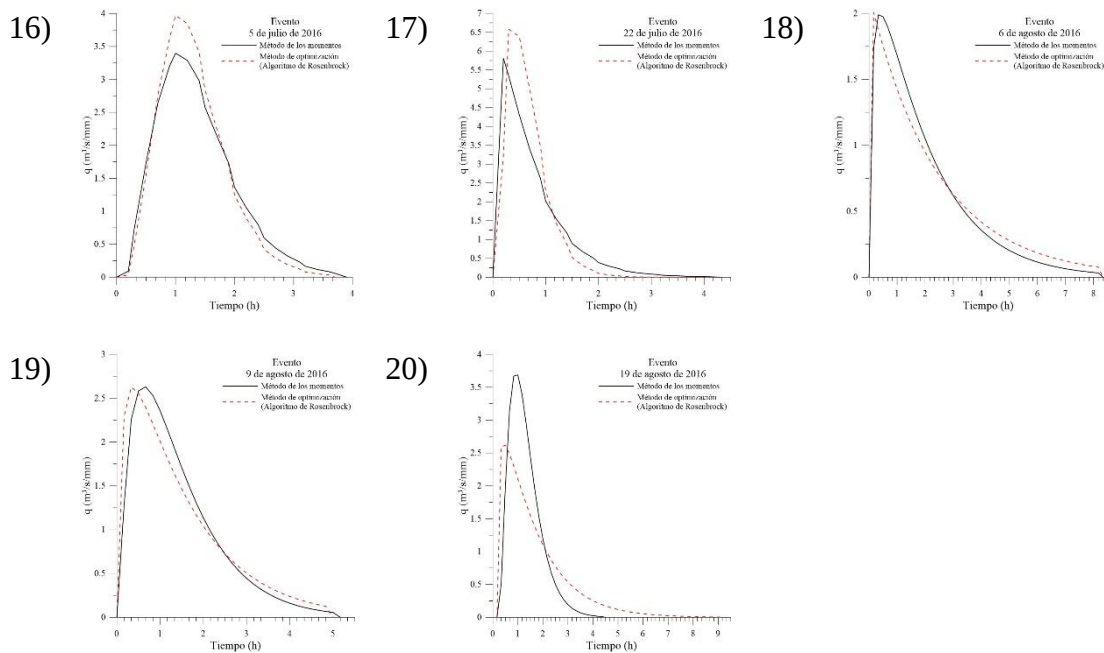


Figura 30. Hidrograma unitario para cada tormenta.

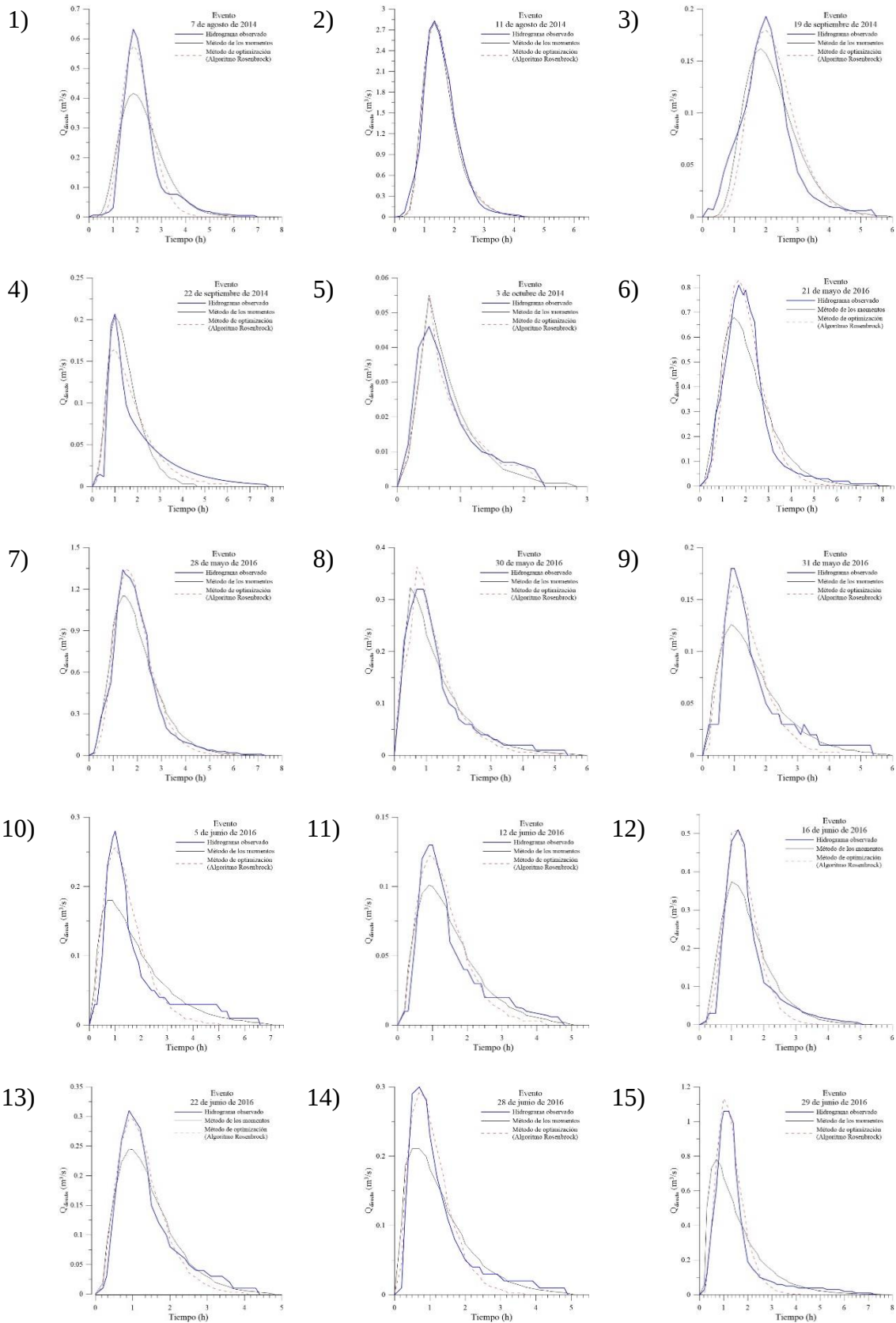
En la Figura 31 se presentan los hidrogramas de escurrimiento directo calculados a partir de los HU deducidos anteriormente, por momentos y optimización, frente a cada hidrograma de escurrimiento observado y en el Cuadro 19 se presentan los valores característicos de los hidrogramas: caudal punta, Q_p , tiempos en que tienen lugar tales caudales, t_p , los volúmenes de escurrimiento, el error en porcentaje cometido por cada técnica y el valor del índice de eficiencia, NSE .

Como valoración general se puede comentar que empleando la técnica de los momentos el volumen de escurrimiento directo fue subestimado hasta en un 4.2%, pero optimizando los parámetros se redujo el porcentaje de error en cuanto al volumen estimado. Sin embargo hubo un caso particular, evento 17, en donde el error fue de -12.1% de volumen total.

Empleando la optimización de los parámetros se ajustaron de mejor manera los caudales pico y los tiempos al pico de los hidrogramas calculados respecto a los observados.

Cuadro 19. Valores de NSE , Q_p , T_p , volumen escurrido y su error determinados por momentos y optimización.

