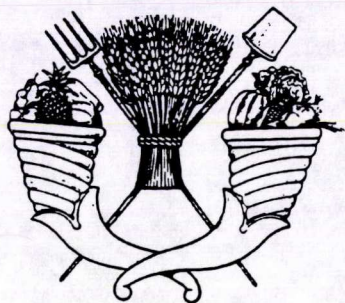


UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO



DEPARTAMENTO DE ZOOTECNIA

COMPARACION DE ECUACIONES Y PROCEDIMIENTOS PARA LA ESTIMACION DE CURVAS DE LACTANCIA EN ANGUS, SUIZO PARDO Y SUS CRUZAS



DIRECCIÓN ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES

T E S I S P R O F E S I O N A L

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS
EN PRODUCCION ANIMAL

P R E S E N T A:

RODOLFO RAMIREZ VALVERDE

DX41585
-53486



CHAPINGO, MEXICO. 1994.

AGRADECIMIENTOS

A la *Universidad Autónoma Chapingo*, por permitirme realizar los estudios de Maestría en Ciencias.

Al *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)*, por la ayuda económica proporcionada durante la realización de los estudios de Maestría.

Al Ph.D. *Rafael Núñez Domínguez*, por su atinada dirección y apoyo en la realización del presente trabajo.

Al M.C. *Gustavo Ramírez Valverde*, quién con su valiosa asesoría hizo posible plantear y concluir este estudio.

Al Ph.D. *Carlos Becerril Pérez*, Ph.D. *Moisés Montaña Bermúdez*, M.C. *Artemio Cadena Meneses* y al Ph.D. *Mariano González Alcorta*, por sus sugerencias y modificaciones al presente estudio.

Al Ph.D. *Assefaw Tewolde Medhin*, quién tuvo una importante participación en la propuesta y desarrollo del proyecto del cual proviene la información de esta tesis, y algunas otras que se han generado en el Departamento de Zootecnia de la Universidad Autónoma Chapingo.

A-26952

A todo el personal técnico de la *sección de Mejoramiento Genético Animal* del Departamento de Zootecnia (profesores y alumnos), que han participado durante algún tiempo a través de 13 años en el proyecto Angus-Suizo Pardo: Assefaw Tewolde, Rafael Núñez, Carlos Apodaca, Agustín Ruiz, José G. García, Octavio Martínez, Jorge Flores, Oscar Domínguez, Anacleto Chapa, Sergio Castro, Juan Navarro, Agustín Huerta, Gilberto Velázquez, Gilberto Montero, J. Consuelo Rivera, etc.

DEDICATORIAS

A Miryam Jacabel, Gustavo y Bruno

Por quienes aprendí que la palabra "amor" tiene una amplia gama de manifestaciones, que no tiene límites y que es lo más importante de la vida. Por quienes pude culminar una etapa de mi vida, y quienes son el motivo principal y final de mis acciones y deseos de superación.

Por ustedes y para ustedes

A mis familiares: Amelia, Angelina, Arroyo, Benito, Bertha, Chucho, Citlali, Conchita, Carmen, Chicalo, David, Elena, Enrique, Fernando, Filemón, Guero, Gustavo, Jesús, José Luis, Lalo, Laurita, Lolita, Lupillona, Lupita, Luis Enrique, Mamá, Marcelino, Miguel Angel, Nacho, Nino, Noe, Omar, Pedro, Rafael, Ricardo, Ruperto, Setkiria, Toño, etc. Por la amistad y apoyo que siempre me han brindado.

A mis amigos: Dr. Assefaw Tewolde, Dr. Ignacio Méndez, Dr. Rafael Núñez, Ir. Ricardo Améndola, M.C. Rufino López y Dr. Salvador Fernández. Todos ellos excelentes profesionistas y mejores seres humanos, quienes han tenido un papel importante en mi formación.

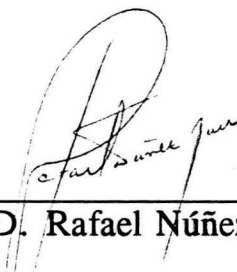
A mi padre: Gustavo Ramírez Chavolla

De quien aprendí los principios que forjaron mi caracter: respeto, honestidad, humildad, etc.

Quien me enseñó a vivir en equilibrio con la naturaleza y de quien entendí por que hay hombres que "no mueren" y que los dioses no necesariamente tienen que ser imaginarios.

Esta tesis fue realizada bajo la dirección del *Ph.D. Rafael Núñez Domínguez* y el asesoramiento del *M.C. Gustavo Ramírez Valverde*, revisada y aprobada por el jurado examinador indicado, como requisito parcial para obtener el grado de MAESTRIA EN CIENCIAS EN PRODUCCION ANIMAL.

PRESIDENTE



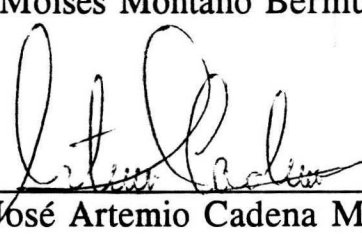
Ph.D. Rafael Núñez Domínguez

ASESOR



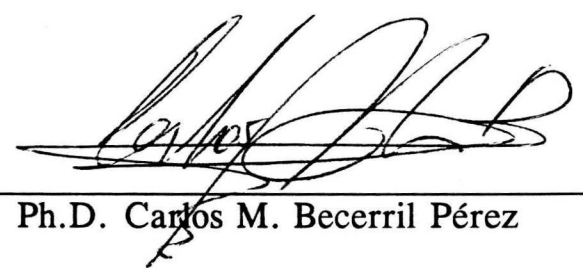
Ph.D. Moisés Montaña Bermúdez

ASESOR



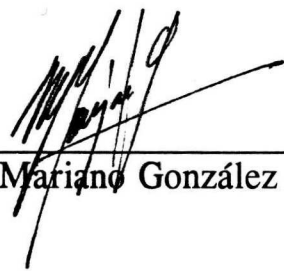
M.C. José Artemio Cadena Meneses

REPRESENTANTE DE
LA COORD. GRAL.
DE ESTUDIOS DE
POSTGRADO



Ph.D. Carlos M. Becerril Pérez

REPRESENTANTE DE
LA COORD. DPTAL.
DE ESTUDIOS DE
POSTGRADO



Ph.D. Mariano González Alcorta

Chapingo, México. Septiembre de 1994.

CONTENIDO

	Página
INDICE DE CUADROS	iii
INDICE DE FIGURAS	iv
INDICE DE APENDICES	vi
RESUMEN	1
INTRODUCCION	2
REVISION BIBLIOGRAFICA	4
1. Importancia de la producción de leche en bovinos para carne	4
2. Factores que influyen en la producción de leche y la forma de la curva de lactancia .	10
2.1. Genotipo o raza de la vaca	10
2.2. Genotipo o raza del becerro	11
2.3. Peso al nacimiento del becerro	12
2.4. Sexo del becerro	13
2.5. Número de becerros en amamantamiento	14
2.6. Edad o número de parto de la vaca	14
2.7. Nivel nutricional de las vacas	15
2.8. Salud de la vaca	16
2.9. Comportamiento reproductivo de la vaca	16
2.10. Año y época o mes de parto	17
3. Factores que influyen en la medición de la producción de leche	17
3.1. Técnicas de medición	18
3.2. Intervalo de separación vaca-becerro	20
3.3. Intervalo entre mediciones durante la lactancia	22
4. Ecuaciones y procedimientos para estimar curvas de lactancia	22
4.1. Revisión de ecuaciones y procedimientos	23
4.2. Ecuaciones propuestas en bovinos para carne	26
4.3. Comparación de ecuaciones en bovinos para carne	28

	Página
HIPOTESIS	30
MATERIALES Y METODOS	31
1. Descripción y origen de la información	31
2. Manejo de los animales	32
3. Medición de la producción de leche	33
4. Análisis estadístico	33
4.1. Descripción de las ecuaciones y procedimientos de estimación	34
4.2. Comparación de ecuaciones y procedimientos	36
4.2.1. Comparación de procedimientos	37
4.2.2. Comparación de ecuaciones	39
RESULTADOS Y DISCUSION	41
1. Comparación de procedimientos para estimación de parámetros en curvas de lactancia	41
1.1. Procedimiento lineal vs no-lineal	41
1.2. Procedimiento de estimación por cuadrados mínimos ponderados	46
2. Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia	55
2.1. Jerarquización de las ecuaciones	55
2.2. Formas de las curvas de lactancia generadas por las ecuaciones y genotipos.	61
2.3. Caracterización de las curvas de lactancia predichas por las ecuaciones	65
CONCLUSIONES	71
BIBLIOGRAFIA CITADA	73
APENDICES	84

INDICE DE CUADROS

Cuadro No.	Página
1. Promedio de cuadrados medios de residuales a través de números de lactancias, para cuatro ecuaciones estimadas por cuadrados mínimos lineales (L) y no-lineales (N)	42
2. Jerarquización (rango) de ecuaciones para curvas de lactancia por genotipo y número de lactancia, a través de números de lactancia y promedio por genotipo	56

INDICE DE FIGURAS

Figura No.		Página
1.	Promedios de reducción porcentual en cuadrados medios de residuales, de procedimientos no lineales para estimar curvas de lactancia, respecto de procedimientos lineales	43
2.	Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por la ecuación de Wood, mediante procedimientos de estimación lineales y no-lineales en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruzas	47
3.	Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por la ecuación de Brody <i>et al.</i> , mediante procedimientos de estimación lineales y no-lineales en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruzas	48
4.	Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por la ecuación de Jenkins y Ferrell, mediante procedimientos de estimación lineales y no-lineales en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruzas	49
5.	Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por la ecuación de Sikka, mediante procedimientos de estimación lineales y no-lineales en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruzas	50

6.	Descripción de las formas de residuales vs valores de producción predicha, del promedio de los genotipos Angus, Suizo Pardo y sus cruzas, para ocho ecuaciones y procedimientos de estimación de curvas de lactancia	51
7.	Descripción de las formas de residuales vs semana de producción, del promedio de los genotipos Angus, Suizo Pardo y sus cruzas, para ocho ecuaciones y procedimientos de estimación de curvas de lactancia	53
8.	Tipos de curvas de lactancia generadas por ocho ecuaciones y los mejores ajustes independientemente de la ecuación, en vacas <i>Angus</i>	62
9.	Tipos de curvas de lactancia generadas por ocho ecuaciones y los mejores ajustes independientemente de la ecuación, en vacas <i>Suizo Pardo</i>	63
10.	Tipos de curvas de lactancia generadas por ocho ecuaciones y los mejores ajustes independientemente de la ecuación, en vacas de <i>cruzas</i> recíprocas de Angus y Suizo Pardo	64
11.	Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por ocho ecuaciones en vacas <i>Angus</i>	66
12.	Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por ocho ecuaciones en vacas <i>Suizo Pardo</i>	67
13.	Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por ocho ecuaciones en vacas de <i>cruzas</i> de Angus y Suizo Pardo ...	68

INDICE DE APENDICES

Apéndice No.		Página
1.	Programas utilizados (SAS, 1985) para la estimación de parámetros de ocho ecuaciones para predecir curvas de lactancia, mediante dos procedimientos de estimación	85
2.	Ejemplos de tendencias de residuales denominadas recta (A), diagonal (B), cono (C), cono inverso (D), conos combinados (E), arco (F) y arco inverso (G)	88
3.	Promedio de cuadrados medios de residuales por lactancia y probabilidad para sus contrastes (P), en cuatro ecuaciones estimadas por cuadrados mínimos lineales (L) y no-lineales (N), en ganado Angus, Suizo Pardo y sus cruzas	92
4.	Descripción de la forma de los residuales vs valores predichos y tiempo, del promedio de los genotipos Angus, Suizo Pardo y sus cruzas, para ocho ecuaciones y procedimientos de estimación de curvas de lactancia	93
5.	Ejemplo de la posible utilización de una constante o una variable aleatoria como ponderador en el análisis de regresión	97
6.	Suma de valores jerárquicos de ocho ecuaciones, para curvas de lactancia de vacas Angus por número de lactancia, y considerando el promedio de todas las lactancias	99

7. Suma de valores jerárquicos de ocho ecuaciones, para curvas de lactancia de vacas Suizo Pardo por número de lactancia, y considerando el promedio de todas las lactancias 100
8. Suma de valores jerárquicos de ocho ecuaciones, para curvas de lactancia de vacas Angus x Suizo Pardo por número de lactancia, y considerando el promedio de todas las lactancias 101
9. Tipos de curvas de lactancia, generadas por ocho ecuaciones y los mejores ajustes independientemente de la ecuación; para genotipos Angus, Suizo Pardo y sus cruzas 102
10. Valores de χ^2 cuadrada por genotipo, del ajuste en las formas de ocho ecuaciones para estimar curvas de lactancia, considerando como esperadas las formas generadas por las curvas de mejor ajuste, independientemente de la ecuación 103
11. Promedio de parámetros estimados para la construcción de curvas de lactancia en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruzas, para ocho ecuaciones y dos procedimientos de estimación 104

RESUMEN

COMPARACION DE ECUACIONES Y PROCEDIMIENTOS PARA LA ESTIMACION DE CURVAS DE LACTANCIA EN ANGUS, SUIZO PARDO Y SUS CRUZAS

Rodolfo Ramírez Valverde, M. C. en Producción Animal

Director de Tesis: Rafael Núñez Domínguez, Ph. D.

