



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DIVISIÓN DE CIENCIAS FORESTALES

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

MODELOS DE ALTURA – DIÁMETRO Y DE DIÁMETRO NORMAL -
DIÁMETRO DEL TOCÓN PARA *Pinus patula* Y *Pinus pseudostrobus* EN LA
REGIÓN DE CHIGNAHUAPAN-ZACATLÁN, PUEBLA

TESIS

que como requisito parcial para obtener el grado de



MAESTRO EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

DIRECCIÓN GENERAL ACADÉMICA
CENTRO DE SERVICIOS ESCOLARES
COMISIÓN DE EXAMENES PROFESIONALES

Presenta:

RENATA CRUZ CALDERÓN

Chapingo, Estado de México, Diciembre de 2016.



La Tesis titulada: **Modelos de altura – diámetro y de diámetro normal – diámetro del tocón para *Pinus patula* y *Pinus pseudostrobus* en la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla** realizada por **Renata Cruz Calderón** bajo la dirección del **Dr. Hugo Ramírez Maldonado** y del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

Director: _____



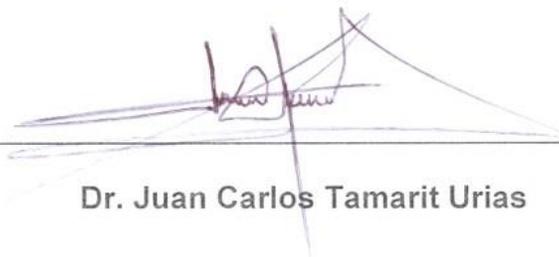
Dr. Hugo Ramírez Maldonado

Asesor: _____



Dr. Francisco José Zamudio Sánchez

Asesor: _____



Dr. Juan Carlos Tamarit Urias

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Autónoma Chapingo, que a través de la División de Ciencias Forestales me brindó la oportunidad de realizar mis estudios en la Maestría en Ciencias Forestales.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico otorgado a través de una beca.

Al Dr. Hugo Ramírez Maldonado quien fungió como Director de mi tesis, guiándome atinadamente durante todo el proceso de investigación con aportaciones significativas.

Al Dr. Francisco José Zamudio Sánchez, Codirector de comité de revisión por su invaluable asesoría.

Al Dr. Juan Carlos Tamarit Urias, Asesor y miembro fundamental en el proceso de investigación, de quien recibí consejos y aportaciones invaluable desde el inicio del proyecto hasta su culminación.

A la familia Cruz Calderón y Hurtado Cruz, por el apoyo otorgado en todos los aspectos posibles.

A todas aquellas personas que directa e indirectamente participaron en mi formación profesional y contribuyeron en mi investigación de tesis.

DEDICATORIA

Con cariño, brindo esta tesis a:

José Luis Cruz Jiménez y Laura Calderón Flores

Mis padres, figuras de rectitud, cariño y respeto cuyo su ejemplo inspira mi vida entera.

Gisela, Viviana y Cecilia

Mis compañeras de vida, mis hermanas, por estar siempre a mi lado, pendientes de mis acciones.

Luis Bernardo

El menor de mis hermanos a quien le agradezco infinitamente su compañía e incondicional apoyo.

Azurbanípal Aguirre Arias

DATOS BIOGRÁFICOS

Renata Cruz Calderón nació el 25 de abril de 1988 en Ixtlahuacán, Colima. Realizó sus estudios básicos en Santa Clara, municipio de Tocumbo, Michoacán. Del 2003 al 2006 cursó la Preparatoria Agrícola en la Universidad Autónoma Chapingo (UACH) ubicada en el municipio de Texcoco, Estado de México. En la misma Universidad, en la División de Ciencias Forestales, cursó la Licenciatura en Ingeniería Forestal del 2006 al 2010. Obtuvo su título de Ingeniero Forestal en Diciembre de 2011 con la tesis titulada “Evaluación de la dosis de fertilización con nitrógeno, fósforo y potasio en una plantación de árboles de navidad de *Pinus ayacahuite* var. *veitchii* Shaw en Teziutlán, Puebla”.

De enero de 2011 a julio de 2014 se desempeñó como docente en el Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes, Michoacán. En otoño de 2014 ingresó al programa de Maestría en Ciencias en Ciencias Forestales en la Universidad Autónoma Chapingo.

CONTENIDO

CONTENIDO	i
LISTA DE CUADROS	iv
LISTA DE FIGURAS	vi
RESUMEN	vii
ABSTRACT	vii
1. INTRODUCCIÓN GENERAL	1
1.1. OBJETIVOS.....	3
1.2. REFERENCIAS	4
2. MODELOS LOCALES DE ALTURA-DIÁMETRO PARA <i>Pinus patula</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i>	7
2.2. RESUMEN.....	7
2.3. INTRODUCCIÓN.....	9
2.4. OBJETIVO	10
2.5. MATERIALES Y MÉTODOS.....	10
2.6. RESULTADOS	16
2.7. DISCUSIÓN.....	24
2.8. CONCLUSIONES	26
2.9. REFERENCIAS	27
3. MODELOS REGIONALES ALTURA-DIÁMETRO PARA <i>Pinus patula</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i>	33
3.1. RESUMEN.....	33
3.2. INTRODUCCIÓN.....	35
3.3. OBJETIVO	36
3.4. MATERIALES Y MÉTODOS.....	36

3.5.	RESULTADOS	39
3.6.	DISCUSIÓN.....	41
3.7.	CONCLUSIONES	42
3.8.	REFERENCIAS	43
4.	MODELOS DIÁMETRO NORMAL - DIÁMETRO DEL TOCÓN PARA <i>Pinus patula</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i>	46
4.1.	RESUMEN.....	46
4.2.	INTRODUCCIÓN.....	48
4.3.	OBJETIVO	50
4.4.	MATERIALES Y MÉTODOS.....	50
4.5.	RESULTADOS	52
4.6.	DISCUSIÓN.....	56
4.7.	CONCLUSIONES	57
4.8.	REFERENCIAS	57
5.	MODELOS VOLUMEN - DIÁMETRO DEL TOCÓN	61
5.1.	RESUMEN.....	61
5.2.	INTRODUCCIÓN.....	61
5.3.	OBJETIVO	62
5.4.	MATERIALES Y MÉTODOS.....	63
5.5.	RESULTADOS	64
5.6.	DISCUSIÓN.....	66
5.7.	CONCLUSIONES	67
5.8.	REFERENCIAS	67
6.	DISCUSIÓN GENERAL	70
6.1.	REFERENCIAS	71

7. CONCLUSIÓN GENERAL 74

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1. Estadísticos descriptivos de las variables utilizadas por especie en la generación de modelos locales.....	12
Cuadro 2. Modelos locales de altura-diámetro evaluados para <i>P. patula</i> y <i>P. pseudostrobus</i>	13
Cuadro 3. Parámetros estimados para los modelos locales de altura-diámetro para la especie <i>Pinus patula</i>	17
Cuadro 4. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos locales de altura-diámetro para <i>Pinus patula</i>	19
Cuadro 5. Parámetros estimados para los modelos locales altura-diámetro para <i>P. pseudostrobus</i>	21
Cuadro 6. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos locales altura-diámetro para <i>Pinus pseudostrobus</i>	23
Cuadro 7. Estadísticos descriptivos de los datos empleados en el ajuste de los modelos regionales.	37
Cuadro 8. Modelos regionales de altura-diámetro evaluados.....	38
Cuadro 9. Parámetros estimados para los modelos regionales de altura-diámetro.....	39
Cuadro 10. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos regionales de altura-diámetro.	40
Cuadro 11. Estadísticos descriptivos de las variables diámetro normal-diámetro del tocón de las especies trabajadas.	50
Cuadro 12. Modelos evaluados de diámetro normal en función del diámetro del tocón para <i>P. patula</i> y <i>P.pseudostrobus</i>	51
Cuadro 13. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos diámetro normal-diámetro del tocón para <i>Pinus patula</i>	53
Cuadro 14. Parámetros estimados para los modelos predictivos del diámetro normal en función del diámetro del tocón en <i>P. patula</i>	53
Cuadro 15. Parámetros estimados para los modelos predictivos del diámetro normal en función del diámetro del tocón para <i>P. pseudostrobus</i>	54

Cuadro 16. . Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos diámetro normal-diámetro del tocón para <i>Pinus pseudostrobus</i>	55
Cuadro 17. Estadísticos descriptivos de las variables diámetro normal-diámetro del tocón de las especies trabajadas.	63
Cuadro 18. Modelos evaluados para estimar el volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón.....	64
Cuadro 19. Parámetros estimados para los modelos predictivos de volumen.	65
Cuadro 20. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos de predicción de volumen.	65
Cuadro 21. Error estándar, valor de t y significancia de los parámetros de ajuste	66

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Relación de altura-diámetro para <i>Pinus patula</i> y <i>Pinus pseudostrobus</i>	12
Figura 2. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para los modelos M26, M18 y M22 para <i>Pinus patula</i>	20
Figura 3. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para la relación altura-diámetro normal para <i>Pinus pseudostrobus</i>	24
Figura 4. Relación altura-diámetro para el ajuste de modelos regionales.	37
Figura 5. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para los modelos regionales M2 y M3.	41
Figura 6. Relación del diámetro normal-diámetro del tocón para <i>P. patula</i> y <i>P. pseudostrobus</i>	51
Figura 7. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para los modelos M1 y M4 para <i>Pinus patula</i>	54
Figura 8. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para los modelos M1 y M5 para <i>Pinus pseudostrobus</i>	55
Figura 9. Relación del diámetro del tocón y el volumen.....	63

MODELOS DE ALTURA-DIÁMETRO Y DE DIÁMETRO NORMAL-DIÁMETRO DEL TOCÓN PARA *Pinus patula* y *Pinus pseudostrobus* EN LA REGIÓN DE CHIGNAHUAPAN-ZACATLÁN, PUEBLA

Por Renata Cruz-Calderón

Tesis de Maestría dirigida por Dr. Hugo Ramírez-Maldonado. Noviembre, 2016.

RESUMEN

Pinus patula y *Pinus pseudostrobus* son las especies de mayor distribución e importancia económica en la región de Chignahuapan-Zacatlán, perteneciente a la Unidad de Manejo Forestal 2108 (UMAFOR 2108) en el estado de Puebla, para ambas se generaron: 1) modelos locales, capaces de predecir la altura total (H), partiendo del diámetro normal; 2) modelos regionales, que a diferencia de los anteriores incluyen además del diámetro normal, variables de estado para la predicción de la altura y, 3) modelos predictores del diámetro normal (Dn), con base en diámetro del tocón (Dt). Los modelos fueron ajustados mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios y su efectividad se analizó usando estadísticos que miden la magnitud del sesgo y la precisión del ajuste. Se evaluaron 34 modelos locales, 7 regionales y 5 modelos de diámetro normal-diámetro del tocón. Dentro de los locales, los modelos que estimaron con mayor precisión la altura total fueron compuestos por tres parámetros. Respecto a los regionales, los que se consideraron los modelos más precisos fueron aquellos con tres parámetros que además incluyeron en su estructura matemática a la altura dominante como variable de estado. Por último, para los modelos diámetro normal-diámetro del tocón, el que estimó con mayor precisión fue un modelo lineal con dos parámetros en su estructura.

Palabras clave: modelos alométricos, altura total, diámetro normal, diámetro del tocón, *Pinus patula*, *Pinus pseudostrobus*.

ABSTRACT

Pinus patula and *Pinus pseudostrobus* are the most widely distributed and economically important species in the Chignahuapan-Zacatlán region, belonging to Forest Management Unit 2108 (UMAFOR 2108) in the state of Puebla. For

both, the following models were generated: 1) local models, able to predict total height (H), starting from diameter at breast height (DBH); 2) regional models, including DBH and state variables for predicting height and 3) predictive models of DBH, based on stump diameter (Sd). The models were fit by the ordinary least squares technique and their effectiveness was analyzed using statistics that measure the magnitude of the bias and the accuracy of the fit.. In total, 34 local models, 7 regional ones and 5 DBH-stump diameter models were evaluated. Among the local models, the ones that most accurately estimated height consisted of three parameters. Regarding the regional ones, those considered most accurate were the ones with three parameters that also included dominant height in their structure as a state variable. Finally, for the DBH-stump diameter models, the model that provided the most accurate estimate was a linear one with two parameters in its structure.

Keywords: Allometric models, total height, local model, regional model.

1. INTRODUCCIÓN GENERAL

Los bosques pueden ser valorados desde diversos enfoques. Desde el punto de vista económico, en la mayoría de casos, esa valoración es en función de la cantidad de madera que producen, por lo tanto, una actividad relevante es la estimación del volumen de los árboles, mediante ecuaciones que lo predicen con base en algunas variables independientes de fácil medición en el campo. Tal estimación puede hacerse con modelos alométricos y de crecimiento que predicen el desarrollo de un bosque y constituyen una herramienta importante para la toma de decisiones en el manejo forestal sostenible (Newnham, 1964).

La altura total de los árboles, sobre todo de los dominantes, es una de las variables necesarias para describir las características de un rodal, ya que expresa su capacidad productiva, estima el crecimiento y producción del mismo, tanto en volumen como en biomasa (Pece *et al.*, 2006); sin embargo, existe un costo elevado asociado a su medición de acuerdo con la dificultad de su obtención. Por su parte, el diámetro normal es probablemente una de las variables de más fácil medición en campo, tanto que, de acuerdo con Barrio *et al.*, (2004) puede ser medido en casi todos los árboles que se encuentren en sitios de muestreo con un costo bajo. Husch *et al.*, (1982) menciona que la altura total y el diámetro normal son dos variables correlacionadas entre sí y esas relaciones pueden ser expresadas por funciones matemáticas.

Tales relaciones han sido objeto de un profundo análisis en la literatura forestal especializada; Curtís (1967), Loestsch *et al.* (1973), Benítez *et al.* (1988), Huang *et al.* (1992), Prodan *et al.* (1997), Fang y Bailey (1998), Peng (1999), Giménez *et al.* (2003), Pece *et al.* (2006), Juárez de Galindez *et al.* (2006), Costas y Rodríguez (2003) proponen en sus trabajos diferentes modelos que consideran esta relación alométrica. También se han desarrollado y aplicado diferentes técnicas y procedimientos para el ajuste y la selección de modelos que representan en forma adecuada la relación altura-diámetro (Strand, 1959; Curtis, 1967; Ek, 1973; Arabatzis y Burkhart, 1992).

Los modelos denominados altura-diámetro son un componente integral de los inventarios forestales maderables utilizados muy frecuentemente para reducir los tiempos y costos de muestreo. Estos modelos utilizan el diámetro normal para predecir la altura total, debido a que el primero es medido más eficientemente que la segunda, pero ambos están fuertemente correlacionados (VanderSchaaf, 2014).

La predicción de alturas totales de los árboles se puede realizar empleando modelos locales o modelos regionales de altura-diámetro. En los modelos locales la medición de alturas totales se realiza sólo en una muestra de individuos dentro de cada sitio de muestreo o parcela, con base en esta muestra se ajusta un modelo local de altura-diámetro que se utiliza para predecir aquellas alturas no medidas. Por otro lado, los modelos regionales incluyen en su estructura variables dasométricas a nivel de rodal, evitándose el ajuste de una función altura-diámetro para cada uno de ellos (López *et al.*, 2013).

El estudio se desarrolló en bosques bajo manejo de la región de Chignahuapan-Zacatlán que corresponde a la Unidad de Manejo Forestal (UMAFOR 2108), ubicada en la sierra norte de Puebla, que a su vez representa la región forestal más importante del estado, aportando el mayor volumen de madera aprovechada de la región. *Pinus patula* y *P. pseudostrobus* son las especies con mayor abundancia y distribución en el lugar, ambas se destacan por la gran importancia comercial maderable que poseen y de acuerdo con ello resulta prioritaria la generación de herramientas silvícolas que brinden soporte adecuado en el proceso de toma de decisiones acordes con el manejo forestal sustentable del recurso.

Debido a que los bosques de la región de estudio se encuentran bajo manejo, es común encontrar zonas en las que la masa forestal ha sido extraída, lo cual imposibilita la cuantificación del volumen total removido por parte de técnicos de la Procuraduría Federal de Protección al Ambiente (PROFEPA) quienes se encargan de inspeccionar que los aprovechamientos maderables se hayan

realizado conforme a lo programado y autorizado. Una herramienta que permite cuantificar lo anterior son los modelos que estiman el diámetro normal a partir del diámetro de tocón y conociendo este puede estimarse la altura total y con ello el volumen del árbol mediante un modelo que implique a estas variables. De acuerdo con Martínez y Acosta (2014), el tocón puede servir como referencia cuando las mediciones del diámetro normal y la altura del árbol no se pueden realizar.

Para contribuir a mejorar el manejo técnico de los bosques de pino en Puebla, la presente investigación se centra en la generación de modelos altura-diámetro locales y regionales, así como de diámetro normal-diámetro del tocón para *P. patula* y *P. pseudostrobus* en la Unidad de Manejo Forestal (UMAFOR) 2108.

La generación de modelos altura-diámetro y de diámetro normal-diámetro del tocón representan un efectivo aporte científico para la elaboración, ejecución y seguimiento de los programas de manejo forestal sustentable, ya sea para incrementar la base de modelos existentes o para actualizar aquellos que han dejado de representar las condiciones actuales de los bosques. Con el desarrollo de los modelos referidos se genera conocimiento científico, ya que estos representan una base sólida con un consistente sustento técnico para el manejo forestal.

1.1. OBJETIVOS

General

Generar modelos de altura total–diámetro normal y de diámetro normal–diámetro del tocón para *Pinus patula* y *Pinus pseudostrobus*, en la región de Chignahuapan-Zacatlán en el estado de Puebla.

Específicos

- Evaluar la calidad de ajuste estadístico de modelos locales de altura–diámetro y seleccionar los que proporcionen la mejor estimación para *P. patula* y *P. pseudostrobus*.

- Evaluar la calidad de ajuste estadístico de modelos regionales de altura–diámetro y seleccionar los que proporcionen la mejor estimación para *P. patula* y *P. pseudostrobus*.
- Analizar la calidad de ajuste estadístico de modelos de diámetro normal–diámetro del tocón ajustados por mínimos cuadrados ordinarios y proponer los de mejor predicción para *P. patula* y *P. pseudostrobus*.

1.2. REFERENCIAS

Arabatzis, A., & Burkhart, H. (1992). An evaluation of sampling methods and model forms estimating height –diameter relationships in Loblolly pine plantations. *Forest Science*, 38:192-198.