Evento	Momentos			Optimización			Volumen escurrido (Dm ³)			Error en volumen (%)	
	NSE	Qp	Tp	NSE	Qp	Tp	Obs.	Mom.	Opt.	Mom.	Opt.
1	0.86	0.42	1.9	0.96	0.58	2.0	3.12	3.06	3.13	-1.8	0.2
2	0.99	0.28	1.4	0.99	2.83	1.5	12.72	12.49	12.73	-1.8	0.1
3	0.91	0.16	1.7	0.94	0.18	2.0	1.13	1.11	1.13	-2.0	-0.1
4	0.80	0.13	0.9	0.86	0.17	1.2	1.11	1.12	1.11	0.4	0.3
5	0.92	0.06	0.5	0.93	0.05	0.7	0.14	0.14	0.14	-1.1	-4.2
6	0.93	0.68	1.5	0.98	0.83	1.7	5.59	5.48	5.59	-2.0	0.0
7	0.96	1.15	1.5	0.99	1.35	1.5	8.63	8.44	8.60	-2.2	-0.3
8	0.96	0.32	0.5	0.96	0.36	0.7	1.72	1.66	1.70	-3.6	-1.2
9	0.84	0.13	0.9	0.90	0.17	1.0	0.91	0.87	0.89	-4.2	-2.2
10	0.80	0.18	0.9	0.88	0.26	1.0	1.50	1.46	1.49	-2.9	-0.4
11	0.90	0.10	0.9	0.92	0.12	0.8	0.65	0.64	0.66	-1.1	1.4
12	0.88	0.37	1.0	0.97	0.51	1.2	2.14	2.10	2.13	-2.1	-0.3
13	0.93	0.25	0.9	0.96	0.30	0.8	1.45	1.41	1.44	-2.4	-0.4
14	0.83	0.21	0.7	0.95	0.29	0.7	1.30	1.27	1.29	-2.7	-0.6
15	0.74	0.78	0.7	0.97	1.33	1.0	4.97	4.89	4.99	-1.8	0.3
16	0.91	0.12	1.2	0.92	0.14	1.3	0.67	0.64	0.65	-3.5	-1.7
17	0.92	0.30	1.2	0.95	0.31	1.3	1.45	1.43	1.28	-1.4	-12.1
18	0.81	0.13	0.9	0.87	0.12	0.8	1.18	1.15	1.14	-2.0	-3.5
19	0.93	0.07	1.0	0.98	0.07	0.7	0.51	0.50	0.49	-2.4	-2.8
20	0.87	0.27	0.9	0.96	0.38	1.0	1.41	1.36	1.39	-3.2	-1.2



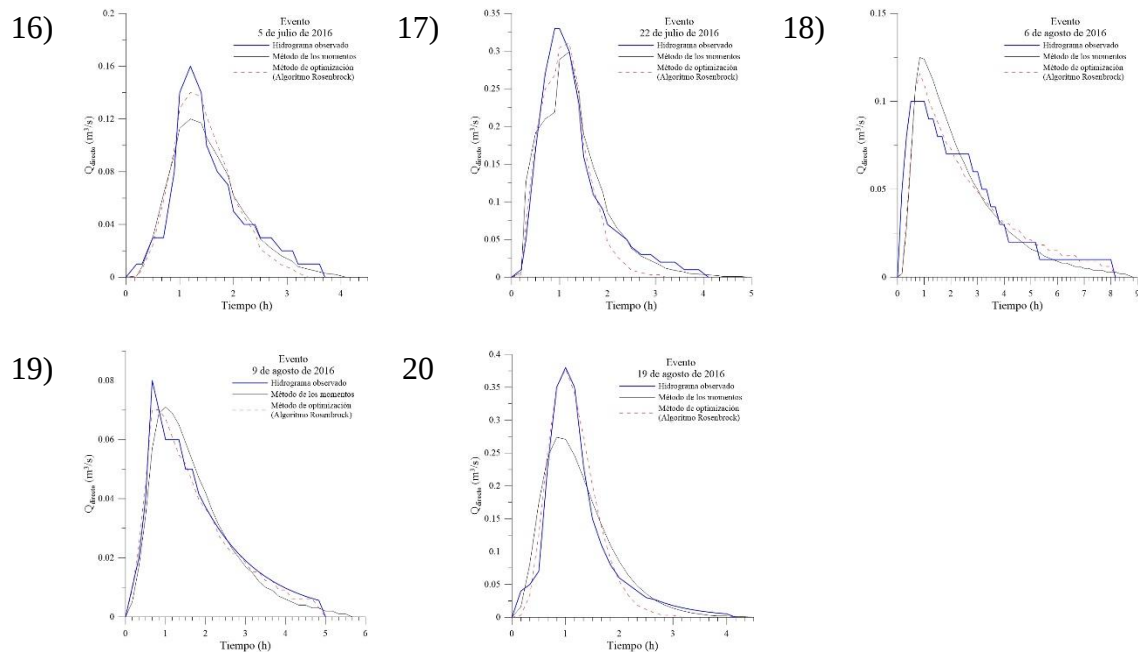


Figura 31. Comparación de hidrogramas de escurrimiento directo observados y estimados.

6.5. Hidrograma unitario para la cuenca del río Chapingo

En este apartado se presentan los resultados de la validación cruzada para determinar el HU, el cual se obtuvo del HUI a partir del método estandarizado del hidrograma S, en el que, el intervalo de tiempo es de 10 minutos. Se retomó la propuesta de encontrar el HU que representara de mejor manera cada uno de los grupos de eventos en relación con el tamaño del caudal pico (menor a 0.50, de 0.51 a 1.20 y mayor a 1.21 m³/s, para eventos pequeños, medianos y grandes respectivamente).

De esta forma, se seleccionaron cuatro eventos de los catorce que se clasificaron como “pequeños”, el criterio para reclasificarlos fue que entre cada ancho de clase la diferencia fuera menor a un 10% (variación <0.10 de caudal pico), posterior a esto se promediaron los valores de cada clase y se seleccionaron los eventos representativos; se requirió también aumentar la población de los eventos grandes, para ello se tomaron dos de los cuatro eventos del grupo de los medianos (Cuadro 20). Se evaluaron los modelos teniendo en cuenta las diferentes combinaciones para la calibración (tres, dos y uno) y validando, en cada caso, para los eventos restantes, evaluando en todos los casos que se presentan en el Cuadro 21.

Cuadro 20. Eventos usados para el proceso de validación cruzada.

Símbolo	Eventos pequeños			Eventos medianos			Eventos grandes		
	E*	Fecha	Q _p (m ³ /s)	E*	Fecha	Q _p (m ³ /s)	E*	Fecha	Q _p (m ³ /s)
A	19	09/08/16	0.08	12	16/06/16	0.55	6	21/05/16	0.81
B	16	05/07/16	0.16	1	07/08/14	0.63	15	29/06/16	1.06
C	4	22/09/16	0.21	6	21/05/16	0.81	7	28/05/16	1.34
D	17	22/07/16	0.33	15	29/06/16	1.06	2	11/08/14	2.83

*Número de evento.

Cuadro 21. Combinaciones realizadas para el proceso de validación cruzada.

Calibración	Validación	Calibración	Validación	Calibración	Validación
A,B,C	D	A,B	C	A	B
			D		C
			B		D
B,C,D	A	A,C	D	B	A
			B		C
			C		D
C,D,A	B	A,D	A	C	A
			B,C		B
			D		D
D,A,B	C	B,D	A	D	A
			C		B
			A		C
		C,D	B		

En cada uno de los casos y para cada uno de los modelos del HUI se han determinado los valores del índice de eficiencia, *NSE*, y los valores de los parámetros. Los resultados de los valores medios, mínimos, máximos y dispersiones se presentan en el Cuadro 22 y en la Figura 32.

Cuadro 22. Resultados del índice *NSE* y de los parámetros del modelo en el proceso de validación cruzada por grupo de evento.

Calibración	Eventos pequeños			Eventos medianos			Eventos grandes		
	NSE	<i>n</i>	<i>K, h⁻¹</i>	NSE	<i>n</i>	<i>K, h⁻¹</i>	NSE	<i>n</i>	<i>K, h⁻¹</i>
Media	0.01	2.318	2.301	0.48	3.920	2.952	0.75	3.647	3.031
Mínimo	-1.70	1.049	0.800	-0.34	2.462	1.886	0.45	2.462	1.886
Máximo	0.65	4.648	4.011	0.98	8.074	4.780	0.97	4.584	4.459
Des. Est.	0.65	1.087	1.335	0.41	1.658	0.990	0.16	0.608	0.793

La evaluación del índice *NSE* mejora conforme el caudal pico aumenta y los parámetros del modelo alcanzan mayor estabilidad para eventos grandes, por lo que se puede comentar que los modelos son más sensibles para valores pequeños de *K*.