El objetivo de este trabajo fue la comparación de ocho ecuaciones y dos procedimientos para la estimación de parámetros en curvas de lactancia de vacas Angus (A), Suizo Pardo (P) y AxP, provenientes de un cruzamiento dialélico en Chapingo, México, involucrando las razas A y P; con el propósito de determinar la mejor ecuación y procedimiento de estimación de parámetros que caracterice las curvas de lactancia de estos genotipos. Los datos de producción de leche (297 lactancias) fueron colectados semanalmente durante 180 días postparto, utilizando la técnica de pesaje de becerros antes y después del amamantamiento (con ordeño manual de leche residual en los inicios de la lactancia para los casos en que fue necesario). Para cada lactancia individual fueron evaluadas las ecuaciones siguientes: $Y_t = at^be^{-ct}$ (I); $Y_t = ae^{-ct}$ (II); $Y_t = t/ae^{ct}$ (III); $Y_t = ae^{(bt + ct^2)}$ (IV); $Y_t = a + bt + ct^2$ (V); $Y_t = a + bt$ (VI); $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$ (VII); $Y_t = t/(a + bt + ct^2)$ (VIII). Las primeras cuatro ecuaciones fueron estimadas por regresión utilizando cuadrados mínimos lineales (L, usando transformaciones logarítmicas) y no-lineales (N). Los cuadrados medios de residuales (CMR) fueron usados como criterio para evaluar la estimación de las curvas. Las ocho ecuaciones fueron jerarquizadas y comparadas mediante la prueba de jerarquización (rangos) de Friedman. Generalmente la diferencia en CMR's entre L y N no fueron significativas ($P > .1$), excepto para la ecuación III donde 6 de 16 comparaciones fueron significativas ($P < .1$). Sin embargo, en todos los casos los CMR's estimados por N fueron menores (2.6 a 16.5 %, dependiendo de la ecuación y genotipo evaluado) que los estimados por L. La ecuación I mostró ser muy flexible al tener buen ajuste en curvas de lactancia de diferentes genotipos y números de lactancia. Sin embargo, la mejor ecuación fue dependiente del genotipo de la vaca. Las ecuaciones I y VIII estimaron mejor las curvas de lactancia en A, mientras que IV, I y V estimaron mejor las curvas de vacas P y AxP.

INTRODUCCION

La producción de leche (PL) es una característica económicamente importante en ganado bovino para carne. La consistente correlación positiva entre la PL de las vacas y el peso al destete (PD) de sus becerros, indica que la PL es el factor simple de mayor influencia en la ganancia de peso predestete (Rutledge *et al.*, 1971; Koch, 1972; Willham, 1972; Richardson *et al.*, 1977; Clutter y Nielsen, 1987; Lubritz *et al.*, 1989; Beal y Kearnan, 1993; Meyer *et al.*, 1994).

La predicción exacta de las curvas de lactancia en vacas de diferentes genotipos, puede ayudar en la determinación de estrategias de manejo y combinaciones raciales para mejorar la eficiencia de producción vaca/becerro.

Las curvas de lactancia en ganado lechero se han investigado extensivamente y se han propuesto (Brody *et al.*, 1923; Sikka, 1950; Nelder, 1966; Wood, 1967; Cobby y Le Du, 1978) y comparado (Rowlands *et al.*, 1982; Papajcsik y Boderó, 1988) diversas ecuaciones. En ganado de carne se han propuesto o recomendado algunas ecuaciones (Gaskins y Anderson, 1980; Jenkins y Ferrell, 1984; Clutter y Nielsen, 1987), sin embargo, se ha reportado escasa información comparando modelos para curvas de lactancia (p.e. Hohenboken *et al.*, 1992). Adicionalmente, existe confusión en la comparación de ecuaciones y procedimientos de estimación, presentándose en algunas de las publicaciones indistintamente (p.e. Rowlands *et al.*, 1982; Hohenboken *et al.*, 1992; Hernández y Ríos, 1993), creando confusiones en su interpretación metodológica.

Las diferencias observadas por las curvas predichas por las diferentes ecuaciones, nos muestran que la ecuación utilizada puede modificar sustancialmente las formas de las curvas de lactancia predichas, por lo cual en ocasiones la interpretación de las variaciones utilizando diferentes genotipos o ambientes, pueden ser debidas al modelo utilizado en el análisis y no a diferencias biológicas. Por lo anterior, el propósito de este estudio fue determinar la mejor ecuación y procedimiento de estimación de parámetros que caracterize las curvas de lactancia de vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza recíprocas, bajo las condiciones ambientales en Chapingo, México.

El objetivo central de este trabajo fue la comparación de ocho ecuaciones y dos procedimientos para la estimación de parámetros en curvas de lactancia de vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza recíprocas. Otros de los objetivos planteados fueron:

Analizar la posibilidad de estimación de parámetros por el procedimiento de cuadrados mínimos ponderados.

Tipificar las formas de las curvas generadas por las ecuaciones y procedimientos, y la consistencia en la falta de ajuste de los datos observados con las curvas predichas.

REVISION BIBLIOGRAFICA

1. IMPORTANCIA DE LA PRODUCCION DE LECHE EN BOVINOS PARA CARNE

En bovinos para carne, la estimación de PL no es una práctica que se realice en sistemas de producción comercial, debido entre otras cosas a la dificultad intrínseca de la colección de datos de producción. Sin embargo, muchos trabajos experimentales han sido realizados debido a su estrecha relación con el PD de los becerros, el cual tiene importancia biológica y económica.

Las correlaciones reportadas entre crecimiento predestete de los becerros y la PL de sus madres, han fluctuado bajo diferentes condiciones ambientales y técnicas de estimación utilizadas. En general, las estimaciones son altas ($r > .5$; Neville, 1962; Furr y Nelson, 1964; Klett *et al.*, 1965; Wistrand y Riggs, 1966; Melton *et al.*, 1967; Rutledge *et al.*, 1971; Totusek *et al.*, 1973; Reynolds *et al.*, 1978; Robison *et al.*, 1978; Nielsen *et al.*, 1983; Roberson *et al.*, 1986; Marston *et al.*, 1990; Beal *et al.*, 1990; Gregory *et al.*, 1992; Meyer *et al.*, 1994).

La asociación entre PL y PD es mayor al inicio de la lactancia, y generalmente disminuye conforme la lactancia progresa, lo que sugiere una disminución en la dependencia del becerro de la PL, con incremento en la dependencia de pastos o concentrados. Clutter *et al.* (1985) reportan correlaciones entre PL y ganancia diaria de peso de los becerros en ganado de carne para varios períodos, de alrededor de .6 al principio de la lactancia y de alrededor de .2 al final de la lactancia. Resultados similares se han obtenido por otros autores, concluyendo que las correlaciones son generalmente grandes al inicio de la lactancia y pequeñas para períodos cercanos al destete (Neville, 1962; Furr y Nelson, 1964; Clutter y Nielsen, 1987).

Asociaciones bajas entre la PL de la vaca y el crecimiento del becerro se han reportado por algunos autores ($r < .5$; Christian *et al.*, 1965; Todd *et al.*, 1968; Dickey *et al.*, 1972; Hohenboken *et al.*, 1973; Marshall *et al.*, 1976; Dinkel y Brown, 1978; Williams *et al.*, 1979b; Chenette y Frahm, 1981; Butts *et al.*, 1984), las que son explicadas en la mayoría de los casos por el manejo de los animales, principalmente el acceso *ad libitum* de los becerros a dietas altas en concentrados.

Una descripción de la curva de lactancia es requerida para un mejor entendimiento de los sistemas de producción, y para aplicaciones prácticas como la planeación de manejo del sistema. Gaskins y Anderson (1980) sugieren que el conocimiento de la curva de lactancia de ganado para carne, puede proveer información de requerimientos en cambios de energía involucrados en decisiones de manejo del hato, principalmente la alimentación. Montaña-Bermúdez y Nielsen (1990b) mencionan que la PL influye en la rentabilidad vaca/becerro, a través del efecto directo en el PD del becerro y su influencia en los costos de producción, por asociaciones con los requerimientos de energía para mantenimiento y producción. Sakul y Boylan (1992) consideran que el conocimiento de la curva de lactancia puede ayudar en la toma de decisiones de manejo, como el desecho, el cual puede tener impacto económico importante en la empresa; así mismo, es útil para determinar estrategias a nivel granja, por ejemplo, si la curva para una raza en particular muestra una gran proporción de leche producida al comienzo de la lactancia, entonces puede no ser económico tener períodos largos de amamantamiento.

El aprovechamiento del potencial de PL, es especialmente importante porque influye en el comportamiento de los becerros, las necesidades nutricionales de las vacas y la proporción de recría (Mallinckrodt *et al.*, 1993), por lo cual es importante la determinación del nivel óptimo de PL para un particular ambiente de producción en bovinos para carne (Clutter y Nielsen, 1987).

Willham (1972) considera que la máxima PL, puede ser deseable si existe un estado óptimo de desarrollo del becerro, pero la evidencia no es concluyente en ganado para carne y depende grandemente del precio diferencial al destete entre becerros de diferentes pesos. Es posible desarrollar esquemas de manejo para capitalizar el crecimiento temprano producido por cantidad suficiente de leche, y posiblemente con destetes tempranos reducir los costos de PL extra. Notter *et al.* (1979) encontraron que el PD por vaca expuesta, fue maximizado con niveles intermedios de PL en ganado para carne, y consideran que si la digestibilidad y disponibilidad de forrajes son altos, relativamente altos niveles de leche pueden ser tolerados en vacas que amamantan, sin depresión en el comportamiento reproductivo, y sugieren que económicamente puede ser de beneficio incrementar la PL, si también se incrementa la proporción de destete por incremento en la sobrevivencia de los becerros.

Butts *et al.* (1984) encontraron que la PL está asociada favorablemente con la eficiencia vaca/becerro en ganado de carne, sin embargo, otras publicaciones muestran resultados diferentes. Montaña-Bermúdez y Nielsen (1990b) estimaron que la eficiencia biológica de producción de carne al destete y al sacrificio, fue mayor en el grupo de vacas de baja PL entre ganado de similar tamaño y crecimiento, y que posiblemente un mínimo de PL es deseable, con fines de lograr una sobrevivencia adecuada y crecimiento temprano de los becerros. Davis *et al.* (1983) estimaron asociaciones negativas entre PL y eficiencia, usando vacas Hereford-Holstein, Hereford-razas de carne y Holstein pura, sugiriendo que el alto potencial de PL no puede ser utilizado por los becerros, por lo cual consideran que incrementos en PL, parecen ser deseables únicamente si la cantidad de leche extra puede ser consumida y convertida en PD de suficiente magnitud, que justifique el aumento en consumo de energía requerido por las vacas para producir más leche.

