

UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO

DIVISION DE CIENCIAS FORESTALES
PROGRAMA DE POSGRADO

SISTEMA DE CUBICACION PARA *Pinus cooperi*
BLANCO MEDIANTE ECUACIONES DE
AHUSAMIENTO EN DURANGO //

T E S I S

QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS

EN CIENCIAS FORESTALES

P R E S E N T A :

JUAN BAUTISTA RENTERIA ANIMA



CHAPINGO, MEXICO.

1995



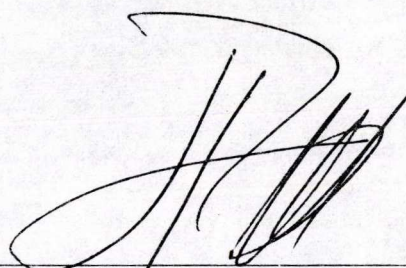
DIRECCION ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES

DX C8610
-112014

Esta tesis fue realizada bajo la dirección del **Dr. Hugo Ramírez Maldonado**, revisada y aprobada por el siguiente Comité Revisor como requisito parcial para obtener el Grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

PRESIDENTE:



DR. HUGO RAMÍREZ MALDONADO

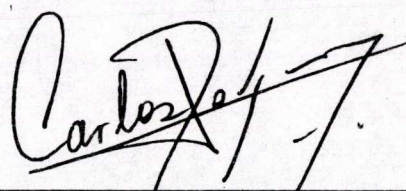
ASESOR:



DR. FRANCISCO J. ZAMUDIO SÁNCHEZ

A. 28086

ASESOR:



DR. CARLOS RODRÍGUEZ FRANCO

El jurado del Examen de Grado de Maestría en Ciencias en Ciencias Forestales, estuvo
constituido por:

PRESIDENTE:



DR. HUGO RAMÍREZ MALDONADO

ASESOR:



DR. FRANCISCO J. ZAMUDIO SÁNCHEZ

ASESOR:



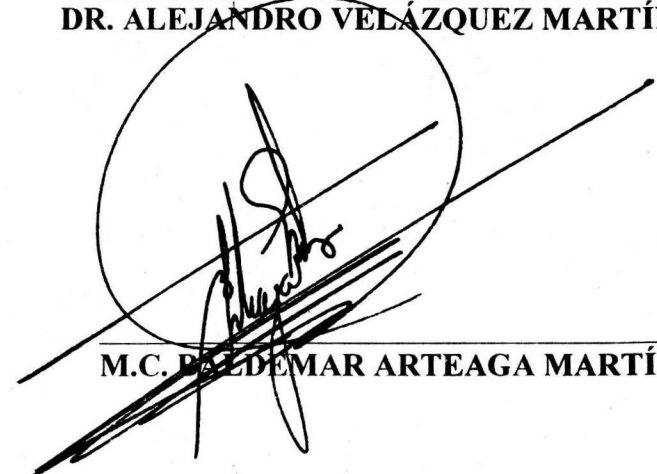
DR. CARLOS RODRÍGUEZ FRANCO

**REPRESENTANTE DE LA
COORDINACIÓN DE ESTU-
DIOS DE POSGRADO DE
LA DICIFO:**



DR. ALEJANDRO VELÁZQUEZ MARTÍNEZ

**REPRESENTANTE DE LA
COORDINACIÓN GENERAL
DE ESTUDIOS DE POSGRADO
LA UACH:**



M.C. PALDEMAR ARTEAGA MARTÍNEZ

DEDICATORIA

A PATY

La compañera de mi vida, por su amor, comprensión y estímulo para el logro de nuestras metas.

A MI HIJA ANA PATRICIA

Motivo de mi superación y alegría de mi existencia.

A LAS FAMILIAS RÍOS RODRÍGUEZ Y PAZ RÍOS

En humilde correspondencia por todo el apoyo brindado.

A MIS PADRES

Con profundo cariño, por su eterno afán de encauzarme hacia el bien.

A LAS FAMILIAS

**RENTERÍA SOTO
SOTO RENTERÍA
ROJAS RENTERÍA
RENTERÍA QUIÑONES
ALDACO RENTERÍA**

Por ese cariño que tanto nos une.

A LA MEMORIA DE MIS ABUELOS

A MIS AMIGOS

A USTED...

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el financiamiento brindado durante mis estudios.

Al Instituto Nacional de Investigaciones Forestales y Agropecuarias (INIFAP), por su apoyo económico y autorización para utilizar la información que culminó en la presente tesis.

A la Universidad Autónoma Chapingo, por darme la oportunidad de estar nuevamente en sus aulas y alcanzar una meta más en mi formación profesional.

Al Dr. Hugo Ramírez Maldonado, quién con su fácil palabra de estímulo y orientación, y apoyo incondicional en todos los aspectos, encauzó hacia feliz término la presente tesis, y por distinguirme con sus amistad.

Al Dr. Francisco J. Zamudio Sánchez, por toda la atención brindada, por compartir de manera desinteresada su tiempo y experiencia, y por su afán de inculcar el camino hacia la superación y el trabajo.

Al Dr. Carlos Rodríguez Franco, por su asesoría y atinadas sugerencias, que indudablemente enriquecen la presente tesis.

A los CC. Dr. Alejandro Velázquez Martínez y M.C. Baldemar Arteaga Martínez, por su participación en la fase de revisión del trabajo, que contribuye ampliamente en mejorarlo.

A la Dra. Amparo Borja de la Rosa, por todo el apoyo brindado en la culminación de la presente tesis.

A todos mis maestros, por compartir sus conocimientos fomentando el espíritu de superación.

A quienes de alguna manera me brindaron su apoyo durante el desarrollo de la presente tesis.

ÍNDICE

	Página
ÍNDICE DE FIGURAS.	iii
ÍNDICE DE CUADROS.	iv
ÍNDICE DEL APÉNDICE.	vi
RESUMEN.	vii
SUMMARY.	ix
1. INTRODUCCIÓN.	1
1.1 Objetivos.	3
1.2 Hipótesis.	3
2. REVISIÓN DE LITERATURA.	4
2.1 Tablas y ecuaciones de volumen.	4
2.2 Ecuaciones de ahusamiento.	7
2.3 Descripción de la especie.	15
2.3.1 Taxonomía.	15
2.3.2 Descripción botánica.	16
2.3.3 Ecología.	17
2.3.4 Distribución.	18
2.3.5 Importancia.	18
3. DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO.	19
3.1 El Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) "Cielito Azul".	20
3.1.1 Ubicación.	21
3.1.2 Establecimiento.	22
3.1.3 Mediciones realizadas en el SPEF.	24
3.2 La región del SPEF "Cielito Azul".	25
3.2.1 Fisiografía.	25
3.2.2 Clima.	26
3.2.3 Geología.	26
3.2.4 Suelos.	27
3.2.5 Hidrografía.	27
3.2.6 Tipos de vegetación.	28

	Página
4. METODOLOGÍA.	30
4.1 Obtención de la información experimental.	30
4.1.1 Análisis troncales.	30
4.1.2 Bases de datos.	31
4.2 Métodos genéricos. ..	32
4.2.1 Conceptos generales sobre modelos.	32
4.2.2 Ajuste de modelos	33
4.2.3 Criterios para la selección de modelos.	34
4.2.4 Transformación logarítmica. ..	34
5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.	35
5.1 Ecuaciones de volumen.	35
5.2 Ecuaciones de ahusamiento.	40
5.3 Generación de ecuaciones de volumen.	54
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	59
7. LITERATURA CITADA.	61
8. APÉNDICE.	66

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura		Página
1	Localización del Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) "Cielito Azul", en el estado de Durango.....	21
2	Valores observados y esperados del modelo de la variable combinada logaritmizado.	39
3	Dispersión de residuales del modelo de la variable combinada logaritmizado.....	39
4	Dispersión de residuales para la altura relativa h/H generada por el modelo (9) Cielito2 a partir del tocón para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.	48
5	Dispersión de residuales para la altura relativa h/H generada por el modelo (9) Cielito2 a partir del diámetro normal para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.....	49
6	Valores observados y predichos de la altura relativa h/H en relación con el diámetro relativo d^2/D^2 del modelo de ahusamiento (9) Cielito2 ajustado desde el tocón.	50
7	Valores observados y predichos de la altura relativa h/H en relación con el diámetro relativo d^2/D^2 del modelo de ahusamiento (9) Cielito2 ajustado desde el diámetro normal.....	51
8	Perfil del fuste generado por el modelo (9) Cielito2 para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.....	52

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro		Página
1	Modelos empleados para establecer relaciones entre el volumen de un árbol y otras dimensiones del mismo.	8
2	Modelos reportados por la literatura para establecer la relación de ahusamiento del fuste de un árbol.	14
3	Recursos forestales del estado de Durango por tipo de bosque.	19
4	Diseño experimental en cuadro latino del SPEF "Cielito Azul", mostrando los diferentes tratamientos y años de establecimiento.	23
5	Variables medidas en el SPEF "Cielito Azul", Dgo. desde su establecimiento.	24
6	Resultados del ajuste de modelos de volumen para datos del SPEF "Cielito Azul", Dgo.	36
7	Análisis de varianza para el modelo de la variable combinada logaritmizado.	37
8	Comparación de modelos lineales de ahusamiento ajustados a partir de la altura del tocón para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.	44
9	Comparación de modelos no lineales de ahusamiento ajustados a partir de la altura del tocón para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.	44
10	Comparación de modelos lineales de ahusamiento ajustados a partir del diámetro normal para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.	45

Cuadro		Página
11	Comparación de modelos no lineales de ahusamiento ajustados a partir del diámetro normal para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.	46
12	Análisis de varianza para el modelo de ahusamiento (9) Cielito2 ajustado a partir del tocón y del diámetro normal para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.	47
13	Resultados de validación del modelo de ahusamiento (9) Cielito2 para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.	53
14	Comparación de volúmenes sin corteza observados y estimados por la ecuación (13) para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.	57

ÍNDICE DEL APÉNDICE

Figura		Página
1	Dispersión de observaciones diámetro-altura para ajustar ecuaciones de volumen para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.....	67
2	Perfil del fuste con el modelo de ahusamiento Cielito2 para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.....	77
 Cuadro		
1	Formato para el registro de campo en la realización de análisis troncales.	68
2	Desviaciones absolutas entre diámetros observados y estimados para <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo. que genera el Programa 3.....	72
 Programa		
1	Programa SAS para el ajuste del modelo de volumen de la variable combinada en su versión logarítmica mediante regresión lineal simple con información de <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.....	69
2	Programa SAS para el ajuste del modelo de ahusamiento Cielito2 mediante regresión lineal simple con información de <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.	70
3	Programa SAS para el cálculo de desviaciones absolutas entre diámetros observados y estimados por el modelo de ahusamiento Cielito2 para <i>Pinus cooperi</i> Bco. en el SPEF “Cielito Azul”, Dgo.....	71
4	Programa SAS para graficar el perfil del fuste de <i>Pinus cooperi</i> Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.....	76

RESUMEN

Se desarrolló un sistema de cubicación para *Pinus cooperi* Blanco basado en ecuaciones de ahusamiento, con información del Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) “Cielito Azul”, que el Instituto Nacional de Investigaciones Forestales y Agropecuarias de la Secretaría de Agricultura, Ganadería y Desarrollo Rural administra en el estado de Durango. Lo anterior, considerando que las ecuaciones de ahusamiento describen el perfil del fuste y mediante integración matemática de éstas se genera la ecuación de volumen en ellas implícita.

Con la información experimental de 35 análisis troncales fueron ajustados nueve ecuaciones de volumen y 10 de ahusamiento, estas últimas tanto a partir del tocón como del diámetro normal, mediante técnicas de regresión, utilizando el paquete estadístico SAS. Los resultados obtenidos muestran que para estimar volumen total con corteza, el mejor ajuste correspondió a la ecuación de la variable combinada en su versión logarítmica. La ecuación resultante fue:

$\text{Log}(V) = -0.821609 + 0.980899 \text{Log}(D^2H)$. Mientras que la ecuación que mejor describe el ahusamiento desde el tocón fue:

$$d^2 = D^2 (1.044093 - 2.832906(\frac{h}{H}) + 7.624771(\frac{h}{H})^2 - 10.415754(\frac{h}{H})^3 + 4.569118(\frac{h}{H})^4)$$

Desde el diámetro normal resulta una ecuación más precisa, siendo ésta:

$$d^2 = D^2 (0.869701 - 1.02037(\frac{h}{H}) + 1.759795(\frac{h}{H})^2 - 2.974264(\frac{h}{H})^3 + 1.333137(\frac{h}{H})^4)$$

Mediante integración matemática de las anteriores ecuaciones, se generaron ecuaciones para a) estimar el volumen comercial sin corteza hasta una altura límite del fuste o el volumen de un segmento del fuste, desde la altura del tocón. La ecuación es:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(h) - (1.41645)\left(\frac{h^2}{H}\right) + (2.54159)\left(\frac{h^3}{H^2}\right) - (2.6039385)\left(\frac{h^4}{H^3}\right) + (0.9138236)\left(\frac{h^5}{H^4}\right) \right] \Bigg|_{h_1}^{h_2}$$

A partir del diámetro normal la ecuación resultante es:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[0.869701(h) - (0.510185)\left(\frac{h^2}{H}\right) + (0.5865983)\left(\frac{h^3}{H^2}\right) - (0.743566)\left(\frac{h^4}{H^3}\right) + (0.2666274)\left(\frac{h^5}{H^4}\right) \right] \Bigg|_{h_1}^{h_2}$$

y b) estimar volumen total sin corteza, definida por:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(H) - \frac{2.832906(H)}{2} + \frac{7.624771(H)}{3} - \frac{10.415754(H)}{4} + \frac{4.569118(H)}{5} \right] \Bigg|_0^H$$

que resulta finalmente en $V = 0.3762987(D^2H)$, presentando un error de sobreestimación del 3.8%, por lo que el modelo de ahusamiento que la origina se considera compatible con la ecuación de volumen del coeficiente mórfico constante. Con el ajuste desde el diámetro normal la ecuación es $V = 0.3684897(D^2H) + 0.7853981(D^2)$, a la que se le ha agregado la porción complementaria desde el tocón hasta el diámetro normal, a fin de realizar estimaciones de volumen total. Las ecuaciones de volumen obtenidas constituyen el sistema de cubicación que se propone para la especie estudiada.

SUMMARY

A volume determination of standing trees for *Pinus cooperi* Blanco, based on taper equations, was developed with data from the SPEF "Cielito Azul" that is managed by INIFAP-SAGDER in the state of Durango. Taper equations may describe the stem profile, then, through mathematical integration, give results in a implied volume equation.

By using experimental data from 35 stem analyses, nine volume equations and ten taper equations were fitted through regression techniques, by using the Statistical Analysis System (SAS). Taper equations were fitted from stump height (0.3 m), and from dbh (1.3 m) too. Results show that the best total volume outside the bark estimation is with the combined variable in logarithmic version. The equation obtained is $\text{Log}(V) = -0.821609 + 0.980899 \text{Log}(D^2H)$. The best taper equation from stump height was:

$$d^2 = D^2 \left(1.044093 - 2.832906\left(\frac{h}{H}\right) + 7.624771\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 10.415754\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 4.569118\left(\frac{h}{H}\right)^4 \right), \text{ and}$$

$$d^2 = D^2 \left(0.869701 - 1.02037\left(\frac{h}{H}\right) + 1.759795\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 2.974264\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 1.333137\left(\frac{h}{H}\right)^4 \right)$$

fitted from dbh, which has the best estimation. Through mathematical integration, applied to first taper equation results in the volume equation:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(h) - (1.41645)\left(\frac{h^2}{H}\right) + (2.54159)\left(\frac{h^3}{H^2}\right) - (2.6039385)\left(\frac{h^4}{H^3}\right) + (0.9138236)\left(\frac{h^5}{H^4}\right) \right] \Bigg|_{h_1}^{h_2}$$

that is aplicable to predict merchantable volume inside the bark to any stem limit height and to also predict a segment bole volume.

Fitting taper equation from dbh, it results in the volume equation:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[0.869701(h) - (0.510185)\left(\frac{h^2}{H}\right) + (0.5865983)\left(\frac{h^3}{H^2}\right) - (0.743566)\left(\frac{h^4}{H^3}\right) + (0.2666274)\left(\frac{h^5}{H^4}\right) \right] \Bigg|_{h_1}^{h_2}$$

Also, tree volume inside the bark for the given species may be also predicted, by means of the volume compatible equation:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(H) - \frac{2.832906(H)}{2} + \frac{7.624771(H)}{3} - \frac{10.415754(H)}{4} + \frac{4.569118(H)}{5} \right] \Bigg|_0^H$$

that finally results in $V = 0.3762987(D^2H)$, which has more precision (only 3.8% in overestimation). Because of this, the taper equation is compatible with the constant form volume equation. The last volume equation obtained was: $V = 0.3684897(D^2H) + 0.7853981(D^2)$, which has been included the first bole segment to complete the volume stem.

The volume equations obtained here constituted the volume determination of the standing trees system, which is proposed for the studied species.

1. INTRODUCCION.

La cubicación del volumen de madera contenido en un árbol genera información indispensable para fincar el estudio, la conservación y el cultivo de los ecosistemas forestales. Hasta ahora la forma más comunmente empleada para obtener esa cubicación ha sido la elaboración de tablas o ecuaciones de volúmenes.

Las ecuaciones de volumen son expresiones que permiten calcular el volumen en función de otras variables de las dimensiones del árbol más fáciles de medir, como el diámetro y la altura. Los parámetros de las ecuaciones de volumen generalmente se ajustan por métodos de regresión, contando con un conjunto de datos obtenidos experimentalmente. Las tablas de volumen son expresiones tabulares de las ecuaciones de volumen. El volumen para el que se hacen las ecuaciones, considera generalmente: el fuste o tronco total y las ramas del árbol, sólo el fuste y ramas con un diámetro mínimo aceptable, sólo el fuste, u otras especificaciones fijadas de acuerdo a algún criterio. Además, las ecuaciones de volumen son específicas para especies y también para lugares, ya que los hábitos de crecimiento de los árboles pueden variar de especie a especie y de lugar a lugar.

Una opción más flexible, elaborada y precisa que las ecuaciones de volumen son las ecuaciones de ahusamiento. Estas son expresiones de diámetro del fuste del árbol a diferentes alturas de éste, en función precisamente de dimensiones del árbol fáciles de obtener como la altura total y el diámetro normal.

En México se produjeron masivamente ecuaciones de volumen para diversas especies y prácticamente para todas las regiones del país en la década de 1966 a 1975, cuando el Inventario Nacional Forestal operó enérgicamente. Sin embargo, dada la generalidad de esas ecuaciones y las disponibilidades metodológicas de hace veinte años o más, hoy se puede considerar que muchas de ellas sufren de obsolescencia. Algunas entidades técnicas responsabilizadas de la administración de recursos forestales han elaborado sus propias ecuaciones de volumen, pero existen aún numerosos estudios y todavía se elaboran otros basando sus estimaciones de volumen en las antiguas ecuaciones emitidas por el Inventario Nacional Forestal.

El estado de Durango ha sido por muchos años uno de los dos productores forestales más importantes del país. En sus bosques, el *Pinus cooperi* Blanco es una de las especies más relevantes por las características tecnológicas de su madera, y por la superficie cubierta y sus existencias reales.

También en Durango se estableció en 1966, un **Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF)** llamado "**Cielito Azul**". En ese sitio se han realizado mediciones sobre el arbolado y otras características del sitio, información que representa un banco de gran valor para desarrollar opciones de manejo para esos bosques. Sin embargo, para fundamentar esas alternativas es necesario contar con los mejores instrumentos tecnológicos, uno de ellos, básico, es el sistema de cubicación de la madera del arbolado.

1.1 Objetivos.

Lo expuesto anteriormente evidencia necesidades de investigación, las que justifican el presente proyecto con los objetivos siguientes:

- a) Elaborar un sistema de cubicación de madera para árboles de la especie *Pinus cooperi* Blanco del SPEF “Cielito Azul”, Durango.
- b) Fundamentar en ecuaciones de volumen y de ahusamiento del arbolado, dicho sistema de cubicación.

1.2 Hipótesis.

Los supuestos para el presente estudio se plantearon bajo las siguientes hipótesis:

- a) Las variables diámetro normal y altura total están fuertemente asociadas con el volumen, por lo que a partir de éstas es posible obtener estimaciones de volumen.
- b) La reducción del diámetro del fuste es gradual con respecto a su altura, y esta reducción puede ser modelada mediante una expresión matemática.

2. REVISIÓN DE LITERATURA.

De acuerdo con Caballero y Frola (1976), el procedimiento "clásico" para estimación del volumen del arbolado existente en un área determinada, consiste básicamente en los puntos siguientes: a) selección para su estudio, de una parte de la superficie total arbolada (muestreo); b) conducción de cierto tipo de mediciones de campo de todos y cada uno de los árboles contenidos en la muestra; c) estimación del volumen de cada sujeto, mediante la utilización de una tabla de volúmenes de árboles individuales, o su correspondiente ecuación de regresión; d) cálculo del volumen de la muestra y del volumen medio por unidad de muestreo; y e) extrapolación del volumen de la muestra al área total considerada.

El inciso c), sobre la cubicación del arbolado, puede dividirse en dos grandes rubros: las tablas y ecuaciones de volumen y las ecuaciones de ahusamiento.

2.1 Tablas y ecuaciones de volumen.

Una tabla de volúmenes se define como una expresión tabulada del volumen medio o contenido medio de madera de árboles en pie de diversos tamaños y especies, de acuerdo con una o más de sus dimensiones fáciles de medir, tales como el diámetro y la altura (Avery 1969, Husch *et al.* 1972). Anteriormente solía incluirse alguna expresión de la forma del fuste, como el diámetro a alguna altura o una relación de éste con el diámetro normal; sin embargo, dada la dificultad de esa medición, se ha preferido la construcción de tablas más específicas pero que no la requieren.

El desarrollo de metodologías tendientes a calcular o estimar el volumen de masas arboladas mediante mediciones sencillas y directas data de hace más de ciento cincuenta años, habiendo empezado en Europa. Las técnicas se difundieron a principios del siglo presente en varios países de aquel continente y trascendieron a Estados Unidos y Canadá, donde numerosos investigadores hicieron importantes contribuciones, entre ellos destacan Bruce, Anderson, Schumacher, Mc Donald, Honer y otros (Romahn *et al.* 1987).