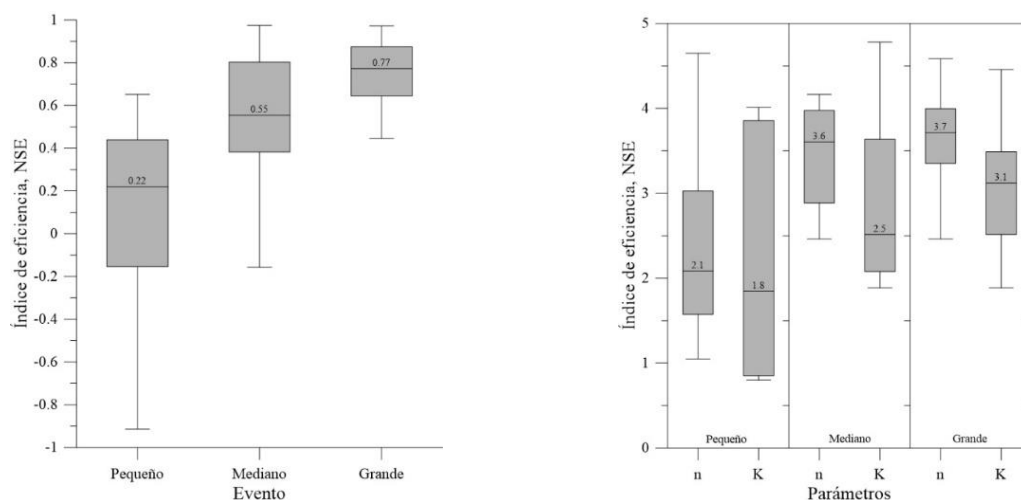


Figura 32. Valores del índice de eficiencia *NSE* y de los parámetros del modelo por grupo de evento.

En el Cuadro 23 se presentan las combinaciones que de acuerdo al procedimiento anterior alcanzaron los valores más altos respecto al índice de eficiencia *NSE* para calibrar los modelos del hidrograma unitario para cada grupo de eventos lluvia-escurrimiento.

Cuadro 23. Combinaciones para la validación cruzada con la evaluación más alta por grupo de evento.

Evento	Calibración	Validación	NSE	<i>n</i>	<i>K, h⁻¹</i>
Pequeños	16,4,17	19	0.65	1.3967	1.1740
Medianos	12,1	6	0.97	3.9741	2.6029
Grande	6,15,7	2	0.91	3.5000	2.5000

En la Figuras 33 se presentan los HU obtenidos de las combinaciones lineales de los diversos hidrogramas usados en la calibración y cuyas ordenadas se muestran a detalle en el Anexo 2.

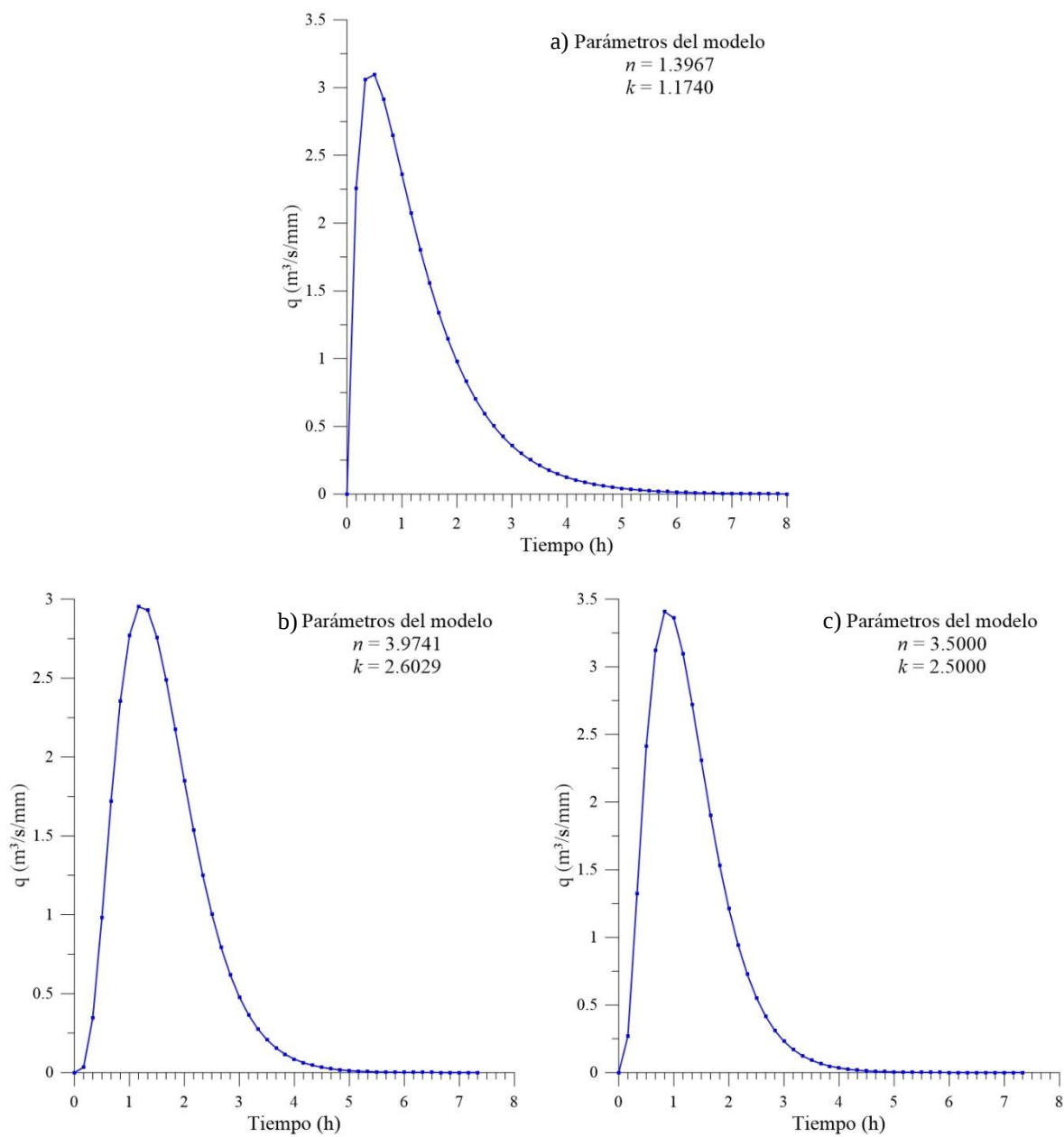


Figura 33. HU para eventos a) pequeños, b) medianos y c) grandes.

Se procedió a validar cada uno de los HU en los eventos del grupo al que pertenecen y en el Cuadro 24 se muestran los valores de la eficiencia del modelo así como el error en porcentaje del volumen estimado frente al medido en campo.

Cuadro 24. Validación de los eventos lluvia-escurrimiento por grupo.

Eventos pequeños			Eventos medianos			Eventos grandes		
Val.*	NSE	Error~	Val.*	NSE	Error~	Val.*	NSE	Error~
19	0.72	-36.20	12	0.57	-0.09	6	0.79	0.07
16	0.32	-5.26	1	0.74	0.18	15	0.90	0.70
4	0.35	-2.51	6	0.98	0.03	7	0.88	-0.30
17	0.64	-15.37	15	0.55	0.59	2	0.91	-0.60
Media	0.51	-14.84	Media	0.71	0.18	Media	0.87	-0.03
Des. Est.	0.20	15.28	Des. Est.	0.20	0.30	Des. Est.	0.09	0.56

Val.*, Validación; Error~ en volumen (%)

En los eventos pequeños en promedio el índice *NSE* es de 0.51 considerándose como un modelo “No satisfactorio” de acuerdo a la propuesta de Ritter y Muñoz-Carpena (2013). En los eventos medianos esta evaluación alcanzó la categoría de un modelo “Aceptable” con 0.71 de bondad de ajuste, mientras que en los eventos grandes la eficiencia es mayor obteniendo 0.87 catalogándose como un modelo “Bueno”. Se observa que en los eventos pequeños el error en cuanto a la estimación de volúmenes es de hasta de un 36% por debajo de lo observado, este error se va reduciendo en los eventos medianos y más aún en los eventos grandes.

Una vez obtenidos los HU por grupo de eventos, se relacionó la precipitación que origina el escurrimiento del evento en cuestión y la precipitación antecedente conforme al Cuadro 13. De acuerdo a la Figura 34, sólo el 35% de los eventos registrados coincidieron en la clasificación propuesta para hacer uso de un determinado HU por grupo.

