



Enseñar la explotación de la tierra,  
no la del hombre

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

## POSGRADO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA

FUNDAMENTACIÓN DE LOS MODOS Y REGÍMENES DE VIBRACIÓN DEL  
SISTEMA FRUTO-PEDICÉLO-PÉDUNCULO DEL MANGO (*Mangifera indica* L.)  
PARA LA COSECHA SELECTIVA DE LOS FRUTOS

### TESIS

QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA

PRESENTA:

PEDRO RAMÓN MAYANS CÉSPEDES



DIRECCION GENERAL ACADEMICA  
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES  
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES

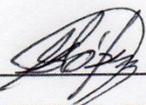
CHAPINGO, MÉXICO, 30 DE SEPTIEMBRE DE 2014



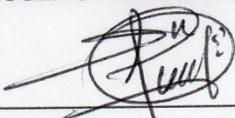
**FUNDAMENTACIÓN DE LOS MODOS Y REGÍMENES DE VIBRACIÓN DEL  
SISTEMA FRUTO-PEDICELO-PÉDUNCULO DEL MANGO (*Mangifera indica* L.)  
PARA LA COSECHA SELECTIVA DE LOS FRUTOS**

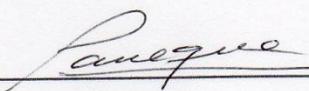
Tesis realizada por Pedro Ramón Mayans Céspedes bajo la dirección del Comité Asesor  
indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

**DOCTOR EN INGENIERÍA AGRÍCOLA  
Y USO INTEGRAL DEL AGUA**

DIRECTOR:   
DR. GILBERTO DE JESÚS LÓPEZ CANTEÑS

ASESOR:   
DR. EUGENIO ROMANCHIK KRIUCHKOVA

ASESOR:   
DR. LUCIANO PÉREZ SOBREVILLA

LECTOR EXTERNO:   
DR. PEDRO PANEQUE RONDÓN

## **DEDICATORIA**

A mis hijas Yudith y Yadira y al nieto Ulises quienes son la motivación de mi superación constante.

A mis padres Pedro Mayans Cruzata y Carmen L. Céspedes (E.P.D) por darme la vida e inculcarme los valores necesarios para forjarme un futuro próspero.

A mi esposa Guillermina Ortiz Zarco por su paciencia y tolerancia.

A Cuba, la tierra donde están mis raíces.

A mis hermanos que se encuentran en Cuba, que a pesar de las limitaciones, se sienten felices y orgullosos de la tierra que los vio nacer.

A la universidad de Cuba que me dio una profesión digna y competitiva.

A mis compañeros, amigos y demás familiares por haber compartido trabajo y diversión.

A todos ellos les deseo éxitos en la vida, no importa donde se encuentren.

## **AGRADECIMIENTOS**

A México por abrirme las puertas y considerarme uno más de sus hijos.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el financiamiento otorgado para realizar mis estudios de doctorado.

A la Universidad Autónoma Chapingo por darme la oportunidad de crecer personal y profesionalmente.

Al Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola por su apoyo durante los 4 años de estudios.

Al Dr. Gilberto de Jesús López Canteñs, Dr. Eugenio Romanchik Kriuchkova y Dr. Luciano Pérez Sobrevilla, todos ellos miembros del comité asesor por las valiosas observaciones realizadas a este trabajo.

Al Dr. Pedro Paneque Rondón por su ayuda incondicional.

Al Alumno Hiram Harif Avila Abud por su colaboración.

## **DATOS BIOGRÁFICOS**

El autor es Licenciado en Educación en la Especialidad de Construcción de Maquinaria en el Instituto Superior Pedagógico de la Enseñanza Técnica y Profesional en La Habana, Cuba en 1981, Ingeniero Mecanizador de la Producción Agropecuaria en el Instituto Superior de Ciencias Agropecuarias de La Habana, Cuba en 1987 y Maestro en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua en la Especialidad de Mecanización Agrícola en la Universidad Autónoma Chapingo, en el 2005.

Fue profesor del nivel superior con la categoría de asistente en la Facultad de Mecanización Agropecuaria del Instituto Superior de Ciencias Agropecuarias de La Habana desde 1981 hasta 1994 y catedrático de tiempo completo, con la categoría de C2 del Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo, desde febrero de 1996 hasta la fecha.

Se ha dedicado durante 33 años a la docencia, preparando e impartiendo múltiples cursos en la disciplina de máquinas agrícolas en las diferentes especialidades de las ciencias agropecuarias con un elevado nivel científico-técnico y metodológico.

En la República de Cuba recibió en varias ocasiones distinciones y reconocimientos por la labor docente-metodológica realizada, tales como miembro del cuadro de honor de la Facultad de Mecanización y Educador Ejemplar; la labor pedagógica y científica se ha complementado con la dirección, asesoría y participación como jurado de tesis profesionales, trabajos de cursos y jornadas científicas estudiantiles.

También se desempeñó como profesor principal de la cátedra de Máquinas Agrícolas y miembro de la comisión metodológica de la Facultad de Mecanización, participando en el perfeccionamiento de los planes y programas de la carrera de Mecanización Agropecuaria.

En el periodo de 1993-1994 prestó servicios como profesor invitado en el departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo.

Ha recibido durante su carrera 35 cursos de capacitación y publicado nueve artículos en revistas científicas.

Ha participado en los congresos VI, VII, VIII, IX y XI Congreso Latinoamericano y del Caribe de Ingeniería Agrícola (CLIA) celebrado en Costa Rica, Chile, Nicaragua, Brasil y México respectivamente. Y en los congresos III, VIII, IX, XV, XVI, XVII y XVIII de la Asociación Mexicana de Ingeniería Agrícola (AMIA) y X Congreso Argentino de Ingeniería Rural y II del MERCOSUR.

En la Universidad Autónoma Chapingo ha sido Árbitro de la Revista Chapingo Serie Ingeniería Agropecuaria desde 1996 hasta 2008. Arbitro de la Revista Chapingo Serie Ingeniería Agrícola y Biosistemas desde el 2008 hasta 2010. Miembro de la Comisión No. 1, "Diseño curricular" para la acreditación de la carrera de Ingeniería Mecánica Agrícola en el 2006. Coordinador de los viajes de estudios de la generación de sexto año de la carrera de Ingeniero Mecánica Agrícola. Miembro del programa de estímulos al desempeño docente desde 2006 hasta el 2010. Consejero Departamental en 1999 y 2000 y Consejero Universitario representando al Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola desde 2007 hasta 2009. Jefe del área de Desarrollo Tecnológico en 1999. Representante de la Universidad Autónoma Chapingo, ante el grupo de tractores e implementos agrícolas del Comité Técnico de Normalización Nacional de Maquinaria, Accesorios y Equipos Agrícolas (COTENNMAEA) desde el 2005 hasta el 2010. Aplicador y coordinador de examen de admisión de estudiantes aspirantes a entrar a la Universidad Autónoma Chapingo y asesor de mejor Tesis de Maestría del 2008 del Programa de Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua.

# CONTENIDO

	Página
ÍNDICE DE CUADROS.....	v
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vi
RESUMEN.....	x
ABSTRACT.....	x
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
1.1 El cultivo del mango en México y motivación.....	1
1.1.1 Situación actual de la cosecha de frutas por vibración.....	6
1.2 Justificación de la investigación.....	14
1.3 Objeto de investigación.....	15
1.4 Problema científico.....	15
1.5 Hipótesis.....	15
1.6 Objetivos.....	15
1.6.1 General.....	15
1.6.2 Particulares.....	15
1.7 Fundamentos teóricos.....	16
1.7.1. Modelo de vibración de los frutos.....	16
1.7.2 Vibrador de inercia de una masa excéntrica.....	19
1.7.3 Vibrador de inercia de dos masas excéntricas que giran en el mismo sentido	22
1.7.4 Vibradores de inercia de dos masas excéntricas que rotan en sentido contrario	25
1.7.5 Vibrador de inercia con mecanismo de biela manivela axial.....	28
1.7.6 Modelo de vibración del árbol.....	30
1.8 Modelación matemática del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo del mango de la variedad manila.....	34

1.9 Organización de la tesis.....	34
1.10 Referencias .....	35
<b>CAPÍTULO 2. PROPIEDADES DIMENSIONALES E INERCIALES DEL SISTEMA FRUTO- PEDICELO DEL MANGO RELACIONADAS CON LA COSECHA POR VIBRACIÓN .....</b>	<b>42</b>
2.1 Resumen .....	42
2.2 Abstract .....	43
2.3 Introducción.....	43
2.4 Materiales y métodos.....	46
2.4.1 Lugar de ejecución de los experimentos .....	46
2.4.2 Determinación de las características dimensionales de los frutos y pedicelos... 46	
2.4.3 Materiales y métodos para la determinación de las propiedades inerciales de los frutos.....	47
2.4.4 Materiales y métodos para la determinación de la masa y la densidad volumétrica .....	47
2.4.5 Materiales y métodos para la determinación de los momentos de inercia .....	48
Figura 3. Determinación de los momentos de inercia del fruto: a) Según el eje Y b) según el eje X. ....	48
2.5 Resultados y discusión.....	50
2.6 Conclusiones.....	57
2.7 Literatura citada .....	58
<b>CAPITULO 3. PROPIEDADES ELÁSTICAS DEL SISTEMA FRUTO-PEDICELO DEL MANGO RELACIONADAS CON LA COSECHA POR VIBRACIÓN .....</b>	<b>59</b>
3.1 Resumen .....	59
3.2 Abstract .....	60
3.3 Introducción.....	60
3.4 Materiales y métodos.....	63

3.4.1 Lugar de ejecución de los experimentos .....	63
3.4.2 Materiales y métodos para la determinación de las propiedades elásticas de los pedicelos .....	64
3.5 Resultados y discusión .....	69
3.6 Conclusiones .....	73
3.7 Literatura citada .....	74
<b>CAPITULO 4. MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL SISTEMA FRUTO-PEDICELO-PEDÚNCULO DEL MANGO DE LA VARIEDAD MANILA .....</b>	<b>76</b>
4.1 Resumen .....	76
4.2 Abstract .....	77
4.3 Introducción.....	77
4.4 Materiales y métodos.....	79
4.5 Resultados y discusión .....	82
4.5.1 Respuesta de frecuencia del desplazamiento y el ángulo de giro de los frutos ..	82
4.5.2 Respuesta de frecuencia de las acciones interiores en la zona de abscisión.....	83
4.5.3 Determinación de regímenes racionales de vibración .....	86
4.6 Conclusiones.....	89
4.7 Literatura citada .....	90
<b>CAPÍTULO 5. MODOS Y FRECUENCIAS DE VIBRACIÓN DEL SISTEMA FRUTO-PEDICELO-PEDÚNCULO DEL MANGO .....</b>	<b>92</b>
5.1 Resumen .....	92
5.2 Abstract .....	93
5.3 Introducción.....	93
5.4 Materiales y métodos.....	94
5.5 Resultados y discusión .....	96
5.6 Conclusiones.....	103

5.7 Literature citada .....	104
<b>CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y PERSPECTIVAS.....</b>	<b>106</b>
6.1 Conclusiones.....	106
6.2 Recomendaciones .....	109
6.3 Perspectivas .....	109
<b>ANEXOS .....</b>	<b>110</b>
Anexo 1 Histogramas de frecuencia del diámetro polar ( $d_1$ mm), de los frutos .....	110
Frutos verdes.....	110
Anexo 2. Histogramas de frecuencia del diámetro ecuatorial mínimo ( $d_2$ , mm) de los frutos.....	111
Anexo 3. Histogramas de frecuencia del diámetro ecuatorial máximo ( $d_3$ , mm) de los frutos.....	112
Anexo 4. Histogramas de frecuencia del diámetro medio del pedicelo ( $d_p$ , mm) de los frutos.....	113
Anexo 5. Histogramas de frecuencia de la longitud del pedicelo ( $L_p$ , mm) de los frutos. ....	114
Anexo 6. Histogramas de frecuencia de la masa (m, g) de los frutos. ....	115
Anexo 7. Histogramas de frecuencias de la rigidez de los pedicelos ( $EI$ , $N\cdot mm^2$ ), de los frutos.....	116
Anexo 8. Histogramas de frecuencias del coeficiente de Poisson ( $\mu$ ) de los frutos... ..	117
Anexo 9. Histogramas de frecuencias del momento flector de desprendimiento ( $N\cdot m$ ) de los frutos. ....	118

## ÍNDICE DE CUADROS

Página

### CAPÍTULO 2

Cuadro 1. Prueba de Tukey para las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo del mango de la variedad Manila en tres estadios de maduración..... 51

Cuadro 2. Valores de los estadígrafos de las características dimensionales del sistema fruto-pedicelo e inerciales del fruto para tres estadios de maduración ..... 54

CAPITULO 3 ..... 59

Cuadro 1. Resultados de la prueba de Tukey para las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo del mango de la variedad Manila en los tres estadios de maduración. .... 69

Cuadro 2. Valores de los estadígrafos de las propiedades elásticas del pedicelo y del sistema fruto-pedicelo determinadas experimentalmente para tres estadios de maduración ..... 71

### CAPÍTULO 5

Cuadro 1. Frecuencias propias (Hz) correspondientes a los 12 primeros modos de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo para las diferentes configuraciones. 99

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
<b>CAPÍTULO 1</b>	
Figura 1. Madurez fisiológica del mango. Figura 2. Madurez comercial del mango.....	2
Figura 3. Cosecha manual de mango en plantaciones jóvenes.....	3
Figura 4. Cosecha manual del mango con pértiga. ....	3
Figura 5. Vibrador inercial de biela-manivela (Parameswarakumar y Gupta (1991))......	7
Figura 6. Vibrador de inercia de dos masas excéntricas que rotan en sentido contrario. .....	8
Figura 7. Superficie de recepción compuesto por mallas sobre el suelo.....	8
Figura 8. Superficie de recepción compuesto por lonas suspendidas.....	9
Figura 9. Plataformas extensibles sobre remolque. ....	9
Figura 10. Cosechadora de frutas del tipo paraguas invertido. ....	10
Figura 11. Sistema de cosecha de dos plataformas.....	10
Figura 12. Vibrador de follaje con superficie de recepción incluido.....	11
Figura 13. Máquina barredora de frutos secos. ....	11
Figura 14. Representación esquemática del sistema máquina-árbol-fruto.....	12
Figura 15. Fuerzas que actúan sobre el fruto de masa $m$ . ....	18
Figura 16. Principio de trabajo de un vibrador de inercia de una masa excéntrica. ....	20
Figura 17. Fuerza resultante generada por vibrador de inercia de una masa excéntrica .....	20
Figura 18. Patrón obtenido con una masa excéntrica rotando en un sentido. ....	22
Figura 19. Vibrador multidireccional de dos masas excéntricas que giran en el mismo sentido.....	23

Figura 20. Fuerzas generadas por un vibrador de dos masas excéntricas que giran en el mismo sentido.....	23
Figura 21. Patrón obtenido para masas y excentricidades iguales y frecuencias angulares de igual sentido y diferente magnitud.....	24
Figura 22. Vibradores de inercia de dos masas excéntricas que giran en sentido contrario.....	25
Figura 23. Fuerzas generadas por un vibrador de inercia de dos masas excéntricas que giran en sentido opuesto. ....	25
Figura 24. Patrón obtenido con dos masas y excentricidades iguales y con frecuencias angulares de diferente magnitud y sentido. ....	27
Figura 25. Vibrador de inercia con mecanismo de biela-manivela axial.....	28
Figura 26. Esquema para la determinación del desplazamiento del brazo del vibrador. ....	28
Figura 27. Modelo de un sistema árbol-vibrador simplificado.....	31
Figura 28. Vibración del sistema árbol-vibrador de un plano. ....	32
Figura 29. Tipos de curvas de movimiento del árbol cuando éste es obligado a moverse en tres direcciones por cada vuelta. ....	33
<b>CAPÍTULO 2</b>	
Figura 1. Características dimensionales del sistema fruto-pedículo. ....	47
Figura 2. Medición de la masa y densidad volumétrica de los frutos. ....	47
Figura 3. Determinación de los momentos de inercia del fruto: a) Según el eje Y b) según el eje X. ....	48
Figura 4. Péndulo torsional para determinar el momento de inercia del cilindro patrón. ....	49
Figura 5. Curvas variacionales de los diámetros polar de los frutos.....	54

Figura 6. Curvas variacionales de los diámetros ecuatorial mínimos de los frutos. .... 55

Figura 7. Curvas variacionales de los diámetros ecuatorial máximos de los frutos. ... 55

Figura 8. Curvas variacionales de los diámetros medio del pedicelo..... 56

Figura 9. Curvas variacionales de la longitud del pedicelo..... 56

Figura 10. Curvas variacionales de la masa de los frutos. .... 57

**CAPITULO 3**

Figura 1. Dispositivos utilizados para determinar la rigidez del pedicelo. .... 64

Figura 2. Esquema para el cálculo de la rigidez del pedicelo. .... 65

Figura 3. Registro de los resultados en la computadora de los ensayos de rigidez del pedicelo..... 65

Figura 4. Valores iniciales ( $X$  y  $Y$ ) y finales ( $X + \Delta X$  y  $Y - \Delta Y$ ) en el sector del pedicelo. .... 66

Figura 5. Dispositivo para la medición del momento flector de desprendimiento del pedicelo..... 68

Figura 6. Registro del momento flector de desprendimiento en el ordenador. .... 68

Figura 7. Curvas variacionales de la rigidez de los pedicelos. .... 72

Figura 8. Curvas variacionales del coeficiente de Poisson..... 72

Figura 9. Curvas variacionales del momento flector de desprendimiento de los frutos. .... 73

**CAPITULO 4**

Figura 1. Representación del modelo de dos grados de libertad propuesto por Martínez..... 80

Figura 2. Respuesta de frecuencia del desplazamiento lineal y el ángulo de giro de los frutos..... 83

Figura 3. Respuesta de frecuencia del momento flector en la zona de abscisión y

fuerza traccional para una amplitud de la excitación de 20 mm. ....	84
Figura 4. Respuesta de frecuencia de la fuerza traccional en la zona de abscisión para una amplitud de la excitación de 20 mm. ....	85
Figura 5. Módulo del momento flector para una amplitud de 10 mm (modo pendular).86	
Figura 6. Módulo de la respuesta de frecuencias en el entorno de un modo de vibración pendular del momento flector en la zona de abscisión del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo en tres estadios de maduración del mango de la variedad Manila. Valores medios de las propiedades físico-mecánicas. ....	87
Figura 7. Módulo de las respuestas de frecuencias “límites” del momento flector en la zona de abscisión para una amplitud de la excitación de 10 mm. Modo de vibración pendular del mango de la variedad Manila. ....	88
Figura 8. Módulo de las respuestas de frecuencias del momento flector en la zona de abscisión para una amplitud de la excitación de 10 y 20 mm. Modo de vibración pendular para el mango de la variedad Manila.....	90

**CAPÍTULO 5**

Figura 1. Primeros 12 modos de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo para una configuración de 1 fruto por pedúnculo .....	100
Figura 2. Primeros 12 modos de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo para una configuración de 2 frutos por pedúnculo. ....	100
Figura 3. Primeros 12 modos de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo para una configuración de 3 frutos por pedúnculo. ....	101

**FUNDAMENTACIÓN DE LOS MODOS Y REGÍMENES  
DE VIBRACIÓN DEL SISTEMA FRUTO-PEDICEL-  
PEDÚNCULO DEL MANGO (*Mangifera indica* L.) DE  
LA COSECHA SELECTIVA DEL MANGO**

**Pedro Ramón Mayans Céspedes<sup>1</sup>  
Gilberto de Jesús López Cansteñs<sup>2</sup>**

**RESUMEN**

El mango es la fruta tropical más comercializada en el mundo después del aguacate y el plátano, siendo México el principal exportador y tercer productor del mundo. A pesar de la alta demanda de este frutal la cosecha se realiza manualmente. El presente trabajo tiene como objetivo determinar las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo del mango de la variedad Manila, en tres estadios de maduración, las cuales se utilizan como datos de entrada para aplicar la modelación matemática y obtener los regímenes óptimos de vibración para el desprendimiento selectivo de los frutos. Las muestras se tomaron de una parcela experimental localizada en Ídolos, Veracruz; se elaboró una metodología y se construyeron los dispositivos para obtener los valores medios de las dimensiones del fruto y el pedicelo, propiedades inerciales de los frutos, propiedades elásticas del pedicelo y el momento flector de desprendimiento del fruto. La prueba de Tukey indica que para el 95% de nivel de significación existe diferencias entre los valores medios de las propiedades objeto de estudio para frutos maduros, con maduración fisiológica y verde, siendo un aspecto que favorece la cosecha selectiva de los frutos. Se obtuvieron las respuestas de frecuencias del desplazamiento lineal, ángulo de giro, momento flector y fuerza de tracción en los tres niveles de maduración, observándose separación en las frecuencias de resonancia entre frutos maduros y verdes, lo que constituye una fortaleza para la cosecha selectiva de los frutos. En el primer módulo de vibración es suficiente una amplitud de 10 mm para desprender sólo los frutos maduros en un ancho de banda de 14.3 Hz (27.5–41.8 Hz), los frutos verdes comenzarían a desprenderse a partir de los 56 Hz, lo que le da mayor argumento a la cosecha selectiva del mango. En un módulo de vibración en contrafase se amplía aún más la separación entre las frecuencias de resonancia de los frutos maduros y verdes, estos se producen a valores de frecuencias de vibración más altas, lo que dificulta obtenerlo por medios mecánicos. El análisis modal y el de respuesta de frecuencia de aplicación del sistema se realizaron por elementos finitos.

**Palabras clave:** cosecha mecanizada, frutos maduros y verdes, modelación matemática

---

<sup>1</sup> Autor de tesis  
<sup>2</sup> Director de tesis

**FUNDAMENTS OF THE VIBRATION MODES AND  
REGIMES OF THE FRUIT-PEDICEL-PEDUNCLE  
SYSTEM OF MANGO (*Mangifera indica* L.) FOR  
SELECTIVE FRUIT HARVEST**

**Pedro Ramón Mayans Céspedes<sup>1</sup>  
Gilberto de Jesús López Cansteñs<sup>2</sup>**

**ABSTRACT**

Mango is the world's most commercialized tropical fruit after avocado and bananas. Mexico is its main exporter and the third largest producer in the world. In spite of its high demand, mangos are harvested manually. This study aimed to determine the physical-mechanical properties of the fruit-pedicel-peduncle system of the Manila mango variety at three stages of maturation. These properties are used as entry data to apply the mathematical model and obtain the optimal regimes of vibration for selective detachment of the fruits. The samples were taken from an experimental orchard located in Ídolos, Veracruz. A methodology was developed and devices were constructed to obtain the mean values of fruit and pedicel dimensions, inertial properties of the fruits, elastic properties of the pedicel and the fruit detachment bending moment. The Tukey test indicates that for a 95 % level of significance there are differences between the mean values of the study's target properties for ripe fruit, physiologically mature fruit and green fruit, an aspect that favors selective harvesting of these fruits. The responses to linear displacement frequencies, bending angle, bending moment and traction force were obtained for the three stages of maturation. A separation between resonance frequencies of ripe and green fruits was observed, constituting a strength for selective fruit harvest. In the first vibration module, an amplitude of 10 mm is sufficient to detach only ripe fruits in a band width of 14.3 Hz (27.5–41.8 Hz). Green fruits did not begin to detach until 56 Hz, a further argument in favor of selective mango harvesting. In a module of counterphase vibration, the separation between the resonance frequencies of ripe and green fruits is even wider and is produced at higher vibration frequencies, which are difficult to obtain by mechanical means. The modal analysis and that of the response of the system to application of frequencies were done using finite elements.

**Keywords:** mechanized harvesting, ripe and green fruits, mathematical modeling.

---

<sup>1</sup>Thesis author  
<sup>2</sup>Thesis advisor

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN GENERAL

### 1.1 El cultivo del mango en México y motivación

El mango se cultiva en más de 100 países y es uno de los frutos más consumidos a nivel mundial. Se encuentra ampliamente distribuido en países asiáticos y latinoamericanos, en general en regiones con clima cálido, cultivándose en todo el mundo alrededor de cuatro millones de hectáreas y se producen cerca de 28 millones de toneladas al año. En México, dentro de los frutales, el mango ocupa el segundo lugar, en cuanto a superficie sembrada con 176 781 490 hectáreas sólo por debajo del cultivo de la naranja que tiene una superficie de 348 558 260 hectáreas y por encima de los cultivos del limón, aguacate y plátano que cuentan con una superficie de 145 831 500, 101 881 820 y 80 923 280 hectáreas respectivamente (FAOSTAT, citado por Pérez, 2008).

Según AMSDA (2005) la superficie dedicada al cultivo del mango en hectáreas de los cuatro primeros países en el año 2002, sitúa a la India en primer lugar con 1 400 000 (44%), China en segundo lugar con 294 500 (9%), Tailandia con 269 909 (8%) en tercer lugar y México en el cuarto lugar con 166 969 (5%). En cuanto a producción de mango en toneladas en el año 2000 continua la India ocupando el primer lugar con 15 642 000 (54.2%), China en segundo lugar con 3 306 919 (11.5%), México en tercer lugar con 1 529 307 (5.3%). Con relación al rendimiento en t/ha en el año 2002, China ocupa el primer lugar con 12.1, México en segundo lugar con 9.8 y la India en tercer lugar con 8.0. En ese mismo año se produjeron en el mundo 26 millones de toneladas de mango. Para México, el cultivo del mango representa una fuente importante de empleo, ingresos y generación de divisas (AMSDA, 2005); sólo en el año 2002 ingresó al país 134 millones de dólares al exportar 195 mil toneladas de mango. México aporta a las exportaciones mundiales el

30% del total de la misma lo que lo sitúa como el primer exportador en el mundo, siendo los destinos los Estados Unidos y Japón principalmente.

La cosecha del mango se realiza fundamentalmente de forma manual tanto nacional como internacionalmente (Ramírez *et al.*, 2006; Yahia *et al.*, 2006; ICCA, 2007; Pérez, 2008). Teniendo en cuenta las grandes superficies dedicada al cultivo, el rendimiento de las plantaciones y los picos de cosecha durante los periodos de recolección, hacen de la cosecha una tarea que demanda una considerable fuerza de trabajo, elevada pérdida de frutos, baja productividad del trabajo y eficiencia económica.

La fruta debe cosecharse sólo cuando alcance su máximo crecimiento, que es el mismo de madurez fisiológica. Identificar en forma correcta el momento en que el fruto está maduro, será un factor determinante para la vida de poscosecha del producto. Según Gálvis (1995), es indispensable distinguir entre madurez fisiológica y comercial.

La madurez fisiológica se refiere a la etapa de desarrollo del mango en la que se ha producido el máximo crecimiento y maduración. La madurez comercial está íntimamente relacionada con las exigencias del mercado (figuras 1 y 2)



**Figura 1. Madurez fisiológica del mango. Figura 2. Madurez comercial del mango.**

Según Gálvis (1995), en plantaciones jóvenes o en árboles cuya copa no está todavía bien desarrollada y los frutos pueden ser alcanzados con la mano, el método usual de la cosecha consiste en separar la fruta del árbol con una pequeña torsión,

quebrantando el pedúnculo. Otra forma de cosechar es asegurar la fruta con una mano y con la otra cortar el pedúnculo a la longitud deseada, utilizando para ello tijeras podadoras (figura 3).



**Figura 3. Cosecha manual de mango en plantaciones jóvenes.**

Aquellos frutos de ramas altas se cosechan con una pértiga en la cual se ha fijado un gancho o navaja cortante, rodeado de una bolsa de lona o una red (Gálvis, 1995). La bolsa debe tener una capacidad para 4 a 6 mangos; no se debe incrementar el número de frutas por bolsa ni aumentar el tamaño de la bolsa, pues el exceso causaría mucha fatiga al cosechador (figura 4).



**Figura 4. Cosecha manual del mango con pértiga.**

Actualmente, dentro de las 53 especies frutícolas que se cultivan en el país, el mango ocupa el tercer lugar en superficie cosechada con el 16,5% del total nacional (detrás de la naranja y el plátano), las principales zonas productoras de mango se ubican en las regiones costeras. En los Estados de Veracruz, Sinaloa, Oaxaca, Nayarit, Michoacán, Guerrero, Chiapas, Jalisco, Colima y Campeche se localiza el 91% de la superficie cultivada, y aportan el 94% de la producción total (AMSDA, 2005).

La mecanización y automatización de las operaciones tecnológicas son las vías para el aumento de la productividad del trabajo, así como el incremento de la efectividad económica en los procesos productivos agrícolas. Una gran parte de la fuerza de trabajo para realizar las actividades productivas en el cultivo del mango, están asociadas a las labores de cosecha la cual se realiza manualmente.

Según Ramírez *et al.* (2007), los costos de producción relacionados con la cosecha del mango pueden representar hasta el 50% de los costos totales de producción del cultivo; de ahí que la vía fundamental para la reducción de estos costos debe estar encaminado en el aumento de la productividad del trabajo de los cosechadores a través de la introducción de medios y métodos de cosecha mecanizados o dispositivos que auxilien la cosecha manual.

Una alternativa para incrementar la productividad del trabajo y los indicadores de eficiencia económica es aprovechar la experiencia internacional que se tiene en la cosecha de frutas a través de la utilización de vibradores inerciales, los cuales pueden elevar la productividad hasta en 25 veces la de un cosechador manual (Ortiz-Cañavate y Hernanz, 1989).

El cultivo del mango posee época de pico de cosecha dentro de los plazos agrotécnicos de recolección de los frutos. En las regiones que cuentan con grandes superficies y la cosecha manual está limitada por la cantidad de fuerza de trabajo disponible, se originan notables pérdidas de frutos. Una solución a este problema sería la

utilización de tecnologías en el cultivo del mango que incorporen medios de recolección mecanizados.

Por otra parte, el mango se caracteriza por presentar diferentes estadios de maduración en un mismo árbol, lo que obliga a realizar las labores de cosecha en varias pasadas y encarece aún más el proceso de recolección.

El mango se consume como fruta fresca y productos procesados en forma de jugos, mermeladas, conservas, néctares, yogures, frutas deshidratadas entre otras presentaciones. En México existen alrededor de 20 plantas para el procesamiento del mango las cuales industrializan el 13% de la producción nacional (AMSDA, 2005). Hasta el presente, en el ámbito internacional y nacional se ha investigado poco sobre la cosecha mecanizada del mango. Parameswarakumar y Gupta (1991), diseñaron y desarrollaron un vibrador de inercia con mecanismo de biela-manivela al cual se le realizaron pruebas de laboratorio y de campo, para determinar parámetros de diseño, así como daños mecánicos a los frutos y al árbol. Los ensayos se efectuaron en dos variedades: la variedad Kaew para un rango de frecuencia de 9.79 a 19.8 Hz y amplitud de las vibraciones de 51 y 76 mm, mientras que en la variedad Pimesen Mun, el intervalo de frecuencia fue de 9.8 a 17.4 Hz y amplitud de 102 mm. Para minimizar el daño mecánico a los frutos emplearon como superficie de captura mallas de nylon, colocadas alrededor del árbol y levantadas a alturas de 600, 800, 1000, 1200 y 1400 mm del suelo. Aunque el daño ocasionado al chocar las frutas con las ramas y las propias frutas en dicha malla, es inevitable. Las sacudidas a las ramas fueron aquellas que disponían de diámetros entre 60 y 100 mm; la evaluación del daño a los árboles se determinó en función del volumen de la corteza arrancada. Se reporta que el máximo desprendimiento de los frutos (80-85%), se logró con amplitudes de 76 y 102 mm y frecuencia de vibración de 11 a 13 HZ durante un tiempo de sacudida de 4 s.

### **1.1.1 Situación actual de la cosecha de frutas por vibración**

En los principales países productores de frutas se han llevado a cabo un gran número de investigaciones y se han desarrollado una gran variedad de órganos de trabajo con la finalidad de lograr la mecanización de la cosecha de frutas.

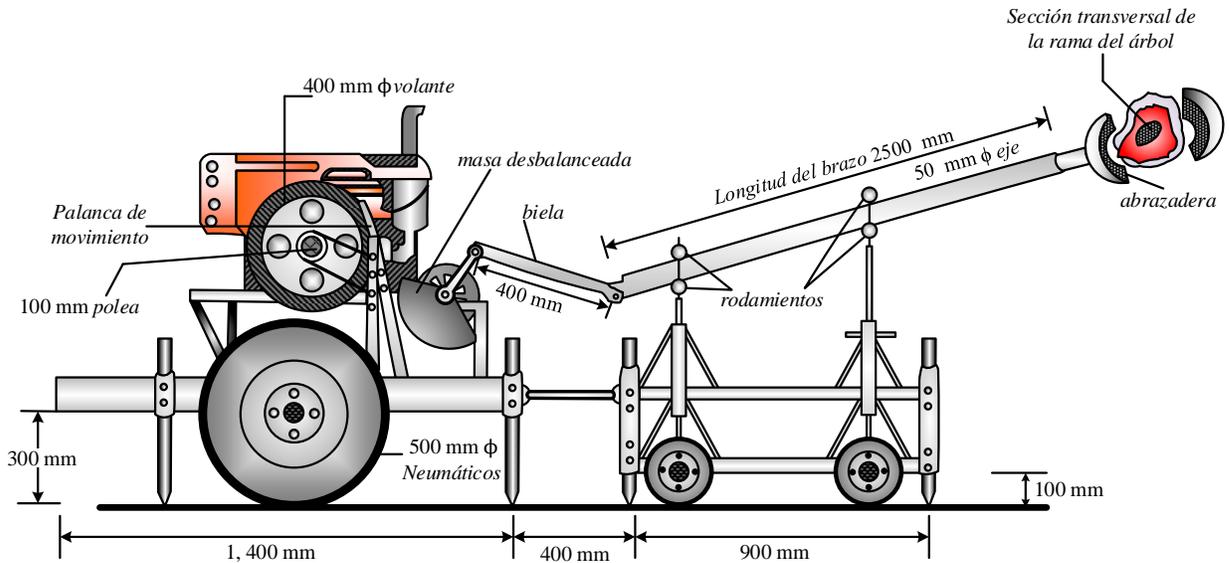
De toda la gran variedad de órganos de trabajo, sólo los sacudidores de árboles (vibradores mecánicos) han tenido determinadas aplicaciones en la escala de producción durante la cosecha de frutas destinadas al procesamiento industrial.

Con respecto al fruto destinado al consumo fresco, aún no existen equipos que logren la recolección mecánica de los frutos cumpliendo con los requerimientos de calidad, a causa del daño que son sometidos los frutos. Paralelamente, los equipos con que se ha logrado la cosecha mecanizada con un daño mínimo a los frutos, no satisfacen los requerimientos económicos y de productividad indispensable para su introducción en la producción.

Los vibradores de inercia se aplican al tronco, ramas y follaje de los árboles. Los dos primeros van pasando de árbol en árbol desprendiendo una gran parte de los frutos en una sola vez, es decir, con un solo acoplamiento; las vibraciones se producen de forma intermitente con una duración promedio de 10 segundos.