La idea de que las vacas con alta PL pueden tener baja eficiencia reproductiva, proviene principalmente de lo observado en el ganado lechero. Sin embargo, las vacas para carne producen mucho menos leche que el promedio de las vacas de hatos lecheros. Beal y Kearnan (1993) consideran que los requerimientos de bovinos para carne, generalmente no exceden sus límites de consumo de alimento, por lo cual en este tipo de ganado no se tienen experiencias de balances negativos de energía y baja eficiencia reproductiva como en ganado lechero.

El antagonismo entre PL y eficiencia reproductiva parece ser mediado por el balance de energía, por lo tanto, dependiente de las condiciones de manejo. Al respecto, la mayoría de los trabajos en bovinos de carne, no han encontrado evidencias de efectos adversos en reproducción por incremento en la PL (Marshall *et al.*, 1976; Bailey, 1981; Nielsen *et al.*, 1983; Butson y Berg, 1984a; Beal *et al.*, 1990). Por otra parte, Montaña-Bermúdez y Nielsen (1990a) encontraron que vacas de baja PL tienden a tener un mejor comportamiento reproductivo (becerros destetados por vaca expuesta) que vacas de alta PL.

Un gran número de trabajos consideran que una alta PL de las vacas, puede tener efectos detrimentales en el comportamiento lechero de sus hijas (Christian *et al.*, 1965; Dickerson, 1969; Mangus y Brinks, 1971; Koch, 1972; Willham, 1972; Alenda *et al.*, 1980; Knapp *et al.*, 1980; Lubritz *et al.*, 1989). Owens *et al.* (1993) mencionan que si la proporción de crecimiento predestete es rápida, la depositación de grasa en la ubre de las vaquillas puede ser excesiva, lo

cual limita su potencial de PL, afectando la ganancia de peso de su progenie. Por lo anterior, se debe tener cuidado en la alimentación de vaquillas en crecimiento con dietas altas en concentrados.

Algunos trabajos consideran que no hay evidencias claras sobre el antagonismo entre el nivel de PL de las vacas y la habilidad materna de sus hijas. Irgang *et al.* (1985) encontraron correlación genética positiva entre la PL de las vacas, y su PD y ganancia de peso postdestete, por lo cual, el mejoramiento genético del crecimiento mediante selección no necesariamente provoca disminución en la PL. Lo anterior de acuerdo con lo sugerido por Sejrsen (1978, citado por Irgang *et al.*, 1985), quien postula que animales con alta capacidad genética para crecimiento, pueden tener una alta concentración de hormona del crecimiento en la sangre, y consecuentemente un mayor crecimiento de tejido mamario, resultando en una alta PL.

Los índices de herencia reportados para PL en ganado de carne son pocos y variables, pero muchas veces mayores que los obtenidos en bovinos lecheros, por lo cual pudiera esperarse una respuesta favorable a la selección. Beal y Kearnan (1993) obtuvieron correlaciones bajas entre diferencia en PL esperada en la progenie de sementales en ganado para carne y PL de las hijas, lo que sugiere que el índice de herencia de la PL es menor a la de las características de crecimiento y por lo tanto, muchos otros factores, además de los genéticos, afectan a la PL. Rutledge *et al.* (1972) estimaron índices de constancia de .38 para PL en vacas Hereford, lo que sugiere que la PL en vacas para carne es probablemente una característica poco o moderadamente heredable. Dillard *et al.* (1978) estimaron índices de herencia de alrededor de .45 para PL por lactancia en ganado Hereford, magnitud que puede ser debida a que en ganado para carne no se selecciona para PL directamente. Willham (1972) menciona que el resultado de seleccionar para PD en razas de carne, probablemente ha provocado el incremento de genes favorables para crecimiento predestete de los becerros y no para comportamiento materno, por lo que el potencial para utilizar comportamiento materno está disponible.

Los efectos de selección para características de comportamiento materno no son claros (Irgang *et al.*, 1985). Christian *et al.* (1965) sugiere que seleccionando hembras genéticamente superiores para PD, puede resultar en incremento en respuesta para crecimiento, pero disminución en la PL. Robison *et al.* (1981) considera que la selección para efectos maternos, puede ser basada en el peso de los becerros a los 90 días o en la estimación directa de la PL.

Irgang *et al.* (1985) obtuvieron una respuesta correlacionada en PL al seleccionar para PD. Clutter *et al.* (1985) consideran que la PL en ganado de carne puede ser aumentada o disminuida por selección.

La decisión de considerar la PL en el mejoramiento de bovinos para carne, depende del sistema de producción, del comportamiento reproductivo y del nivel de mejoramiento genético que ha tenido la población para caracteres de crecimiento (Irgang *et al.*, 1985). Díaz *et al.* (1992) concluyen que las diferencias en PL esperada en la progenie de los sementales, puede ser usado como criterio para aumentar la PL en programas de mejoramiento de bovinos para carne. Beal y Kearnan (1993) concluyen que antes de decidir sobre la justificación del incremento en la PL a través de selección y/o cruzamiento, debe tenerse especial cuidado en considerar las fuentes de alimentación disponibles para soportar un incremento en PL, además de la eficiencia biológica de vacas con altos niveles de PL.

Si los coeficientes que determinan la forma de la curva de lactancia son controlados genéticamente, entonces es posible explotar la variación genética para producir curvas de lactancia con forma deseable, lo cual *per se* es tema de debate. Grossman *et al.* (1986) mencionan que en ganado lechero las vacas que producen moderadamente y con alta persistencia, generalmente tienen menos estrés que las vacas que son menos persistentes y con un gran diferencial entre producción al pico y al final de la lactancia.

En ganado para carne se ha reportado escasa información sobre la estimación de parámetros genéticos, en relación a las medidas que definen la forma de la curva de lactancia. Dillard *et al.* (1978) estimaron correlaciones genéticas entre mediciones de PL a través de la lactancia en ganado Hereford, obteniéndose valores altos y cercanos a uno, lo que sugiere una gran similitud entre los genes que afectan la PL en las fases tempranas y hacia el final de la lactancia.

Los resultados sobre parámetros genéticos de medidas que definen la forma de la curva de lactancia en bovinos lecheros han sido muy variables. Batra (1986) y Grossman *et al.* (1986) consideran que la forma de la curva de lactancia difícilmente puede ser cambiada a través de selección. Schneeberger (1981) concluye que la estimación de índices de herencia para los parámetros que definen la forma de la curva de lactancia, indican que la forma puede ser modificada por selección.

El incremento en la PL de ganado para carne, puede ser introducido mediante el uso de razas lecheras. La conveniencia de razas lecheras para producción de carne ha sido ampliamente estudiada, y la mayoría de los estudios han mostrado ventajas en velocidad de crecimiento, por lo cual se ha incrementado el interés en el uso de razas lecheras o sus cruza con ganado de razas para carne en vacas de uso comercial, con el propósito de combinar la heterosis en el crecimiento del becerro y el incremento en el potencial de PL de la vaca. Drewry *et al.* (1978) mencionan que no son claras las evidencias que indiquen el mejor uso de razas lecheras o de doble propósito en programas de cría comercial, debido a que varían grandemente en su crecimiento y PL, por lo cual su uso depende probablemente del sistema de producción y principalmente de la disponibilidad de alimento.

Deutscher y Whiteman (1971) han mostrado que la introducción de razas lecheras en sistemas de producción de carne, incrementa la PL de las vacas y el PD de sus becerros. Marshall *et al.* (1987) mencionan que se han realizado una gran cantidad de estudios para incluir a razas lecheras en programas de cruzamiento, para incrementar la PL y por lo tanto el PD de sus becerros. Dean *et al.* (1976) y Olson *et al.* (1985) consideran que el uso de razas lecheras en programas de cruzamiento, puede mejorar la PL de las vacas y el PD de sus becerros.

Es importante la caracterización del comportamiento en PL de las razas puras y cruzadas, con el fin de tener información básica con la cual desarrollar sistemas de cruzamiento que puedan producir carne más eficientemente (Chenette y Frahm, 1981). Es posible desarrollar programas de cruzamiento con el propósito de incorporar el potencial extra de leche y capitalizar la heterosis de vacas y becerros cruzados (Willham, 1972). Butson y Berg (1984b) mencionan que muchos estudios (Long, 1980) han indicado que es posible incrementar la PL y la eficiencia vaca/becerro, mediante el cruzamiento de razas de carne con lecheras. Clutter *et al.* (1985) mencionan que la PL en ganado de carne, se puede aumentar con la introducción de razas con potencial genético para PL. Gregory *et al.* (1992) consideran que las diferencias entre razas pueden ser usadas para lograr cambios más rápidos en PL, para encontrar el nivel óptimo de acuerdo al sistema de producción.

2. FACTORES QUE INFLUYEN EN LA PRODUCCION DE LECHE Y LA FORMA DE LA CURVA DE LACTANCIA

Existen numerosos estudios que evidencian la influencia de factores genéticos y/o ambientales sobre la PL y la forma de la curva de lactancia en bovinos. En este capítulo se consideran sólo algunos de ellos, con el propósito de ejemplificar brevemente la naturaleza del fenómeno.

2.1. Genotipo o raza de la vaca

Muchos estudios muestran que el genotipo o raza de la vaca influye en su PL y la forma de la curva de lactancia en ganado de carne (Klett *et al.*, 1965; Cundiff *et al.*, 1974; Reynolds *et al.*, 1978; Gaskins y Anderson, 1980; Nielsen *et al.*, 1983; Butson y Berg, 1984a; 1984b; Clutter y Nielsen, 1987; Daley *et al.*, 1987; Kress *et al.*, 1990a; 1990b). Long (1980) menciona que la máxima diferencia entre genotipos bovinos puros y cruzados para carne se han encontrado en el rango de 15 a 30%, con una media de 23%, para estimaciones de PL diaria.

Gaskins y Anderson (1980) encontraron que la raza de la vaca afectó ($P < .01$) la PL diaria, en ganado cruzado de razas para carne. Las vacas Hereford x Angus (5.8 kg/día) produjeron menos leche que vacas Jersey x Angus o Simmental x Angus (7.7 kg/día).

Daley *et al.* (1987) encontraron significativo ($P < .05$) el efecto de genotipo de la vaca en la PL (involucrando Hereford, Red Poll, Hereford x Red Poll, Red Poll x Hereford, Angus x Hereford, Angus x Charolais, Brahman x Hereford y Brahman x Angus). Los genotipos que contenían genes de la raza Red Poll tuvieron las más altas producciones, los de Angus fueron intermedios y los de Hereford fueron los de menores producciones.

Notter *et al.* (1978) obtuvieron diferencias en PL hasta el día 131 de lactancia ($P < .05$) para diferentes grupos raciales. Las vacas Angus produjeron 5.0 kg/día, Angus x Hereford 4.7 kg/día, Hereford x Angus 4.2 kg/día y Hereford 3.9 kg/día.

La mayoría de los estudios coinciden en que la forma de la curva de lactancia en ganado para carne es similar a la de ganado lechero, pero con un pico máximo más temprano y mayor persistencia. Abadia y Brinks (1972) reportan el tiempo al pico de lactancia en vaquillas

Hereford de 30 a 45 días. Jenkins y Ferrell (1984) estimaron el pico máximo de 49 a 64 días en vacas Charolais x Angus, Charolais x Hereford y Hereford x Angus. Clutter y Nielsen (1987) obtuvieron la mayor PL entre los 50 a 60 días postparto, en vacas Shorthorn x Angus, Red Poll x Angus y Hereford x Angus. Beal y Kearnan (1993) estimaron curvas de lactancia en vacas Hereford y Simmental, indicando que la PL se incrementa hasta los 2 meses de lactancia, con posterior disminución gradual. Resultados diferentes a los anteriores fueron reportados por Gaskins y Anderson (1980), los cuales consideran que en las vacas Hereford x Angus de 2 años de edad (baja PL) la curva de lactancia fue esencialmente una línea recta, con una disminución gradual a medida que avanza la lactancia, mientras que las vacas Jersey x Angus, Simmental x Angus y Hereford x Angus de 4 años de edad (alta PL) tienen curvas convexas de disminución conforme avanza la lactancia. Butson y Berg (1984a) mencionan que con base en los reportes publicados, no existen tendencias específicas para curvas de lactancia en vacas de carne.