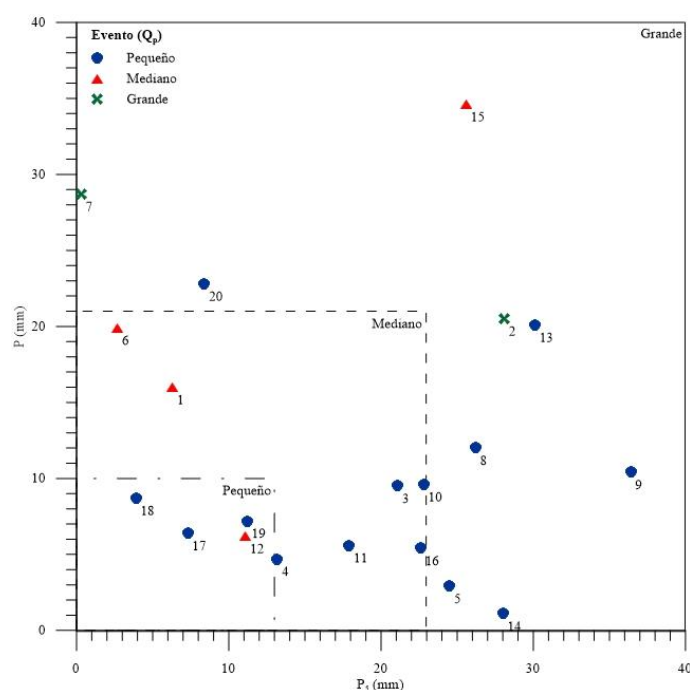


Figura 34. Evaluación de los eventos usados respecto al HU por grupo.

Ante estos resultados poco consistentes se optó por estimar un único hidrograma unitario involucrando diversos eventos al mismo tiempo. Para esto se evaluaron los modelos teniendo en cuenta las 32 combinaciones para la calibración (combinación lineal de un evento pequeño, un mediano y un grande) y validando para los eventos que se quedaron fuera de la calibración.

Los resultados de la validación indican que los modelos que tienen un mejor comportamiento en cuanto al índice de eficiencia, *NSE*, son aquellos hidrogramas que superan los 0.50 m³/s de caudal pico y se catalogan como eventos medianos y grandes, presentando valores que van de 0.78 a 0.94 de eficiencia (Cuadro 25) y errores menores al 1% en la estimación del volumen escurrido. En los eventos pequeños se puede comentar que existe inconsistencia en los resultados. Sin embargo, de manera general el 70% de los eventos estudiados califican como modelos aceptables a muy buenos, de acuerdo al criterio de evaluación.

Cuadro 25. Resultados de la validación cruzada para el HU único de la cuenca.

Evento			Error (%)		NSE	
Calibración	Validación	Q _p (m³/s)	Q _p	T _p		Volumen
4,1,2	5	Pequeño	-64.1	40.0	-6.5	-1.12
	19		-19.4	0.0	-36.2	0.62
	18		52.4	-20.0	-11.4	-0.85
	11		3.0	16.7	0.3	0.73
	16		-19.4	600.0	-0.6	0.9
	9		-1.9	40.0	-1.8	0.79
	3		14.6	133.3	0.7	0.17
	10		29.7	-41.7	-0.1	0.74
	14		-4.4	50.0	-0.4	0.7
	13		-2.6	40.0	0.3	0.85
	8		4.0	0.0	-1.8	0.17
	17		-38.2	12.5	-12.2	0.19
	20		-35.6	-12.5	-1.3	0.83
	12	-28.9	75.0	-0.3	0.88	
	6	Mediano	37.9	100.0	-0.1	0.78
	15		-5.1	16.7	0.8	0.86
	7	Grande	16.5	33.3	-0.3	0.89
	2		-18.6	12.5	-0.5	0.94

En el Cuadro 26 se presentan las ordenadas del HU obtenido de la combinación lineal de los eventos lluvia-escorrimento 4,1, 2 y que se muestra en la Figura 35.

Cuadro 26. Ordenadas del HU único para la cuenca del río Chapingo.

t, h	0.0	0.2	0.3	0.5	0.7	0.8	1.0	1.2	1.3	1.5	1.7	1.8
q, m³/s/mm	0.0	0.082	0.757	1.925	2.996	3.634	3.793	3.581	3.148	2.623	2.096	1.620

t, h	2.0	2.2	2.3	2.5	2.7	2.8	3.0	3.2	3.3	3.5	3.7	3.8
q, m³/s/mm	1.218	0.895	0.646	0.458	0.320	0.221	0.151	0.102	0.069	0.046	0.030	0.0

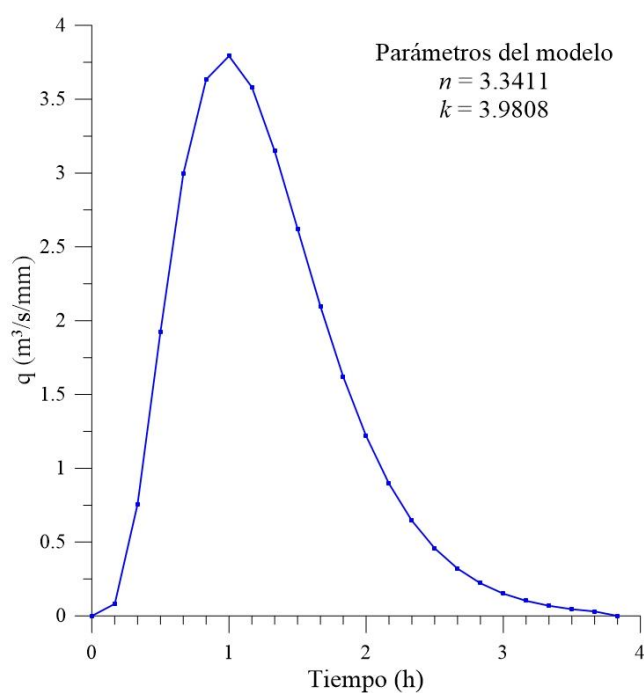


Figura 35. HU único para la cuenca del río Chapingo.

En la Figura 36 se presenta el hidrograma de salida de la cuenca para el evento del día 11 de agosto de 2014 quien registró el mayor caudal punta para este estudio, obtenido mediante la aplicación de la relación de convolución al HU único de 10 minutos, presentado en el Cuadro 26, cuyos cálculos se presentan en el Anexo 3. Se observa una punta inferior a la observada y desfaseamiento de diez minutos en el tiempo en que el que se alcanza.

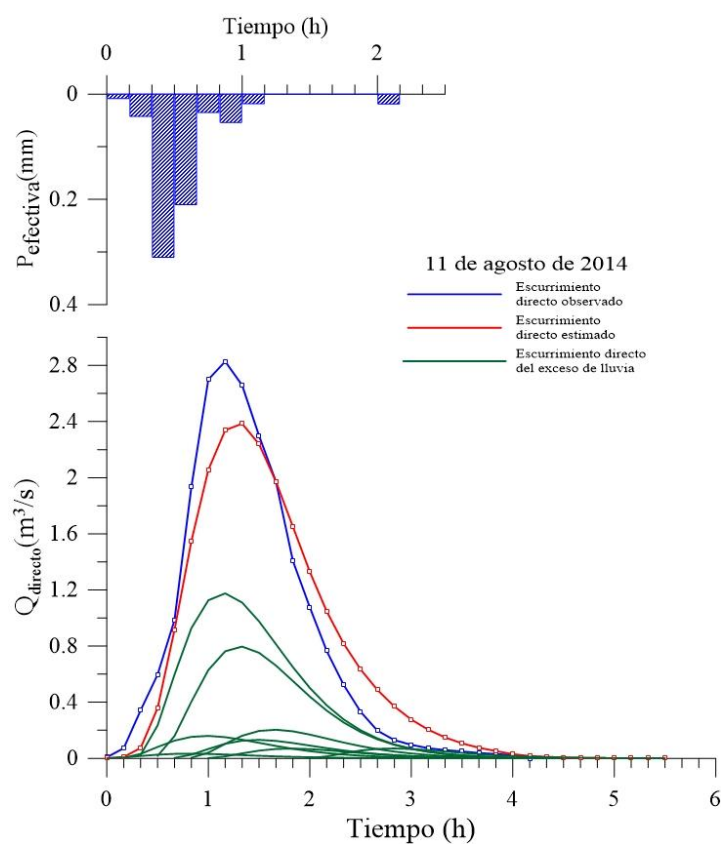


Figura 36. Hidrograma de esguerrimiento directo obtenido a partir del HU único de 10 minutos.