Barrio, A. M., Álvarez, G. J. G., Díaz, M. I. J., & López, S. C. A. (2004). Relación altura diámetro generalizada para *Quercus robur* L. en Galicia. *Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 18:141-146.

Benítez, C. D., Pece, M., & Ferrari, J. (1988). Determinación de curvas de altura en función del diámetro en parcelas experimentales de álamos de la Estación Experimental San Carlos. Departamento Banda, Santiago del Estero. *In Memorias del VI Congreso Forestal Argentino. Santiago del Estero, Argentina*. 1:89-95.

Costas, R., & Rodríguez, G. (2003). Relaciones hipsométricas promedios para *Pinus elliottii* Engl. en Misiones y NE de Corrientes. *Revista Yviraretá. Instituto Subtropical de Investigaciones Forestales de la Facultad de Ciencias Forestales. U.Na.M. Argentina. ISSN 0328-8854*. 12: 19-25.

Curtis, R. O. (1967). Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth *Douglas fir*. *Forest Science*, 13(4), 365-375.

Ek, A. R. (1973). Performance of regression models for tree height estimation with small sample sizes. *In Statistics in Forestry Research, Proceedings of the 4th Conference of the Advisory Group of Forest Statisticians*. 20-24.

- Fang, Z., y Bailey, R. L. (1998). Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. *Forest. Ecology. Management*, 110(1), 315-327.
- Giménez, A. M., Ríos, N. A., & Moglia, J. G. (2003). Crecimiento de *Prosopis nigra* (Griseb.) Hieron (Algarrobo negro) en Santiago del Estero, Argentina. *Foresta Veracruzana*, 5(2), 17-21.
- Huang, S., Titus, S. J., & Wiens, D. (1992). Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research*, 22: 1297-1304.
- Husch, B., Miller, Ch. I., & Beers, T. W. (1982). *Forest Mensuration*. Krieger Publishing Company. Malabar. Florida. 402 pp. ISBN 0-471-04423-7.
- Juárez de Galindez, M., Pece, M. G., Gaillard, C., Sanguedolce, J., Mariot, V., & Mazzuco, R. (2006). Ecuaciones altura-diámetro para *Ziziphus mistol*, Griseb. en Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho*, 13, 36-43.
- Loetsch, F., Zohrer, F., & Haller, K. E. (1973). *Forest inventory*, Vol. 2. BLV Verlagsgesellschaft Munchen mBH, Munchen, Germany. 468 p.
- López, A. M., Trincado, G., Barrios, A., & Nieto, V. (2013). Modelos regionales de altura-diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. *Bosque*, 34(2), 233-241.
- Martínez, L. J., & Acosta, R. A. (2014). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus laurina*, en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosque*, 20(1), 59-70.
- Newnham, R. M. (1964). The development of a stand model for *Douglas fir*. PhD Thesis. Faculty of Forestry, University de British Columbia, Vancouver. 201 pp.
- Pece, M. G., Benítez, C., Juárez, M., Mariot, V., Sanguedolce, J., & Prazoni, O. (2006). Modelación de la altura total para Quebracho colorado santiagueño (*Schinopsis quebrachocolorado*) *Foresta Veracruzana*, 8(1), 1-7.

- Peng, C., Zhang, L., & Liu, J. (2001). Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario's Boreal Forests. *Northern Journal of Applied Forestry*, 18: 87-94.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura forestal*. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA)/Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ). San José, Costa Rica. 586p.
- Quiñonez, B. G., Cruz, C. F., Vargas, L. B., & Javier, H. F. (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales en Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 3 (9), 23-39.
- Strand, L. (1959). The accuracy of some methods for estimating volume and increment on sample plots. *Det Norske Skogforsoksvesen*.
- VanderSchaaf, C. L. (2014). Mixed-effects height–diameter models for ten conifers in the inland Northwest, USA. *Southern Forests: a Journal of Forest Science*, 76 (1), 1-9.

2. MODELOS LOCALES DE ALTURA-DIÁMETRO PARA *Pinus patula* y *Pinus pseudostrobus*

Renata Cruz-Calderón, Hugo Ramírez-Maldonado, Francisco José Zamudio-Sánchez, Juan Carlos Tamarit-Urias

2.2. RESUMEN

Se analizó la relación entre la altura total y el diámetro normal para dos de las especies forestales con mayor distribución e importancia económica en la región Chignahuapan-Zacatlán, Puebla. El objetivo de este trabajo fue evaluar la calidad de ajuste estadístico de modelos locales altura – diámetro y a partir de lo anterior seleccionar aquellos que proporcionaron la mejor estimación para *Pinus patula* y *Pinus pseudostrobus*. Se ajustaron 34 modelos que se han usado para expresar la relación de forma exitosa, la principal diferencia entre ellos es el número de parámetros contenidos dentro de su ecuación. La calidad de ajuste se evaluó mediante estadísticos de bondad de ajuste como el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), el sesgo promedio (\bar{E}) y la raíz del error cuadrático medio (REMC), además se realizó un análisis gráfico de residuos contra valores predichos para cada modelo. Para ambas especies, los modelos que ajustaron con mayor precisión la altura fueron los conformados por tres y dos parámetros.

Palabras clave: relación altura-diámetro normal, modelo local, *Pinus patula*, *Pinus pseudostrobus*.

ABSTRACT

The relationship between total height and diameter at breast height was analyzed for two of the most widely distributed and economically important forest species in the Chignahuapan-Zacatlán region, Puebla. The objective of this work was to evaluate the quality of statistical fit of local height – diameter models, and from this select those that provided the best estimate for *Pinus patula* and *Pinus pseudostrobus*. We fitted 34 models that have been successfully used to express this relationship; the main difference between them

is the number of parameters contained within their equation. The quality of fit was evaluated by goodness of fit statistics such as the adjusted coefficient of determination (R^2_{adj}), mean bias (\bar{E}) and root mean square error (RMSE), and a graphical analysis of residuals against predicted values was also performed for each model. For both species, the models that fitted height with greater accuracy were those formed by three and two parameters.

Keywords: height-diameter at breast height relationship, local model, *Pinus patula*, *Pinus pseudostrobus*.

2.3. INTRODUCCIÓN

Los modelos que permiten estimar la altura total de un árbol en función de su diámetro normal se denominan modelos locales altura-diámetro (Prodan *et al.*, 1997). Este tipo de modelos se ajustan separadamente para cada masa, rodal o estrato, lo que conlleva a algunos problemas importantes cuando se intentan aplicar a masas forestales diferentes (Prodan *et al.*, 1997; López *et al.*, 2003). Por lo anterior, se recomienda que estos modelos se ajusten para cada rodal de una determinada especie, siempre que sea regular o coetáneo (Canga *et al.*, 2007).

Los modelos locales se utilizan en inventarios forestales donde la medición de alturas totales se realiza sólo en una muestra de individuos dentro de cada sitio de muestro o parcela, debido al elevado costo asociado a la medición (Sharma y Parton, 2007). Posteriormente, con base en esa muestra se ajusta un modelo local de altura-diámetro normal que se utiliza para predecir aquellas alturas no medidas (López *et al.*, 2013).

Para expresar la relación entre pares de observaciones de diámetro normal y altura total, pueden utilizarse funciones lineales o no lineales (Huang *et al.*, 1992; Fang y Bailey, 1998; Peng, 1999). Las primeras ecuaciones publicadas para estimar la altura total presentaron formas lineales en los parámetros (Curtis, 1976; Wang y Hann, 1998). Sin embargo, estudios posteriores han demostrado que ecuaciones no lineales pueden modelar con mayor exactitud la relación altura-diámetro (Leroy, 1989; Zhang, 1997; Peng *et al.*, 2001). Desde un punto de vista biológico, las ecuaciones no lineales aseguran un comportamiento más consistente de la curva, especialmente cuando se requieren efectuar predicciones fuera del rango de los datos usados en el ajuste (Huang *et al.*, 1992). Diéguez *et al.* (2009) recomiendan especialmente las funciones no lineales ya que, generalmente, son sencillas de ajustar y proporcionan buenas estimaciones de la altura total.

Existen funciones de crecimiento que dependen de cuatro o más parámetros, sin embargo, se ha reportado que esta sobre parametrización puede dar lugar a

problemas de convergencia o inestabilidad de los estimadores de los parámetros (Fang y Bailey, 1998).

Trincado y Leal (2006), encontraron que las ecuaciones locales con dos parámetros fueron más precisas y estables en términos de convergencia que las ecuaciones con tres parámetros. Así mismo, López *et al.* (2013) encontraron que los modelos con menor número de parámetros, de uno a tres, han mostrado mejores indicadores de bondad de ajuste y capacidad predictiva que aquellos que superan dicho número.

Las funciones locales altura-diámetro son las curvas de alturas más precisas que se pueden ajustar para un determinado rodal, proporcionando por tanto las mejores estimaciones de alturas de los árboles individuales en función de su diámetro normal. Sin embargo, presentan el inconveniente de que requieren la medición de la altura en muchos árboles del rodal, resultando, por tanto, muy costosas (Diéguez *et al.*, 2009).

Diversos estudios se han realizado con el objetivo de generar modelos locales altura total-diámetro normal (Fang y Bailey, 1998; Zambrano *et al.*, 2001; Pece *et al.*, 2006; Galindez *et al.*, 2006, 2007; Adame *et al.*, 2008), en ellos se resalta la importancia de desarrollar este tipo de modelos en rodales coetáneos o regulares ya que sus funciones no contemplan la influencia de variables propias del rodal.

2.4. OBJETIVO

Evaluar la calidad de ajuste estadístico de modelos locales de altura– diámetro y seleccionar los que proporcionen la mejor estimación para *P. patula* y *P. pseudostrobus*.

2.5. MATERIALES Y MÉTODOS

Ubicación del área de estudio

El estudio se realizó en bosques bajo manejo de la región Chignahuapan-Zacatlán que corresponde a la Unidad de Manejo Forestal (UMAFOR) 2108

ubicada al norte del estado de Puebla. De acuerdo con Morales (2014), en esta región se encuentra más del 50% de la superficie bajo manejo forestal en el estado, así como los mayores volúmenes de cosecha anual, además de encontrarse casi el 50% de la industria forestal.

La UMAFOR 2108 se localiza entre los paralelos 20° 07' 06" y 19° 44' 18" de latitud norte y entre los meridianos 97° 44' 18" y 97° 38' 42", colinda con los estados de Hidalgo al oeste y con Tlaxcala al sur, y forma parte de la Sierra Madre Oriental y el Eje Neo volcánico (Baca, 2009). Estas condiciones le confieren una gran variedad climática, predominando en casi toda la región los climas templados (Martínez, 2014).

Dentro de la UMAFOR los municipios de Chignahuapan y Zacatlán sobresalen por poseer en la mayor parte de su territorio vegetación correspondiente a bosque de pino, destacándose entre ellos por su importancia económica el bosque de *Pinus patula* frecuentemente mezclado con *P. pseudostrobus* (Baca, 2009). Probablemente esta sea la razón por la cual ambos municipios son considerados los macizos forestales más importantes de la zona (Martínez, 2014).

Actualmente, en la región Chignahuapan-Zacatlán se están utilizando las tablas de volumen que fueron generadas por el Inventario Forestal del estado de Puebla en 1978, para la zona se elaboraron cuatro tablas para los siguientes grupos de especies: 1) *Pinus ayacahuite*, *P. montezumae* y *P. patula*; 2) *P. pseudostrobus*, *P. teocote*, *P. leiophylla* y *P. lawsoni*; 3) *Quercus spp* y *Alnus spp*; por último, 4) *Arbutus spp* (Morales, 2014). Debido a lo anterior, los modelos biométricos que se generen en la presente investigación serán de gran utilidad ya que contribuirán al proceso de calcular las existencias reales maderables en la región.

Información dasométrica utilizada

Para la generación de los modelos locales altura-diámetro se utilizó información dasométrica de una red de Sitios Permanentes de Investigación Silvícola (SPIS) establecida en la región de Chignahuapan-Zacatlán, en el estado de Puebla.

Las variables que se utilizaron fueron el diámetro normal (Dn) y la altura total (H) de los árboles de *Pinus patula* y *P. pseudostrobus*, en total se analizaron 3,728 y 384 pares de datos, respectivamente.

En estos modelos la variable dependiente es la altura total (H) y como independiente o explicativa el diámetro normal (Dn). Los estadísticos descriptivos de las variables correspondientes analizadas se muestran en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Estadísticos descriptivos de las variables utilizadas por especie en la generación de modelos locales.

Estadístico	<i>Pinus patula</i>		<i>Pinus pseudostrobus</i>	
	Dn (cm)	H (m)	Dn (cm)	H (m)
Mínimo	7.20	5.40	7.60	4.40
Máximo	56.60	49.20	41.90	33.00
Medio	21.10	17.70	17.90	12.90
Varianza	81.68	41.62	81.76	39.28
Desviación Estándar	9.04	6.45	9.04	6.27
Coefficiente de variación	42.80	36.38	50.59	48.47

Dn: diámetro normal (cm); H: altura total (m)

En la Figura 1 se representa, para cada especie, la nube de puntos altura-diámetro de la muestra analizada en el ajuste de los modelos, se observa un comportamiento gráfico lógico de las variables.

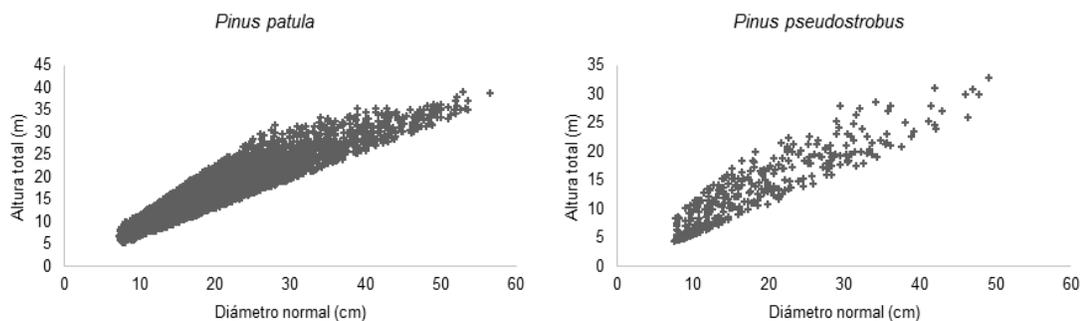


Figura 1. Relación de altura-diámetro para *Pinus patula* y *Pinus pseudostrobus*

Modelos altura - diámetro evaluados

Para cada especie se ajustó un total de 34 modelos (Cuadro 2), mismos que han sido utilizados anteriormente para modelar tal relación, la principal diferencia entre ellos es el número de parámetros a estimar, generalmente entre dos y cuatro.

Cuadro 2. Modelos locales de altura-diámetro evaluados para *P. patula* y *P. pseudostrobus*.

Modelo	Referencia
Dos parámetros	
M1 $H = a * \exp\left(-\frac{b}{Dn}\right)$	Schumacher (1939)
M2 $H = 1.3 + \left(\frac{Dn}{a + b * Dn}\right)^3$	Arias (2004)
M3 $H = 10^{a+\frac{b}{Dn}}$	Arias (2004)
M4 $H = 1.3 + (10^a) * (Dn^b)$	Arias (2004)
M5 $H = \frac{Dn^2}{(a + b * Dn)^2}$	Loetsch <i>et al.</i> , (1973)
M6 $H = a * Dn^b$	Pece (2006)
M7 $H = a + b * Dn^2$	Pece (2006)
M8 $H = \exp\left(a + \frac{b}{Dn}\right)$	Pece (2006)
M9 $H = a * (1 - \exp(-b * Dn))$	Meyer (1940)
M10 $H = a + b * \log(Dn)$	Curtis (1967)
M11 $H = a * \exp\left(\frac{b}{Dn}\right)$	Burkhardt and Strub (1974)
M12 $H = a + \frac{b}{Dn}$	Vanclay (1995)
M13 $H = a * \frac{Dn}{b + Dn}$	Tang (1994)
M14 $H = 1.3 + a * \frac{Dn}{Dn + 1} + b * Dn$	Arias (2004)
M15 $H = \exp\left(a + \frac{b}{Dn + 1}\right)$	Wykoff <i>et al.</i> , (1982)

Cuadro 2. Continuación

Modelo	Referencia
Tres parámetros	
M16 $H = a * (1 - \exp(-b * Dn))^c$	Richards (1959)
M17 $H = a * (1 - \exp(-b * Dn^c))$	Bailey (1979)
M18 $H = \frac{a}{1 + \frac{\exp(b)}{Dn^c}}$	Cieszewski and Bella, 1989
M19 $H = \frac{a}{1 + b * \exp(-c * Dn)}$	Huang and Titus(1992)
M20 $H = \exp(a - b * \exp(-c * Dn))$	Kiviste <i>et al.</i> , (2002)
M21 $H = a * \exp\left(-\frac{b}{Dn^c}\right)$	Korf (1939)
M22 $H = \left(\frac{Dn}{a + b * Dn}\right)^c$	Kiviste <i>et al.</i> , (2002)
M23 $H = a + \frac{b}{Dn} + c * Dn^2$	Curtis (1967)
M24 $H = a * Dn^{b^{-c}}$	Diéguez (2009)
M25 $H = \frac{Dn^2}{(a + b * Dn + c * Dn^2)}$	Curtis (1967)
M26 $H = \exp(a + b * Dn^c)$	Larsen y Hann(1987)
M27 $H = a + \frac{b}{Dn + c}$	Tang (1994)
M28 $H = a + b * (1 - \exp(-c * Dn))$	Fang y Bailey (1998)
M29 $H = 1.3 + a * \exp(-b * \exp(-c * Dn))$	Arias (2004)
M30 $H = 1.3 + a * \exp\left(\frac{b}{Dn + c}\right)$	Arias (2004)
M31 $H = a + b * Dn + c * Dn^2$	Henricksen (1950)
M32 $H = a * \exp\left(-\exp(-b * (Dn - c))\right)$	Seber and Wild (1989)
Cuatro parámetros	
M33 $H = a * \exp(-b * \exp(-c * Dn^d))$	Zeide (1992)
M34 $H = a * (1 - b * \exp(-c * Dn^d))$	Bailey (1979)

H es la altura total (m), Dn es el diámetro normal (cm) medido a 1.3 m sobre el nivel del suelo, Exp es la función exponencial. a, b, c y d son los parámetros a estimar.

Ajuste y selección de modelos altura - diámetro

La altura total y el diámetro normal son las variables únicas a considerar para el ajuste de modelos locales, quedando en todos ellos la altura total expresada en función del diámetro normal.