Los reportes publicados para la relación entre la PL y su persistencia en ganado de carne son inconsistentes. Algunos autores reportan que las vacas de mayor producción son menos persistentes (Cundiff *et al.*, 1974; Notter *et al.*, 1978; Jenkins y Ferrell, 1984; Mallinckrodt *et al.*, 1993), mientras que otros han encontrado que las vacas de mayor producción son más persistentes (Nielsen *et al.*, 1983; Clutter y Nielsen, 1987). Butson y Berg (1984a) consideran que las diferencias en persistencia debidas al genotipo de la vaca y por lo tanto a su PL, no son muy claras en bovinos para carne debido a la influencia del becerro en amamantamiento.

Estudios realizados con genotipos puros para carne y cruza entre estas, y con ganado cebuino, muestran que las vacas cruzadas generalmente son más persistentes que las vacas puras (Cundiff *et al.*, 1974; Madalena *et al.*, 1979; Butson y Berg, 1984a; Daley *et al.*, 1987; Kress *et al.*, 1990a; 1990b), con heterosis mayores hacia el final de la lactancia.

2.2. Genotipo o raza del becerro

Las evidencias mostradas indican que el genotipo o raza del becerro puede influir en la PL de su madre, por diferencias en habilidad de consumo de los becerros. La posible explicación de estas diferencias son análogas a las consideradas por el peso, sexo y número de becerros en amamantamiento.

Reynolds *et al.* (1978) encontraron que PL fue afectada ($P < .05$) por el genotipo del becerro, estimando que vacas Angus amamantando becerros cruzados producían 20% más leche que cuando amamantaban becerros puros. Resultados similares fueron reportados en otros trabajos (Wyatt *et al.*, 1977; Kress *et al.*, 1984b).

Las diferencias en consumo de leche por los becerros de diferentes genotipos, implican diferencias de amamantamiento por los becerros, por lo cual la forma de la curva de lactancia de la vaca puede ser modificada. Mezzadra *et al.* (1989) encontraron que el consumo de leche fue afectado ($P < .05$) por la raza del becerro. Utilizando vacas del mismo genotipo (Hereford x Angus o Angus x Hereford), los becerros hijos de toros de raza Charolais tuvieron mayor consumo de leche que los becerros hijos de toros Nelore o Angus. No se encontraron diferencias en consumo promedio durante la lactancia entre becerros hijos de Nelore o Angus, sin embargo, se estimaron diferencias en consumo por etapas de la lactancia. Los becerros hijos de Nelore (27 días) alcanzaron el pico máximo de consumo más temprano que los becerros hijos de Angus (63 días) y con una menor persistencia. Lo anterior indica diferencias en estrategias de amamantamiento, donde los becerros Nelore tienden a maximizar el consumo de leche a edades tempranas.

2.3. Peso al nacimiento del becerro

El efecto del peso al nacimiento (PN) generalmente es asociado a que los becerros de mayor peso son más vigorosos y estimulan más intensivamente, por una mayor frecuencia de amamantamiento, y por lo tanto, demandan más leche de sus madres o tienen mayor capacidad para consumir leche, induciendo una mayor secreción de leche. Sin embargo, Rutledge *et al.* (1971) consideran que el efecto está más relacionado al tamaño del becerro que al PN *per se*. La influencia positiva del PN sobre la PL, también puede explicarse por el incremento en la secreción de lactógeno placentaria de fetos más grandes, cuyo estímulo incrementa la PL de la siguiente lactancia (Sheldon, 1983, citado por Mallinckrodt *et al.*, 1993). En muchas ocasiones, no se conoce con precisión si el efecto de PN se debe al incremento en la demanda de leche por el becerro, que estimula la lactación, o a la alta capacidad del becerro para consumir la leche disponible (Mallinckrodt *et al.*, 1993).

En ganado para carne, muchos trabajos reportan la influencia del PN del becerro sobre la PL de su madre (Rutledge *et al.*, 1971; Richardson *et al.*, 1977; Neidhardt *et al.*, 1979; Butson y Berg, 1984b; Lubritz *et al.*, 1989; Díaz *et al.*, 1992; Marston *et al.*, 1992), principalmente para los primeros meses de vida, disminuyendo o desapareciendo su importancia hacia el final de la lactancia (Robison *et al.*, 1978).

No se encontraron reportes que indiquen la influencia del PN sobre la forma de la curva de lactancia. Sin embargo, por las posibles explicaciones biológicas de la ocurrencia del fenómeno y la forma más común de estimación de PL en bovinos para carne ("weigh-suckle-weigh"), pudiera ser que tuviera efecto en la forma de la curva, principalmente en la parte inicial.

2.4. Sexo del becerro

La importancia del sexo del becerro en la PL ha variado en los diferentes estudios, pero la mayoría está de acuerdo en la ventaja de una mayor PL de las vacas que amamantan machos (Dickey *et al.*, 1970; Richardson *et al.*, 1977; Butson y Berg, 1984b; Lubritz *et al.*, 1989), debido probablemente a su mayor tamaño y capacidad de extracción de leche. Daley *et al.* (1987) y Kress *et al.* (1990b) encontraron mayor PL en vacas amamantando machos, diferencias que fueron más notorias hacia el final de la lactancia.

Algunos de los trabajos no han encontrado diferencias significativas, pero generalmente tendencias a mayor PL con becerros machos (Christian *et al.*, 1965; Melton *et al.*, 1967; Marshall *et al.*, 1976; Reynolds *et al.*, 1978; Chenette y Frahm, 1981; Butson y Berg, 1984b).

En contraste con lo anterior, pocos estudios han encontrado mayor PL en vacas amamantando hembras (Robison *et al.*, 1978; Gregory *et al.*, 1992). Rutledge *et al.* (1971) encontraron que vacas amamantando hembras producían significativamente ($P < .05$) más leche que las que amamantaban machos, después de ajustar por PN, sugiriendo que la PL es más influenciada por el tamaño que por el sexo del becerro.

2.5. Número de becerros en amamantamiento

En ovinos muchos trabajos han mostrado la mayor PL de borregas amamantando gemelos que las que amamantan sólo uno, donde el principal factor que explica la diferencia, es la habilidad de corderos gemelos para extraer completamente la leche de la ubre en los inicios de la lactancia y su mayor estímulo externo en el ordeño (Torres-Hernández y Hohenboken, 1979).

Por razones evidentes (baja frecuencia de partos gemelares), este efecto no ha sido estudiado ampliamente en bovinos para carne, sin embargo, se considera que el fenómeno es semejante a lo que ocurre en ovinos. Dickerson *et al.* (1988) encontraron que la PL a los 180 días fue más alta en vacas amamantando gemelos que con sólo uno (29 y 22 % de mayor PL con gemelos, para vaquillas y vacas respectivamente), utilizando los genotipos Hereford, Angus, Hereford x Angus y Holstein x Hereford. Así mismo, se encontraron similares tendencias respecto al pico de máxima producción, sin diferencias importantes en persistencia.

2.6. Edad o número de parto de la vaca

Muchos autores reportan efectos de la edad o número de parto en la PL en ganado para carne (Melton *et al.*, 1967; Todd *et al.*, 1968; Rutledge *et al.*, 1971; Neville *et al.*, 1974; Richardson *et al.*, 1977; Notter *et al.*, 1978; Reynolds *et al.*, 1978; Robison *et al.*, 1978; Williams *et al.*, 1979b; Gaskins y Anderson, 1980; Butson y Berg, 1984a; 1984b; Irgang *et al.*, 1985; Clutter y Nielsen, 1987; Lubritz *et al.*, 1989; Green *et al.*, 1991; Hohenboken *et al.*, 1992), por lo cual existen evidencias claras que muestran que tiene un efecto importante en esta característica. La mayoría de los trabajos indican que el efecto es cuadrático, con incrementos lineales importantes en la producción aproximadamente hasta los 5 años de edad (tercero o cuarto parto), pequeños incrementos posteriores hasta aproximadamente 8 años de edad (quinto o sexto parto) y pequeñas disminuciones después de aproximadamente 9 años de edad (sexto parto). Un ejemplo del efecto de la edad sobre la PL es el trabajo realizado por Neville *et al.* (1974), quienes encontraron diferencias en PL para vacas Hereford de diferente edad, generando factores de corrección promedio de 1.27, 1.15, 1.05, 1.00, 1.00, 1.00, y 1.03; para edades de 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 años, respectivamente.

Existen pocos trabajos en relación al efecto de la edad o número de parto sobre la forma de la curva de lactancia en ganado para carne. Hohenboken *et al.* (1992) no encontraron diferencias ($P > .05$) entre edades de las vacas (2, 3, 4, 5 y 6 años), para la estimación del día al pico máximo de producción ni para la producción al pico en vacas Angus y 3/4 Angus 1/4 Holstein. Rutledge *et al.* (1972) obtuvieron resultados que indican una forma similar de curvas de lactancia para vacas de carne de diferentes edades. Butson y Berg (1984a) mencionan que la estimación del día al cual PL comienza a declinar, puede ser influido por la edad de la vaca en ganado para carne. Madalena *et al.* (1979) en ganado Holstein y Holstein x Gir, encontraron diferencias ($P < .05$) sólo en la producción inicial, debidas al número de parto de las vacas (menor en vacas de primer parto) y por lo tanto, la forma de las curvas generadas fueron similares.

2.7. Nivel nutricional de las vacas

La alimentación es uno de los factores más importantes que afectan la PL durante la lactancia, y en la mayoría de los casos es el factor limitante de la producción (Aguilar y Aparicio, 1990). Los estudios realizados en bovinos para carne han mostrado que la cantidad y calidad de nutrientes disponibles antes y durante la lactancia, tienen influencia en la cantidad de leche producida.

Anthony *et al.* (1961) reportaron un gran incremento de la PL en vacas para carne alimentadas en praderas de alta calidad, comparadas con vacas mal alimentadas. Totusek *et al.* (1973) encontraron que la PL estuvo influida ($P < .05$) por los niveles de energía en la dieta de vacas para carne. Bond y Wiltbank (1970) obtuvieron 50 y 28% menos leche en vacas Angus alimentadas con bajos niveles de energía y proteína, respectivamente, en relación con niveles normales.

Las variaciones en la forma de la curva de lactancia, tienen relación estrecha con cambios en la alimentación de las vacas (Wood, 1976). Bond y Wiltbank (1970) estimaron diferencias ($P < .01$) en el tiempo para llegar al pico máximo de PL, en vacas Angus alimentadas con diferentes niveles de energía. Las vacas alimentadas con un alto nivel alcanzaron el pico entre 90 y 120 días postparto, mientras que vacas mal alimentadas alcanzaron el pico a

aproximadamente 60 días postparto. Jenkins y Ferrell (1984) encontraron una menor PL de vacas cruzadas para carne alimentadas con dietas de baja calidad, pero no observaron diferencias entre dietas para PL al pico de máxima producción. Bowden (1980) obtuvo mayor PL ($P < .05$) en vacas cruzadas para carne con alto nivel de alimentación, incremento que fue asociado con una mayor persistencia. Richardson *et al.* (1977) encontraron que los incrementos en el plano de nutrición, provoca un incremento en la PL para los primeros 98 días de lactancia en ganado para carne. Molina y Boschini (1979) consideran que la alimentación puede modificar la curva de lactancia, principalmente el aumento en la persistencia y en menor grado el rendimiento al pico de máxima producción.

2.8. Salud de la vaca

La magnitud en que las enfermedades pueden influir las formas de las curvas de lactancia no son conocidas con precisión (Rowlands *et al.*, 1982). Sin embargo, resulta evidente que pueden tener influencia en la PL y la forma de la curva de lactancia.