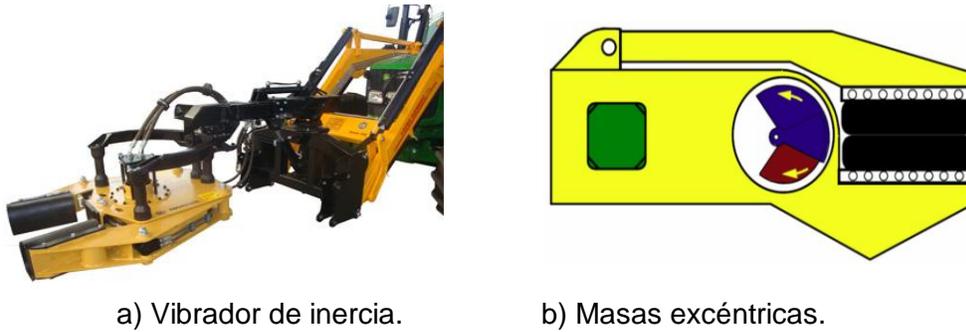
Los de Follaje no sujetan al árbol en ningún punto y tienen un movimiento continuo a lo largo de la hilera de plantas. Todos son máquinas recolectoras de desprendimiento masivo con una productividad que puede llegar a los 60 árboles por hora y una eficiencia de hasta el 90%. De acuerdo al modo de generar la vibración pueden ser de biela-manivela (figura 5), siendo los primeros en desarrollarlo Adrián y Fridley en la década de los 60 y los de masas excéntricas.

El vibrador de biela-manivela genera una fuerza de inercia variable en una sola dirección, de ahí que se conozcan como vibradores unidireccionales, se utilizan para sacudir ramas y necesitan de una poda del árbol. Trabajan a una frecuencia de rotación entre 400 y 1200  $\text{min}^{-1}$ .



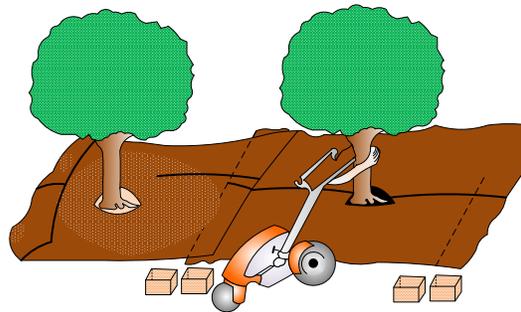
**Figura 5. Vibrador inercial de biela-manivela (Parameswarakumar y Gupta (1991)).**

Los vibradores de masas excéntricas generan la vibración por la rotación a velocidades y excentricidades diferentes de dos masas; éstas pueden rotar en el mismo sentido o en sentido opuesto produciendo una fuerza variable y multidireccional (figura 6). El más efectivo es el de dos masas que giran en sentido contrario y fue patentado por Brandt en 1965 y su principio constituye la base del funcionamiento de la totalidad de los vibradores del mercado actual. Pueden trabajar a velocidades de 1200 a 2400  $\text{min}^{-1}$ .



**Figura 6. Vibrador de inercia de dos masas excéntricas que rotan en sentido contrario.**

El trabajo del vibrador tiene que estar complementado por una superficie de recepción que evite que el fruto caiga al suelo incrementándose los daños mecánicos. Entre la superficie y equipos de recepción más utilizados se encuentran los siguientes: Mallas. El sistema consiste en disponer de unas mallas o redes en el suelo alrededor del árbol que se va a cosechar. Las mallas se recogen manualmente y se depositan en cajas o remolques (figura 7).



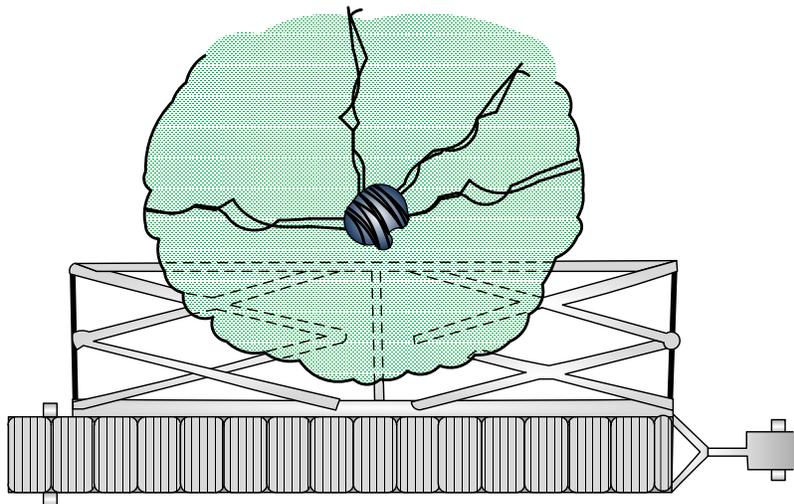
**Figura 7. Superficie de recepción compuesto por mallas sobre el suelo.**

Lonas. De material polimérico y caucho, ejercen un efecto similar al de las mallas, y se prestan de forma adecuada al procedimiento descrito de ser desplegadas alrededor de los árboles y recogidas de forma manual posteriormente (figura 8).



**Figura 8. Superficie de recepción compuesto por lonas suspendidas.**

Las plataformas extensibles sobre remolque, se aproximan hasta el tronco de los árboles y mediante un sistema articulado (del tipo tijera). La lona recibe los frutos en su caída y se recoge sobre las cintas transportadoras y un cargador de cajas con que cuenta el remolque (figura 9).



**Figura 9. Plataformas extensibles sobre remolque.**

Actualmente existen en el mercado máquinas combinadas para la cosecha de frutas que realizan varias operaciones: desprendimiento del fruto, recogida del fruto en una superficie de recepción, limpieza y colocación de los frutos en contenedores entre otros. Algunas de estas máquinas se describen a continuación.

Paraguas invertido. Consta de un vibrador (figura 10), que después de colocarse en posición de trabajo frente al árbol que se desea vibrar, extiende una lona en forma de cono invertido abarcando toda la superficie de caída de los frutos (Ortiz-Cañavate y Hernanz, 1989).

Los frutos desprendidos caen al centro del cono y de aquí mediante bandas transportadoras pasan a un sistema de limpieza y finalmente a los contenedores.



**Figura 10. Cosechadora de frutas del tipo paraguas invertido.**

Otro sistema muy utilizado en la cosecha de frutas es el de doble plataforma que actúan a ambos lados del árbol, cubriendo entre las dos la superficie de caída de los frutos. Normalmente una de ella lleva el vibrador y la mitad de la superficie de recepción y la otra lleva la mitad restante, el sistema de limpieza, dispositivo de llenado de los contenedores, etc. (figura 11).



**Figura 11. Sistema de cosecha de dos plataformas.**

También existen en el mercado, vibradores de follajes con la superficie de recepción incluida que han tenido mucho éxito en el desprendimiento de frutos pequeños como café, uva entre otros (figura 12).



**Figura 12. Vibrador de follaje con superficie de recepción incluido.**

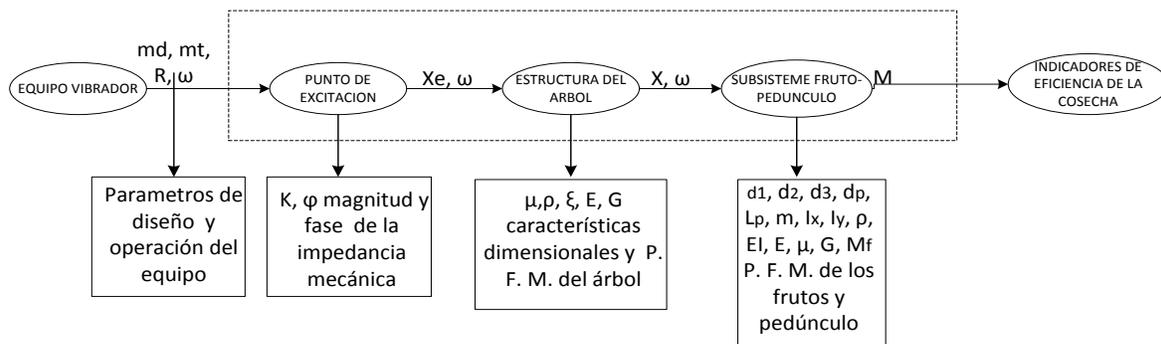
Además existen en el mercado máquinas barredoras que levantan desde el suelo los frutos caídos y que han tenido buenos resultados en cítricos y en la recolección de frutos secos. Las cuales hacen las funciones de concentración, elevación, limpieza y colocación de los frutos en contenedores. La actuación de estas máquinas requieren de una buena preparación del terreno antes de la recolección (figura 13).



**Figura 13. Máquina barredora de frutos secos.**

Como se observa existe una gran diversidad de máquinas para la cosecha de frutos por vibración. Su utilización depende de las características dimensionales y propiedades físico-mecánicas del árbol y del sistema fruto-pedúnculo, extensión y pendiente de la parcela, rendimiento, marco de plantación, poda de los árboles, entre otras. Se puede decir que existen los equipos y las tecnologías para la cosecha de frutas por vibración, que pueden ser aplicable al mango. Solo se debe crear las condiciones favorables para introducir la mecanización de la cosecha, además de un estudio teórico-experimental que permita conocer los regímenes óptimos de vibración para una cosecha selectiva de los frutos.

El sistema máquina-árbol-fruto es un sistema complejo compuesto de varios subsistemas, uno de los modelos más completos para el estudio de este sistema (figura 14.) fue elaborada por Llanes *et al.* (2000) y su aplicación ha sido validada experimentalmente con éxito durante el desprendimiento de frutos por vibraciones en cítricos, guayaba y café.



**Figura 14. Representación esquemática del sistema máquina-árbol-fruto.**

Al ser acoplado el vibrador a un punto de excitación del árbol, se aplica a éste una fuerza excitadora ( $F_e$ ) y como resultado de esta excitación en el punto de aplicación se genera un movimiento vibratorio originando un desplazamiento ( $X_e$ ) del punto de aplicación de la excitación que estará determinado por los parámetros de diseño y operación del equipo vibrador, tales como la masa desbalanceada ( $m_d$ ), masa total del

vibrador ( $m$ ), frecuencia de las oscilaciones ( $\omega$ ) y excentricidad de la masa desbalanceada ( $R$ ) así como la magnitud ( $K$ ) y fase de la impedancia mecánica ( $\varphi$ ).

Las vibraciones aplicadas al punto de excitación se transmiten a través de la estructura del árbol hasta el subsistema fruto-pedúnculo, el estudio de la transmisión de las vibraciones a través de la estructura del árbol es necesario con vista a determinar la amplitud ( $x$ ) de las vibraciones que excitan al subsistema fruto-pedúnculo en diferentes zonas del árbol.

El árbol es sometido a vibraciones forzadas; diferentes puntos de sus estructura oscilarán en el estado estacionario con la frecuencia ( $\omega$ ) correspondiente a la frecuencia de excitación, dependiente de la amplitud y fase de las oscilaciones de estos puntos, así será el comportamiento modal que asuma el fruto en el árbol ante esta frecuencia. La transmisión de las vibraciones a la estructura del árbol estará determinado por la amplitud y frecuencia en el punto de excitación así como las características dimensionales y propiedades físico- mecánicas del árbol, tales como el módulo de elasticidad a la flexión ( $E$ ) y a la torsión ( $G$ ), coeficiente de Poisson ( $\mu$ ), la densidad volumétrica ( $\rho$ ), razón de amortiguamiento ( $\varepsilon$ ), así como los momentos de inercia ( $I$ ) de las ramas entre otras.

La excitación sinusoidal de la frecuencia ( $\omega$ ) y la amplitud ( $x$ ) provocara la oscilación del subsistema fruto-pedúnculo y la aparición del momento flector ( $M$ ) en la zona de abscisión que debe superar el momento flector ( $M_f$ ) necesario para lograr el desprendimiento del fruto. El modo de vibración que asuma el subsistema fruto-pedúnculo estará dado por la amplitud y frecuencia de las oscilaciones y por las propiedades físico- mecánicas, tales como el diámetro polar ( $d_1$ ), el diámetro ecuatorial mínimo ( $d_2$ ), el diámetro ecuatorial máximo ( $d_3$ ), el diámetro del pedúnculo ( $d_p$ ), longitud del pedúnculo ( $L_p$ ), masa del fruto ( $m$ ), densidad volumétrica del fruto ( $\rho$ ) y los momentos de inercia en el eje menor ( $I_x$ ) y en el eje mayor ( $I_y$ ), la rigidez del pedúnculo ( $EI$ ), módulo de elasticidad

a la flexión (E) y a la torsión (G), el coeficiente de poisson ( $\mu$ ) y el momento flector de desprendimiento del pedúnculo (Mf).

## **1.2 Justificación de la investigación**

El método más utilizado económicamente en la actualidad para la recolección integral de frutas es aquel en el cual el órgano de trabajo trasmite su acción al fruto sin ejercer contacto directo con él (Silveira, 1980). El elemento fundamental es el vibrador, que mediante sacudidas al árbol produce la caída de los frutos.

Debe estudiarse para cada árbol y sistema fruto-pedúnculo, los regímenes óptimos de vibración con el fin de derribar la máxima cantidad de frutos maduros y la mínima de verdes en el menor tiempo posible sin producir daños mecánicos al árbol y a los frutos.

Del análisis de la experiencia internacional de la cosecha mecanizada de frutas, los mejores resultados se han obtenido a través de la aplicación de la vibración al árbol y su transmisión al sistema fruto-pedúnculo (Herrera, 1980; Castillo, 1995; Llanes, 2000).

Parameswarakumar y Gupta (1991), obtuvieron los mejores resultados en cuanto a desprendimiento del fruto del mango y daños mecánicos al árbol cuando el vibrador se operó a una frecuencia de vibración entre 11 y 13 Hz, excentricidad de la manivela de 76 a 102 *mm* y tiempo de vibración de 4 s.

Los valores de frecuencias antes mencionados corresponden a un modo de vibración pendular del sistema fruto-pedúnculo, sin embargo, no se ha investigado otros modos y regímenes de vibración del sistema para evaluar su comportamiento en la selectividad de la cosecha del mango.

Gálvez *et al.* (2007) señalaron que las variedades de mango que preferentemente se cultivan en México son, el Manila que ocupa el (35%); Tommy Atkins, Haden e Irwin el (25%) y las variedades criollas el (40%). Por otra parte Martínez y de la Trinidad, citado por Pérez (2008), afirman que del total de superficie sembrada, el 25% corresponde a la

variedad Manila seguida por las variedades Ataulfo y Haden con un 16 y 15 % respectivamente.

Por lo anteriormente planteado se justifica el tema de investigación y se establecen: **objeto de investigación, problema científico, hipótesis y objetivos (general y particular)**

### **1.3 Objeto de investigación**

La fundamentación de los modos y los regímenes de vibración del sistema fruto-pedúnculo del mango (*Mangifera Indica L.*) de la variedad Manila.

### **1.4 Problema científico**

La mecanización de la cosecha del mango a escala internacional y nacional se ha visto limitado porque su consumo, en lo fundamental es como fruta fresca, sin embargo, la demanda de productos procesados ha venido incrementándose en los últimos años. Esto justifica el empleo de sistemas de cosecha que garanticen determinado grado de selectividad en el desprendimiento de los frutos, aumento de la productividad del trabajo y los índices económicos.

### **1.5 Hipótesis**

A partir de un estudio teórico-experimental de la dinámica fruto-pedúnculo del mango es posible fundamentar los modos y los regímenes de vibración que permitan obtener índices superiores de selectividad durante la cosecha mecanizada del mango.

### **1.6 Objetivos**

#### **1.6.1 General**

Fundamentar los modos y los regímenes de vibración más apropiados del sistema fruto-pedúnculo del mango de la variedad Manila, que permitan lograr altos grados de selectividad durante la cosecha mecanizada de este producto.

## 1.6.2 Particulares

1. Determinar las principales propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedúnculo del mango de la variedad Manila relacionado con la cosecha mecanizada por vibración
2. Aplicar la modelación matemática mediante las herramientas de diseño asistido por computadora y el método de análisis por elementos finitos del sistema fruto-pedúnculo del mango con vista a predecir los modos y regímenes de vibración más apropiados para el desprendimiento selectivo de los frutos.

## 1.7 Fundamentos teóricos

### 1.7.1. Modelo de vibración de los frutos

El estudio de las vibraciones de los frutos ha sido realizado por Ortiz-Cañavate y Hernanz, (1989).

haciendo ciertas abstracciones con el objeto de simplificar el modelo físico a un modelo matemático con un número limitado de grados de libertad.

Al someter a un fruto a una vibración, influyen fenómenos de tracción, flexión, torsión y fatiga, que combinados hacen que el fruto se desprenda.

Se toma como modelo matemático de un fruto el de un péndulo simple, en el cual el punto de articulación  $C$  está sometido a un movimiento armónico (figura 15).

Suponiendo que el punto  $C$  de enganche del pedúnculo del fruto a la rama está sometido a un movimiento vertical con una frecuencia  $f$  y una amplitud  $y$  que se puede calcular como:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1)$$

donde:

$f$  - frecuencia,  $Hz$ ;

$\omega$  - velocidad angular del movimiento armónico de excitación,  $s^{-1}$ .

El desplazamiento vertical y está caracterizado por la ecuación siguiente:

$$y = r \operatorname{sen} \omega t \quad (2)$$

Diferenciando la ecuación anterior respecto al tiempo se tiene la velocidad  $v_y$  y aceleración  $a_y$  del punto de enganche C.

$$v_y = \frac{dy}{dt} = r\omega \cos \omega t \quad (3)$$

$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = -r\omega^2 \operatorname{sen} \omega t \quad (4)$$

Durante el desplazamiento del punto C en la vertical la masa  $m$  describe un arco  $S$  definido por la ecuación:

$$S = \ell \theta \quad (5)$$

donde:

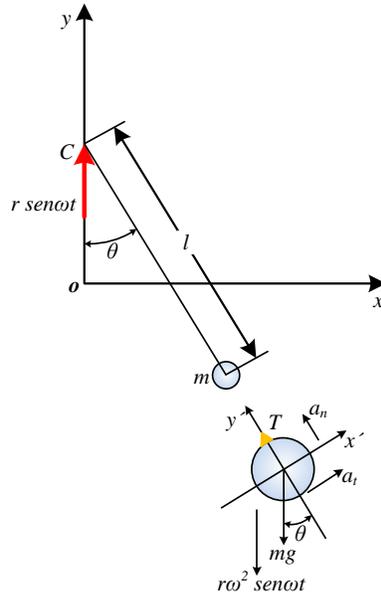
$\ell$  - longitud del pedúnculo,  $m$ ;

$\theta$  - Ángulo formado entre el pedúnculo y la vertical,  $rad$ .

Diferenciando la ecuación (5) respecto al tiempo se obtiene la velocidad  $u$  y aceleración tangencial  $a_t$ .

$$u = \frac{\ell d\theta}{dt} \quad (6)$$

$$a_t = \frac{\ell d^2\theta}{dt^2} \quad (7)$$



**Figura 15. Fuerzas que actúan sobre el fruto de masa  $m$ .**

La aceleración normal  $a_n$  se calcula como:

$$a_n = \frac{u^2}{\ell} = \frac{\omega \cdot \ell^2}{\ell} = \omega^2 \cdot \ell \quad (8)$$

Si  $\frac{d\theta}{dt} = \omega$ , entonces

$$a_n = \frac{d\theta}{dt}^2 \cdot \ell \quad (9)$$

Si  $m$  es la masa del fruto y  $T$  la tensión que soporta el pedúnculo, las ecuaciones del movimiento en  $x', y'$  son:

$$\Sigma F_{y'} = ma_{y'} = T - mg \cos \theta = m \omega^2 \ell - r \omega^2 \sin \omega t \cos \theta \quad (10)$$

$$\Sigma F_{x'} = ma_{x'} = -mg \sin \theta = m \frac{\ell d^2 \theta}{dt^2} - r \omega^2 \sin \omega t \sin \theta \quad (11)$$

En resumen, las ecuaciones del movimiento en  $x', y'$  están caracterizadas por:

$$T - mg \cos \theta = m \omega^2 \ell - r \omega^2 \sin \omega t \cos \theta \quad (12)$$

$$-mg \sin \theta = m \frac{\ell d^2 \theta}{dt^2} - r \omega^2 \sin \omega t \sin \theta \quad (13)$$

La ecuación (12) se puede escribir como:

$$\Sigma F_{y'} = ma_{y'} = T - mg \cos \theta = \frac{d\theta}{dt} \cdot \ell - r\omega^2 \sin \omega t \cdot \cos \theta \quad (14)$$

Para ángulos pequeños ( $\theta < 5^\circ$ ),  $\sin \theta = \theta$  y la ecuación (13) toma la forma:

$$\begin{aligned} -mg\theta &= m \frac{\ell d^2\theta}{dt^2} - r\omega^2 \sin \omega t \cdot \theta \\ \frac{\ell d^2\theta}{dt^2} + g\theta - r\omega^2 \sin \omega t \cdot \theta &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Dividiendo por  $\ell$  la ecuación anterior:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\theta}{\ell} g - r\omega^2 \sin \omega t = 0 \quad (16)$$

La ecuación diferencial (16) define el movimiento oscilatorio del fruto en el plano vertical.

Cuando cesa el movimiento vertical  $\omega = 0$ , la ecuación (16) toma la forma:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\theta g}{\ell} = 0 \quad (17)$$

La ecuación (17) define el movimiento de un pedúnculo simple donde la frecuencia natural del sistema  $\omega_n$  se calcula como:

$$\omega_n = \frac{\bar{g}}{\ell} \quad (18)$$

La ecuación (12) toma la forma:

$$T - mg \cos \theta = 0 \quad (19)$$

La ecuación anterior se puede escribir como  $T = mg \cos \theta$ , siendo las únicas responsables del desprendimiento de los frutos las fuerzas de tracción.

### 1.7.2 Vibrador de inercia de una masa excéntrica

La generación de este tipo de movimiento es muy simple. En la figura 16 se muestra una masa excéntrica  $m$  que gira con una velocidad angular  $\omega$  constante a una distancia  $r$  del centro de coordenadas  $xy$ . En la figura 17 se muestra la fuerza resultante.

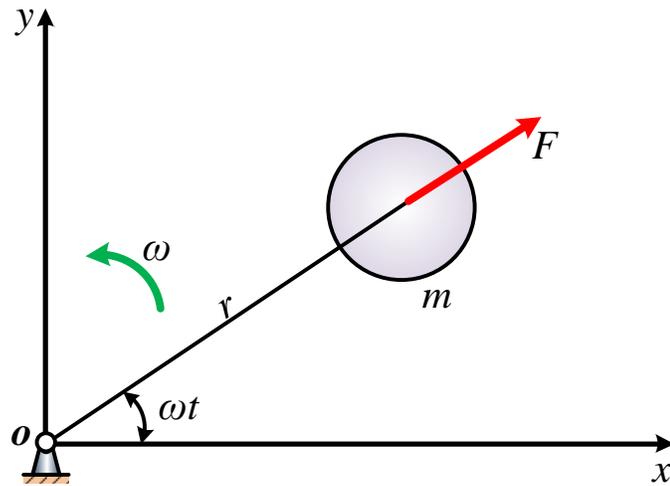


Figura 16. Principio de trabajo de un vibrador de inercia de una masa excéntrica.

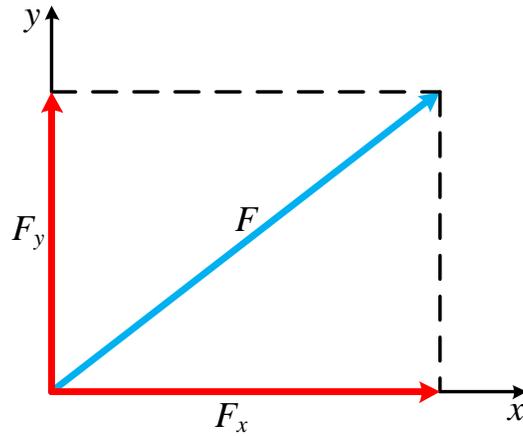


Figura 17. Fuerza resultante generada por vibrador de inercia de una masa excéntrica.

Los desplazamientos en los ejes coordenados  $x$ ,  $y$  serán:

$$x = r \cos \omega t \quad (20)$$

$$y = r \sin \omega t \quad (21)$$

Diferenciando (20) y (21) con respecto al tiempo se obtienen las expresiones para el cálculo de la velocidad  $v$  y aceleración  $a$  en los respectivos ejes de coordenadas.

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -r \omega \operatorname{sen} \omega t \quad (22)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = r \omega \operatorname{cos} \omega t \quad (23)$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -r \omega^2 \operatorname{cos} \omega t \quad (24)$$

$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = -r \omega^2 \operatorname{sen} \omega t \quad (25)$$

Las componentes de las fuerzas  $F_x$  y  $F_y$  (Figura 17) se calculan como:

$$F_x = m a_x = -m r \omega^2 \operatorname{cos} \omega t \quad (26)$$

$$F_y = m a_y = -m r \omega^2 \operatorname{sen} \omega t \quad (27)$$

La resultante  $F$  se calcula como:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F = \sqrt{m^2 r^2 \omega^4 \operatorname{cos}^2 \omega t + m^2 r^2 \omega^4 \operatorname{sen}^2 \omega t}$$

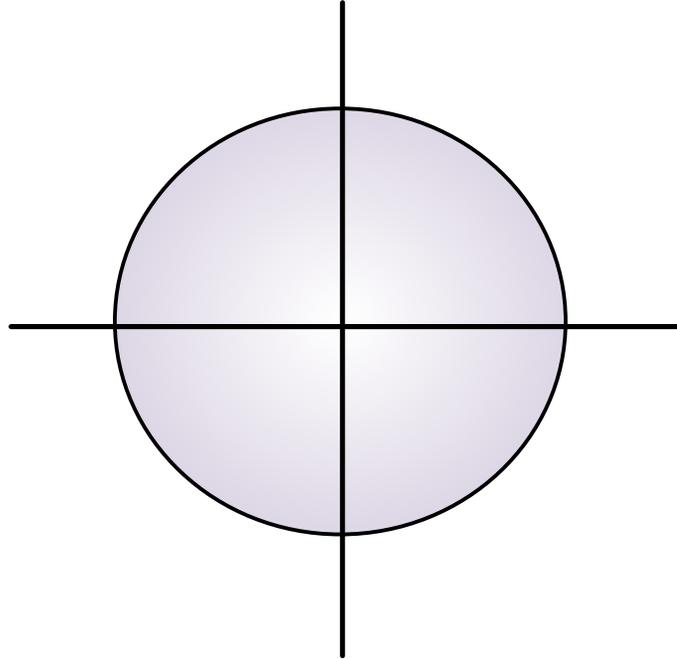
$$F = \sqrt{m^2 r^2 \omega^4 (\operatorname{cos}^2 \omega t + \operatorname{sen}^2 \omega t)} \quad (28)$$

Conociendo que  $\operatorname{cos}^2 \omega t + \operatorname{sen}^2 \omega t = 1$ ; la ecuación (28) toma la forma

$$F = \sqrt{m^2 r^2 \omega^4} = m r \omega^2 \quad (29)$$

A partir de la ecuación (28) se puede calcular la fuerza centrífuga generada por un vibrador de una masa excéntrica.

La trayectoria descrita por el extremo de la resultante  $F$  en el tiempo corresponde a un círculo (figura 18) por lo que la vibración de un árbol con este tipo de vibrador no presenta características favorables en cuanto a la caída de los frutos ya que a pesar de ser una fuerza multidireccional tiene un valor constante y no produce sacudidas violentas que propicie el desprendimiento del fruto.



**Figura 18. Patrón obtenido con una masa excéntrica rotando en un sentido.**

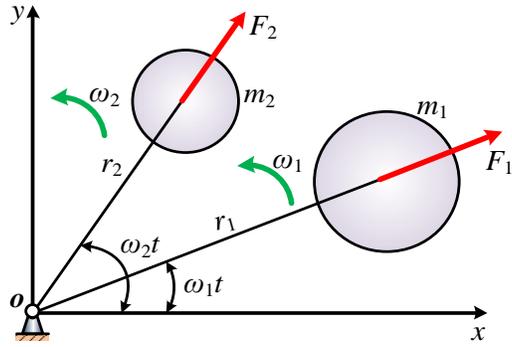
### **1.7.3 Vibrador de inercia de dos masas excéntricas que giran en el mismo sentido**

Considerando dos masas excéntricas  $m_1$  y  $m_2$  (figura 19) que giran a velocidades angulares  $\omega_1$  y  $\omega_2$  alrededor del centro de coordenadas con los radios de giros  $r_1$  y  $r_2$  generan en el vibrador fuerzas centrífugas  $F_1$  y  $F_2$  que vienen definidas por las expresiones.

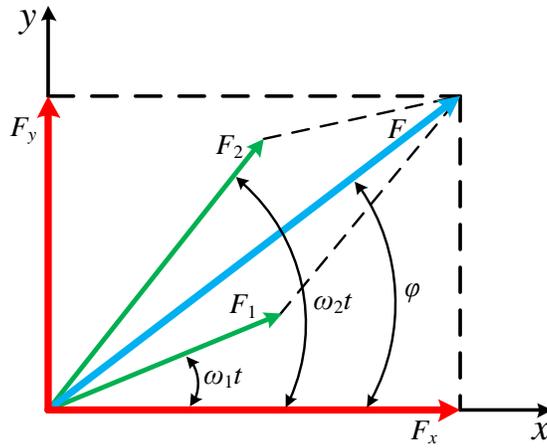
$$F_1 = m_1 r_1 \omega_1^2 \quad (30)$$

$$F_2 = m_2 r_2 \omega_2^2 \quad (31)$$

De acuerdo a la figura 20 las componentes  $F_x$  y  $F_y$  se calculan como:



**Figura 19. Vibrador multidireccional de dos masas excéntricas que giran en el mismo sentido.**



**Figura 20. Fuerzas generadas por un vibrador de dos masas excéntricas que giran en el mismo sentido.**

$$F_x = F_1 \cos \omega_1 t + F_2 \cos \omega_2 t \quad (32)$$

$$F_y = F_1 \sin \omega_1 t + F_2 \sin \omega_2 t \quad (33)$$

El ángulo  $\varphi$  que define la dirección de la resultante  $F$  se calcula a través de la ecuación:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{F_1 \sin \omega_1 t + F_2 \sin \omega_2 t}{F_1 \cos \omega_1 t + F_2 \cos \omega_2 t} \quad (34)$$

La resultante  $F$  se calcula como:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F = \sqrt{F_1^2 \cos^2 \omega_1 t + F_2^2 \cos^2 \omega_2 t + F_1^2 \sin^2 \omega_1 t + F_2^2 \sin^2 \omega_2 t} \quad (35)$$

Desarrollando la ecuación anterior:

$$F = \sqrt{F_1^2 \cos^2 \omega_1 t + 2F_2 F_1 \cos \omega_2 t \cdot \cos \omega_1 t + F_2^2 \cos^2 \omega_2 t + F_1^2 \sin^2 \omega_1 t + 2F_1 F_2 \sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t + F_2^2 \sin^2 \omega_2 t} \quad (36)$$

Agrupando la ecuación (36)

$$F = \sqrt{F_1^2 \cos^2 \omega_1 t + \sin^2 \omega_1 t + 2F_2 F_1 \cos \omega_2 t \cdot \cos \omega_1 t + \sin \omega_2 t \cdot \sin \omega_1 t + F_2^2 \cos^2 \omega_2 t + \sin^2 \omega_2 t} \quad (37)$$

Finalmente se tiene que:

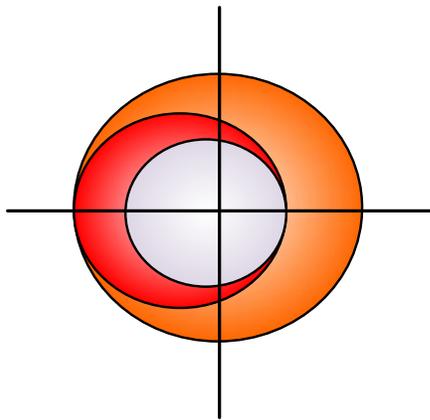
$$F = \sqrt{F_1^2 + 2F_2 F_1 \cos \omega_2 t - \omega_1 t + F_2^2} \quad (38)$$

Cuando:  $m_1 = m_2 = m$ ;  $r_1 = r_2 = r$ ;  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ; se sustituye en (38)

$$F = 2 m r \omega^2 \quad (39)$$

La ecuación (39) corresponde a un vibrador de una masa excéntrica.

Al evaluar la ecuación (38) se puede obtener diferentes trayectorias que describe el extremo de la resultante. Cuando las dos masas y excentricidades son iguales rotando en el mismo sentido con frecuencias angulares diferentes, el extremo de la resultante describe curvas de tipo espiral que se cierran y abren continuamente (figura 21). Este tipo de patrón de vibraciones es recomendable para la cosecha de cítricos mediante vibradores de tronco.



**Figura 21. Patrón obtenido para masas y excentricidades iguales y frecuencias angulares de igual sentido y diferente magnitud.**

### 1.7.4 Vibradores de inercia de dos masas excéntricas que rotan en sentido contrario

En la figura 22 se muestra el principio de trabajo de un vibrador de dos masas excéntricas  $m_1$  y  $m_2$  que giran a velocidades angulares  $\omega_1$  y  $\omega_2$  opuestas y separadas a la distancia  $r_1$  y  $r_2$  con respecto al centro de giro  $O$  del sistema de coordenadas  $xy$ . En la figura 23 se muestran las fuerzas generadas.

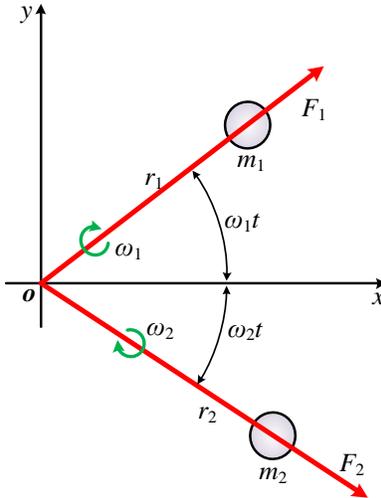


Figura 22. Vibradores de inercia de dos masas excéntricas que giran en sentido contrario.

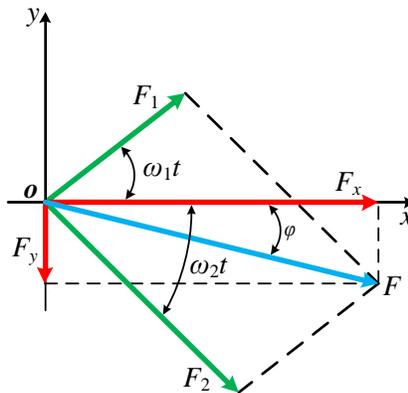


Figura 23. Fuerzas generadas por un vibrador de inercia de dos masas excéntricas que giran en sentido opuesto.