Las tablas de volumen llamadas estándar exponen el volumen en función de la altura total y el diámetro normal (medido a 1.30 m de altura). Otras, más expeditas en su uso, hacen depender el volumen solamente del diámetro normal, éstas son conocidas en México como tarifas de volumen y son empleadas para calcular volúmenes en el "marqueo" de los árboles a aprovechar en una intervención para la producción (Caballero 1976, Santillán 1986).

Las tablas de volúmenes deben ser elaboradas para una especie o grupo de ellas que tengan hábitos de crecimiento similares y para lugares determinados. El lugar de aplicación de una tabla de volúmenes es, naturalmente, aquel de donde proceden los datos empleados para su generación; de acuerdo a la extensión geográfica de aplicación pueden ser locales o regionales, por lo cual siempre se requiere identificar la extensión geográfica de aplicación (Avery y Burkhardt 1983, Romahn *et al.* 1987).

La porción del árbol considerada en una tabla de volúmenes, también debe ser suficientemente explícita. Así, se pueden tener tablas para volumen del árbol total, de volumen de fuste limpio o volumen comercial, definidos por prácticas de mercado. Ese volumen, a su vez puede ser expresado en diversas unidades de medición como metros cúbicos, pies tabla, pies

cúbicos u otras unidades. También se da el caso de que en lugar del volumen la dimensión a cuantificar sea el peso; en tal situación, prácticamente todo lo indicado para "volumen" es aplicable para "peso"; ese tipo de estimaciones son relevantes para los estudios de biomasa (Avery y Burkhardt 1983).

Según Caballero y Frola (1976), en términos generales existen siete criterios básicos en los que se apoya la mayoría de las clasificaciones sobre tablas de volúmenes: 1) número de variables consideradas, 2) procedimiento de construcción, 3) extensión geográfica del área de aplicación, 4) unidades en que se construye, 5) cantidad del volumen individual de árboles en que se basan, 6) tipo de material taxonómico que interviene, y 7) el hecho de que sean aplicables a árboles individuales o a masas arboladas.

Para la elaboración de tablas de volúmenes desde un principio se emplearon datos experimentales de diámetro normal, altura total y alguna expresión de volumen, definida de acuerdo al propósito de la cubicación. Los datos experimentales han sido obtenidos mediante derribo del arbolado y haciendo las mediciones sobre el fuste y el ramaje, si es requerido, para obtener el volumen. También pueden ser obtenidos sin derribar los árboles, empleando aparatos ópticos que permiten hacer las mediciones estando el árbol en pie, por ejemplo el telerrelascopio o el dendrómetro. Otra forma de obtener información más amplia de cada árbol es la práctica de análisis troncal (Caballero 1972).

Los métodos de "ajuste" del volumen como una función de las otras variables han evolucionado de la obtención del "volumen promedio" para cada combinación de las variables ,

"ajustes gráficos", y actualmente el método común es el "ajuste analítico" mediante regresión (Caballero 1970, 1971, 1972, 1976, FAO 1980, Rodríguez y Moreno 1982).

Siendo la regresión el procedimiento de ajuste más ampliamente usado en la actualidad, es procedente hacer una compilación de los modelos que se han empleado, algunos de ellos se presentan en el Cuadro 1.

2.2 Ecuaciones de ahusamiento.

El término ahusamiento se emplea para describir la reducción gradual del diámetro del fuste a medida que se aumenta la altura en el mismo, esto es, el perfil longitudinal del exterior del fuste. Las ecuaciones de ahusamiento expresan el diámetro esperado del fuste, con o sin corteza, como una función de la altura total sobre el nivel del suelo, altura total y diámetro normal del árbol. Estas ecuaciones son útiles para cubicar el volumen del fuste hasta cualquier diámetro mínimo deseado, brindando así mayor flexibilidad que las ecuaciones de volumen, que sirven para estimar solamente la porción de volumen usada para obtener los datos experimentales, a menos que se formulen colateralmente factores de equivalencia de un volumen definido de una manera a otro que también sea de interés (Clutter *et al.* 1983, Biging 1984, Kozak 1988, Newnham 1992, Kozak y LeMay 1993).

Al igual que en el caso de las ecuaciones de volumen, las ecuaciones de ahusamiento deben ser específicas para una especie o un grupo de ellas que comparten un hábito de crecimiento similar (Clutter *et al.* 1983, Morris y Forslund 1992, Torres *et al.* 1993).

Cuadro 1. Modelos empleados para establecer relaciones entre el volumen de un árbol y otras dimensiones del mismo.

ECUACIONES ARITMÉTICAS	
Sin considerar evaluaciones de la forma del árbol	
Del coeficiente mórfico constante	$V = a D^2 + E$
De la variable combinada	$V = a + b D^2 A + E$
Australiana	$V = a + b D^2 + c A + d D^2 A + E$
Meyer modificada	$V = a + bD + cDA + dD^2 + eD^2 A + E$
Comprensible	$V = a + bD + cDA + dD^2 + eA + fD^2 A + E$
De Naslund	$V = a bD^2 + cD^2 A + dA^2 + eDA^2 + E$
De Takata	$V = D^2 A / (a + bD) + E$
Considerando evaluaciones de la forma del árbol	
Abreviada	$V = a + bFD^2 A + E$
De la variable combinada	$V = a + bF + cD^2 A + dFD^2 A + E$
MODELOS LOGARÍTMICOS	
Sin considerar evaluaciones de la forma del árbol	
De Schumacker	$V = a D^b A^c \exp(E)$ $\log V = \log a + b \log D + c \log A + E$
De Korsun	$V = a (D + 1)^b A^c \exp(E)$ $\log V = \log a + b \log (D + 1) + c \log A + E$
Modelo de Dwight	$V = a D^b A^{(3-b)} \exp(E)$ $\log V = \log a + b \log D + (3-b) \log A + E$
De la variable combinada	$V = a (D^2 A)^b \exp(E)$ $\log V = \log a + b \log (D^2 A) + E$
Modelo de Thornber	$V = a (A/D)^b D^2 A \exp(E)$ $\log V = \log a + b \log (A/D) + \log (D^2 A) + E$
Considerando evaluaciones de la forma del árbol	
De forma a través del diámetro	$V = a D^b A^c D_u^d \exp(E)$ $\log V = \log a + b \log D + c \log A + d \log D_u + E$
De la variable combinada	$V = a (FD^2 A)^b \exp(E)$ $\log V = \log a + b \log (FD^2 A) + E$

donde:

V = Volumen en m³

a-f = Parámetros

D = Diámetro normal en m (medido a 1.3 m)

A = Altura total en m

Du = Diámetro del árbol en un punto más alto que el D en cm

F = Evaluación de la forma del árbol a través de la "razón de forma" o de la clase de forma de Girard

E = Error o factores no implícitos en el modelo

La región geográfica, por las condiciones ambientales del medio, puede afectar el hábito de crecimiento de árboles aun de la misma especie, por eso también deben considerarse diferencias de un lugar a otro (Clutter *et al.* 1983, Morris y Forslund 1992, Torres *et al.* 1993).

Una vez establecida una función de ahusamiento, mediante integración matemática es posible cubicar cualquier segmento del fuste; por ejemplo, las trozas para aserrío y sobre todo para elaborar chapa, deben tener una longitud definida por el tamaño del torno que se empleará y también un diámetro mínimo en el extremo más pequeño. Una vez definidas esas dimensiones, empujando la ecuación de ahusamiento es posible cubicar las trozas que pueden obtenerse de un fuste y calcular su rendimiento (Demaerschalk 1972, Avery y Burkhart 1983, Clutter *et al.* 1983, Lynch *et al.* 1992)

La posible utilidad de las ecuaciones de ahusamiento se ha reconocido desde hace mucho tiempo. La relación entre una ecuación de ahusamiento y su correspondiente ecuación de volumen surge de la mera consideración de los principios matemáticos implicados, de tal suerte la conceptualización sin duda pudo estar presente desde el desarrollo del cálculo integral; esa relación se ha estudiado con detalle por autores como Behre (1923), citado por (Clutter *et al.* 1983), Demaerschalk (1972) y Lynch *et al.* (1983).

De manera análoga, conceptualmente también cualquier ecuación de volumen define implícitamente una ecuación de ahusamiento. Es decir, las ecuaciones de volumen más comunmente usadas pueden ser convertidas a ecuaciones de ahusamiento compatibles, fijando

Demaerschalk tal aseveración en principios matemáticos (1972). Clutter en 1980 señaló también explícitamente esta proposición.

La forma y el ahusamiento del fuste de árboles forestales han sido motivo de estudio por más de cien años. Aunque los dos términos han sido usados indistintamente en el pasado, ahora es aceptado que "**forma**" se refiere a forma geométrica del fuste (cono, paraboloides, etc.), mientras que "**ahusamiento**" se refiere a la reducción gradual del diámetro conforme se incrementa la altura del fuste (Newnham 1992).

A pesar de que el concepto de las ecuaciones de ahusamiento es añejo, en realidad su empleo data de fechas más recientes que el caso de las tablas de volumen, y su importancia ha sido demostrada por muchos científicos forestales. Estas ecuaciones proporcionan: i) predicciones de diámetros sin corteza a cualquier altura del fuste; ii) estimaciones de volumen total; iii) estimaciones de volumen comercial y altura comercial hasta cualquier diámetro superior y desde cualquier altura del tocón; y iv) estimaciones de volúmenes de trozos individuales (Kozak 1988).

Las ecuaciones de ahusamiento reportadas en la literatura pueden ser divididas en dos grandes grupos: a) Las contribuciones más comunes describen los cambios en diámetro desde el nivel del suelo hasta la punta del árbol mediante funciones simples (Behre 1923, Matte 1949, Osumi 1959), citados por (Kozak 1988), Kozak *et al.* 1969, Demaerschalk 1972, y otros; tienen las ventajas de que son fáciles de ajustar, usualmente fáciles de integrar para calcular volumen, y fáciles de reordenar para cálculo de altura comercial. b) Otras aportaciones usan diferentes modelos para varias partes del fuste y unen esos modelos de tal forma, que sus primeras

derivadas son iguales en el punto de intersección. Algunos autores como Ormerod (1973), Max y Burkhardt (1976), Demaerschalk y Kozak (1977), Matney y Sullivan (1980), y Brink y von Gadow (1986) citados por (Kozak 1988) han usado esta variante con éxito. Su ventaja es que predicen los diámetros con menos sesgo que las funciones simples, en la mayor parte del fuste.

Bajo la premisa de que las porciones inferior, media y superior del fuste asumen por lo general las formas de neiloide truncado, paraboloides truncados y cono, respectivamente, Max y Burkhardt (1976) sugirieron que se necesitan tres modelos para describir el ahusamiento del árbol, un modelo para cada segmento del fuste. Esos tres modelos fueron unidos formando uno solo, al que aplicaron regresión polinomial segmentada. En total compararon cuatro modelos, el de Kozak *et al.* (1969) y los demás del tipo segmentado, variando la forma cuadrática y lineal en la variable independiente. Concluyen que los modelos polinomiales segmentados con puntos de unión estimados proporcionan una descripción mejorada del ahusamiento del árbol, cuando son comparados con un modelo cuadrático simple usado en toda la longitud del fuste.

Cao *et al.* (1980) compararon dos métodos de estimación de volúmenes comerciales a un diámetro superior especificado o a límites de altura. Los modelos de predicción evaluados fueron tanto modelos de razón del volumen, que dan la razón de volumen comercial a volumen total, así como ecuaciones de ahusamiento, las cuales mediante integración, proporcionan estimaciones de volumen de cualquier segmento del fuste. Se encontró que la ecuación de ahusamiento propuesta estima de manera consistente volúmenes y diámetros.

Biging (1984) comparó el modelo de ahusamiento sigmoidal segmentado derivado de la función de Chapman-Richards con el modelo polinomial segmentado de Max y Burkhardt, para

seis especies de coníferas del norte de California. Concluyó que ambos modelos pueden ser integrados a ecuaciones para estimar rendimiento en volumen en pie a diversas alturas del fuste, con similar poder predictivo. Amidon (1984) también propuso un modelo, que en términos de predicción del diámetro, resultó mejor al compararlo con otros, considerados desde simples a complejos, es decir, modelos segmentados, en la mayoría de los casos.

Burkhart y Walton (1985), consideraron la factibilidad de incorporar la razón de copa con diámetro normal y altura total en ecuaciones de ahusamiento para plantaciones no aclaradas de pino, comparando el modelo simple de Kozak (1969), con el de regresión polinomial segmentado de Max y Burkhart (1976). Concluyen que el bajo poder predictivo de la razón de copa no justifica su inclusión como una variable predictora. Además, para ese tipo de rodales, una ecuación simple con diámetro normal y altura total como variables independientes, puede ser razonablemente satisfactoria.

Kozak (1988) ajustó ecuaciones de ahusamiento empleando una función continua con variación en el exponente para compensar por las formas de neiloide, paraboloides y cono, a fin de describir la forma del fuste. De esa manera elimina la necesidad de utilizar varias funciones para predecir diámetros sin corteza a diferentes partes del fuste, en función de diámetro normal, altura total y alturas desde el nivel del suelo, además de que presenta un sesgo mínimo, por lo que el poder predictivo es bueno.

Asimismo, Perez *et al.* (1990) emplearon una función de ahusamiento para *Pinus oocarpa* Schl. en Honduras, basándose en una función continua con exponente cambiante para compensar la forma a diferentes secciones del fuste. Encontraron que el punto de inflexión

donde la curva de ahusamiento cambia de la forma de neiloide a paraboloides se presenta al 25 % de la altura total. Además, probaron que no cambia la habilidad de predicción del modelo con diferentes ubicaciones del punto de inflexión.

Un modelo de ahusamiento polinomial fue empleado por Zepeda (1990) para *P. patula* Schiede & Deppe en Perote, Veracruz. El autor concluye entre otras cosas, que pese a su aspecto aparatoso, las ecuaciones tanto de volumen como de ahusamiento, reúnen las propiedades necesarias para ser ensayadas con éxito en otras coníferas. Considera que las mejores estimaciones pueden ser obtenidas si se emplea complementariamente el sistema de ecuaciones. Aun cuando es posible obtener estimaciones de volumen comercial a partir de la función de ahusamiento y viceversa, las mejores estimaciones, en cada caso, son logradas con la expresión ex profeso para cada tarea. Considera también que es importante incluir la longitud de copa por su influencia en el ahusamiento. Dicha función fue empleada con buenos resultados para la misma especie (Zepeda y Almonte 1994) en la región de Chignahuapan, Puebla.

Para la estimación del diámetro de árboles individuales, se tienen dos fuentes de error en la predicción: la selección de la ecuación a emplear y un error en la medición de las dimensiones de interés, diámetros y longitudes (Biging 1988).

Para reflejar la variedad y características de este tipo de ecuaciones reportadas en la literatura, en el Cuadro 2 se presenta una compilación de los principales modelos empleados para establecer la relación de ahusamiento del fuste de un árbol en función del diámetro normal, altura total y altura parcial y otras dimensiones.

Cuadro 2. Modelos reportados por la literatura para establecer la relación de ahusamiento del fuste de un árbol.

AUTOR	MODELO
Bennet y Swindel (1972)	$d = b_1 [(H-h)/(H-h)] + b_2 (H-h)(h-1.3) + b_3 H (H-h)(h-1.3) + b_4 (H-h)(h-1.3)(H+h+1.3)$
Demaerschalk (1972)	$d = 10^{b_0} (D^{b_1}) H^{-b_2} (H^{b_3})$
Kozak y otros (1969)	$d^2/D^2 = b_0 + b_1 (h/H) + b_2 (h/h)^2$
Max y Burkhardt (1976)	$d^2/D^2 = b_1 (h/H-1) + b_2 (h^2/H^2-1) + b_3 (a_1-h/H)^2 I_1 + b_4 (a_2-h/H)^2 I_2$ donde: a_i = puntos de unión del submodelo, $i=1, 2$ $I_i = 1$ si $h/H \leq a_i$ $I_i = 0$ si $h/H > a_i$
Bruce y otros (1968)	$d^2/D^2 = b_1(X^{1.5})(10^{-1}) + b_2(X^{1.5}-X^{-3})(D)(10^{-2}) +$ $b_3(X^{1.5}-X^{-3})(H)(10^{-3}) + b_4(X^{1.5}-X^{32})(H)(D)(10^{-5}) +$ $b_5(X^{1.5}-X^{32})(H^{0.5})(10^{-3}) + b_6(X^{1.5}-X^{40})(H^2)(10^{-6})$ donde: $X = (H-h)(H-1.3)$
Clutter (1980)	$d = b_1 D^{b_2} H^{b_3} (H-h)^{b_4}$
Biging (1984)	$d = D [b_1 + b_2 \ln (1-\lambda (h/H)^{1/3})]$ donde: $\lambda = 1 - \exp (-b_1/b_2)$
Amidon (1984)	$d = b_1 D (H-h)/(H-1.3) + b_2 (H^2-h^2)(h-1.3)/H^2$
Kozak (1988)	$d = b_0 D^{b_1} b_2^D X^C$ donde: $X = (1-\sqrt{Z})/(1-\sqrt{I})$ $C = b_3 Z^2 + b_4 \ln (Z + 0.001) + b_5 \sqrt{Z} + b_6 e^Z + b_7 (D/H)$ $Z = h/H$ I = localización del punto de inflexión
Perez y otros (1990) (Kozak (1988) mod.)	$d = b_0 D^{b_1} X^C$ donde: $X = (1-\sqrt{Z})/(1-\sqrt{I})$ $C = b_3 Z^2 + b_4 \ln (Z + 0.001) + b_7 (D/H)$ $Z = h/H$ I = localización del punto de inflexión
Zepeda (1990)	$d/D = b_0 + b_1 (H-h/H-1.3) + b_2 (H-h/H-1.3)^2 +$ $b_3 [a_1 - (H-h/H-1.3)]^2 I_1 + b_4 (a_2 - (H-h/H-1.3))^2 I_2$ donde: a_i = puntos de unión del submodelo, $i=1, 2$ $I_i = 1$ si $(H-h/H-1.3) \leq a_i$ $I_i = 0$ si $(H-h/H-1.3) > a_i$

En las ecuaciones anteriores:

h = altura parcial en m

d = diámetro sin corteza a la altura parcial h , en cm

D = diámetro normal en cm

H = altura total en m

b_i = coeficientes del modelo

2.3 Descripción de la especie.

2.3.1 Taxonomía.

Esta especie fue descrita originalmente por **Blanco** en 1945 como ***Pinus lutea***. Debido a la existencia de un homónimo (***Pinus taeda*** en 1788), en 1949 cambió la designación de ***Pinus lutea*** por la de ***Pinus cooperi***, en honor del Sr. Clarence Cooper (Martinez 1948 y Eguiluz 1977).

Según la clasificación de Little y Critchfield (1969), modificada por Eguiluz (1985), la especie se agrupa de la siguiente manera:

Género ***Pinus*** L.

Subgénero ***Pinus***

Sección ***Pinus***

Subsección ***Ponderosae*** Loudon

Especie: ***P. cooperi*** Blanco

(Sinonimia: ***Pinus lutea*** Blanco)

Nombres comunes: Pino amarillo, pino colorado, albacarrote, pino chino (Eguiluz 1978).

Nomenclatura americana: **Cooper pine.**

2.3.2 Descripción botánica.

Fuste. Arbol de 20 a 30 m de altura por 1 m de diámetro, de copa redondeada y densa, ramas inclinadas hacia abajo unos 45°, corteza color café rojizo en la base y café negruzco en la parte superior, de 5 a 12 mm de espesor, algo rugosa y con grandes placas; ramillas ásperas y de color moreno rojizo. Las bases de las brácteas se descaman y deforman haciéndose menos notables con el tiempo (Martínez 1948; Eguiluz 1977, 1978 y 1985).

Acículas. Acículas aglomeradas en los extremos de las ramillas en grupos de 5, rara vez 4, de 5 a 9 cm de largo, a veces hasta 13, de color verde claro amarillento, triangulares, fuertes, encorvadas y agudas; bordes aserrados, con los dienteillos agudos y próximos; con estomas en las tres caras; canales resiníferos medios y en número de 3 a 6, más comunmente 4 ó 5; 2 haces fibrovasculares casi contiguos y muy distintos, rodeados de gruesas células de refuerzo; las paredes externas de las células endodérmicas están engrosadas; el hipodermo es grueso e irregular con ondulaciones desiguales en el clorénquima (Martínez 1948; Eguiluz 1977, 1978 y 1985).

Vainas persistentes, anilladas, de color café rojizo, las nuevas de 8 a 10 mm y las viejas de 5 a 7. Yemas casi ovoides, cortas y acuminadas, de color rojizo con brácteas lacinadas, de 25 mm de largo. Conillos subterminales, solitarios o rara vez por pares, de color azul violáceo, con escamas alargadas y terminadas en puntas dirigidas hacia abajo (Martínez 1948; Eguiluz 1977, 1978 y 1985).

Conos. Conos ovoides alargados, ligeramente oblicuos, algo encorvados y casi simétricos, de 5 a 9 cm de largo, frecuentemente 7.5, solitarios, rara vez por pares, de color moreno rojizo, brillantes, en pedúnculos semiocultos, de 4 a 6 mm, que acompañan al cono cuando cae. Escamas algo débiles y quebradizas, con el ápice grueso, y el borde obtuso o redondeado, de 2 a 3.5 cm de largo por 13 a 15 mm de ancho al nivel de la quilla; con apófisis algo achatada; cúspide aplanada, hundida o muy poco prominente; con espina delgada oscura, persistente, de 1.5 a 2 mm de largo, dirigida hacia la base del cono (Martínez 1948; Eguiluz 1977, 1978 y 1985).

Semilla. Semilla de 6 a 8 mm de largo y de 2 a 3 de diámetro, oscura, con pequeños puntos de color café; ala delgada, translúcida, de 1.5 a 2 cm de largo por 6 a 8 mm de ancho; provista de ganchos basales (Martínez 1948; Eguiluz 1977, 1978 y 1985).

2.3.3 Ecología.

Asociaciones. Prospera en masa mixtas, con frecuencia se le encuentra asociado a *Pinus leiophylla* Schl. et Cham., *P. teocote* Schl. et Cham., *P. cooperi* var. *ornelasi* Mtz., *P. durangensis* Mtz., *P. engelmannii* Carr. y *P. arizonica* Engelm. (Eguiluz, 1978). Se le encuentra en un rango altitudinal de 2400 a 3560 msnm, aunque los mejores bosques se ubican entre los 2700 a 3000 msnm, en áreas de poca pendiente como lomeríos y planicies (Hernández 1989).