Daley *et al.* (1987) no encontraron efectos de mastitis ($P > .05$) en la PL/día de ganado para carne, sin embargo, consideran que las infecciones intramamarias y el descuido del patógeno, puede causar reducción en la PL y consecuentemente un bajo PD del becerro. Rowlands *et al.* (1982) observaron que una vaca que presentó fiebre de leche, mostró grandes fluctuaciones en la PL temprano en la lactancia.

Una revisión realizada por Myers (1988) de una recopilación de diversos estudios, reportó que el tratamiento con antihelmínticos incrementó la PL en vacas para carne en 29% y aumentó el PD de sus becerros en 14 kg.

2.9. Comportamiento reproductivo de la vaca

En ganado lechero la magnitud del período abierto o el largo del intervalo entre partos, puede modificar la PL presente o la de la siguiente lactancia. Congleton y Everett (1980b) encontraron que los días abiertos influyeron en la PL de ganado lechero, al modificar

principalmente una mayor pendiente de disminución en la producción hacia el final de la lactancia.

El largo de lactancia en ganado para carne es mucho menor que el de ganado lechero, por lo cual posiblemente el comportamiento reproductivo no sea un factor importante en la modificación de la PL y la curva de lactancia. No es conocida la magnitud en que el largo del intervalo entre partos de la vaca influye el nivel de PL de la siguiente lactancia de bovinos para carne (Butson y Berg, 1984b).

2.10. Año y época o mes de parto

La numerosa evidencia del efecto de año y época o mes de parto en ganado bovino, indican que estos influyen en la forma de la curva de lactancia, y por lo tanto en su producción total. Sin embargo, debido a que generalmente las diferencias entre años no son repetibles y sólo son incluidas para remover variabilidad, no son reportadas en esta revisión. En el caso de las diferencias entre épocas o meses en que las vacas tienen su parición, estas son específicas para el ambiente en estudio, por lo cual muchas veces no son extrapolables a otras condiciones ambientales.

En ganado para carne existe suficiente información sobre la importancia de estos efectos en la PL (Neville, 1962; Furr y Nelson, 1964; Dickey *et al.*, 1970; Rutledge *et al.*, 1971; 1972; Abadía y Brinks, 1972; Neville *et al.*, 1974; Robison *et al.*, 1978; Boggs *et al.*, 1980; Chenette y Frahm, 1981; Clutter y Nielsen, 1987; Kress *et al.*, 1990a; Díaz *et al.*, 1992; Mallinckrodt *et al.*, 1993), por lo que deben ser considerados en el modelo cuando se analiza esta característica.

3. FACTORES QUE INFLUYEN EN LA MEDICION DE LA PRODUCCION DE LECHE

En ganado para carne, muchas de las estimaciones de PL han contemplado diferentes técnicas para la medición, diferentes intervalos entre mediciones, diferente largo de lactancia, etc., lo que explica en parte las diferencias entre estimaciones para los mismos genotipos. Por

lo anterior, en este capítulo se describen brevemente los factores más importantes que influyen la medición de la PL observada, y que por lo tanto influyen en la PL estimada.

3.1. Técnicas de medición

Las diferencias en PL estimada durante la lactancia en diferentes estudios, muchas veces están relacionadas con las técnicas de medición utilizadas, por lo cual las comparaciones entre diferentes estudios para evaluar la PL de razas o genotipos para carne, debe hacerse considerando la metodología usada para la medición de la PL.

La PL de vacas para carne se ha medido extensivamente bajo condiciones experimentales, utilizando cuatro técnicas y combinaciones de ellas. Las técnicas básicas son la del pesaje de becerros antes y después del amamantamiento ("weigh-suckle-weigh", WSW), la de ordeño manual, la de ordeño mecánico y la de canulación de pezones.

En el procedimiento WSW los becerros son separados de sus madres, para posteriormente ser pesados después de un tiempo determinado antes y después de tener acceso al amamantamiento con sus madres. La diferencia de pesos antes y después del amamantamiento es considerada como la PL estimada. Esta técnica es la más difundida y utilizada en estudios de bovinos para carne. Algunos de los problemas en el uso de este procedimiento, son relacionados con errores en la determinación del incremento de peso de los becerros, como la orina y la defecación del becerro en el intermedio entre pesajes, y la presentación de lluvia después del pesaje antes de mamar. Por otro lado, usando sólo esta técnica lo que se mide estrictamente es la cantidad de leche consumida por el becerro, y no la PL de la vaca. Por el contrario, las ventajas principales de su uso son la simplicidad y el exponer a vacas y becerros a un mínimo de estrés.

Algunos investigadores han tratado de reducir los errores en el uso de la técnica de WSW. Clutter y Nielsen (1987) recomiendan usar grupos de vacas pequeños, con tiempo adecuado para amamantar. Mezzadra *et al.* (1989) realizaron correcciones para las pérdidas en heces u orina, colectando y pesando las heces, y estimando en promedio las pérdidas por orina de 150 a 200 g, sin embargo, mencionan que las correcciones pocas veces fueron necesarias. Neidhardt *et al.* (1979) indican que la incidencia de lluvia sobrestimó la PL en 186 g, por agua

adherida en los becerros y no considerada antes de mamar. Schwulst *et al.* (1966) encontraron que la leche residual en los inicios de la lactancia puede ser un error en la estimación de la PL de ganado para carne, obteniendo proporciones de 15, 11 y 6% de leche residual respecto al total de PL para la segunda, tercera y quinta semana de lactancia, respectivamente. Otros autores también mencionan que la PL en los inicios de la lactancia puede ser menor debido a la limitada capacidad de extracción del becerro (Neville, 1962; Totusek *et al.*, 1973; Notter *et al.*, 1979; Butts *et al.*, 1984; Beal y Kearnan, 1993), lo cual ha provocado el uso de técnicas complementarias al amamantamiento. Cundiff *et al.* (1974) utilizaron además de la técnica de WSW, la obtención de leche residual con ordeño a máquina de la segunda a la sexta semana de lactancia, previa inyección con 40 U.I. de oxitocina.

El procedimiento de ordeño mecánico ha sido usado por algunos investigadores, y generalmente utilizan aplicaciones de oxitocina antes del ordeño, para facilitar la "bajada de la leche" y el ordeño completo de la vaca. Esta técnica tiene la ventaja de medir directamente la PL, pero provoca disturbios respecto al patrón normal de comportamiento de las vacas y los becerros, y requiere del adiestramiento de los animales. Linzell (1972) considera que esta técnica puede ser usada en animales que no secretan leche sin el estímulo del becerro, sin embargo, presenta la desventaja de que la cantidad de hormona usada puede exceder el nivel endógeno requerido para la liberación normal de leche, debido a que la dosis adecuada de oxitocina para contrarestar el estrés por el manejo no está bien definida. Schwulst *et al.* (1966) no encontraron evidencias que indiquen que el tratamiento con oxitocina reduce la variación en la PL, que puede ser causado por el nerviosismo de la vaca y sólo fueron observadas tendencias hacia mayor PL con el uso de oxitocina, por lo cual sugieren que el tratamiento con esta hormona no debe ser utilizado como rutina para la medición de PL en vacas para carne.

El procedimiento de ordeño manual también ha sido utilizado por algunos investigadores, y generalmente con el apoyo del becerro. Esta técnica ha sido usada generalmente en combinación con alguna otra, y requiere de mano de obra y adiestramiento de la vaca.

La técnica de canulación de pezones previa inyección con oxitocina ha sido usada por pocos investigadores (Bowden, 1980; Butson y Berg, 1984a) y no se reportan las ventajas o dificultades de su utilización en bovinos para carne.

Algunos trabajos han sido realizados con el propósito de comparar las diferencias en PL estimada por las técnicas de medición. Wistrand y Riggs (1966) no encontraron diferencias entre ordeño a máquina y WSW, cuando estimaron la PL de vacas Santa Gertrudis. Resultados similares fueron reportados por Beal *et al.* (1990) en ganado para carne. Mondragón *et al.* (1983) reportaron una mayor PL con el uso de la técnica de WSW comparada con el ordeño a máquina. Beal y Kearnan (1993) mencionan que el procedimiento de medición de leche WSW depende de la capacidad de consumo del becerro, la cual es limitada para becerros jóvenes y se incrementa con la edad, por lo que esta técnica puede causar subestimación del potencial de PL temprano en la lactancia. Al contrario, ordeño a máquina después de la administración de oxitocina, extrae toda la leche disponible de la glándula mamaria, donde la leche residual puede no ser disponible para el becerro.

Neidhardt *et al.* (1979) compararon las técnicas de WSW y el ordeño manual, obteniendo 29% menos leche con el ordeño a mano. Las diferencias son debidas probablemente a una mayor liberación de oxitocina, causadas por el estímulo del amamantamiento por el becerro. Las correlaciones altas obtenidas entre las mediciones de PL por las dos técnicas ($r = .92$ a $.95$), sugieren que el procedimiento de ordeño a mano es bueno para estimar diferencias relativas en PL, pero subestima la cantidad de leche consumida por el becerro. Estos autores concluyen que la técnica de WSW es más adecuada para estimar la PL en bovinos para carne. Los resultados anteriores son similares a los reportados por Totusek *et al.* (1973), quienes también encontraron menor PL con el ordeño a mano (5.85 kg vs 4.54 kg, para WSW y ordeño manual, respectivamente), y consideran que el mejor estimador de la leche consumida por el becerro es la técnica de WSW. Adicionalmente, obtuvieron curvas de PL diferentes de acuerdo a la técnica utilizada. La curva de lactancia en ganado de carne usando WSW, fue similar a la de ganado lechero, con pico de máxima producción a las 7 semanas, en contraste con 4 semanas como tiempo al pico de máxima producción con el ordeño manual.

3.2. Intervalo de separación vaca-becerro

En un estudio de hábitos de amamantamiento de becerros en su ambiente natural, Williams *et al.* (1977, citado por Williams *et al.*, 1979a) indican que los becerros amamantan

3.2 a 3.5 veces durante el día (14 a 16 hr). Lo anterior sugiere que un intervalo de separación normal es de aproximadamente 4.5 hr durante el día y hasta 10 hr durante la noche.

El tiempo de separación vaca-becerro influye en la estimación de la PL de bovinos para carne. Los períodos de separación usados por los diferentes investigadores, han fluctuado entre 4 y 16 horas.

Chenette y Frahm (1981) compararon períodos de separación vaca-becerro de 6, 9 y 12 hr, en vacas cruzadas para carne con ordeño mecánico. En las vacas del grupo con 6-hr de separación, la estimación de PL/día fue 1.04 kg más alta ($P < .05$) que la de las vacas del grupo con 12-hr de separación, siendo intermedio el grupo de 9-hr. Lo anterior indica que más cantidad de leche es producida en las primeras horas de separación. Resultados similares fueron reportados por Williams *et al.* (1979a) en vacas Hereford utilizando la técnica de WSW. El intervalo de separación de 8-hr fue el que mejor estimó la fase inicial de la lactancia, debido a que tuvo menor error y mayor correlación con la ganancia de peso del becerro que con el intervalo de 4-hr, produciendo menos irritación observable y molestias en las vacas, además de que fue más cercano al intervalo natural que el intervalo de 16-hr. Aguilar y Aparicio (1990) mencionan que la leche secretada por hora es relativamente uniforme, hasta que la presión de la leche producida que está almacenada aumenta y entonces la velocidad de secreción de la leche en las células disminuye gradualmente.

En bovinos para carne, generalmente se asume que la proporción de secreción de leche es constante, por lo que al estimar la PL en 24-hr, se extiende linealmente la PL medida en el período de separación vaca-becerro. Lo anterior puede ocasionar errores en la estimación de la PL/día, sin embargo, la mayoría de los estudios estiman de esa manera la PL.