La estimación de parámetros para cada modelo se realizó utilizando la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios mediante el procedimiento MODEL de SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008). La calidad de ajuste de los modelos a los datos muestrales se evaluó cuantitativamente a partir del análisis de tres estadísticos de bondad de ajuste: el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), el sesgo (\bar{E}) y la raíz del error cuadrático medio (REMC).

El sesgo promedio indica la desviación del modelo con respecto a los valores observados, la raíz del error cuadrático medio señala la precisión en las estimaciones y el coeficiente de determinación ajustado refleja la variabilidad total explicada por el modelo (Diéguez *et al.*, 2003), tales estadísticos fueron útiles para comparar y evaluar los modelos propuestos y se calcularon como enseguida se ilustra.

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \frac{(n - 1)}{(n - p)}$$

Siendo:

$$R^2 = 1 - \frac{(n - 1) \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{(n - p) \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_i)^2}$$

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n}$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$$

Donde Y_i , \hat{Y}_i , \bar{Y} corresponde a los valores observado, predicho y medio de la variable dependiente, n es el número total de observaciones y p el número de parámetros del modelo.

Dado que no siempre las ecuaciones que mejor se ajustan a la muestra producen las estimaciones más precisas de los valores reales, en el análisis de regresión además de determinar el mejor ajuste para la muestra, se buscó obtener el modelo que describiera con mayor certidumbre a la población en su conjunto; por esta razón de acuerdo con Hair *et al.* (1999) y Quiñonez *et al.* (2012), se utilizó el análisis del error o residuo como una medida para evaluar el valor teórico de la regresión, es decir, la diferencia entre la variable dependiente efectiva y su valor predicho. De acuerdo con Huang (2002) se realizó un análisis gráfico de residuos con la finalidad de detectar valores atípicos en los datos y para determinar si los ajustes corresponden con los datos.

Para la comparación de los modelos se generó un criterio de calificación que de acuerdo con Tamarit (2013), consistió en asignar a cada estadístico valores consecutivos del 1 al 34 en función al orden de importancia donde el valor 1 correspondió al mejor valor del estadístico y el 34 al más pobre. Posteriormente, se realizó la sumatoria de los valores, misma que conformó la calificación total correspondiente a cada modelo. Finalmente, mediante la comparación numérica se identificaron los mejores modelos, siendo mejores aquellos con el más bajo valor en la calificación total.

2.6. RESULTADOS

Para *Pinus patula* en el Cuadro 3 se presentan los valores de los parámetros estimados para los 34 modelos locales altura-diámetro ajustados. Cuatro modelos presentaron parámetros no significativos, en el modelo M24 y el M28 solamente dos de sus tres parámetros fueron estadísticamente significativos, por su parte, el modelo M34 presentó únicamente uno y para el M33 ninguno de sus parámetros presentó esta condición.

Cuadro 3. Parámetros estimados para los modelos locales de altura-diámetro para la especie *Pinus patula*.

Modelo	Parámetros estimados			
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
M1	41.58439	16.38116		
M2	2.41621	0.27157		
M3	1.61894	-7.11463		
M4	0.10629	0.84202		
M5	2.01520	0.13615		
M6	1.64651	0.78456		
M7	11.28904	0.01222		
M8	3.72762	-16.3788		
M9	55.90021	0.01870		
M10	-22.8412	13.71386		
M11	41.57474	-16.3759		
M12	30.00657	-215.139		
M13	94.68452	88.5842		
M14	2.76857	0.65455		
M15	3.77236	-18.2672		
M16	67.5079	0.01317	0.92716	
M17	70.65866	0.01713	0.93574	
M18	111.4577	4.55999	0.95915	
M19	35.80804	5.82767	0.08364	
M20	3.69977	2.32493	0.05021	
M21	50.0000	10.7198	0.78698	
M22	0.84883	0.00752	0.95351	
M23	20.28513	-113.87	0.00747	
M24	1.64650	1.17E+73 ^{ns}	0.00144	
M25	-0.21437	0.95536	0.01016	
M26	7.46523	-7.76864	-0.17446	
M27	98.60702	-9304.11	94.60168	
M28	0.57560 ^{ns}	59.97512	0.01646	
M29	38.4465	2.53219	0.05281	
M30	70.68854	-48.6088	12.83714	
M31	1.07946	0.91580	-0.00508	
M32	40.43911	0.05021	16.80131	
M33	144.2874 ^{ns}	134.3255 ^{ns}	3.59242 ^{ns}	0.05019 ^{ns}
M34	287.3841 ^{ns}	1.02230	0.02010 ^{ns}	0.45262 ^{ns}

a, b, c, d: parámetros estimados; ns: no significativo.

En el Cuadro 4 se muestran los valores de los estadísticos de bondad de ajuste utilizados para evaluar la capacidad predictiva de los modelos, así como el valor de la calificación asignada de acuerdo al sistema de evaluación implementado. Con base en los valores del sesgo promedio se observa que todos los modelos tienden a sobreestimar las alturas observadas. En cuanto a la raíz del error medio cuadrático se observa poca variación en los valores mismos que van desde 2.3326 a 3.6658 m.

Con respecto al coeficiente de determinación ajustado se observan diferencias entre los valores que van desde 0.6772 hasta 0.8693. De acuerdo con la calificación obtenida en cada modelo (valor que se muestra entre paréntesis delante de cada valor del estadístico) y la calificación total, se observa que comparativamente el modelo M26 tiene la mayor calidad de ajuste ya que presenta la calificación más baja, esto se debe a que muestra el valor más alto de R^2_{adj} lo cual indica que este modelo explica en mayor grado la variabilidad total presente en la variable dependiente, también tiene el valor más bajo en el sesgo así como en la REMC, lo cual indica que se tiene una mínima desviación del modelo con respecto a los valores observados y la más alta precisión en las estimaciones, respectivamente.

Por lo anterior, el modelo M26, con tres parámetros, debe considerarse como el más adecuado para predecir la altura total en función del diámetro normal en *Pinus patula* de la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla. Los modelos que le siguen, de acuerdo a su calificación, fueron el M18, y el M22, quedando expresados como:

$$\text{M26} \quad H = \exp(7.46523 - 7.76864 * Dn^{-0.17446})$$

$$\text{M18} \quad H = \frac{111.4577}{1 + \frac{\exp(4.55999)}{Dn^{0.95915}}}$$

$$\text{M22} \quad H = \left(\frac{Dn}{0.84883 + 0.00752 * Dn} \right)^{0.95351}$$

Cuadro 4. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos locales de altura-diámetro para *Pinus patula*.

Modelo	Estadísticos de bondad de ajuste			Calificación total
	R^2_{adj}	\bar{E}	REMC	
M1	0.8367 (28)	6.7942 (28)	2.6073 (28)	84
M2	0.8589 (23)	5.8712 (23)	2.4237 (23)	69
M3	0.8367 (27)	6.7942 (27)	2.6073 (27)	81
M4	0.8663 (17)	5.5628 (17)	2.3592 (17)	51
M5	0.8606 (22)	5.8004 (22)	2.4090 (22)	66
M6	0.8677 (13)	5.5044 (13)	2.3468 (13)	39
M7	0.7733 (31)	9.4325 (31)	3.0721 (31)	93
M8	0.8367 (29)	6.7942 (29)	2.6073 (29)	87
M9	0.8688 (10)	5.4583 (10)	2.3369 (10)	30
M10	0.8476 (25)	6.3423 (25)	2.5191 (25)	75
M11	0.8367 (30)	6.7942 (30)	2.6073 (30)	90
M12	0.7370 (32)	10.9432 (32)	3.3089 (32)	96
M13	0.8691 (5)	5.4471 (8)	2.3345 (4)	17
M14	0.8617 (21)	5.7536 (21)	2.3993 (21)	63
M15	0.8437 (26)	6.5042 (26)	2.5510 (26)	78
M16	0.8691 (8)	5.4467 (7)	2.3347 (8)	23
M17	0.8691 (4)	5.4460 (4)	2.3346 (5)	13
M18	0.8691 (2)	5.4440 (2)	2.3342 (2)	6
M19	0.8625 (20)	5.7207 (20)	2.3928 (20)	60
M20	0.8663 (16)	5.5611 (16)	2.3591 (16)	48
M21	0.8499 (24)	6.2425 (24)	2.4995 (24)	72
M22	0.8691 (3)	5.4444 (3)	2.3343 (3)	9
M23	0.8634 (19)	5.6835 (19)	2.3850 (19)	57
M24	0.8677 (14)	5.5044 (14)	2.3471 (14)	42
M25	0.8691 (7)	5.4461 (6)	2.3346 (7)	20
M26	0.8693 (1)	5.4366 (1)	2.3326 (1)	3
M27	0.8691 (6)	5.4460 (5)	2.3346 (6)	17
M28	0.8690 (9)	5.4513 (9)	2.3357 (9)	27
M29	0.8658 (18)	5.5814 (18)	2.3634 (18)	54
M30	0.8683 (12)	5.4779 (12)	2.3414 (12)	36
M31	0.8687 (11)	5.4634 (11)	2.3383 (11)	33
M32	0.8663 (15)	5.5611 (15)	2.3591 (15)	45
M33	0.6923 (33)	12.7977 (33)	3.5793 (33)	99
M34	0.6772 (34)	13.4240 (34)	3.6658 (34)	102

R^2_{adj} : Coeficiente de determinación ajustado; \bar{E} : sesgo promedio y REMC: raíz del error cuadrático medio.

En la Figura 2 se muestra el comportamiento gráfico de los residuos contra los predichos obtenidos con los modelos M26, M18 y M22, considerados como los mejores. La distribución de los errores en ellos tiende a ser aleatoria con un ligero patrón que sugiere presencia de heterocedasticidad, sin embargo, este problema se considera mínimo y sin necesidad de transformar las variables o ponderar para su corrección.

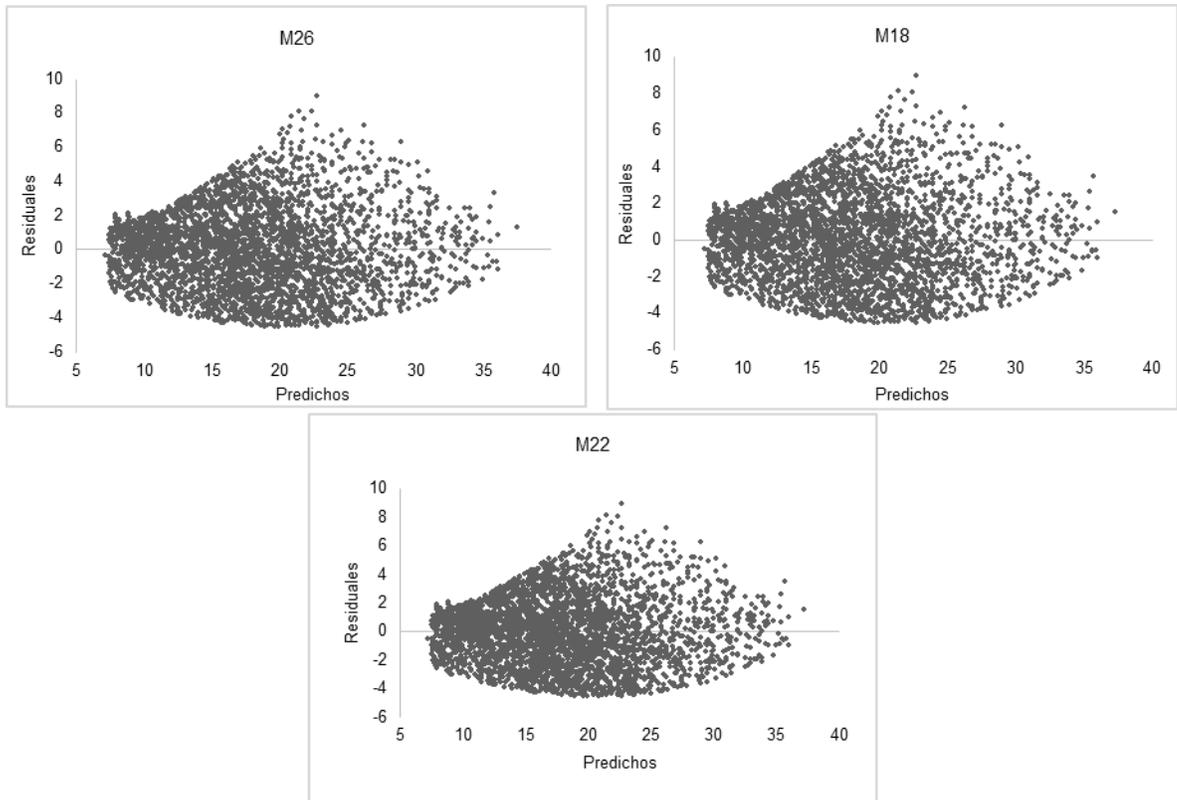


Figura 2. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para los modelos M26, M18 y M22 para *Pinus patula*.

Por su parte, para *P. pseudostrobus* en el Cuadro 5 se presentan los resultados de los parámetros obtenidos del ajuste de los 34 modelos altura-diámetro probados. Para los modelos M24, M33 y M34 ninguno de sus parámetros resultaron estadísticamente significativos, mientras que los modelos M14 y M22 presentaron un parámetro bajo la misma condición.

En el Cuadro 6 se muestra los estadísticos de bondad de ajuste de los modelos referidos, así como la calificación asignada a cada uno de acuerdo con el método de evaluación implementado.

Cuadro 5. Parámetros estimados para los modelos locales altura-diámetro para *P. pseudostrobus*.

Modelo	Parámetros estimados			
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
M1	36.29656	16.53485		
M2	2.68290	0.28072		
M3	1.55981	-7.17993		
M4	-0.11601	0.94782		
M5	2.25653	0.14302		
M6	1.08455	0.86569		
M7	7.80835	0.01276		
M8	3.59168	-16.534		
M9	61.29318	0.01375		
M10	-21.0281	12.26654		
M11	36.29756	-16.5354		
M12	25.76023	-184.313		
M13	110.6351	130.3376		
M14	0.36820 ^{ns}	0.63192		
M15	3.64273	-18.6062		
M16	35.64429	0.03738	1.33917	
M17	34.85262	0.01491	1.21314	
M18	44.23677	4.72565	1.35973	
M19	26.98693	7.80950	0.11346	
M20	3.38307	2.79167	0.07145	
M21	84.98985	7.81049	0.50507	
M22	2.18986	0.11944 ^{ns}	1.84699	
M23	18.00774	-110.906	0.00658	
M24	1.08425 ^{ns}	3.86E+62 ^{ns}	0.001 ^{ns}	
M25	4.23629	0.73780	0.01840	
M26	4.44275	-7.8102	-0.50504	
M27	57.09825	-2652.12	43.34506	
M28	-3.01283	41.12902	0.02920	
M29	27.62948	3.18567	0.07612	
M30	44.95058	-27.9815	3.96678	
M31	-1.6166 ^{ns}	0.98579	-0.00766	
M32	29.46243	0.07144	14.36914	
M33	65.53185 ^{ns}	32.56693 ^{ns}	2.24364 ^{ns}	0.10941 ^{ns}
M34	145.7415 ^{ns}	1.08844 ^{ns}	0.06944 ^{ns}	0.32008 ^{ns}

a, *b*, *c* y *d* son los parámetros estimados; ns: no significativo.

Respecto al coeficiente de determinación ajustado no se tuvieron grandes diferencias entre los valores que muestran los tres mejores modelos, el M26 con tres parámetros presenta un valor de 0.8556, siendo este el mayor de todos, seguido por el M21 y el M27 con coeficientes de 0.8556 y 0.8556 respectivamente.

El modelo M26 de acuerdo con su calificación total, debe considerarse el mejor dado que sus valores en el sesgo y en la RECM son los más bajos, lo cual le confiere, respecto a los demás modelos, una menor desviación con respecto a los valores observados, así como mayor precisión en las estimaciones generadas. Lo anterior, aunado a que presenta el mayor valor en el coeficiente de determinación ajustado.

De acuerdo con el sistema de calificación implementado los modelos que ocupan el segundo y tercer lugar son el M21 y el M27, quedando de la siguiente manera:

$$\text{M26} \quad H = \exp(4.44275 - 7.8102 * Dn^{-0.50504})$$

$$\text{M21} \quad H = 84.98985 * \exp\left(-\frac{7.81049}{Dn^{0.50507}}\right)$$

$$\text{M27} \quad H = 57.09825 + \frac{-2652.12}{Dn + 43.34506}$$

Cuadro 6. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos locales altura-diámetro para *Pinus pseudostrobus*.

Modelo	Estadísticos de bondad de ajuste			Calificación total
	R^2_{adj}	\bar{E}	REMC	
M1	0.84739 (22)	5.978 (22)	2.451 (22)	66
M2	0.85455 (9)	5.698 (9)	2.393 (9)	27
M3	0.84739 (24)	5.978 (24)	2.451 (24)	72
M4	0.84138 (28)	6.214 (28)	2.499 (28)	84
M5	0.85504 (5)	5.678 (8)	2.389 (5)	18
M6	0.84565 (26)	6.046 (27)	2.465 (26)	79
M7	0.74825 (32)	9.862 (32)	3.149 (32)	96
M8	0.84739 (21)	5.978 (21)	2.451 (21)	63
M9	0.85021 (17)	5.867 (17)	2.429 (17)	51
M10	0.85067 (15)	5.850 (15)	2.425 (15)	45
M11	0.84739 (23)	5.978 (23)	2.451 (23)	69
M12	0.77987 (31)	8.623 (31)	2.944 (31)	93
M13	0.84998 (18)	5.877 (18)	2.430 (18)	54
M14	0.83950 (30)	6.287 (30)	2.514 (30)	90
M15	0.85035 (16)	5.862 (16)	2.428 (16)	48
M16	0.85331 (12)	5.731 (12)	2.403 (12)	36
M17	0.85281 (14)	5.751 (14)	2.407 (14)	42
M18	0.85390 (11)	5.708 (11)	2.399 (11)	33
M19	0.84038 (29)	6.236 (29)	2.507 (29)	87
M20	0.84825 (19)	5.929 (19)	2.444 (19)	57
M21	0.85563 (2)	5.640 (2)	2.384 (2)	6
M22	0.85470 (8)	5.677 (7)	2.392 (8)	23
M23	0.85529 (4)	5.654 (4)	2.387 (4)	12
M24	0.84525 (27)	6.046 (26)	2.469 (27)	80
M25	0.85487 (6)	5.670 (5)	2.391 (6)	17
M26	0.85563 (1)	5.640 (1)	2.384 (1)	3
M27	0.85562 (3)	5.641 (3)	2.384 (3)	9
M28	0.85482 (7)	5.672 (6)	2.391 (7)	20
M29	0.84691 (25)	5.981 (25)	2.455 (25)	75
M30	0.85397 (10)	5.706 (10)	2.398 (10)	30
M31	0.85298 (13)	5.744 (13)	2.406 (13)	39
M32	0.84825 (20)	5.929 (20)	2.444 (20)	60
M33	0.68365 (34)	12.328 (34)	3.529 (34)	102
M34	0.69383 (33)	11.931 (33)	3.472 (33)	99

R^2_{adj} : Coeficiente de determinación ajustado; \bar{E} : sesgo promedio y REMC: raíz del error cuadrático medio.