En este caso se tiene que las componentes de las fuerzas  $F_x$  y  $F_y$  se calculan como:

$$F_x = F_1 \cos \omega_1 t + F_2 \cos \omega_2 t \quad (40)$$

$$F_y = F_1 \sin \omega_1 t - F_2 \sin \omega_2 t \quad (41)$$

La resultante F se calcula a través de la ecuación.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F = \sqrt{F_1^2 \cos^2 \omega_1 t + F_2^2 \cos^2 \omega_2 t + F_1^2 \sin^2 \omega_1 t - 2F_1 F_2 \sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t + F_2^2 \sin^2 \omega_2 t} \quad (42)$$

Desarrollando la ecuación (42)

$$F = \sqrt{F_1^2 \cos^2 \omega_1 t + 2F_2 F_1 \cos \omega_2 t \cdot \cos \omega_1 t + F_2^2 \cos^2 \omega_2 t + F_1^2 \sin^2 \omega_1 t - 2F_1 F_2 \sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t + F_2^2 \sin^2 \omega_2 t} \quad (43)$$

Agrupando la ecuación (43)

$$F = \sqrt{F_1^2 \cos^2 \omega_1 t + \sin^2 \omega_1 t + 2F_2 F_1 \cos \omega_2 t \cdot \cos \omega_1 t - \sin \omega_2 t \cdot \sin \omega_1 t + F_2^2 \cos^2 \omega_2 t + \sin^2 \omega_2 t} \quad (44)$$

Finalmente se tiene que:

$$F = \sqrt{F_1^2 + 2F_2 F_1 \cos \omega_2 t + \omega_1 t + F_2^2} \quad (45)$$

El ángulo  $\varphi$  se calcula como:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{F_1 \sin \omega_1 t - F_2 \sin \omega_2 t}{F_1 \cos \omega_1 t + F_2 \cos \omega_2 t} \quad (46)$$

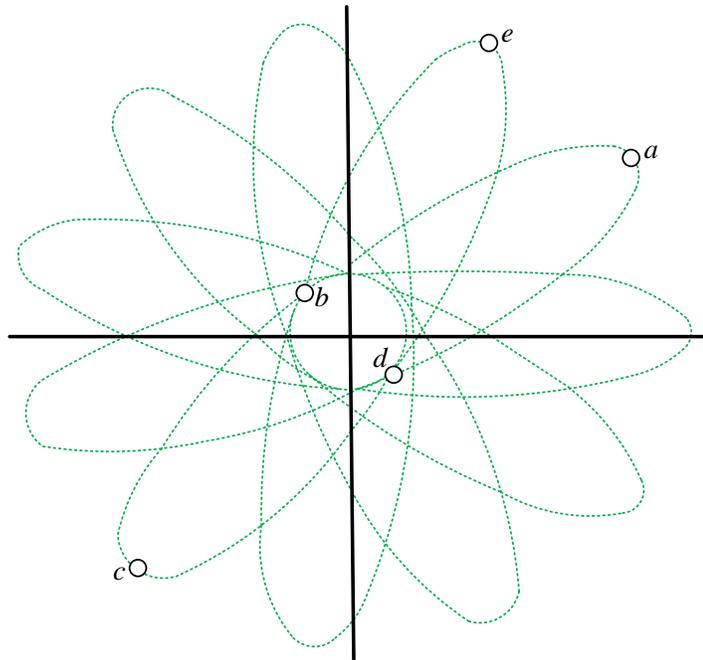
En resumen, para un vibrador de dos masas excéntricas se tiene que:

$$F = \sqrt{F_1^2 + 2F_1 F_2 \cos \omega_2 t \pm \omega_1 t + F_2^2} \quad (47)$$

+: cuando las dos masas giran en sentido opuesto.

-: cuando las dos masas giran en el mismo sentido.

En la figura 24 se muestran las trayectorias obtenidas al evaluar la ecuación (45). En este caso las masas giran en sentido contrario y con frecuencias angulares de diferente magnitud. Como se aprecia en la figura 24 el extremo de la resultante describe una trayectoria en forma de lazos que su forma estará determinada por la relación de sus masas y sus excentricidades.



**Figura 24. Patrón obtenido con dos masas y excentricidades iguales y con frecuencias angulares de diferente magnitud y sentido.**

Puede observarse en la figura 24 que cuando las frecuencias de rotación de las masas rotatorias son de signos contrarios, el extremo de la resultante describe una trayectoria compuesta por lazos, cuyo número y forma será función de los parámetros de las masas rotantes.

Se denomina macrociclo a la trayectoria descrita por el extremo de la resultante cuando después de describir todos los lazos posibles regresa al punto de partida, repitiéndose nuevamente la trayectoria anterior.

El número de lazos  $Z$  en un macrociclo es función de la relación  $\omega_1/\omega_2$ . Esta relación por lo general puede expresarse como:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{a}{b} \quad (48)$$

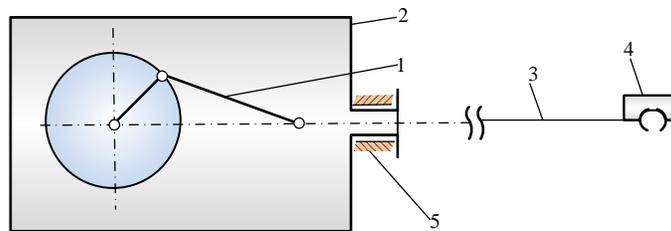
Donde  $a$  y  $b$  son los números enteros más pequeños posibles productos de la amplificación del cociente de  $\omega_1/\omega_2$  por ejemplo  $\omega_1 = 1200c \text{ min}$  y  $\omega_2 = 1000c \text{ min}$ , entonces:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{6}{5} = 1,2$$

Durante el diseño de los vibradores multidireccionales es necesario determinar la frecuencia de las vibraciones  $\omega$ , entendiéndose como tal el número de ciclos por unidad de tiempo que completa la resultante de las fuerzas excitadoras, la cual cambia en magnitud y dirección. Esta frecuencia de las vibraciones debe corresponder a los requerimientos de desprendimiento óptimo del fruto.

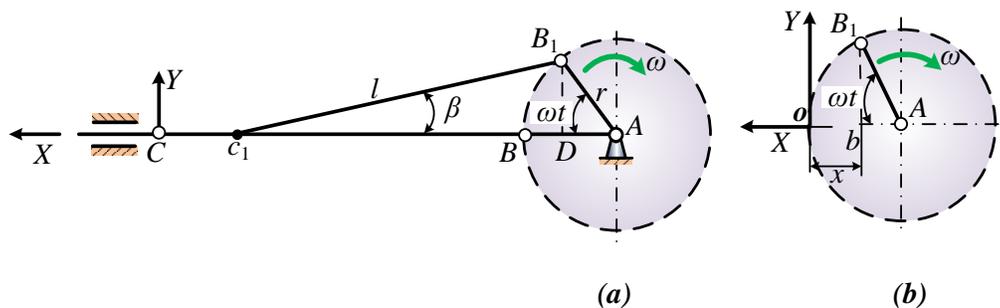
### 1.7.5 Vibrador de inercia con mecanismo de biela manivela axial

El mecanismo origina un movimiento oscilatorio que se trasmite íntegramente a las ramas o tronco del árbol (figura 25).



**Figura 25. Vibrador de inercia con mecanismo de biela-manivela axial.**

Cuando la manivela se dispone en una recta con la biela (figura 26), entonces el mecanismo de agarre de las ramas ocupará la posición extrema correspondiente al punto C.



**Figura 26. Esquema para la determinación del desplazamiento del brazo del vibrador.**

Cuando la manivela gira el ángulo  $\omega t$ , la biela ocupará la posición  $B_1C_1$ .

La dimensión del desplazamiento será:

$$x = AC - AC_1 \quad (49)$$

Si  $AC = r + l$  y  $AC_1 = l \cos \beta + r \cos \omega t$ ; sustituyendo en (49) se tiene que:

$$x = r + l - l \cos \beta - r \cos \omega t \quad (50)$$

Agrupando la ecuación (50)

$$x = r (1 - \cos \omega t) + l (1 - \cos \beta) \quad (51)$$

Como se observa en la figura 26 la coordenada  $B_1 = r \sin \omega t = l \sin \beta$

de donde:

$$\sin \beta = \frac{r}{l} \sin \omega t \text{ y } \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \omega t}$$

Si en  $\sin \omega t$  toma valores entre 0 y 1, se tiene que para  $\sin \omega t = 0$ ;  $\cos \beta = 1$  y para  $\sin \omega t = 1$  y  $\frac{r}{l} = 0,04 - 0,1$ ;  $\cos \beta = 0,999 - 0,994$ , por lo que con suficiente exactitud se puede tomar  $\cos \beta = 1$ , que sustituyendo en (51) se tiene:

$$x = r (1 - \cos \omega t) \quad (52)$$

Diferenciando la ecuación (52) respecto al tiempo se tiene que la velocidad  $v_x$  y aceleración  $a_x$  se calcula por las ecuaciones:

$$v_x = r \omega \sin \omega t \quad (53)$$

$$a_x = r \omega^2 \cos \omega t \quad (54)$$

Si  $\cos \omega t = 1 - \frac{x}{r}$ , entonces la aceleración  $a_x$  se puede calcular como:

$$a_x = r \omega^2 \left(1 - \frac{x}{r}\right) \quad (55)$$

La fuerza de inercia  $P_j$  se calcula como:

$$P_j = mb \cdot a_x$$

$$P_j = mb r \omega^2$$

$$P_j = mb r \omega^2 \left(1 - \frac{x}{r}\right) \quad (56)$$

Siendo  $mb$  la masa del vibrador reducida al brazo,  $kg$ .

Como se observa en la ecuación (56), la fuerza de inercia crece proporcionalmente a la velocidad angular, tomando el valor máximo en las posiciones extremas ( y  $\omega t = 180^\circ$ ).

$$P_{j_{m\acute{a}x}} = \pm mb r \omega^2 \quad (57)$$

Los vibradores con mecanismo de biela-manivela garantizan un desplazamiento constante en dos sentidos, siendo su valor máximo el doble del radio de la manivela. Las ramas se desplazan independientemente a sus dimensiones y rigidez.

La característica fundamental de estos vibradores es que se produce una fuerza variable unidireccional en dos sentidos.

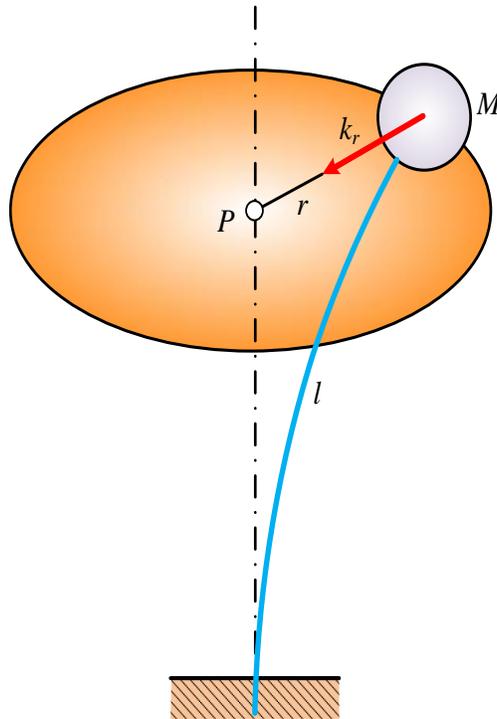
#### **1.7.6 Modelo de vibración del árbol**

El sistema árbol-vibrador se analiza como una viga en voladizo empotrada en un extremo, con una masa  $M$  concentrada en el otro extremo (figura 27). Se le aplica las fuerzas, cuyas componentes  $F_x$  y  $F_y$  generadas por dos masas rotatorias que giran en el mismo sentido.

$$F_x = F_1 \cos \omega_1 t + F_2 \cos \omega_2 t$$

$$F_y = F_1 \sin \omega_1 t + F_2 \sin \omega_2 t$$

En la figura 27 se observa la trayectoria descrita por la masa total del sistema  $M$  compuesta por la masa del vibrador más la masa equivalente del árbol, por efecto de las fuerzas generadas por las masas rotatorias dadas en una viga en voladizo.



**Figura 27. Modelo de un sistema árbol-vibrador simplificado.**

En el sistema no se considera el amortiguamiento, pero si el coeficiente de elasticidad  $K$ , en  $\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$ , del extremo de la viga, que se calcula como:

$$K = \frac{3EJ}{l^3} \quad (58)$$

donde:

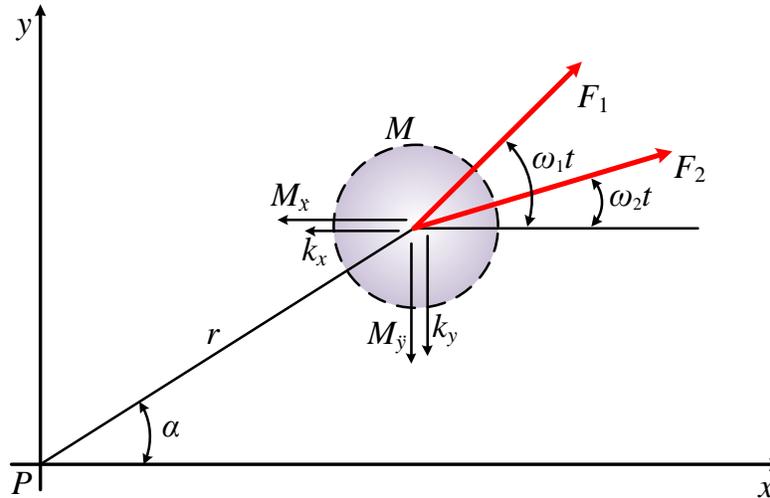
$E$  - módulo de elasticidad,  $\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$ ;

$J$  - momento inercia de la viga,  $\text{m}^4$ .

La fuerza elástica  $M$ , dirigida hacia el punto de equilibrio  $P$  tiene un valor  $kr$ , la ecuación de equilibrio del sistema según la figura 28 son:

$$M_x + k_x = F_1 \cos \omega_1 t + F_2 \cos \omega_2 t \quad (59)$$

$$M_y + k_y = F_1 \sin \omega_1 t + F_2 \sin \omega_2 t \quad (60)$$



**Figura 28. Vibración del sistema árbol-vibrador de un plano.**

Las ecuaciones (59) y (60) se pueden escribir también como:

$$\frac{Md^2x}{dt^2} = F_1 \cos \omega_1 t + F_2 \cos \omega_2 t - k_x \quad (61)$$

$$\frac{Md^2y}{dt^2} = F_1 \sin \omega_1 t + F_2 \sin \omega_2 t - k_y \quad (62)$$

El sistema de ecuaciones con dos grados de libertad, se solucionan por:.

$$x = P_0 \cos \omega_1 t + P_1 \cos \omega_2 t \quad (63)$$

$$y = P_0 \sin \omega_1 t + P_1 \sin \omega_2 t \quad (64)$$

donde:

$$P_0 = \frac{F_1}{-M\omega_1^2 + k} \quad (65)$$

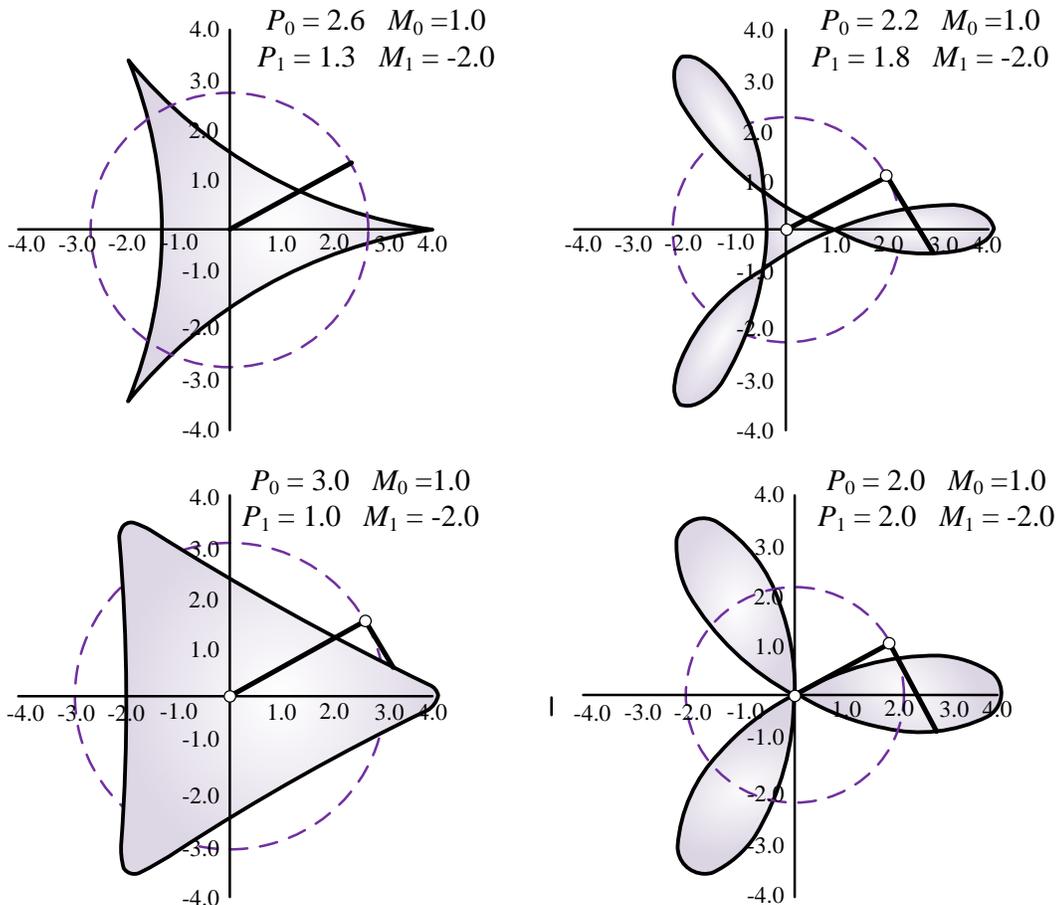
$$P_1 = \frac{F_2}{-M\omega_2^2 + k} \quad (66)$$

Las ecuaciones de x y y pueden agruparse en una única ecuación en números complejos.

$$r e^{i\alpha} = P_0 e^{i\omega_1 t} + P_1 e^{i\omega_2 t} \quad (67)$$

Variando los valores de  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $\omega_1$  y  $\omega_2$  se obtienen diversos tipos de trayectorias. Cuando  $P_0 = P_1$  y  $\omega_1 = \omega_2$  se obtiene una línea recta que corresponde a un vibrador unidireccional (de biela-manivela).

Cuando  $\omega_2 / \omega_1 = -2$  se obtienen las trayectorias de la figura 29 que son tres direcciones de vibración por cada vuelta.



**Figura 29. Tipos de curvas de movimiento del árbol cuando éste es obligado a moverse en tres direcciones por cada vuelta.**

## **1.8 Modelación matemática del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo del mango de la variedad manila**

La modelación matemática por el método de Elemento Finito ha sido utilizado por varios profesionales para determinar la vibración y simular el comportamiento de frutos, ejes, puentes, etc. (Yung and Fridley 1974; Yung and Fridley, 1975; Yung and R.B., 1975); Castañeda *et al.*, 2003; Fernández *et al.*, 2014).

En el modelo se consideran las propiedades elásticas del pedicelo y pedúnculo; los cuales son considerados cilíndricos y con la misma rigidez; la masa de los pedicelos se desprecia, así como la masa y longitud de los pedúnculos. El sistema se considera lineal y sin amortiguamiento.

Durante la evaluación de los modelos, se debe tener en cuenta la distribución estadística de las diferentes propiedades físico-mecánicas del objeto de estudio, dirigido a obtener las bandas de frecuencia de excitación requeridas para la cosecha selectiva del mango.

Las propiedades físico-mecánicas serán procesadas estadísticamente pudiéndose utilizar el software Autodesk Inventor Professional 2012 y el análisis por elemento finito con el paquete COSMOS/DesignSTAR versión 6.0 para determinar las frecuencias propias de dicho sistema.

## **1.9 Organización de la tesis**

La tesis está organizada en seis capítulos, incluyendo el presente; y nueve anexos, de los capítulos dos al cinco se presentan las investigaciones realizadas en forma de artículos científicos, conservando la estructura de los escritos enviados a revistas arbitradas; y un capítulo final con las conclusiones, recomendaciones y perspectivas.

En el capítulo dos se determinan las características dimensionales del sistema fruto-pedicelo del mango (*Mangifera indica* L.) y las propiedades inerciales del fruto. Para ello, se elaboró una metodología y se seleccionaron los medios e instrumentos de medición con las precisiones establecidas en las normas mexicanas. Las mediciones se realizaron en una

parcela experimental de mango de la variedad Manila, ubicada en Ídolos, Veracruz; en Junio de 2013, obteniéndose los valores medios del diámetro polar, ecuatorial mínimo y máximo del fruto, la longitud y diámetro del pedicelo así como la masa, los momentos de inercia y la densidad volumétrica de los frutos, para tres estadios de maduración.

En el capítulo tres se determinan las propiedades elásticas del pedicelo y el sistema fruto-pedicelo del mango, que forman parte de las propiedades físicas-mecánicas requeridas para el análisis de la dinámica del sistema, con el fin de obtener los valores óptimos de frecuencia y amplitud de las vibraciones para la cosecha selectiva de los frutos. Para ello, se elaboró una metodología y se seleccionaron los instrumentos de medición con las precisiones requeridas por las normas mexicanas, obteniéndose los valores medios de la rigidez, el módulo de elasticidad a la flexión, el coeficiente de Poisson y el módulo cortante del pedicelo, así como el momento flector necesario para desprender el fruto, en tres estadios de maduración

En el capítulo cuatro se estudian los regímenes de vibración más apropiados para el desprendimiento selectivo de los frutos empleando un modelo de dos grados de libertad.

En el capítulo cinco se determinan los modos y las frecuencia de vibración para la cosecha del mango variedad Manila, obteniéndose el análisis modal por elementos finitos del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo, así como el análisis respuesta de frecuencias del sistema a partir de la aplicación de un modelo de dos grados de libertad.

En el capítulo seis se presentan conclusiones y recomendaciones de todas las investigaciones, así como los temas a abordar en investigaciones futuras.

### **1.10 Referencias**

- Adrian, P. A and Fridley R. B. 1965. Dynamics and design criteria of inertia type tree shakers. Transactions of the ASAE. 8(4): 12-14.
- Alves, D. J, A. de P. Nacif, D. E. do Livramento, G. F. Bartholo, P. de T. G. Guimarães. 2003. Estudo da Maduração do café por estímulo mecânico. In Anais do III Simpósio de Pesquisa dos Cafés do Brasil. Embrapa Café. Brasília, Brasil. 68pp.

- Alvim, P. de T. 1973. Factors affecting flowering of coffee. *J. Plantation Crop.* 1: 37-43
- AMSDA. (Asociación Mexicana de Secretarios de Desarrollo Agropecuario, A.C.). 2005. Plan Rector Sistema Nacional Mango, [en línea] Marzo 2005, Disponible en: <http://www.amsda.com.mx/> [Consulta: mayo 18 2012].
- Aristizabal, T., I. D, C. E. Oliveros T. 2000. Cosecha mecánica de café aplicando vibraciones circulares al tallo del cafeto. *Centro Nacional de Investigación del Café.* 51(1): 41-53.
- Ariztizábal, T., I. D, C. E. Oliveros T., F. Álvarez M. 1999. Cosecha Mecánica del Café mediante Vibraciones Multidireccionales. *Centro Nacional de Investigación del Café.* 50(3): 64-76.
- Aristizabal, T., I. D. 1998. Estudio del efecto de la vibración del árbol de café en la selectividad de la cosecha. *Centro Nacional de Investigación del Café.* Chinchiná, Colombia. 46pp.
- Bobeva, M. 1972. *Isledovanie otiskivaneto na malinovite plodove pri vibrirane.* Sielskoskstopanstva Tejnika, I, Sofia. 85pp.
- Bruzos, T. 2013. Mango [en línea]. Disponible en <http://www.sabelotodo.org/agricultura/frutales/mangoampliado.html> [Consulta: mayo 02 2013].
- Carvalho, J. C. de, F. M. Borém, R. G. F. A. Pereira. F. M. da Silva. V. A. da Silva. 2003. Influência de Sistemas de Colheita na Qualidade do Café Cereja/Verde, Bóia e Mistura. In *Anais do III Simpósio de Pesquisa dos cafés do Brasil.* Embrapa Café. Brasília, 175pp.
- Castañeda, H. L., Restrepo, J. L., Zuluaga, G. C. P., Builes, M. E. & rueda, M. E. 2003. Implementación de un programa para el análisis de vibraciones libres en ejes, por medio de elementos finitos, para el sistema Vibrafin. *REVISTA Universidad EAFIT* 129pp.
- Castillo, M. A. 1995. Investigación del régimen óptimo de trabajo de los vibradores de follaje de acción vertical para el desprendimiento de naranja de Valencia en Cuba, Tesis de doctorado en Ciencia Técnicas, Universidad Agraria de la Habana, Cuba, 122pp..
- Centro Nacional de Investigaciones del Café (Cenicafé). 1997. Informe anual de labores de la Disciplina de Ingeniería Agrícola 1996 - 1997. Chinchiná, Colombia. 113pp.

- Ciro, V., H. J., F. Álvarez M., C. E. Oliveros. T. 2004. Estudio experimental de la dinámica de las vibraciones longitudinales y transversales aplicadas a las ramas de café. Revista de la Facultad Nacional de Agronomía Medellín. 51(2): 63-90.
- Ciro, V., H. J., C. E. Oliveros. T, F. Álvarez M. 1998. Estudio dinámico bajo oscilación forzada del Sistema Fruto-Pedúnculo del Café Variedad Colombia. Revista Facultad Nacional de Agronomía Medellín. 51(1): 56-70.
- Ciro, V., H. J., C. E. Oliveros. T, F. Álvarez M., E.C. Montoya R. 1998. Respuesta dinámica de la rama del cafeto a la aplicación de vibraciones unidireccionales. Centro Nacional de Investigación del Café. 49 (2): 151-161.
- Ciro, V., H. J., F. Álvarez M., C. E. Oliveros. T. 1997. Estudio dinámico de la rama del café para el desarrollo de la cosecha mecánica por vibración. Tesis Profesional. Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia. 98pp.
- Clowes, M. St. J. 1977. The effects of ethrel on ripening *Coffea arabica* L. fruits at different stages of maturity. Rhodesia Journal Agricultural Research. 75: 79-88.
- Cooke, J. R. and P. Parchomchuk. 1972. Vibratory Harvesting: An Experimental Analysis of Fruit-Stem Dynamics. Transactions of the ASABE. 15(4): 598-603.
- Cooke, J. R. and Rand R. H. 1969. Vibratory fruit harvesting: A linear theory of fruit-stem dynamic. Journal Agricultural Engineering, 14(3): 195-200.
- Diener, R.G., N.N. Mohsenin and B. L. Jenks. 1965. Vibration Characteristics of Trellis-Trained Apple Trees with Reference to Fruit Detachment. Transactions of the ASABE. 8(1): 20-24.
- Fridley, R.B., C. Yung. 1975. Computer Analysis of Fruit Detachment During Tree Shaking. Transactions of the ASABE. 18(3): 409-415.
- Fridley, R.B., P.A. Adrian. 1960. Some aspects of vibratory fruit harvesting. Journal Agricultural Engineering. 41: 28-31.

- Gálvez, L., D., M. L. Adriano A., C. Villareal T., N. Mayek P., M. Salvador F. 2007. Diversidad isoenzimática de mangos criollos de Chiapas, México. Revista Chapingo Serie Horticultura 13(1): 71-76.
- Gálvis, H. H. 1995: Cultivo del mango en Colombia por Corporacion Colombia Internacional (CCI) [en línea], Disponible en: [www.cadenahortofruticola.org/](http://www.cadenahortofruticola.org/) [Consulta: mayo 18 2012]
- Gaskins, E., B. G. 2006. Fundamentación de los modos y los regímenes de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo del café para la cosecha selectiva de los frutos. Tesis doctoral en Ciencia Técnicas. Universidad Agraria de la Habana, Cuba. 109pp.
- Herrera, M. 1980. Estudio teórico de los regímenes de trabajo para el desprendimiento de guayaba por vibración. Tesis profesional. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Habana, Cuba, 77pp.
- Iglesias, C. C., P. Paneque R., L. Shkiliova. 1999. Evaluación y prueba de tractores y máquinas agrícolas. Universidad Autónoma Chapingo, Universidad Agraria de La Habana. Chapingo, México. 485pp.
- IICA 2007. Estudio de la cadena agroalimentaria de mango en República Dominicana. República Dominicana. 59pp.
- InfoAgro 2012 El cultivo del mango I y II parte [en línea], Disponible en: <http://www.infoagro.com/> [Consulta: mayo 18 2012].
- Llanes, O. y Martínez, A. 2002. Empleo de las técnicas modernas de computación y la informática en el desarrollo de la cosecha mecanizada de cítricos. En: Agromec 2002. La Habana, Cuba 12pp.
- Llanes, O. 2000. Determinación de los parámetros de diseño de vibradores inerciales de ramas para la cosecha mecanizada de cítricos. Tesis doctoral en Ciencia Técnicas. Universidad Agraria de La Habana, Cuba. 101pp.

- Llanes, G., O., L. Z. Leyva R., A. Martínez R. 2000. Determinación de las Características Dimensionales de Arboles de la variedad de Toronja March relacionadas con la Cosecha Mecanizada. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*. 9(3):1-4
- Lorenzen, C, R. B. Fridley, P. A. Adrian. 1965. Forced Vibration of a Tree Limb. *Transactions of the ASABE*. 8(4): 473-475.
- Londoño, H., D., C. E. Oliveros T., M. A. Moreno S. 2002. Desarrollo de una herramienta manual para asistir la recolección de café en Colombia. *Centro Nacional de Investigaciones de Café*. 53 (2): 93-105.
- Martínez, R., A., D, M. de Queiroz, B. Gaskin E., R. Zandonadi. 2006. Determinación de propiedades físico-mecánicas de los frutos de café (*coffea arábica* variedad Catuai) relacionadas con la cosecha mecanizada. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 15(3): 22-27.
- Martínez, R., A. 2005. Metodología General sobre Investigaciones de la Técnica Agrícola. In *Conferencias del Programa Doctoral de Mecanización Agrícola*. Universidad Agraria de La Habana, Cuba 43pp.
- Martínez, R., A, B. Gaskin E. y O. Llanes G. 2004. Pronóstico para la Cosecha Selectiva del Café por Vibración. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 13(2):1-4.
- Martínez, R., A. 1977a. Estudio teórico de la dinámica del sistema fruto pedúnculo. *Revista Ciencias Técnicas. Serie construcción de maquinaria*. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Habana, Cuba 15pp.
- Martínez, A. 1977b. Investigación de los regímenes óptimos de vibración para el desprendimiento de naranjas "Valencia". *Revista Ciencias Técnicas. Serie Construcción de maquinaria*. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Habana, Cuba 12pp.

- Martínez, R, A., A. Castillo, O. Llanes, M. Vila, L. Pozo. 1996. Resultados de la evaluación preliminar a un sistema de cosecha por vibración durante la recolección de toronjas. Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias, 6(1): 3-6.
- Martínez, R., A., F. J. Morales, A. D. Gómez, H. N. Aloysius. 1989. Determinación de parámetros de un órgano de trabajo para cosecha mecanizada de café por vibración. Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias, 2(3):27-49.
- Martínez, R., A., R. Vega T., M. E. Molina R., R. Aguilar G., A. Morales F. 1988. Reporte de Investigaciones sobre la Cosecha Mecanizada del Café (I Parte). Monografías de la DICT- ISCAH. No.22. La Habana, Cuba. 37pp.
- Martínez, R, A. 1982. Determinación de los parámetros de los órganos de trabajo para la cosecha mecanizada de naranjas por vibración. In Proceedings of the V International Citrus Congress. Japón. 20pp.
- Maza, J. 2009. Cultivo del Mango [en línea]. Disponible en <http://jmtropicalfreshfruitsac.blogspot.mx/> [Consulta: mayo 18 2012].
- Ortiz-Cañavate, J. y J. L. Hernanz. 1989 (digitalizado 2009). Técnica de la mecanización agraria. 3a Ed. Mundi-Prensa, Madrid, España. 643pp.
- Parameswarakumar, M. y C. P. Gupta. 1991. Desing parameters for vibratory mango harvestig system. Transactions of the ASAE 34(1): 14-20. [en línea]. Disponible en: <http://elibrary.asabe.org/> [Consulta: Mayo 19 2012].
- Pérez A., L. M. 2008. Análisis técnico y administrativo del proceso de producción de mango (mangifera indica L.) en Tepalcatepec, Michoacán. Tesis profesional. Chapingo, México. 92pp.
- Ramírez V., J., J. A. Pérez F., R. A. Sáinz R., J. A. Quiñonez F. y Y. M. Ramos B. 2006. Cultivo, enfermedades y plagas del mango: sistemas convencional y orgánico. Gobierno de Sinaloa. México. 256pp.

- Rumsey, J. W. 1967. Response of citrus-stem system to fruit removing actions. M.Sc. Tesis. University Arizona. Tucson. E. U. 115pp.
- Santos H., A. M. 2012. Diseño y construcción de un dispositivo cosechador de mango. Tesis de Maestría. Posgrado en Ingeniería y uso Integral del Agua. Chapingo, México. 98pp.
- Silveira R., J. A. 1980. Máquinas Agrícolas. Pueblo y Educación. La Habana, Cuba. 568pp.
- Varlamov, G. P. 1972. Determinación de los regímenes de trabajo de una máquina vibradora para la recogida de frutos. Trabajos del VISJOM. Vol.71, Moscú. 84pp.
- Yahia M., E., J. Ornelas y R. Ariza. 2006. El mango. Editorial Trillas. México D. F. 224pp.
- Yung, C. & Fridley, R. B. 1974. Computer Analysis of Fruit Detachment During Tree Shaking. *ASAE 74*. pp. 47-61.
- Yung, C. & Fridley R. B. 1975. Simulation of vibration of whole tree system using finite elements. *Transaction of the ASABE*. 18(3): 475-481.
- Yung, C. & Fridley R. B.. 1975. Analysis of fruit detachment during tree shaking. *Transactions of the ASAE*. 18 (3): 409-415.