Algunos investigadores han estimado la PL/día mediante dos estimaciones consecutivas y períodos de 12 horas de separación vaca-becerro (Wistrand y Riggs, 1966; Rutledge *et al.*, 1971; Abadia y Brinks, 1972; Totusek *et al.*, 1973; Dillard *et al.*, 1978; Robison *et al.*, 1978; Gaskins y Anderson, 1980; Chigaru y Topps, 1981; Butts *et al.*, 1984; Mezzadra *et al.*, 1989). Algunos otros han manejado diferentes largos de separación dependiendo de la etapa de lactancia. Deutscher y Whiteman (1971) usaron períodos de separación de 6-hr en becerros menores de seis semanas de edad y para becerros mayores de esta edad intervalos de 12 horas.

Mallinckrodt *et al.* (1993) utilizaron separaciones similares a las anteriores, sólo que para becerros de menos de 6 semanas de edad el período de separación fue de 8 horas.

Los estudios realizados en ganado lechero, indican que la PL es mayor y más variable por la mañana que por la tarde (Rook *et al.*, 1992). En ganado cruzado de razas para carne Gaskins y Anderson (1980) obtuvieron mayor producción por la mañana que por la tarde, desarrollando ecuaciones de regresión lineal para estimar la PL de la tarde, con datos de algunas vacas en las que se midió la PL en la mañana y en la tarde.

3.3. Intervalo entre mediciones durante la lactancia

La PL varía de acuerdo a la etapa de lactancia, por lo que se requiere conocer cuantas mediciones deben ser tomadas para estimar curvas de lactancia en bovinos de carne. La PL generalmente es expresada en lactancias de aproximadamente 205 días. Los intervalos entre mediciones utilizados por los investigadores, han fluctuado desde mediciones cada 7 días hasta una sólo medición durante la lactancia, sin embargo, el más usado es a través de mediciones mensuales.

Algunos ejemplos de intervalos entre mediciones recomendados para bovinos de carne, se mencionan a continuación. Rutledge *et al.* (1972) recomiendan 2 o 3 mediciones durante la lactancia. Totusek *et al.* (1973) concluyen que de 2 a 4 mediciones durante la lactancia, proveen un buen indicador de la PL total. Butson y Berg (1984a) consideran que es suficiente una sola medición para conocer el comportamiento en PL de bovinos para carne. Clutter y Nielsen (1987) concluyen que tres mediciones durante la lactancia puede estimar satisfactoriamente la PL a los 205 días, y de ser posible una medida adicional temprana puede hacer más exacta la estimación del pico de producción.

4. ECUACIONES Y PROCEDIMIENTOS PARA ESTIMAR CURVAS DE LACTANCIA

El término "curva de lactancia" se refiere a la representación gráfica de las relaciones entre la PL y el tiempo transcurrido después del parto (Papajcsik y Boderó, 1988). Wood (1976) menciona que las curvas de lactancia se caracterizan por un rápido incremento durante las

primeras semanas después del parto, seguido por una lenta declinación. Sin embargo, para algunas especies o razas de animales en ciertos ambientes lo anterior no está plenamente demostrado.

Para examinar el efecto de la forma de la curva de lactancia en la PL y en factores económicos, la curva de lactancia puede ser descrita por coeficientes de una ecuación matemática (Grossman *et al.*, 1986). Algunas de las consideraciones para la utilización de una determinada ecuación y procedimiento, deben tomar en cuenta la mayor sencillez posible que represente las tendencias de los datos observados para determinadas condiciones.

Se requieren modelos matemáticos para resumir algunos aspectos significativos de la verdadera situación de la secreción de leche durante la lactancia entera (Singh y Bhat, 1978). La representación matemática del fenómeno es descrita en las investigaciones como modelo o ecuación, mientras que la forma para estimar los parámetros de las ecuaciones es descrita como métodos o técnicas o procedimientos.

El modelo algebraico puede ser usado para resumir la lactancia de un animal en forma individual y para comparar el promedio de curvas para grupos de animales en términos de los parámetros en el modelo (Cobby y Le Du, 1978). Algunas medidas han sido utilizadas para representar partes de la curva que tienen importancia biológica y económica, como la producción inicial, tiempo en alcanzar el pico de máxima PL, producción máxima en el pico de la lactancia y persistencia o relación de la PL en determinados períodos de la lactancia (p.e. PL al final de la lactancia entre la producción al pico o entre el promedio diario de PL durante la lactancia).

Muchos factores pueden influir el total de PL de una lactancia, pero la forma general de la curva no cambia sustancialmente (Wood, 1976). Sin embargo, la ecuación utilizada puede modificar sustancialmente la forma de la curva de lactancia predicha, por lo cual en ocasiones la interpretación de las variaciones utilizando diferentes genotipos o ambientes, pueden ser debidas al modelo utilizado en el análisis y no a diferencias biológicas.

4.1. Revisión de ecuaciones y procedimientos

Una gran cantidad de ecuaciones han sido utilizadas para estimar curvas de lactancia en animales, así como diversos procedimientos para estimar los parámetros de las ecuaciones. A

continuación se describen brevemente algunos de los más importantes.

Los primeros trabajos para describir la curva de lactancia fueron a través de funciones exponenciales. Brody *et al.* (1923) propuso la ecuación $Y_t = ae^{-bt}$, donde Y_t es la PL en el mes t , e es la base del logaritmo natural, y a y b son los parámetros a estimar que representan la producción inicial y la tasa de disminución mensual, respectivamente. La función exponencial anterior se basó en la observación de que cada mes de producción es un porcentaje de la producción del mes anterior, por lo que sólo consideran la disminución en la secreción de leche. Sin embargo, en ganado lechero se observa claramente que presentan un aumento en la producción desde el parto hasta el pico de la lactancia, y por lo tanto, esta ecuación no consideraba ese aumento inicial.

Sikka (1950) observó que la curva exponencial daba una buena estimación a través de la lactancia, pero con discrepancias entre los valores predichos y los observados, principalmente en los inicios de la lactancia, por lo que propuso una función parabólica exponencial, encontrando que los valores observados se ajustaban más estrechamente a los predichos, debido a que consideraban el incremento en producción al inicio de la lactancia. La ecuación propuesta fue $Y_t = ae^{(bt+ct^2)}$, donde a , b y c son los parámetros a estimar. El pico de producción máxima ocurre a los $b/2c$ días.

Más tarde, Nelder (1966) observó que la función inversa parabólico exponencial daba mejores ajustes que los modelos anteriores, cuando las curvas presentaban un bajo nivel de producción inicial y un pico máximo de producción temprano en la lactancia. El modelo propuesto fue $Y_t = t/(a + bt + ct^2)$.

El modelo más comunmente utilizado para describir la curva de lactancia en bovinos es la función gama incompleta. Wood (1967) propuso el modelo tipo gama, debido al comportamiento general de la lactancia, con un aumento en la producción, del parto hasta alcanzar un pico máximo, a partir del cual se tiene una disminución gradual hasta que el animal se seca. Esta fórmula puede ser usada para estimar la curvatura pre-pico y post-pico, y un factor escalar asociado con el nivel de producción al comienzo de la lactancia.

La ecuación propuesta por Wood fue $Y_t = at^be^{-ct}$, donde Y_t es la producción de leche diaria medida a la semana t de lactancia, a es un parámetro relacionado con la producción inicial

de leche, b es un parámetro relacionado con el incremento en la PL hasta el pico de la lactancia y c es un parámetro relacionado con la disminución en la PL del pico al final de la lactancia.

El tiempo para alcanzar el pico de producción es obtenido por $t_p = b/c$, y la producción en el pico está dada por $Y_p = a(b/c)^b e^{-b}$. De acuerdo con Wood (1979) una tasa relativa de disminución se obtiene por $r = c[(t_p - t)/(t_p + t)]$, lo que representa la tasa de disminución en el período transcurrido entre el pico de producción y el final de la lactancia. La persistencia (S) fue definida como el grado en que el pico máximo de producción es mantenido, mediante la expresión $S = -(b+1) \ln(c)$.

Algunos reportes de literatura (Kellogg *et al.*, 1977; Cobby y Le Du, 1978; Dhanoa, 1981; Rowlands *et al.*, 1982; Papajcsik y Boderó, 1988; Morant y Gnanasakhthy, 1989) indican que en la estimación de curvas de lactancia mediante la ecuación de Wood, en ocasiones se han detectado faltas de ajuste sistemáticos, principalmente cuando es estimada por procedimientos lineales. El problema principal detectado, es el sesgo en la parte inicial de la curva de lactancia, así como errores mayores cercano al pico de máxima producción. Por lo anterior, varios autores han propuesto modificaciones con el propósito de obtener mayor precisión.

Una modificación a la ecuación de Wood fue propuesta por Kuck *et al.* (1976, citado por Batra, 1986). La ecuación fue denominada función gama modificada y se representa por $Y_t = at^b e^{-ct}(1 - u \sin x - v \cos x)$, donde x es el día del año, y u y v son constantes que representan el efecto de época de parto. Schaeffer *et al.* (1977) propusieron un modelo que considera el efecto de la época del año sobre la curva de lactancia, usando procedimientos no-lineales para la estimación de los parámetros.

Cobby y Le Du (1978) propusieron un modelo exponencial de disminución lineal $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$. La ecuación propuesta fue tan buena como la de Wood para estimar los parámetros de la curva de la lactancia. Esta ecuación predice un pico de PL, con un declive posterior lineal y requiere procedimientos no lineales de estimación. Dhanoa y Le Du (1982) mencionan que la estimación del tiempo al pico de producción del modelo de Cobby y Le Du, es casi siempre menor que el estimado del modelo de Wood.

Schneeberger (1981) propuso una modificación a la ecuación de Wood, respecto a la medida del tiempo en la estimación de la PL, quedando la ecuación como $Y_i = a(ti - to)^b e^{(ti - to)}$,

donde Y_i y t_i son la producción y el día de lactancia en la i -ésima observación de PL, y t_0 indica el tiempo de producción inicial en la primera medición después del parto. El autor comparó este modelo con la ecuación de Wood, obteniendo que su ecuación propuesta tuvo cuadrados medios del error menores y menos curvas atípicas (con parámetros b o c negativos) en ganado Suizo Pardo.

Dhanoa (1981) mostró que la reparametrización del modelo de Wood $Y_i = at^{mc}e^{-ct}$ tiene mejores propiedades matemáticas, como la baja correlación entre los parámetros no lineales m y c , donde m es ahora el tiempo al pico de producción, por lo que recomienda su utilización.

Ulloa (1988) menciona que de los modelos revisados para ganado lechero, sólo los propuestos por Wood y Schaeffer *et al.* se han utilizado en sistemas de control de producción en Gran Bretaña y Canadá, respectivamente.

En relación a los procedimientos de estimación de los parámetros, principalmente se han considerado métodos lineales, lineales con ponderación y no-lineales.

En general, los investigadores coinciden en que si una ecuación es no-lineal, el procedimiento más adecuado es la estimación no-lineal, la cual tiene el principal inconveniente de mayores requerimientos computacionales, por lo que se recomienda utilizarlo siempre que sea posible. Cobby y Le Du (1978) consideran que los problemas de la linearización de ecuaciones, se disminuyen mediante el uso de ponderaciones, con ponderadores proporcionales al cuadrado de la PL, sin embargo, la fundamentación no es concluyente y requiere de mayor investigación. La linearización de modelos tiene su mayor ventaja en la simplicidad, pero se conoce que puede afectar la estructura de los errores.

4.2. Ecuaciones propuestas en bovinos para carne

La mayoría de los modelos matemáticos propuestos para describir la curva de la lactancia, han sido desarrollados y probados en la vaca lechera. Sin embargo, poca información se encuentra disponible sobre el modelado de la curva de la lactancia en vacas para carne. Algunas de las ecuaciones propuestas específicamente para bovinos de carne se describen brevemente a continuación.

Jenkins y Ferrell (1984) propusieron una modificación a la ecuación de Wood para su uso en ganado para carne. La ecuación recomendada es la siguiente:

$$Y_t = t/ae^{ct}$$

donde e es la base del logaritmo natural, Y_t es la PL a la t -ésima semana de lactancia, y a y c son los parámetros que definen la forma de la curva de lactancia.