Suelos. Se le localiza en suelos blancos o rosado-rojizos (El Salto, Dgo.), de textura migajón areno-arcillosa, estructura friable o granular y la profundidad varía de 0.5 a 3 m, en lomeríos y valles respectivamente, los cuales tienen buen drenaje, son ricos o medianamente

ricos en materia orgánica y tienen un pH de 6.5 a 7.0. El contenido en N, K y Ca es de medio a alto, pero siempre pobres en P. Es más común encontrarlos en lomeríos y planicies que en cañadas (Eguiluz 1978).

Clima. Se desarrolla en clima templado con lluvias en verano, donde la precipitación varía de 500 a 1400 mm anuales, repartidos de julio a octubre, siendo julio y agosto los meses más lluviosos. La temperatura media anual de su área de distribución es de 12.3°C, con extremas máximas alrededor de los 40°C y mínimas de -20°C (Eguiluz 1978).

2.3.4 Distribución.

Se le encuentra distribuido principalmente en Durango, aunque también se le ha localizado en el Sur de Chihuahua y Coahuila. Está ubicado entre los paralelos 23° 00' y 26° 30' de Latitud Norte y meridianos 104° 40' y 106° 20' de Longitud Oeste de Greenwich (Eguiluz 1978).

2.3.5 Importancia.

Sus largos fustes limpios son importantes en la industria del aserrío, aunque también se usa para cajas de empaque, pilotes, postes para alumbrado público, chapa, durmientes, muebles moldeados y habitacionales, así como ampliamente en la construcción. Produce abundante trementina, la cual es poco explotada. Se recomienda para plantaciones comerciales destinadas a la industria del aserrío, y también puede ser ornamental (Eguiluz 1978).

3. DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO.

El estado de Durango tiene una superficie total de 12'318,100 ha, de la cual el 31% presenta cubierta forestal (SARH 1992), constituyéndose en una entidad de importancia forestal. En efecto, Durango es el principal productor de madera, con una aportación del 30.4% a la producción nacional (2'464,000 m³r) en 1990. La actividad forestal es importante para el Estado, pues la silvicultura aporta el 26.4% del PIB del sector primario y la industria forestal contribuye con el 50.0% del manufacturero y el 45.3% del empleo directo del sector. Asimismo, la industria forestal emplea el 66.7% del personal del sector manufacturero (Hernández *et al.* 1992). El volumen maderable promedio aprovechado durante el período 1974-1993 fue de 2'404,610 m³r (Hernández *et al.* 1994). El Cuadro 3 muestra de manera general los recursos con que cuenta dicha entidad.

Cuadro 3. Recursos forestales del estado de Durango por tipo de bosque.

Tipo de bosque	Extensión Miles de ha	Miles de m ³ rta	
		Volumen E.R.T.	Incremento anual
Comercial	1,100.725	122.966	2.007
Potencial comercial	8091.350	44.588	972
No comercial	1,928.600	77.719	3.304
TOTAL	3,830.675	245.273	6.283

FUENTE: INIF-SAG (1961-1964). E.R.T.=Existencias reales totales. rta=rollo total árbol.
Tomado de Hernández *et al* 1994.

Puesto que los resultados de este proyecto servirán para fundamentar otras investigaciones en el SPEF "Cielito Azul", pero también en su área de influencia, en los subsecuentes dos subcapítulos se describen el propio SPEF y la región donde los resultados podrán ser de utilidad.

3.1 El Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) "Cielito Azul"¹.

En 1966 la **Unidad Industrial de Explotación Forestal (UIEF) "Triplay y Maderas de Durango"** estableció en ese estado un **Sitio Permanente de Investigación Forestal (SPIF)** llamado **"Cielito Azul"**, el cual fue el primero en su tipo en el país. El objetivo genérico de ese sitio fue investigar el comportamiento de las masas forestales al ser afectadas por diferentes intensidades de corta, con la intención de determinar la densidad o el volumen de la masa que debe mantenerse para garantizar la regeneración natural, y al mismo tiempo, obtener el incremento óptimo o la mayor rentabilidad económica de los bosques de pino de esa región.

Primeramente el sitio fue mantenido por la propia Unidad Industrial y en 1980 el Instituto Nacional de Investigaciones Forestales (INIF), hoy **Instituto Nacional de Investigaciones Forestales y Agropecuarias (INIFAP)**, asumió la administración del sitio, que la mantiene hasta la fecha, a través de su dependencia Centro de Investigación Regional del Norte Centro, mediante el Campo Experimental Valle del Guadiana. Como consecuencia de ese cambio de administración, hubo necesidad de replantear los objetivos originales, así como rehabilitar completamente el sitio, modificando los criterios de establecimiento y complementando la información a recabar. Dentro de las modificaciones consideradas, se convino en denominar Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) al área en general, mientras que Sitios Permanentes de Investigación Silvícola (SPIS), a las unidades experimentales.

¹ De acuerdo con documentación de archivo del Campo Experimental Valle del Guadiana, Dgo.

3.1.1 Ubicación.

El SPEF "Cielito Azul" se localiza en el lote cuatro del predio "Las Veredas", aproximadamente a 12.5 km al oeste del poblado San Miguel de Cruces, por el camino principal San Miguel de Cruces-Puentecillas del municipio de San Dimas, del estado de Durango. El sitio está ubicado en bosques administrados por la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal (UCODEFO) 3 de Durango (Figura 1), ya que la UIEF fue saldada en 1989.

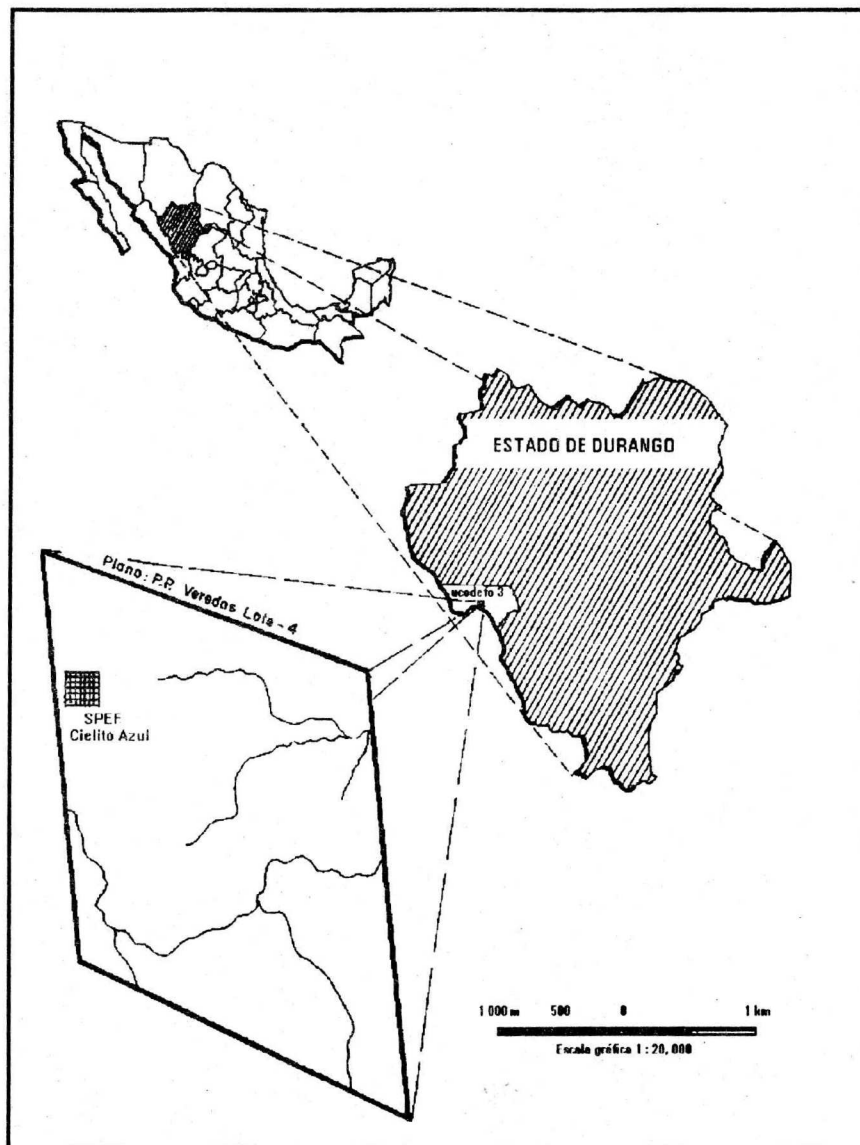


Figura 1. Localización del Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) "Cielito Azul", en el estado de Durango.

El centro del sitio se ubica en las coordenadas geográficas 24° 22' 30" de Latitud Norte y 105° 53' 30" de Longitud Oeste del Meridiano de Greenwich. La altitud promedio del sitio es de 2,525 msnm.

El clima de acuerdo con la clasificación de Köppen, modificada por García (1973), es del tipo C(E) (W2) (X') que corresponde clima templado semifrío subhúmedo, con lluvias en verano y precipitación invernal mayor de 10.2 mm. La vegetación dominante en el sitio está constituida por las especies *Pinus cooperi* Bco., *P. cooperi* var. *ornelasi* Mtz., *P. durangensis* Mtz., *P. ayacahuite* Ehr., *P. teocote* Schl. et Cham., *P. leiophylla* Schl. et Cham., *Quercus* sp, *Pseudotsuga* sp, *Juniperus* sp, *Arbutus* sp y *Alnus* sp.

3.1.2 Establecimiento.

De acuerdo al objetivo que en 1966 motivó el establecimiento del SPEF "Cielito Azul", ese mismo año se estableció, siguiendo un diseño experimental de cuadro latino. Los tratamientos consistieron en la aplicación de seis intensidades de corta (0% (testigo), 20%, 30%, 50%, 70% y 100%), con respecto al volumen original. Naturalmente, las repeticiones fueron seis, lo que generó 36 unidades experimentales, como se muestra en el Cuadro 4.

Cada unidad experimental tiene una superficie de 1 ha (100 m x 100 m) y están separadas una de otra por una franja de aislamiento de 5 m de ancho, y alrededor del experimento se tiene una franja de protección de 10 m, con aplicación del mismo tratamiento de la unidad experimental. En total el SPEF tiene una superficie de 53.29 ha. A partir del centro geométrico del sitio se realizaron divisiones en cuadrantes de 50 m x 50 m, con el propósito de ubicar

espacialmente los árboles sobre coordenadas (x, y). También se delimitó un cuadro central de 25 m x 25 m, además, de cuatro sitios circulares de 100 m², para recabar información sobre vegetación herbácea, regeneración, suelos, etc.

Cuadro 4. Diseño experimental en cuadro latino del SPEF "Cielito Azul", mostrando los diferentes tratamientos y años de establecimiento.

	I	II	III	IV	V	VI	
1	1966 1 F	1966 12 E	1967 13 D	1967 24 C	1967 25 B	1968 36 A	N ↑
2	1966 2 E	1966 11 C	1967 14 A	1967 23 D	1967 26 F	1968 35 B	
3	1966 3 B	1966 10 A	1967 22 E	1967 22 E	1967 27 D	1968 34 C	
4	1966 4 A	1966 9 B	1967 16 E	1967 21 F	1967 28 C	1967 33 D	
5	1966 5 D	1966 8 F	1967 17 C	1967 20 B	1967 29 A	1967 32 E	
6	1966 6 C	1966 7 D	1967 18 B	1967 19 A	1967 30 E	1967 31 F	

1966
1 F

1966 Año de aplicación del tratamiento
1 Número progresivo según el diseño experimental
F Tratamiento

Intensidades de corta aplicadas:
(tratamientos)

A : 20 %
B : 30 %
C : 50 %
D : 70 %
E : 100 %
F : 0 % (testigo)

3.1.3 Mediciones realizadas en el SPEF.

La primera medición se inició a finales de 1966, después del establecimiento del experimento, terminándose en 1972. Se realizaron remediciones en los años 1979 (UIEF), 1982, 1986 y 1993 (INIFAP). Aunque a partir de 1982 se planteó la realización de mediciones cada seis años, en 1986 el sitio fue intervenido con autorización de la UIEF, por lo que la remediación hubo de adelantarse, aunque por quedar inconclusa, se terminó en 1993.

La medición de algunas variables se ha hecho en todas las ocasiones, pero otras sólo han sido medidas en las fechas más recientes. Así, la Unidad Industrial de Explotación Forestal registró información hasta 1979, principalmente de las variables dendrométricas, diámetro normal, altura total y altura de fuste. A partir de 1980, el INIF, hoy INIFAP, al responsabilizarse de la toma de información, consideró complementarla a fin de tener un banco de datos más completo. El Cuadro 5 muestra los registros efectuados de cada variable por año de medición.

Cuadro 5. Variables medidas en el SPEF "Cielito Azul", Dgo. desde su establecimiento.

VARIABLE	AÑO DE MEDICIÓN					
	1966	1972	1979	1982	1986	1993
Fecha de medición	X	X	X	X	X	X
Número de sitio	X	X	X	X	X	X
Número de cuadrante	X	X	X	X	X	X
Número de individuo	X	X	X	X	X	X
Especie	X	X	X	X	X	X
Diámetro normal	X	X	X	X	X	X
Altura total	X	X	X	X	X	X
Altura de fuste limpio	X	X	X	X	X	X
Análisis troncales (36)				X		
Análisis de suelos				X		
Edad (censo)				X		
Tipo de individuo				X	X	X
Diámetro del tocón				X	X	X
Grosor de corteza				X	X	X
Daños del arbolado				X	X	X

VARIABLE	AÑO DE MEDICIÓN					
	1966	1972	1979	1982	1986	1993
Vitalidad del arbolado				X	X	X
Piso				X	X	X
Tendencia dinámica				X	X	X
Forma				X	X	X
Incrementos				X	X	X
Tiempo de paso				X	X	X
Incorporación				X	X	X
Ubicación del arbolado (X, Y)				X		
Proyección de copa (N. S. E. W)				X	X	X

Para la toma de información a partir de 1982, se utilizó la metodología de Sitios Permanentes de Investigación Silvícola, desarrollada por Manzanilla (1981)

3.2 La región del SPEF "Cielito azul".

La descripción que se hace a continuación corresponde principalmente al área donde se encuentra localizado el SPEF, de acuerdo con el Plan de Manejo Integral (estudio dasonómico) elaborado por la UCODEFO 3 para el predio Las Veredas, San Dimas, Dgo. (Muñoz 1990).

3.2.1 Fisiografía.

Esta región se localiza en el macizo montañoso denominado **Sierra Madre Occidental**, dentro de la provincia del mismo nombre y en las subprovincias **Gran Meseta** y **Cañones Chihuahuenses**, con un sistema de topoforma de meseta escalonada asociada con cañadas. El terreno es ondulado en su mayoría, con algunas quebradas no muy pronunciadas y pocas partes planas. Se presenta una variación altitudinal de 1,895 a 2,706 msnm, siendo la altitud más frecuente de 2,300 msnm. Las pendientes más frecuentes fluctúan en el rango de 26 a 35%, siendo de 85% en las partes más accidentadas.

3.2.2 Clima.

De acuerdo con el Sistema de Clasificación Climática de Köppen modificado por García (1973), se tiene a nivel región el clima C(W), mismo que se caracteriza por cubrir grandes áreas de las zonas montañosas y mesetas del país en las cuales la temperatura y precipitación cambian en distancias relativamente cortas y producen importantes variaciones climáticas en lo referente al grado de humedad. Por lo general la precipitación orográfica aumenta en verano por los movimientos convectivos del aire y por la influencia de los ciclones tropicales. Esta clasificación se fracciona más específicamente para el predio considerado, correspondiéndole la nomenclatura C(E)(W2)(x'), con las siguientes características: clima tipo templado semifrío subhúmedo con lluvias en verano, precipitación invernal mayor de 10.2 mm. Agrupa los subtipos más húmedos de los templados semifríos subhúmedos con precipitación del mes más seco menor de 40 mm. La temperatura media anual fluctúa entre 5° y 18°C, y la del mes más frío entre -3° y 12°C.

3.2.3 Geología.

El material parental está formado por rocas ígneas extrusivas ácidas, formadas al solidificarse la lava, nombre del magma cuando sale a la superficie o consolidarse los fragmentos del material pétreo que es arrojado por los volcanes durante las erupciones, según lo indica la Carta Geológica Chihuahua escala 1:1'000,000 de la Dirección General de Geografía del Territorio Nacional.

3.2.4 Suelos.

De acuerdo con las Unidades de Suelos del estado de Durango de la Dirección General de Conservación del Suelo y el Agua de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (1982), el predio se caracteriza por presentar una asociación de Cambisol eútrico que corresponde a un suelo joven poco desarrollado de texturas medias, y Litosol con Faeozem háplico de texturas medias en pendientes mayores al 20%; dichos suelos se han originado de rocas ígneas y sedimentarias y su formación es *in-situ*. Las profundidades son variables, predominando las de 30 a 60 cm, encontrándose las muy delgadas de 10 a 30 cm. Algunos perfiles presentan gravas y piedras, y en general el drenaje superficial es muy rápido. Los factores limitantes son la profundidad, la pedregosidad y la pendiente.

Las características más sobresalientes de esta unidad de suelo en el predio son: compactación regular, textura media por la presencia de limos, predominando la calichosa, la limo-arcillosa y limo-arenosa, con fase lítica, sin fase química, la materia orgánica del suelo presenta una profundidad de 5 cm. Se considera que estos suelos tienen un potencial alto en praderas naturales o artificiales y bosque, donde se deben mitigar los efectos ocasionados por los aprovechamientos de los recursos que sustentan.

3.2.5 Hidrografía.

El área se localiza geográficamente en la vertiente del Pacífico, formando parte de cuenca alta de los ríos Piaxtla y San Lorenzo, cerca del parteaguas de ambos ríos. Drena parte del flanco poniente de la Sierra Madre Occidental, hasta desembocar en el Océano Pacífico en las costas sinaloenses.

La distribución de los cauces hídricos superficiales tiene la forma del modelo típicamente dendrítico, debido al tipo de roca existente y a la topografía del lugar. Existen escurrimientos efímeros, intermitentes y perennes, predominando arroyos con agua durante la mayor parte del año, formando cañadas de difícil acceso en algunos lugares. Los arroyos Veredas y San Ignacio vierten sus aguas en la presa Las Truchas, cuyos excedentes pasan al Río Los Remedios, que aguas abajo forma el Río San Lorenzo, del cual sus aguas son captadas por la presa El Comedor, para propósitos agroindustriales en la Planicie Costera de Sinaloa, y finalmente desembocar en el Océano Pacífico, cerca de El Dorado, Sin. Otros escurrimientos son captados por los arroyos Santa Ana, El Españadal y Santa Rita, todos afluentes del Río Piaxtla, mismo que también desemboca en el Océano Pacífico.

3.2.6 Tipos de vegetación.

El género *Pinus* conforma los principales bosques comerciales de la región, presentándose ampliamente la asociación de *Pinus-Quercus* y algunos bosquetes puros de *Quercus*, además de la vegetación arbustiva y herbácea asociada a éstos. Las características de los tipos de vegetación, reportados por la Carta de Uso de Suelo y Vegetación Chihuahua escala 1:1'000,000 de la Dirección General de Geografía del Territorio Nacional, son las siguientes:

Bosque de pino. Vegetación arbórea constituida por especies del género *Pinus*, predominando *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Mtz., *P. teocote* Schl. et Cham. y *P. leiophylla* Schl. et Cham. En menor proporción es posible encontrar *P. ayacahuite* Ehr.

Bosque de pino-encino. Estos bosques son los más importantes por su cuantía, dominando el género *Pinus* sobre el *Quercus*. También se presentan asociaciones con otras coníferas, principalmente de los géneros *Juniperus sp.* (táscate), *Pseudotsuga sp.* (pinabete), *Abies sp.* (oyamel) y *Cupressus sp.* (cedro), y latifoliadas como *Arbutus sp.* (madroño), *Alnus sp.* (aile) y *Populus sp.* (álamo).

Vegetación arbustiva. El tipo de vegetación del estrato arbustivo incluye una gran variedad de géneros, siendo las especies más comunes *Arctostaphylos pungens* (manzanilla), *Quercus microphylla* (encinilla), *Prunus capulli* (capulín), *Clethra mexicana* (tepozán) y *Yucca spp.* (palmas).

Vegetación herbácea. La vegetación herbácea se encuentra generalmente asociada con los otros tipos, siendo los géneros más representativos: *Phaseolus*, *Dalea*, *Calliandra*, *Desmodium*, *Lupinus*, *Nissolia*, *Crotalaria*, *Bouvardia*, *Rom* y *Fragaria*. Los géneros de pastos más comunes son: *Sporobulus*, *Muhlenbergia*, *Bouteloua* y *Andropogon*. Abundan también helechos y musgos.

Los géneros aprovechados son principalmente *Pinus* y *Quercus*, además de otras coníferas como *Abies*, *Pseudotsuga*, *Juniperus* y *Cupressus*. Todos de interés comercial por su madera, la cual es destinada a una variedad de productos, entre ellos chapa para triplay, madera aserrada, muebles, durmientes, polines, palos para escoba, tableta para cajas de empaque, tarimas, celulosa para papel y material combustible.

4. METODOLOGÍA.

4.1 Obtención de la información experimental.

4.1.1 Análisis troncales.

Ya que la información utilizada para el ajuste de los modelos debe ser obtenida experimentalmente, en el presente estudio se utilizaron datos provenientes de análisis troncales. A continuación se describe brevemente esta técnica, según lo indica Manzanilla (1981) para el caso de los SPEF.

A manera de definición, análisis troncal es el "procedimiento para conocer el crecimiento e incremento del árbol durante su vida y consiste en la medición y representación gráfica del crecimiento en diámetro y altura de los árboles" (Klepac 1983, Caro 1993).