El gráfico de residuales contra los predichos para cada uno de los tres mejores modelos locales ajustados (M26, M21 y M27) se presenta en la Figura 3, en ninguno de ellos se aprecia la presencia de heterocedasticidad dado que la distribución de los errores es aleatoria.

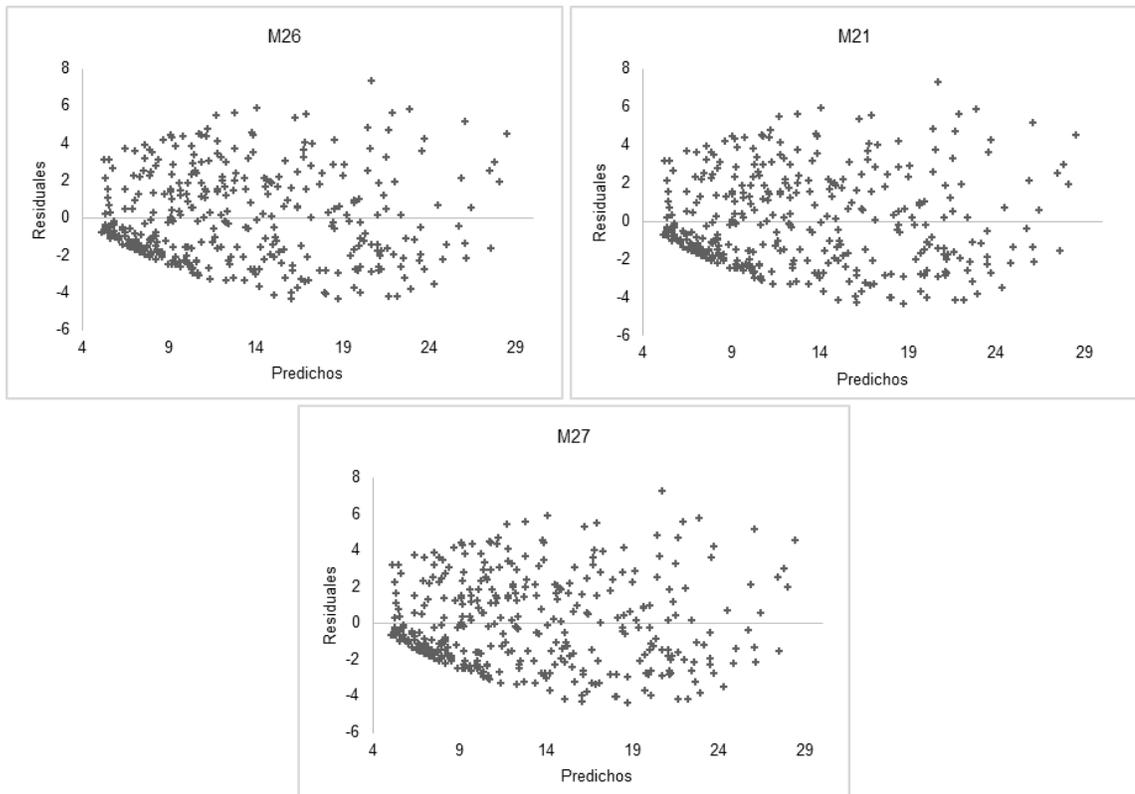


Figura 3. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para la relación altura-diámetro normal para *Pinus pseudostrobus*.

De acuerdo con los resultados, el modelo M26 debe considerarse el mejor para predecir la altura total en función del diámetro normal en *P. pseudostrobus* de los bosques bajo manejo de la región de Chignahuapan-Zacatlán en el estado de Puebla. Los modelos que le siguen son, de acuerdo a su capacidad predictiva, en segundo lugar, el M21 y en tercero el M27.

2.7. DISCUSIÓN

Los valores obtenidos en los coeficientes de determinación pueden considerarse adecuados ya que de acuerdo con Alder y Cailliez (1980), las mejores funciones pueden tener coeficientes entre 0.70 y 0.80, sin embargo,

Guajarati (2004) afirma que un modelo satisfactorio debe tener un valor alrededor de 0.80, valor que obtuvieron la mayoría de los modelos.

Larsen y Hann (1987) estudiaron la relación altura – diámetro en 17 especies forestales mediante la generación de cinco ecuaciones, entre ellas la utilizada en el modelo M26, concluyeron que ésta es útil para predecir la altura total en árboles de *P. ponderosa* en el suroeste de Oregón. Este mismo modelo fue probado sin éxito por Fang y Bailey (1998), para especies forestales tropicales en el sur de China. En la misma situación se encuentra el M27 que fue considerado como el tercer modelo más preciso para *P. pseudostrobus* en la presente investigación, sin embargo, no mostró un ajuste significativamente superior en el estudio anteriormente citado.

El M21 fue considerado el segundo modelo más preciso para la predicción de la altura total en función del diámetro normal para la especie *P. pseudostrobus*, lo cual es consistente con la investigación desarrollada por Krisnawati *et al.* (2010) en plantaciones de *Acacia mangium* en el sur de Sumatra. Sin embargo, Zhang (1997) encontró que este mismo modelo produce sobrestimaciones considerables en la altura en especies de coníferas al noreste de Estados Unidos. De la misma manera, Ahmadi *et al.* (2013) descartaron de su estudio este mismo modelo al considerar que presentaba un comportamiento biológicamente ilógico de acuerdo con las predicciones realizadas para *Fagus orientalis* en bosques de Irán.

En la investigación realizada por Krisnawati *et al.* (2010) se examinaron inicialmente modelos locales para determinar altura total en función del diámetro normal, sin embargo, debido a la variabilidad observada en la altura que alcanzan los árboles para los diferentes rodales se incluyeron a los modelos variables de estado y se encontró que la inclusión de éstas mejoró significativamente la precisión en las predicciones de altura. Por lo anterior, se recomienda realizar el mismo procedimiento para los que fueron considerados los mejores modelos en el presente estudio.

Los modelos que mostraron la mejor calidad de ajuste para ambas especies consideran en su estructura 3 parámetros, lo cual es coincidente con lo expresado por Dieguez *et al.* (2009) que recomienda el uso de funciones con tal número de parámetros ya que, generalmente, son sencillas de ajustar y proporcionan buenas estimaciones de la altura. Aunado a lo anterior, Fang y Bailey (1998), mencionan que los modelos de crecimiento con cuatro o más parámetros generan una condición conocida como sobreparametrización, misma que puede dar lugar a problemas de convergencia o inestabilidad en las estimaciones de los parámetros.

Para los modelos que mostraron predicciones más confiables de altura se realizó la prueba de *t* con la finalidad de comparar su comportamiento predictivo de acuerdo con un mismo conjunto de datos que correspondió a los valores de diámetro normal de las dos especies estudiadas, el propósito fue la comparación de la capacidad de ajuste de un mismo modelo a partir de los valores de los parámetros estimados para muestras independientes y de esta manera saber si un mismo modelo puede ajustarse con la misma capacidad a dos especies diferentes. El resultado mostró que existe una diferencia entre las poblaciones por lo que se justificó la realización de un ajuste independiente para cada especie estudiada.

2.8. CONCLUSIONES

De acuerdo con el comportamiento de los estadísticos de bondad de ajuste tomados en cuenta para la evaluación del ajuste de los modelos altura total - diámetro normal, para la especie *P. patula*, el modelo que mostró un mejor ajuste fue el modelo M26, tomando en cuenta el valor de sus parámetros su expresión definitiva es $H = \exp(7.46523 - 7.76864 * Dn^{-0.17446})$, este mismo modelo también presentó la mayor capacidad predictiva para la especie *P. pseudostrobus*, por lo que tomando en cuenta el valor de sus parámetros su expresión final fue $H = \exp(4.44275 - 7.8102 * Dn^{-0.50504})$.

El modelo referido puede ser utilizado en los bosques bajo manejo de la región Chignahuapan-Zacatlán, su empleo requiere únicamente la medición del

diámetro normal y de acuerdo con los estadísticos empleados, proporcionarán una predicción de altura bastante aceptable. Lo anterior conlleva a un ahorro considerable en tiempo y costo en actividades propias de muestreo en la masa forestal para los inventarios maderables.

Se recomienda el uso de modelos conformados con tres o incluso dos parámetros debido a que en el presente estudio los modelos considerados como mejores, de acuerdo con su capacidad de ajuste, estuvieron conformados por ese número de parámetros.

Debido a que la relación altura-diámetro en un bosque varía de acuerdo con las condiciones del sitio, una relación única puede no ser la apropiada para estimar todas las posibles relaciones que se pueden encontrar dentro de un bosque (Krisnawati *et al.*, 2010), por lo tanto, se recomienda la inclusión de variables de estado para considerar las condiciones bajo las cuales se encuentra el árbol y de esta manera elevar la capacidad de predicción de los modelos encargados de explicar la relación altura-diámetro.

2.9. REFERENCIAS

- Adame, P., del Rio, M., & Cañellas, I. (2008). A mixed nonlinear height-diameter model for pyrenean oak (*Quercus pirenaica* Willd). *Forest Ecology and Management*, 256(1), 88-98.
- Ahmadi, K., Alavi, S. J., Kouchaksaraei, M. T., & Aertsen, W. (2013). Non-linear height-diameter models for oriental beech (*Fagus orientalis* Lipsky) in the Hyrcanian forests, Iran. *Biotechnol. Agron. Soc. Environ*, 17(3), 431-440.
- Alder, D., & Cailliez, F. (1980). Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento, con referencia especial a los trópicos. *Estudios FAO Montes* 22/2. Vol. 2. Roma, Italia. 91 p.
- Arias, A. D. (2004). Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. *Kurú: Revista Forestal*, 1(2), 1-11.

- Baca, C. J.C. (2009). Estudio regional forestal. Asociación Regional de Silvicultores de Chignahuapan-Zacatlán A.C. Comisión Nacional Forestal. Puebla, México. 243 p.
- Bailey, R. L. (1979). The potential of Weibull-type functions as flexible growth curves: Discussion. *Canadian Journal of Forest Research*, 10(1), 117-118.
- Benítez, C. D., Pece, M., & Ferrari, J. (1988). Determinación de curvas de altura en función del diámetro en parcelas experimentales de álamos de la Estación Experimental San Carlos. Departamento Banda, Santiago del Estero. *In Memorias del VI Congreso Forestal Argentino. Santiago del Estero, Argentina*. 1:89-95.
- Burkhart, H. E., Strub, M. R. (1974). A model for simulation of planted loblolly pine stands. In: Fries, J. (Ed.), *Growth models for tree and stand simulation*. Royal College of Forestry, Stockholm, Sweden. 128-135.
- Canga, L. E., Afif, K. J., Gorgoso, V. J., & Cámara, O. A. (2007). Relación altura-diámetro generalizada para *Pinus radiata* D. Don en Asturias (Norte de España). *Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 23(1), 153-158.
- Cieszewski, C. J., & Bella, I. E. (1989). Polymorphic height and site index curves for lodgepole pine in Alberta. *Canadian Journal of Forest Research*, 19(1), 1151-1160.
- Costas, R. & Rodríguez, G. (2003). Relaciones hipsométricas promedios para *Pinus elliottii* Engl. en Misiones y NE de Corrientes. *Revista Yviraretá*. Instituto Subtropical de Investigaciones Forestales de la Facultad de Ciencias Forestales. U.Na.M. Argentina. ISSN 0328-8854. N°12. 19-25.
- Curtis, R. O. (1967). Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth *Douglas fir*. *Forest Science*, 13(4), 365-375.
- Diéguez, A. U., Rojo, A. A., Castedo, F., Álvarez, G. J. G., Barrio, A. M., Crecente, C. F., González, G. C., Pérez, C. R., Rodríguez, S. C. A., López, S. M. Á., Balboa, M. J. J., Gorgoso, V., & Sánchez, R. (2009).

- Herramientas silvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Universidad de Santiago de Compostela. Galicia, España. 259 p.
- Diéguez, A. U., Barrio A. M., Castedo D. F., & Balboa M. M. (2003). Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Invest. Agrar: Sist. Recur. For.*, 12(2), 131-139.
- Fang, Z., y Bailey, R. L. (1998). Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. *Forest Ecology and Management*, 110, 315-327.
- Gujarati, D. N. (2004). *Econometría*. 4a ed. McGraw-Hill Interamericana Editores. México, D.F. 972 p.
- Hair, J. F., Anderson, R. E., Tatham, R. L., & Blanch, W. C. (1999). *Análisis multivariante*. 5ta Ed. Prentice Hall Iberia. Madrid España. 832 p.
- Henricksen, H. A. (1950). Height-diameter curve with logarithmic diameter. *Dansk Skovforen. Tidsskr.* 35, 193-202.
- Huang, S., Titus, S. J., & Wiens, D. (1992). Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research*, 22(1), 1297-1304.
- Huang, S. (2002). Validating and localizing growth and yield models: procedures, problems and prospects. In: *Proceedings of IUFRO Workshop on Reality, Models and Parameter Estimation: the Forestry Scenario*. Siembra, Portugal. 2-5.
- Juárez de Galindez, M., Pece, M. G., Gaillard, C., Sanguedolce, J., Mariot, V., & Mazzuco, R. (2006). Ecuaciones altura-diámetro para *Ziziphus mistol*, Griseb. en Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho*, 13, 36-43.
- Juarez de Galindez, M., Pece, M.G., Gaillard, C., Sanguedolce, J, Mariot, V., & Mazzuco, R. (2007). Ecuaciones altura-diámetro en *Prosopis nigra*

- (Griseb) Hieron algarrobo negro en Santiago de Estéreo, Argentina. Foresta Veracruzana, 9-14.
- Kiviste, A., Álvarez, J. G., Rojo, A., & Ruiz, A. D. (2002). Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. INIA. Madrid, España. 190 p.
- Krisnawati, H., Wang, Y., & Ades, P. K. (2010). Generalized height-diameter models for *Acacia mangium* plantations in South Sumatra. Journal of Forestry Research, 7(1), 1-19.
- Korf, V. (1939). A mathematical definition of stand volume growth law. Lesnická práce, 18, 337-379.
- Larsen, D. R., & Hann, D. W. (1987). Height-diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon. Corvallis, OR: Forest Research Laboratory, College of Forestry, Oregon State University.
- Leroy, D. (1989). Height-diameter equations for young-growth red fir in California and the southern Oregon. Research Note PSW-408, USDA Pacific Southwest Forest and Range Experiment Station. 4 p.
- Loestsch, F., Zohrer, F., & Haller, K. E. (1973). Forest inventory, Vol. 2. BLV Verlagsgesellschaft Munchen mBH, Munchen, Germany. 468 p.
- López, A. M., Trincado, G., Barrios, A., & Nieto, V. (2013). Modelos regionales de altura–diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. Bosque, 34(2), 233-241.
- López, S. C., Gorgoso, V. J., Castedo, D. F., Rojo, A. A., Rodríguez, S. R., Álvarez, G. J. G., y Sánchez, R. F. (2003). Comparison of generalized height-diameter models for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). Ann. Sci. For, 60: 237-245.
- Meyer, H. A. (1940). A mathematical expression for height curves. J. For. 38, 415-420.

- Morales, M., M. 2014. Estudio de cuenca de abasto para la región Chignahuapan-Zacatlán, Puebla. Puebla. México. 217 p.
- Pece, M. G., Benítez, C. Juárez, M., Mariot, V., Sanguedolce, J., & Prazoni, O. (2006). Modelación de la altura total para Quebracho colorado santiagueño (*Schinopsis quebrachocolorado*) Foresta Veracruzana, 8(1), 1-7.
- Peng, C., Zhang, L., Liu, J. (2001). Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario's Boreal Forests. N. J. Appl. For. 18: 87-94.
- Peng, C. H. (1999). Nonlinear height-diameter models for nine tree species in Ontario boreal forests. Ontario Forest Research Institute, Ministry of Natural Resources. For Res Report No. 155.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). Mensura forestal. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA)/Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ). San José, Costa Rica. 586 p.
- Quiñonez, B. G., Cruz, C. F., Vargas, L. B., & Javier, H. F. (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales en Durango. Revista Mexicana Ciencias Forestales, 3 (9), 23-39.
- Richards, F. J. (1959). A flexible growth function for empirical use. J. Exp. Biol. 10, 290-300.
- SAS Institute Inc., 1996. SAS/STAT Software: Changes and Enhancements. Release 6.11. SAS Institute Inc., Cary, NC. USA.
- Schumacher, F. X. (1939). A new growth function curve and its application to timber-yield studies. Journal of Forestry, 37: 819-820.
- Seber, G. A.F. & Wild, C.J. (1989). Nonlinear regression. J.Wiley, New York, p. 768.

- Sharma, M., & Parton, J. (2007). Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management*, 249, 187-198.
- Tamarit, U. J.C. (2013). Cubicación, crecimiento y rendimiento maderable e inventario operativo para *Tectona grandis* en el Sureste de México. Tesis de Doctorado. Colegio de Postgraduados, Texcoco, México. 108 p.
- Tang, S. (1994). Self-adjusted height-diameter curves and one entry volume model. *Forest Research*, 7(5), 512-518.
- Trincado, G., & Leal, C. (2006). Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque*, 27(1), 23-34.
- Vanclay, J. K. (1995). Growth models for tropical forests: A synthesis of models and methods. *Forest Science*, 41(1), 7-42.
- Wang, C., & Hann, D. W. (1988). Height-diameter equations for sixteen tree species in the Central Western Willamette Valley of Oregon. Forest Research Lab., College of Forestry, Oregon State University. 7 p.
- Wykoff, W. R., Crookston, N. L., & Stage, A. R. (1982). User's guide to the stand prognosis model. USDA For. Ser. Gen. Tech. Rep. INT-133.
- Zambrano, T., Suarez, M., & Jerez, M. (2001). Evaluación de la efectividad del ajuste de algunos modelos de regresión utilizados para estimar la relación altura-diámetro en parcelas permanentes de rendimiento y aclareo en Teca (*Tectona grandis* LINN). *Revista Foresta Venezolana*, 45(2), 163:173.
- Zeide, B. (1992). Analysis of growth equations. *Forest Science*, 39(3), 594-616.
- Zhang, S., Amateis, R., & Burkhart, H. E. (1997). The influence of thinning on tree height and diameter relationships in loblolly pine plantations. *Southern Journal of Applied Forestry*, 21(1), 199–205.