## CAPÍTULO 2

### PROPIEDADES DIMENSIONALES E INERCIALES DEL SISTEMA FRUTO-PEDICELO DEL MANGO RELACIONADAS CON LA COSECHA POR VIBRACIÓN<sup>3</sup>

#### DIMENSIONAL AND INERTIAL PROPERTIES OF MANGO FRUIT-PEDICEL SYSTEM RELATED WITH THE VIBRATION HARVESTING

##### 2.1 Resumen

Para el diseño y operación de máquinas cosechadoras de mango por vibración, es necesario conocer las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo, ya que constituyen los datos de entrada para la evaluación de los modelos teóricos empleados en el análisis de la dinámica del sistema, así como su modelación con el fin de conocer los modos y regímenes de vibración más apropiados para el desprendimiento de los frutos. El presente trabajo tiene como objetivo determinar las características dimensionales del sistema fruto-pedicelo del mango (*Mangifera indica* L.) y las propiedades inerciales del fruto. Para ello, se elaboró una metodología y se seleccionaron los medios e instrumentos de medición con las precisiones establecidas en las normas mexicanas. Las mediciones se realizaron en una parcela experimental de mango de la variedad Manila, ubicada en Ídolos, Veracruz; en Junio de 2013, obteniéndose los valores medios del diámetro polar, ecuatorial mínimo y máximo del fruto, la longitud y diámetro del pedicelo así como la masa, los momentos de inercia y la densidad volumétrica de los frutos, para tres estadios de maduración. El análisis de varianza mostró que existen diferencias significativas entre las medias para el 95% del nivel de significancia en las propiedades para frutos maduros, con maduración fisiológica y verdes, lo que favorece la aplicación de regímenes de vibración que permita la caída de los frutos de acuerdo al nivel de maduración.

---

<sup>3</sup> Pedro Ramón Mayans Céspedes, Gilberto de Jesús López Cansteñs, Eugenio Romanchik Kriuchkova y Luciano Pérez Sobrevilla. Artículo aceptado para ser publicado en la Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas, ISSN: 2007-0934, Vol. 6 (1) 01 de enero-15 de febrero de 2015.

**Palabras clave:** *Mangifera indica* L., selectividad, frecuencia natural, resonancia.

## **2.2 Abstract**

For the design and operation of mango vibration harvesters, it is necessary to determine the physical-mechanical properties of the fruit-pedicle system. Data on these properties are entry data for the evaluation of the theoretical models used in analysis and modelling of the system's dynamics in order to determine the most appropriate vibration modes and regimes for detaching the fruits. This study was conducted to determine the dimensional characteristics of the fruit-pedicle system of mango (*Mangifera indica* L.) and inertial properties of the fruit. To this end, a methodology was developed and measuring means and instruments with the precision established by Mexican standards were selected. Measurements were done in June 2013 in an experimental mango orchard with Manila variety mango, located in Ídolos, Veracruz. Mean values of polar diameter, minimum and maximum equatorial diameter of the fruit, and length and diameter of the pedicle, as well as mass, moments of inertia and volumetric density of the fruit, were obtained for three stages of maturity. The analysis of variance showed that there are significant differences between means, at a 95 % level of significance, for the properties studied in ripe, physiologically ripe and green fruits. This points favorably to the application of vibration regimes for harvesting in accordance with ripeness.

**Keywords:** *Mangifera indica* L., selectivity, natural frequency, resonance.

## **2.3 Introducción**

El sistema máquina-árbol-fruto es un sistema complejo compuesto de varios subsistemas, uno de los modelos más completos para el estudio de este sistema fue elaborada por Llanes *et al.* (2000) y su aplicación ha sido validada experimentalmente con éxito durante el desprendimiento de frutos por vibración en cítricos, guayaba y café. Al ser acoplado el vibrador a un punto de excitación del árbol, se aplica a éste una fuerza excitadora y como resultado de esta excitación en el punto de aplicación, se generará un movimiento vibratorio originando un

desplazamiento del punto de aplicación de la excitación que estará determinado por los parámetros de diseño y operación del equipo vibrador, tales como la masa desbalanceada, masa total del vibrador, frecuencia de las oscilaciones y excentricidad de la masa desbalanceada así como la magnitud y fase de la impedancia mecánica.

Las vibraciones aplicadas al punto de excitación se transmiten a través de la estructura del árbol hasta el subsistema fruto-pedicelo, el estudio de la transmisión de las vibraciones a través de la estructura del árbol es necesario con vista a determinar la amplitud de las vibraciones que excitan al subsistema fruto-pedicelo en diferentes zonas del árbol.

El árbol es sometido a vibraciones forzadas; diferentes puntos de su estructura oscilarán en el estado estacionario con la frecuencia correspondiente a la frecuencia de excitación, dependiendo de la amplitud y fase de las oscilaciones de estos puntos, así será el comportamiento modal que asuma el fruto en el árbol ante esta frecuencia. La transmisión de las vibraciones a la estructura del árbol estará determinado por la amplitud y frecuencia en el punto de excitación, así como las características dimensionales y propiedades físico-mecánicas del árbol, tales como el módulo de elasticidad a la flexión y a la torsión, coeficiente de Poisson, la densidad volumétrica, razón de amortiguamiento, así como los momentos de inercia de las ramas entre otras.

La excitación sinusoidal de la frecuencia y la amplitud provocará la oscilación del subsistema fruto-pedicelo y la aparición del momento flector en la zona de abscisión, que debe superar el momento flector necesario para lograr el desprendimiento del fruto. El modo de vibración que asuma el subsistema fruto-pedicelo estará dado por la amplitud y frecuencia de las oscilaciones y por las propiedades físico-mecánicas tales como el diámetro polar, el diámetro ecuatorial mínimo, el diámetro ecuatorial máximo, el diámetro y longitud del pedicelo, masa del fruto, densidad volumétrica del fruto y los momentos de inercia en el eje menor y en el eje mayor, la rigidez, módulo de elasticidad a la flexión y a la torsión, el coeficiente de Poisson y el momento flector de desprendimiento del pedicelo.

Determinar el comportamiento modal y regímenes de vibración para el desprendimiento de los frutos del mango, constituyen un problema de alta dificultad por tantas variables involucradas. Abordar este estudio experimental requeriría de gran inversión de recursos y tiempo por lo que se recomienda abordarlo mediante la modelación matemática.

La modelación del sistema fruto-pedicelo, ha sido una herramienta utilizada durante las investigaciones relacionadas con la cosecha mecanizada de frutas por vibración desde la década de los 60 por Fridley y Adrián, (1960); Rumsey, (1967); Cooke y Rand (1969); Varlamov, (1972); Bobeva, (1972). El análisis de la dinámica del sistema fruto-pedicelo, dirigido a determinar la respuesta de frecuencias de dicho sistema cuando es sometido a una excitación armónica ha sido objeto de diferentes modelaciones.

La práctica científica en los últimos años se ha visto modernizada de forma acelerada gracias a los medios de cómputo y de poderosos software de apoyo al diseño asistido por computadoras, así como el análisis por elementos finitos (CAD-3D y FEA) por sus siglas en inglés respectivamente; ponen en manos de los investigadores poderosas herramientas que posibilitan abordar con menos restricciones en la idealización de los fenómenos, temáticas tales como las que se presentan en esta investigación.

La determinación de las propiedades físico-mecánicas de los frutos y del sistema fruto-pedicelo, es una etapa indispensable para determinar los modos de vibración que experimenta este sistema (Cooke y Parchomchuk, 1972). El conocimiento de las propiedades físico-mecánicas es necesaria, con vistas a contar con los datos requeridos para la simulación del sistema fruto-pedicelo del mango mediante el uso del software CAD-3D, así como para la determinación de los diferentes modos de vibración del sistema utilizando software de análisis por elementos finitos.

Diferentes propiedades físico-mecánicas de los frutos del mango han sido determinadas por varios autores, como Ramírez *et al.* (2006); Infoagro (2012). En todos los casos determinaron la masa, diámetro polar y ecuatorial máximo del fruto para algunas variedades, sin

embargo; estas propiedades son insuficientes para aplicar la modelación matemática con vistas a conocer los modos y los regímenes de vibración óptimos que garanticen la cosecha selectiva de los frutos.

Santos (2012), determinó algunas propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo del mango de la variedad Ataulfo, sin embargo; no tuvo en cuenta los estadios de maduración de los frutos, siendo un aspecto indispensable para el análisis de la selectividad la cosecha mecanizada por vibración.

## **2.4 Materiales y métodos**

### **2.4.1 Lugar de ejecución de los experimentos**

Para la realización de la investigación se selecciona una parcela de 12 hectáreas de mango de la variedad manila, propiedad del Sr. Francisco Rebolledo localizada en Ídolos municipio de Actopan, Veracruz, ubicada a 86 msnm, con un marco de plantación de 10 X 10 m y una edad de 15 y 25 años por lo cual se considera que el árbol ha alcanzado su etapa adulta en producción y desarrollo morfológico.

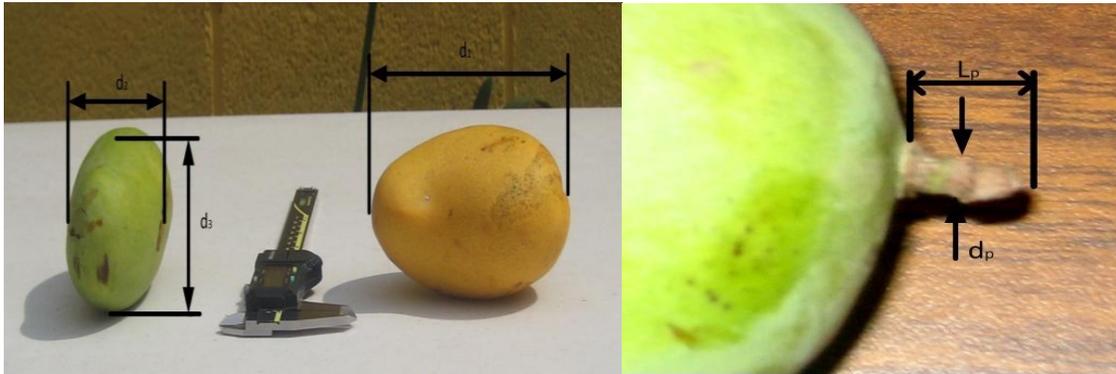
Las actividades experimentales se realizaron en el mes de junio del 2012, obteniéndose la información referente a las variables climáticas de la estación meteorológica de Ídolos. La temperatura atmosférica promedio en los días de evaluación fue de 28°C, mientras que la humedad relativa, velocidad del viento alcanzaron valores de 80% y 5.07 m/s respectivamente.

Los árboles para el muestreo fueron seleccionados de manera aleatoria, según su localización en la diagonal de la parcela (Iglesias *et al.*, 1999).

### **2.4.2 Determinación de las características dimensionales de los frutos y pedicelos**

En la figura 1 se muestra la acotación de las diferentes magnitudes objeto de medición durante la determinación de las características dimensionales de frutos y pedicelos. Las dimensiones correspondientes a los diámetros de los frutos ( $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ) así como el diámetro medio y longitud del pedicelo ( $d_p$ ,  $L_p$ ) se determinaron con un micrómetro digital de precisión

$\pm 0.01$  mm. Como quiera que los pedicelos no sean perfectamente cilíndricos se midieron en su parte central como se muestra en la figura 1.



**Figura 1. Características dimensionales del sistema fruto-pedicelo.**

#### **2.4.3 Materiales y métodos para la determinación de las propiedades inerciales de los frutos**

La masa del fruto se determinó con una balanza analítica (figura 2a) con una precisión  $\pm 0.1$  g colocándose los frutos de uno en uno sobre la misma; para la densidad volumétrica los frutos fueron colocados dentro de una probeta graduada con agua (figura 2b), determinándose el volumen del líquido desplazado por los mismos.

#### **2.4.4 Materiales y métodos para la determinación de la masa y la densidad volumétrica**



a)



b)

**Figura 2. Medición de la masa y densidad volumétrica de los frutos.**

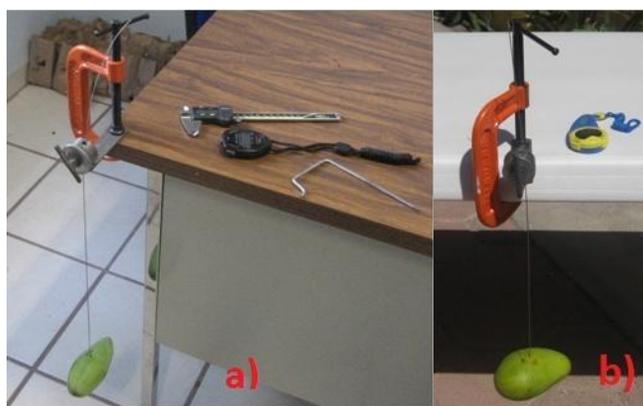
La precisión de la probeta fue de  $\pm 5$  mL. La densidad volumétrica se calculó con la siguiente ecuación:

$$\rho = \frac{m}{v} 1000 \quad (1)$$

Dónde:  $\rho$ = densidad volumétrica de los frutos en  $\text{kg m}^{-3}$ ;  $m$ = masa del fruto en g;  $v$ = volumen del agua desplazada por el fruto en mL.

#### 2.4.5 Materiales y métodos para la determinación de los momentos de inercia

El momento de inercia del fruto se obtiene de forma indirecta, para lo cual se confeccionó un péndulo torsional formado por una cuerda de acero para guitarra de 40 cm de longitud y 1 mm de diámetro, del cual pende el fruto de uno de sus extremos (figura 3), el mango se atraviesa con la cuerda por su centro de masa según los ejes X ó Y trazados en dirección del diámetro ecuatorial mínimo y máximo respectivamente, con el fin de determinar el momento de inercia según ambos ejes. El otro extremo libre de la cuerda se fijó a un soporte universal. Una vez compuesto el péndulo, se hace oscilar libremente en el plano XZ ó YZ a partir de una desviación inicial de  $90^\circ$  cronometrándose el tiempo invertido en completar 10 oscilaciones libres del sistema.



**Figura 3. Determinación de los momentos de inercia del fruto: a) Según el eje Y b) según el eje X.**

El momento de inercia ( $I$ ) para cada muestra se determina utilizando la ecuación para la frecuencia de las oscilaciones libres del péndulo torsional.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{I}} \quad (2)$$

Dónde:  $f$ = frecuencia de las oscilaciones libres en Hz;  $I$ = momento de inercia del fruto en N m  $s^2$ ;  $k$ = constante de la cuerda la cual se determina haciendo oscilar un cilindro metálico (figura 4) de momento de inercia conocido, es decir; el momento del cilindro patrón es:

$$I_c = \frac{1}{2} m_c r_c^2 \quad (3)$$

Dónde:  $I_c$ = momento de inercia del cilindro patrón en N m  $s^2$ ;  $r_c$ = radio del cilindro en m;  $m_c$ = masa del cilindro en kg.



**Figura 4. Péndulo torsional para determinar el momento de inercia del cilindro patrón.**

Los valores de la masa y radio del cilindro fueron de 0.22 kg y 0.018 m respectivamente que al sustituirlos en (3) da un momento de inercia de  $35445 \times 10^{-9}$  N m  $s^2$ . La frecuencia de las oscilaciones libres del cilindro se obtienen experimentalmente a partir del periodo  $T$  de oscilaciones libres (figura 3), después de sucesivas repeticiones, el periodo de una oscilación libre es de 1.25 s. Conociendo que la frecuencia de oscilaciones libres es el inverso del periodo se tiene que:

$$f = \frac{1}{T} 0.8 \text{ Hz}$$

Con el resultado anterior y despejando la constante  $k$  de la cuerda de la ecuación (2); se tiene finalmente que:

$$k = I_c 4\pi^2 f^2 \quad (4)$$

Sustituyendo los valores de  $I_c$  y  $f$  en la ecuación (4) se obtiene una constante de la cuerda de  $895564 \times 10^{-9}$  N m. Con el valor de la constante de la cuerda y las oscilaciones libres de los frutos, se sustituye en la ecuación (2) obteniéndose los momentos de inercia en los ejes X y Y. El periodo de las oscilaciones libres se midió con un cronometro con precisión de  $\pm 0.01$  s.

Los resultados de las mediciones de las propiedades físico-mecánicas (PFM) objeto de estudio fueron procesados estadísticamente por el paquete Statical Analys System (SAS) versión 8.0, Statgraphics Plus versión 5.1 y Microsoft Excel versión 2010, obteniéndose para cada PFM determinada experimentalmente en los tres estadios de maduración los valores medios ( $\bar{x}$ ), error estándar de la media ( $e$ ), desviación típica ( $\sigma$ ) y el coeficiente de variación ( $cv$ ); además se construyeron las curvas variacionales de distribución. Adicionalmente se efectuó la prueba de Tukey para detectar diferencias significativas entre los valores medios de cada propiedad en los tres estadios de maduración.

## **2.5 Resultados y discusión**

En el cuadro 1 se muestran los resultados del análisis de varianza para las diferentes propiedades objeto de estudio de acuerdo al estadio de maduración.

En el cuadro 1 se puede observar que el diámetro polar, ecuatorial mínimo y ecuatorial máximo de los frutos va aumentando desde los verdes a maduros, existiendo de acuerdo a la prueba de Tukey diferencias significativas para un 95% de nivel de significancia entre los valores de estos parámetros para frutos verdes con relación a frutos con maduración fisiológica (pintones) y maduros

El incremento de estas dimensiones influye sobre la frecuencia natural de vibraciones del sistema fruto-pedicelo (SFP) en el sentido de su disminución lo que favorece los posibles índices de selectividad, ya que al seleccionar los regímenes de vibración óptimos produciría sólo la caída de los frutos maduros y pintones.

**Cuadro 1. Prueba de Tukey para las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo del mango de la variedad Manila en tres estadios de maduración**

Propiedad físico-mecánica	UM	Estadios de maduración		
		Maduros	MF	Verdes
<b>Diámetro polar del fruto (<math>d_1</math>)</b>	mm	123.73 a	120.01 a	101.09 b
<b>Diámetro ecuatorial mínimo del fruto (<math>d_2</math>)</b>	mm	61.73 a	59.71 a	53.12 b
<b>Diámetro ecuatorial máximo del fruto (<math>d_3</math>)</b>	mm	72.29 a	68.37 a	60.12 b
<b>Diámetro medio del pedicelo (<math>d_p</math>)</b>	mm	3.56 a	2.82 b	2.7 b
<b>Longitud del pedicelo (<math>L_p</math>)</b>	mm	10.07 a	9.30 ba	8.3 b
<b>Masa del fruto (m)</b>	g	307.1 a	260.9 b	192.3 c
<b>Momento de inercia del fruto respecto al eje menor (<math>I_x</math>)</b>	kg·mm <sup>2</sup>	270.35 a	231.08 a	142.47 b
<b>Momento de inercia del fruto respecto al eje mayor (<math>I_y</math>)</b>	kg·mm <sup>2</sup>	260.78 a	221.92 a	137.09 b
<b>Densidad volumétrica del fruto (<math>\rho</math>)</b>	kg·m <sup>-3</sup>	1078.7 a	1033.7 ba	1003.6 b

UM= unidad de medida; medias con la misma letra no son significativamente diferente; MF= maduración fisiológica.

En el cuadro 1 se aprecia una disminución del diámetro medio del pedicelo que va desde los frutos maduros a verdes, existiendo diferencias significativas entre los valores medios de los frutos maduros con respecto a pintones y verdes. Este comportamiento pudiera favorecer la cosecha selectiva del mango por vibración, ya que los pedicelos gruesos están asociados a valores de frecuencias naturales relativamente altas, con relación a pedicelos más delgados; lo cual estaría a favor de hallar diferencias entre las frecuencias naturales en sistemas frutos-pedicelos con diferentes niveles de maduración. En cuanto a la longitud de los pedicelos se observa un incremento en los mismos que van desde los verdes a maduros, existiendo

diferencias significativas entre la longitud de los pedicelos correspondiente a frutos maduros y verdes.

Esta característica puede incidir favorablemente en la diferenciación de las frecuencias naturales de vibración de estos dos estadios de maduración, ya que pedicelos cortos (frutos verdes) necesitan de frecuencias naturales más altas para el desprendimiento del fruto que pedicelos más largos (frutos maduros). Sin embargo; la influencia de este parámetro sobre la frecuencia natural del SFP es contrario al diámetro del pedicelo por lo que se contrarrestan los efectos.

Con relación a la masa de los frutos se aprecian diferencias significativas entre sus valores medios para los tres estadios de maduración incrementándose del verde al maduro en orden ascendente. El aumento de esta propiedad influye sobre la frecuencia natural de vibración del SFP, en el sentido de su disminución, coincidiendo en la tendencia de la longitud de los pedicelos y las dimensiones del fruto lo que favorece posibles indicadores de selectividad. Con relación a la densidad másica del fruto, en el cuadro 1 se aprecia un incremento del valor medio de esta propiedad con la maduración del fruto. Esta característica favorece la disminución de la frecuencia natural del SFP con los frutos maduros, influyendo sobre ésta en la misma dirección que la longitud de los pedicelos y las dimensiones del fruto. Esta situación favorece la existencia de condiciones propicias para elevar los indicadores de selectividad de la cosecha.

Con respecto a los momentos de inercia respecto al eje mayor y menor puede observarse que ambos aumentan a medida que el fruto madura, existiendo diferencias significativas entre los valores de los frutos verdes con relación a los maduros y pintones, lo que indica que posibles diferencias en las frecuencias propias de vibración. El efecto de la variación de los momentos de inercia sobre las frecuencias naturales del SFP, presenta un comportamiento similar al que provoca la masa de los frutos, por lo que la tendencia de

variación influye positivamente sobre la presencia de condiciones favorables para la cosecha selectiva del mango.

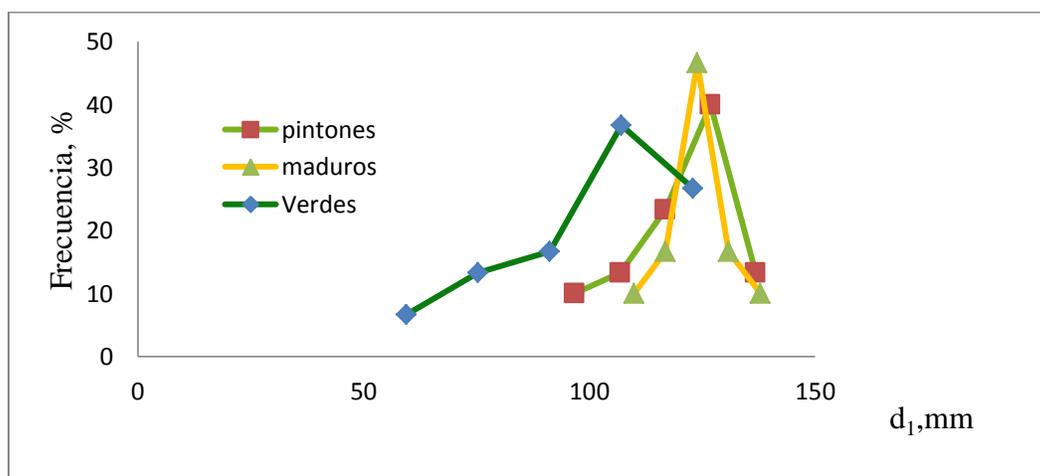
En el cuadro 2 están reflejados los valores de los estadígrafos de aquellas propiedades físico-mecánicas determinadas experimentalmente de forma directa, observándose que en lo general el error estándar de la media y el coeficiente de variación van aumentando desde los frutos maduros a los verdes. Esta variación de los valores observados en las mediciones de los frutos verdes, se debe a que éstos se encuentran en diferente etapa de crecimiento y desarrollo, siendo un aspecto a considerar en la selección de la amplitud y frecuencia de las vibraciones, que permita sólo la caída de frutos maduros cuando la cosecha se realice con vibradores inerciales.

En las figuras del 5 al 10 se muestran las curvas variacionales de distribución de aquellas propiedades físico-mecánicas, que fueron determinadas experimentalmente en los tres estadios de maduración, en las mismas se observa que en todos los casos la media se encuentra en la proximidad del punto de mayor frecuencia, dándole un fuerte soporte desde el punto de vista estadístico a los resultados de las mediciones. Además la disposición de dichas curvas en los tres estadios de maduración, permite establecer estrategias sobre la elección de los regímenes de vibración, ya que cuando las curvas de determinada propiedad están superpuestas, tiene el mismo efecto ante un valor dado de amplitud y frecuencia de excitación, mientras que si están separadas el comportamiento es diferente. En los anexos se muestran los histogramas de frecuencia para cada propiedad y estadio de maduración así como la prueba de normalidad según el método de Kolmogórov-Smirnov se mostró que en la generalidad de los casos las mediciones cumplen con una distribución normal con al menos el 90%.

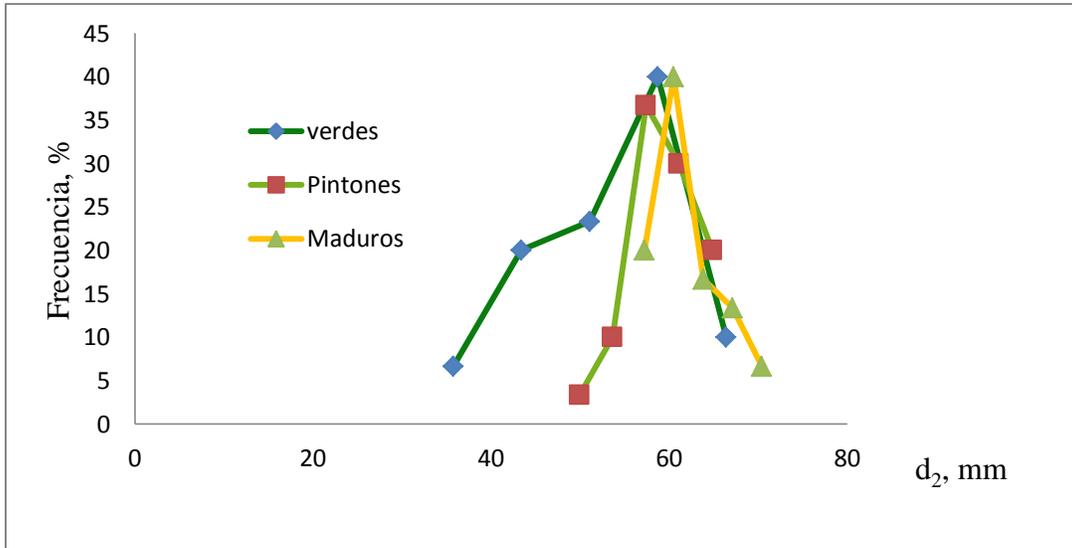
**Cuadro 2. Valores de los estadígrafos de las características dimensionales del sistema fruto-pedicelo e inerciales del fruto para tres estadios de maduración**

PFM	Maduros				Maduración fisiológica				Verdes			
	x	e	$\sigma$	cv	x	e	$\sigma$	cv	x	e	$\sigma$	cv
d <sub>1</sub>	123.73	1.54	8.45	6.83	120.01	2.33	12.79	10.66	101.09	3.96	21.67	21.44
d <sub>2</sub>	61.73	0.75	4.09	6.63	59.71	0.81	4.45	7.45	53.12	1.69	9.25	17.42
d <sub>3</sub>	72.29	1.02	5.57	7.7	68.37	0.89	4.88	7.14	60.12	2.02	11.04	18.37
d <sub>p</sub>	3.56	0.06	0.34	9.48	2.82	0.06	0.32	11.42	2.7	0.09	0.51	19.04
L <sub>p</sub>	10.07	0.46	2.5	24.86	9.3	0.31	1.68	18.04	8.3	0.16	0.91	10.92
m	307.1	11.83	64.8	21.1	260.9	10.27	56.27	21.56	192.03	16.33	89.44	46.51

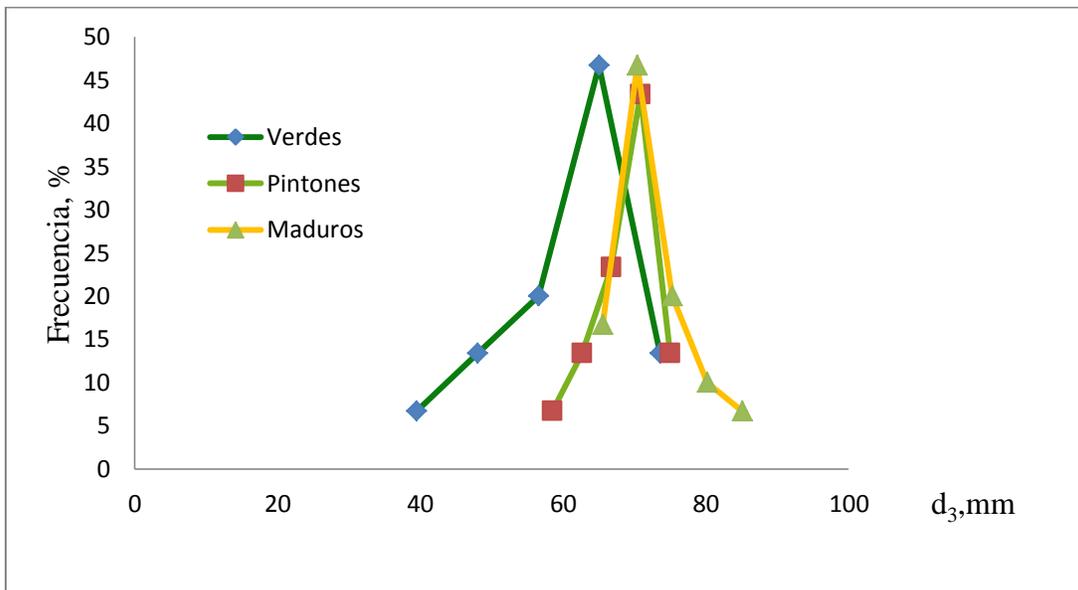
PFM= propiedades físico-mecánicas; d<sub>1</sub>= diámetro polar del fruto; d<sub>2</sub>= diámetro ecuatorial mínimo del fruto; d<sub>3</sub>= diámetro ecuatorial máximo del fruto; d<sub>p</sub>= diámetro medio del pedicelo; L<sub>p</sub>= longitud del pedicelo; m= masa del fruto; x= valores medios; e= error estándar de la media;  $\sigma$ = desviación típica; cv= coeficiente de variación (%)



**Figura 5. Curvas variacionales de los diámetros polar de los frutos.**



**Figura 6. Curvas variacionales de los diámetros ecuatorial mínimos de los frutos.**



**Figura 7. Curvas variacionales de los diámetros ecuatorial máximos de los frutos.**

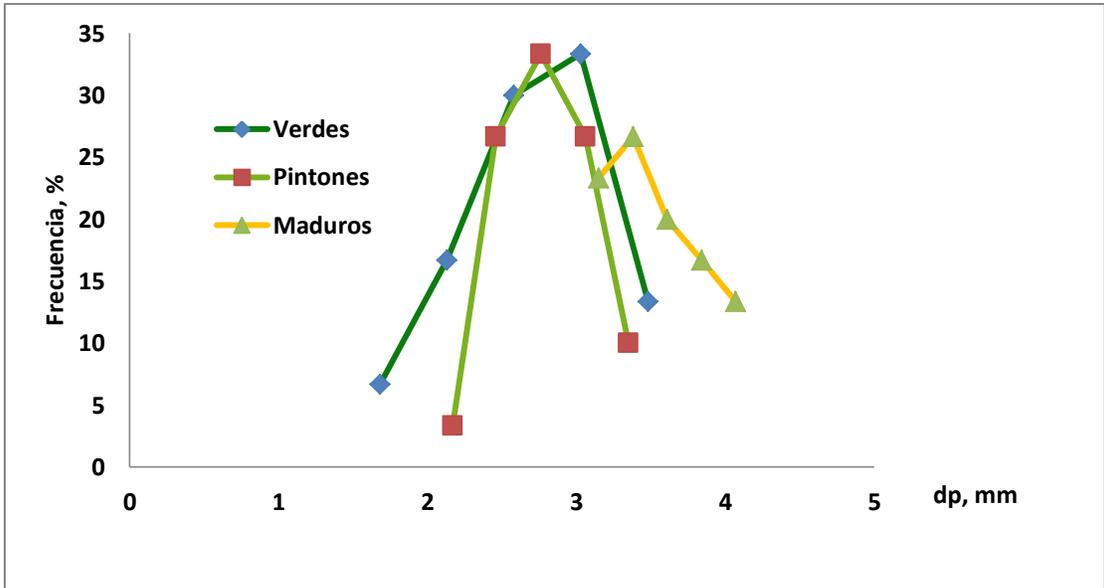


Figura 8. Curvas variacionales de los diámetros medio del pedicelo.

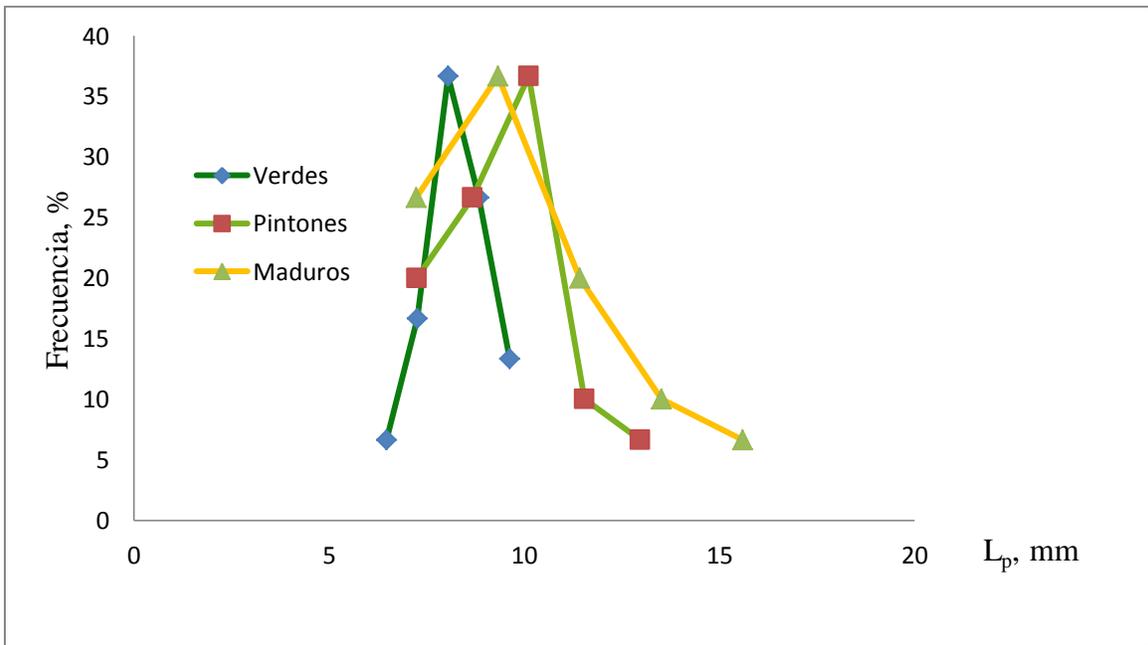
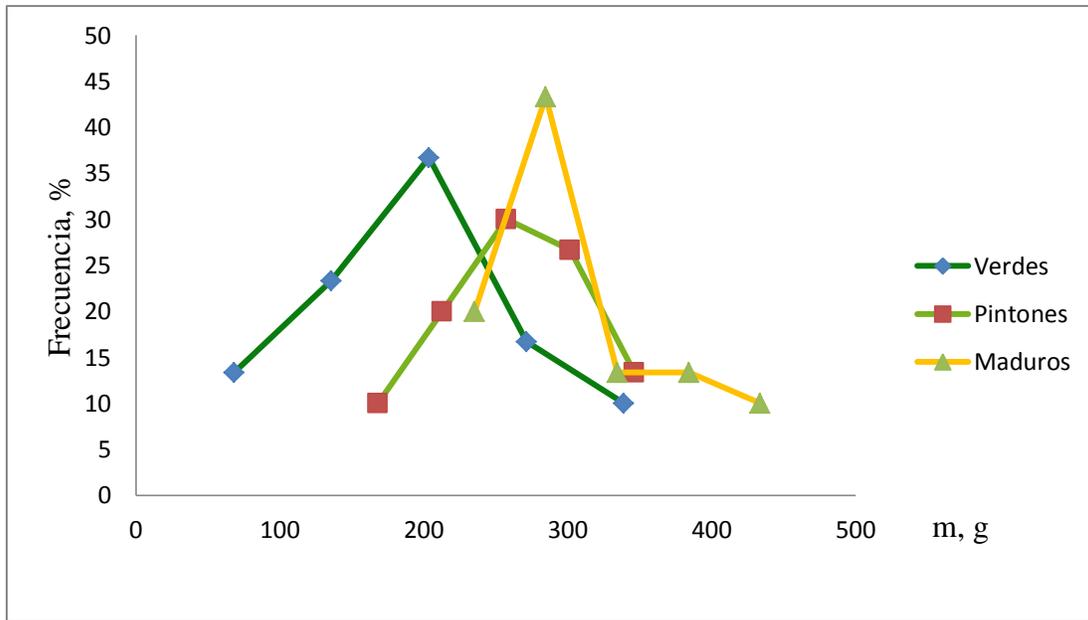


Figura 9. Curvas variacionales de la longitud del pedicelo.