El procedimiento para el registro de información es el siguiente:

a) Información general. Dependencia responsable de los trabajos, datos de identificación y control del lugar, fechas y ejecutantes.

b) Elección de árboles muestra. En cada unidad experimental del SPEF se elige un árbol del tamaño más frecuente o moda. En los sitios con tratamiento de corta se elige el árbol dentro del sitio central de 50 m x 50 m, procurando registrar los árboles de referencia. En los sitios testigo el árbol se elige fuera del sitio central.

c) Registro del árbol. Incluye número, especie, diámetro normal y altura total.

d) Derribo, troceo y extracción de rodajas. Derribado el árbol se desrama dejando el fuste completamente despejado, y se procede a tomar muestras mediante rodajas de 5 cm de

espesor en las alturas correspondientes a cada sección, es decir, primero a 0.3 m, después a 1.3 m, y posteriormente cada dos metros, dejando la última sección a un metro de la punta. La rodaja se extrae a partir de la marca de la sección hacia la base del fuste. Los cortes deben ser lo más perpendicularmente posible al eje longitudinal del árbol. Obtenidas todas las rodajas se ordenan de mayor a menor, anotando al reverso de donde se realizarán las mediciones: número de árbol, especie, número progresivo de la rodaja y sección correspondiente.

e) Registro de diámetros y conteo de anillos. Se registra la edad total mediante la suma de los anillos que se obtiene en el tocón más el número de años que se estima tarda el árbol en alcanzar la altura de 0.3 m. Se anota el número de anillos a una altura de sección determinada con base a un diámetro promedio. Restando de la edad total el número de anillos se toma la edad a la sección, así como el diámetro de la sección media sin corteza al final de la edad determinada (años), por décadas, empleando tantos formatos como se necesite. Se anota también el diámetro de cada sección con corteza.

La información antes mencionada es debidamente registrada en un formato elaborado exprofeso, el cual se incluye en el Apéndice.

4.1.2 Bases de datos.

Se utilizó la información de 35 análisis troncales practicados en el SPEF "Cielito Azul", Dgo., en 1981. Para el ajuste de ecuaciones de volumen, con los datos de diámetro normal y altura total se calculó el volumen de cada árbol mediante la fórmula de Smalian, definida por:

$$V = (S_1 + S_2)/2 L$$

donde:

V = volumen en m³

S₁ = Área mayor en m²

S₂ = Área menor en m²

L = Longitud de troza en m

Para modelar el ahusamiento, de cada árbol se consideró diámetro normal, altura total, alturas parciales y los diámetros sin corteza a esas alturas. Empleando la información de 33 árboles, se generaron 313 observaciones.

4.2. Métodos genéricos.

4.2.1 Conceptos generales sobre modelos.

De manera general, un modelo es una abstracción de la realidad, es decir, una representación de un sistema real mediante la integración de la información empírica y de los procesos lógicos de ese sistema. En el caso de modelos para la predicción del crecimiento y rendimiento de árboles y masas forestales, el modelo es una expresión matemática, desarrollada con base en datos de parcelas de crecimiento (la información empírica) y conocimientos biológicos del crecimiento de las especies (procesos lógicos del sistema), que estima el valor de un parámetro de la masa arbórea, como la altura, el diámetro, la biomasa o un conjunto de parámetros (Hughell 1991). Como abstracciones de un sistema, los modelos pueden adoptar diferentes formas: íconos, gráficas o pictóricos, reproducciones a escala, verbales y matemáticas. Estas últimas son las que tienen utilidad en la simulación del crecimiento (Ramírez 1994).

La secuela de un modelo se puede identificar desde la definición de los motivantes, la construcción, que implica la colección de información requerida, el ajuste del modelo, que genera estimaciones de los parámetros, la verificación de los resultados producidos por el modelo contra los datos usados para su construcción, la calibración, que incluye los ajustes pertinentes después de la verificación, la validación, comparando sus resultados empleando datos ajenos a los usados en la construcción, el control de los usos del modelo y sus evaluación en

condiciones diversas, y finalmente el empleo del modelo en la simulación del sistema abstraído (Ramírez 1994).

Para el manejo forestal, los objetivos de un modelo pueden ser diversos. Los más comunes son de dos tipos: puntuales y dinámicos. Los modelos puntuales más comunes en dasometría son las tablas de volúmenes y las ecuaciones de ahusamiento, a los que se les suman aquellos que representan otras relaciones alométricas como la altura, el diámetro normal, las dimensiones de la copa con el diámetro, con la altura o con ambos, volumen de raíces con el diámetro normal y/o con la altura. Recientemente han adquirido importancia los que relacionan biomasa total, leñosa o incluyendo partes vegetativas menos estables, con el diámetro normal y la altura. Los modelos dinámicos son en esencia los que involucran el crecimiento, pueden ser de árboles y de masa forestal. En todo caso, un modelo de crecimiento puede ser una función matemática o un grupo de ellas (Ramírez 1994).

4.2.2 Ajuste de modelos.

El ajuste de los modelos tanto de volumen como de ahusamiento, se realizó mediante la técnica de regresión, por mínimos cuadrados ordinarios y mínimos cuadrados no lineales. Para ello se emplearon los procedimientos PROC REG y PROC NLIN del paquete estadístico Statistical Analysis System (SAS), instalado en una computadora personal.

4.2.3 Criterios para la selección de modelos.

En general, para seleccionar entre varios modelos competitivos, se toman en cuenta los siguientes criterios:

- a) R^2 o Pseudo R^2 alto (cercano a 1).
- b) $s^2 = \sigma^2$ = Cuadrado Medio del Error, bajo.
- c) Coeficientes de regresión significativos (diferentes de cero).
- d) Dispersión de los residuales sin ninguna tendencia no aleatoria (que fluctuen al azar alrededor de cero).
- e) Consideraciones particulares (interpretación biológica).

4.2.4 Transformación logarítmica.

Mediante el empleo de **logaritmos** es posible expresar y resolver modelos de carácter exponencial. Es decir, con esta transformación es posible linearizarlos y así resolverlos con técnicas de regresión lineal.

La función exponencial natural es la inversa de la función logaritmo natural, y está definida por:

$$\exp(x) = y \text{ si y sólo si } x = \ln y$$

Si a es cualquier número positivo y x es cualquier número real, se define

$$a^x = \exp(x \ln a), \text{ además, } \ln a^x = x \ln a$$

El número e se define por $e = \exp 1$, donde $\ln e = 1$, y para todos los valores de x ,

$$\exp(x) = e^x$$

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

5.1 Ecuaciones de volumen.

Con el propósito de determinar la ecuación de mejor ajuste a los datos de altura y diámetro normal de *Pinus cooperi* Blanco del SPEF "Cielito Azul", primero se procedió a graficar la dispersión de éstos, para observar alguna tendencia que sugiriera el tipo de modelo a emplear. La gráfica de dispersión se presenta en la Figura 1 del Apéndice.

Del análisis de la gráfica de dispersión de observaciones, se infirió que éstas siguen una tendencia cuadrática, por lo que se probaron nueve ecuaciones de este tipo reportadas por la literatura, éstas fueron:

a) Ecuaciones aritméticas.

De la variable combinada $V = a + b D^2 A + E$

Australiana $V = a + b D^2 + c A + d D^2 A + E$

Meyer modificada $V = a + bD + cDA + dD^2 + eD^2 A + E$

Comprensible $V = a + bD + cDA + dD^2 + eA + fD^2 A + E$

De Naslund $V = a bD^2 + cD^2 A + dA^2 + eDA^2 + E$

b) Modelos logarítmicos.

De Schumacker $V = a D^b A^c \exp(E)$
 $\log V = \log a + b \log D + c \log A + E$

De Korsun $V = a (D + 1)^b A^c \exp(E)$
 $\log V = \log a + b \log (D + 1) + c \log A + E$

Modelo de Dwight

$$V = a D^b A^{(3-b)} \exp(E)$$

$$\log V = \log a + b \log D + (3-b) \log A + E$$

De la variable combinada

$$V = a (D^2 A)^b \exp(E)$$

$$\log V = \log a + b \log (D^2 A) + E$$

Donde:

D = Diámetro normal en m
A = altura total en m
a-f = parámetros

El ajuste de estos modelos se realizó mediante el paquete estadístico SAS (1988), de donde se obtuvieron los resultados presentados en el Cuadro 6, con la finalidad de seleccionar el mejor de ellos.

Cuadro 6. Resultados del ajuste de modelos de volumen para datos del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

MODELO	R ²	SCE	CME	PROB>F	β _i	ERROR EST.	PROB>T
Var. Combinada	0.9945	0.16044	0.01795	0.0001	0	0.02626663	0.0748
					1	0.00542236	0.0001
Australiano	0.9951	0.53726	0.01679	0.0001	0	0.05901505	0.9462
					1	1.29232229	0.0492
					2	0.00424160	0.4110
					3	0.04412354	0.0001
Meyer	0.9955	0.50035	0.01614	0.0001	0	0.21021442	0.1872
					1	2.88393603	0.1456
					2	0.08282300	0.1958
					3	4.67855519	0.0521
					4	0.15143709	0.0001
Comprensible	0.9955	0.50033	0.01646	0.0001	0	0.22433444	0.2195
					1	2.93654257	0.1526
					2	0.09106776	0.2433
					3	4.78124257	0.0570
					4	0.01250268	0.9745
					5	0.15527289	0.0001
Naslund	0.9955	0.49365	0.01646	0.0001	0	0.16654868	0.1618
					1	2.09478891	0.1040
					2	5.61635307	0.0533
					3	0.18906786	0.0003
					4	0.00051381	0.5099
					5	0.00220416	0.3784
Schumacher*	0.9976	0.28533	0.00865	0.0001	0	0.28721378	0.0224
					1	0.06166759	0.0001
					2	0.07359781	0.0001

MODELO	R ²	SCE	CME	PROB>F	β_i	ERROR EST.	PROB>T
Korsun*	0.9904	1.12979	0.03424	0.0001	0	0.20478768	0.0001
					1	0.41534850	0.0001
					2	0.10327942	0.0001
Dwight*	0.9655	0.32779	0.00964	0.0001	0	0.26823691	0.0008
					1	0.06349404	0.0001
Var. Combinada*	0.9976	0.2872	0.00845	0.0001	0	0.01580774	0.0001
					1	0.00831752	0.0001

* Versión logaritmica.

En general todos los modelos presentan buen ajuste, pues tienen valores altos de R² y ajuste significativo, pero por menor SC(Error) son mejores las versiones logarítmicas de Schumacher y de la variable combinada. Discriminado por el CM(Error), como una medida de la varianza, resulta mejor el de la variable combinada logaritmizado, máxime que presenta un menor error estándar en sus parámetros, siendo éstos significativos. Lo anterior hace superior entre los modelos contrastados al de la variable combinada logaritmizado, por lo que se considera el modelo seleccionado. En la Cuadro 7 se tiene el análisis de varianza generado por SAS para el citado modelo, donde se observan los indicadores que fundamentan su elección.

Cuadro 7. Análisis de varianza para el modelo de la variable combinada logaritmizado.

MODELO DE LA VARIABLE COMBINADA LOGARITMIZADO					
Modelo: MODELO1					
Variable Dependiente: Log(V)					
		Análisis de Varianza			
Fuente de Variación	GL	Suma de Cuadrados	Cuadrados Medios	Valor de F	Prob>F
Modelo	1	117.47895	117.47895	13907.892	0.0001
Error	34	0.28720	0.00845		
Total	35	117.76615			
Raíz de CME		0.09191	R ²	0.9976	
Dep Mean		-1.28212	R ² ajustada	0.9975	
C.V.		-7.16840			
Estimaciones de los Parámetros					
Variable	GL	Parámetro Estimado	Error Estándar	T para H0: Parámetro=0	Prob > T
INTERCEPTO	1	-0.821609	0.01580774	-51.975	0.0001
Log(D ² A)	1	0.980899	0.00831752	117.932	0.0001

Del modelo ajustado se puede destacar principalmente $R^2=0.9976$ cercana a 1, considerada alta y varianza o $CM(Error)= 0.00845$, pequeña, indicio de un buen ajuste de los datos, resultando altamente significativo. Parámetros con $Prob > |T| = 0.0001$, altamente significativos y con error estándar bajo.

Ya que los parámetros estimados del modelo son: $\beta_0 = -0.821609$ y $\beta_1 = 0.980899$, entonces éste queda definido como **$\log (V) = -0.821609 + 0.980899 \log (D^2 A)$** , donde D es el diámetro normal y A es la altura total del árbol. El valor del parámetro $\beta_1 = 0.980899$ indica que por cada unidad de cambio en el $\log (D^2 A)$, el $\log (V)$ aumenta en 0.98 m^3 . Haciendo la transformación, el modelo final a aplicar para la estimación de volúmenes totales con corteza es:

$$V = 0.4397235 (D^2 A)^{0.980899}$$

Como puede apreciarse en la Figura 2, los valores observados y los esperados, es decir, los valores que predice el modelo, están claramente ajustados sobre la recta de regresión estimada, por lo que se concluye que el poder predictivo del modelo es alto.

Adicionalmente, la Figura 3 muestra la dispersión de los residuales que resultaron del ajuste del modelo, donde se observa que fluctúan alrededor de cero, sin presentar evidencias de alguna tendencia, que es lo deseado, reforzando el hecho de que el modelo es bueno. El Programa 1 del Apéndice indica el programa SAS utilizado para el ajuste de la ecuación.

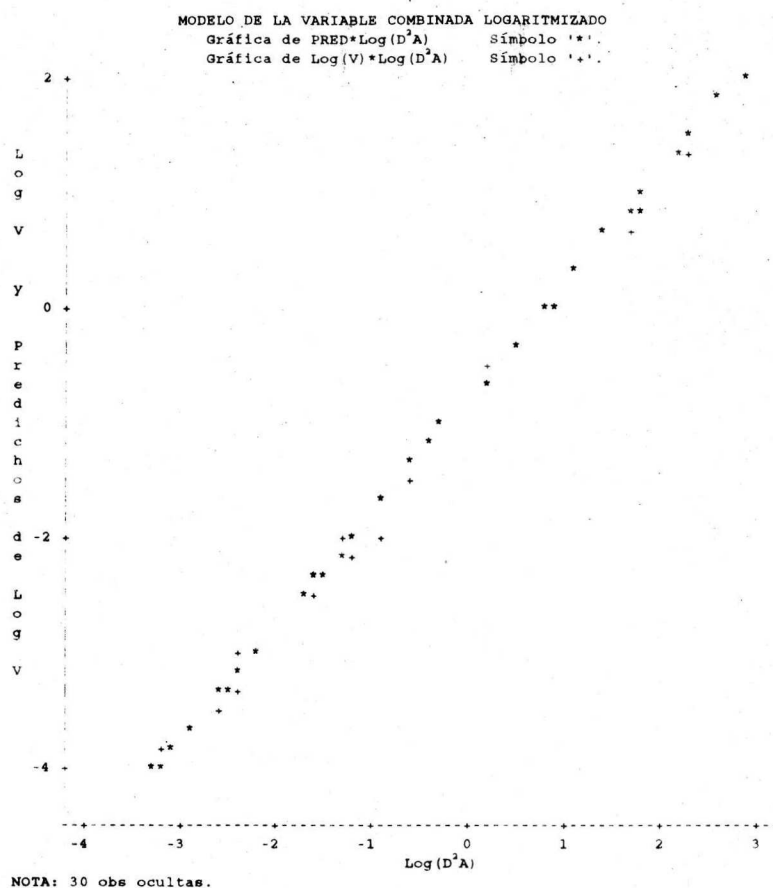


Figura 2. Valores observados y esperados del modelo de la variable combinada logaritmizado.

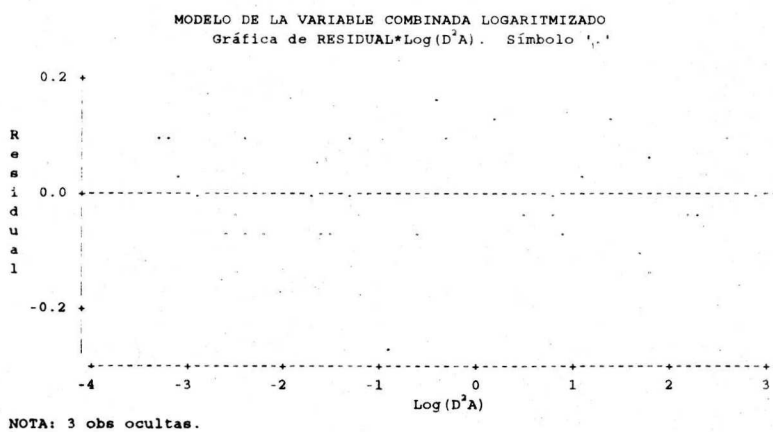


Figura 3. Dispersión de residuales del modelo de la variable combinada logaritmizado.

Es preciso señalar que aunque este modelo se considera aceptado para los fines del presente estudio, rigurosamente falta por cubrir el proceso de validación con datos no incluidos en su ajuste, para estar en condiciones de aplicarlo con mayor confiabilidad. Dicho proceso se deja como una actividad complementaria fuera del presente estudio.

5.2 Ecuaciones de ahusamiento.

Para modelar el perfil de árboles con datos provenientes del SPEF “Cielito Azul”, Dgo., se probaron siete modelos reportados por la literatura, con diferente grado de complejidad, desde los más simples como el de Kozak *et al.* (1969), no lineales como el propuesto por Demaerschalk (1972), hasta aquellos que emplean polinomios segmentados como el Max y Burkhardt (1976). Además, se probaron tres modelos más, construidos con base en las relaciones de diámetros parciales con alturas relativas, de acuerdo con las propuestas de Goulding y Murray (1976) y Munro (1968) citados por (Cao *et al.* 1980), ajustándolos como polinomios de hasta grado cuatro para simular la forma del fuste.

En general, los modelos de ahusamiento deben cumplir con las siguientes características:

a) cuando la altura parcial es igual a la altura total el diámetro a predecir debe ser cero, b) a 1.3 m de altura debe predecir el diámetro normal y, c) abajo de ésta predecir diámetros mayores al diámetro normal. Bajo esa premisa, los modelos probados, incluyendo los aquí propuestos, denominados Cielito1, Cielito2 y Cielito3, se presentan a continuación:

a) Modelo de Bennet y Swindel (1972)

$$d = \beta_1 \frac{D(H-h)}{H-1.3} + \beta_2(H-h)(h-1.3) + \beta_3H(H-h)(h-1.3) + \beta_4(H-h)(h-1.3)(H+h+1.3) \quad (1)$$

b) Demaerschalk (1972)

$$d = 10\beta_0 D\beta_1 (H - h)\beta_2 H\beta_3 \quad (2)$$

c) Kozak y otros (1969)

$$\frac{d^2}{D^2} = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{h}{H}\right) + \beta_2\left(\frac{h}{H}\right)^2 : d = D\sqrt{\beta_0 + \beta_1\left(\frac{h}{H}\right) + \beta_2\left(\frac{h}{H}\right)^2} \quad (3)$$

d) Max y Burkhart (1976)

$$\frac{d^2}{D^2} = \beta_1\left(\frac{h}{H} - 1\right) + \beta_2\left(\frac{h^2}{H^2} - 1\right) + \beta_3\left(a_1 - \frac{h}{H}\right)^2 I_1 + \beta_4\left(a_2 - \frac{h}{H}\right)^2 I_2 \quad (4)$$

donde:

a_i = puntos de unión del submodelo, $i=1, 2$

$I_1 = 1$ si $h/H \leq a_1$

$I_1 = 0$ si $h/H > a_1$

e) Clutter (1980)

$$d = \beta_1 D\beta_2 H\beta_3 (H - h)\beta_4 \quad (5)$$

f) Biging (1984)

$$d = D(\beta_1 + \beta_2 \ln(1 - \lambda(\frac{h}{H})^\lambda)), \text{ donde: } \lambda = 1 - \exp(-\frac{\beta_1}{\beta_2}) \quad (6)$$

g) Amidon (1984)

$$d = \beta_1 \frac{D(H - h)}{H - 1.3} + \beta_2 \frac{(H^2 - h^2)(h - 1.3)}{H^2} \quad (7)$$

h) Cielito1

$$\frac{d^2}{D^2} = \beta_1(X) + \beta_2(X)^2 + \beta_3(X)^3, \text{ donde: } X = \frac{H - h}{H} \quad (8)$$

i) Cielito2

$$\frac{d^2}{D^2} = \beta_0 + \beta_1(X) + \beta_2(X)^2 + \beta_3(X)^3 + \beta_4(X)^4, \text{ donde: } X = \frac{h}{H} \quad (9)$$

j) Cielito3

$$\frac{d^2}{D^2} = \beta_1 X + \beta_2 X\beta_3, \text{ donde: } X = \frac{H - h}{H} \quad (10)$$

En las ecuaciones anteriores:

h = altura parcial en m

d = diámetro sin corteza a la altura parcial h , en cm

D = diámetro normal en cm

H = altura total en m

β_i = coeficientes del modelo

Todos los modelos cumplen con la condición de que $d=0$ cuando $h=H$ y pueden ser usados para predecir diámetros sin corteza (d) a diferentes alturas parciales (h), a partir de éstas y diámetros normales y altura total, con excepción de (1) y (7), que están definidos para alturas parciales desde el diámetro normal, es decir, $1.3 \leq h \leq H$.

El modelo (3) describe esencialmente una forma parabólica, mientras que (4) usa submodelos cuadráticos de acuerdo a las formas de las secciones del fuste, para formar un modelo segmentado expresado en términos de variables indicadoras. En tanto (8) y (9) se ajustan a formas con dos puntos de inflexión mediante el exponente cambiante, situación que también es manejada de manera similar por los modelos no lineales (2), (5), (6) y (10). Las alturas relativas generan el perfil del fuste para (1) y (7), y es posible ajustarlos desde la altura del tocón, considerando que cuando $h = 1.3$ sólo trabajarán con la primera variable independiente.

Todos los modelos fueron ajustados tanto a partir de la altura del tocón (0.3 m), como desde el diámetro normal (1.3 m), ya que se observó que sin excepción, mostraron problemas en la predicción en el primer ajuste (a 0.3 m). En términos generales, estos modelos describen con diferente grado de precisión el perfil del árbol como se discutirá posteriormente.

Es común que para comparar la habilidad predictiva en modelos de ahusamiento se usen indicadores diferentes a los estadísticos del análisis de varianza. En ese sentido, Max y Burkhardt (1976) usaron la desviación absoluta entre diámetros observados y diámetros estimados, y el

sesgo, definido como la desviación media entre los diámetros antes anotados. Amidon (1984) utilizó el error estándar como complemento del sesgo.

Para el presente estudio se procedió de manera similar, pero considerando las máximas diferencias absolutas entre diámetros observados y estimados por árbol, de tal manera que se tiene un índice de comparación (IC), definido por:

$$IC = \frac{\frac{MAX | diam.obs. - diam.est. |}{diam.obs.} + \frac{MAX | diam.obs. - diam.est. |}{altur\ parcial}}{n}$$

donde n = número de árboles.