3. MODELOS REGIONALES ALTURA-DIÁMETRO PARA *Pinus patula* y *Pinus pseudostrabus*

Renata Cruz-Calderón, Hugo Ramírez-Maldonado, Francisco José Zamudio-Sánchez, Juan Carlos Tamarit-Urias.

3.1. RESUMEN

Se evaluó la calidad de ajuste estadístico de modelos regionales altura-diámetro y a partir de ello fue posible seleccionar a los que proporcionaron la mejor estimación para *Pinus patula* y *Pinus pseudostrabus*, especies de coníferas con alta importancia económica maderable presentes en la región Chignahuapan-Zacatlán. Se ajustaron siete modelos, reportados en literatura especializada, que han demostrado predecir con éxito la altura total en función de variables de masa. Tales modelos se alimentaron con valores de diámetro normal (D_n), diámetro medio cuadrático (D_g), altura dominante (H_d), área basal (G) y número de árboles por hectárea (N). La calidad de ajuste fue evaluada por medio de los estadísticos de bondad de ajuste: coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), sesgo promedio (\bar{E}) y raíz del error cuadrático medio (REMC). Aunado a ello se realizó un análisis gráfico de residuos contra valores predichos por cada modelo. De acuerdo con lo anterior se encontró que los modelos que predicen con mayor precisión la altura total de los árboles son aquellos que incluyen en su estructura, además del diámetro normal, las variables de altura dominante, diámetro medio cuadrático y área basal.

Palabras clave: Modelos regionales, relación altura-diámetro, variables de estado.

ABSTRACT

The quality of statistical fit of regional height-diameter models was evaluated and from that it was possible to select the ones that provided the best estimation for *Pinus patula* and *Pinus pseudostrabus*, species of conifers with high economic timber importance in the Chignahuapan-Zacatlán region. We fitted seven models, reported in specialized literature, that have been shown to successfully predict total height based on mass variables. These models were

built with the following values: diameter at breast height (DBH), mean square diameter (Dg), dominant height (Hd), basal area (G) and number of trees per hectare (N). The quality of fit was evaluated by goodness of fit statistics: adjusted coefficient of determination (R^2_{adj}), mean bias (\bar{E}) and root mean square error (RMSE). In addition to this, we did a graphical analysis of residuals against predicted values for each model. Based on the above, we found that the models that predict with greater accuracy the total height of the trees are those that include in their structure, in addition to DBH, the variables of dominant height, mean square diameter and basal area.

Keywords: Regional models, height-diameter relationship, state variables.

3.2. INTRODUCCIÓN

Dentro de las ecuaciones para modelar la relación altura-diámetro se han incluido variables a nivel del rodal con el objetivo de mejorar la capacidad predictiva (Larsen y Hann, 1987; Wang y Hann, 1988), tales ecuaciones son conocidas como ecuaciones generalizadas o regionales (Krumland y Wensel, 1988; Soares y Tomé, 2001). Una de las ventajas de estas ecuaciones es que evitan el ajuste de una función para cada rodal y, por lo tanto, permiten una aplicación más extensiva del modelo en comparación con el local (Curtis, 1967; Trincado y Leal, 2006; Krisnawati *et al.*, 2010; Misir, 2010).

En la generación de modelos regionales no hay que realizar un ajuste estadístico individualizado para cada rodal, por lo que el esfuerzo de muestreo que se requiere es menor y el proceso de estimación de las alturas es más sencillo (Diéguez *et al.*, 2009). La función altura-diámetro regional o generalizada representa entonces una opción para aquellos casos en que no es posible tomar una muestra suficiente de pares de datos diámetro-altura para ajustar una función altura-diámetro local a cada rodal. En masas muy extensas y con gran variabilidad, es más aconsejable emplear una ecuación regional altura-diámetro, en la que intervienen, además del diámetro normal del árbol variables de masa, con lo que se logra modelar la evolución en el tiempo de la relación entre la altura y el diámetro (Gadow *et al.*, 2001).

Un modelo regional de altura-diámetro permite explicar la variabilidad de la relación altura-diámetro causada por diferencias en la calidad de sitio, densidad y régimen de manejo (Sharma y Zhang, 2004; Sharma y Parton, 2007; Temesgen *et al.*, 2007; Saunders y Wagner, 2008; Sonmez, 2009; Crecente *et al.*, 2010). Debido a lo anterior, este tipo de modelos han sido incorporados en sistemas de simulación de crecimiento y rendimiento maderable (Calama y Montero, 2004; Diéguez *et al.*, 2005). La principal característica de los modelos regionales es la inclusión de una o más variables de masa, que tengan en cuenta ciertas características básicas inherentes a todas las regresiones de altura locales que representan a cada rodal individual (Gadow *et al.*, 2001).

Generalmente, estas variables de masa se seleccionan de manera que no representen costos adicionales excesivamente importantes en la toma de datos (Diéguez *et al.*, 2005). Las variables a nivel de rodal incluidas frecuentemente en este tipo de modelos son el índice de sitio y área basal (Trincado y Leal, 2006). Ambas variables son de importancia debido al efecto que tienen sobre la relación altura-diámetro (Wang y Hann, 1988). Dentro de un rodal se ha observado que para un mismo diámetro normal se alcanza una mayor altura total en mejores condiciones de sitio (Huang *et al.*, 1992).

Arias (2004) probó modelos locales y regionales encontrando que cuando se incorporan variables del rodal dentro de un modelo para predecir alturas individuales, el poder de predicción del modelo mejora significativamente. Trincado y Leal (2006) realizaron una evaluación y comparación de estrategias de modelación en base a medidas de precisión y sesgo. Adicionalmente, cuantificaron el efecto en la estimación de alturas totales sobre la predicción de volúmenes y productos. En todas las evaluaciones realizadas, determinaron que las ecuaciones regionales presentaron mejores valores de precisión y sesgo que las ecuaciones locales.

3.3. OBJETIVO

Evaluar la calidad de ajuste estadístico de modelos regionales de altura–diámetro y seleccionar los que proporcionen la mejor estimación para *P. patula* y *P. pseudostrobus*.

3.4. MATERIALES Y MÉTODOS

Información dasométrica utilizada

El estudio de generación de modelos regionales altura – diámetro para *Pinus patula* y *P. pseudostrobus* se realizó en bosques bajo manejo de la UMAFOR 2108 correspondiente a la región de Chignahuapan-Zacatlán del estado de Puebla, México. La información utilizada para generar modelos regionales se derivó de una red de Sitios Permanentes de Investigación Silvícola (SPIS) localizados en el área de estudio y provino de rodales mixtos conformados por

Pinus patula, *P. pseudostrobus*, *P. ayacahuite*, *P. leiophylla*, *P. montezumae*, *P. rudis*, *P. teocote*, además de *Abies religiosa* y *Cupressus lindleyi*, las especies de pino predominantes en ellos fueron *P. patula* y *P. pseudostrobus* en proporciones de 48 y 11%, respectivamente.

Los modelos regionales utilizaron como variable dependiente la altura total (H) y como independiente o explicativa el diámetro normal (Dn), además de otras variables de estado tales como la altura dominante (Hd), el diámetro medio cuadrático (Dg), el área basal por hectárea (G) y la densidad o número de árboles por hectárea (N). Se utilizó un total de 2,814 pares de datos altura-diámetro, cada uno de ellos complementados con las variables de estado mencionadas previamente. En el Cuadro 7 se muestran los estadísticos descriptivos del conjunto de datos empleados en el ajuste de los modelos regionales, así mismo en la Figura 4 se observa el comportamiento gráfico de la relación altura diámetro.

Cuadro 7. Estadísticos descriptivos de los datos empleados en el ajuste de los modelos regionales.

Estadísticos	Dn	H	Hd	Dg	G	N
Mínimo	1.3	1.3	1.4	2.4	0.2	25.0
Máximo	63.2	39.0	36.3	43.8	49.9	1725.0
Desv. est.	11.0	7.9	7.2	7.8	12.8	394.4

Donde Dn: diámetro normal; H: altura total; Hd: altura dominante; Dg: diámetro medio cuadrático; G: área basal por hectárea; N: número de árboles por hectárea.

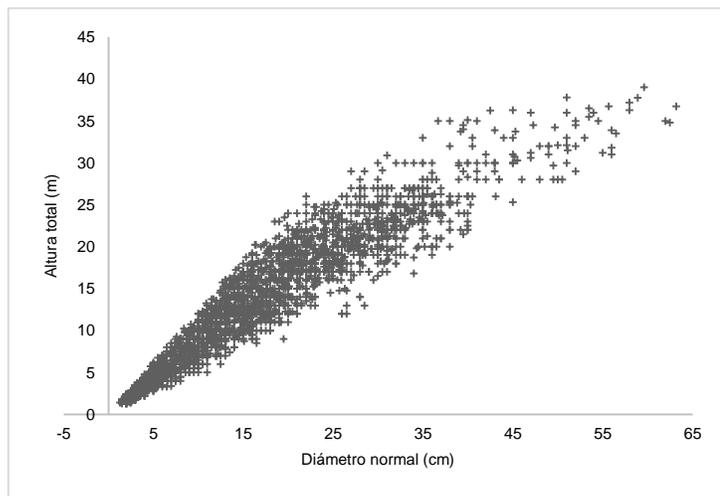


Figura 4. Relación altura-diámetro para el ajuste de modelos regionales.

Modelos regionales altura - diámetro evaluados

Los modelos regionales evaluados (Cuadro 8) fueron seleccionados de literatura especializada, mismos que han sido utilizados con éxito para modelar la relación altura-diámetro incluyendo variables explicativas a nivel de rodal, la diferencia entre ellos recae principalmente en el tipo de variables predictoras a nivel de rodal incluidas en su estructura, así como en el número de parámetros a ser estimados, al respecto, se ajustaron modelos con tres, cuatro y cinco parámetros.

Cuadro 8. Modelos regionales de altura-diámetro evaluados.

Modelo	Referencia
Tres parámetros	
M1 $H = 1.3 + a * Hd^b * \exp\left(\frac{-c}{Dn}\right)$	Wang y Tang (2002)
M2 $H = Hd(1 + a * \exp(b * Hd)) \left(1 - \exp\left(\frac{-c * Dn}{Hd}\right)\right)$	Harrison <i>et al.</i> (1986)
Cuatro parámetros	
M3 $H = 1.3 + \exp(a + b * Dn^c + d * Hd)$	Larsen y Hann (1987)
M4 $H = 1.3 + a * Hd^b * Dn^{c*Hd^d}$	Hui y Gadov (1993)
M5 $H = 1.3 + (a + b * Hd - c * Dg) * \exp\left(\frac{d}{Dn}\right)$	Mirkovich (1958)
Cinco parámetros	
M6 $H = 1.3 + \exp^{a+b*Dn^c+d*Hd+e*LnG}$	Dolph (1989)
M7 $H = 1.3 + (a + b * Hd + c * Dg + d * G) * \exp^{\frac{-e}{\sqrt{Dn}}}$	Schröder y Álvarez (2001)

Donde a, b, c, d y e son los parámetros a estimar, exp es la función exponencial y Ln es el logaritmo natural.

A diferencia de los modelos locales, para la estimación de la altura total, mediante modelos regionales se utilizan además del diámetro normal variables explicativas a nivel del rodal, mismas que se encuentran dentro de la estructura matemática del modelo y por lo tanto deben conocerse para poder alimentar al mismo en la predicción de la altura total.

Cada modelo fue ajustado usando la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios mediante el procedimiento MODEL de SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008). En la selección del mejor modelo para cada especie se usó el mismo procedimiento referido en el capítulo previo, se utilizaron los estadísticos de bondad de ajuste siguientes: el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), la raíz del error cuadrático medio (RECM) y el sesgo (\bar{E}). Se realizó también un análisis gráfico de residuos.

3.5. RESULTADOS

Los valores de los parámetros estimados para los modelos regionales altura-diámetro ajustados se muestran en el Cuadro 9. Los modelos M6 y M7 presentaron parámetros no significativos, por lo tanto, pese a la calificación asignada no se consideran buenos modelos predictores de la altura total.

Cuadro 9. Parámetros estimados para los modelos regionales de altura-diámetro

Modelos	Parámetros estimados				
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
M1	6.33286	0.51729	12.74082		
M2	0.43061	-0.00119	0.86766		
M3	3.36080	-7.75424	-0.67158	0.02005	
M4	0.19555	0.65509	1.22254	-0.14767	
M5	14.55662	0.76319	0.01207	-12.7563	
M6	3.36055	-7.67573	-0.66414	0.01952	0.00781 ^{ns}
M7	38.07642	1.30486	-0.07621 ^{ns}	0.04563	6.42895

a, b, c, d y e: parámetros estimados; ns: no significativo.

En el Cuadro 10 se muestran los valores de los estadísticos de bondad de ajuste, así como la calificación asignada que de acuerdo al valor de tales estadísticos se otorgó en base al criterio de evaluación explicado previamente en el capítulo anterior. En el R^2_{adj} existe una variación evidente entre los modelos, el valor mayor fue de 0.9418 mientras que el menor alcanzó 0.9237. En el caso del sesgo promedio y la raíz del error cuadrático medio la variación se mantuvo, sin embargo, logra identificarse que el M4 obtuvo los valores en la

calificación más altos en dichos estadísticos, condición que denota una deficiente calidad en la precisión de las estimaciones respecto a los demás modelos.

Cuadro 10. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos regionales de altura-diámetro.

Modelo	Estadísticos de bondad de ajuste			Calificación total
	R^2_{adj}	\bar{E}	REMC	
M1	0.9379 (6)	3.8785 (6)	1.9705 (6)	18
M2	0.9416 (2)	3.6449 (2)	1.9102 (2)	6
M3	0.9415 (4)	3.6517 (4)	1.9123 (4)	12
M4	0.9237 (7)	4.7629 (7)	2.1840 (7)	21
M5	0.9389 (5)	3.8177 (5)	1.9553 (5)	15
M6	0.9415 (3)	3.6492 (3)	1.9120 (3)	9
M7	0.9418 (1)	3.6303 (1)	1.9070 (1)	3

R^2_{adj} : Coeficiente de determinación ajustado; \bar{E} : sesgo promedio y REMC: raíz del error cuadrático medio.

De acuerdo con el criterio de evaluación implementado la calificación más baja la obtuvo el modelo M7, sin embargo, como se mencionó anteriormente, dicho modelo presenta un parámetro no significativo por lo cual fue descartado, misma situación presenta el modelo M6. Debido a lo anterior, el modelo que debe considerarse como el mejor para estimar la altura total en *P. patula* y *P. pseudostrobus* es el modelo M2 que, posee el coeficiente de determinación más alto, así como el sesgo promedio y la REMC más bajos, el primero explica la mayor variabilidad presente en la variable de respuesta, el segundo indica que tiene la mínima desviación en sus predicciones de acuerdo con los valores reales y, por último, la RECM demuestra que posee una mayor precisión en las estimaciones realizadas.

El modelo M2 contiene tres parámetros e incluye en su estructura la altura dominante (H_d), misma variable que presenta el M3 que es considerado el segundo mejor modelo, sin embargo, a diferencia del anterior éste contiene cuatro parámetros.

Tomando en cuenta el valor estimado de los parámetros, ambos modelos quedan expresados de la siguiente manera:

$$M2 \quad H = Hd(1 + 0.084425 * \exp(0.020236 * Hd)) \left(1 - \exp\left(\frac{1.179466 * Dn}{Hd}\right)\right)$$

$$M3 \quad H = 1.3 + \exp(3.36080 - 7.75424 * Dn^{-0.67158} + 0.02005 * Hd)$$

En la Figura 5 se muestra el comportamiento gráfico de los residuos contra los predichos obtenidos con los modelos ajustados, que de acuerdo con el sistema de evaluación implementado fueron considerados los más precisos en la predicción de la altura total. Puede observarse en ellos que no existen problemas de heterocedasticidad ya que los errores no muestran un patrón sistemático definido en su distribución.

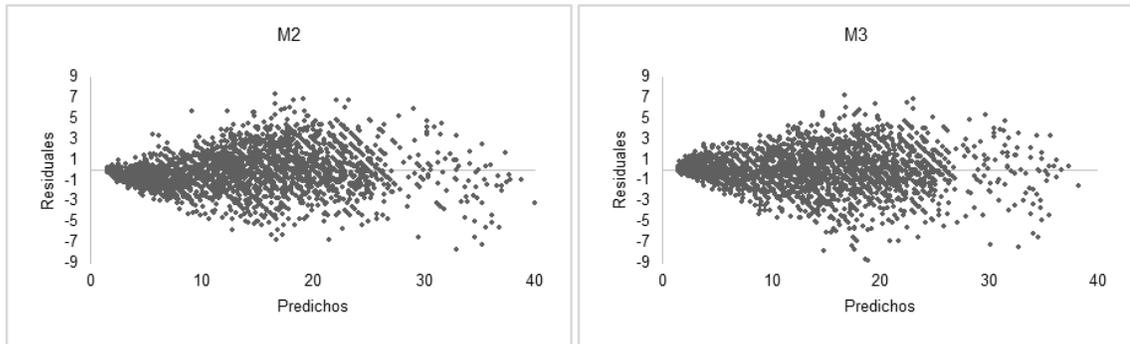


Figura 5. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para los modelos regionales M2 y M3.

3.6. DISCUSIÓN

En la investigación de Barrio *et al.* (2004) se ensayó el M2 para *Quercus robur* en España, y aunque mostró un buen ajuste no fue considerado el mejor, a diferencia de la presente investigación donde tal modelo se consideró el más preciso para estimar la altura total en *P. patula* y *P. pseudostrobus* que en combinación con otras especie de coníferas conforma rodales mixtos en la región de estudio. La utilización de dicho modelo en labores de inventarios forestales maderables requerirá únicamente, además del diámetro normal, la determinación de la altura dominante como variable de estado en los sitios de muestreo de los rodales de interés por lo que, de acuerdo con Trincado y Leal

(2006), se reducirá el esfuerzo de muestreo en tiempo y costos, sin pérdida de precisión en comparación con los modelos locales de altura-diámetro.

Canga *et al.* (2007) menciona que las variables independientes del diámetro normal, la altura dominante, la densidad, la edad, el diámetro medio cuadrático y el diámetro dominante son suficientes para explicar la mayor parte de la variabilidad de los datos de altura total de un árbol. Aunque en la presente investigación la mayoría de estas variables estuvieron presentes en los modelos evaluados, solamente el diámetro normal y la altura dominante formaron parte de la estructura de los modelos con mayor capacidad predictiva.