El tiempo y la producción máxima al pico pueden ser estimados por $1/c$ y $1/aec$, respectivamente.

Otro de los modelos propuestos para bovinos de carne fue utilizado a nivel experimental por Clutter y Nielsen (1987). Con base en que la PL diaria incrementa hasta llegar a un pico, para posteriormente decrecer hasta el final de la lactancia, se consideró que teóricamente una función cuadrática junto con una función lineal, describen adecuadamente la PL sobre el período entero. La ecuación usada se conoce como regresión polinomial conjunta, y consistió en realizar regresiones dentro de vaca para la PL diaria y estimar la PL durante la lactancia, usando las siguientes funciones:

si día de lactancia $< C$,

$$Y = b_{10} + b_{11}X + b_{12}X^2$$

si día de lactancia $\geq C$,

$$Y = b_{20} + b_{21}X$$

donde:

$Y = 24\text{-hr PL}$

$X = \text{Día de lactancia}$

$b_{10}, b_{20} = \text{Intercepto de las respectivas funciones}$

$b_{11}, b_{21} = \text{Coeficientes de la regresión para el efecto lineal de día de lactancia en 24-hr de PL}$

$b_{12} = \text{Coeficiente de regresión para el efecto cuadrático de día de lactancia en 24-hr de PL, y}$

$C = \text{Punto en el cual las funciones fueron juntadas.}$

Las curvas de lactancia fueron estimadas con $C = 30, 40, 50, 60, 70$ y 80 días, para determinar el día de lactancia en el cual las funciones pueden ser juntadas. El valor de R^2 de las curvas fue usado para determinar el punto óptimo de rompimiento (70 días). Las ecuaciones

fueron utilizadas en vacas Hereford x Angus, Red Poll x Angus y Shorthorn x Angus, concluyendo que esta técnica es adecuada para estimar la PL de vacas para carne.

Algunos investigadores consideran que la curva de lactancia de ganado para carne, puede ajustarse a modelos lineales sencillos de resolver. Gaskins y Anderson (1980) estimaron curvas de lactancia mediante ecuaciones de regresión lineal simple ($Y_t = a + bt$) y adicionando un término cuadrático en el modelo ($Y_t = a + bt + ct^2$), concluyendo que el modelo de regresión simple da una buena estimación para las curvas de lactancia de vacas con baja PL (Angus x Hereford de 2 años de edad), y que el modelo polinomial adicionando un término cuadrático es adecuado para vacas de mayor producción (Jersey x Angus, Simmental x Angus y Angus x Hereford de más de 3 años de edad).

4.3. Comparación de ecuaciones en bovinos para carne

Los trabajos que han considerado las comparaciones de ecuaciones o procedimientos para estimar curvas de lactancia en bovinos para carne son escasos, por lo que a continuación se describe brevemente el único trabajo revisado que fue realizado con esta propósito específico.

Hohenboken *et al.* (1992) compararon tres ecuaciones, y dos procedimientos de estimación de parámetros en una de ellas, para la caracterización de curvas de lactancia individual de vacas Angus y Angus x Holstein. Las ecuaciones comparadas fueron la de Wood linearizada (1) y la linearizada con ponderación proporcional al cuadrado de la PL (2), la de Jenkins y Ferrell linearizada (3), y la de Morant y Gnanasakthy linearizada (4), las cuales son descritas por: (1) $\ln Y_t = \ln a + b \ln t - ct$, (2) ecuación 1 con cada $\ln Y_t$ ponderado por Y_t^2 , (3) $\ln (Y_t/t) = \ln (1/a) - ct$, y (4) $\ln Y_t = a - bt'(1 + 25.5t') + ct^2 + d/t$, donde Y_t es la PL del día t de la lactancia, t' es $t-110$ (el punto medio de la lactancia), y a , b , c y d son los parámetros para ser estimados en la solución de las ecuaciones.

La curva de lactancia estimada por la ecuación de Jenkins y Ferrell difirió marcadamente de las curvas estimadas por las otras ecuaciones, sobrestimando la producción observada al principio y final de la lactancia, y subestimando en la parte media. Pequeñas diferencias fueron observadas entre las otras ecuaciones o procedimientos, y en promedio los residuales fueron pequeños y no sistemáticamente relacionados en magnitud o signo con la etapa de lactancia. La

ecuación de Morant y Gnanasakthy, predijo la producción del día uno de la lactancia cercano a cero y en algunas vacas el pico de producción estimado ocurrió al final de la lactancia. La ecuación de Wood ponderada tuvo menor variabilidad en los parámetros y fue más realística que la ecuación de Wood sin ponderar. El promedio de PL a los 220 días, fue relativamente insensitivo a la ecuación o procedimiento utilizado para estimar la curva de lactancia, obteniéndose valores similares de PL total.

En resumen, los autores concluyen que de las ecuaciones comparadas, la ecuación de Jenkins y Ferrell fue la menos apropiada, seguida por la de Morant y Gnanasakthy, y finalmente por la de Wood. El procedimiento de ponderación en la ecuación de Wood fue considerado más ventajoso que la no ponderación.

HIPOTESIS

Los procedimientos no-lineales para la estimación de parámetros de las ecuaciones para predecir curvas de lactancia son mejores que los lineales.

El patrón de residuales de las curvas de lactancia predichas, no es el mismo para todas las vacas.

No es posible identificar un procedimiento que utilice ponderaciones en la estimación de parámetros de la curva.

El modelo que mejor se ajusta a las curvas de lactancia es diferente a través de genotipos de la vaca.

MATERIALES Y METODOS

Esta investigación se realizó en el módulo de bovinos para carne de la Granja Experimental de la Universidad Autónoma Chapingo, ubicada en la zona Oriente del Estado de México, cuya localización geográfica está sobre las coordenadas 19° 29' de latitud Norte y 98° 53' de longitud Oeste. El clima de la región está clasificado como C(W")(w)b(i")g, que corresponde a un clima templado subhúmedo con lluvias en verano, con temperatura media anual de 15°C y precipitación media anual de 644.8 mm. La altura sobre el nivel del mar es de 2250 m (García, 1981).

1. DESCRIPCION Y ORIGEN DE LA INFORMACION

Los datos utilizados provienen de los registros de producción de bovinos en un experimento de cruzamiento dialélico, usando las razas Angus (A) y Suizo Pardo (P). El período de análisis de información comprende las lactancias de 1982 hasta 1993, y fue realizado como parte del proyecto de investigación denominado "Evaluación de genotipos y estimación de heterosis en un cruzamiento entre Angus y Suizo Pardo".

El proyecto se inició en 1981 con la compra de 20 vaquillas A y 20 P, provenientes del Estado de Zacatecas y la región de Las Huastecas en México, respectivamente. Durante los primeros 2 años sólo se realizaron apareamientos entre animales de la misma raza, con el propósito de incrementar los genotipos puros. En los años siguientes (hasta 1989), además de los apareamientos entre animales de razas puras se realizaron cruzamientos recíprocos entre animales de ambas razas (vacas A con machos P y vacas P con machos A, denominado en el presente estudio como **AxP**). En los últimos años (1990 a 1993), las vacas puras y de cruza recíprocas fueron apareadas con sementales de la raza Simmental.

2. MANEJO DE LOS ANIMALES

En la medida de lo posible, todos los animales incluidos en el experimento se manejaron bajo condiciones homogéneas, y los cambios realizados fueron iguales para todos los genotipos. Los aspectos más relevantes de manejo del hato en general, se describen a continuación.

Las crías al nacimiento se desinfectan del ombligo, asegurándose que consuman calostro durante las primeras horas de vida y registrándose su peso dentro de las primeras 24 horas de vida. Algunas de las prácticas rutinarias son realizadas en los primeras tres semanas de vida, como la identificación, el descorne y la eliminación de tetas supernumerarias. Los becerros tienen acceso al alimento proporcionado a las madres, pero el consumo de sólidos empieza aproximadamente a partir de 3 a 4 meses de edad, observándose consumos importantes hasta los 5 meses de edad.

El destete se realiza alrededor de los 180 días de edad, y unos días después se desparasitan internamente las crías. La desparasitación externa para todo el hato, se realiza mediante baños de inmersión en intervalos variables de acuerdo a la incidencia de parásitos, aunque en promedio se realizan cada seis meses.

El manejo nutricional de las vacas durante el período de 1981 a 1987, consistió en un sistema alimenticio semi-intensivo, con aproximadamente cuatro horas diarias de pastoreo en praderas de alfalfa (*Medicago sativa*) asociada con pasto orchard (*Dactylis glomerata*), y suplementación en corral principalmente con ensilado de maíz y concentrado. De 1988 a 1991 el sistema de alimentación fue intensivo, con alimentación variable en corral, que generalmente estuvo constituida por ensilado de maíz y/o heno de alfalfa o alfafa verde, y pequeñas cantidades de concentrado. Flores y Domínguez (1990) describen con mayor amplitud las características de los concentrados y la alimentación en general.

En relación a aspectos reproductivos, de 1981 a 1985 el empadre se realizó durante todo el año, pero durante 1986 este no se llevó a cabo, con la finalidad de que a partir de 1987 y hasta 1993 se implementara empadre estacional, que comprende los meses de junio, julio y agosto. En casi la generalidad de los casos se usó inseminación artificial, y esporádicamente fue utilizada la monta natural.

La mayor parte del semen utilizado fue proveniente de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos o de la compañía SEMEX de Canadá, cuidando de utilizar varios sementales de cada raza durante los diferentes años de estudio. En ningún momento del desarrollo del proyecto se ha practicado selección, desechándose únicamente las vacas que no han quedado gestantes en dos años consecutivos y aquellas con problemas físicos o de salud.

3. MEDICION DE LA PRODUCCION DE LECHE

Los datos de PL fueron colectados semanalmente hasta los 180 días. La estimación de la PL fue realizada a través de la técnica pesaje-amamantamiento-pesaje, weigh-suckle-weigh, que consistió en la separación de vacas y becerros por la tarde y aproximadamente 12 horas después fueron juntados (por la mañana del día siguiente) para muestrear la leche producida. La PL se estimó por diferencia de peso de los becerros antes y después del amamantamiento (de 15 a 30 minutos), considerándose esta leche consumida como la producción observada en 12 horas; esta PL se multiplicó por dos para calcular la PL diaria observada en esa semana. Leche residual fue estimada mediante ordeño manual y adicionada a la leche consumida por el becerro, sin embargo, sólo fue necesario en algunas vacas (principalmente Suizo Pardo) en los inicios de la lactancia (primer mes de lactancia). Las lactancias de vacas (aproximadamente el 30% del total) con muerte de becerros, con muerte de vacas, con partos gemelares o con ausencia de más de tres registros consecutivos no fueron consideradas en los análisis.

4. ANALISIS ESTADISTICO

El análisis final consideró 297 lactancias de 100 vacas, con partos comprendidos en el período de 1982 a 1993. El número de vacas y lactancias utilizadas en A, P y AxP fueron respectivamente, 36 y 136, 40 y 109, y 24 y 52.

4.1. Descripción de las ecuaciones y procedimientos de estimación

La PL diaria observada semanalmente fue utilizada para estimar curvas de lactancia predichas, en cada lactancia de cada vaca en forma individual, de acuerdo a las ecuaciones siguientes:

$Y_t = at^b e^{-ct}$	Wood (1969, I)
$Y_t = ae^{-ct}$	Brody <i>et al.</i> (1923, II)
$Y_t = t/ae^{ct}$	Jenkins y Ferrell (1984, III)
$Y_t = ae^{(bt + ct^2)}$	Sikka (1950, IV)
$Y_t = a + bt + ct^2$	Cuadrática (V)
$Y_t = a + bt$	Lineal (VI)
$Y_t = a - bt - ae^{-ct}$	Cobby y Le Du (1978, VII)
$Y_t = t/(a + bt + ct^2)$	Nelder (1966, VIII)

donde Y_t es la PL diaria de la t -ésima semana de lactancia, e es la base del logaritmo natural, y a , b y c son los parámetros a ser estimados.