El IC considera las máximas diferencias, que indican el peor ajuste del modelo en cada árbol, y se pondera por el diámetro y la altura donde se presenta esa diferencia, considerando que una diferencia dada no tiene el mismo efecto si se presenta en la base, en la mitad o en la punta del fuste. Es así como valores menores de IC indican mayor precisión del modelo, y por ende en la estimación de diámetros a diferentes alturas del fuste.

Los Cuadros 8 y 9 muestran los estadísticos de contraste entre modelos, ajustados a partir del diámetro normal mediante regresión lineal simple y regresión no lineal respectivamente, incluyendo el respectivo IC.

Cuadro 8. Comparación de modelos lineales de ahusamiento ajustados a partir de la altura del tocón para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

MODELO	R ²	CME	SCE	Prob>F	β_i	Error Estándar	Prob> T	IC
Kozak (3)	0.9117	0.0087	2.72401	0.0001	0	0.01302716	0.0001	5.7376
					1	0.06539803	0.0001	
					2	0.06537619	0.2844	
Bennet y Swindel (1)	0.9916	6.1626	1904.26	0.0000	1	0.00768157	0.0001	5.7852
					2	0.01177632	0.0001	
					3	0.00069621	0.0001	
					4	0.00036211	0.0001	
Demaerschalk (2)	0.9465	0.0081	2.52233	0.0001	0	0.03188053	0.0051	6.4553
					1	0.04946095	0.0001	
					2	0.01202282	0.0001	
					3	0.06573459	0.0001	
Amidon (7)	0.9847	11.072	3443.52	0.0001	1	0.00944301	0.0001	7.7998
					2	0.04639292	0.0001	
Cielito1 (8)	0.9764	0.0084	2.60331	0.0001	1	0.09103493	0.0001	6.2566
					2	0.27471799	0.0001	
					3	0.19689262	0.0002	
Cielito2 (9)	0.9249	0.0075	2.31695	0.0001	0	0.01790427	0.0001	5.3430
					1	0.29549424	0.0001	
					2	1.28557707	0.0001	
					3	1.99333795	0.0001	
					4	1.00590848	0.0001	

Cuadro 9. Comparación de modelos no lineales de ahusamiento ajustados a partir de la altura del tocón para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

MODELO	Pseudo R ²	CME	SCE	β_i	Int. de Confianza (95%) Inferior Superior		IC
Max y Burkhart (4)	0.9795	0.0073	2.25437	1	-117.88869	88.0322629	5.2256
				2	-45.270086	60.1347903	
				3	-60.724744	44.7421729	
				4	3.6669128	25.7006368	
				A ₁	0.77489645	1.05614027	
				A ₂	0.08741541	0.19471494	
Biging (6)	0.9918	5.8815	1829.17	1	1.05621035	1.08900844	5.4511
				2	0.24110280	0.26457744	
Clutter (5)	0.9899	7.3326	2265.78	1	0.81728167	1.16478171	6.684
				2	0.97578785	1.07678459	
				3	-0.6404816	-0.4430485	
				4	0.48380855	0.52813288	
Cielito3 (10)	0.9753	0.0087	2.71937	1	-18.406120	21.1586535	6.9220
				2	-20.190357	19.3366567	
				3	-3.3215923	5.50463248	

De los Cuadros 8 y 9 se puede concluir que a pesar de que algunos modelos presentan R^2 o pseudo R^2 altas, su eficiencia predictiva en términos de IC no es lo alto que se desea. Tal es el caso de los modelos (1), (5), (6), (7), (8) y (10), debido a sobrestimaciones en el diámetro del tocón y la punta principalmente. En relación a (2) y (3), están a un nivel intermedio, mientras que (9) aunque presenta una R^2 no muy alta, su habilidad predictiva en IC es sumamente buena, sólo por debajo de (4), que aunque superior a todos, pues combina alta pseudo R^2 con valores bajos de CM(Error), SC(Error) e IC, presenta problemas de significancia en sus parámetros, a diferencia de (9) donde son éstos altamente significativos. Estos últimos son los que, en el peor de los casos, mejor describen el perfil del fuste a partir del diámetro del tocón.

A continuación se presentan en los Cuadros 10 y 11 los resultados del ajuste de los modelos a partir del diámetro normal.

Cuadro 10. Comparación de modelos lineales de ahusamiento ajustados a partir del diámetro normal para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

MODELO	R ²	CME	SCE	Prob>F	β_i	Error Est.	Prob>T	IC
Kozak (3)	0.9425	0.0041	1.14028	0.0001	0	0.01290749	0.0001	0.8715
					1	0.05743268	0.0001	
					2	0.05342219	0.0001	
Bennet y Swindel (1)	0.9913	5.9911	1653.56	0.0000	1	0.01080011	0.0001	1.0986
					2	0.01199029	0.0001	
					3	0.00073861	0.0001	
					4	0.00040693	0.0001	
Demaerschalk (2)	0.9436	0.0089	2.46287	0.0001	0	0.03747110	0.0037	2.6196
					1	0.05476498	0.0001	
					2	0.01330159	0.0001	
					3	0.07460468	0.0001	
Amidon (7)	0.9852	10.146	2820.75	0.0001	1	0.01109564	0.0001	0.9246
					2	0.04895554	0.0001	
Cielito1 (8)	0.9841	0.0042	1.18455	0.0001	1	0.07026842	0.0001	1.2351
					2	0.22475046	0.8129	
					3	0.17143537	0.1078	

MODELO	R ²	CME	SCE	Prob>F	β_i	Error Est.	Prob>T	IC
Cielito2 (9)	0.9432	0.0041	1.12732	0.0001	0	0.02756082	0.0001	0.8004
					1	0.34695158	0.0036	
					2	1.31439893	0.1817	
					3	1.88900224	0.1165	
					4	0.90913358	0.1437	

Cuadro 11. Comparación de modelos no lineales de ahusamiento ajustados a partir del diámetro normal para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

MODELO	Pseudo R ²	CME	SCE	β_i	Int. de Confianza (95%)		IC
					Inferior	Superior	
Max y Burkhart (4)	0.9850	0.0040	1.11935	1	-41.2564086	14.8776128	0.7459
				2	-8.11022110	21.1799266	
				3	-21.6973712	7.50836552	
				4	-30.1464773	46.8596947	
				A ₁	0.80586500	1.01098629	
				A ₂	-0.04093414	0.28478696	
Biging (6)	0.9915	5.7756	1605.61	1	1.04076157	1.07871703	1.1504
				2	0.23275578	0.25824003	
Clutter (5)	0.9899	6.8866	1900.70	1	0.72374828	1.09334767	1.2173
				2	0.94572299	1.05389145	
				3	-0.5810046	-0.36046596	
				4	0.46446157	0.50975595	
Cielito3 (10)	0.9841	0.0042	1.18444	1	0.97187296	1.16594748	1.2382
				2	-0.32686600	-0.15823545	
				3	1.23782356	4.41813028	

Del análisis de los Cuadros 10 y 11 se concluye que a partir del diámetro normal todos los modelos tienen un mejor ajuste, pues en términos generales mejoraron en todos los indicadores, siendo el IC donde más se aprecia, ya que los valores disminuyeron drásticamente hasta alrededor de la unidad. Esto se debe principalmente a que el segmento del fuste entre 0.3 y 1.3 m no considerado en el ajuste, presenta un ahusamiento muy pronunciado y difícil de simular, aún por los modelos más complejos.

Los modelos (4) y (9) mantienen la hegemonía sobre los demás, y aunque mejoraron su ajuste en relación a pseudo R² y R², SC(Error), CM(Error) e IC, (4) aún presenta problemas en

sus parámetros (intervalos de confianza muy grandes), y (9) también mostró inconsistencia en ese sentido, es decir, parámetros no significativos, aun ajustado a potencia tres.

Es así como, en base a la discusión anterior y ya que (4) presenta mayor complejidad y menos parsimonia, se considera a (9) ajustado desde la altura del tocón y del diámetro normal, como el modelo que mejor predice diámetros sin corteza a diferentes alturas del fuste, y por ende mejor simula el ahusamiento de *P.cooperi* del SPEF “Cielito Azul”. El Cuadro 12 muestra el análisis de varianza de (9) ajustado desde el tocón y el diámetro normal, donde se aprecian los estadísticos que sustentan parcialmente su selección (el otro criterio es IC).

La Figura 4 representa la dispersión de residuales de la relación d^2/D^2 contra la altura relativa h/H , para el ajuste a partir del diámetro del tocón, fluctuando éstos alrededor de cero, sin evidencia de alguna tendencia que pudiera violar los supuestos de regresión. La Figura 5 presenta tal dispersión para el ajuste desde el diámetro normal.

Cuadro 12. Análisis de varianza para el modelo de ahusamiento (9) Cielito2 ajustado a partir del tocón y del diámetro normal para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.

Modelo: MODELO1 A PARTIR DEL TOCÓN					
Variable Dependiente: Y					
		Análisis de Varianza			
Fuente de Var.	GL	Suma de Cuadrados	Cuadrados Medios	Valor de F	Prob>F
Modelo	4	28.52552	7.13138	947.997	0.0001
Error	308	2.31695	0.00752		
Total	312	30.84248			
Raíz de CME		0.08673	R ²	0.9249	
Dep Mean		0.50432	R ² ajustada	0.9239	
C.V.		17.19802			
Estimaciones de los Parámetros					
Variable	GL	Parámetro Estimado	Error Estándar	T para H0: Parámetro=0	Prob > T
INTERCEPTO	1	1.044093	0.01790427	58.315	0.0001
X	1	-2.832906	0.29549424	-9.587	0.0001
X2	1	7.624771	1.28557707	5.931	0.0001
X3	1	-10.415754	1.99333795	-5.225	0.0001
X4	1	4.569118	1.00590848	4.542	0.0001

Cuadro 12. Continuación...

Modelo: MODEL2 A PARTIR DEL DIÁMETRO NORMAL

Variable Dependiente: Y

		Análisis de Varianza			
Fuente de Variación	GL	Suma de Cuadrados	Cuadrados Medios	Valor de F	Prob>F
Modelo	4	18.70395	4.67599	1140.669	0.0001
Error	275	1.12732	0.00410		
Total	279	19.83127			
Raíz de CME	0.06403	R ²	0.9432		
Dep Mean	3.44241	R ² ajustada	0.9423		
C.V.	14.47200				
		Estimaciones de los Parámetros		T for H0:	
Variable	GL	Parametros Estimados	Error Estándar	Parámetro=0	Prob > T
INTERCEPTO	1	0.869701	0.02756082	31.556	0.0001
X	1	-1.020370	0.34695158	-2.941	0.0036
X2	1	1.759795	1.31439893	1.339	0.1817
X3	1	-2.974264	1.88900224	-1.575	0.1165
X4	1	1.333137	0.90913358	1.466	0.1437

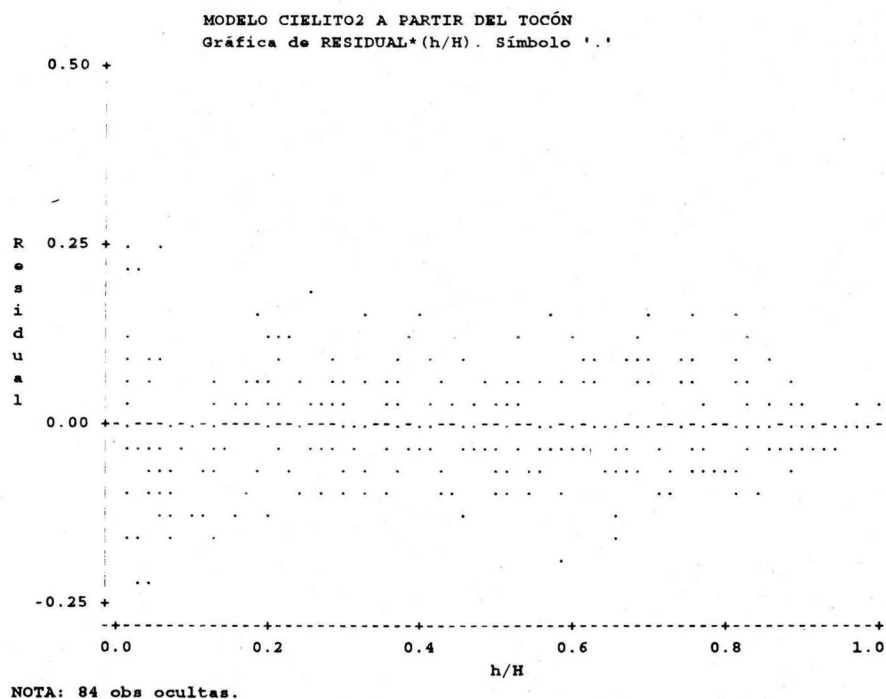


Figura 4. Dispersión de residuales para la altura relativa h/H generada por el modelo (9) Cielito2 a partir del tocón para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

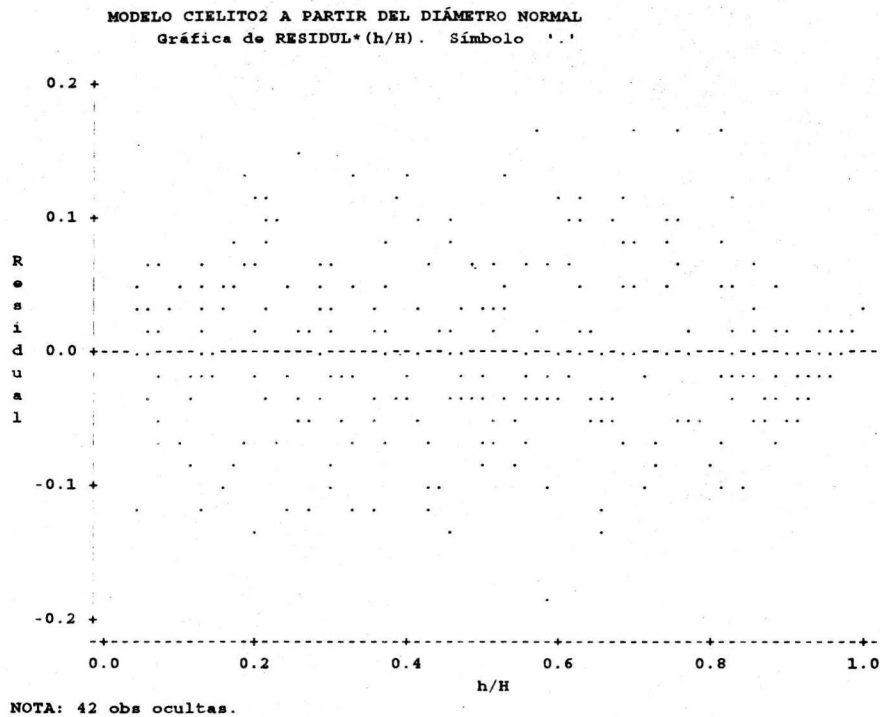


Figura 5. Dispersión de residuales para la altura relativa h/H generada por el modelo (9) Cielito2 a partir del diámetro normal para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

En la Figura 6 se observa la bondad de ajuste del citado modelo para los valores observados y esperados de d^2/D^2 contra la altura relativa h/H , detectándose el problema de ajuste en la base del fuste discutido anteriormente, y que mejora considerablemente en el ajuste a partir del diámetro normal, como se aprecia en la Figura 7.

A fin de validar el modelo (9) Cielito2 en relación a su habilidad para predecir diámetros sin corteza a diferentes alturas y simulación del perfil, se probó con datos de dos árboles de la misma localidad no incluidos en el ajuste. Los resultados son por demás satisfactorios, ya que las máximas desviaciones absolutas obtenidas son 0.71 y 0.78 cm cuando el modelo se ajusta desde el tocón, y 0.66 y 0.67 cm al hacerlo desde el diámetro normal. En ambos casos estas

desviaciones son menores de un centímetro, por lo que pueden ser consideradas insignificantes.

El Cuadro 13 muestra los valores de validación obtenidos, y la Figura 8 los perfiles generados a partir del tocón.

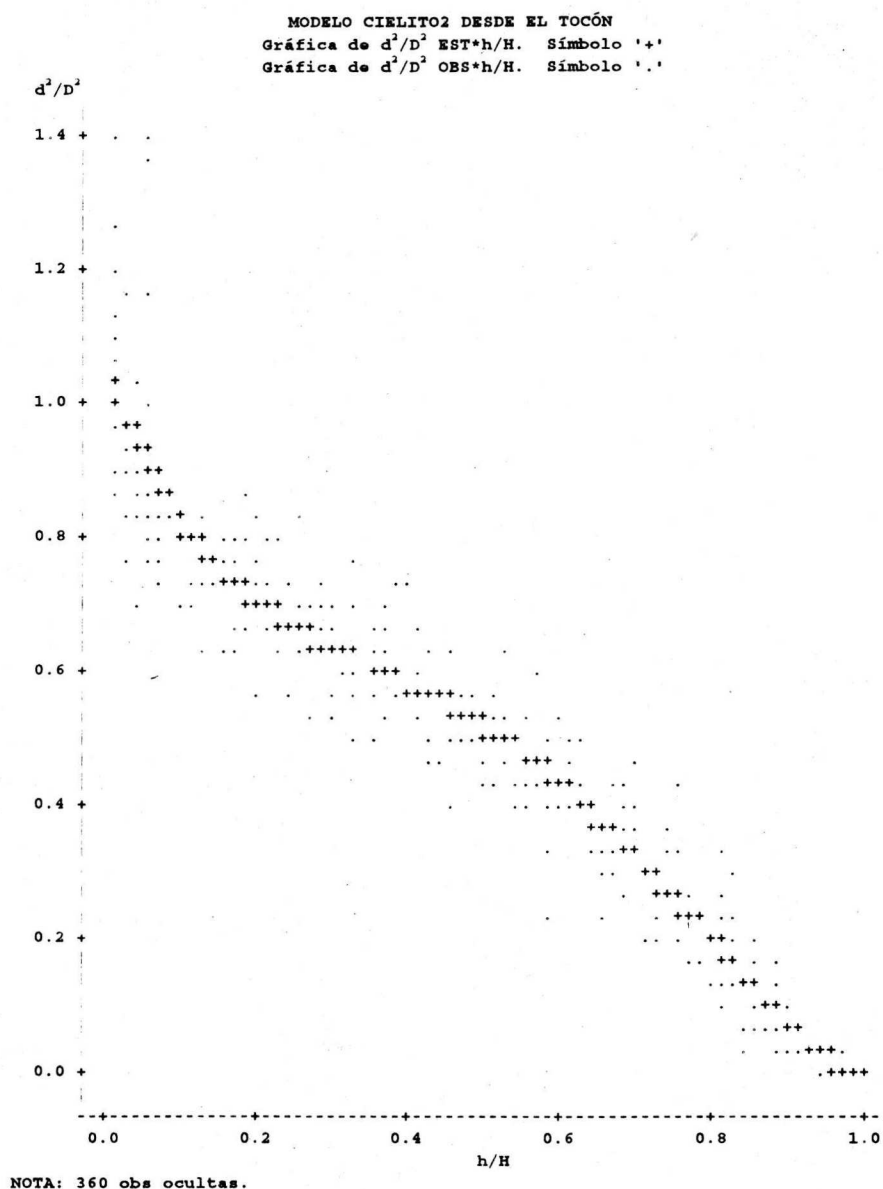


Figura 6. Valores observados y predichos de la altura relativa h/H en relación con el diámetro relativo d^2/D^2 del modelo de ahusamiento (9) Cielito2 ajustado desde el tocón.

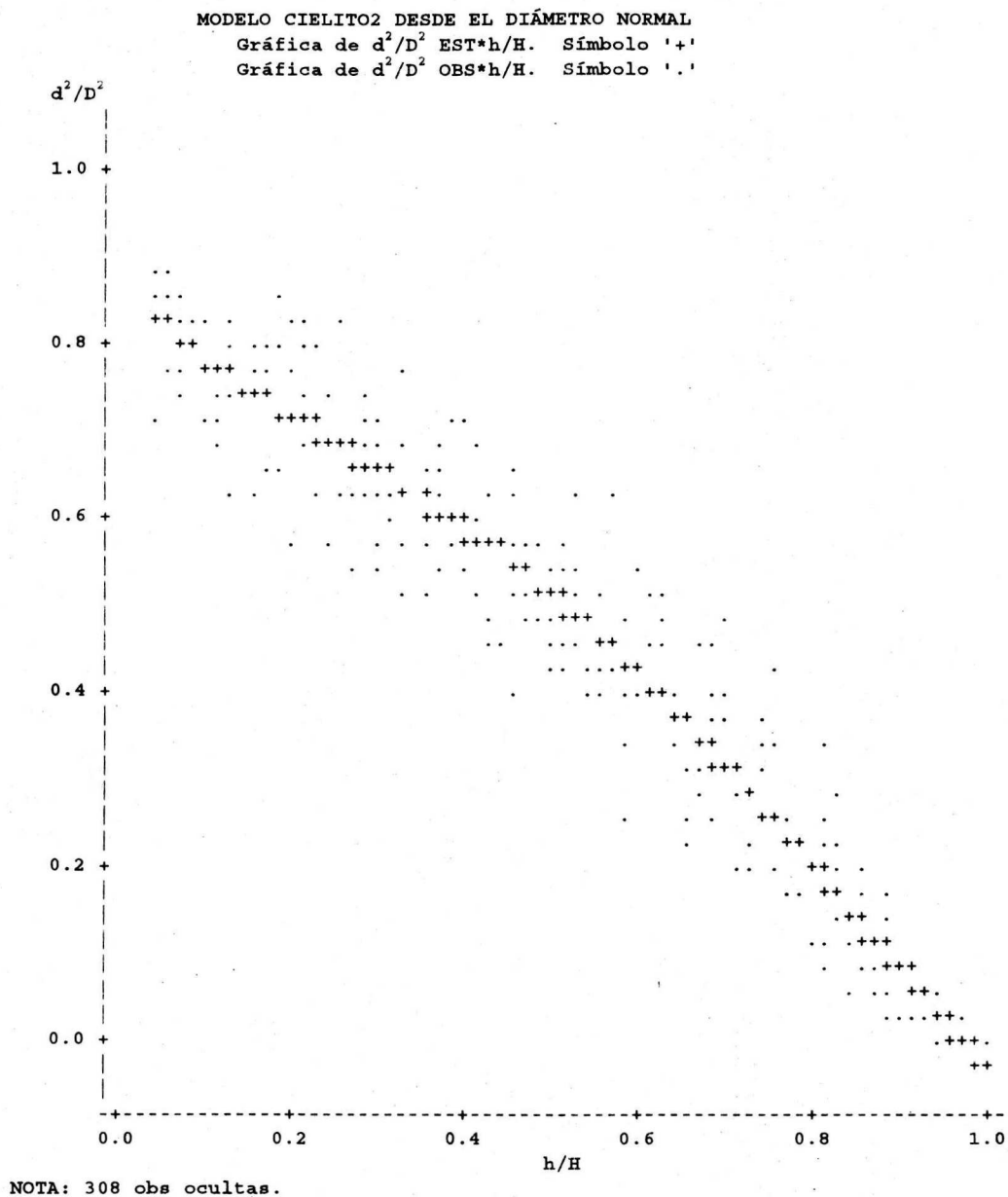


Figura 7. Valores observados y predichos de la altura relativa h/H en relación con el diámetro relativo d^2/D^2 del modelo de ahusamiento (9) Cielito2 ajustado desde el diámetro normal.