En la Figura 37 se muestran los hidrogramas de escurrimiento directo estimados a partir del hidrograma unitario único (Cuadro 26) de la cuenca para los cuatro eventos medianos. Se observa que los valores de los caudales punta son superiores para los eventos ocurridos en el mes de junio y ligeramente inferiores para los ocurridos en mayo. Referente al tiempo al pico, en promedio es de setenta minutos, diez minutos superior al observado en promedio.

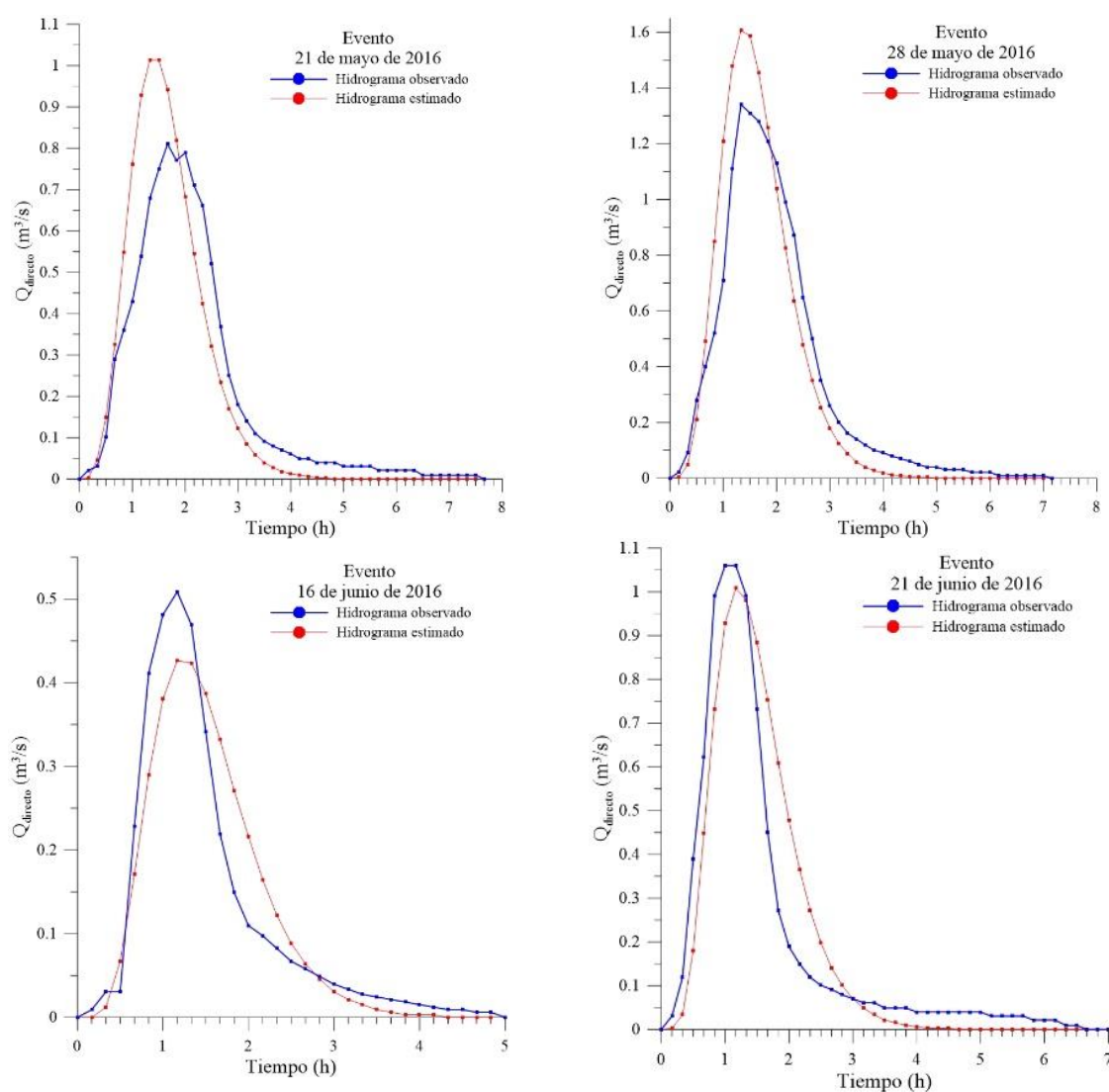


Figura 37. Hidrogramas estimados por el HU único.

7. CONCLUSIONES

El modelo conceptual propuesto por Nash (1957) estimó satisfactoriamente el hidrograma por evento de lluvia-escorrentía donde los valores de NSE son superiores a 0.80, con los parámetros optimizados, que se califican como modelos muy buenos de acuerdo con la propuesta de Ritter y Muñoz-Carpena (2013), alcanzando la más alta categoría de evaluación.

El HU único obtenido, representó satisfactoriamente el 70% de los hidrogramas de escorrentía directa observados.

El número de curva de escorrentía (NC) obtenido con el método del SCS que considera cada uno de los complejos hidrológicos de suelo-cobertura fue modificado para cada uno de los veinte eventos de lluvia-escorrentía ya que se tienen datos medidos de precipitación y caudales en la cuenca, por lo que no fue necesario realizar correcciones por humedad antecedente y pendiente. Dichos NC variaron de 64 a 99, siendo la media 85.

El uso del algoritmo de Rosenbrock para optimizar los parámetros n y K obtenidos por el método de los momentos, mejoró significativamente la estimación del hidrograma de salida de la cuenca en cuanto al índice de evaluación NSE , el cual en promedio para el método de los momentos fue de 0.88 y optimizando los parámetros fue de 0.94.

Se llevó a cabo la aplicación el método de estimación del HU a eventos individuales de lluvia-escorrentía y se dedujeron hidrogramas unitarios diferentes para cada uno de los eventos considerados. Para deducir un único HU o por rango de evento para la cuenca del río Chapingo, de acuerdo a la clasificación propuesta, se usó la técnica de validación cruzada que emplea la suma lineal de diversos eventos de lluvia-escorrentía considerados simultáneamente.

No se encontró ventaja apreciable en el uso de un hidrograma unitario por grupo de evento, pequeño, mediano y grande, ya que la relación con la precipitación del evento que origina el escurrimiento y la precipitación antecedente no es como lo indica la serie histórica de la zona de Chapingo, esto puede deberse a que dicha variable es aleatoria en el tiempo y que la precipitación de la estación climatológica de Chapingo no corresponde en su totalidad a la sucede en la cuenca.

El procedimiento de estimación del hidrograma unitario único mediante la técnica de validación cruzada, involucrando un evento pequeño, uno mediano y un grande arrojó eficiencias que van de 0.78 a 0.94 en los eventos considerados como medianos y grandes.

En este trabajo se usaron hidrogramas de forma unimodal y con la rama de recesión monóticamente decreciente, ya que el modelo de Nash presenta la ventaja de obtener HU bien configurados y unimodales por deducirse de una expresión matemática como la función de densidad de una distribución gamma que presenta tales características.

En la cuenca del río Chapingo se han llevado estudios de tipo hidrológico, pero por escasez de información hidrométrica, sólo se han llegado a valores estimativos.

8. LITERATURA CITADA

- Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (1965). Handbook of mathematical functions, 295-330.
- Aparicio, M. F. (2013). Fundamentos de hidrología de superficie, Limusa, México, D. F. 303p.
- Ayuso, J. L. (1990). Circulación de flujos. Métodos usuales en el diseño de canales y embalses en cuencas pequeñas. Monografía n. 179, Universidad de Córdoba.
- Bahram, S. (2006). Nonlinear transformation of unit hydrograph. J. Hydrol. 330: 596-603.
- Campos, A. D. F. (1998). Procesos del Ciclo Hidrológico. 3ra. Reimpr. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México. 529p.
- Cavazos, T., Hastenrath, S. (1990). Convection and rainfall over Mexico and their modulation by the Southern Oscillation. Int. J. Clim. 10:377-386.
- Chow, V. T. (1959). Open channel hydraulics. McGraw-Hill, New York, USA.
- Chow, V.T., Maidment D. R. & Mays L. W. (1988). Applied hydrology. McGraw-Hill, New York, USA. 584p.
- Clark, C. O. (1945). Storage and the Unit Hydrograph. ASCE Trans., 110: 1419-1446

Clarke, R. T. (1973). Mathematical models in hydrology. FAO Irrig. Drain. papers 19, Roma, Italy.