**Figura 10. Curvas variacionales de la masa de los frutos.**

## 2.6 Conclusiones

Los valores medios del diámetro del pedicelo fueron de 2.71, 2.82 y 3.56 mm para frutos verdes, pintones y maduros respectivamente; mientras que la longitud alcanzo valores medios de 8.29, 9.3 y 10.07 mm de acuerdo al orden de maduración antes señalado.

En sentido general se apreció diferencias significativas en las propiedades objeto de estudio con relación a frutos verdes y maduros. La variación con la maduración de los frutos de sus valores medios de la mayor parte de las propiedades estudiadas, influye en la disminución de las frecuencias naturales de los sistemas con frutos maduros, lo cual incide positivamente en la existencia de condiciones favorables para la cosecha selectiva por vibración.

Los valores medios del momento de inercia de los frutos con respecto al eje menor fueron de 142.4, 231.1 y 270.3  $\text{kg}\cdot\text{mm}^2$  para frutos verdes, pintones y maduros respectivamente; mientras que el momento de inercia con relación al eje mayor tomo valor es de 137.1, 221.9 y 260.8  $\text{kg}\cdot\text{mm}^2$  en referencia al orden de maduración antes señalado.

## 2.7 Literatura citada

- Bobeva, M. 1972. Isledovanie otiskivaneto na malinovite plodove pri vibrirane. Sielskoskstopanstva Tejnika, I, Sofia, 85pp.
- Cooke, J. R. and Rand R. H. 1969. Vibratory fruit harvesting: A linear theory of fruit-stem dynamic. Journal Agricultural Engineering, 14(3): 195-200.
- Cooke, J. R. and P. Parchomchuk. 1972. Vibratory Harvesting: An Experimental Analysis of Fruit-Stem Dynamics. Transactions of the ASABE. 15(4): 598-603.
- Fridley, R.B., P.A. Adrian. 1960. Some aspects of vibratory fruit harvesting. Journal Agricultural Engineering. 41: 28-31.
- Iglesias, C., C. P. Paneque R., L. Shkiliova. 1999. Evaluación y prueba de tractores y máquinas agrícolas. Universidad Autónoma Chapingo, Universidad Agraria de La Habana. Chapingo, México. 485pp.
- InfoAgro. 2012 El cultivo del mango I y II parte [en línea], Disponible en: <http://www.infoagro.com/> [Consulta: mayo 18 2012].
- Llanes, O. 2000. Determinación de los parámetros de diseño de vibradores inerciales de ramas para la cosecha mecanizada de cítricos. Tesis doctorales en ciencia técnicas. Universidad Agraria de La Habana, Cuba. 101pp.
- Rumsey, J. W. 1967. Response of citrus-stem system to fruit removing actions. M.Sc. Tesis. University Arizona. Tucson. E. U. 115pp.
- Ramírez, V., J., J. A. Pérez F., R. A. Sáinz R., J. A. Quiñonez F. y Y. M. Ramos B. 2006. Cultivo, enfermedades y plagas del mango: sistemas convencional y orgánico. Gobierno de Sinaloa. México. 256pp.
- Santos, H., A. M. 2012. Diseño y construcción de un dispositivo cosechador de mango. Tesis de maestría. Posgrado en Ingeniería y uso Integral del Agua. Chapingo, México. 98pp.
- Varlamov, G. P. 1972. Determinación de los regímenes de trabajo de una máquina vibradora para la recogida de frutos. Trabajos del VISJOM. Vol.71, Moscú. 84pp.

**CAPITULO 3**

**PROPIEDADES ELÁSTICAS DEL SISTEMA FRUTO-PEDICELO DEL MANGO**

**RELACIONADAS CON LA COSECHA POR VIBRACIÓN<sup>4</sup>**

**SPRING SYSTEM PROPERTIES OF MANGO FRUIT-PEDICEL RELATED VIBRATION**

**HARVESTING**

**3.1 Resumen**

En México, el mango ocupa el segundo lugar en cuanto a superficie sembrada con 176 781 490 hectáreas; cuando el destino del mango es para el consumo como fruta fresca, la cosecha se realiza manualmente, sin embargo; con el aumento de la demanda de productos procesados, la cosecha mecanizada es una alternativa viable para la recolección de frutos mediante la utilización de vibradores inerciales. El presente trabajo tiene como objetivo determinar las propiedades elásticas del pedicelo y el sistema fruto-pedicelo del mango, que forman parte de las propiedades físicas-mecánicas requeridas para el análisis de la dinámica del sistema, con el fin de obtener los valores óptimos de frecuencia y amplitud de las vibraciones para la cosecha selectiva de los frutos. Para ello, se elaboró una metodología y se seleccionaron los instrumentos de medición con las precisiones requeridas por las normas mexicanas. Las determinaciones se realizaron en una parcela experimental de mango de la variedad Manila en Ídolos, Veracruz; durante junio de 2013, obteniéndose los valores medios de la rigidez, el módulo de elasticidad a la flexión, el coeficiente de Poisson y el módulo cortante del pedicelo, así como el momento flector necesario para desprender el fruto, en tres estadios de maduración. La prueba de Tukey indica que existe el 95% del nivel de significancia, diferencias significativas entre las medias en las propiedades físico-mecánicas para frutos maduros, con

---

<sup>4</sup> *Pedro Ramón Mayans Céspedes, Gilberto de Jesús López Cansteñs, Eugenio Romanchik Kriuchkova y Luciano Pérez Sobrevilla. Artículo aceptado para ser publicado en la Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas, ISSN: 2007-0934, Vol. 6 (2) 16 de febrero-30 de marzo de 2015.*

maduración fisiológica y verdes, siendo un aspecto que favorece la cosecha selectiva de frutos cuando se aplica vibraciones a las ramas.

**Palabras clave:** *Mangifera indica* L., desprendimiento selectivo, parámetros de diseño.

### **3.2 Abstract**

Of Mexico's fruit crops, mango is second in cultivated area (176 781 490 ha). When mango is destined for fresh fruit consumption, it is harvested manually. However, with the increase in the demand for processed products, mechanized harvest with vibration is a feasible alternative for gathering the fruits using inertial vibrators. This study was conducted to determine the elastic properties of the mango pedicel and the mango fruit-pedicel system. These form part of the physical-mechanical properties required for analysis of system dynamics, aiming to obtain the optimum values of vibration frequency and amplitude for selective harvesting. To this end, a methodology was developed and measuring instruments with the precision required by Mexican standards were selected. The determinations were done in an experimental Manila mango orchard located in Ídolos, Veracruz; in June 2013. Mean values were obtained for rigidity, modulus of elasticity to bending, Poisson coefficient, and shear modulus of the pedicel. Also, the bending moment necessary to detach the fruit was determined for three stages of maturity. The Tukey test indicated that, at 95% level of significance, there were significant differences between means of the physical-mechanical properties under study of ripe, physiologically mature and green fruits. This result points favorably to selective mango harvesting by application of vibrations to the branches.

**Keywords:** *Mangifera indica* L., selective detachment, design parameters.

### **3.3 Introducción**

El sistema máquina-árbol-fruto es un sistema complejo compuesto de varios subsistemas, uno de los modelos más completos para el estudio de este sistema fue elaborada por Llanes *et*

al. (2000) y su aplicación ha sido validada experimentalmente con éxito durante el desprendimiento de frutos por vibración en cítricos, guayaba y café.

Al ser acoplado el vibrador a un punto de excitación del árbol, se aplica a éste una fuerza excitadora y como resultado de esta excitación en el punto de aplicación, se generará un movimiento vibratorio originando un desplazamiento del punto de aplicación de la excitación, que estará determinado por los parámetros de diseño y operación del equipo vibrador, tales como la masa desbalanceada, masa total del vibrador, frecuencia de las oscilaciones y excentricidad de la masa desbalanceada así como la magnitud y fase de la impedancia mecánica.

Las vibraciones aplicadas al punto de excitación se transmiten a través de la estructura del árbol hasta el subsistema fruto-pedicelo, el estudio de la transmisión de las vibraciones a través de la estructura del árbol es necesario con vista a determinar la amplitud de las vibraciones que excitan al subsistema fruto-pedicelo en diferentes zonas del árbol.

El árbol es sometido a vibraciones forzadas; diferentes puntos de su estructura oscilarán en el estado estacionario con la frecuencia correspondiente a la frecuencia de excitación, dependiendo de la amplitud y fase de las oscilaciones de estos puntos, así será el comportamiento modal que asuma el fruto en el árbol ante esta frecuencia. La transmisión de las vibraciones a la estructura del árbol estará determinado por la amplitud y frecuencia en el punto de excitación así como las características dimensionales y propiedades físico-mecánicas del árbol, tales como el módulo de elasticidad a la flexión y a la torsión, coeficiente de Poisson, la densidad volumétrica, razón de amortiguamiento, así como los momentos de inercia de las ramas entre otras.

La excitación sinusoidal de la frecuencia y la amplitud provocará la oscilación del subsistema fruto-pedicelo y la aparición del momento flector en la zona de abscisión que debe superar el momento flector necesario para lograr el desprendimiento del fruto. El modo de vibración que asuma el subsistema fruto-pedicelo estará dado por la amplitud y frecuencia de

las oscilaciones y por las propiedades físico-mecánicas tales como el diámetro polar, el diámetro ecuatorial mínimo, el diámetro ecuatorial máximo, el diámetro del pedicelo, longitud del pedicelo, masa del fruto, densidad volumétrica del fruto y los momentos de inercia en el eje menor y en el eje mayor, la rigidez del pedicelo, módulo de elasticidad a la flexión y a la torsión, el coeficiente de Poisson y el momento flector de desprendimiento del pedicelo.

Determinar el comportamiento modal y regímenes de vibración para el desprendimiento de los frutos del mango constituyen un problema de alta dificultad por tantas variables involucradas. Abordar este estudio experimental requeriría de gran inversión de recursos y tiempo, por lo que se recomienda abordarlo mediante la modelación matemática.

Los modelos matemáticos clásicos pueden dividirse en dos grandes grupos: los que consideran como causa predominante en el desprendimiento de los frutos la acción de las fuerzas de inercia centrífugas (de tracción), en las posibles zonas de abscisión (unión del fruto-pedicelo; unión pedicelo-ramas u otras) y los que consideran como causa predominante en el desprendimiento de los frutos la acción de momento de fuerzas de inercia que provocan flexión en la zonas de abscisión.

El primer grupo se asocian en algunos de los modelos desarrollados en Europa y Estados Unidos, Adrián y Fridley (1965); Varlamov (1972); Bobeva (1972), durante estudios en la cosecha por vibraciones de frutas como la manzana, ciruelas y otros, mientras el segundo grupo se asocian fundamentalmente los modelos surgidos durante estudios de la cosecha por vibración de cítricos en Estados Unidos Cooke y Rand (1969) y en Cuba por Martínez (1977) y Castillo (1995) también fue aplicado este modelo en guayaba por Herrera (1980) y en café por Martínez *et al.* (1989) y Gaskins (2006).

Tanto el modelo de Cooke y Rand (1969), así como de Martínez (1977) y Castillo (1995), presentan dos grados de libertad y tienen en cuenta de forma acertada la aparición de deflexiones en las zonas de abscisión de los frutos, que no habían sido consideradas en

modelos anteriores y que describen con mayor exactitud el fenómeno del fallo de la unión del fruto por el pedicelo durante la cosecha por vibraciones.

Diferentes propiedades físico-mecánicas de los frutos del mango han sido determinadas por varios autores, Ramírez *et al.* (2006); Infoagro (2012), en los dos casos determinaron la masa, diámetro polar y ecuatorial máximo del fruto para algunas variedades, sin embargo; estas propiedades son insuficientes para aplicar la modelación matemática con vistas a conocer los modos y los regímenes de vibración óptimos que garanticen la cosecha selectiva de los frutos.

Santos (2012), determinó algunas propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo del mango de la variedad Ataulfo, sin embargo; no tuvo en cuenta los estadios de maduración de los frutos, siendo un aspecto indispensable para el análisis de la selectividad durante la cosecha mecanizada por vibración.

### **3.4 Materiales y métodos**

#### **3.4.1 Lugar de ejecución de los experimentos**

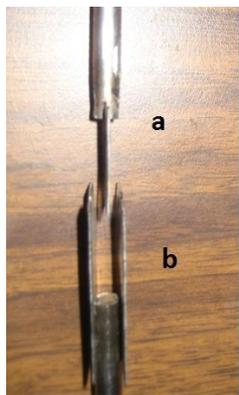
Para la realización de la investigación se selecciona una parcela de 12 hectáreas de mango de la variedad manila, propiedad del Sr. Francisco Rebolledo localizada en Ídolos municipio de Actopan, Veracruz, ubicada a 86 msnm, con un marco de plantación de 10 X 10 m y una edad de 15 y 25 años por lo cual se considera que el árbol ha alcanzado su etapa adulta en producción y desarrollo morfológico.

Las actividades experimentales se realizaron en el mes de junio del 2012, obteniéndose la información referente a las variables climáticas de la estación meteorológica de Ídolos. La temperatura atmosférica promedio en los días de evaluación fue de 28°C, mientras que la humedad relativa, velocidad del viento alcanzaron valores de 80% y 5.07 m/s respectivamente.

Los árboles para el muestreo fueron seleccionados de manera aleatoria, según su localización en la diagonal de la parcela (Iglesias *et al.*, 1999).

### 3.4.2 Materiales y métodos para la determinación de las propiedades elásticas de los pedicelos

La rigidez del pedicelo se determinó construyendo un dispositivo formado por dos soportes (figuras 1a y 1b) que fueron colocados en las mordazas de la máquina de ensayos mecánicos Instron modelo 3382. El soporte b se colocó en la mordaza inferior y estaba formado por dos láminas de acero de 1 mm de espesor y separadas a 9 mm en la cual se colocaron los pedicelos. El soporte a fue fijado a la mordaza superior, el mismo estaba compuesto por una lámina de acero que durante su recorrido pasa por en medio de la distancia de las láminas de soporte b (figura 1b).



a)



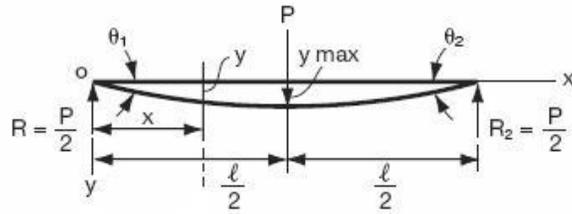
b)

**Figura 1. Dispositivos utilizados para determinar la rigidez del pedicelo.**

Para el esquema de la figura 2; la rigidez se calcula como:

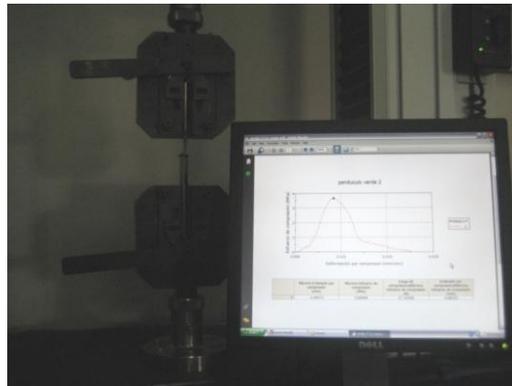
$$EI = \frac{Pl^3}{48y_{max}} \quad (1)$$

Donde:  $EI$ = rigidez del pedicelo en  $N\ m^2$ ;  $P$ = carga en  $N$ ;  $l$ = separación entre las láminas del soporte b en  $m$ ;  $y_{max}$ = deflexión máxima del pedicelo en  $m$ .



**Figura 2. Esquema para el cálculo de la rigidez del pedicelo.**

La separación de las láminas de acero fue de 9 mm, mientras que la carga P y la deflexión  $y_{max}$  de cada muestra se registraban y almacenaba en un ordenador con una precisión de  $\pm 10^{-5}$  N y  $\pm 10^{-5}$  mm respectivamente (figura 3). Para el cálculo de la rigidez del pedicelo de cada muestra se tomó la carga máxima y su deflexión correspondiente registrada en la computadora de la máquina instron.



**Figura 3. Registro de los resultados en la computadora de los ensayos de rigidez del pedicelo.**

Con los resultados de la rigidez del pedicelo obtenidos durante los experimentos se determina el módulo de elasticidad (E) en  $N\ m^{-2}$  mediante la ecuación:

$$EI = K \quad (2)$$

Donde:  $K$  = es el valor de la rigidez obtenida durante los experimentos en  $N\ m^2$ ;  $I$  = momento de 2° orden de la sección del pedicelo en  $m^4$  y se calcula como:

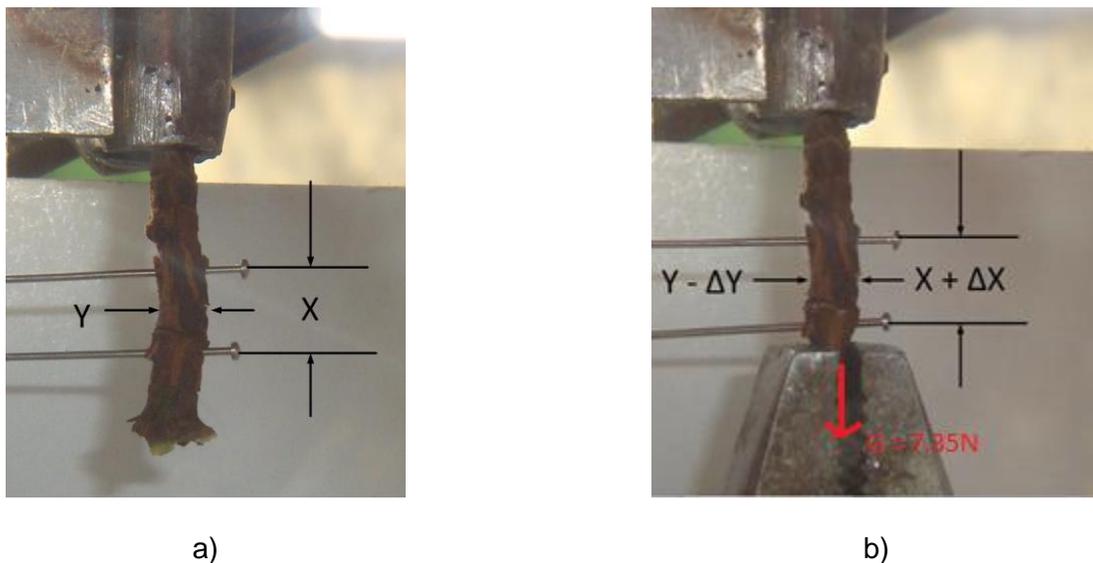
$$I = \frac{\pi d_p^4}{64} \quad (3)$$

Donde:  $d_p$ = diámetro medio del pedicelo en m.

El coeficiente de Poisson se determina directamente, mediante la medición de las deformaciones provocadas en el pedicelo por una fuerza traccional de 7.35 N. Para la medición de las deformaciones se utiliza una cámara digital marca SONY de 10 megapíxeles montada sobre un trípode, y un soporte en el cual se fijó el pedicelo por uno de sus extremos y por el otro se colocó un peso de 7.35 N.

Las imágenes fueron procesadas con el programa Vision Builder AI 3.0 con una precisión en las mediciones de  $\pm 0.01$  píxeles, mientras que la zona del pedicelo objeto de medición fue definido por dos agujas.

El procedimiento consistió en tomar dos fotos a cada muestra; una inicial sin peso (figura 4a) donde se definían las distancias  $X$  y  $Y$ , en base a los píxeles en el sector de las dos agujas y una foto final con peso, midiendo las distancias  $X + \Delta X$ ;  $Y - \Delta Y$  (figura 4b).



**Figura 4. Valores iniciales ( $X$  y  $Y$ ) y finales ( $X + \Delta X$  y  $Y - \Delta Y$ ) en el sector del pedicelo.**

Conociendo que;

$$X + \Delta X = X_f \quad (4)$$

$$Y - \Delta Y = Y_f \quad (5)$$

Despejando  $\Delta X$  y  $\Delta Y$  de (4) y (5) respectivamente se tiene que:

$$\Delta X = X_f - X \quad (6)$$

$$\Delta Y = Y - Y_f \quad (7)$$

Donde:  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ = deformación en dirección axial y perpendicular al pedicelo en mm;  $X$ ,  $Y$ = valores iniciales en mm;  $X_f$ ,  $Y_f$ = valores finales en mm.

Una vez conocidas las deformaciones, el coeficiente de Poisson se calcula como:

$$\mu = -\frac{\varepsilon_Y}{\varepsilon_X} = -\frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta X}{X}} \quad (8)$$

A partir del módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson, se determina el módulo de cortante  $G$  ( $\text{N m}^{-2}$ ) por medio de la ecuación:

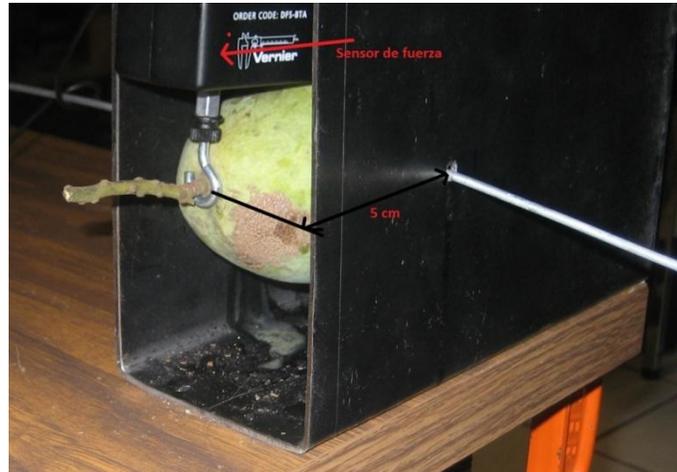
$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (9)$$

### 3.4.3 Materiales y métodos para la determinación del momento flector de desprendimiento del fruto

La determinación del momento flector que provoca el fallo de la zona de abscisión del sistema fruto-pedicelo, es indispensable con vistas a la aplicación de modelos matemáticos, para el cálculo de los regímenes de vibración que provocan el desprendimiento de los frutos. Para su determinación se construyó un dispositivo en forma de canal con un orificio a una distancia de cinco centímetros desde la base del pedicelo y se instaló un transductor de fuerza con una precisión de  $\pm 10^{-6}$  N, conectado a la computadora a través de una interface. El gancho del traductor se apoyó en la base del pedicelo (figura 5).

Las mediciones se efectuaron atravesando el fruto con una varilla a través del orificio en dirección perpendicular a su eje mayor, se hace rotar la fruta al aplicar una fuerza por su extremo libre hasta lograr el desprendimiento del pedicelo como se muestra

en la figura 6, quedando registrada en la computadora el valor máximo de la fuerza, que al multiplicarse por el brazo indica el momento flector producido.



**Figura 5. Dispositivo para la medición del momento flector de desprendimiento del pedicelo.**



**Figura 6. Registro del momento flector de desprendimiento en el ordenador.**

Los resultados de las mediciones de las propiedades físico-mecánicas (PFM) objeto de estudio fueron procesados estadísticamente por el paquete Statical Analsys System (SAS) versión 8.0, Statgraphics Plus versión 5.1 y Microsoft Excel versión 2010, obteniéndose

para cada PFM determinada experimentalmente en los tres estadios de maduración los valores medios ( $\bar{x}$ ), error estándar de la media ( $e$ ), desviación típica ( $\sigma$ ) y el coeficiente de variación ( $cv$ ); además se construyeron las curvas variacionales de distribución. Adicionalmente se efectuó la prueba de Tukey para detectar diferencias significativas entre los valores medios de cada propiedad en los tres estadios de maduración.

### 3.5 Resultados y discusión

Se efectuó la prueba de Tukey para detectar diferencias significativas entre los valores medios de cada propiedad en los tres estadios de maduración. En el cuadro 1 se muestran los resultados del análisis de varianza para las diferentes propiedades objeto de estudio de acuerdo al estadio de maduración.

**Cuadro 1. Resultados de la prueba de Tukey para las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedículo del mango de la variedad Manila en los tres estadios de maduración.**

Propiedad físico-mecánica	UM	Estadios de maduración		
		Maduros	MF	Verdes
<b>Rigidez del pedicelo (EI)</b>	N·mm <sup>2</sup>	163.2 b	504.5 a	608.33 a
<b>Módulo de elasticidad (E)</b>	N·mm <sup>-2</sup>	30.2 b	191.8 ba	496.7 a
<b>Coefficiente de Poisson (<math>\mu</math>)</b>	----	0.94 a	0.66 b	0.54 b
<b>Módulo de cortante (G)</b>	N·mm <sup>-2</sup>	8.25 b	60.23 ba	163.48 a
<b>Momento flector de desprendimiento del fruto (<math>M_f</math>)</b>	N·m	0.44 b	0.66 a	0.79 a

UM= unidad de medida; MF= maduración fisiológica; a, b= medias con la misma letra no son significativamente diferentes.

En el cuadro 1 se aprecia que la rigidez, el módulo de elasticidad y el módulo cortante de los pedicelos disminuyen desde el verde al maduro, lo cual influye en la disminución de las frecuencias naturales de los sistemas con frutos maduros. Esta

diferenciación puede originar sólo la caída de frutos maduros si se seleccionan los regímenes de vibración adecuados.

El coeficiente de Poisson de los pedicelos se comporta diferente a la rigidez, módulo de elasticidad y cortante en los frutos, es decir; aumenta desde los frutos verdes a los maduros. A pesar de presentar diferencias significativas de acuerdo a la prueba de Tukey entre los pedicelos de los frutos maduros con relación a los frutos con maduración fisiológica (pintones) y verdes, su variación no influye en forma notable sobre las frecuencias naturales del sistema, por lo que ésta variación no debe afectar las condiciones para la cosecha selectiva.

Con relación al momento flector requerido para el desprendimiento de los frutos, se obtuvieron diferencias significativas entre el valor medio correspondiente a los frutos verdes, con relación a los maduros. En el caso de los frutos verdes fue muy superior a los maduros, lo que puede originar una disminución en las frecuencias naturales de vibración de los frutos maduros. Este comportamiento es altamente propicio desde el punto de vista de la cosecha selectiva del mango mediante vibraciones al árbol.

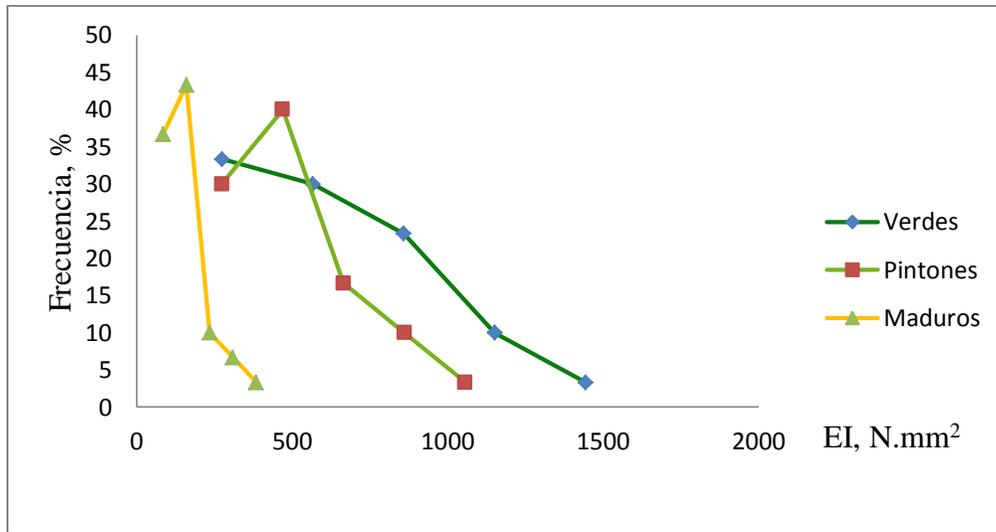
En el cuadro 2 están reflejados los valores de los estadígrafos de aquellas propiedades físico-mecánicas determinadas experimentalmente, observándose que los valores medios de la rigidez, coeficiente de Poisson y momento flector para el desprendimiento del fruto va disminuyendo de frutos verdes a los maduros, dado que los pedicelos de los frutos maduros son más blandos que los pedicelos de los frutos verdes. Estas variaciones provocan diferenciación en las frecuencias naturales de vibración en los tres estadios de maduración, lo que favorece la cosecha selectiva, sin embargo; se observa una gran dispersión en los valores de las mediciones realizadas a estas propiedades físico-mecánicas, siendo un aspecto a considerar en la elección de los regímenes óptimos de vibración de las máquinas cosechadoras.

**Cuadro 2. Valores de los estadígrafos de las propiedades elásticas del pedicelo y del sistema fruto-pedicelo determinadas experimentalmente para tres estadios de maduración**

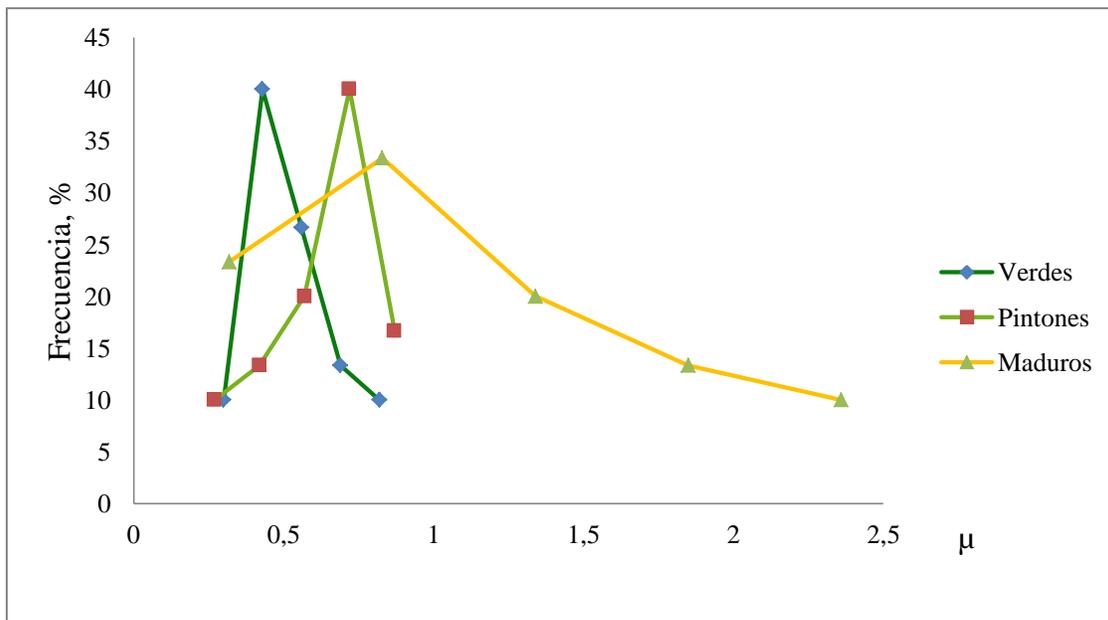
PFM	Maduros				Maduración fisiológica				Verdes			
	x	e	$\sigma$	cv	x	e	$\sigma$	cv	x	e	$\sigma$	cv
EI	163.2	15.52	85.01	52.09	504.5	47.91	262.43	52.02	608.3	66.56	364.58	59.93
$\mu$	0.94	0.12	0.65	69.17	0.66	0.03	0.188	28.76	0.54	0.03	0.156	28.98
$M_f$	0.44	0.04	0.21	52.73	0.66	0.05	0.26	39.01	0.79	0.05	0.28	36.19

PFM= propiedades físico-mecánicas; EI= rigidez del pedicelo;  $\mu$ = coeficiente de Poisson;  $M_f$ = Momento flector de desprendimiento del fruto; x= valores medios; e= error estándar de la media;  $\sigma$ = desviación típica; cv= coeficiente de variación (%)

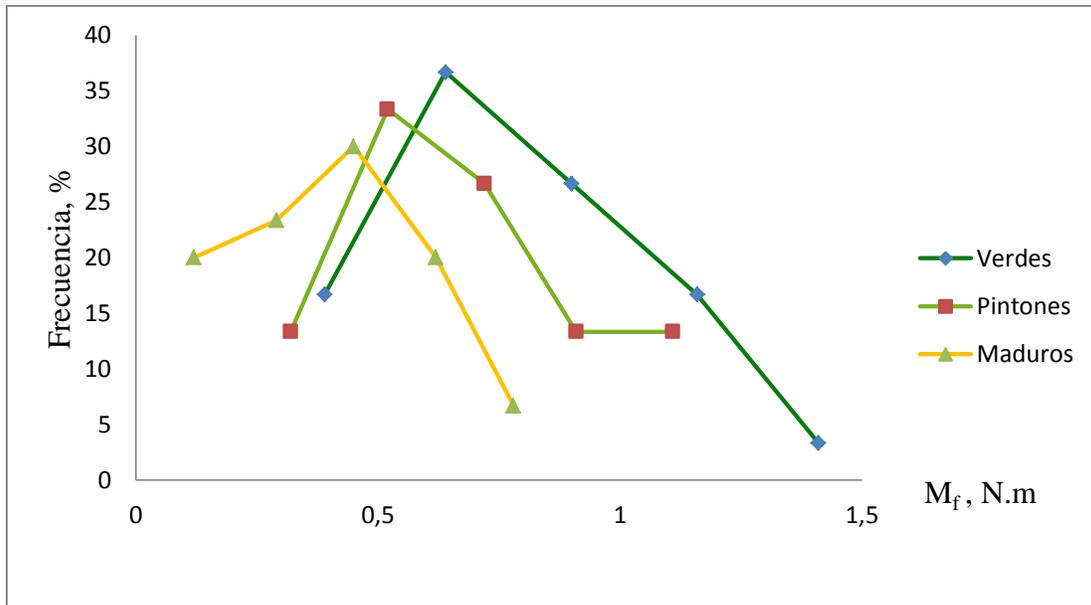
En las figuras 7, 8 y 9 se muestran las curvas variacionales de distribución de la rigidez, coeficiente de Poisson y el momento flector para el desprendimiento del pedicelo para frutos verdes, con maduración fisiológica (pintones) y maduros, observándose que el valor medio se ubica en la cercanía del punto de mayor frecuencia, dándole mayor fortaleza en los resultados en la comparación de medias. En los anexos se muestran los histogramas de frecuencia para cada propiedad y estadio de maduración así como la prueba de normalidad según el método de Kolmogórov-Smirnov se mostró que en la generalidad de los casos las mediciones cumplen con una distribución normal con al menos el 90%.