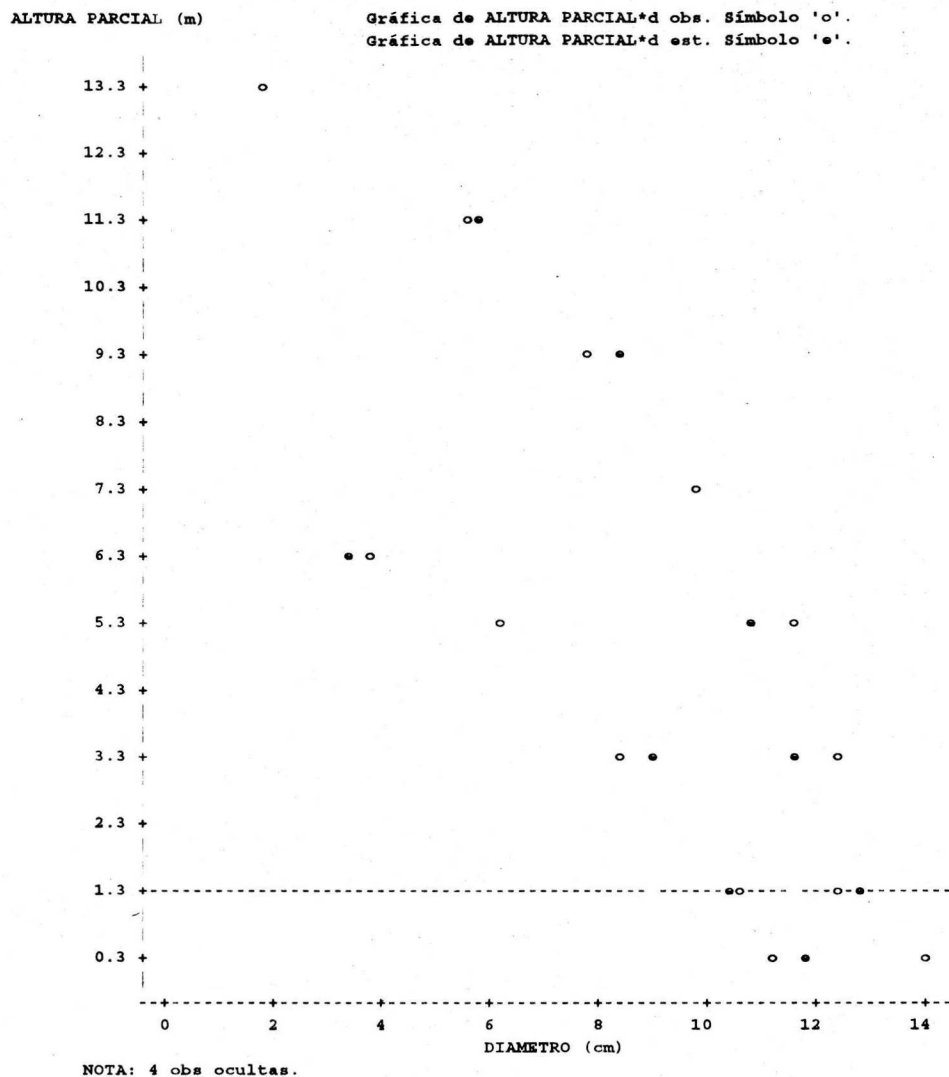


Figura 8. Perfil del fuste generado por el modelo (9) Cielito2 para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

Como puede apreciarse en la Figura 8, el modelo simula satisfactoriamente el perfil a lo largo del fuste, por lo que se considera consistente al describir el ahusamiento. En el Apéndice se incluye el programa SAS para describir el perfil (Programa 4), y la Figura 2 el perfil de un fuste más alto, generado con ese programa.

Cuadro 13. Resultados de validación del modelo de ahusamiento (9) Cielito2 para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.

Obs.	h parcial (m)	d obs. (cm)	d est. (cm) ¹	Dif. abs. (cm) ¹	d est.(cm) ²	Dif. abs. (cm) ²
1	0.30	11.20	11.8974	0.6974		
2	1.30	10.70	10.4309	0.2691	10.4593	0.24071
3	3.30	8.30	9.0104	0.7103	8.9793	0.67933
4	5.30	6.20	6.1268	0.0732	6.1575	0.04254
5	6.30	3.70	3.3106	0.3894	3.4824	0.21755
6	0.30	14.00	13.9036	0.0963		
7	1.30	12.40	12.8108	0.4108	12.4212	0.02120
8	3.30	12.30	11.5112	0.7888	11.6357	0.66430
9	5.30	11.50	10.7644	0.7356	10.8374	0.66263
10	7.30	9.80	9.8724	0.0724	9.7881	0.01192
11	9.30	7.80	8.3564	0.5564	8.2775	0.47747
12	11.30	5.60	5.8996	0.2996	6.0285	0.42850
13	13.30	1.70	1.8766	0.1766	1.6617	0.03834

1 modelo ajustado desde el tocón

2 modelo ajustado desde el diámetro normal

El modelo (9) Cielito2 propuesto queda formalmente definido por:

$$\frac{d^2}{D^2} = 1.044093 - 2.832906\left(\frac{h}{H}\right) + 7.624771\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 10.415754\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 4.569118\left(\frac{h}{H}\right)^4$$

$$d^2 = \tilde{D}^2 \left(1.044093 - 2.832906\left(\frac{h}{H}\right) + 7.624771\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 10.415754\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 4.569118\left(\frac{h}{H}\right)^4 \right)$$

para cuando se ajusta a partir del tocón, y desde el diámetro normal por

$$\frac{d^2}{D^2} = 0.869701 - 1.02037\left(\frac{h}{H}\right) + 1.759795\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 2.974264\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 1.333137\left(\frac{h}{H}\right)^4$$

$$d^2 = D^2 \left(0.869701 - 1.02037\left(\frac{h}{H}\right) + 1.759795\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 2.974264\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 1.333137\left(\frac{h}{H}\right)^4 \right)$$

En esta expresión, queda implícito el **índice de esbeltez** del fuste (H/D), mediante su inverso, es decir, D/H, como una medida de la proporcionalidad de esas dimensiones. Además, para cuando $h = H$, el diámetro estimado es cero, como lo indica la suma de sus coeficientes, cumpliendo satisfactoriamente esta restricción.

En el Apéndice se presenta lo programa SAS empleado (Programa 2) para ajustar el modelo desde el tocón, además de los resultados de desviaciones entre observaciones medidas y estimadas (Programa 3 y Cuadro 2).

5.3 Generación de ecuaciones de volumen.

La estimación de volúmenes totales de árboles, generalmente se realiza mediante ecuaciones de volumen, sin embargo, es creciente la necesidad de estimar volúmenes comerciales, es decir, el contenido maderable desde el tocón hasta un diámetro o altura límite en el fuste. Cuando las ecuaciones para estimar diferentes volúmenes comerciales son ajustadas independientemente, a menudo producen estimaciones inconsistentes para un sólo árbol. Ya que el perfil del fuste afecta de manera considerable los volúmenes comerciales, las ecuaciones de ahusamiento toman relevancia, pues al ser integradas, pueden ser usadas para predecir volúmenes comerciales hasta cualquier punto del fuste o diámetro mínimo límite (Cao *et al.* 1980). Una ecuación de ahusamiento compatible cuando es integrada genera estimaciones de volumen total idénticas a las arrojadas por una ecuación de volumen existente (Demaerschalk 1972, Avery y Burkhart 1983).

Con base en los razonamientos anteriores, se procedió a integrar el modelo de ahusamiento obtenido (9), a fin de generar un sistema de ecuaciones que tengan la flexibilidad de estimar tanto volúmenes comerciales a alturas límite o cualquier segmento del fuste, como volúmenes totales por árbol.

El procedimiento es el siguiente:

Aplicando integración para sólidos de revolución sobre la longitud deseada, se tiene que

$$V = \pi \int_{h_1}^{h_2} r^2 dh$$

donde r = radio, y h_1 y h_2 definen los límites de la integración.

La ecuación para modelar el ahusamiento está dada por (9) como:

$$d^2 = D^2 (1.044093 - 2.832906(\frac{h}{H}) + 7.624771(\frac{h}{H})^2 - 10.415754(\frac{h}{H})^3 + 4.569118(\frac{h}{H})^4)$$

Como esta ecuación predice diámetros, es decir, $d^2 = (2r)^2 = 4r^2$, entonces

$$r^2 = \frac{1}{4} (D^2 (1.044093 - 2.832906(\frac{h}{H}) + 7.624771(\frac{h}{H})^2 - 10.415754(\frac{h}{H})^3 + 4.569118(\frac{h}{H})^4))$$

Sustituyendo r^2 en la integral para volumen se tiene:

$$V = \frac{\pi}{4} \int_{h_1}^{h_2} (D^2 (1.044093 - 2.832906(\frac{h}{H}) + 7.624771(\frac{h}{H})^2 - 10.415754(\frac{h}{H})^3 + 4.569118(\frac{h}{H})^4)) dh$$

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \int_{h_1}^{h_2} ((1.044093 - 2.832906(\frac{h}{H}) + 7.624771(\frac{h}{H})^2 - 10.415754(\frac{h}{H})^3 + 4.569118(\frac{h}{H})^4)) dh$$

Resolviendo la integral,

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(h) - \left(\frac{2.8329}{H}\right)\left(\frac{h^2}{2}\right) + \left(\frac{7.624771}{H^2}\right)\left(\frac{h^3}{3}\right) - \left(\frac{10.41574}{H^3}\right)\left(\frac{h^4}{4}\right) + \left(\frac{4.569118}{H^4}\right)\left(\frac{h^5}{5}\right) \right]_{h_1}^{h_2}$$

que es igual a:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(h) - \left(\frac{2.8329}{2}\right)\left(\frac{h^2}{H}\right) + \left(\frac{7.624771}{3}\right)\left(\frac{h^3}{H^2}\right) - \left(\frac{10.41574}{4}\right)\left(\frac{h^4}{H^3}\right) + \left(\frac{4.569118}{5}\right)\left(\frac{h^5}{H^4}\right) \right]_{h_1}^{h_2}$$

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(h) - (1.41645)\left(\frac{h^2}{H}\right) + (2.54159)\left(\frac{h^3}{H^2}\right) - (2.6039385)\left(\frac{h^4}{H^3}\right) + (0.9138236)\left(\frac{h^5}{H^4}\right) \right]_{h_1}^{h_2} \quad (11)$$

Resulta en la ecuación para estimar volúmenes entre los límites dados del fuste, es decir, volúmenes comerciales hasta una altura límite, o un segmento del fuste desde el tocón. Para estimar volúmenes desde el diámetro normal, la ecuación resultante es:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[0.869701(h) - (0.510185)\left(\frac{h^2}{H}\right) + (0.5865983)\left(\frac{h^3}{H^2}\right) - (0.743566)\left(\frac{h^4}{H^3}\right) + (0.2666274)\left(\frac{h^5}{H^4}\right) \right] \Bigg|_{h_1}^{h_2} \quad (12)$$

Para el volumen total del fuste se integra sobre toda la longitud del fuste, es decir, desde 0 hasta H, resultando en

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(H) - \frac{2.832906(H)}{2} + \frac{7.624771(H)}{3} - \frac{10.415754(H)}{4} + \frac{4.569118(H)}{5} \right] \Bigg|_0^H$$

$$V = \frac{\pi}{4} \left[1.044093 - \frac{2.832906}{2} + \frac{7.624771}{3} - \frac{10.415754}{4} + \frac{4.569118}{5} \right] D^2 H$$

$$V = \frac{\pi}{4} [1.044093 - 1.41645 + 2.54159 - 2.6039385 + 0.9138236] D^2 H$$

$$V = \frac{\pi}{4} [0.4791184] D^2 H$$

Haciendo $\frac{\pi}{4} [0.4791184] = b$ constante, entonces resulta en la ecuación de volumen

$V = b(D^2 H)$, que es la ecuación de volumen del factor de forma constante, definida finalmente por:

$$V = 0.3762987(D^2 H) \quad (13)$$

Con el mismo procedimiento se obtiene la ecuación para estimar el volumen desde el diámetro normal, misma que resulta en $V = 0.3684897(D^2 H)$. Para emplear esta ecuación desde el tocón, es preciso agregar el volumen comprendido desde el tocón hasta el diámetro normal, para

lo cual ésta porción se considerará como un cilindro donde el diámetro normal será la superficie conocida, quedando finalmente en

$$V = 0.3684897(D^2H) + 0.7853981(D^2) \quad (14)$$

Las ecuaciones (11) y (12) son aplicables para estimar volúmenes comerciales sin corteza hasta una altura límite, mientras que (13) y (14) para estimar el volumen total sin corteza. Todas estas ecuaciones constituyen el sistema de cubicación que se propone para *P. cooperi* del SPEF “Cielito Azul”

Es necesario comparar las estimaciones de (13) con datos observados de arbolado, a fin de verificar la compatibilidad de la ecuación de ahusamiento que la genera. El Cuadro 14 muestra los volúmenes sin corteza observados así como los estimados por (13).

Cuadro 14. Comparación de volúmenes sin corteza observados y estimados por la ecuación (13) para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.

DNcc (m)	ALT. TOT. (m)	VOL.sc OBS.	VOL.sc EST.	DIFERENCIA
0.340	19.95	0.76445	0.86782	-0.10337
0.110	5.95	0.02548	0.02709	-0.00161
0.283	20.10	0.53813	0.60575	-0.06763
0.257	18.90	0.52624	0.46974	0.0565
0.123	6.98	0.03467	0.03973	-0.00507
0.328	19.75	0.74545	0.79954	-0.0541
0.163	10.20	0.10475	0.10197	0.002772
0.207	17.90	0.30393	0.28861	0.015312
0.200	16.22	0.27846	0.24414	0.034319
0.180	17.20	0.17713	0.20970	-0.03257
0.670	30.90	6.64826	5.21961	0.42865
0.091	5.60	0.01705	0.01745	-0.0004
0.136	10.90	0.06417	0.07586	-0.01169
0.090	9.13	0.02474	0.01868	0.006056
0.140	13.87	0.10021	1.10229	-0.00209

DNcc (m)	ALT. TOT. (m)	VOL.sc OBS.	VOL.sc EST.	DIFERENCIA
0.568	30.60	3.45558	3.71490	-0.25933
0.083	6.00	0.01597	0.01555	0.000416
0.501	25.00	2.38568	2.36126	0.024411
0.135	10.50	0.06656	0.07200	-0.00545
0.620	22.70	2.88850	3.28351	-0.39502
0.140	11.28	0.07321	0.08319	-0.00998
0.148	13.10	0.09650	0.10797	-0.01148
0.343	25.90	1.17896	1.14661	0.032344
0.084	5.20	0.01547	0.01380	0.001663
0.208	17.80	0.31702	0.28978	0.027235
0.475	23.90	1.88849	2.02915	-0.14066
0.107	8.20	0.03668	0.03532	0.001353
0.160	15.84	0.11871	0.15259	-0.03388
0.105	8.04	0.02823	0.03335	-0.00513
0.305	25.75	0.82396	0.90137	-0.07742
0.093	6.28	0.01875	0.02043	-0.00169
0.110	6.54	0.02763	0.02977	-0.00215
0.270	22.20	0.53980	0.60899	-0.06919
0.470	26.30	1.66024	2.18615	-0.52592
0.410	25.00	1.72468	1.58138	0.143295

Del Cuadro 14 se tiene que la diferencia promedio entre los volúmenes sin corteza observados y los estimados por (13) es de 0.02976 m^3 (sobreestimación), lo que representa un 3.8% del volumen medio observado. Por lo anterior, se considera que por tratarse de una estimación, la diferencia es insignificante. En ese sentido, la ecuación de ahusamiento resultante (9) es compatible con la ecuación de volumen del coeficiente morfico constante, que es lo deseable.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

6.1 La alta asociación entre las variables diámetro normal y altura con volumen, permite utilizarlas como variables independientes para formular ecuaciones que estimen el volumen total de árboles. La ecuación de la variable combinada en su versión logarítmica tiene el mejor ajuste al arbolado de *Pinus cooperi* del SPEF "Cielito Azul", Dgo., por lo que a partir de ésta se puede construir una tabla de volumen local, o realizar estimaciones con aplicación directa de la ecuación. Esta ecuación es:

$$\text{Log } V = -0.821609 + 0.980899 \text{ Log } (D^2 A)$$

$$V = 0.4397235 (D^2 A)^{0.980899}$$

6.2 El perfil del fuste es posible simularlo y hacer estimaciones de diámetros sin corteza a diferentes alturas del fuste mediante modelos de ahusamiento. El modelo de ahusamiento (9) Cielito2 predice satisfactoriamente el diámetro sin corteza a diferentes alturas del fuste para arbolado de *P. cooperi* del SPEF "Cielito Azul", Dgo., por lo que es útil para hacer distribuciones de productos del fuste con mayor precisión. La ecuación a partir del diámetro del tocón tiene la forma:

$$\frac{d^2}{D^2} = 1.044093 - 2.832906\left(\frac{h}{H}\right) + 7.624771\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 10.415754\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 4.569118\left(\frac{h}{H}\right)^4$$

$$d^2 = D^2 \left(1.044093 - 2.832906\left(\frac{h}{H}\right) + 7.624771\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 10.415754\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 4.569118\left(\frac{h}{H}\right)^4 \right)$$

Cuando el ajuste se realiza desde el diámetro normal, se gana en precisión. En ese caso la ecuación resultante es:

$$d^2 = D^2 \left(0.869701 - 1.02037\left(\frac{h}{H}\right) + 1.759795\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 2.974264\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 1.333137\left(\frac{h}{H}\right)^4 \right)$$

6.3 El mismo modelo de ahusamiento simula de manera confiable el perfil del fuste para la misma especie del arbolado del SPEF, por lo que mediante integración matemática se generaron dos ecuaciones para estimación de volúmenes comerciales a alturas límite, y volumen total árbol. Estas ecuaciones son:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(h) - (1.41645)\left(\frac{h^2}{H}\right) + (2.54159)\left(\frac{h^3}{H^2}\right) - (2.6039385)\left(\frac{h^4}{H^3}\right) + (0.9138236)\left(\frac{h^5}{H^4}\right) \right] \Bigg|_{h1}^{h2}$$

para estimar volúmenes comerciales sin corteza hasta una altura límite, y:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[1.044093(H) - \frac{2.832906(H)}{2} + \frac{7.624771(H)}{3} - \frac{10.415754(H)}{4} + \frac{4.569118(H)}{5} \right] \Bigg|_0^H$$

que resulta finalmente en $V = 0.3762987(D^2H)$ para estimar volumen total sin corteza cuando se utiliza el modelo ajustado desde el tocón. A partir del diámetro normal, las ecuaciones resultantes fueron:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \left[0.869701(h) - (0.510185)\left(\frac{h^2}{H}\right) + (0.5865983)\left(\frac{h^3}{H^2}\right) - (0.743566)\left(\frac{h^4}{H^3}\right) + (0.2666274)\left(\frac{h^5}{H^4}\right) \right] \Bigg|_{h1}^{h2}$$

para estimar volúmenes comerciales sin corteza, y para volumen total sin corteza quedó definida por $V = 0.3684897(D^2H) + 0.7853981(D^2)$, misma que puede ser utilizada desde la altura del tocón.

Este conjunto de ecuaciones, además de la variable combinada logaritmizada, constituyen el sistema de cubicación para la especie estudiada.

7. LITERATURA CITADA.

EVERY, T. E. 1969. Forest measurements. McGraw-Hill Book Co. U.S.A. 290 p.

_____ and H.E., BURKHART. 1983. Forest measurements. McGraw-Hill Co. U.S.A. 330 p.

AMIDON, E. L. 1984 A general taper functional form to predict bole volume for five mixed-conifer species in California. For. Sci. 30(1):166-171.

BEHRE, C. E. 1923. Preliminary notes on studies of tree form. J. For. 21: 507-511.

Citado por: KOZAK, A. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18:1363-1368.

Citado por: CLUTTER, J. L., J.C. FORSTON, L.V. PIENAAR, G.H. BRISTER, and R.L. BAILEY. 1983. Timber management: a quantitative approach. USA. John Wiley & Sons Inc. 333 p.

BENNET, F.A. and B.F. SWINDEL. 1972. Taper curves for planted slash pine. USDA Forest Serv. Res. Note SE-179. 4 p.

BRUCE, D., O. CURTIS, and C. VANCOEVERING. 1968. Development of a system of taper and volume tables for red alder. Forest Sci. 14(3):339-350.

BIGING, G., S. 1984. Taper equations for second-growth mixed conifers of Northern California. For. Sci., 30(4):1103-1117.

_____. 1988. Estimating the accuracy of volume equations using taper equations of stem profile. Can. J. For. Res. 18:1002-1007.

BRINK, C. and K. Von GADOW. 1986. On the growth and decay functions for modeling stem profiles. EDV Med. Biol. 17(1/2):20-27.

Citado por: KOZAK, A. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18:1363-1368.

BURKHART, H., E. and S.B. WALTON. 1985. Incorporating crown ratio into taper equations for loblolly pine trees. For. Sci. 31(2):478-484.

CABALLERO, D., M. 1970. Empleo de coeficientes m3rficos en la elaboraci3n de tablas de vol3menes de cedro rojo. Bol. Div. No. 26-B. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, SFF, SAG. 27 p.