De acuerdo con López *et al.* (2013) los modelos que muestran los mejores indicadores de bondad de ajuste y capacidad predictiva son aquellos que presentan un menor número de parámetros, lo cual es coincidente con el resultado de la presente investigación ya que el modelo M2, considerado como el mejor, presenta en su estructura 3 parámetros, a diferencia del M3, considerado el segundo mejor que presenta 4 parámetros.

3.7. CONCLUSIONES

Se ha generado para *P. patula* y *P. pseudostrobus* que crece en rodales mixtos de la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla un modelo regional altura diámetro de tres parámetros que estima con la mayor precisión y de manera confiable la altura total del árbol mediante la medición del diámetro normal y la altura dominante, esta última como la única variable a nivel de rodal, la cual es fácil de obtener. Adicionalmente, se determinó e identificó a la altura dominante como una variable de estado predictora que mejora el ajuste de los modelos, en estudios posteriores podrán para otras especies de coníferas analizarse nuevos modelos que evalúen e incorporen variables de estado adicionales para mejorar las predicciones.

El modelo M2 demostró ser de fácil uso además de tener una capacidad predictiva confiable y un sesgo relativamente bajo. Con este modelo se estimará de manera confiable la altura total de las especies referidas y como

consecuencia será posible tener una referencia del volumen, representa una herramienta silvícola en actividades de planeación para el manejo del bosque disminuyendo significativamente tiempo y costo invertidos en tales actividades.

3.8. REFERENCIAS

- Alder, D. & Cailliez, F. (1980). Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento, con referencia especial a los trópicos. Estudios FAO Montes 2 (22), 91 p.
- Arias, A. D. (2004). Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. Kurú: Revista Forestal (Costa Rica), 1(2), 1-11.
- Barrio, A. M., Álvarez, G. J. G., Díaz, M. I. J., & López, S. C. A. (2004). Relación altura diámetro generalizada para *Quercus robur* L. en Galicia. Sociedad Española de Ciencias Forestales, 18:141-146.
- Calama, R., & Montero, G. (2004). Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. Canadian Journal of Forest Research, 34: 150–163.
- Canga, L. E., Afif, K. J., Gorgoso, V. J., & Cámara, O. A. (2007). Relación altura-diámetro generalizada para *Pinus radiata* D. Don en Asturias (Norte de España). Sociedad Española de Ciencias Forestales, 23(1), 153-158.
- Crecente, F., Tomé, M., Soares, P., & Diéguez, V. (2010). A generalized nonlinear mixed-effects height–diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in Northwestern Spain. Forest Ecology and Management, 259: 943-952.
- Curtis, R. O. (1967). Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth *Douglas fir*. Forest Science, 13(4), 365-375.
- Diéguez, A. U., Rojo, A. A., Castedo, F., Álvarez, G. J. G., Barrio, A. M., Crecente, C. F., González, G. C., Pérez, C. R., Rodríguez, S. C. A., López, S. M. Á., Balboa, M. J. J., Gorgoso, V., & Sánchez, R. (2009).

- Herramientas silvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Universidad de Santiago de Compostela. Galicia, España. 259 p.
- Diéguez, A. U., Barrio A. M., Castedo D. F., & Balboa M. M. (2003). Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Invest. Agrar: Sist. Recur. For.* 12(2), 131-139.
- Gadow, K. V., Real, P., & Álvarez, G. J.G. (2001). Modelización del crecimiento y la evolución de los bosques. *IUFRO World Series* vol. 12. 242 p.
- Gujarati, D. N. (2004). *Econometría*. 4a ed. McGraw-Hill Interamericana Editores. México, D.F. 972 p.
- Huang, S., Titus, S. J., & Wiens, D. (1992). Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research*. 22: 1297-1304.
- Krisnawati, H., Wang, Y., & Ades, P. K. (2010). Generalized height-diameter models for *Acacia mangium* plantations in South Sumatra. *Journal of Forestry Research*, 7(1), 1-19.
- Krumland, B. L. & Wensel. (1988). A generalized height-diameter equation for Coastal California Species. *W. J. Appl. For.* 3(4), 113-115.
- Larsen, D. R. & Hann, D. W. (1987). Height-diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon. Forest Research Laboratory. Oregon State University, Corvallis. Research Bulletin 49. 16 p.
- López, A. M., Trincado, G., Barrio A., & Nieto, V. (2013). Modelos regionales de altura–diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. *Bosque*, 34(2): 233-241.
- López, S. C., Gorgoso, V. J., Castedo, D. F., Rojo, A. A., Rodríguez, S. R., Álvarez, G. J.G. & Sánchez, R. F. (2003). Comparison of generalized height-diameter models for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Ann. Sci. For.* 60: 237-245.

- Misir, N. (2010). Generalized height-diameter models for *Populus tremula* L. stands. *African Journal of Biotechnology*, 9(28), 4348-4355.
- SAS Institute Inc., 1996. SAS/STAT Software: Changes and Enhancements. Release 6.11. SAS Institute Inc., Cary, NC. USA.
- Saunders, M. R., & Wagner, R. G. (2008). Height-diameter models with random coefficients and site variables for tree species of central Maine. *Annals of Forest Science*, 65(2), 203-213. doi:10.1051/forest:2007086
- Sharma, M., & Parton, J. (2007). Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management*, 249(1), 187-198.
- Sharma, M. S., & Zhang. (2004). Height-diameter models using stand characteristics for *Pinus banksiana* and *Picea mariana*. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 19(1), 442-451.
- Soares, P., & Tomé, M. (2002). Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. *Forest Ecology and Management*, 166(1), 99-109.
- Sonmez, T. (2009). Generalized height-diameter models for *Picea orientalis* L. *Journal of Environmental Biology*, 30(5), 767-772.
- Temesgen, H., Hann, D., & Monleon, V. (2007). Regional height-diameter equations for major tree species of Southwest Oregon. *Western Journal of Applied Forestry*, 22(3), 213-219.
- Trincado, G., & Leal, C. (2006). Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque*, 27(1), 23-34.
- Wang, C., & Hann, D. W. (1988). Height-diameter equations for sixteen tree species in the Central Western Willamette Valley of Oregon. Forest Research Lab., College of Forestry, Oregon State University. 7 p.

4. MODELOS DIÁMETRO NORMAL - DIÁMETRO DEL TOCÓN PARA *Pinus patula* y *Pinus pseudostrobus*

Renata Cruz-Calderón, Hugo Ramírez-Maldonado, Francisco José Zamudio-Sánchez, Juan Carlos Tamarit-Urias.

4.1. RESUMEN

El presente estudio se realizó en áreas bajo aprovechamiento de la región Chignahuapan-Zacatlán en el estado de Puebla para las especies de *Pinus patula* y *Pinus pseudostrobus*, tuvo como objetivo analizar la calidad de ajuste estadístico de modelos diámetro normal-diámetro del tocón ajustados por mínimos cuadrados ordinarios. En total fueron analizados cinco modelos que han sido probados con éxito para otras especies forestales. La bondad de ajuste de los modelos se evaluó mediante el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), el sesgo promedio (\bar{E}) y la raíz del error cuadrático medio (REMC). Se determinó que el modelo que estima con mayor precisión el diámetro normal, para ambas especies, es un modelo lineal conformado por dos parámetros.

Palabras clave: diámetro normal, diámetro del tocón, modelo alométrico, *Pinus patula*, *Pinus pseudostrobus*.

ABSTRACT

This study was carried out in areas under forest use in the Chignahuapan-Zacatlán region in the state of Puebla for the species of *Pinus patula* and *Pinus pseudostrobus*. The objective of this study was to analyze the quality of statistical fit of diameter at breast height-stump diameter models fitted by ordinary least squares. In total we analyzed five models that have been successfully tested for other forest species. The goodness of fit of the models was evaluated using the adjusted coefficient of determination (R^2_{adj}), mean bias (\bar{E}) and root mean square error (RMSE). It was determined that the model that estimates DBH with the most accuracy, for both species, is a linear model formed by two parameters.

Keywords: diameter at breast height, stump diameter, allometric model, *Pinus patula*, *Pinus pseudostrobus*.

4.2. INTRODUCCIÓN

El diámetro normal es una variable de utilidad para determinar el volumen individual o de una masa forestal, para definir la estructura del bosque o para seleccionar los árboles que se deben medir en un inventario, de acuerdo a un diseño de muestreo. Después del aprovechamiento, cuando un árbol ha sido cortado, sólo permanece su tocón como un indicador de sus dimensiones, y este puede utilizarse como variable predictiva del diámetro normal o de su volumen (McClure, 1968).

Después de realizar las cortas para el aprovechamiento maderable en las masas forestales, la estimación del diámetro normal en función de las dimensiones del tocón es importante para la caracterización de la masa original y la definición de pautas de manejo (Pompa *et al.*, 2011). Esta estimación se fundamenta en una relación lineal entre el diámetro normal y el diámetro del tocón. El tocón se considera el residual del árbol que permanece en el sitio de aprovechamiento, generalmente, su altura va desde el nivel del suelo hasta los 0.3 m de altura.

Báes y Gra (1990), plantearon tres aspectos por los cuales es necesario conocer la relación entre el diámetro del tocón y el diámetro normal medido a 1.30 m sobre el nivel del suelo: 1) para cuantificar el volumen extraído de cortas furtivas, usando tablas de volumen locales; 2) cuando la información no se colectó o está se perdió, lo que permite conocer la distribución de los diámetros y área basal de parcelas y rodales y, 3) para estimar la cantidad de madera extraída en grandes extensiones forestales bajo manejo técnico.

Al respecto, Benítez *et al.* (2004) señalan que una vez que el árbol ha sido talado, aún puede conocerse el diámetro normal si se utiliza un modelo que tenga como variable independiente el diámetro del tocón. Las dimensiones de los tocones representan la única variable que podría indicar la estructura, el diámetro promedio o incluso el volumen de la masa original (López *et al.*, 2001; Pompa *et al.*, 2011). En México, las auditorías de inspección de los aprovechamientos forestales maderables cobran relevancia, por lo que conocer

el diámetro normal es de gran importancia para la valoración y cuantificación del impacto por aprovechamientos autorizados y sobre todo de los clandestinos que impactan negativamente el ambiente (Hernández *et al.*, 2014). Así mismo, es útil en la reconstrucción de escenarios después de una intervención silvícola o la ocurrencia de fenómenos naturales catastróficos (Quiñonez *et al.*, 2012).

La mayoría de los trabajos desarrollados sobre la predicción del volumen del árbol en función del diámetro del tocón presentan tablas, gráficos o ecuaciones que predicen el diámetro normal (McClure, 1968; Bylin, 1982; Weigel y Johnson, 1997; Quiñonez *et al.*, 2012). En estos casos la estimación del volumen se realiza en dos fases: primero se calcula el diámetro normal y enseguida se obtiene el volumen del árbol con una tarifa de cubicación local (Bylin, 1982). Sin embargo, existen ocasiones en que se carece de ella, por lo que se debe usar otra herramienta para la determinación directa del volumen. Así, Myers (1963), Nyland (1977), Bylin (1982) y Parresol (1998) relacionaron el diámetro del tocón con el volumen del árbol en diferentes especies forestales de Norteamérica. En México, Corral-Rivas *et al.* (2007) calcularon el diámetro normal y el volumen del fuste para *Pinus cooperi* C.E. Blanco, basándose en el diámetro del tocón en la región forestal de El Salto, Durango.

Diéguez *et al.* (2003), Jenkins *et al.* (2004), Benítez *et al.* (2004) y Hernández *et al.* (2014) han calculado el diámetro normal en función del diámetro del tocón y Quiñonez *et al.* (2012) utilizó la misma variable para predecir, además del diámetro normal, la altura total y el volumen del fuste. Pompa *et al.* (2011) propusieron un modelo dendrométrico no lineal que incluyó la altura del tocón como variable predictiva, de acuerdo con el mismo autor en pocos estudios se ha incluido esta variable. Jenkins *et al.* (2004), mencionan que esta variable no se toma en cuenta por considerar que el diámetro del tocón ocurre a una altura constante de 0.3 m situación que no siempre sucede, ésta depende más bien de la topografía del terreno, así como de la técnica de derribo en el aprovechamiento.

4.3. OBJETIVO

Analizar la calidad de ajuste estadístico de modelos de diámetro normal-diámetro del tocón ajustados por mínimos cuadrados ordinarios y proponer los de mejor predicción para *P. patula* y *P. pseudostrobus*.

4.4. MATERIALES Y MÉTODOS

Para la generación de modelos diámetro normal-diámetro del tocón se utilizaron datos provenientes de árboles individuales de *P. patula* y *P. pseudostrobus* colectados en predios bajo aprovechamiento maderable en la UMAFOR 2108 localizada en la región Chignahuapan-Zacatlán en el estado de Puebla.

Para la predicción del diámetro normal a partir del diámetro del tocón se utilizó sólo como variable independiente al diámetro del tocón. En el Cuadro 7 se muestran los estadísticos descriptivos de estas variables para ambas especies.

Cuadro 11. Estadísticos descriptivos de las variables diámetro normal-diámetro del tocón de las especies trabajadas.

Estadístico	<i>Pinus patula</i>		<i>Pinus pseudostrobus</i>	
	Dt	Dn	Dt	Dn
Mínimo	12.9	9.9	12.6	10.5
Máximo	111.3	101.5	107.4	91.8
Medio	48.2	41.8	49.1	42.1
Varianza	459.11	385.80	408.7	315.94
Desviación Estándar	21.43	19.64	20.22	17.77
Coefficiente de variación	44.41	47.04	41.29	42.17

Donde Dt: diámetro del tocón (cm); Dn: diámetro normal (cm)

Para *P. patula* se utilizaron 145 pares de datos Dn-Dt, mientras que para *P. pseudostrobus* un total de 147. En la figura 4 se muestra la representación gráfica de la relación entre el diámetro normal y diámetro del tocón para ambas especies.

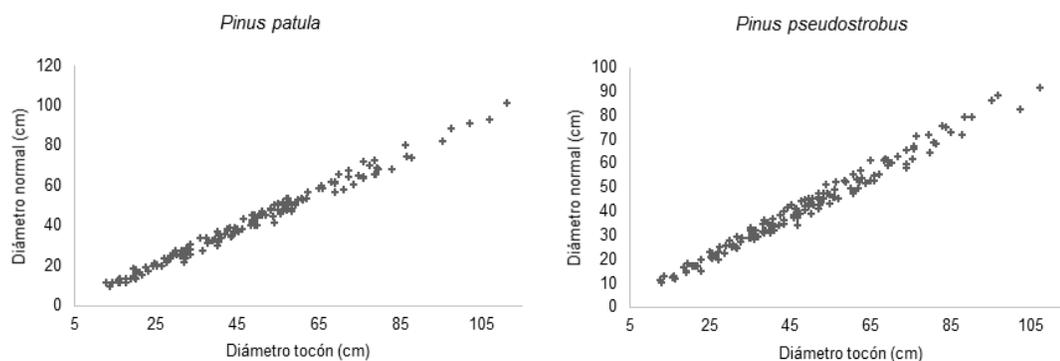


Figura 6. Relación del diámetro normal-diámetro del tocón para *P. patula* y *P. pseudostrobus*.

Modelos evaluados

En el Cuadro 8 se presentan cinco modelos de tipo lineal que fueron evaluados para estimar el diámetro normal a partir del diámetro del tocón, los cuales fueron preseleccionados de literatura especializada (Benítez *et al.*, 2004; Pompa *et al.*, 2011; Quiñonez *et al.*, 2012; Hernández *et al.*, 2014; Martínez y Acosta, 2014). La principal diferencia entre ellos es el número de parámetros a estimar, únicamente dos y tres.

Cuadro 12. Modelos evaluados de diámetro normal en función del diámetro del tocón para *P. patula* y *P. pseudostrobus*.

Modelo	Expresión	Referencia
M1	$Dn = a + b * (Dt)$	Pompa <i>et al.</i> , (2011)
M2	$Dn = a + b * (Dt)^2$	Quiñonez <i>et al.</i> , (2012)
M3	$\ln(Dn) = a + b * \ln(Dt)$	Benítez <i>et al.</i> , (2004)
M4	$Dn = a + b * (Dt) + c(Dt)^2$	Martínez y Acosta (2014)
M5	$Dn = a + b * (Dt)^c$	Hernández <i>et al.</i> , (2014)

Dn es el diámetro normal (cm), Dt es el diámetro del tocón (cm) medido a 0.30 m sobre el nivel del suelo, ln es el logaritmo natural, a, b, c y d son parámetros a estimar.

Ajuste de modelos

Para el ajuste de los modelos los datos fueron procesados por regresión usando la técnica de mínimos cuadrados ordinarios mediante el procedimiento MODEL de SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008), se verificó presencia o no del problema de heterocedasticidad mediante gráficos de residuales,

inspeccionando visualmente si la varianza de los errores fue constante en las distintas observaciones.

La capacidad de ajuste de los modelos seleccionados se analizó tomando como criterios de bondad de ajuste los siguientes estadísticos que, de acuerdo a Pompa *et al.*, (2011), son los utilizados con mayor frecuencia en el modelaje forestal: el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), la raíz del error cuadrático medio (RECM) y el sesgo (\bar{E}); todos ellos fueron referidos en el Capítulo 2 del presente documento, correspondiente a modelos locales altura-diámetro. Para la calificación y comparación de los modelos se utilizó el mismo sistema implementado y referido en los apartados desarrollados para los modelos locales y regionales.

4.5. RESULTADOS

En el Cuadro 13 se muestran los valores de los estadísticos de bondad de ajuste así como la calificación respectiva usada para evaluar la calidad de ajuste y capacidad predictiva de los modelos diámetro del tocón - diámetro normal para *P. patula*. Respecto al coeficiente de determinación ajustado, no hay mayor diferencia en los valores de este estadístico, sin embargo, de acuerdo con dicho coeficiente el modelo M4 es el que mejor explica la variabilidad expresada por la variable dependiente al presentar el valor más alto.

De acuerdo con la calificación de cada modelo, M1 y M4 obtuvieron la misma, en cuanto al M1, éste obtuvo el tercer valor más alto en el coeficiente de determinación ajustado, sin embargo, en los estadísticos de sesgo promedio y REMC obtuvo el primero. Lo anterior significa que es el modelo que presenta una menor desviación respecto a los valores originales, así como una mayor precisión en las estimaciones, por lo que fue considerado como el más adecuado para estimar el diámetro normal en función del diámetro del tocón en *P. patula*. Por su parte, el M4, obtuvo el mayor valor en el R^2_{adj} y fue el segundo

en los estadísticos de sesgo promedio y REMC, por lo que se considera el segundo mejor modelo para la estimación referida.