**Figura 7. Curvas variacionales de la rigidez de los pedicelos.**



**Figura 8. Curvas variacionales del coeficiente de Poisson.**



**Figura 9. Curvas variacionales del momento flector de desprendimiento de los frutos.**

### 3.6 Conclusiones

Los valores medios de la rigidez de los pedicelos fueron de: 608.3, 504.5 y 163.2 N·mm<sup>2</sup> para frutos verdes, pintones y maduros respectivamente, mientras que el coeficiente de Poisson, tomo valores medios de 0.54, 0.66 y 0.94 de acuerdo al orden de maduración antes señalado.

En sentido general se apreció diferencias significativas en las propiedades objeto de estudio con relación a frutos verdes y maduros. La variación con la maduración de los frutos de sus valores medios de la mayor parte de las propiedades estudiadas, influye en la disminución de las frecuencias naturales de los sistemas con frutos maduros, lo cual incide positivamente en la existencia de condiciones favorables para la cosecha selectiva por vibración.

Los valores medios del momento flector para los frutos maduros, con maduración fisiológica (pintones) y verdes fueron de 0.44, 0.66 y 0.79 N·m respectivamente.

### 3.7 Literatura citada

- Adrian, P. A and Fridley R. B. 1965. Dynamics and design criteria of inertia type tree shakers. Transactions of the ASAE. 8(4): 12-14.
- Bobeva, M. 1972. Isledovanie otiskivaneto na malinovite plodove pri vibrirane. Sielskoskstopanstva Tejnika, I, Sofia. 85pp.
- Castillo, M. A. 1995. Investigación del régimen óptimo de trabajo de los vibradores de follaje de acción vertical para el desprendimiento de naranja de Valencia en Cuba, Tesis de doctorado en Ciencia Técnicas, Universidad Agraria de la Habana, Cuba, 122pp.
- Cooke, J. R. and Rand R. H. 1969. Vibratory fruit harvesting: A linear theory of fruit-stem dynamic. Journal Agricultural Engineering. 14(3): 195-200.
- Gaskins, E. B. G. 2006. Fundamentación de los modos y los regímenes de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo del café, para la cosecha selectiva de los frutos. Tesis doctoral en ciencias técnicas. Universidad Agraria de la Habana, Cuba. 109pp.
- Herrera, M. 1980. Estudio teórico de los regímenes de trabajo para el desprendimiento de guayaba por vibración. Tesis profesional. Instituto Superior Politécnico Jose Antonio Echeverría, Habana, Cuba. 77pp.
- Iglesias, C., C., P. Paneque R., L. Shkiliova. 1999. Evaluación y prueba de tractores y máquinas agrícolas. Universidad Autónoma Chapingo, Universidad Agraria de La Habana. Chapingo, México. 485pp.
- InfoAgro 2012 El cultivo del mango I y II parte [en línea], Disponible en: <http://www.infoagro.com/> [Consulta: mayo 18 2012].
- Llanes, O. 2000. Determinación de los parámetros de diseño de vibradores inerciales de ramas para la cosecha mecanizada de cítricos. Tesis doctoral en ciencias técnicas. Universidad Agraria de La Habana, Cuba. 101pp.

- Martínez R., A. 1977. Estudio teórico de la dinámica del sistema fruto pedúnculo. Revista Ciencias Técnicas. Serie construcción de maquinaria. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Habana, Cuba 15pp.
- Martínez, R. A.; Morales, F. J.; Gómez, A. D. y Aloysius, H. N. 1989. Determinación de parámetros de un órgano de trabajo para cosecha mecanizada de café por vibración. Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias. 2(3): 27-49.
- Ramírez, V. J.; Pérez, F. J. A; Sáinz, R. R. A.; Quiñonez, F. J. A. y Ramos, B. Y. M. 2006. Cultivo, enfermedades y plagas del mango: sistemas convencional y orgánico. Gobierno de Sinaloa. México. 256pp.
- Santos, H. A. M. 2012. Diseño y construcción de un dispositivo cosechador de mango. Tesis de maestría. Posgrado en Ingeniería y uso Integral del Agua. Chapingo, México. 98pp.
- Varlamov, G. P. 1972. Determinación de los regímenes de trabajo de una máquina vibradora para la recogida de frutos. Trabajos del VISJOM. Vol.71, Moscú. 84pp.

## CAPITULO 4

### MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL SISTEMA FRUTO-PEDICELO-PEDÚNCULO DEL MANGO DE LA VARIEDAD MANILA<sup>5</sup>

### MATHEMATICAL MODELING OF THE FRUIT-PEDICEL-PEDUNCLE SYSTEM OF THE MANGO MANILA VARIETY

#### 4.1 Resumen

El cultivo del mango en México representa una fuente importante de empleos, ingresos y generación de divisas, sólo en el año 2002 ingresó al país 134 millones de dólares al exportar 195 mil toneladas de mango. México aporta a las exportaciones mundiales el 30 % del total de la producción, lo que lo sitúa como el mayor exportador del mundo, sin embargo su cosecha se realiza de forma manual. El presente trabajo tiene como objetivo determinar los regímenes de vibración más apropiados para el desprendimiento selectivo de los frutos empleando un modelo de dos grados de libertad. Los datos de entrada para la evaluación de este modelo fueron las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo. Como resultado de la modelación se obtuvieron las respuestas de frecuencia para el desplazamiento lineal, ángulo de giro, momento flector y la fuerza traccional en los tres estadios de maduración, observándose separación entre las frecuencias de resonancia de los frutos verdes y maduros, lo que constituye una fortaleza para la cosecha selectiva de los frutos. También se obtuvieron las bandas de frecuencia en la que sólo se produce la caída de los frutos maduros para diferentes amplitudes. Para el primer modo de vibración es suficiente con una amplitud de excitación de 10 mm para desprender solamente los frutos maduros en una banda de 14.3 Hz (de 27.5-41.8 Hz); los

---

<sup>5</sup> *Pedro Ramón Mayans Céspedes, Gilberto de Jesús López Cansteñs, Eugenio Romanchik Kriuchkova y Luciano Pérez Sobrevilla. Artículo aceptado para ser publicado en la Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas, ISSN: 2007-0934, Vol. 6 (8) 12 de noviembre-31 de diciembre de 2015.*

frutos verdes se desprenderían a partir de una frecuencia de 56 Hz lo que demuestra la posibilidad de la cosecha selectiva de los frutos del mango.

**Palabras clave:** frecuencia de resonancia, modelación, selectividad y amplitud de excitación.

#### **4.2 Abstract**

Mango cultivation in Mexico is an important source of jobs, incomes, and foreign currency. In 2002 alone, the export of 195 thousand tons mango generated 134 million dollars. Mexico contributes to world exports 30 % of the total production, making it the largest world exporter. However, industrial processing of fruit for fresh consumption is done manually. This study was conducted to determine the vibration regimes most suitable for selective detachment of fruit using a model of two degrees of freedom. The entry data for assessment of this model were the physical-mechanical properties of the fruit-pedicle-peduncle system. The model yielded response frequency for linear detachment, rotation angle, bending moment and traction force at three stages of ripening. Separation between the resonance frequencies of green and ripe fruit was observed, a phenomenon that favors selective fruit harvest. Also obtained were frequency bands for different amplitudes that caused only ripe fruits to drop. For the pendular vibration mode, an amplitude of 10 mm is sufficient to achieve detachment of ripe fruits in a relatively wide frequency band of 14.3 Hz (with an initial frequency at 17.5 Hz and a final frequency at 41.8 Hz) with mean physical-mechanical properties, while green fruits are detached at 56 Hz and higher. These results demonstrate that selective harvesting of mango fruits is possible.

**Key words:** resonance frequency, modelling, selectivity, excitation amplitude.

#### **4.3 Introducción**

La modelación del sistema fruto-pedúnculo ha sido una herramienta utilizada durante las investigaciones relacionadas con la cosecha mecanizada de frutas por

vibración desde la década de los 60 (Fridley y Adrián, 1960; Rumsey, 1967; Cooke and Rand, 1969; Varlamov, 1972; Bobeva, 1972). El análisis de la dinámica del sistema fruto-pedúnculo, dirigido a determinar la respuesta de frecuencias de dicho sistema cuando es sometido a una excitación armónica ha sido objeto de diferentes modelaciones.

Los modelos clásicos pueden dividirse en dos grandes grupos: Los que consideran como causa predominante en el desprendimiento de los frutos la acción de las fuerzas de inercia centrífugas (de tracción) en las posibles zonas de abscisión (unión del fruto-pedúnculo; unión pedúnculo-ramas u otras) y los que consideran como causa predominante en el desprendimiento de los frutos la acción de momento de fuerzas de inercia que provocan flexión en la zonas de abscisión.

El primer grupo se asocian en algunos de los modelos desarrollados en Europa y Estados Unidos (Adrián and Fridley, 1965; Varlamov, 1972; Bobeva, 1972), durante estudios en la cosecha por vibraciones de frutas como la manzana, ciruelas y otros, mientras el segundo grupo se asocian fundamentalmente los modelos surgidos durante estudios de la cosecha por vibración de cítricos en los Estados Unidos por Cooke y Rand, (1969); en Cuba por Martínez, (1977); Castillo (1995), también fue aplicado este modelo en guayaba por Herrera (1980) y en café por Martínez (1989).

En las investigaciones realizadas en la cosecha de café mediante vibraciones ha sido continuada por Gaskins (2006), basados en esos modelos matemáticos determinó los modos y regímenes de vibración con vistas a la cosecha selectiva de los frutos del café.

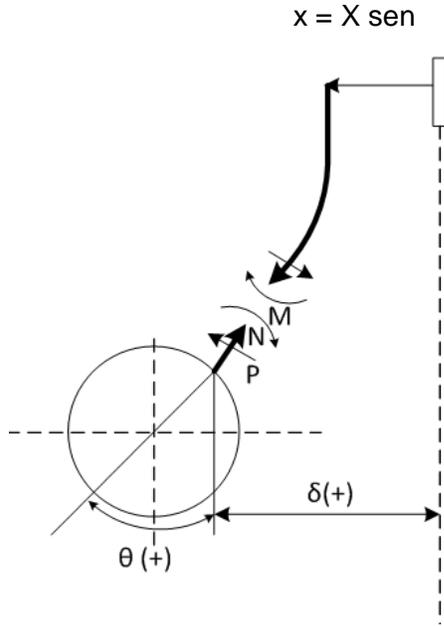
Tanto el modelo de Cooke y Rand así como el de Martínez y Castillo presentan dos grados de libertad y tienen en cuenta en forma acertada la aparición de deflexiones en las zonas de abscisión de los frutos, que no habían sido consideradas en modelos anteriores y que describen con mayor exactitud el fenómeno del fallo de la unión del fruto por el pedúnculo durante la cosecha por vibraciones.

Como ventaja para la aplicación del modelo de dos grados de libertad propuesto por Martínez se puede señalar que a diferencia del modelo de Cooke y Rand permite no sólo determinar las frecuencias de resonancia del sistema fruto-pedúnculo, si no también calcular los momentos flectores que surgen en la zona de abscisión, lo que permite determinar las amplitudes de la excitación que provocan el desprendimiento de los frutos. Adicionalmente este modelo ha sido validado durante estudios experimentales realizados durante la cosecha por vibración en naranja por Martínez (1982), en toronja por Llanes (2000) y en café por Gaskins (2006).

En cuanto al modelo de Castillo, aunque también posibilita el cálculo de los momentos flectores y amplitud de la excitación, es aplicable para el caso de vibraciones en el eje vertical, típico de vibradores de follaje que no constituyen objeto de esta investigación.

#### **4.4 Materiales y métodos**

En la figura 1 se muestra una representación de este modelo, en el cual a partir del planteamiento de las ecuaciones de la dinámica para el cuerpo libre del fruto, así como de las ecuaciones de la deformación del pedúnculo, considerado como una viga elástica, se obtienen las ecuaciones diferenciales del movimiento, de las cuales se deriva la respuesta de frecuencias del desplazamiento  $\delta(\omega)$  en  $m$ , ángulo de giro del fruto  $\theta(\omega)$  en  $rad$ , así como del momento flector  $\mathbf{M}(\omega)$  en  $N \cdot m$  y la fuerza normal  $\mathbf{N}(\omega)$  en  $N$ , en la zona de unión del fruto y el pedúnculo (zona de abscisión):



LEYENDA

M – Momento flector en la zona de unión del fruto y el pedúnculo;

N – Fuerza normal;

P – Fuerza cortante;

x – Excitación en la base del pedúnculo;

X – Amplitud de la excitación;

$\delta$  – Desplazamiento del punto de unión del pedúnculo al fruto;

$\theta$  - Ángulo de giro del fruto

Figura 1. Representación del modelo de dos grados de libertad propuesto por Martínez.

$$\delta \omega = \frac{\frac{\omega^2}{A_j} - \omega^4 \cdot \frac{1-B \cdot D}{A \cdot C}}{Z \omega} \cdot X \quad (1)$$

$$\theta \omega = \frac{\frac{D_j}{C_j} \cdot (\omega)^2}{Z \omega} \cdot X \quad (2)$$

$$M \omega = \frac{\frac{(I \cdot D - m \cdot r)}{c} \cdot (\omega)^4 + m \cdot r \cdot (\omega)^2}{Z \omega} \cdot X \quad (3)$$

$$N \omega = m \cdot r \cdot \frac{\frac{D}{c} \cdot \omega^2}{Z \omega} \cdot \omega^2 \cdot X^2 + m \cdot 9.8 \quad (4)$$

dónde:

$$Z \omega = (\omega)^4 \cdot \frac{1 - B \cdot D}{A \cdot C} - (\omega)^2 \cdot \frac{(A + C)}{(A \cdot C)} + 1 \quad (5)$$

A en  $s^{-2}$ , B en m, C en  $s^{-2}$ , D en  $m^{-1}$ , se calculan como:

$$A = \frac{1}{(\alpha \cdot m + \beta \cdot m \cdot r)} \quad (6)$$

$$B = \frac{(\alpha \cdot m \cdot r + \beta \cdot l)}{(\alpha \cdot m + \beta \cdot m \cdot r)} \quad (7)$$

$$C = \frac{1}{(\beta \cdot m \cdot r + \gamma \cdot l)} \quad (8)$$

$$D = \frac{(\beta \cdot m + \gamma \cdot m \cdot r)}{(\beta \cdot m \cdot r + \gamma \cdot l)} \quad (9)$$

Además:

$\alpha$  en  $m \cdot N^{-1}$ ,  $\beta$  en  $N^{-1}$ ,  $\gamma$  en  $N^{-1} \cdot m^{-1}$ , se calculan como:

$$\alpha = \frac{(lv)^3}{(3 \cdot EI_2)} + \frac{(lv_1)^2 \cdot lv}{EI_1} + \frac{lv_1 \cdot (lv)^2}{EI_1} + \frac{(lv_1)^3}{(3 \cdot EI_1)} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{(lv)^2}{(2 \cdot EI_2)} + \frac{lv_1 \cdot lv}{EI_1} + \frac{(lv_1)^2}{(2 \cdot EI_1)} \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{lv}{EI_2} + \frac{lv_1}{EI_1} \quad (12)$$

dónde:

$m$  – masa del fruto en kg;  $r$  – radio polar del fruto en m;  $l$  – momento de inercia centroidal del fruto en  $kg \cdot m^2$ ;  $lv_1$  – longitud del pedicelo en m;  $lv$  – longitud del pedúnculo en m;  $EI_1$  – rigidez del pedicelo en  $N \cdot m^2$ ;  $EI_2$  – rigidez del pedúnculo en  $N \cdot m^2$ .

$A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son parámetros que dependen de las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo.

En el modelo se consideran las propiedades elásticas del pedicelo y pedúnculo; los cuales son considerados cilíndricos y con la misma rigidez; la masa de los pedicelos se desprecia así como la masa y longitud de los pedúnculos. El sistema se considera lineal y sin amortiguamiento.

Para facilitar la evaluación del modelo, se empleó el programa de computación en lenguaje Mathcad utilizado en toronja por Llanes, (2000) y en café por Gaskins (2006) Durante la evaluación de los modelos, se tuvo en cuenta la distribución estadística de las diferentes propiedades físico-mecánicas del objeto de estudio, dirigido a obtener las bandas de frecuencia de excitación requeridas para la cosecha selectiva del mango.

## **4.5 Resultados y discusión**

### **4.5.1 Respuesta de frecuencia del desplazamiento y el ángulo de giro de los frutos**

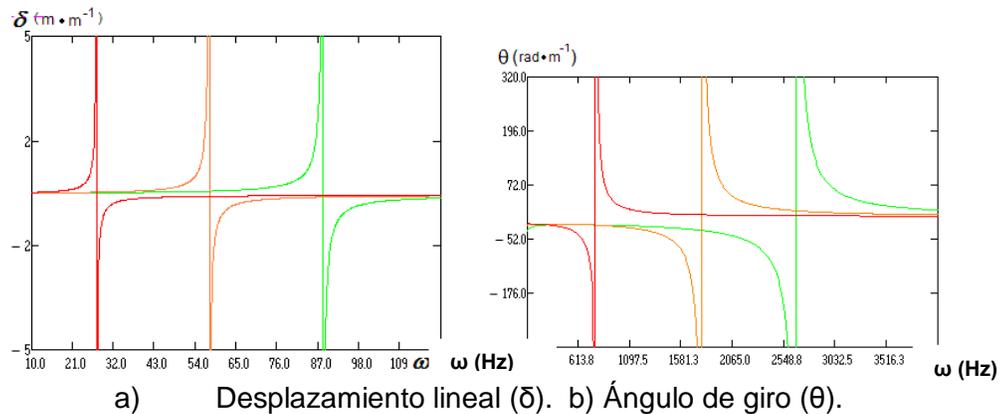
En la figuras 2a y 2b, se muestran los gráficos de respuesta de frecuencia, para una amplitud unitaria, del desplazamiento lineal ( $\delta$ ) (figura 2a) y el angular ( $\theta$ ) (figura 2b) de los frutos maduros (líneas rojas) y los frutos verdes (líneas verdes) correspondientes a la variedad de mango Manila. En los gráficos se aprecia la presencia de un primer modo de vibración cuyas frecuencias de resonancia se encuentran en un entorno de 26 a 81 Hz para el desplazamiento lineal, mientras que para el desplazamiento angular, la frecuencia de resonancia se encuentra en el intervalo 774.8 a 2621 Hz.

Asimismo se aprecia que en el entorno de este modo, el desplazamiento de los frutos y su ángulo de giro presentan el mismo signo, lo cual es característico de un modo de vibración en fase o pendular.

De la misma manera, se identifica en el entorno de frecuencias entre 1581.3 a 2548.8 Hz un segundo modo de vibración en el cual el desplazamiento de los frutos y su ángulo de giro presentan signos contrarios, lo cual es característico de un modo de vibración en contrafase.

Es de destacar en este entorno de frecuencias, la separación apreciable entre las frecuencias de resonancia correspondientes a los frutos maduros y verdes, sin embargo tienen como inconveniente los altos valores de frecuencia para poder generarlo por medios mecánicos, por otro lado las curvas de respuesta de frecuencia de los frutos

maduros y verdes en el entorno del primer modo de vibración (pendular) se encuentran con valores relativamente bajo, lo cual es posible lograrlo con medios mecánicos. Como se ha explicado, esta separación entre las frecuencias de resonancia de los sistemas para frutos maduros y verdes, constituye una fortaleza en relación con la posibilidad de la cosecha selectiva de los frutos.



**Figura 2. Respuesta de frecuencia del desplazamiento lineal y el ángulo de giro de los frutos.**

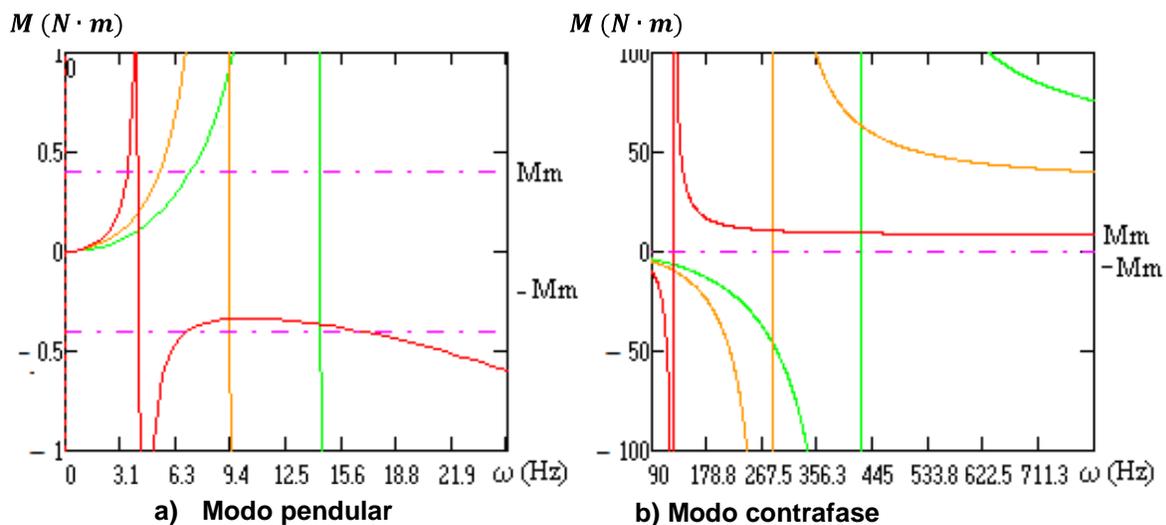
#### 4.5.2 Respuesta de frecuencia de las acciones interiores en la zona de abscisión

En las figuras 3 y 4, se muestra la comparación entre los efectos en el desprendimiento de los frutos de las acciones interiores en la zona de abscisión, ya sean los momentos flectores o las fuerzas traccionales, no obstante en la práctica se ha demostrado que puede ocurrir la combinación de ambos efecto al momento de efectuarse el desprendimiento de los frutos.

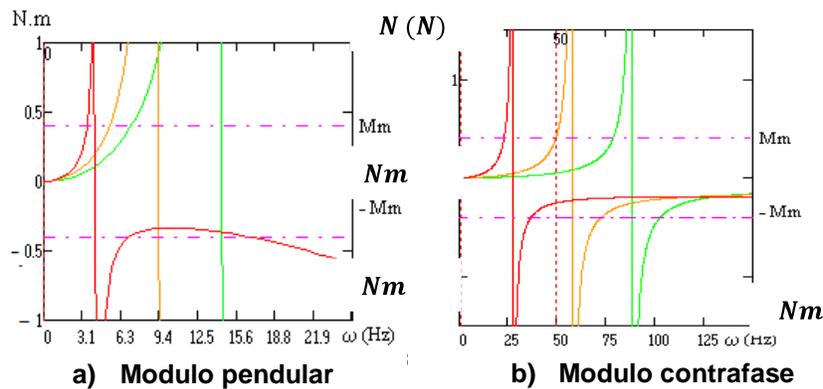
Las líneas horizontales representan el momento flector o la fuerza traccional (valores medios) requeridos respectivamente para el desprendimiento de los frutos maduros de la variedad de mango Manila.

De las figuras se aprecia que, tanto en el caso del momento flector (figura 3a ) como en el caso de la fuerza traccional (figura 4a), para una amplitud de la excitación de 20 mm, bajo un modo de vibración pendular el entorno de frecuencias donde se superan

los valores de las acciones interiores requeridos para lograr el desprendimiento de los frutos, es estrecho y cercano a la resonancia, mientras que bajo un modo de vibración en contrafase (figuras 3b y 4b) se superan ampliamente dichos valores, sobre todo en el caso del momento flector, lo que unido a las deflexiones que asume el sistema fruto-pedículo-pedúnculo en la zona de abscisión bajo este modo, reafirma la hipótesis (Martínez, 1977a) de que el momento flector que se produce en la zona de abscisión durante el movimiento vibratorio del sistema fruto-pedúnculo, es el protagonista fundamental del desprendimiento de los frutos pero tiene como inconveniente lo explicado anteriormente.



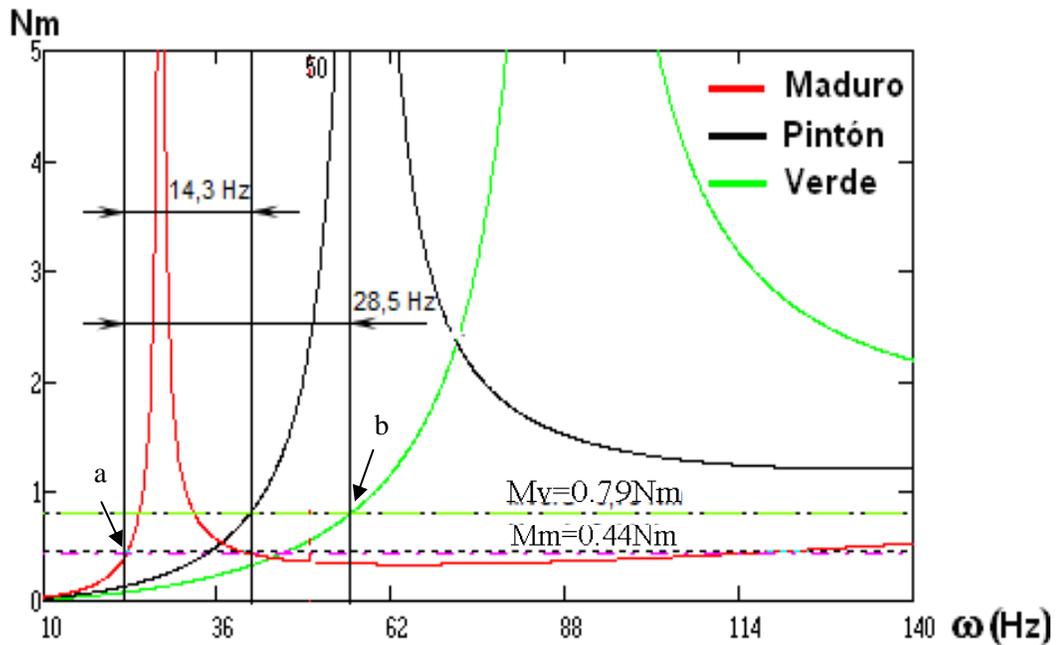
**Figura 3. Respuesta de frecuencia del momento flector en la zona de abscisión y fuerza traccional para una amplitud de la excitación de 20 mm.**



**Figura 4. Respuesta de frecuencia de la fuerza traccional en la zona de abscisión para una amplitud de la excitación de 20 mm.**

En la figura 5 se muestra la respuesta de frecuencia del módulo de la amplitud del momento flector ( $M$ ) en la zona de abscisión para 10 mm de la amplitud ( $X$ ) de excitación, para la variedad de mango Manila.

Puede apreciarse que en el caso de un modo de vibración pendular, es suficiente una amplitud de la excitación de 10 mm para lograr el desprendimiento de los frutos maduros en una banda de frecuencias relativamente amplia de 14.3 Hz alrededor de la frecuencia de resonancia de los frutos maduros con propiedades físico-mecánicas medias, esto sin desprender frutos verdes, los cuales se desprenderían a partir de una frecuencia de 56 Hz. Esto se debe a que en esa banda, el momento flector producido por la excitación en la unión fruto-pedicelo, en el caso de los frutos maduros, supera el valor del momento flector necesario para el desprendimiento de los frutos, representado en la figura 5 por una línea horizontal discontinua de color roja para los maduros ( $M_m$ ) y verde para los frutos verdes ( $M_v$ ).



**Figura 5. Módulo del momento flector para una amplitud de 10 mm (modo pendular).**

#### 4.5.3 Determinación de regímenes racionales de vibración

Hasta ahora, tanto los modos de vibración de las diferentes configuraciones de frutos, como la respuesta de frecuencias determinada sobre la base del modelo de dos grados de libertad del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo, han sido obtenidos sobre la base de los valores medios de las características dimensionales y propiedades físico-mecánicas de los frutos, pedicelos y pedúnculos.

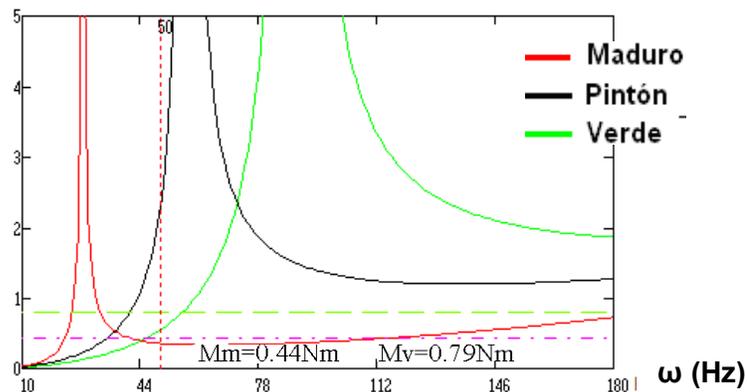
Sin embargo, cada una de estas propiedades presenta una distribución estadística, debido a lo cual, para cada uno de los estadios de maduración de los frutos y para cada uno de los modos de vibración, existirá una gama de frecuencias propias, alrededor de la frecuencia natural “media” que fue determinada sobre la base de los valores medios de las diferentes características dimensionales y propiedades físico-mecánicas que intervienen en los cálculos.

Esta variabilidad estadística del sistema objeto de estudio es necesario considerarla a la hora de proponer un régimen de vibraciones racional para el desprendimiento selectivo de los frutos.

El análisis se efectuó tomando como base un modo de vibración en pendular. En la figura 6 se muestra la respuesta de frecuencias del módulo del momento flector en la zona de abscisión del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo en el entorno de un modo de vibración pendular, obtenido como resultado de la evaluación del modelo de dos grados de libertad con los valores medios de las propiedades físico-mecánicas de los componentes del sistema en diferentes estadios de maduración (maduros, pintones y verdes).

De la figura 6 se observa una diferencia apreciable entre las frecuencias de resonancia “media” de los frutos maduros y de los verdes, encontrándose la frecuencia propias “media” de los frutos pintones (maduración fisiológica) entre ambas, aunque más cercana a la de los frutos maduros. Esta característica es favorable a la cosecha selectiva, ya que las normas de calidad permiten la cosecha de los frutos pintones.

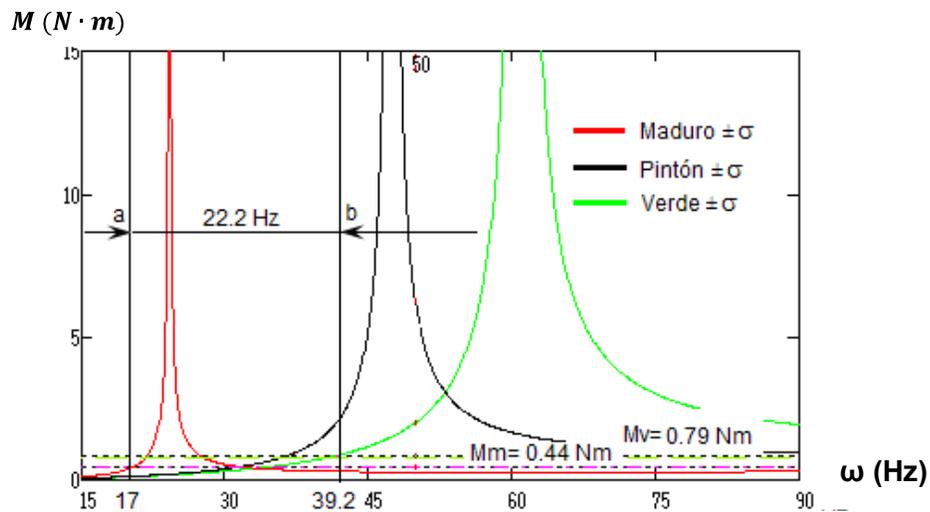
$M (N \cdot m)$



**Figura 6. Módulo de la respuesta de frecuencias en el entorno de un modo de vibración pendular del momento flector en la zona de abscisión del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo en tres estadios de maduración del mango de la variedad Manila. Valores medios de las propiedades físico-mecánicas.**

Ahora bien, con anterioridad se ha explicado que sobre la base solamente de las frecuencias de resonancia “medias” no es posible establecer una estrategia para los regímenes de las vibraciones a aplicar.

En la figura 7, se observa que el límite izquierdo o de inferior frecuencia de resonancia, ha sido determinado sustrayendo o aumentando en  $\sigma$  (desviación media cuadrática) a los valores medios de las propiedades físico-mecánicas de los frutos maduros, en función de si influyen en el aumento o disminución de la frecuencia propia respectivamente.



**Figura 7. Módulo de las respuestas de frecuencias “límites” del momento flector en la zona de abscisión para una amplitud de la excitación de 10 mm. Modo de vibración pendular del mango de la variedad Manila.**

En la figura 7 se muestran además, las líneas horizontales que representan los momentos flectores requeridos para el desprendimiento de los frutos, tanto maduros (Mm), como verdes (Mv), de manera que cuando las curvas de respuesta de frecuencia del momento flector de cada estadio de maduración, se encuentren por encima de las rectas Mm o Mv respectivamente, entonces se habrá superado el momento flector requerido para el desprendimiento de los frutos de dicho estadio de maduración y por tanto, serán desprendidos.

De aquí puede razonarse que la intersección de la curva de respuesta de frecuencias del momento flector en los frutos maduros de más baja frecuencia de resonancia, con la recta Mm (punto a), define un valor de la frecuencia (17 Hz) a partir de la cual se desprenden los frutos maduros de esta variedad bajo amplitudes de la excitación de 10 mm. Si partiendo de este valor, se continúa incrementando la frecuencia de las vibraciones en forma de barrido hasta la frecuencia delimitada por el punto b (39,2 Hz), entonces se desprenderán los frutos maduros con características comprendidas en esta banda y al mismo tiempo se evitará el desprendimiento de frutos verdes.