- _____. 1971. Elaboración de una tabla de volúmenes por medio del empleo de una variable combinada. *Revista Bosques*. México. VIII(1):14-27.
- _____. 1972. Tablas y tarifas de volúmenes; Análisis de algunas de las metodologías existentes y su aplicación a las condiciones de los bosques mexicanos. Nota INF No. 7. Dirección General del Inventario Nacional Forestal, SFF, SAG. 55 p.
- _____. 1976. Análisis de un caso práctico relativo a la elaboración de tablas de volúmenes de aplicación directa a rodales. Publicación No. 35. Dirección General del Inventario Nacional Forestal, SFF, SAG. México. 36 p.
- _____. y FROLA, P., S. 1976. Análisis de un caso práctico relativo a la elaboración de tablas de volúmenes de aplicación directa a rodales. Pub. No. 35. Dirección General del Inventario Nacional Forestal, SFF SAG,. 35 p.
- CAO, Q., V., H.E. BURKHART, E. and T.A. MAX. 1980. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. *For. Sci.* 26(1):71-80.
- CARO, P., U.R. 1993. Terminología técnica forestal. Tesis profesional. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. 475 p.
- CLUTTER, J., L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.* 26:117-120.
- _____. , J.C. FORSTON, L.V. PIENAAR, G.H. BRISTER, and R.L. BAILEY. 1983. Timber management: a quantitative approach. USA. John Wiley & Sons Inc. 333 p.
- DEMAERSCHALK, J., P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. *For. Sci.* 18(3):241-245.
- _____. and A. KOZAK. 1977. The whole-bole system: a conditioned dual-equation system for precise prediction of tree profiles. *Can. J. For. Res.* 7: 488-497.
- Citado por: KOZAK, A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18:1363-1368.
- EGUILUZ, P., T. 1977. Los pinos del mundo. Publicaciones Especiales No 1. Escuela Nacional de Agricultura. Chapingo, Méx. 74 p.
- _____. 1978. Ensayo de integración de los conocimientos sobre el género *Pinus* en México. Tesis Profesional. Escuela Nacional de Agricultura. Chapingo, México. 623 p.

- _____. 1985. Descripción botánica de los pinos mexicanos. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx. 45 p.
- FAO. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento; con referencia especial a los trópicos. Vol. I. Estudio FAO: Montes. Roma. 92 p.
- GARCÍA, E. 1973. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Koppen; para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana. Instituto de Geografía, UNAM. 243 p.
- HERNÁNDEZ de la R., P. 1989. Variación morfológica intra-árbol en *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez y *P. engelmannii* procedentes de El Salto, Pueblo Nuevo, Dgo. Tesis Profesional. Universidad Autónoma Chapingo. 102 p.
- HERNÁNDEZ, D., J.C., QUIÑONES, CH., A. y DELGADO, A., A. 1992. Problemática forestal de Durango y propuestas de solución. Asociación de Industriales Forestales de Durango, A. C. Cámara Nacional de la Industria Forestal Delegación Durango. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales y Agropecuarias, SARH. 14 p.
- _____. QUIÑONES, CH., A., PRIETO, R., J.A. y BARRETERO, J., A. 1994. La actividad forestal de Durango en cifras. Desplegable Informativo Núm. 1. Campo Experimental Valle del Guadiana, CIRNOC, INIFAP, SARH. 8 p.
- HUGHELL, D., A. 1991. Lineamientos para el desarrollo de modelos para la predicción del crecimiento y rendimiento de árboles de uso múltiple. Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza. Turrialba, C. R. 146 p. (Inédito).
- HUSCH, B., CH.I. MILLER, and W.T. BEERS. 1972. Forest mensuration. Second Ed. USA. Ronald Press Company. 410 p.
- KLEPAK, D. 1983. Crecimiento e incremento de árboles y masas forestales. Departamento de Enseñanza, Investigación y Servicio en Bosques. Universidad Autónoma Chapingo. Segunda edición. 365 p.
- KOZAK, A., D.D. MUNRO, and J.H.G. SMITH. 1969. Taper functions and their application in forest inventory. For. Chron. 45(4):278-283.
- _____. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18:1363-1368.
- _____. and V.M. LeMAY. 1993 Variable-form taper functions for four Alberta tree species: Discussion. Can. J. For. Res. 23:334.
- LYNCH, T. B., S.-T. CHANG, and J.P. CHANDLER. 1992. Estimation of individual tree volume by importance sampling and antithetic variates from the cylindrical shells integral. Can. J. For. Res. 22:326-335.

- MANZANILLA, B., H. 1981. Los sitios permanentes de investigación silvícola del INIF. México. INIF, SARH. 68 p. Inédito.
- MARTÍNEZ, M. 1948. Los pinos mexicanos. 2a. Ed. Botas. México. 166 p.
- MATNEY, T.G. and A.D. SULLIVAN. 1980. Estimation of merchantable volume and height of natural grown slash pine trees. In Proceedings of Arid Land Resources Inventories Workshop, La Paz, México, Nov. 30-Dec. 6, 1980. (no indica pag)
- Citado por: KOZAK, A. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18:1363-1368.
- MATTE, L. 1949. The taper of coniferous species with special reference to loblolly pine. For. Chron. 25: 21-31.
- Citado por: KOZAK, A. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18:1363-1368.
- MAX, T., A. and H.E. BURKHART. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. For. Sci. 22(3):283-289.
- MORRIS, D., M. and R.R. FORSLUND. 1992. The relative importance of competition, microsite, and climate in controlling the stem taper and profile shape in jack pine. Can. J. For. Res. 22:1999-2003.
- MUÑOZ, R., C. 1990. Plan de manejo integral presentado para el predio particular "Las Veredas" del Municipio de San Dimas, Durango. UAF No. 3 "San Miguel de Cruces". 71 p. más anexos.
- NEWNHAM, R., M. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. Can. J. For. Res. 22:210-223.
- ORMEROD, D.W. 1973. A simple bole model. For. Chron. 49:136-138.
- Citado por: KOZAK, A. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18:1363-1368.
- OSUMI, S. 1959. Studies on the stem form of the forest trees. I. J.Jpn. For. Soc. 41:471-479.
- Citado por: KOZAK, A. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18:1363-1368.
- PEREZ, D., N., H.E. BURKHART, and C.T. STIFF. 1990. A variable-form taper function for *Pinus oocarpa* Schiede in Central Honduras. For. Sci. 36(1):186-191.

- RAMÍREZ, M., H. 1994. Construcción de modelos de crecimiento y su aplicación en el diseño de regímenes silvícolas. In Simposio II Reunión Nacional de Silvicultura y Manejo de Recursos Forestales: Retos y Perspectivas. Colegio de Postgraduados. Montecillos, México. En prensa.
- RODRÍGUEZ, F., C. y MORENO, S., R. 1982. Elaboración de tablas de volúmenes a través de análisis troncales para *Pinus montezumae* Lamb., en el C.E.F. San Juan Tetla, Puebla. Bol. Téc. No. 90. INIF - SARH. 37 p.
- ROMAHN, De La VEGA., C. F., RAMÍREZ, M., H y TREVIÑO G., J. L. 1987. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo, División de Ciencias Forestales. pp. 133 - 235.
- SANTILLÁN, P., J. 1986. Elementos de dasonomía. Universidad Autónoma Chapingo, División de Ciencias Forestales. pp. 46 - 400.
- SARH. 1992. México 1991-1992; inventario nacional forestal de gran visión; reporte principal. SARH, SF. 27 p. más apéndices.
- SAS INSTITUTE INC. 1988. SAS/STAT user's guide. Release 6.03 Ed. Cary, N.C. SAS Institute Inc. 4th Imp. 1992. 1028 p.
- TORRES, R., J.M., MAGAÑA T., O., S. y VALLES G., A.G. 1993. Funciones de ahusamiento para 8 especies forestales del Estado de México. I Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales: Resúmenes de ponencias. Saltillo, Coah. pp. 15
- ZEPEDA, B., E.M. 1990. Predictor de rendimientos maderables probables de *Pinus patula* Schiede y Deepe, de Perote, Veracruz, México. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados, Montecillos, México. 331 p.
- _____ y ALMONTE, H., F. 1994. Sistema de cubicación para *Pinus patula* Schl. & Cham., de Chignahuapan, Puebla. Simposio y II Reunión Nacional de Silvicultura y Manejo de Recursos Forestales; Retos y Perspectivas. Resúmenes. Colegio de Postgraduados. Montecillo, México. pp. 39.

8. APÉNDICE.

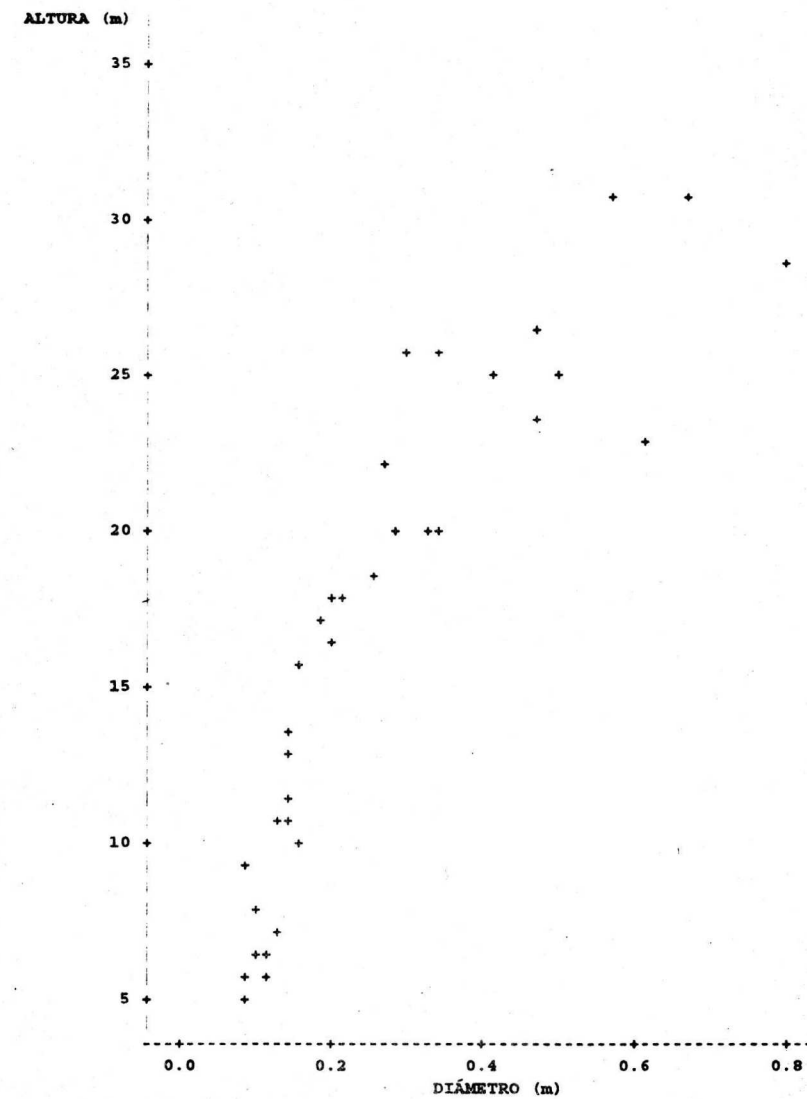


Figura 1. Dispersión de observaciones diámetro- altura para ajustar ecuaciones de volumen para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

Cuadro 1. Formato para el registro de campo en la realización de análisis troncales.

**SECRETARIA DE AGRICULTURA Y RECURSOS HIDRAULICOS
INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES FORESTALES Y AGROPECUARIAS
CAMPO EXPERIMENTAL VALLE DEL GUADIANA**

HOJA ____ DE ____

REGISTRO DE CAMPO PARA ANALISIS TRONCAL

ESTADO _____ LUGAR _____ UCODEFO _____ SITIO No. _____ CUADRANTE No. _____ CUADRILLA _____ ARBOL No. _____ ESPECIE _____
ALTURA TOTAL _____ DAP _____ EDAD TOTAL _____ FECHA DE INICIO _____ FECHA TERMINO _____ TIEMPO _____

ALT. DE SECCION (m)	No DE ANILLOS	EDAD A SEC.	DIAMETRO sc (m) DE LA SECCION MEDIA A LA EDAD DE (años)										DIAM SM CC	DIAM. ULTIMOS AÑOS (mm) sc			
			10	20	30	40	50	60	70	80	90	100		20	15	10	5
0.3																	
1.3																	
3.3																	
5.3																	
7.3																	
9.3																	
11.3																	
13.3																	
15.3																	
17.3																	
19.3																	
21.3																	
25.3																	
27.3																	
29.3																	
31.3																	
33.3																	
35.3																	

Programa 1. Programa SAS para el ajuste del modelo de volumen de la variable combinada en su versión logarítmica mediante regresión lineal simple con información de *Pinus cooperi* Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.

```

/*****/
/*      ELABORACION DE TABLAS DE VOLUMENES      */
/*      MODELO DE LA VAR COMBINADA LOG           */
/*      SPEF CIELITO AZUL, DGO.                  */
/*      Pinus cooperi                           */
/*****/
OPTIONS NODATE PS=60 LS=80;
DATA A;
    INFILE "C:\RENTERIA\VOLUMEN\VOLSPEF.DAT";
    INPUT D H V;
    LV=LOG(V);
    LHD2=LOG(H*D**2);

PROC REG;
    MODEL LV=LHD2;
    TITLE 'MODELO DE LA VARIABLE COMBINADA LOGARITMIZADO';
    OUTPUT OUT=SALIDA P=PRED R=RES;

PROC PLOT DATA=SALIDA;
    PLOT PRED*LHD2='*' LV*LHD2='+' /OVERLAY;
    PLOT RES*LHD2='.' /VREF=0 VPOS=25;
RUN;

```


Programa 2. Programa SAS para el ajuste del modelo de ahusamiento Cielito2 mediante regresión lineal simple con información de *Pinus cooperi* Bco. del SPEF “Cielito Azul”, Dgo.

```

/*-----*/
/*  MODELOS DE AHUSAMIENTO      */
/*      CIELITO2                */
/*  SPEF CIELITO AZUL, DGO.      */
/*      Pinus cooperi           */
/*-----*/
OPTIONS NODATE PS=60 LS=80;
DATA UNO;
    INFILE 'B:\AHUSAM\CIELITO.DAT';
    INPUT DN DI AT AP;
        X=(AP/AT);
        X2=X**2;
        X3=X**3;
        X4=X**4;
        Y=(DI**2)/(DN**2);
PROC REG;
    MODEL Y=X X2 X3 X4;
    TITLE 'MODELO DE AHUSAMIENTO2';
    OUTPUT OUT=SALIDA PREDICTED=YP R=RES;

PROC PLOT;
    PLOT YP*Y='+';
    PLOT RES*Y='.'/VREF=0 VPOS=25;
    PLOT YP*X='+' Y*X='.'/OVERLAY;
    PLOT RES*X='.'/VREF=0 VPOS=25;
    PLOT YP*X2='+' Y*X2='.'/OVERLAY;
    PLOT RES*X2='.'/VREF=0 VPOS=25;
    PLOT YP*X3='+' Y*X3='.'/OVERLAY;
    PLOT RES*X3='.'/VREF=0 VPOS=25;
    PLOT YP*X4='+' Y*X4='.'/OVERLAY;
    PLOT RES*X4='.'/VREF=0 VPOS=25;
RUN;

```

Programa 3. Programa SAS para el cálculo de desviaciones absolutas entre diámetros observados y estimados por el modelo de ahusamiento Cielito2 para *Pinus cooperi* Bco. en el SPEF "Cielito Azul", Dgo.

```

/*****/
/*      MODELOS DE AHUSAMIENTO      */
/*      MODELO CIELITO2              */
/*      DESVIACIONES ABSOLUTAS      */
/*      SPEF CIELITO AZUL, DGO.      */
/*      Pinus cooperi                */
/*****/
OPTIONS NODATE PS=60 LS=80;
DATA UNO;
    INFILE 'B:\AHUSAM\CIELITO.DAT';
    INPUT DN DI AT AP;
        X=(AP/AT);
        X2=X**2;
        X3=X**3;
        X4=X**4;
        Y=(DI**2)/(DN**2);
        B0=1.044093; B1=-2.832906; B2=7.624771; B3=-10.415754; B4=4.569118;
        Y=B0+B1*X+B2*X2+B3*X3+B4*X4;
        DIP=DN*SQRT(Y); RESA=ABS(DI-DIP); RESRE=RESA/DI;
        DIFRE=RESA/AP;
    KEEP AP DI DIP RESA RESRE DIFRE;

PROC PRINT;
    VAR AP DI DIP RESA RESRE DIFRE;
    TITLE 'DESVIACIONES MODELO CIELITO2';
RUN;

```

Cuadro 2. Desviaciones absolutas entre diámetros observados y estimados para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo. que genera el Programa 3.

OBS	DESVIACIONES MODELO CIELITO2					
	AP	DI	DIP	RESA	RESRE	DIFRE
1	0.3	31.4	34.0574	2.65737	0.08463	8.85791
2	1.3	29.6	32.0703	2.47029	0.08346	1.90023
3	3.3	27.5	29.2734	1.77344	0.06449	0.53741
4	5.3	27.0	27.5788	0.57879	0.02144	0.10921
5	7.3	25.4	26.3581	0.95808	0.03772	0.13124
6	9.3	24.1	25.0448	0.94477	0.03920	0.10159
7	11.3	22.5	23.2045	0.70445	0.03131	0.06234
8	13.3	20.5	20.5255	0.02554	0.00125	0.00192
9	15.3	14.8	16.7713	1.97125	0.13319	0.12884
10	17.3	9.4	11.6795	2.27950	0.24250	0.13176
11	19.3	5.2	4.1578	1.04216	0.20042	0.05400
12	0.3	11.0	10.5470	0.45298	0.04118	1.50994
13	1.3	9.9	9.1432	0.75677	0.07644	0.58213
14	3.3	7.3	7.5707	0.27069	0.03708	0.08203
15	5.3	2.8	3.2168	0.41681	0.14886	0.07864
16	0.3	31.2	28.3491	2.85087	0.09137	9.50291
17	1.3	24.3	26.6986	2.39857	0.09871	1.84506
18	3.3	22.5	24.3732	1.87317	0.08325	0.56763
19	5.3	22.5	22.9627	0.46272	0.02057	0.08731
20	7.3	21.4	21.9482	0.54816	0.02562	0.07509
21	9.3	21.0	20.8607	0.13935	0.00664	0.01498
22	11.3	18.4	19.3402	0.94015	0.05110	0.08320
23	13.3	16.1	17.1282	1.02815	0.06386	0.07730
24	15.3	12.7	14.0286	1.32858	0.10461	0.08684
25	17.3	8.0	9.8270	1.82701	0.22838	0.10561
26	19.3	2.7	3.6791	0.97911	0.36264	0.05073
27	0.3	26.1	25.7129	0.38708	0.01483	1.29026
28	1.3	23.4	24.1364	0.73644	0.03147	0.56649
29	3.3	23.1	21.9688	1.13119	0.04897	0.34278
30	5.3	22.1	20.6856	1.41445	0.06400	0.26688
31	7.3	21.8	19.7224	2.07761	0.09530	0.28460
32	9.3	19.6	18.5894	1.01056	0.05156	0.10866
33	11.3	19.0	16.9250	2.07504	0.10921	0.18363
34	13.3	17.8	14.4739	3.32607	0.18686	0.25008
35	15.3	13.3	11.0286	2.27136	0.17078	0.14845
36	17.3	6.4	6.2360	0.16397	0.02562	0.00948
37	18.3	2.4	2.6321	0.23211	0.09671	0.01268
38	0.3	32.7	32.8456	0.14563	0.00445	0.48545
39	1.3	29.3	30.9047	1.60474	0.05477	1.23441
40	3.3	29.0	28.1888	0.81121	0.02797	0.24582
41	5.3	27.2	26.5532	0.64680	0.02378	0.12204
42	7.3	25.4	25.3644	0.03564	0.00140	0.00488
43	9.3	23.1	24.0562	0.95624	0.04140	0.10282
44	11.3	22.4	22.1990	0.20102	0.00897	0.01779
45	13.3	17.7	19.4859	1.78589	0.10090	0.13428
46	15.3	14.0	15.6811	1.68110	0.12008	0.10988
47	17.3	7.8	10.5010	2.70103	0.34629	0.15613
48	19.3	2.2	2.0286	0.17136	0.07789	0.00888
49	0.3	17.7	16.0297	1.67032	0.09437	5.56775
50	1.3	14.7	14.4559	0.24407	0.01660	0.18774
51	3.3	14.3	12.8656	1.43438	0.10031	0.43466
52	5.3	11.7	11.5554	0.14464	0.01236	0.02729
53	7.3	8.7	8.9667	0.26670	0.03066	0.03653
54	9.3	3.6	4.0789	0.47888	0.13302	0.05149
55	0.3	21.9	20.6866	1.21339	0.05541	4.04462
56	1.3	18.8	19.3598	0.55982	0.02978	0.43063
57	3.3	18.5	17.5766	0.92342	0.04991	0.27982
58	5.3	17.0	16.5406	0.45939	0.02702	0.08668
59	7.3	17.0	15.7214	1.27862	0.07521	0.17515
60	9.3	15.5	14.6752	0.82477	0.05321	0.08869
61	11.3	13.2	13.0855	0.11445	0.00867	0.01013
62	13.3	11.7	10.7299	0.97007	0.08291	0.07294
63	15.3	8.2	7.3991	0.80091	0.09767	0.05235
64	17.3	3.5	2.2550	1.24498	0.35571	0.07196
65	0.3	20.3	19.9423	0.35769	0.01762	1.19230
66	1.3	18.3	18.5564	0.25636	0.01401	0.19720
67	3.3	18.2	16.7744	1.42555	0.07833	0.43199
68	5.3	16.6	15.7635	0.83647	0.05039	0.15782
69	7.3	15.9	14.8525	1.04754	0.06588	0.14350
70	9.3	15.7	13.5195	2.18047	0.13888	0.23446

Cuadro 2. Continuación...