Comisión Nacional del Agua (CONAGUA). (2015). Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales BANDAS. Catálogo de Estaciones Hidrométricas. Bases de Datos Hidrométricas y Planos Hidrológicos. (<http://www.conagua.gob.mx/>, consultado: 8 de febrero de 2015).

Domínguez, M. R., Esquivel G. G., Baldemar M. A., Mendoza R. A., Arganis J. M. L., Carrizosa E. E. (2008). Manual del modelo para pronóstico de escurrimiento. Serie Manuales Instituto de Ingeniería (ISBN: 970-32-1593-9) SM/12.

Dooge, J. C. I. (1973). Linear theory of hydrologic systems. USDA Agricultural Research Service, Tech. Bull. n. 1468, Washington, D.C., USA.

Engelhart, P.J., Douglas, A.V. (2002). Mexico's summer rainfall patterns: an analysis of regional models and changes in their teleconnectivity. *Atmosfera* 15:147-164.

Environmental Systems Research Institute (ESRI). (2012). ArcMap 10.1. Redlands, CA, USA.

Escalante, A., Reyes L. (2013). Técnicas Estadísticas en Hidrología. 2da. Ed, primera reimpresión. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, ISBN 970-32-0173-3,2008.

- Garrido, A., Pérez D. J. L. y Enríquez C. (2010). Delimitación de zonas funcionales de las cuencas hidrográficas de México. Estudio FAO Montes 150. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación.
- Gibbs, W. J. & Maher, J. V. (1967). Rainfall deciles as drought indicators. Bureau of Meteorology Bulletin, 48. Commonwealth of Australia, Melbourne.
- Gómez, C. (2004). Manual de Manejo de Cuencas, 2da. Ed., El Salvador, Ed. Visión mundial.
- Gray, D. M. (1973). Handbook on the Principles of Hydrology. Syosset, New York. Water Information Center, Inc.
- Hawkins, R. (1993). Asymptotic determination of runoff curve numbers from data. J. Irrigation Drainage Eng. 19(2): 334-345.
- Huggins, L. F. & Burney J. R. (1982). Surface runoff, storage and routing. Hydrological Modeling of small Watersheds. Editado por C.T. Haan, H.P. Johnson y D.L. Brakensiek. Cap. 5, pp: 169-225. St. Joseph, Michigan, ASAE.
- Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA). (2013). ERIC III: Extractor Rápido de Información Climatológica, periodo 1980-1999. Chapingo, México.
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). (2015a). Modelo de elevación digital.
(<http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/datosrelieve/continental/descarga.aspx>, consultado: 15 marzo de 2015).

Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). (2015b). Carta geológica 1:50 000 en formato digital.

(<http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/reclnat/geologia/default.aspx>, consultado: 17 de junio de 2015).

Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). (2015c). Carta edafológica 1:50 000 en formato digital.

(<http://www3.inegi.org.mx/sistemas/biblioteca/ficha.aspx?upc=702825279400>, consultado: 17 de junio de 2015).

Jena S.K., and K.N. Tiwari. (2005). Modeling synthetic unit hydrograph parameters with geomorphologic parameters of watersheds. *J. Hydrol.* 319:1-14.

Linsley, R. K., Kohler M. A. & Paulhus J. H. (1975). *Hydrology for Engineers*. New York. McGraw-Hill Book Company.

López, J. J., Gimena, F. N., Giráldez, J. V., Ayuso, J. L., Goñi, M. (2012). Comparative analysis of a geomorphology-based instantaneous unit hydrograph in small mountainous watersheds. *Hydrol. Proc.* 26:2909-2924.

Márquez Z., J. C. (2013). Impacto de obras y prácticas de conservación sobre los servicios ambientales hidrológicos de la Cuenca del Río Chapingo. Tesis de maestría. Hidrociencias. Colegio de Postgraduados, México.

McCuen, R. H. (2005). *Hydrologic Analysis and Design* (888 pp.). Upper Saddle River, USA: Prentice-Hall.

- Michel, C., Andréassian V., Perrin C. (2005). Soil Conservation Service Curve Number method: How to mend a wrong soil moisture accounting procedure. *Water Resour. Res.* vol. 41, W02011, doi: 10.1029/2004WR003191.
- Moriasi, D. N., Arnold J. G., Van Liew M. W., Bingner R. L., Harmel R. D., Veith T. L. (2007). Model evaluation guidelines for systematic quantification of accuracy in watershed simulations. *Trans. ASABE* 50, 885–900.
- Musgrave, G. W. & Holtan H. N. (1964). Infiltration. Section 12 in the *Handbook of Applied Hydrology*, editor –in-chief Ven Te Chow, page 12-10to 12-30. McGraw Hill Book Company. New York. U.S.A.
- Nash, J. E. (1957). The form of the instantaneous unit hydrograph. *IASH publication n. 45*, vol. 3-4, pp. 114-121.
- Nash, J. E. (1959). Systematic determination of unit hydrograph parameters, *J. Geophys. Res.*, 64:111-115.
- Nash, J. E., & Sutcliffe J. V. (1970). River flow forecasting through conceptual models part I - A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10, 282-290.
- Ponce, V. M. (1989). *Engineering Hydrology: Principles and Practices*. Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice Hall.
- Press, W. H., Teukolsky S. A., Wetterling V. T., Flannery B. P. (1992). *Numerical Recipes*. 2^a ed. Cambridge Univ. Press. Cambridge.

- Ritter, A., Muñoz-Carpena R. (2013). Performance evaluation of hydrological models: Statistical significance for reducing subjectivity in goodness-of-fit assessments. *J. Hydrol.* 480:33-45.
- Rosenbrock, H. H. (1960). An automatic method for finding the greatest or least value of a function. *Comp. J.* 3:175-184.
- Servicio Meteorológico Nacional (SMN). (2015). Registros de precipitación diaria en intervalos de 10 minutos de la estación automática 15170-Chapingo. (<http://smn.cna.gob.mx/es/emas/>, consultado: 19 de agosto de 2016).
- Sherman, L. K. (1932). Streamflow from rainfall by the unit-graph method. *Eng. News Record* 108, pp. 501-505.
- Singh, V. P. (1988). Hydrologic systems. Rainfall-runoff modeling. Vol. I, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Smith, D. I., Hutchinson M. F. & McArthur R. J. (1993). Australian climatic and agricultural drought: payments and policy. *Drought Network News*, 5(3): 11-12.
- Springall, R. (1970). Hidrología: Primera parte. Serie Azul del Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México UNAM.
- Snyder, F. F. (1938). Synthetic unit hydrographs. *Trans. Amer. Geophysical Union* 19:447–454.

United States Geological Survey (USGS). (2015). Global Visualization Viewer (<http://glovis.usgs.gov/>, consultado: 19 de junio de 2015)

USDA-SCS (1972). SCS Natural Engineering Handbook, section 4, Hydrology. Estimation of Direct Runoff from Storm Rainfall (pp. 1-24). Washington, DC: U.S. Department of Agriculture-Natural Resources Conservation Service.

Vargas, C. G., Ibáñez C. L. A., & Arteaga R. R. (2015). Development, classification and trends in rainfall-runoff modeling. *Ingeniería Agrícola y Biosistemas*, 7(1), 5-21. doi: 10.5154/r.inagbi.2015.03.002

Viessman, W., Lewis G. L. & Knapp J. W. (1989). Introduction to hydrology. Third edition. Harper & Row Publishers, New York.

Zhao, B., Tung Y. K., Yeh K. C. & Yang J. C. (1995). Statistical validation methods: Application to unit hydrographs. *J. Hydr. Engng.* 121:618-624.