La amplitud de la excitación presenta una marcada influencia en la selección de la banda de frecuencias a aplicar durante la cosecha selectiva. Un incremento de la amplitud de la excitación da como resultado un corrimiento de las bandas de frecuencias. En la figura 8, puede apreciarse que, para una amplitud de la excitación de 10 mm, el barrido de frecuencias (definido por los puntos a y b) será entre 27.48 a 83.46 Hz para un rango de frecuencia de 55.98 Hz. Asimismo se aprecia que un excesivo valor de la amplitud de la excitación mayor de 20 mm, puede dar al traste con la posibilidad de obtener selectividad en la cosecha ya que la banda de frecuencia se estrecha a 51Hz.

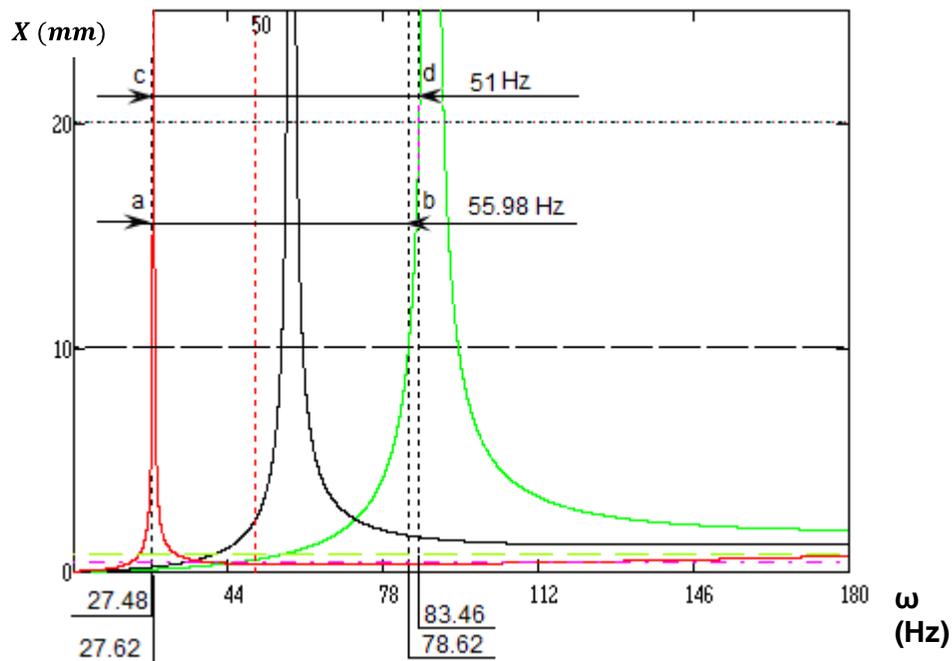
#### **4.6 Conclusiones**

El momento flector para una amplitud de excitación de 20 mm y bajo un modo de vibración pendular, el entorno de frecuencia (3.74 Hz) donde se superan las acciones interiores para lograr el desprendimiento de los frutos maduros es estrecho y cercano a la frecuencia de resonancia, reafirmando la hipótesis de que el momento flector es el protagonista fundamental del desprendimiento de los frutos.

Para un modo de vibración pendular es suficiente una amplitud de excitación de 10 mm para lograr el desprendimiento de los frutos maduros en una banda de frecuencia de 14.3 Hz para las propiedades físico-mecánicas medias; los frutos verdes se desprenderían a partir de una frecuencia de 56 Hz.

Cuando se le adiciona o sustrae la desviación estándar a los valores medios de las propiedades físico-mecánicas de los frutos, esto influye en el aumento o disminución de la frecuencia de vibración.

El incremento de la amplitud de excitación produce un corrimiento en las bandas de frecuencia; un incremento excesivo de la amplitud afecta la selectividad porque se estrecha la banda de frecuencia.



**Figura 8. Módulo de las respuestas de frecuencias del momento flector en la zona de abscisión para una amplitud de la excitación de 10 y 20 mm. Modo de vibración pendular para el mango de la variedad Manila.**

#### 4.7 Literatura citada

Adrian, P. A. and Fridley R. B. 1965. Dynamics and design criteria of inertia type tree  
 Bobeva, M. 1972. Isledovanie otiskivaneto na malinovite plodove pri vibrirane. Sielskoskstopanstva Tejnika, I, Sofia. 85pp.  
 Castillo, M. A. 1995. Investigación del régimen óptimo de trabajo de los vibradores de follaje de acción vertical para el desprendimiento de naranja de Valencia en Cuba,

- Tesis de doctorado en Ciencia Técnicas, Universidad Agraria de La Habana, Cuba, 122pp.
- Cooke, J. R. and P. Parchomchuk. 1972. Vibratory Harvesting: An Experimental Analysis of Fruit-Stem Dynamics. Transactions of the ASABE. 15(4): 598-603.
- Cooke, J. R. and Rand R. H. 1969. Vibratory fruit harvesting: A linear theory of fruit-stem dynamic. Journal Agricultural Engineering, 14(3): 195-200.
- . 41: 28-31.
- Gaskins, E. B. G. 2006. Fundamentación de los modos y los regímenes de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo del café para la cosecha selectiva de los frutos. Tesis doctoral en Ciencia Técnicas. Universidad Agraria de La Habana, Cuba. 109pp.
- Herrera, M. 1980. Estudio teórico de los regímenes de trabajo para el desprendimiento de guayaba por vibración. Tesis profesional. Instituto Superior Politécnico Jose Antonio Echeverría, Habana, Cuba, 77pp.
- Martínez, R. A. 1977. Estudio teórico de la dinámica del sistema fruto pedúnculo. Revista Ciencias Técnicas. Serie construcción de maquinaria. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Habana, Cuba 15pp.
- Martínez, R. A., F. Morales, A. D. Gómez, H. N. Aloysius. 1989. Determinación de parámetros de un órgano de trabajo para cosecha mecanizada de café por vibración. Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias, 2(3): 27-49.
- Rumsey, J. W. 1967. Response of citrus-stem system to fruit removing actions. M.Sc. Tesis. University Arizona. Tucson. E. U. 115pp.
- Varlamov, G. P. 1972. Determinación de los regímenes de trabajo de una máquina vibradora para la recogida de frutos. Trabajos del VISJOM. Vol.71, Moscú. 84pp.

## CAPÍTULO 5

### MODOS Y FRECUENCIAS DE VIBRACIÓN DEL SISTEMA FRUTO-PEDICELO- PEDÚNCULO DEL MANGO<sup>6</sup>

#### MODES AND FREQUENCY OF VIBRATION OF THE PEDICEL-PEDUNCLE FRUIT SYSTEM OF THE MANGO

##### 5.1 Resumen

La investigación se realizó en Ídolos, municipio de Actopan, Veracruz, situado a una altitud de 86 msnm, con una plantación de 10 x 10 metros y una edad de 15 y 25 años, en el cual se considera que el árbol ha llegado a su etapa adulta en la producción y desarrollo morfológico. El objetivo fue determinar los modos y frecuencia de la vibración para la cosecha de la variedad de mango Manila, el análisis modal se realizó por elementos finitos del sistema de fruto-pedicelo-pedúnculo y el análisis de la respuesta de frecuencia del sistema de aplicación de un modelo de dos grados de la libertad. De ello se desprende que el tipo de modo de vibración pendular (tipo "a"), para el caso de los frutos maduros con frecuencias naturales de alrededor de 20 Hz, siendo deseable desde el punto de vista la separación selectiva de la fruta por la vibración, además, un modo de vibración en contrafase, preferiblemente del tipo "c", que tiene ventajas obvias para el desprendimiento selectivo de la fruta, debido a las diferencias entre las frecuencias naturales de las configuraciones correspondientes de sistema de frutos verdes y maduros, que facilitan la selección de frecuencias de vibración para desprender fundamentalmente frutos maduros, así como las deflexiones máximas que se producen en la unión del

---

<sup>6</sup> *Pedro Ramón Mayans Céspedes, Benjamín Gabriel Gaskin Espinosa, Gilberto de Jesús López Cansteñs, Eugenio Romanchik Kriuchkova, Luciano Pérez Sobrevilla e Idalberto Macias Socarras. Artículo enviado a la Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas, ISSN: 2007-0934.*

pedicelo y el epicarpio, pero tienen el inconveniente que se originan en vibraciones de alta frecuencia.

**Palabras clave:** *mangifera indica* L., análisis modal, grados de libertad.

## 5.2 Abstract

The research was conducted in Ídolos, Actopan municipality, Veracruz, located at an altitude of 86 meters above sea level, with a planting of 10 X 10 m and an age of 15 and 25 years, which is considered the tree has reached its adult stage in production and morphological development. The objective was to determine the modes and frequency of vibration for the harvest of mango variety Manila, modal analysis was performed by finite elements of the fruit-pedicel-peduncle system and the frequency response analysis of the system from application of a model of two degrees of freedom. It follows that the vibration modes pendulum type (type "a"), for the case of ripe fruits are natural frequencies are around 20 Hz, being desirable from the viewpoint of the selective detachment of the fruit by vibration, addition, a vibration mode in Pull, preferably of the type "c", which has obvious advantages for the selective detachment of the fruit, given the major differences between the natural frequencies of the corresponding configurations of green and ripe fruit system, which facilitate selection of vibration frequencies to fundamentally dislodge ripe fruits, as well as the maximum deflections occur at the junction of the pedicel and the epicarp, but have the disadvantage that occur at high frequency vibration.

**Keywords:** *Mangifera indica* L., modal analysis, freedom degrees.

## 5.3 Introducción

El mango, cuyo nombre científico es *mangifera indica* L., de la familia de las *anacardáceas*, es indígena a la India y el sureste asiático. Se cultiva en tierras bajas tropicales y subtropicales en casi todo el mundo. Se comenzó a distribuir alrededor del mundo, alcanzando el continente americano en el siglo XVIII.

La producción de mango en México se inició a fines del siglo XVIII, con la introducción por Acapulco de la planta procedente de Filipinas. A principios del siglo XIX llegaron a las costas del Golfo otras plantas procedentes de las Antillas Británicas, con lo que las plantaciones de esta especie se difundieron por todas las regiones de clima cálido y semicálido del país.(C. V. C. M, 2013).

Los principales países productores de mango son: India, China, Tailandia, Indonesia, México, Pakistán, Brasil, Filipinas y los mayores exportadores se encuentra en primer lugar la India seguido de México y posteriormente Brasil, Países Bajos, Perú, Pakistán, etc.(C. V. C. M, 2013; B. D. P, 2013).

En México alrededor del 50% de la producción total es de variedad Manila. Principales regiones productoras son: el estado Veracruz, Chiapas, Guerrero, Nayarit, Oaxaca, Michoacán y Sinaloa que aportan la mayor parte de la producción nacional de mango (más del 86%). Combinadamente, estos estados utilizan casi el 90% del total de superficie cosechada de mango, con un rendimiento promedio por hectárea levemente superior a la media nacional, siendo Chiapas, Oaxaca, Nayarit y Guerrero los que han mostrado mayor rendimiento, en ese orden.(B. D. P, 2013).

La cosecha en México, se realiza de forma manual requiriendo de un elevada mano de obra lo cual encarece los costos para esa labor, por lo que se hace necesario determinar los modos y las frecuencias de vibración para poder evaluar la posibilidad de la cosecha de forma mecanizada utilizando las vibraciones.

#### **5.4 Materiales y métodos**

El estudio de las características dimensionales y propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedúnculo tiene como objetivo central la obtención de los datos de entrada requeridos para la evaluación de los modelos teóricos empleados en el análisis de la

dinámica del sistema, así como para su modelación mediante las herramientas del diseño asistido por computadora y análisis por elemento finito.

Para la realización de la investigación se selecciona una parcela de 12 hectáreas de mango de la variedad manila, propiedad del Sr. Francisco Rebolledo localizada en Ídolos municipio de Actopan, Veracruz, ubicada a 86 msnm, con un marco de plantación de 10 X 10 m y una edad de 15 y 25 años por lo cual se considera que el árbol ha alcanzado su etapa adulta en producción y desarrollo morfológico.

Las actividades experimentales se realizaron en el mes de junio del 2012, obteniéndose la información referente a las variables climáticas de la estación meteorológica de Ídolos. La temperatura atmosférica promedio en los días de evaluación fue de 28°C, mientras que la humedad relativa, velocidad del viento alcanzaron valores de 80% y 5.07 m·s<sup>-1</sup> respectivamente.

Los árboles para el muestreo fueron seleccionados de manera aleatoria, según su localización en la diagonal de la parcela (Iglesias *et al.*, 1999).

Después de determinadas las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo y procesado estadísticamente se procedió la modelación del sistema anteriormente descrito con el software Autodesk Inventor Professional 2012 y el análisis por elemento finito con el paquete COSMOS/DesignSTAR versión 6.0 para determinar las frecuencias propias de dicho sistema.

El método de elemento finito han sido utilizados por varios profesionales para determinar vibración y simular el comportamiento de frutos, ejes, puentes, etc. (Yung and Fridley, 1974; Yung and Fridley, 1975; Yung and R.B., 1975; Castañeda *et al.*, 2003; Fernández *et al.*, 2014).

## 5.5 Resultados y discusión

Como resultado del análisis modal del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo, realizado con la ayuda del software COSMOS/DesignSTAR versión 6.0 de análisis por elementos finitos, se obtuvieron hasta 12 modos de vibración del sistema objeto de estudio para el mango de la variedad Manila, para tres configuraciones del sistema (uno, dos y tres frutos por pedúnculo) y para dos estadios de maduración (verde y maduro) debido a que los frutos con estado de maduración pintón no representan ningún riesgo en la calidad de cosecha. Los análisis efectuados corresponden a condiciones medias, o sea, a configuraciones del sistema con valores medios de las características dimensionales y propiedades físico-mecánicas de los componentes del sistema.

En las figuras 1; 2 y 3, se muestran instantáneas de los principales modos de vibración de las diferentes configuraciones del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo, donde la magnitud de las deflexiones aumenta del azul al rojo.

En el cuadro 1, se aprecia las frecuencias de resonancias correspondientes a los diferentes modos de vibración, así como una agrupación de los modos semejantes en las diferentes configuraciones del sistema (1, 2 y 3 frutos por pedúnculo), correspondientes a la variedad Manila.

Tanto de las figuras 1; 2 y 3; como en el cuadro 1; se aprecia que los primeros modos de vibración en las diferentes configuraciones, corresponden a un modo de vibración "pendular" (del tipo "a"). Este modo de vibración fue el descrito por Diener and Stafford (1973) en manzanas, por Martínez (1977b), Martínez (1977a) en cítricos y por Martínez *et al.* (1989), Martínez *et al.* (2004), Ciro *et al.* (2004), en café y el mismo corresponden a la variedad estudiada, frecuencias propias entre 12 y 20 Hz para los frutos maduros y entre 34 y 39 Hz para los frutos verdes para las diferentes configuraciones estudiadas, estos valores son muy similares a los obtenidos en el modelo de dos grado de libertad propuesto por Martínez *et al.* (1989).

Lo más llamativo de este modo de vibración es el hecho de que se produce en el rango de frecuencias que han sido empleados tradicionalmente para la cosecha por vibración del café a nivel internacional (Martínez *et al.*, 1989; Aristizabal *et al.*, 2000; Alves *et al.*, 2003). En cítrico por Llanes *et al.* (2002), sin embargo, de las Figuras 1, 2 y 3 se aprecia claramente que, bajo este modo de vibración, las deflexiones que se producen en la zona de abscisión son mínimas, pero tienen como ventaja que no necesitan elevadas potencias para generar estas frecuencias y pueden ser generadas por medios mecánicos.

Adicionalmente se manifiesta, bajo este modo de vibración (pendular), existe diferencia entre las frecuencias propias correspondientes a los frutos maduros y verdes, lo que es favorable desde el punto de vista de la selectividad de la cosecha. En el cuadro 1 se aprecian diferencias entre las frecuencias propias de maduros y verdes que oscilan entre 21.21 y 22.23 Hz, para las diferentes configuraciones y variedad, notándose la menor diferencia en la configuración de dos frutos.

Continuando con el análisis de los modos de vibración, se aprecia a continuación del modo pendular, un modo de vibración (tipo "b") en el que se manifiesta una deformación torsional con respecto al eje del pedicelo, este tipo de vibración no se manifestó al menos en los primeros 12 modos de vibración cuando existe un solo fruto, aparece en la configuración de dos y tres frutos, por otro lado estando comprendidas las frecuencias de estos modos entre 40 a 44 Hz para los frutos maduros y 46 a 49 Hz para los frutos verdes.

Así mismo se aprecia que las deflexiones que se producen en la zona de abscisión, bajo este modo, son poco apreciables, por lo que no presenta interés desde el punto de vista del desprendimiento de los frutos por vibración.

Seguidamente se aprecia en las figuras 1, 2 y 3 y en el cuadro 1 la aparición de un modo de vibración (tipo "c") en el cual el giro de los frutos se encuentra en contrafase con el desplazamiento de los pedicelos.

Este modo de vibración “en contrafase” fue descrito también por Diener and Stafford (1973), en manzanas, así como por Martínez (1977b) en cítricos, resultando el modo de vibración más eficiente para la cosecha de naranjas y toronjas (Llanes *et al.*, 2002 ; Martínez, 1977b).

Bajo este modo se aprecia claramente en las figuras, la ocurrencia de las máximas deflexiones (color rojo) en la zona de unión del pedicelo con el epicarpio, lo cual debe incrementar la eficiencia en el desprendimiento de los frutos maduros (Tongumpai, 1993; Martínez, 1977a; Martínez *et al.*, 2004).

En el cuadro 1, se aprecia además, que en este modo de vibración del tipo “c”, la diferencia entre las frecuencias propias correspondientes a los frutos maduros y verdes presentan un mayor distanciamiento, que son del orden de las decenas de Hz, alcanzando hasta los 110 Hz para las configuraciones de tres frutos. Esta característica de este modo de vibración “en contrafase” es altamente promisorio a los efectos de lograr una alta selectividad durante la cosecha cuando se aplican vibraciones. Pero tiene como inconveniente que es necesario alta potencia para generar tales frecuencias, además de no ser posible de generar por medios mecánicos.

En el siguiente modo (tipo “d”) el movimiento del sistema es contrafase longitudinal, esto es, dirigido en la dirección de los ejes del pedicelo y el pedúnculo. Este modo de vibración también se caracteriza por ocasionar deflexiones máximas en la zona cercana a la unión pedicelo-epicarpio, pudiendo ser de interés para el desprendimiento de frutos bajo vibraciones verticales, sin embargo, sucede algo similar al caso del modo de vibración contrafase.

Después de estos modos de vibración aunque no fueron objeto de estudio se observó que las frecuencias eran mayores a 1300 Hz, los cuales eran combinaciones de los modos descritos anteriormente. Bajo estos modos se observa que se amplía la diferencia entre las frecuencias propias de las configuraciones de frutos maduros con

relación a los verdes, lo cual es positivo desde el punto de vista de la cosecha selectiva, sin embargo el empleo de este modo presentaría el inconveniente de que ocurre a frecuencias aún más altas que el resto de los modos en contrafase y que no se presenta en el caso de las configuraciones de un fruto, lo que dificultaría el desprendimiento de frutos maduros aislados, siendo poco interesantes a los efectos prácticos.

**Cuadro 1. Frecuencias propias (Hz) correspondientes a los 12 primeros modos de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo para las diferentes configuraciones**

Modos de vibración		Conf. 1 fruto/ped.		Conf. 2 fruto/ped.		Conf. 3 fruto/ped.	
		maduros	verdes	maduros	verdes	maduros	verdes
Pendular	a	17.96	39.17	15.12	37.14	12.63	34.86
	a	17.98	39.53	16.91	37.21	14.68	34.98
	a				36.28	13.60	34.17
	a				36.03	13.30	33.33
	a					13.62	33.70
	a					13.16	33.94
Torsional	b			44.23	49.82	41.63	47.76
	b			43.52	49.34	40.82	46.76
	b					40.46	46.14
Contrafase	c	239.78	327.28	237.27	324.35	234.97	322.23
	c	258.66	362.65	256.09	360.52	253.39	358.52
Contrafase longitudinal	d	1010.20		1120.90	1282.55	1118.21	1280.12

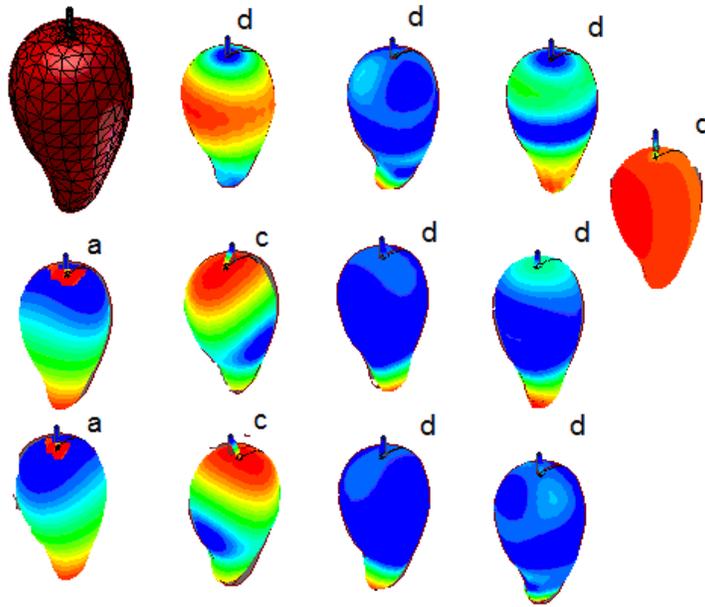


Figura 1. Primeros 12 modos de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo para una configuración de 1 fruto por pedúnculo.

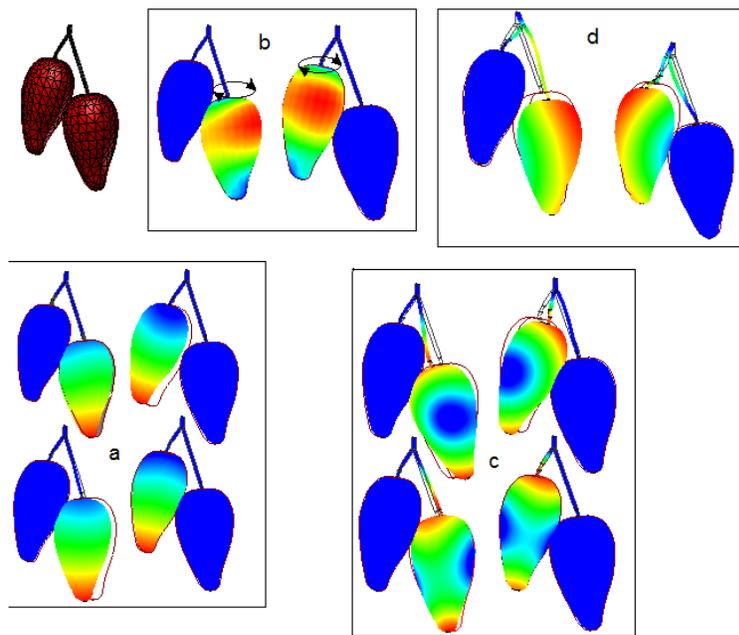
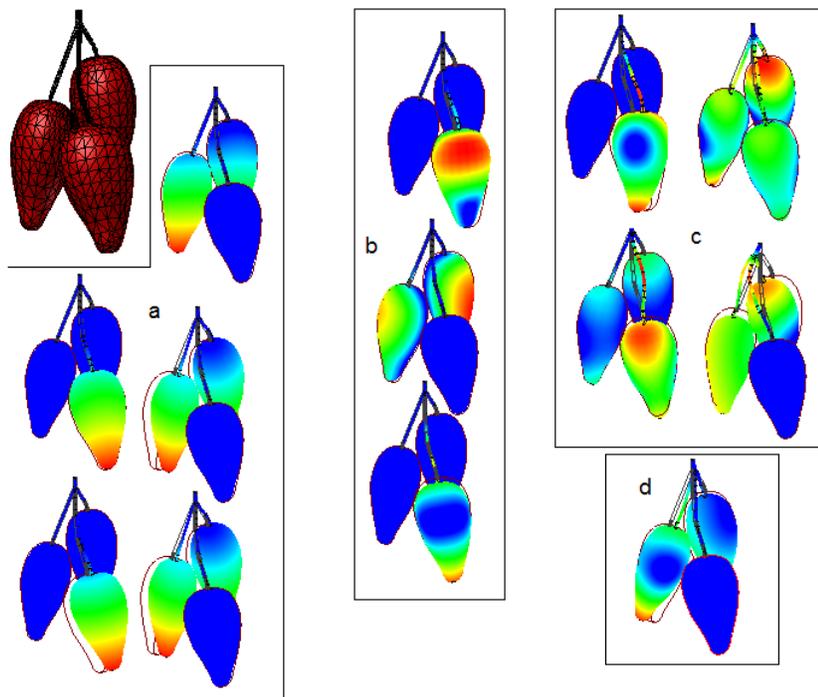


Figura 2. Primeros 12 modos de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo para una configuración de 2 frutos por pedúnculo.



**Figura 3. Primeros 12 modos de vibración del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo para una configuración de 3 frutos por pedúnculo.**

Como resumen del análisis modal del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo se derivó que los modos de vibración del tipo pendular (tipo “a”), que para el caso de los frutos maduros les corresponden frecuencias propias alrededor de los 20 Hz, son convenientes desde el punto de vista del desprendimiento selectivo de los frutos por vibración, además de haberse utilizado estos niveles de frecuencia para la cosecha mecanizada de algunos cultivos a nivel internacional hasta el presente. En estos modos de vibración, las frecuencias propias de los frutos maduros y verdes son muy cercanas, y pudiera conspira contra la selectividad de la cosecha.

Si bien el modo de vibración pendular no ha tenido buenos resultados de selectividad en el cultivo del café por las características propias de los parámetros de calidad, no ha sido así para otros cultivos como los cítricos, guayaba, olivo etc.

Del propio análisis modal se deriva que un modo de vibración en contrafase, preferiblemente del tipo “c” presenta evidentes ventajas para el desprendimiento selectivo de los frutos. Por un lado, bajo un modo de vibración de este tipo, las diferencias entre las frecuencias de resonancia del sistema, correspondientes a configuraciones de frutos verdes y maduros, son del orden de la decenas de Hz, alcanzando hasta los 100 Hz en algunos casos, lo que facilita la selección de frecuencias de vibración que desprendan fundamentalmente frutos maduros. Por otro lado, bajo estos modos de vibración en contrafase, las deflexiones máximas del sistema ocurren en la zona de unión del pedicelo y el epicarpio, que es precisamente la zona de máxima ocurrencia del fallo de la unión fruto-pedicelo para el caso de los frutos maduros.

Ahora bien, el conocimiento de la frecuencia de la excitación más apropiada constituye un dato indispensable, pero no suficiente, a la hora de determinar el régimen de trabajo y los parámetros de diseño de las máquinas vibradoras para cualquier cultivo.

También, es preciso conocer la amplitud más racional de la excitación, para lo cual se hace necesario conocer las acciones interiores (fuerzas internas generalizadas) que se producen en la zona de abscisión de los frutos y determinar bajo que regímenes de vibración (frecuencia y amplitud de la excitación) se producen fuerzas internas tales en la zona de abscisión que provoquen el desprendimiento de los frutos.

Hasta ahora, tanto los modos de vibración de las diferentes configuraciones de frutos, como la respuesta de frecuencias determinada sobre la base del modelo de dos grados de libertad del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo, han sido obtenidos sobre la base de los valores medios de las características dimensionales y propiedades físico-mecánicas de los frutos, pedicelos y pedúnculos.

Sin embargo, cada una de estas propiedades presenta una distribución estadística, debido a lo cual, para cada uno de los estadios de maduración de los frutos y para cada uno de los modos de vibración, existirá una gama de frecuencias propias, alrededor de la frecuencia natural “media” que fue determinada sobre la base de los valores medios de las diferentes características dimensionales y propiedades físico-mecánicas que intervienen en los cálculos.

Esta variabilidad estadística del sistema objeto de estudio es necesario considerarla a la hora de proponer un régimen de vibraciones racional para el desprendimiento selectivo de los frutos.

## **5.6 Conclusiones**

Del análisis modal por elementos finitos del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo, así como del análisis respuesta de frecuencias del sistema a partir de la aplicación de un modelo de dos grados de libertad, se deriva que los modos de vibración del tipo pendular (tipo “a”), que para el caso de los frutos maduros les corresponden frecuencias propias alrededor de los 20 Hz, resultando convenientes desde el punto de vista del desprendimiento selectivo de los frutos por vibración.

De estos análisis se obtiene además, que un modo de vibración en contrafase, preferiblemente del tipo “c” presenta evidentes ventajas para el desprendimiento selectivo de los frutos, dadas porque las mayores diferencias entre las frecuencias propias del sistema, correspondientes a configuraciones de frutos verdes y maduros, facilitan la selección de frecuencias de vibración que desprendan fundamentalmente frutos maduros, así como por ocurrir las deflexiones máximas en la zona de unión del pedicelo y el epicarpio, pero tienen como inconveniente que se produce a altas frecuencias.

## 5.7 Literatura citada

- Alves, D. J., A. de P. Nacif; D. E. do Livramento, G. F. Bartholo, P. de T. G. Guimarães. 2003. Estudo da Maduração do café por estímulo mecânico. In Anais do III Simpósio de Pesquisa dos Cafés do Brasil. Embrapa Café. Brasília, Brasil. 68pp.
- Aristizabal, T., I. D, C. E. Oliveros T. 2000. Cosecha mecánica de café aplicando vibraciones circulares al tallo del cafeto. Centro Nacional de Investigación del Café. 51(1): 41-53.
- B. D. P, M. 2013. *Producción mundial y comercio internacional de Mango*. [Online]. Veracruz: Bases de datos de producción mundial y comercio internacional de Mango. Available: <http://apps.fao.org/faostat> [Accessed].
- C. V. C. M. 2013. *Monografía del Mango* [Online]. Veracruz: Comisión Veracruzana de Comercialización del Mango. Available: <http://www.oedrusveracruz.gob.mx> [Accessed mayo 2014].
- Castañeda, H. L.; Restrepo, J. L.; Zuluaga, G. C. P.; Builes, M. E. & Rueda, M. E. 2003. Implementación de un programa para el análisis de vibraciones libres en ejes, por medio de elementos finitos, para el sistema Vibrafin. *REVISTA Universidad EAFIT* 129pp.
- Ciro, V. H. J.; F. Álvarez M.; C. E. Oliveros. 2004. Estudio experimental de la dinámica de las vibraciones longitudinales y transversales aplicadas a las ramas de café. *Revista de la Facultad Nacional de Agronomía Medellín*. 51(2): 63-90.
- Diener, R. G. and Stafford, J. R. 1973. Design criteria for minimizing predetachment fruit age during mechanical shaking. *Transactions of the ASAE*, 16, 840-843.
- Fernández, V., D.; Hernández, H.; Alfonso-Beltrán, J.; Ocampo-Ramírez, A. & Fernández-Valdés, D. 2014. Evaluación numérico-experimental de los esfuerzos principales en la corteza del fruto de la guayaba (*psidium guajava* L) variedad enana roja. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 23, 60-67.

- Iglesias, C. C., P. Paneque R., L. Shkiliova. 1999. Evaluación y prueba de tractores y máquinas agrícolas. Universidad Autónoma Chapingo, Universidad Agraria de La Habana. Chapingo, México. 485pp.
- Llanes, O. y Martínez, A. 2002. Empleo de las técnicas modernas de computación y la informática en el desarrollo de la cosecha mecanizada de cítricos. En: Agromec 2002. La Habana, Cuba 12pp.
- Martínez, R., A., MORALES, F. J., GÓMEZ, A. D. y ALOYSIUS, H. N. 1989. Determinación de parámetros de un órgano de trabajo para cosecha mecanizada de café por vibración. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias* 2, 27-49.
- Martínez, R. A. 1977a. Estudio teórico de la dinámica del sistema fruto pedúnculo. *Revista Ciencias Técnicas. Serie construcción de maquinaria.* Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Habana, Cuba 15pp.
- Martínez, A. 1977b. Investigación de los regímenes óptimos de vibración para el desprendimiento de naranjas "Valencia". *Revista Ciencias Técnicas. Serie Construcción de maquinaria.* Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Habana, Cuba 12pp.
- Martínez, R. A, B. Gaskin E. y O. Llanes G. 2004. Pronóstico para la Cosecha Selectiva del Café por Vibración. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 13(2):1-4.
- Tongumpal, P. 1993. Strategies for Machine Harvesting of Mature Cofee (*Coffea arabica* L.) Fruits. *PhD, Thesis.* Oregon State University.140pp.
- Yung, C.; Fridley, R. B. 1974. Computer Analysis of Fruit Detachment During Tree Shaking. *ASAE* 74. pp. 47-61.
- Yung, C.; R. B. Fridley. 1975. Simulation of vibration of whole tree system using finite elements. *Transaction of the ASABE.* 18(3): 475-481.
- Yung, C.; R. B. Fridley. 1975. Analysis of fruit detachment during tree shaking. *Transactions of the ASAE.* 18(3): 409-415.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y PERSPECTIVAS

#### 6.1 Conclusiones

La modelación matemática con base a principios mecánicos, permitió analizar procesos que intervienen en el manejo de la cosecha mecanizada en la agricultura. Se basaron en principios físico-mecánicos, los cuales se utilizan como datos para aplicar dicha modelación y obtener los regímenes óptimos de vibración para el desprendimiento selectivo de los frutos.

Se elaboraron metodologías y se construyeron los dispositivos para obtener los valores medios de las dimensiones del fruto y el pedicelo, propiedades inerciales de los frutos, propiedades elásticas del pedicelo y el momento flector de desprendimiento del fruto. La prueba de Tukey indicó que para el 95% de nivel de significación existen diferencias entre los valores medios de las propiedades objeto de estudio para frutos maduros, con maduración fisiológica y verde, siendo un aspecto que favorece la cosecha selectiva de los frutos.

En los casos tratados se hicieron suposiciones, en algunos casos de carácter simplificador, que permitieron establecer la metodología para su estudio, facilitar su comprensión y simplificar su tratamiento matemático.

En las investigaciones presentadas en el capítulo dos se abordaron las propiedades dimensionales e inerciales del sistema fruto-pedicelo del mango relacionadas con la cosecha por vibración, cuyo objetivo fue determinar las características dimensionales del sistema fruto-pedicelo del mango (*Mangifera indica* L.) y las propiedades inerciales del fruto. En sentido general se apreció diferencias significativas en las propiedades objeto de estudio con relación a frutos verdes y maduros. Los valores

medios del diámetro del pedicelo fueron de 2.71, 2.82 y 3.56 mm para frutos verdes, pintones y maduros respectivamente; mientras que la longitud alcanzo valores medios de 8.29, 9.3 y 10.07 mm. Los valores medios del momento de inercia de los frutos con respecto al eje menor fueron de 142.4, 231.1 y 270.3  $\text{kg}\cdot\text{mm}^2$  para frutos verdes, pintones y maduros respectivamente; mientras que el momento de inercia con relación al eje mayor tomo valores de 137.1, 221.9 y 260.8  $\text{kg}\cdot\text{mm}^2$  de acuerdo al orden de maduración antes señalado.