Cuadro 13. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos diámetro normal-diámetro del tocón para *Pinus patula*.

Modelo	Estadísticos de bondad de ajuste			Calificación total
	R ² _{adj}	Ē	REMC	
M1	0.9874 (3)	4.842 (1)	2.216 (1)	5
M2	0.9304 (4)	29.272 (4)	5.448 (4)	12
M3	0.9254 (5)	31.375 (5)	5.640 (5)	15
M4	0.9883 (1)	4.864 (2)	2.229 (2)	5
M5	0.9883 (2)	4.868 (3)	2.229 (3)	8

R²_{adj}: coeficiente de determinación ajustado; Ē: sesgo y REMC: raíz del error cuadrático medio.

En el Cuadro 14 se muestra la estimación de los parámetros de los modelos ajustados para *P. patula*.

Cuadro 14. Parámetros estimados para los modelos predictivos del diámetro normal en función del diámetro del tocón en *P. patula*.

Modelo	Parámetros estimados		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
M1	-2.1894	0.9109	
M2	19.5044	0.0080	
M3	-103.074	38.4523	
M4	-2.8254	0.9395	-0.0003
M5	-3.3463 ^{ns}	1.0432	0.9724

a, *b* y *c*: parámetros estimados; ns: no significativo

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, los modelos considerados como los mejores quedan expresados de la siguiente manera:

$$M1 \quad Dn = -2.1894 + 0.9109 * (Dt)$$

$$M4 \quad Dn = -2.8254 + 0.9395 * (Dt) - 0.0003 (Dt)^2$$

En la Figura 7 se muestra para los modelos M1 y M4 el comportamiento gráfico de los residuos contra los valores predichos. La distribución de los errores no

sigue un patrón sistemático definido por lo que se asume que ninguno de ellos presenta problemas de heterocedasticidad.

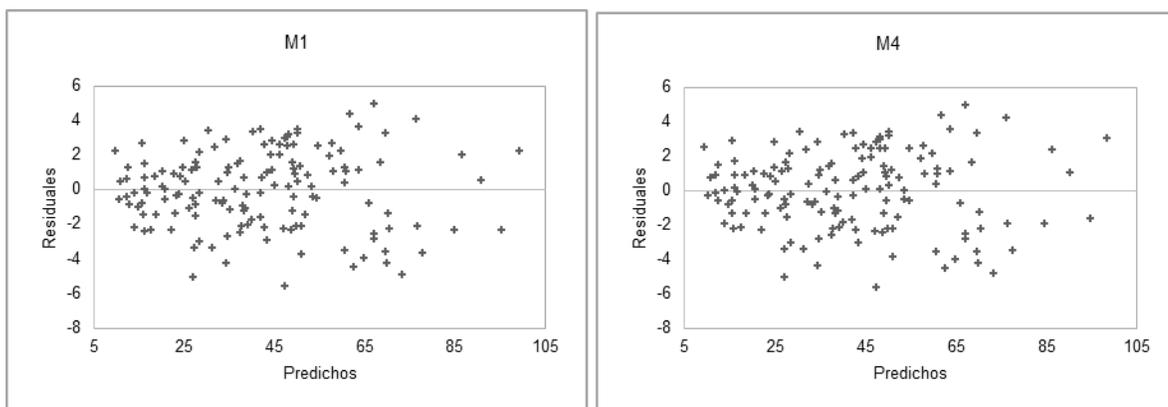


Figura 7. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para los modelos M1 y M4 para *Pinus patula*.

En el Cuadro 15 se presentan los parámetros estimados de los modelos evaluados para predecir el diámetro normal en función del diámetro del tocón para *P. pseudostrobus*.

Cuadro 15. Parámetros estimados para los modelos predictivos del diámetro normal en función del diámetro del tocón para *P. pseudostrobus*.

Modelo	Parámetros estimados		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
M1	-0.5895	0.8708	
M2	20.5357	0.0077	
M3	-99.1247	37.1866	
M4	-0.3832 ^{ns}	0.8617	0.0001 ^{ns}
M5	-0.1995	0.8296	1.0099

a, *b* y *c*: parámetros estimados; ns: no significativo

En el Cuadro 16 se presentan los estadísticos de bondad de ajuste que ayudaron a la evaluación y comparación de los modelos con la finalidad de elegir aquel que de acuerdo a los valores asignados en su calificación garantice que el modelo a seleccionar realice las estimaciones de mayor calidad.

De acuerdo al sistema de calificación implementado, se determinó que el modelo M1 con dos parámetros es el mejor modelo al obtener la calificación más baja, seguido por el modelo M5 con tres parámetros. Tales modelos, en el mismo orden, presentaron los valores de calificación más bajos en los

estadísticos de bondad de ajuste lo cual significa que presentan una desviación menor y una mayor precisión en las predicciones.

Cuadro 16. . Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos diámetro normal-diámetro del tocón para *Pinus pseudostrabus*.

Modelo	Estadísticos de bondad de ajuste			Calificación total
	R^2_{adj}	\bar{E}	REMC	
M1	0.9809 (1)	5.920 (1)	2.450 (1)	3
M2	0.9278 (4)	22.342 (4)	4.759 (4)	12
M3	0.9098 (5)	27.914 (5)	5.320 (5)	15
M4	0.9809 (3)	5.924 (3)	2.451 (3)	9
M5	0.9809 (2)	5.924 (2)	2.451 (2)	6

R^2_{adj} : coeficiente de determinación ajustado; \bar{E} : sesgo y REMC: raíz del error cuadrático medio.

Los modelos M1 y M5 quedan expresados de la siguiente manera:

$$M1 \quad Dn = -0.5895 + 0.8708 * (Dt)$$

$$M5 \quad Dn = -0.1995 + 0.8296 * (Dt)^{1.0099}$$

El gráfico de valores predichos frente a los residuos (Figura 8) muestra que no existe un patrón definido en la distribución de los errores para ninguno de los dos modelos considerados como los mejores, por lo cual se descarta la presencia de heterogeneidad en la varianza.

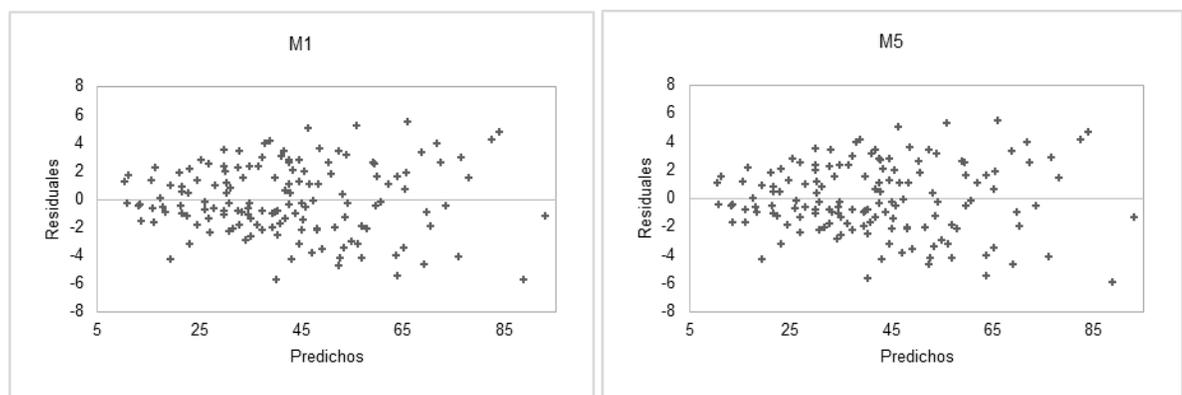


Figura 8. Comportamiento gráfico de residuales contra predichos para los modelos M1 y M5 para *Pinus pseudostrabus*.

4.6. DISCUSIÓN

Para las dos especies utilizadas en la presente investigación, *P. patula* y *P. pseudostrobus*, el modelo M1 $Dn = a + b * (Dt)$, de acuerdo con sus valores en los estadísticos de bondad de ajuste (Cuadro 12), es el más adecuado para estimar el diámetro normal a partir del diámetro del tocón. De acuerdo con Martínez y Acosta (2014), no siempre los modelos más complejos son los que predicen con mayor precisión la variable de respuesta, lo anterior concuerda con el resultado obtenido ya que el modelo M1 se caracteriza precisamente, por su simpleza y por ser parsimonioso con sólo dos parámetros en su estructura. Aunado a ello, Barrio *et al.* (2004), realizó una investigación donde comprobó que las ecuaciones que incluyen términos polinómicos o productos cruzados no aportan nada nuevo a la explicación de la variabilidad.

En una investigación realizada por Martínez y Acosta (2014) se compararon los modelos M1 $Dn = a + b * (Dt)$ y M4 $Dn = a + b * (Dt) + c(Dt)^2$ para modelar la relación diámetro normal-diámetro del tocón en *Quercus laurina* en Ixtlán de Juárez, Oaxaca, el resultado mostró que, aunque ambos modelos tuvieron una aceptable bondad de ajuste, el M1 fue el mejor al presentar un cuadrado medio del error y coeficiente de variación más bajo.

Lo anterior coincide con la presente investigación ya que el M4, para *P. patula*, de acuerdo con sus estadísticos de bondad de ajuste fue considerado luego del M1 como el más adecuado para estimar el diámetro normal a partir del diámetro del tocón. Por otro lado, para *P. pseudostrobus*, el M4 mostró una calidad de ajuste inferior a la de los modelos M1 y M5, considerados los dos mejores.

Para ambas especies el M5 $Dn = a + b * (Dt)^c$ se encuentra dentro de los tres mejores, resultado que coincide con la investigación de Hernández *et al.* (2014) que considera al modelo anterior como el más preciso para estimar el diámetro normal en función del diámetro del tocón para *P. montezumae* en masas forestales de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

Para los modelos que mostraron las predicciones más confiables de diámetro normal se realizó la prueba de *t* para comparar su comportamiento predictivo de

acuerdo con un mismo conjunto de datos que correspondió a los valores de diámetro del tocón de las dos especies estudiadas, el propósito fue la comparación de la capacidad de ajuste de un mismo modelo a partir de los valores de los parámetros estimados para muestras independientes y de esta manera saber si un mismo modelo puede ajustar con la misma capacidad dos especies diferentes. El resultado mostró que existe una diferencia entre las poblaciones por lo que se justificó la realización de un ajuste independiente para cada especie estudiada.

4.7. CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos, en las áreas bajo manejo forestal en la región Chignahuapan-Zacatlán en el estado de Puebla, midiendo el diámetro del tocón puede estimarse el diámetro normal de forma confiable usando el modelo $M1 \quad Dn = -2.1894 + 0.9109 * (Dt)$ para *P. patula* y $M1 \quad Dn = -0.5895 + 0.8708 * (Dt)$ para *P. pseudostrobus*.

La aplicación de los modelos seleccionados como el mejor no representa mayor dificultad para su implementación en campo y su utilización representa una herramienta importante para la simulación de las dimensiones de los árboles que ya no están presentes en el sitio forestal de interés.

Para modelar la relación diámetro normal-diámetro del tocón no es necesaria la utilización de modelos complejos ya que esta puede explicarse adecuadamente por medio de modelos lineales con estructura matemática simple.

4.8. REFERENCIAS

- Báes, R., & Gra, H. (1990). Estudios dasométricos de *Casuarina equisetifolia*, determinación del $d_{1.30}$ a partir del diámetro del tocón. *Revista Forestal Baracoa*, Vol. 20, Núm, 2. Cd. Habana Cuba. pp. 63-68.
- Barrio, A. M., Álvarez, G. J. G., Díaz, M. I. J., & López, S. C. A. (2004). Relación altura diámetro generalizada para *Quercus robur* L. en Galicia. *Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 18:141-146.

- Benítez, N., J. Y., Rivero, V. M., Vidal, C. A., Rodríguez, R. J., & Álvarez, R. R.C. (2004). Estimación del diámetro normal a partir del diámetro del tocón en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. de la provincia de Camagüey, Cuba. *Revista Chapingo Serie de Ciencias Forestales y del Ambiente*, 25-30.
- Bylin, C. V. (1982). Volume prediction from stump diameter and stump height of select species in Louisiana. USDA For. Ser. Note SO-182. New Orleans, LA. USA. 11 p.
- Corral-Rivas, J. J., Barrio-Anta, M., Aguirre-Calderón, O. A., & Diéguez-Aranda, U. (2007). Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volumen for major pine species in El Salto, Durango (México). *Forestry*, 80 (1), 29 - 40.
- Diéguez, A. U., Barrio A. M., Castedo, F. D. & Balboa, M. M. (2003). Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Invest. Agrar. Sist. Recur. For.* 12(2), 131-139.
- Hernández, R. J., García, G. G., García, M. J. J., García, C. X., Hernández, R. A. & Balmaceda, V. I. (2014). Ecuaciones para estimar el diámetro normal en función del diámetro del tocón para *Pinus montezumae* Lamb. en San Juan Nuevo Parangaricutiro, Michoacán. XXVI Reunión Científica-Tecnológica Forestal y Agropecuaria y III Simposio Internacional en Producción Agroalimentaria Tropical, Villahermosa, Tabasco, México. 436-442.
- Jenkins, J. D., Chojnacky, L., Heath & Birdsey, R. (2004). Comprehensive database of diameter-based biomass regressions for North American tree species. USDA. Gen. Tech. Rep. NE-319. 45 p.
- López, C. A., Gorgoso, J. J., & Castedo, F. (2001). Comparación de modelos altura-diámetro generalizados para *Pinus radiata* D. Don en Galicia. En: III Congreso Forestal Español. Dep. de Enseñería Agroforestal. Escola

- Politécnica Superior de Lugo. Universidad de Santiago de Compostela. España. 585-591.
- Martínez, L. J. & Acosta, R. A. (2014). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus Laurina*, en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosques*, 20(1), 59-70.
- McClure, J. P. (1968). Predicting tree dbh from stump measurements in the southeast. Southeastern Forest Experiment Station. USDA For. Ser. Res. Note SE-99. Asheville, NC. USA. 4 p.
- Myers, C. A. (1963). Estimating volumes and diameters at breast height from stump diameters on southwestern ponderosa pine. Rocky Mountain Forest and Range Experiment Station. USDA For. Ser. Res. Note RM – 9. Fort Collins, CO. USA. 2 p.
- Nyland, R. D. (1977). Estimating volume from stump measurements for hardwoods. AFRI Res. Note 2. College of environmental Science and Forestry, Applied Forestry Research Institute. University of New York. Syracuse, NY. USA. 2 p.
- Parresol, B. R. (1998). Prediction and error of baldcypress stem volume from stump diameter. *South. J. Appl. For.* 22 (2), 69-73.
- Pompa, G. M., De los Santos P. H. M., Zepeda, B. M. E., & Corral, R. J. J. (2011). Un modelo dendrométrico para estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón. *Agrociencia*, 379-387.
- Quiñonez, B. G., Cruz, C. F., Vargas, L. B. Javier, H, F. (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales en Durango. *Revista Mexicana Ciencias Forestales*, 3 (9), 23-39.
- Raile, G. (1977). Estimating D.B.H. from stump dimensions. USDA For. Ser. Res. General Technical Report NC-48, 30-33.
- SAS Institute Inc., 1996. SAS/STAT Software: Changes and Enhancements. Release 6.11. SAS Institue Inc., Cary, NC. USA.

Weigel, D. R. & Johnson, P. S. (1997). Estimating dbh of southern Indiana oaks from stump diameter. USDA For. Ser. Tech. Brief TB – NC – 4. North Central Experiment Station. University of Missouri. Columbia, MI. USA. 4 p.

5. MODELOS VOLUMEN - DIÁMETRO DEL TOCÓN

Renata Cruz-Calderón, Hugo Ramírez-Maldonado, Francisco José Zamudio-Sánchez, Juan Carlos Tamarit-Urias.

5.1. RESUMEN

En el presente trabajo se evaluó la capacidad predictiva de cuatro modelos que estiman el volumen de un árbol en función del diámetro del tocón utilizando una muestra del 203 árboles de *Pinus patula* provenientes del Estado de México. Se ajustaron modelos localizados en literatura especializada que precisan la utilización del diámetro del tocón para estimar el volumen. Los modelos fueron ajustados mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios y su efectividad se analizó usando estadísticos que miden la magnitud del sesgo y la precisión del ajuste. El modelo con mayor bondad de ajuste para la estimación del volumen con base en el diámetro del tocón fue el modelo potencial, mediante éste se puede estimar de forma precisa el volumen y caracterizar escenarios en áreas afectadas la extracción del arbolado forestal. Se encontró que el modelo mencionado es más eficiente para la estimación del volumen a nivel de rodal que la predicción que ofrece a nivel de árbol individual.

Palabras clave: diámetro del tocón, volumen, modelo de predicción, *Pinus patula*, modelo potencial.

ABSTRACT

5.2. INTRODUCCIÓN

Una de las actividades más importantes en biometría forestal es la estimación de volumen de árboles (Robinson y Wood, 1994), las ecuaciones que lo predicen con base en variables dependientes de fácil medición en el campo son herramientas fundamentales para la estimación de existencias reales en los bosques.

De acuerdo con Diéguez *et al.* (2003), la literatura disponible sobre la predicción del volumen del árbol en función del diámetro del tocón es relativamente

escasa. La mayoría de los trabajos desarrollados elaboran tablas, gráficos o ecuaciones que predicen el diámetro normal, en vez del volumen, a partir del diámetro del tocón (McClure, 1968; Bylin, 1982; Weigel y Johnson, 1997), en estos casos la estimación del volumen suele realizarse en dos fases: en primer lugar se predice el diámetro normal en función del diámetro del tocón y a continuación se obtiene el volumen del árbol utilizando una tarifa de cubicación local (Bylin, 1982).

Otros estudios han sugerido modelos que no requieren la predicción del diámetro normal dentro de la primera fase. Myers (1963), Nyland (1975), Bylin (1982) y Parresol (1998) han relacionado el diámetro del tocón con el volumen del árbol.

Bylin (1982) generó ecuaciones de predicción del volumen empleando como variables independientes al diámetro y la altura del tocón. En España, Diéguez *et al.* (2003), estimaron el diámetro normal y el volumen para 6 especies forestales y en México Corral-Rivas *et al.* (2007) desarrollaron modelos lineales y no lineales de predicción del diámetro a la altura del pecho y el volumen para 5 especies de coníferas. Ozcelik *et al.* (2010), desarrollaron ecuaciones de predicción del diámetro y el volumen usando un modelo lineal simple para especies importantes en Turquía.; Aigbe *et al.* (2012) desarrollaron un modelo de predicción del volumen para plantaciones de *Terminalia ivorensis* en Nigeria.