9. ANEXOS

Anexo 1. Datos registrados de las tormentas utilizadas en el estudio

Tiempo (h)	1		2		3		4		5	
	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.17	0.007	0.006	0.009	0.008	0.009	0.008	0.008	0.012	0.001	0.012
0.33	0.101	0.006	0.042	0.072	0.021	0.007	0.010	0.015	0.003	0.040
0.50	0.025	0.006	0.310	0.342	0.025	0.021	0.023	0.012	0.004	0.046
0.67	0.028	0.012	0.210	0.597	0.007	0.043	0.020	0.115		0.038
0.83	0.000	0.017	0.035	0.986		0.059		0.193		0.026
1.00	0.010	0.031	0.054	1.936		0.072		0.207		0.018
1.17		0.172	0.018	2.700		0.086		0.174		0.013
1.33		0.314	0.000	2.829		0.102		0.130		0.010
1.50		0.428	0.000	2.658		0.125		0.098		0.009
1.67		0.558	0.000	2.299		0.162		0.084		0.007
1.83		0.632	0.000	1.970		0.180		0.077		0.007
2.00		0.602	0.000	1.407		0.193		0.069		0.006
2.17		0.530	0.019	1.076		0.180		0.063		0.005
2.33		0.428		0.765		0.151		0.057		0.000
2.50		0.314		0.524		0.125		0.052		
2.67		0.210		0.332		0.086		0.047		
2.83		0.140		0.197		0.066		0.042		
3.00		0.100		0.130		0.043		0.038		
3.17		0.082		0.096		0.034		0.035		
3.33		0.076		0.072		0.024		0.032		
3.50		0.076		0.059		0.019		0.029		
3.67		0.076		0.049		0.016		0.026		
3.83		0.067		0.038		0.013		0.024		
4.00		0.058		0.031		0.010		0.021		
4.17		0.046		0.024		0.009		0.019		
4.33		0.038		0.000		0.009		0.018		
4.50		0.028				0.007		0.016		
4.67		0.023				0.006		0.014		
4.83		0.019				0.006		0.013		
5.00		0.018				0.006		0.012		
5.17		0.013				0.006		0.011		
5.33		0.012				0.007		0.010		
5.50		0.009				0.000		0.009		
5.67		0.009						0.008		
5.83		0.008						0.007		
6.00		0.006						0.007		
6.17		0.005						0.006		
6.33		0.005						0.005		
6.50		0.005						0.005		
6.67		0.005						0.004		
6.83		0.005						0.004		
7.00		0.000						0.004		
7.17								0.003		
7.33								0.003		
7.50								0.003		
7.67								0.002		
7.83								0.000		

Tiempo (h)	6		7		8		9		10	
	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.17	0.054	0.020	0.050	0.020	0.038	0.130	0.018	0.030	0.038	0.030
0.33	0.050	0.030	0.143	0.090	0.000	0.220	0.014	0.030	0.020	0.030
0.50	0.084	0.100	0.070	0.280	0.018	0.280	0.011	0.030	0.024	0.100
0.67	0.050	0.290	0.136	0.400	0.037	0.320	0.006	0.130		0.230
0.83	0.033	0.360	0.035	0.520		0.320		0.180		0.270
1.00	0.035	0.430	0.037	0.710		0.300		0.180		0.280
1.17		0.540		1.110		0.240		0.160		0.240
1.33		0.680		1.340		0.180		0.130		0.200
1.50		0.750		1.310		0.130		0.100		0.140
1.67		0.810		1.280		0.100		0.080		0.110
1.83		0.770		1.210		0.090		0.060		0.090
2.00		0.790		1.130		0.070		0.050		0.070
2.17		0.710		0.990		0.060		0.040		0.060
2.33		0.660		0.870		0.060		0.040		0.050
2.50		0.520		0.650		0.050		0.030		0.050
2.67		0.370		0.500		0.040		0.030		0.040
2.83		0.250		0.350		0.040		0.030		0.040
3.00		0.180		0.260		0.030		0.020		0.030
3.17		0.140		0.200		0.030		0.030		0.030
3.33		0.110		0.160		0.020		0.020		0.030
3.50		0.090		0.140		0.020		0.020		0.030
3.67		0.080		0.120		0.020		0.010		0.030
3.83		0.070		0.100		0.020		0.010		0.030
4.00		0.060		0.090		0.020		0.010		0.030
4.17		0.050		0.080		0.020		0.010		0.030
4.33		0.050		0.070		0.010		0.010		0.030
4.50		0.040		0.060		0.010		0.010		0.030
4.67		0.040		0.050		0.010		0.010		0.030
4.83		0.040		0.040		0.010		0.010		0.030
5.00		0.030		0.040		0.010		0.010		0.020
5.17		0.030		0.030		0.010		0.010		0.020
5.33		0.030		0.030		0.000		0.000		0.010
5.50		0.030		0.030						0.010
5.67		0.020		0.020						0.010
5.83		0.020		0.020						0.010
6.00		0.020		0.020						0.010
6.17		0.020		0.010						0.010
6.33		0.020		0.010						0.010
6.50		0.010		0.010						0.000
6.67		0.010		0.010						
6.83		0.010		0.010						
7.00		0.010		0.010						
7.17		0.010		0.000						
7.33		0.010								
7.50		0.010								
7.67		0.000								

Tiempo (h)	11		12		13		14		15	
	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.17	0.012	0.010	0.010	0.010	0.031	0.010	0.071	0.010	0.024	0.030
0.33	0.017	0.010	0.059	0.030	0.042	0.030		0.120	0.171	0.120
0.50	0.007	0.060	0.035	0.030	0.006	0.150		0.290	0.061	0.390
0.67		0.120	0.013	0.230		0.260		0.300	0.017	0.620
0.83		0.130		0.410		0.310		0.280		0.990
1.00		0.130		0.480		0.300		0.230		1.060
1.17		0.110		0.510		0.280		0.170		1.060
1.33		0.090		0.470		0.210		0.130		0.990
1.50		0.060		0.340		0.150		0.110		0.730
1.67		0.050		0.220		0.120		0.080		0.450
1.83		0.040		0.150		0.100		0.060		0.270
2.00		0.040		0.110		0.080		0.050		0.190
2.17		0.030		0.097		0.070		0.040		0.150
2.33		0.030		0.081		0.060		0.040		0.120
2.50		0.020		0.068		0.050		0.030		0.100
2.67		0.020		0.057		0.040		0.030		0.090
2.83		0.020		0.048		0.040		0.030		0.080
3.00		0.020		0.040		0.030		0.020		0.070
3.17		0.020		0.034		0.030		0.020		0.060
3.33		0.013		0.028		0.030		0.020		0.060
3.50		0.012		0.024		0.020		0.020		0.050
3.67		0.010		0.020		0.010		0.020		0.050
3.83		0.009		0.017		0.010		0.020		0.050
4.00		0.008		0.014		0.010		0.010		0.040
4.17		0.007		0.012		0.010		0.010		0.040
4.33		0.006		0.010		0.000		0.010		0.040
4.50		0.006		0.008				0.010		0.040
4.67		0.000		0.007				0.010		0.040
4.83				0.006				0.000		0.040
5.00				0.000						0.040
5.17										0.030
5.33										0.030
5.50										0.030
5.67										0.030
5.83										0.020
6.00										0.020
6.17										0.020
6.33										0.010
6.50										0.010
6.67										0.010
6.83										0.010
7.00										0.010
7.17										0.000