En el capítulo tres se presentó un análisis de las propiedades elásticas del sistema fruto-pedicelo del mango relacionadas con la cosecha por vibración, se determinaron las mismas, que forman parte de las propiedades físicas-mecánicas requeridas para el análisis de la dinámica del sistema, con el fin de obtener los valores óptimos de frecuencia y amplitud de las vibraciones para la cosecha selectiva de los frutos. En sentido general se apreciaron diferencias significativas en las propiedades objeto de estudio con relación a frutos verdes y maduros. Los valores medios de la rigidez de los pedicelos fueron de; 608.3, 504.5 y 163.2  $\text{N}\cdot\text{mm}^2$  para frutos verdes, pintones y maduros respectivamente, mientras que el coeficiente de Poisson, tomo valores medios de 0.54, 0.66 y 0.94 de acuerdo al orden de maduración antes señalado, en tanto los valores medios del momento flector para los frutos maduros, con maduración fisiológica (pintones) y verdes fueron de 0.44, 0.66 y 0.79  $\text{N}\cdot\text{m}$  respectivamente.

En el capítulo cuatro se presentó la modelación para determinar los regímenes de vibración más apropiados para el desprendimiento selectivo de los frutos empleando un modelo de dos grados de libertad. Los datos de entrada para la evaluación de este modelo fueron las propiedades físico-mecánicas del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo. Como resultado de la modelación se obtuvieron las respuestas de frecuencia para el desplazamiento lineal, ángulo de giro, momento flector y la fuerza traccional en los tres estadios de maduración, observándose separación entre las frecuencias de resonancia de

los frutos verdes y maduros. El momento flector para una amplitud de excitación de 20 mm y bajo un modo de vibración pendular, el entorno de frecuencia (3.74 Hz) donde se superan las acciones interiores para lograr el desprendimiento de los frutos maduros es estrecho y cercano a la frecuencia de resonancia, reafirmando que el momento flector es el protagonista fundamental del desprendimiento de los frutos.

Para un modo de vibración pendular es suficiente una amplitud de excitación de 10 mm para lograr el desprendimiento de los frutos maduros en una banda de frecuencia de 14.3 Hz para las propiedades físico-mecánicas medias; los frutos verdes se desprenderían a partir de una frecuencia de 56 Hz.

En el capítulo cinco, los análisis se realizaron por elementos finitos. Del análisis modal del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo, así como del análisis respuesta de frecuencias del sistema a partir de la aplicación de un modelo de dos grados de libertad, se deriva que los modos de vibración del tipo pendular (tipo "a"), que para el caso de los frutos maduros les corresponden frecuencias propias alrededor de los 20 Hz, resultando convenientes desde el punto de vista del desprendimiento selectivo de los frutos por vibración.

De estos análisis se obtiene además, que un modo de vibración en contrafase, preferiblemente del tipo "c" presenta evidentes ventajas para el desprendimiento selectivo de los frutos, dadas porque las mayores diferencias entre las frecuencias propias del sistema, correspondientes a configuraciones de frutos verdes y maduros, facilitan la selección de frecuencias de vibración que desprendan fundamentalmente frutos maduros, así como por ocurrir las deflexiones máximas en la zona de unión del pedicelo y el epicarpio, pero tienen como inconveniente que se produce a altas frecuencias.

## **6.2 Recomendaciones**

Utilizar la mecanización y automatización de las operaciones tecnológicas para el aumento de la productividad del trabajo en la cosecha, así como el incremento de la efectividad económica en dichos procesos.

Continuar los estudios sobre la cosecha mecanizada del mango que faciliten la selección de frecuencias de vibración que desprendan fundamentalmente frutos maduros.

Si bien, es cierto que los modelos de simulación del comportamiento de las propiedades del sistema fruto-pedicelo-pedúnculo del mango son precisos, también es cierto que son muy costosos y de difícil comprensión y manejo para personas que no son expertas en el tema. Por tal motivo, es necesario continuar investigando en el desarrollo de modelos simplificados para la simulación.

## **6.3 Perspectivas**

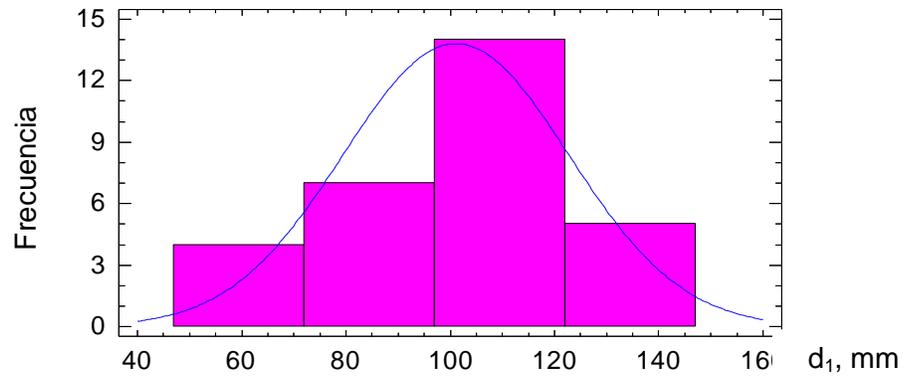
Las investigaciones realizadas contribuyen a la mecanización y automatización de las operaciones tecnológicas para el aumento de la productividad del trabajo en la cosecha del mango, así como el incremento de la efectividad económica en los procesos productivos agrícolas.

Los efectos positivos se potencializarán si se utilizan de forma integral con los trabajos realizados por otros investigadores y con las mejoras que se le efectúen a los vibradores existentes para la cosecha mecanizada del mango.

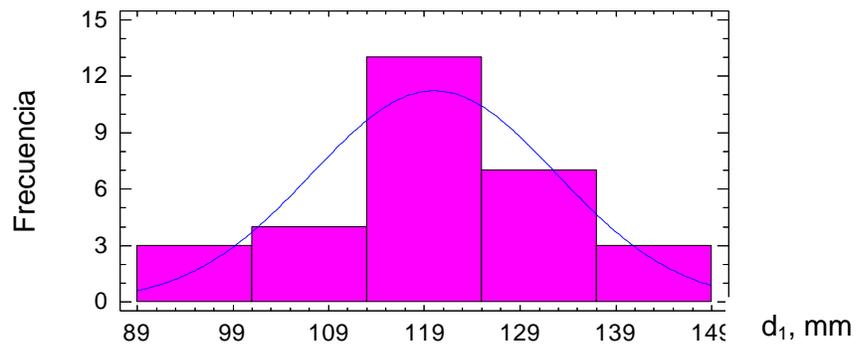
Un aspecto importante en los estudios realizados, es que sobre el tema en otros países solo han sido abordados de forma teórica y experimental por un grupo reducido de investigadores. En México, estos estudios sobre la cosecha mecanizada del mango comienzan con esta investigación.

## ANEXOS

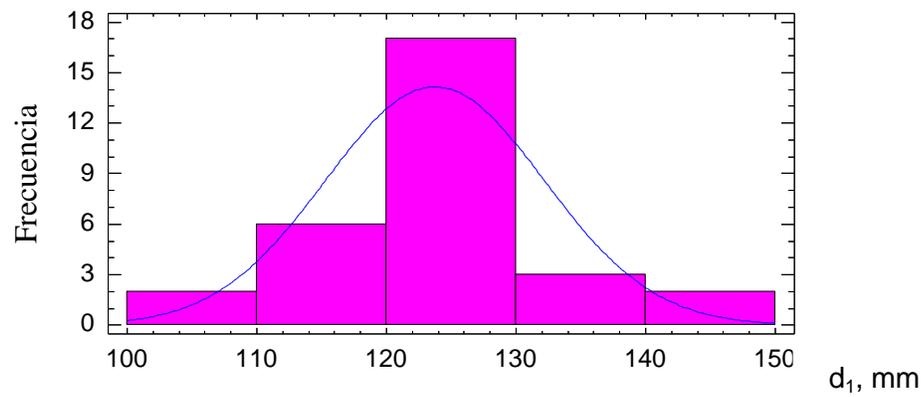
### Anexo 1 Histogramas de frecuencia del diámetro polar ( $d_1$ mm), de los frutos



Frutos verdes

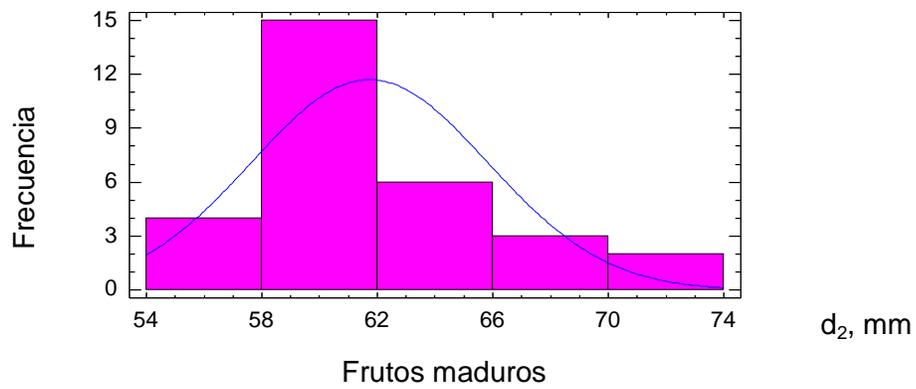
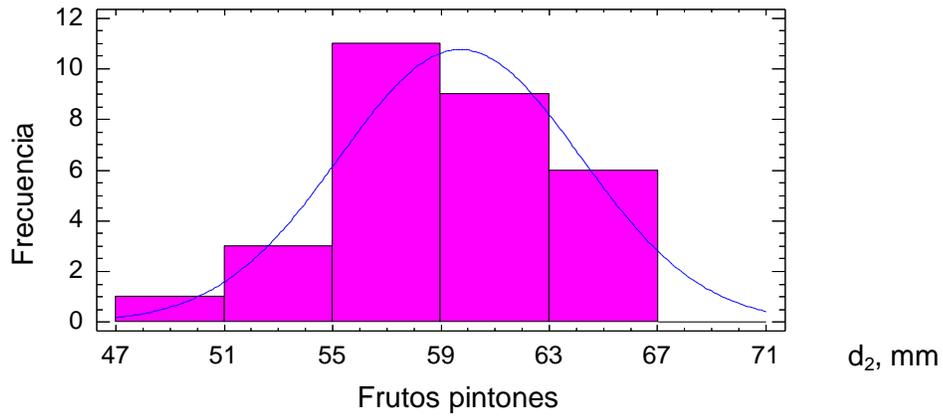
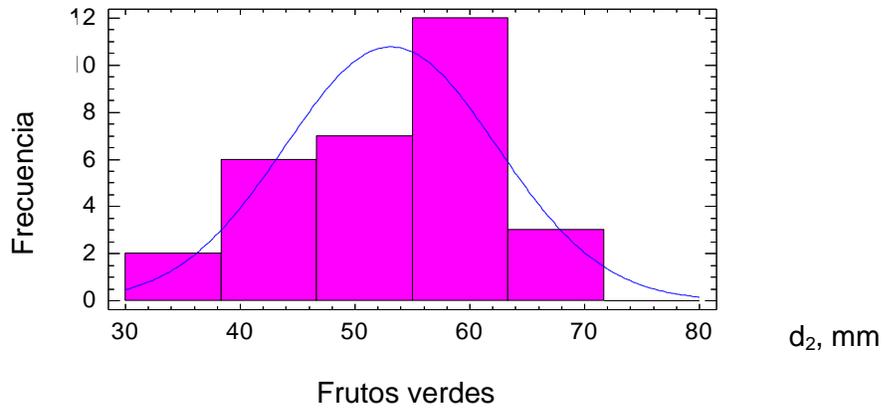


Frutos pintones

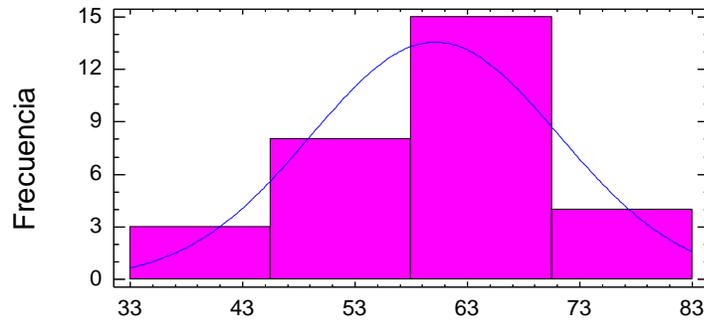


Frutos maduros

**Anexo 2. Histogramas de frecuencia del diámetro ecuatorial mínimo ( $d_2$ , mm) de los frutos.**

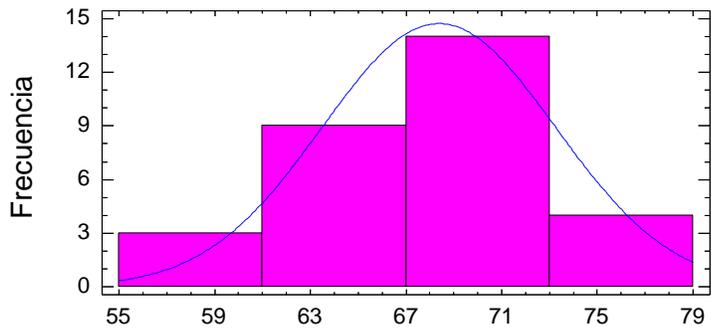


**Anexo 3. Histogramas de frecuencia del diámetro ecuatorial máximo ( $d_3$ , mm) de los frutos.**



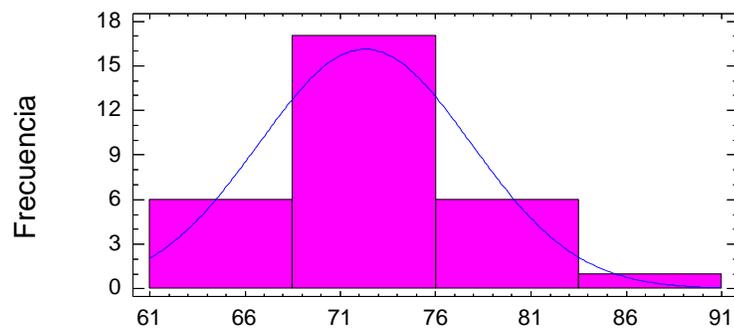
$d_3$ , mm

Frutos verdes



$d_3$ , mm

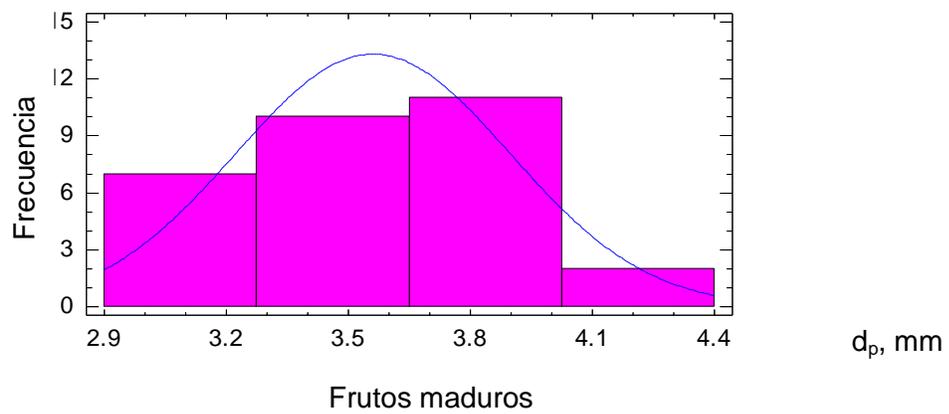
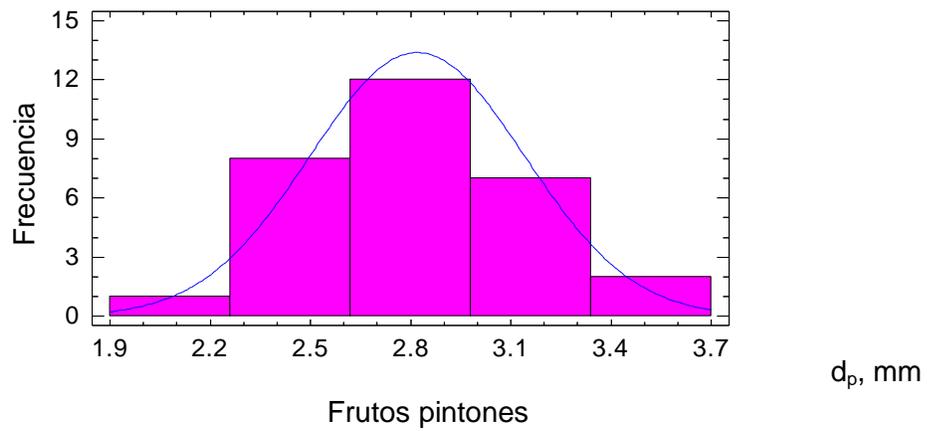
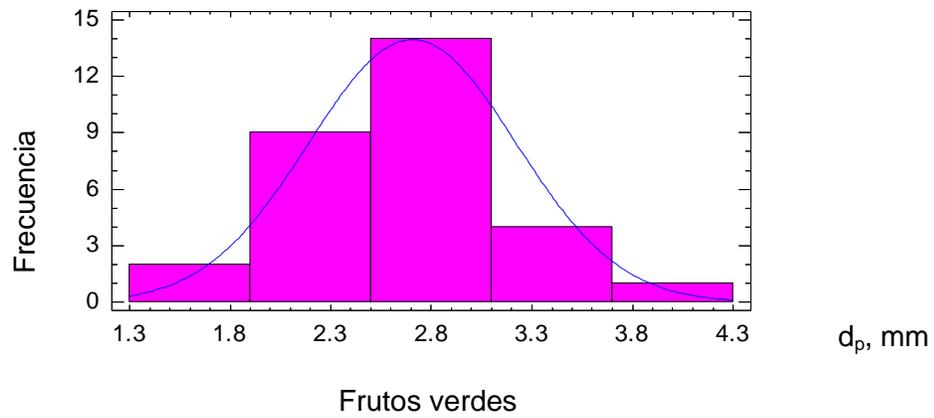
Frutos pintones



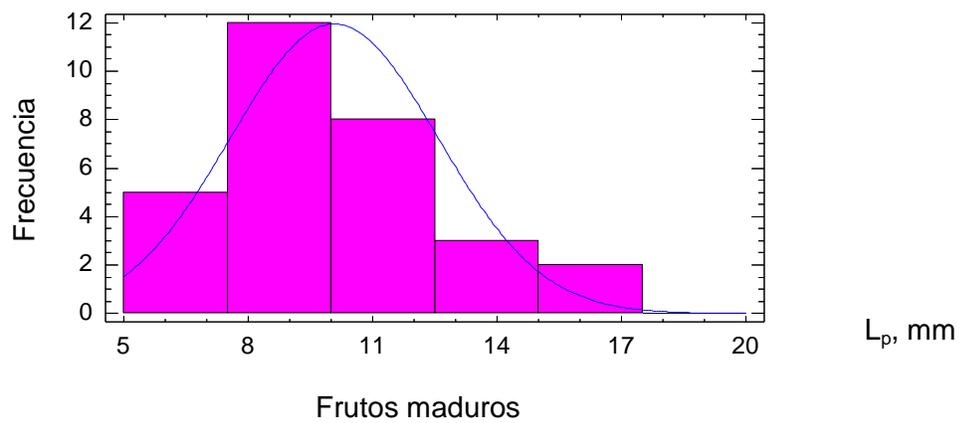
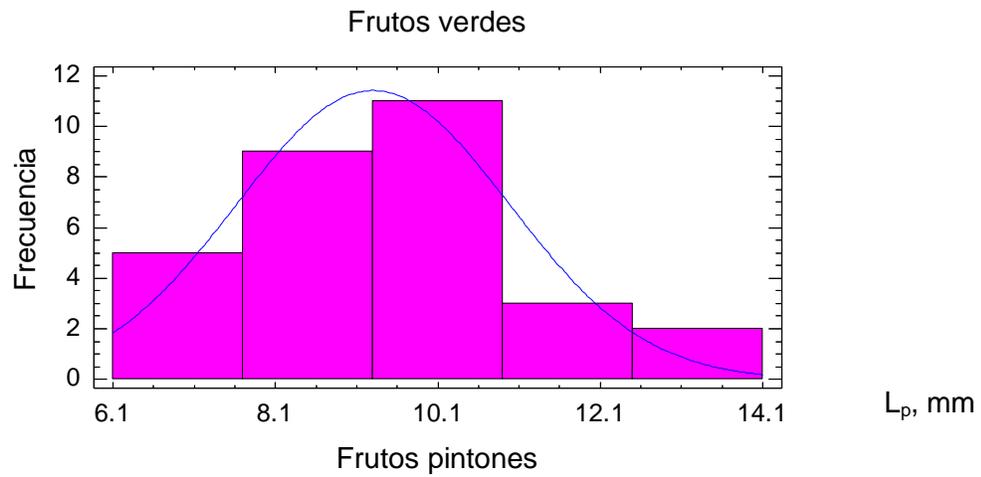
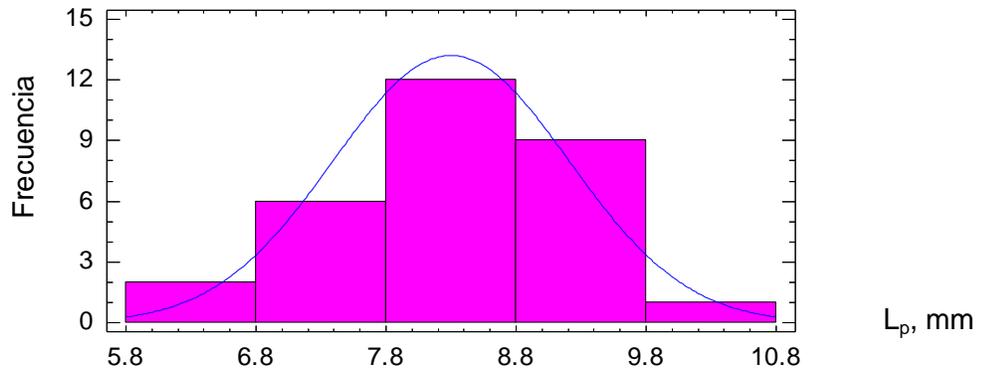
$d_3$ , mm

Frutos maduros

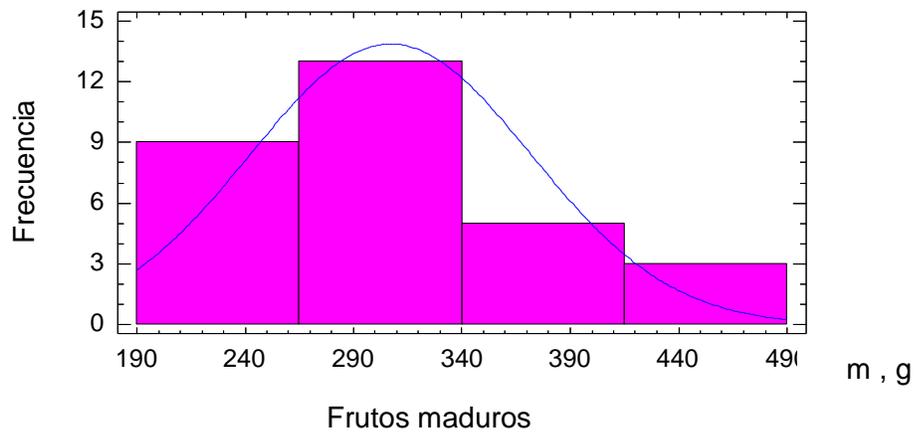
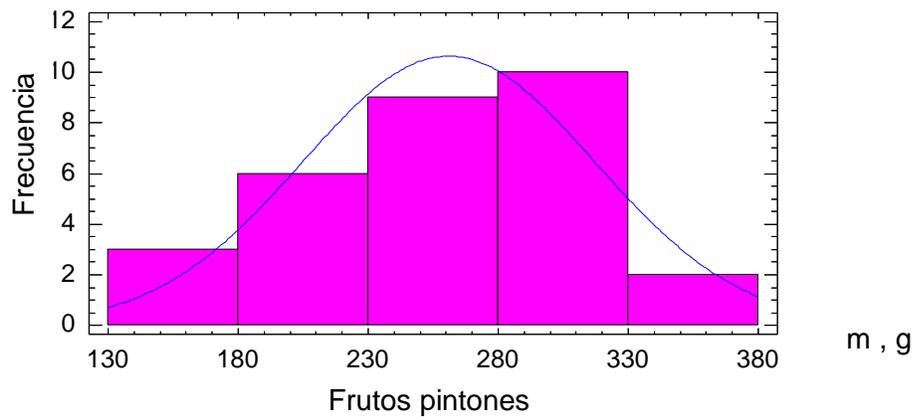
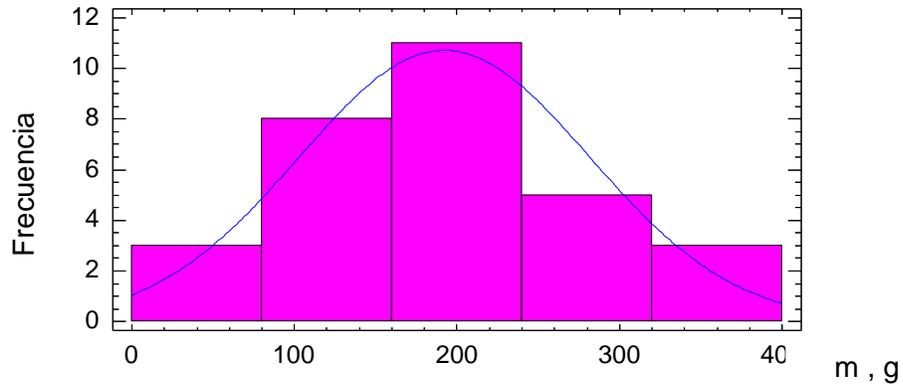
**Anexo 4. Histogramas de frecuencia del diámetro medio del pedicelo ( $d_p$ , mm) de los frutos.**



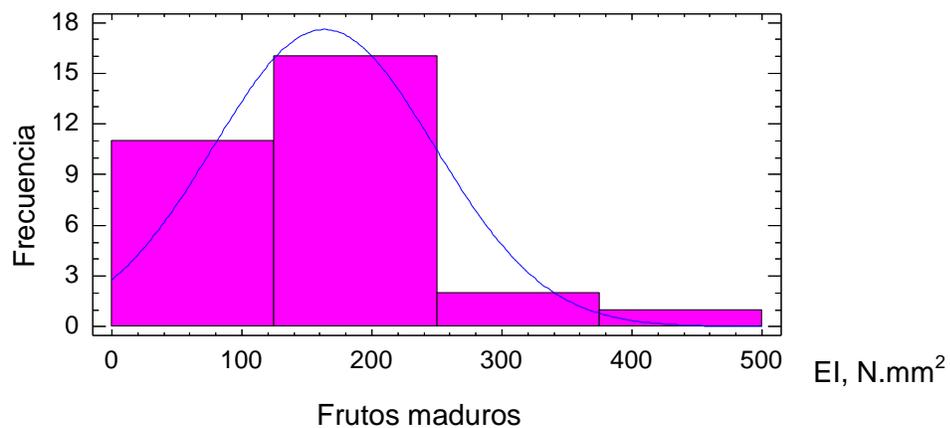
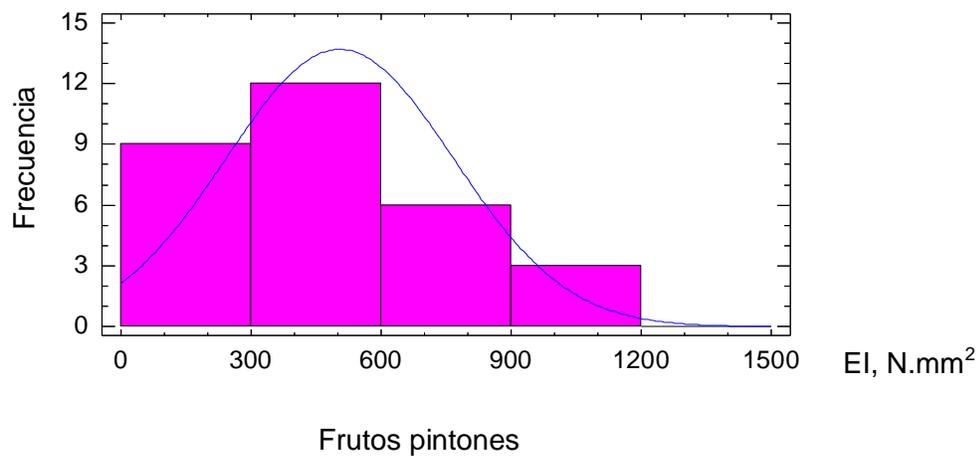
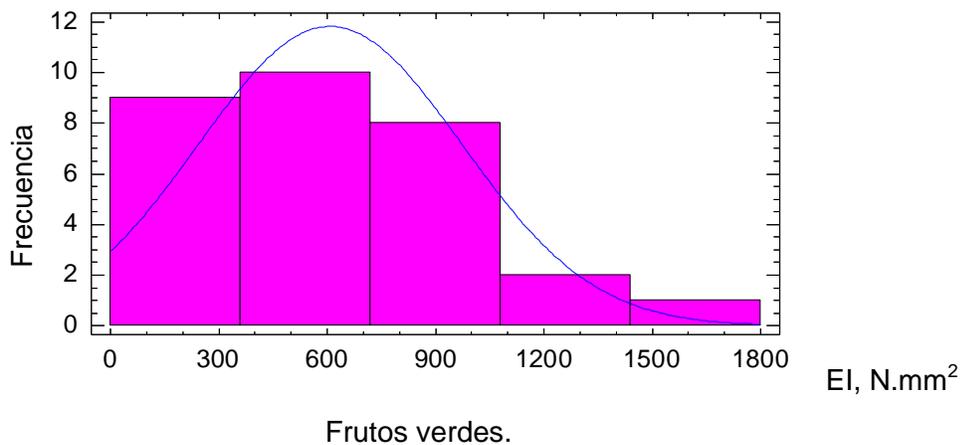
**Anexo 5. Histogramas de frecuencia de la longitud del pedicelo ( $L_p$ , mm) de los frutos.**



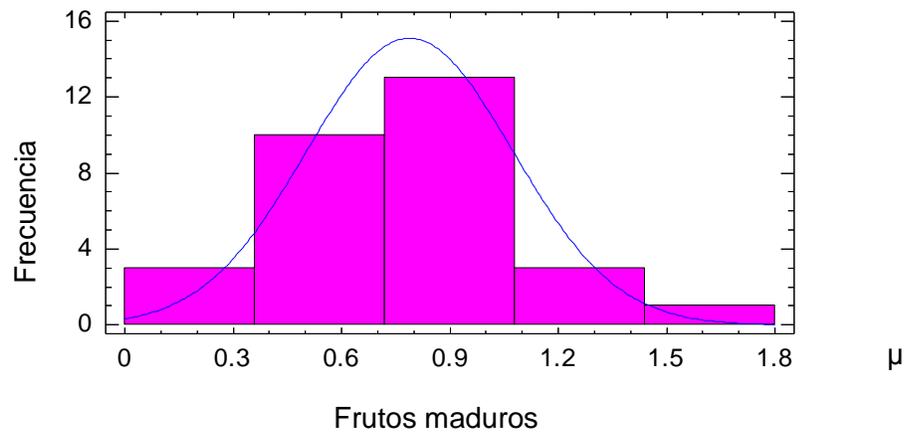
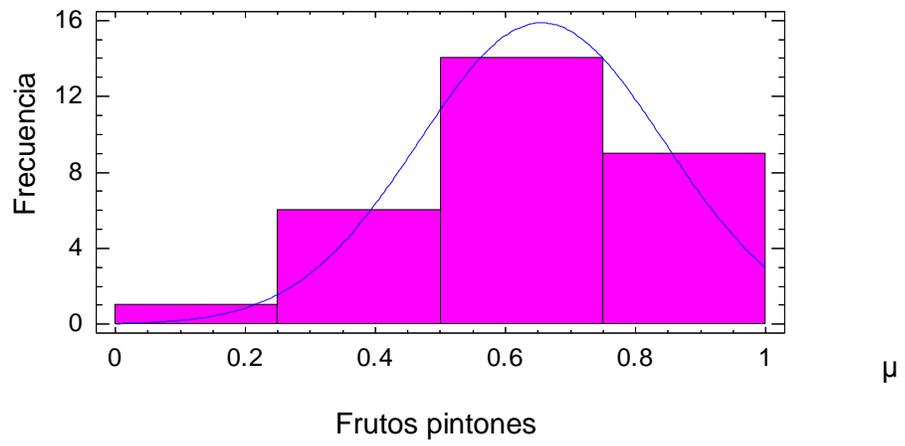
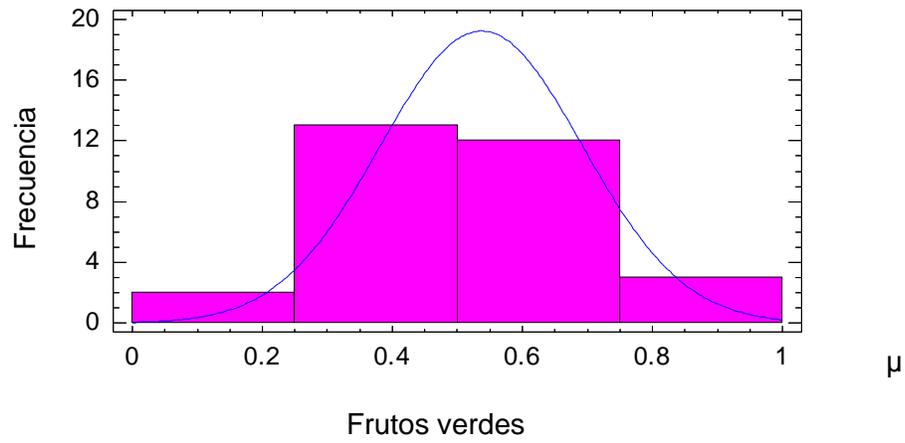
**Anexo 6. Histogramas de frecuencia de la masa (m, g) de los frutos.**



**Anexo 7. Histogramas de frecuencias de la rigidez de los pedicelos (EI, N.mm<sup>2</sup>), de los frutos.**



**Anexo 8. Histogramas de frecuencias del coeficiente de Poisson ( $\mu$ ) de los frutos.**



**Anexo 9. Histogramas de frecuencias del momento flector de desprendimiento (N·m) de los frutos.**