La generación de modelos que estiman el volumen han cobrado una gran importancia debido al creciente interés por la planificación de los recursos forestales.

5.3. OBJETIVO

Analizar la calidad de ajuste estadístico de modelos de volumen - diámetro del tocón ajustados por mínimos cuadrados ordinarios y proponer los de mejor predicción.

5.4. MATERIALES Y MÉTODOS

Se probaron modelos para predecir el volumen total del árbol en función de la dimensión del tocón. Para lo anterior se utilizó una base de datos de 203 árboles cuyas variables fueron: altura total (H), altura del tocón (Ht), diámetro normal (Dn), diámetro del tocón (Dt) y volumen (V). Para la predicción del volumen se utilizó el diámetro del tocón, los estadísticos descriptivos de ambas variables de muestran en el Cuadro 17.

Cuadro 17. Estadísticos descriptivos de las variables diámetro normal-diámetro del tocón de las especies trabajadas.

Estadístico	Dt	V
Mínimo	12.5	0.033
Máximo	96.0	7.351
Medio	38.70	0.323
Varianza	2.9	2.015
Desviación Estándar	17.13	1.419
Coefficiente de variación	44.26	47.04

Donde Dt: diámetro del tocón (cm); V: volumen (m³)

Los árboles utilizados para el ajuste de los modelos provienen del Proyecto Biométrico Nacional desarrollado en el estado de México, la representación gráfica de la relación entre el volumen y el diámetro del tocón se muestra a continuación.

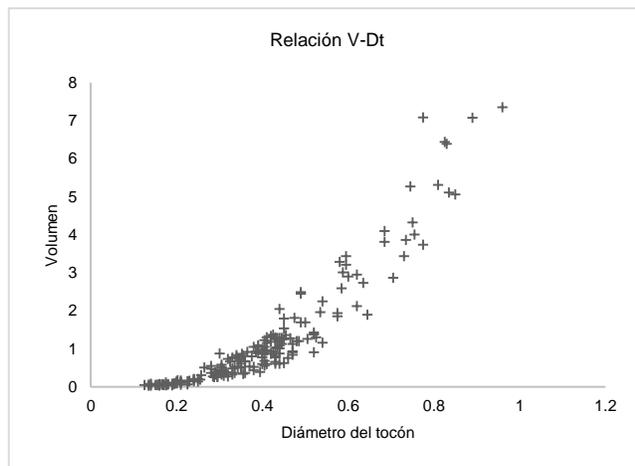


Figura 9. Relación del diámetro del tocón y el volumen

Se probaron modelos localizados en la literatura especializada (Quiñones *et al.*, 2002; Diéguez *et al.*, 2013 y Martínez y Acosta, 2013) que son predictores del volumen del árbol individual en función de las dimensiones del tocón (Cuadro 18).

Cuadro 18. Modelos evaluados para estimar el volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón.

Modelo	Expresión	Referencia
M1	$v = a + b * (dt)$	Quiñonez <i>et al.</i> , (2012)
M2	$v = a + b * (dt)^2$	Diéguez <i>et al.</i> , (2013)
M3	$v = a * (dt)^b$	Martínez y Acosta (2013)
M4	$v = a * Exp \frac{b}{dt}$	Martínez y Acosta (2013)

v es el volumen, Dt es el diámetro del tocón (cm) medido a 0.30 m sobre el nivel del suelo, Exp es la función exponencial, a y b son parámetros a estimar.

Ajuste de modelos

Para el ajuste de los modelos los datos fueron procesados por regresión usando la técnica de mínimos cuadrados ordinarios mediante el procedimiento MODEL de SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008).

En la selección del mejor modelo se usó el mismo procedimiento referido en el capítulo previo, se utilizaron los estadísticos de bondad de ajuste siguientes: el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), la raíz del error cuadrático medio (RECM) y el sesgo (\bar{E}) y de acuerdo al valor de ellos se asignó una calificación a cada uno de los modelos.

5.5. RESULTADOS

En el Cuadro 19 se presentan los parámetros estimados de los modelos evaluados para predecir el volumen en función del diámetro del tocón.

Cuadro 19. Parámetros estimados para los modelos predictivos de volumen.

Modelo	Parámetros estimados	
	a	b
M1	-1.77471	7.526161
M2	-0.35696	8.345895
M3	9.012131	2.516574
M4	33.46563	-1.49551

En el Cuadro 20 se muestran los valores de los estadísticos de bondad de ajuste así como la calificación respectiva usada para evaluar la calidad de ajuste y capacidad predictiva de los modelos evaluados. El modelo considerado como el más eficiente es el que presenta el valor más alto en el coeficiente de determinación ajustado y el más bajo en el sesgo y la raíz del error medio cuadrático.

Cuadro 20. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y calificación para los modelos de predicción de volumen.

Modelo	Estadísticos de bondad de ajuste			Calificación total
	R2adj	\bar{E}	REMC	
M1	0.8242 (4)	0.3526 (4)	0.5967 (4)	12
M2	0.9222 (2)	0.1560 (2)	0.3970 (2)	6
M3	0.9294 (1)	0.1415 (1)	0.3780 (1)	3
M4	0.9220 (3)	0.1564 (3)	0.3974 (3)	9

R2adj: coeficiente de determinación ajustado; \bar{E} : sesgo y REMC: raíz del error cuadrático medio.

Con el ajuste de los modelos fue posible observar que el M3 fue el que mostró una menor desviación con respecto a los valores reales observados así como una mayor precisión en las estimaciones, así mismo, el modelo mencionado posee el mayor valor en el coeficiente de determinación ajustado por lo cual se recomienda para la estimación del volumen. La tabla de análisis de varianza de éste es:

Cuadro 21. Error estándar, valor de t y significancia de los parámetros de ajuste

Modelo	Parámetro	Estimador	Error Est.	t	Pr>t
M3	a	9.012131	0.2232	40.38	<.0001
	b	2.516574	0.0557	45.22	<.0001

El modelo queda entonces expresado de la siguiente manera:

$$M3 \quad v = 9.012131 * (dt)^{2.516574}$$

Como puede observarse en el Cuadro anterior, el valor del coeficiente de determinación ajustado presenta valores bajos respecto a los usuales en tablas de volúmenes, donde no se puede esperar estimaciones muy precisas de los volúmenes de los árboles.

5.6. DISCUSIÓN

Corral-Rivas *et al.* (2007), mencionan que la relación volumen-diámetro del tocón puede ser modelada de mejor manera a través de una ecuación alométrica, resultado coincidente con el obtenido por Martínez y Acosta (2014) así como con la presente investigación ya que dicha ecuación se encuentra representada en el M3 mismo que, de acuerdo con los estadísticos de bondad de ajuste, es el más eficiente para predecir el volumen en función del diámetro del tocón.

En su estudio, Martínez y Acosta (2014), probaron los modelos M3 y M4, y como ya se mencionó anteriormente, el M3 mostró superioridad en la precisión de las estimaciones, en la presente investigación el M3 nuevamente fue considerado el más eficiente, seguido por el modelo M2 y el M4.

La relación entre el diámetro normal y el diámetro del tocón suele explicarse de manera confiable mediante un modelo lineal, sin embargo esto no parece cumplirse para la estimación del volumen ya que éste se predice con mayor exactitud mediante el uso de modelos potenciales (Corral-Rivas *et al.*, 2007; Martínez y Acosta, 2014).

5.7. CONCLUSIONES

A nivel de árbol individual se observan diferencias entre el valor real y el estimado que rebasan los dos m³. Sin embargo, esta condición se da únicamente para la estimación del volumen a nivel de árbol individual, ya que si se aplica para la estimación del volumen total del conjunto de árboles aprovechado la estimación es aceptable. El volumen total real de los árboles utilizados es de 231.03 m³ de madera; con el M3 esta variable se estima en 233.97 m³, es decir, la diferencia entre el volumen del predio y el estimado es de 2.93 m³, cantidad poco significativa relativa a la primera.

Los modelos predictores de volumen en función de diámetro del tocón son ineficientes a nivel de árbol individual, sin embargo, las predicciones son aceptables y cumplen con la finalidad de estimar el volumen total de un conjunto de árboles, lo cual es útil únicamente quedan los tocones como indicadores del material removido.

El volumen se puede estimar de forma precisa con base en el diámetro del tocón por medio del modelo potencial. Las relaciones generadas son de utilidad para reconstruir escenarios que por diversos motivos han sido alterados, en el caso del presente estudio se trata de rodales que son objetos de aprovechamientos maderables y los modelos generados aportarán información sobre el volumen total extraído.

5.8. REFERENCIAS

Aigbe H.I., W.W. Modogu y B.A. Oyebade. 2012. Modeling volume from stump diameter of *Terminalia ivorensis* (A. CHEV) in Sokponba Forest Reserve, Edo State, Nigeria. *ARPN Journal of Agricultural and Biological Science* 7(3):146-151. Bylin, C. V. (1982). Volume prediction from stump diameter and stump height of select species in Louisiana. *USDA For. Ser. Note SO-182*. New Orleans, LA. USA. 11 p.

- Corral-Rivas, J. J., Barrio-Anta, M., Aguirre-Calderón, O. A., & Diéguez-Aranda, U. (2007). Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volumen for major pine species in El Salto, Durango (México). *Forestry*, 80 (1), 29 - 40.
- Diéguez, A. U., Barrio A. M., Castedo, F. D. & Balboa, M. M. (2003). Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Invest. Agrar. Sist. Recur. For.* 12(2), 131-139.
- Martínez, L. J. & Acosta, R. A. (2014). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus Laurina*, en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosques*, 20(1), 59-70.
- Myers, C. A. (1963). Estimating volumes and diameters at breast height from stump diameters on southwestern ponderosa pine. Rocky Mountain Forest and Range Experiment Station. USDA For. Ser. Res. Note RM – 9. Fort Collins, CO. USA. 2 p.
- Nyland, R. D. (1977). Estimating volume from stump measurements for hardwoods. AFRI Res. Note 2. College of environmental Science and Forestry, Applied Forestry Research Institute. University of New York. Syracuse, NY. USA. 2 p.
- Ozcelik, R., J. Brooks, M. Diamentopoulou y H. Wiat. 2010. Estimating breast height diameter and volume from stump diameter for the tree economically important species in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research* 25(01):32-45.
- Parresol, B. R. (1998). Prediction and error of baldcypress stem volume from stump diameter. *South. J. Appl. For.* 22 (2), 69-73.

- Pompa, G. M., De los Santos P. H. M., Zepeda, B. M. E., & Corral, R. J. J. (2011). Un modelo dendrométrico para estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón. *Agrociencia*, 379-387.
- Quiñonez, B. G., Cruz, C. F., Vargas, L. B. Javier, H, F. (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales en Durango. *Revista Mexicana Ciencias Forestales*, 3 (9), 23-39.
- Raile, G. (1977). Estimating D.B.H. from stump dimensions. USDA For. Ser. Res. General Technical Report NC-48, 30-33.
- Robinson, A. P. and G. B. Wood. 1994. Individual tree volume estimation: a new look at new systems. *Journal of Forestry* 92(12): 25-29.
- SAS Institute Inc., 1996. SAS/STAT Software: Changes and Enhancements. Release 6.11. SAS Institute Inc., Cary, NC. USA.
- Weigel, D. R. & Johnson, P. S. (1997). Estimating dbh of southern Indiana oaks from stump diameter. USDA For. Ser. Tech. Brief TB – NC – 4. North Central Experiment Station. University of Missouri. Columbia, MI. USA. 4 p.

6. DISCUSIÓN GENERAL

Los modelos denominados altura-diámetro son un componente integral de los inventarios forestales utilizados muy frecuentemente para reducir los tiempos y costos de muestreo (Vanderschaaf, 2014). Su función principal es predecir la altura total en función del diámetro normal, algo muy conveniente debido a la fácil medición de este último respecto al primero. La predicción de alturas totales se puede realizar empleando modelos locales o modelos regionales de altura-diámetro.

Los primeros estudios dedicados a la predicción de alturas totales mediante la medición del diámetro normal se realizaron por medio de funciones lineales por Curtis (1967), más adelante Leroy (1989), Huang *et al.* (1992) y Zhang (1997) demostrarían que modelos no lineales pueden estimar con mayor exactitud la relación altura-diámetro.

Larsen y Hann (1987), Wang y Hann (1988), Krumland y Wensel (1988), incluyeron variables a nivel del rodal dentro de las ecuaciones para modelar la relación altura-diámetro con el objetivo de mejorar la capacidad predictiva, lo que da lugar a los modelos regionales altura – diámetro de mayor aplicabilidad y cobertura comparados con los modelos locales.

El número de parámetros presentes en una función es variable, existen algunas que dependen de uno a cuatro o más, sin embargo, se ha reportado que esta sobre parametrización puede dar lugar a problemas de convergencia o inestabilidad de los estimadores de los parámetros (Fang y Bailey, 1998; Trincado y Leal, 2006; López *et al.*, 2013). Al respecto, en el presente trabajo de investigación para los modelos locales los que estimaron la altura con mayor precisión fueron los compuestos por tres parámetros; por su parte para los regionales, los dos modelos con la mayor precisión en sus estimaciones fueron los compuestos, también, por tres y cuatro parámetros.

McClure (1968), Bylin (1982), Weigel y Johnson (1997) y Quiñonez *et al.* (2012), por mencionar algunos, han generado modelos que predicen el diámetro normal en función del diámetro del tocón en áreas donde los árboles han sido

removidos. Tales estudios son específicos del lugar en el cual fueron realizados, bajo ese mismo enfoque se consideró necesario ajustar modelos de esta naturaleza para *P. patula* y *P. pseudostrobus* que crecen formando rodales mixtos en la región Chignahuapan-Zacatlán ya que debido al alto potencial maderable que posee son comunes las áreas bajo manejo que sólo presentan los tocones como evidencia de la extracción propuesta en programas de manejo forestal autorizados.

La calidad de ajuste para los modelos propuestos se evaluó mediante estadísticos de bondad de ajuste, uno de ellos fue el coeficiente de determinación ajustado R^2_{adj} , en los modelos locales y regionales los coeficientes más elevados alcanzaron valores no mayores a 0.8830, no así el caso de los modelos de diámetro normal-diámetro del tocón donde el valor más alto fue de 0.9883, de acuerdo con Alder y Cailliez (1980) las mejores funciones pueden tener coeficientes de 0.70 y 0.80, aunque Gujarati (2004) plantea que un modelo es satisfactorio si el valor de éste es alrededor de 0.80.

6.1. REFERENCIAS

- Alder, D., & Cailliez, F. (1980). Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento, con referencia especial a los trópicos. Estudios FAO Montes 2 (22): 91 p.
- Bylin, C. V. (1982). Volume prediction from stump diameter and stump height of select species in Louisiana. USDA For. Ser. Note SO-182. New Orleans, LA. USA. 11 p.
- Curtis, R.O. (1967). Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth *Douglas fir*. Forest Science, 13(4), 365-375.
- Fang, Z., & Bailey, R. L. (1998). Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. Forest Ecology and Management, 110, 315-327.
- Gujarati, D. N. (2004). Econometría. 4a ed. McGraw-Hill Interamericana Editores. México, D.F. 972 p.

- Huang, S., Titus, S.J., & Wiens, D. (1992). Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22: 1297-1304.
- Krumland, B., & Wensel, L. (1988). A generalized height-diameter equation for Coastal California Species. *W. J. Appl. For.* 3(4), 113-115.
- Larsen, D. R., & Hann, D. W. (1987). Height-diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon. Forest Research Laboratory. Oregon State University, Corvallis. Research Bulletin 49. 16 p.
- Leroy, D. (1989). Height-diameter equations for young-growth red fir in California and the southern Oregon. Research Note PSW-408, USDA Pacific Southwest Forest and Range Experiment Station. 4 p.
- López, A. M., Trincado, G., Barrios, A., & Nieto, V. (2013). Modelos regionales de altura–diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. *Bosque*, 34(2), 233-241.
- McClure, J. P. (1968). Predicting tree dbh from stump measurements in the southeast. Southeastern Forest Experiment Station. USDA For. Ser. Res. Note SE-99. Asheville, NC. USA. 4 p.
- Quiñonez, B. G., Cruz, C. F., Vargas, L. B., & Javier, H. F. (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales en Durango. *Revista Mexicana Ciencias Forestales*, 3 (9), 23-39.
- Trincado, G., & Leal, C. (2006). Ecuaciones locales y generalizadas de altura–diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque*, 27(1), 23-34.
- VanderSchaaf, C. L. (2014). Mixed-effects height–diameter models for ten conifers in the inland Northwest, USA, *Southern Forests: a Journal of Forest Science*, 76 (1), 1-9.
- Wang, C., & Hann, D. W. (1988). Height-diameter equations for sixteen tree species in the Central Western Willamette Valley of Oregon. Forest Research Lab., College of Forestry, Oregon State University. 7 p.

Weigel, D. R., & Johnson, P. S. (1997). Estimating dbh of southern Indiana oaks from stump diameter. USDA For. Ser. Tech. Brief TB – NC – 4. North Central Experiment Station. University of Missouri. Columbia, MI. USA. 4 p.

Zhang, S., Amateis, R., & Burkhart, H.E. (1997). The influence of thinning on tree height and diameter relationships in loblolly pine plantations. South. J. Appl. For. 21, 199–205.

7. CONCLUSIÓN GENERAL

Pinus patula y *P. pseudostrobus* son las especies forestales con mayor abundancia y distribución en la región Chignahuapan-Zacatlán, Puebla, ubicada dentro de la UMAFOR 2108, ambas especies se destacan por la gran importancia comercial maderable que poseen y de acuerdo con ello resulta prioritaria la generación de herramientas silvícolas, tales como los modelos altura – diámetro locales y regionales aquí desarrollados, mismos que pueden contribuir a brindar soporte adecuado en el proceso de toma de decisiones para el adecuado manejo técnico y forestal sustentable del recurso.

Generar modelos que estiman el diámetro normal a partir del diámetro de tocón para la región de estudio resulta de gran importancia debido a que los bosques se encuentran bajo manejo y es común encontrar zonas en las que la masa forestal ha sido extraída, lo cual imposibilita la cuantificación del volumen total removido y con ello inspeccionar por medio de las autoridades competentes que los aprovechamientos maderables se hayan realizado conforme a lo programado y autorizado.

Los modelos generados a partir de relaciones alométricas deberán ser validados con el objetivo de que su aplicación tenga certidumbre al incorporarlos al manejo forestal actual en el contexto del desarrollo forestal sustentable.

En la región existen otras especies forestales con importancia comercial por lo que se considera conveniente ajustar modelos para las mismas y ampliar el número de herramientas silvícolas que permitan administrar el recurso de manera sustentable.