Tiempo (h)	16		17		18		19		20	
	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)	P (mm)	Q (m ³ /s)
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.17	0.009	0.010	0.001	0.010	0.001	0.050	0.004	0.010	0.032	0.040
0.33	0.023	0.010	0.021	0.050	0.015	0.080	0.006	0.020	0.034	0.050
0.50	0.008	0.010	0.013	0.170	0.020	0.100	0.008	0.040	0.010	0.070
0.67		0.010	0.008	0.270	0.021	0.100	0.010	0.080		0.230
0.83		0.010	0.008	0.330	0.008	0.100		0.070		0.350
1.00		0.010	0.019	0.330		0.100		0.060		0.380
1.17		0.010	0.010	0.300		0.090		0.060		0.350
1.33		0.010		0.230		0.090		0.060		0.230
1.50		0.010		0.160		0.080		0.050		0.150
1.67		0.010		0.110		0.080		0.050		0.110
1.83		0.010		0.090		0.070		0.042		0.080
2.00		0.010		0.070		0.070		0.037		0.060
2.17		0.010		0.060		0.070		0.033		0.050
2.33		0.030		0.050		0.070		0.030		0.040
2.50		0.030		0.040		0.070		0.027		0.030
2.67		0.080		0.030		0.070		0.024		0.027
2.83		0.140		0.030		0.060		0.021		0.022
3.00		0.160		0.020		0.060		0.019		0.018
3.17		0.140		0.020		0.050		0.017		0.015
3.33		0.100		0.020		0.050		0.015		0.012
3.50		0.080		0.010		0.040		0.014		0.010
3.67		0.070		0.010		0.040		0.012		0.008
3.83		0.050		0.010		0.030		0.011		0.006
4.00		0.040		0.000		0.030		0.010		0.005
4.17		0.040				0.020		0.009		0.000
4.33		0.030				0.020		0.008		
4.50		0.030				0.020		0.007		
4.67		0.020				0.020		0.006		
4.83		0.020				0.020		0.006		
5.00		0.010				0.020		0.000		
5.17		0.010				0.020				
5.33		0.010				0.010				
5.50		0.000				0.010				
5.67						0.010				
5.83						0.010				
6.00						0.010				
6.17						0.010				
6.33						0.010				
6.50						0.010				
6.67						0.010				
6.83						0.010				
7.00						0.010				
7.17						0.010				
7.33						0.010				
7.50						0.010				
7.67						0.010				
7.83						0.010				
8.00						0.010				
8.17						0.000				

Anexo 2. Ordenadas de los HU para cada grupo de evento lluvia-escorrimento

a) Eventos pequeños.

t, h	q, m³/s/mm	t, h	q, m³/s/mm
0.0	0.000	4.2	0.103
0.2	2.254	4.3	0.086
0.3	3.061	4.5	0.072
0.5	3.096	4.7	0.060
0.7	2.913	4.8	0.050
0.8	2.648	5.0	0.042
1.0	2.358	5.2	0.035
1.2	2.072	5.3	0.029
1.3	1.803	5.5	0.024
1.5	1.558	5.7	0.020
1.7	1.339	5.8	0.017
1.8	1.146	6.0	0.014
2.0	0.977	6.2	0.012
2.2	0.830	6.3	0.010
2.3	0.704	6.5	0.008
2.5	0.595	6.7	0.007
2.7	0.502	6.8	0.005
2.8	0.423	7.0	0.005
3.0	0.356	7.2	0.004
3.2	0.300	7.3	0.003
3.3	0.252	7.5	0.003
3.5	0.211	7.7	0.002
3.7	0.177	7.8	0.002
3.8	0.148	8.0	0.000
4.0	0.124		

b) Eventos medianos.

t, h	q, m³/s/mm
0.0	0.000
0.2	0.034
0.3	0.345
0.5	0.983
0.7	1.721
0.8	2.352
1.0	2.769
1.2	2.952
1.3	2.930
1.5	2.757
1.7	2.489
1.8	2.174
2.0	1.847
2.2	1.535
2.3	1.251
2.5	1.003
2.7	0.793
2.8	0.619
3.0	0.478
3.2	0.366
3.3	0.277

t, h	q, m³/s/mm
3.5	0.208
3.7	0.156
3.8	0.116
4.0	0.085
4.2	0.063
4.3	0.046
4.5	0.033
4.7	0.024
4.8	0.017
5.0	0.012
5.2	0.009
5.3	0.006
5.5	0.005
5.7	0.003
5.8	0.002
6.0	0.002
6.2	0.001
6.3	0.001
6.5	0.001
6.7	0.000

c) Eventos grandes.

t, h	q, m³/s/mm
0.0	0.000
0.2	0.270
0.3	1.325
0.5	2.413
0.7	3.122
0.8	3.408
1.0	3.361
1.2	3.098
1.3	2.722
1.5	2.307
1.7	1.901
1.8	1.531
2.0	1.212
2.2	0.944
2.3	0.726
2.5	0.552
2.7	0.416
2.8	0.311
3.0	0.231

t, h	q, m³/s/mm
3.2	0.170
3.3	0.125
3.5	0.091
3.7	0.066
3.8	0.048
4.0	0.034
4.2	0.024
4.3	0.018
4.5	0.012
4.7	0.009
4.8	0.006
5.0	0.004
5.2	0.003
5.3	0.002
5.5	0.002
5.7	0.001
5.8	0.001
6.0	0.001
6.2	0.000

Anexo 3. Obtención del hidrograma de salida mediante la aplicación de la relación de convolución al HU único

Lluvia efectiva (mm)	Ordenadas del HU (m³/s/mm)																				Hidrograma escurrimiento directo estimado (m³/s)		Hidrograma de escurrimiento directo observado (m³/s)		
	0.0818	0.7569	1.9248	2.9960	3.6339	3.7929	3.5814	3.1481	2.6226	2.0956	1.6197	1.2181	0.8955	0.6458	0.4581	0.3204	0.2213	0.1512	0.1023	0.0686	0.0456	0.0301			
0.01	0.0007																							0.001	0.008
0.04	0.0034	0.0066																						0.010	0.072
0.31	0.0254	0.0319	0.0168																					0.074	0.342
0.21	0.0172	0.2347	0.0811	0.0262																				0.359	0.597
0.03	0.0028	0.1590	0.5967	0.1263	0.0317																			0.916	0.986
0.05	0.0044	0.0263	0.4042	0.9288	0.1532	0.0331																		1.550	1.936
0.02	0.0015	0.0407	0.0668	0.6292	1.1265	0.1599	0.0313																	2.056	2.700
0.00	0.0000	0.0139	0.1035	0.1040	0.7631	1.1758	0.1509	0.0275																2.339	2.829
0.00	0.0000	0.0000	0.0353	0.1610	0.1262	0.7965	1.1102	0.1327	0.0229															2.385	2.658
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0550	0.1953	0.1317	0.7521	0.9759	0.1105	0.0183														2.239	2.299
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0667	0.2039	0.1243	0.6611	0.8130	0.0883	0.0141													1.972	1.970
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0696	0.1925	0.1093	0.5508	0.6497	0.0683	0.0106													1.651	1.407
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0658	0.1692	0.0910	0.4401	0.5021	0.0513	0.0078												1.329	1.076
0.02	0.0015	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0578	0.1410	0.0727	0.3401	0.3776	0.0377	0.0056											1.047	0.765
		0.0141	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0482	0.1126	0.0562	0.2558	0.2776	0.0272	0.0040									0.817	0.524
			0.0358	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0385	0.0871	0.0423	0.1880	0.2002	0.0193	0.0028								0.634	0.332
			0.0557	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0297	0.0655	0.0311	0.1356	0.1420	0.0135	0.0019							0.487	0.197
				0.0675	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0224	0.0481	0.0224	0.0962	0.0993	0.0093	0.0013						0.370	0.130
					0.0705	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0164	0.0347	0.0159	0.0673	0.0686	0.0064	0.0009						0.277	0.096
						0.0666	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0119	0.0246	0.0111	0.0465	0.0469	0.0043	0.0006					0.204	0.072
							0.0585	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0084	0.0172	0.0077	0.0317	0.0317	0.0029	0.0004				0.149	0.059
								0.0487	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0059	0.0119	0.0052	0.0215	0.0213	0.0019	0.0003			0.107	0.049
									0.0389	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0041	0.0081	0.0036	0.0144	0.0141	0.0013			0.076	0.038
										0.0301	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0028	0.0055	0.0024	0.0096	0.0093			0.052	0.031
											0.0226	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0019	0.0037	0.0016	0.0063			0.030	0.024
												0.0166	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0013	0.0025	0.0019			0.017	
													0.0120	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0008	0.0016			0.011	
														0.0085	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0006			0.007	
															0.0060	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000			0.004	
																0.0041	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000			0.003	
																	0.0028	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000			0.002	
																		0.0019	0.0000	0.0000	0.0000			0.001	
																			0.0013	0.0000	0.0000			0.001	
																				0.0008	0.0000			0.001	
																					0.0006			0.001	