71	11.3	12.8	11.4127	1.38727	0.10838	0.12277
72	13.3	11.7	8.2685	3.43147	0.29329	0.25801
73	15.3	4.0	3.5534	0.44659	0.11165	0.02919
74	0.3	17.8	17.9725	0.17250	0.00969	0.57499
75	1.3	15.4	16.7814	1.38143	0.08970	1.06264
76	3.3	14.6	15.2084	0.60837	0.04167	0.18435
77	5.3	14.0	14.3050	0.30502	0.02179	0.05755
78	7.3	12.2	13.5560	1.35597	0.11115	0.18575
79	9.3	11.4	12.5425	1.14245	0.10022	0.12284
80	11.3	10.0	10.9727	0.97273	0.09727	0.08608
81	13.3	7.6	8.6397	1.03968	0.13680	0.07817
82	15.3	5.2	5.3061	0.10606	0.02040	0.00693
83	16.3	3.1	2.9909	0.10910	0.03519	0.00669
84	0.3	66.9	67.5770	0.67701	0.01012	2.25669
85	1.3	63.1	64.8774	1.77744	0.02817	1.36726
86	3.3	61.0	60.5385	0.46148	0.00757	0.13984
87	5.3	59.0	57.3976	1.60235	0.02716	0.30233
88	7.3	58.0	55.1391	2.86090	0.04933	0.39190
89	9.3	56.5	53.4186	3.08139	0.05454	0.33133
90	11.3	54.3	51.9034	2.39664	0.04414	0.21209
91	13.3	53.0	50.2989	2.70113	0.05096	0.20309
92	15.3	49.3	48.3597	0.94027	0.01907	0.06146
93	17.3	48.3	45.8881	2.41186	0.04993	0.13941
94	19.3	47.7	42.7258	4.97421	0.10428	0.25773
95	21.3	44.9	38.7422	6.15778	0.13714	0.28910
96	23.3	43.3	33.8192	9.48077	0.21896	0.40690
97	25.3	32.4	27.8226	4.57742	0.14128	0.18093
98	27.3	18.3	20.5164	2.21644	0.12112	0.08119
99	29.3	5.4	11.0347	5.63471	1.04346	0.19231
100	30.3	1.5	2.5558	1.05584	0.70389	0.03485
101	0.3	9.8	8.6935	1.10653	0.11291	3.68843
102	1.3	8.1	7.5058	0.59418	0.07336	0.45706
103	3.3	5.8	6.0501	0.25013	0.04313	0.07580
104	5.3	1.7	1.5422	0.15779	0.09282	0.02977
105	0.3	12.3	13.4061	1.10607	0.08992	3.68690
106	1.3	11.6	12.1485	0.54850	0.04728	0.42193
107	3.3	10.2	10.8345	0.63445	0.06220	0.19226
108	5.3	9.5	9.8761	0.37607	0.03959	0.07096
109	7.3	7.5	8.1279	0.62793	0.08372	0.08602
110	9.3	4.6	4.8967	0.29667	0.06449	0.03190
111	10.3	2.9	2.3574	0.54255	0.18709	0.05268
112	0.3	8.6	8.8130	0.21300	0.02477	0.70999
113	1.3	7.8	7.8827	0.08268	0.01060	0.0636
114	3.3	7.1	6.9854	0.11457	0.01614	0.0347
115	5.3	5.8	6.0396	0.23963	0.04132	0.0452
116	7.3	3.1	3.9928	0.79284	0.24776	0.1086
117	8.3	1.9	2.3024	0.40243	0.21180	0.0485
118	0.3	59.5	57.2820	2.21804	0.03728	7.3935
119	1.3	51.7	54.9734	3.27344	0.06332	2.5180
120	3.3	48.8	51.2717	2.47171	0.05065	0.7490
121	5.3	45.7	48.6015	2.90153	0.06349	0.5475
122	7.3	42.9	46.6865	3.78647	0.08826	0.5187
123	9.3	42.1	45.2259	3.12592	0.07425	0.3361
124	11.3	41.5	43.9304	2.43040	0.05856	0.2151
125	13.3	40.0	42.5449	2.54491	0.06362	0.1913
126	15.3	38.1	40.8579	2.75785	0.07238	0.1803
127	17.3	36.9	38.6992	1.79924	0.04876	0.1040
128	19.3	35.3	35.9332	0.63318	0.01794	0.0328
129	21.3	35.0	32.4473	2.55265	0.07293	0.1198
130	23.3	33.4	28.1386	5.26144	0.15753	0.2258
131	25.3	30.3	22.8851	7.41486	0.24471	0.2931
132	27.3	18.8	16.4570	2.34303	0.12463	0.0858
133	29.3	6.5	7.8542	1.35424	0.20835	0.0462
134	30.3	1.8				
135	0.3	89.8	80.3926	9.40742	0.10476	31.3581
136	1.3	73.8	76.9174	3.11742	0.04224	2.3980
137	3.3	66.3	71.4538	5.15380	0.07773	1.5618
138	5.3	64.6	67.6269	3.02693	0.04686	0.5711
139	7.3	63.7	64.9349	1.23489	0.01939	0.1692
140	9.3	62.6	62.8447	0.24475	0.00391	0.0263
141	11.3	60.1	60.8604	0.76040	0.01265	0.0673
142	13.3	58.5	58.5607	0.06071	0.00104	0.0046
143	15.3	52.2	55.6078	3.40781	0.06528	0.2227
144	17.3	50.0	51.7366	1.73665	0.03473	0.1004

Cuadro 2. Continuación...

145	19.3	46.9	46.7355	0.16448	0.00351	0.0085
146	21.3	45.9	40.4194	5.48058	0.11940	0.2573
147	23.3	32.2	32.5819	0.38185	0.01186	0.0164
148	25.3	22.9	22.8365	0.06351	0.00277	0.0025
149	27.3	13.8	9.2025	4.59746	0.33315	0.1684
150	28.3	6.3				
151	0.3	9.8	7.9621	1.83790	0.18754	6.1263
152	1.3	7.5	6.9063	0.59370	0.07916	0.4567
153	3.3	5.3	5.7364	0.43643	0.08235	0.1323
154	5.3	3.3	2.5441	0.75590	0.22906	0.1426
155	0.3	50.8	50.3792	0.42076	0.00828	1.4025
156	1.3	46.4	47.9488	1.54882	0.03338	1.1914
157	3.3	44.0	44.2594	0.25945	0.00590	0.0786
158	5.3	43.1	41.8025	1.29752	0.03010	0.2448
159	7.3	41.8	40.1081	1.69188	0.04048	0.2318
160	9.3	39.6	38.7006	0.89936	0.02271	0.0967
161	11.3	37.4	37.1639	0.23609	0.00631	0.0209
162	13.3	35.8	35.1662	0.63383	0.01770	0.0477
163	15.3	34.3	32.4541	1.84585	0.05381	0.1206
164	17.3	31.0	28.8321	2.16793	0.06993	0.1253
165	19.3	24.1	24.1305	0.03047	0.00126	0.0016
166	21.3	19.2	18.1408	1.05917	0.05517	0.0497
167	23.3	7.9	10.2877	2.38768	0.30224	0.1025
168	24.3	3.3	4.3796	1.07957	0.32714	0.0444
169	0.3	13.0	13.2900	0.29004	0.02231	0.9668
170	1.3	12.0	12.0107	0.01073	0.00089	0.0083
171	3.3	10.7	10.6994	0.00065	0.00006	0.0002
172	5.3	9.5	9.6778	0.17777	0.01871	0.0335
173	7.3	7.6	7.7238	0.12380	0.01629	0.0170
174	9.3	3.7	4.0776	0.37759	0.10205	0.0406
175	0.3	12.2	13.8164	1.61644	0.13250	5.3881
176	1.3	12.1	12.5512	0.45123	0.03729	0.3471
177	3.3	11.0	11.2050	0.20501	0.01864	0.0621
178	5.3	10.1	10.2745	0.17449	0.01728	0.0329
179	7.3	8.1	8.6583	0.55831	0.06893	0.0765
180	9.3	5.7	5.6913	0.00867	0.00152	0.0009
181	10.3	3.5	3.4633	0.03671	0.01049	0.0036
182	0.3	13.5	14.6743	1.17435	0.08699	3.9145
183	1.3	12.5	13.4698	0.96977	0.07758	0.7460
184	3.3	12.3	12.0800	0.22000	0.01789	0.0667
185	5.3	11.0	11.2584	0.25838	0.02349	0.0488
186	7.3	10.0	10.1613	0.16132	0.01613	0.0221
187	9.3	8.0	8.2356	0.23559	0.02945	0.0253
188	11.3	4.3	5.0904	0.79040	0.18381	0.0699
189	12.3	1.8	2.7916	0.99165	0.55092	0.0806
190	0.3	32.0	34.5101	2.51007	0.07844	8.3669
191	1.3	31.2	32.8962	1.69622	0.05437	1.3048
192	3.3	29.9	30.4205	0.52054	0.01741	0.1577
193	5.3	28.7	28.7472	0.04724	0.00165	0.0089
194	7.3	28.0	27.5890	0.41100	0.01468	0.0563
195	9.3	27.7	26.6505	1.04946	0.03789	0.1128
196	11.3	26.1	25.6687	0.43130	0.01653	0.0382
197	13.3	25.0	24.4298	0.57022	0.02281	0.0429
198	15.3	24.0	22.7685	1.23151	0.05131	0.0805
199	17.3	23.0	20.5572	2.44285	0.10621	0.1412
200	19.3	21.0	17.6896	3.31039	0.15764	0.1715
201	21.3	16.4	14.0535	2.34653	0.14308	0.1102
202	23.3	10.8	9.4359	1.36414	0.12631	0.0585
203	25.3	4.4	2.1958	2.20419	0.50095	0.0871
204	0.3	9.8	7.9870	1.81300	0.18500	6.0433
205	1.3	7.7	6.8629	0.83706	0.10871	0.6439
206	3.3	5.6	5.2865	0.31353	0.05599	0.0950
207	4.3	3.7	3.3828	0.31722	0.08574	0.0738
208	0.3	20.5	20.7840	0.28402	0.01385	0.9467
209	1.3	19.4	19.4448	0.04481	0.00231	0.0345
210	3.3	19.3	17.6492	1.65077	0.08553	0.5002
211	5.3	17.3	16.6079	0.69208	0.04000	0.1306
212	7.3	16.3	15.7794	0.52064	0.03194	0.0713
213	9.3	15.4	14.7125	0.68753	0.04464	0.0739
214	11.3	14.5	13.0865	1.41352	0.09748	0.1251
215	13.3	12.4	10.6759	1.72411	0.13904	0.1296
216	15.3	9.4	7.2639	2.13613	0.22725	0.1396
217	17.3	2.5	1.8263	0.67375	0.26950	0.0389
218	0.3	56.0	47.7302	8.26984	0.14768	27.5661

Cuadro 2. Continuación.

219	1.3	44.8	45.3351	0.53512	0.01194	0.4116
220	3.3	40.7	41.7499	1.04993	0.02580	0.3182
221	5.3	38.0	39.4077	1.40774	0.03705	0.2656
222	7.3	37.9	37.7951	0.10486	0.00277	0.0144
223	9.3	35.5	36.4027	0.90266	0.02543	0.0971
224	11.3	35.5	34.7956	0.70435	0.01984	0.0623
225	13.3	32.0	32.6355	0.63554	0.01986	0.04779
226	15.3	27.3	29.6676	2.36761	0.08673	0.15475
227	17.3	22.3	25.6929	3.39288	0.15215	0.19612
228	19.3	16.5	20.5233	4.02325	0.24383	0.20846
229	21.3	11.5	13.8489	2.34895	0.20426	0.11028
230	23.3	2.7	3.5231	0.82310	0.30485	0.03533
231	0.3	10.3	10.4299	0.12991	0.01261	0.43305
232	1.3	9.5	9.2541	0.24591	0.02589	0.18916
233	3.3	9.1	8.1480	0.95197	0.10461	0.28848
234	5.3	6.7	6.6252	0.07479	0.01116	0.01411
235	7.3	4.0	3.1396	0.86039	0.21510	0.11786
236	0.3	15.2	15.9447	0.74474	0.04900	2.48246
237	1.3	14.5	14.8154	0.31535	0.02175	0.24258
238	3.3	13.2	13.3795	0.17954	0.01360	0.05441
239	5.3	11.4	12.5673	1.16729	0.10239	0.22024
240	7.3	10.2	11.8070	1.60699	0.15755	0.22014
241	9.3	8.0	10.6624	2.66243	0.33280	0.28628
242	11.3	7.1	8.8425	1.74252	0.24542	0.15420
243	13.3	4.0	6.1199	2.11992	0.52998	0.15939
244	15.3	1.6	1.7756	0.17561	0.10976	0.01148
245	0.3	10.1	10.2259	0.12590	0.01246	0.41965
246	1.3	9.2	9.0597	0.14031	0.01525	0.10793
247	3.3	8.0	7.9642	0.03579	0.00447	0.01084
248	5.3	5.0	6.3792	1.37922	0.27584	0.26023
249	7.3	1.6	2.7108	1.11075	0.69422	0.15216
250	0.3	31.2	30.6841	0.51593	0.01654	1.71975
251	1.3	28.0	29.2418	1.24178	0.04435	0.95522
252	3.3	26.2	27.0330	0.83302	0.03179	0.25243
253	5.3	26.0	25.5437	0.45628	0.01755	0.08609
254	7.3	24.1	24.5136	0.41361	0.01716	0.05666
255	9.3	22.8	23.6758	0.87582	0.03841	0.09417
256	11.3	20.7	22.7932	2.09323	0.10112	0.18524
257	13.3	20.4	21.6739	1.27386	0.06244	0.09578
258	15.3	20.0	20.1696	0.16956	0.00848	0.01108
259	17.3	17.3	18.1659	0.86592	0.05005	0.05005
260	19.3	15.8	15.5673	0.23272	0.01473	0.01206
261	21.3	11.3	12.2703	0.97028	0.08587	0.04555
262	23.3	5.2	8.0684	2.86844	0.55162	0.12311
263	25.3	2.1	0.3381	1.76193	0.83901	0.06964
264	0.3	9.2	8.9447	0.25530	0.02775	0.85099
265	1.3	8.2	7.7831	0.41687	0.05084	0.32067
266	3.3	6.3	6.5625	0.26250	0.04167	0.07954
267	5.3	3.3	3.4919	0.19195	0.05817	0.03622
268	0.3	11.1	10.6035	0.49654	0.04473	1.65512
269	1.3	9.7	9.2529	0.44707	0.04609	0.34390
270	3.3	7.6	7.8866	0.28659	0.03771	0.08685
271	5.3	4.6	4.7062	0.10620	0.02309	0.02004
272	6.3	1.7	1.3193	0.38070	0.22394	0.06043
273	0.3	27.9	27.0967	0.80328	0.02879	2.67760
274	1.3	23.8	25.6473	1.84731	0.07762	1.42100
275	3.3	23.2	23.5301	0.33007	0.01423	0.10002
276	5.3	22.2	22.1904	0.00959	0.00043	0.00181
277	7.3	20.4	21.2613	0.86132	0.04222	0.11799
278	9.3	19.6	20.3919	0.79188	0.04040	0.08515
279	11.3	17.7	19.2954	1.59536	0.09013	0.14118
280	13.3	16.9	17.7566	0.85664	0.05069	0.06441
281	15.3	14.0	15.6162	1.61616	0.11544	0.1056
282	17.3	11.1	12.7416	1.64163	0.14789	0.0949
283	19.3	8.0	8.9643	0.96429	0.12054	0.0500
284	21.3	2.2	3.5727	1.37268	0.62394	0.0644
285	0.3	43.6	47.2988	3.69880	0.08483	12.3293
286	1.3	39.5	45.1166	5.61663	0.14219	4.3205
287	3.3	37.6	41.7543	4.15427	0.11049	1.2589
288	5.3	35.6	39.4673	3.86725	0.10863	0.7297
289	7.3	34.6	37.8808	3.28076	0.09482	0.4494
290	9.3	33.3	36.6073	3.30727	0.09932	0.3556
291	11.3	31.9	35.2986	3.39861	0.10654	0.3008
292	13.3	30.4	33.6699	3.26990	0.10756	0.2459

Cuadro 2. Continuación...

293	15.3	27.5	31.4994	3.99943	0.14543	0.2614
294	17.3	23.2	28.6157	5.41570	0.23344	0.3130
295	19.3	21.0	24.8779	3.87787	0.18466	0.2009
296	21.3	14.3	20.1439	5.84392	0.40867	0.2744
297	22.3	10.4	17.3400	6.94003	0.66731	0.3112
298	23.3	8.2	14.1768	5.97678	0.72888	0.2565
299	25.3	1.5	5.8425	4.34247	2.89498	0.1716
300	0.3	42.3	41.2285	1.07148	0.02533	3.5716
301	1.3	37.0	39.2396	2.23955	0.06053	1.7227
302	3.3	37.4	36.2203	1.17969	0.03154	0.3575
303	5.3	36.5	34.2096	2.29038	0.06275	0.4321
304	7.3	34.5	32.8230	1.67699	0.04861	0.2297
305	9.3	33.9	31.6712	2.22882	0.06575	0.2397
306	11.3	33.0	30.4136	2.58642	0.07838	0.2289
307	13.3	32.4	28.7787	3.62130	0.11177	0.2723
308	15.3	29.3	26.5593	2.74072	0.09354	0.1791
309	17.3	26.3	23.5951	2.70489	0.10285	0.1564
310	19.3	20.6	19.7475	0.85251	0.04138	0.0442
311	21.3	17.2	14.8458	2.35421	0.13687	0.1105
312	23.3	5.8	8.4191	2.61906	0.45156	0.1124
313	24.3	1.3	3.5841	2.28408	1.75698	0.0940

AP=altura parcial, DI=diám. obs, DIP=diám. est, RESA=dif. absoluta, RESRE=RESA/DI, RESRE=RESA/AP

Programa 4. Programa SAS para graficar el perfil del fuste de *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

```

*-----*
/*      MODELOS DE AHUSAMIENTO      */
/*      MODELO CIELITO2              */
/*      PERFIL DEL ARBOL              */
/*      SPEF CIELITO AZUL, DGO.       */
/*      Pinus cooperi                */
*-----*

OPTIONS NODATE PS=60 LS=80;
DATA UNO;
  INFILE 'B:\AHUSAM\ARBOL.DAT';
  INPUT DN DI AT AP;
  X=(AP/AT);
  X2=X**2;
  X3=X**3;
  X4=X**4;
  Y=(DI**2)/(DN**2);
  B0=1.044093; B1=-2.832906; B2=7.624771; B3=-10.415754; B4=4.569118;
  Y=B0+B1*X+B2*X2+B3*X3+B4*X4;
  DIP=DN*SQRT(Y); RESA=ABS(DI-DIP); RESRE=RESA/DI;
  DIFRE=RESA/AP;
  KEEP AP DI DIP RESA RESRE DIFRE;

PROC PRINT;
  VAR AP DI DIP RESA RESRE DIFRE;
  TITLE 'DESVIACIONES MODELO DE ALTURAS RELATIVAS DOS';
RUN;

PROC PLOT;
  PLOT AP*DI='o'AP*DIP='c'/OVERLAY VREF=1.3;
  TITLE 'PERFIL DEL ARBOL ALTURA RELATIVA DOS';
RUN;

```

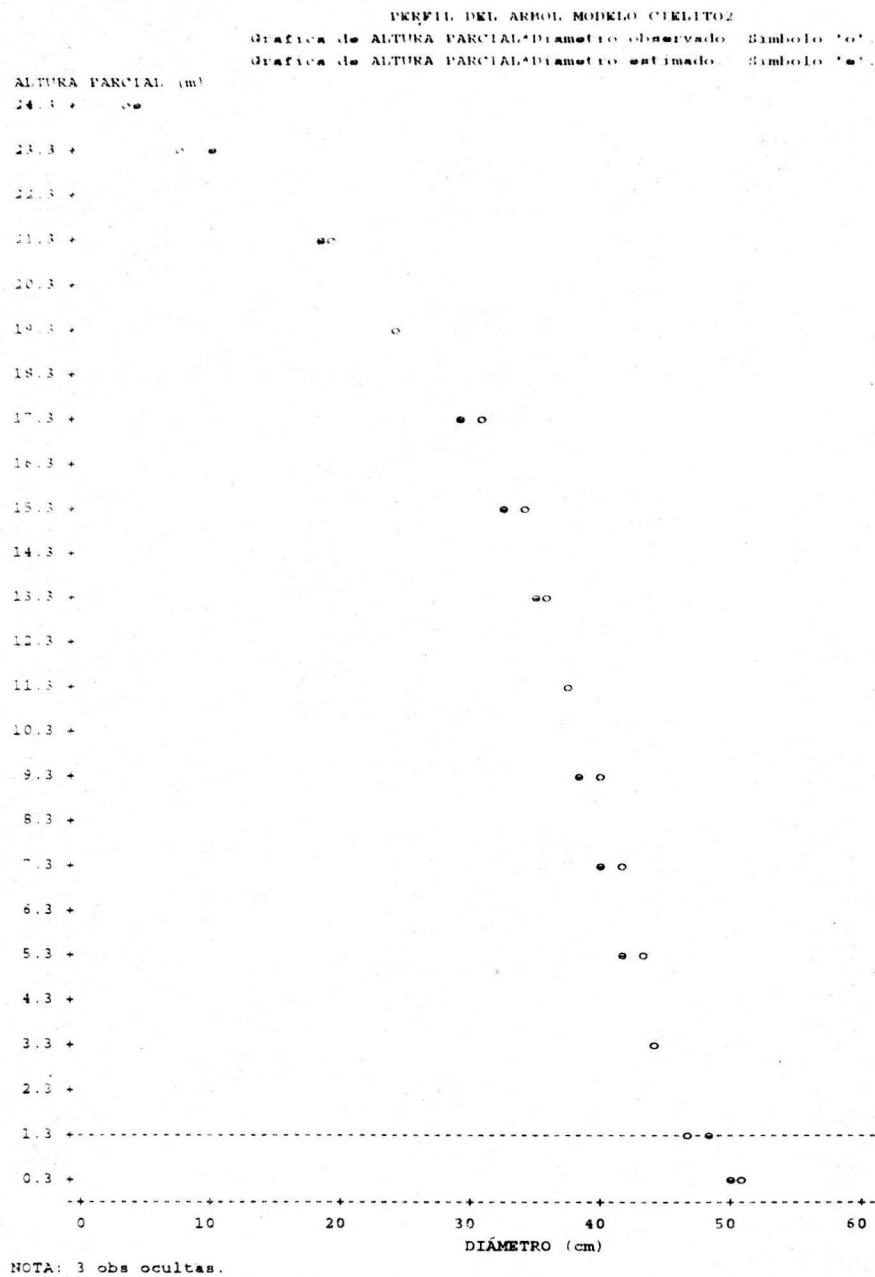



Figura 2. Perfil del fuste con el modelo de ahusamiento Cielito2 para *Pinus cooperi* Bco. del SPEF "Cielito Azul", Dgo.