La ecuación I corresponde a una función gama incompleta, y fue propuesta por Wood (1967) para estimar curvas de lactancia en ganado lechero.

Las ecuaciones III y VII son derivaciones de la función gama incompleta (I).

La ecuación III fue propuesta por Jenkins y Ferrel (1984) para estimar curvas de lactancia en bovinos productores de carne, la cual consiste en una reparametrización de I. Partiendo de:

$$Y_t = at^b e^{-ct}$$

si generamos a^* , podemos escribir una nueva ecuación dada por

$$Y_t = a^* t^b e^{-ct}, \text{ como } e^{-ct} = 1/e^{ct} \text{ entonces}$$

$$Y_t = a^* t^b / e^{ct}$$

si consideramos que $b = 1$, tenemos

$$Y_t = a^* t / e^{ct}$$

reparametrizando $a^* = 1/a$, entonces

$$Y_t = t/ae^{ct}$$

Con lo anterior se simplifica la ecuación I, en una ecuación con sólo dos parámetros a estimar.

La ecuación VII fue propuesta por Cobby y Le Du (1978) para estimar curvas de lactancia en ganado lechero, la cual describe curvas con pico máximo de producción temprano, con posterior disminución lineal. Con base en la ecuación de Wood (I), proponen un nuevo modelo sustituyendo primeramente la parte de la función potencia t^b por la función $1 - e^{-bt}$, obteniendo

$$Y_t = a(1 - e^{-bt})e^{-ct}$$

$Y_t = ae^{-ct} - ae^{-(b+c)t}$, posteriormente sustituyen la primera parte de la ecuación (ae^{-ct}) por una función lineal $a - bt$, quedando finalmente el modelo:

$$Y_t = a - bt - ae^{-(b+c)t}, \text{ el cual reparametrizado es equivalente a}$$

$$Y_t = a - bt - ae^{-dt}$$

La ecuación II corresponde a una función exponencial, y fue propuesta por Brody *et al.* (1923) para estimar curvas de lactancia en ganado lechero. Esta ecuación puede verse como un caso particular de la ecuación I ($Y_t = at^b e^{-ct}$), cuando b es igual a cero.

Sikka (1950) propuso a la función parabólica exponencial, para estimar curvas de lactancia en ganado lechero (ecuación IV).

Una derivación de la anterior fue propuesta por Nelder (1966), usando la función inversa parabólica exponencial (ecuación VIII).

Las ecuaciones VI y V son modelos de regresión lineal simple y adicionando un término cuadrático, respectivamente. Algunos autores (p.e. Gaskins y Anderson, 1980) la han utilizado para estimar curvas de lactancia en ganado de carne, considerando como variable independiente al tiempo de lactancia.

Los parámetros de las primeras cuatro ecuaciones fueron estimadas por cuadrados mínimos, usando regresión lineal (L) y no-lineal (N), esta última utilizando el método iterativo de Gauss-Newton. Las ecuaciones V y VI son regresiones lineales, mientras que en la ecuación VII sólo pueden ser utilizados procedimientos N, y la ecuación VIII únicamente fue estimada por procedimientos N.

Para el caso de las ecuaciones lineales (V y VI) y no-lineales (I-N, II-N, III-N, IV-N, VII y VIII), los errores se consideran aditivos [$\epsilon \sim \text{NI}(0, \sigma^2)$]; mientras que en las ecuaciones no-lineales estimadas por procedimientos lineales (linearizadas; I-L, II-L, III-L y IV-L), los errores se consideran multiplicativos [$\ln \epsilon \sim \text{NI}(0, \sigma^2)$]. Por ejemplo, la ecuación I estimada

por N, tiene los supuestos distribucionales siguientes:

$$Y_t = at^b e^{-ct} + \epsilon, \text{ donde } \epsilon \sim \text{NI}(0, \sigma^2)$$

y esta misma ecuación estimada por L, tiene los supuestos distribucionales siguientes:

$$Y_t = at^b e^{-ct} \epsilon, \text{ la cual al ser linearizada quedaría}$$

$$\ln Y_t = \ln a + b \ln t - ct + \ln \epsilon, \text{ donde } \ln \epsilon \sim \text{NI}(0, \sigma^2).$$

La estimación de parámetros de las primeras cuatro ecuaciones utilizando procedimientos lineales, fue realizada usando transformaciones logarítmicas. Las formas logarítmicas de estas ecuaciones son las siguientes:

$$\ln Y_t = \ln a + b \ln t - ct \dots\dots\dots \text{(I-L)}$$

$$\ln Y_t = \ln a - ct \dots\dots\dots \text{(II-L)}$$

$$\ln (Y_t/t) = \ln (1/a) - ct \dots\dots\dots \text{(III-L)}$$

$$\ln Y_t = \ln a + bt + ct^2 \dots\dots\dots \text{(IV-L)}$$

las cuales pueden ser resueltas usando técnicas de regresión lineal múltiple.

Todas las regresiones para las ecuaciones y procedimientos, fueron realizadas usando el paquete estadístico SAS (SAS, 1985). En el Apéndice 1 se muestran los programas utilizados para el análisis.

4.2. Comparación de ecuaciones y procedimientos

El criterio principal para realizar las comparaciones fue la magnitud de los cuadrados medios de residuales (CMR) de las lactancias en forma individual.

Algunos de los criterios más utilizados en otras investigaciones son el coeficiente de determinación (R^2), la suma de cuadrados del error (SCE), el cuadrado medio del error (CME), el cuadrado medio de residuales y el porcentaje de curvas atípicas (%A).

La utilización del R^2 como criterio para comparar ecuaciones y procedimientos de estimación de parámetros requiere de modelos lineales medidos en la misma escala. En el caso de modelos no-lineales la descomposición de los modelos no es aditiva y se considera como una medida no apropiada en estos análisis (Ratkowsky, 1990), mientras que ecuaciones que utilizan transformaciones y minimizan las sumas de cuadrados de los errores, esto ocurre sobre valores

transformados y no sobre los originales, por lo cual la diferencia de escalas imposibilita las comparaciones.

La utilización del CME como criterio de comparación requiere que los modelos tengan la misma escala. Para el caso de este estudio las mediciones utilizadas en los modelos no están en la misma escala, lo que imposibilita las comparaciones de ecuaciones y procedimientos.

Para el caso de SCE además de tener el mismo inconveniente que CME, requiere de que la comparación de modelos sea con el mismo número de parámetros, lo cual no es el caso de este estudio y se requiere ponderar por el número de parámetros utilizados en cada modelo.

Para la utilización del %A en la comparación de ecuaciones y procedimientos para la estimación de parámetros, requiere de conocer con precisión lo que es típico. En el caso de genotipos como los considerados en este trabajo no se conoce con precisión lo que es típico y lo que es atípico, por lo tanto su uso es restringido hasta no determinar cual es el comportamiento típico del fenómeno.

Los CMR's además de no tener las inconveniencias de las medidas anteriores, tiene la ventaja de su utilización cuando el propósito principal del estudio es conocer que ecuación y procedimiento de estimación de parámetros se ajusta mejor a los valores observados. Las menores diferencias entre observados y predichos (residuales) indican un mejor ajuste.

4.2.1. Comparación de procedimientos

Los procedimientos para estimar los parámetros fueron evaluados usando el CMR como criterio en la estimación de las curvas, retrasformándose a la escala ordinaria en el caso de las ecuaciones linearizadas, con el propósito de que todas las comparaciones fueran en la misma escala. Estos análisis fueron realizados sólo en las primeras cuatro ecuaciones, considerando cada genotipo y número de lactancia, con el propósito de comparar L vs N (SAS, 1985). Los CMR's fueron analizados mediante el modelo siguiente:

$$Y_{ijk} = \mu + P_i + V_j + \epsilon_{ijk}$$

donde:

Y_{ijk} = CMR del procedimiento i en la vaca j

μ = Media común a todas las observaciones

P_i = Efecto del i-ésimo procedimiento de estimación

V_j = Efecto de la j-ésima vaca

ϵ_{ijk} = Error aleatorio $\sim NI(0, \sigma^2)$

La suposición de la distribución de los errores fue considerada debido a que la prueba de la distribución F es robusta a la normalidad y a la gran cantidad de repeticiones por procedimiento de estimación (297), por lo cual es de esperarse que los cuadrados medios del error sean aproximadamente normales, de acuerdo al Teorema Central de Límite (Mood *et al.*, 1974).

Adicionalmente se construyeron curvas de lactancia promedio por genotipo, utilizando los valores de los parámetros obtenidos por los dos procedimientos, con el objeto de comparar diferencias en la magnitud o forma de las curvas generadas por L y N.

Con el propósito de considerar la posible utilización del procedimiento de ponderación, se realizó un análisis gráfico de los residuales generados por las ecuaciones y los procedimientos de estimación. Las tendencias en las formas de los residuales fueron clasificadas de acuerdo a la metodología descrita por Draper y Smith (1981), describiéndose en este estudio como:

Rectas.- Tendencias de residuales a ser igualmente espaciados en magnitud y signo.

Conos.- Tendencias de residuales a decrementos en magnitud con aumentos en la variable en el eje de las X's.

Conos inversos.- Tendencias de residuales a incrementos en magnitud con aumentos en la variable en el eje de las X's.

Conos combinados.- Combinaciones de conos y conos inversos en una misma lactancia.

Arcos.- Tendencias de residuales negativos con valores bajos o altos de la variable en el eje de las X's, y residuales positivos con valores intermedios de la variable en el eje de las X's.

Arcos inversos.- Tendencias de residuales positivos con valores bajos o altos de la variable en el eje de las X's, y residuales negativos con valores intermedios de la variable en el eje de las X's.

Diagonales.- Tendencias de residuales positivos para valores bajos de la variable en el eje de las X's, y residuales negativos para valores altos de la variable en el eje de las X's.

En el Apéndice 2 se muestran gráficas que ejemplifican las formas de las tendencias de los residuales.

La distribución de los residuales observados fueron graficados contra el tiempo de lactancia y contra los valores predichos de PL, para cada lactancia en forma individual. En análisis preliminares, no se observaron diferencias en tendencias de las formas de los residuales por número de lactancia o genotipo, por lo cual se presentan agrupadas por ecuación y procedimiento utilizado.

4.2.2. Comparación de ecuaciones

El criterio principal usado para comparar las ecuaciones, fue el tamaño relativo de los CMR's obtenidos cuando las ecuaciones fueron estimadas para los datos de cada lactancia. Las ocho ecuaciones (las primeras cuatro utilizando sólo procedimientos N) fueron jerarquizadas para cada lactancia, y agrupadas por genotipo y número de lactancia. Las comparaciones fueron realizadas por medio de la prueba de Friedman (Conover, 1980). La prueba de Friedman es un método no-paramétrico equivalente al análisis de varianza del diseño de bloques al azar, donde los bloques en este caso son las lactancias individualmente. Las diferencias entre las ecuaciones i y j se obtienen por:

$$|R_j - R_i| > t_{1-\alpha/2} [2b(A_2-B_2)/(b-1)(k-1)]^{1/2}$$

y son consideradas estadísticamente diferentes si esta desigualdad es satisfecha. Donde R_i y R_j son las sumas de los valores jerárquicos por cada ecuación, b es el número de lactancias consideradas, k es el número de ecuaciones, A_2 es calculado como la suma de los cuadrados de los valores jerárquicos obtenidos para cada lactancia y ecuación, y B_2 es igual a $1/\text{número de lactancias}$, que multiplica a la suma de los cuadrados de los valores jerárquicos por ecuación. Una descripción más detallada de la prueba de Friedman y las comparaciones múltiples entre tratamientos es presentada por Conover (1980).

Papajcsik y Boderó (1988) utilizaron una prueba no-paramétrica similar, en la comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia en ganado lechero bajo clima subtropical, y sugieren su utilización porque la variable respuesta CMR no es de esperarse que tenga distribución normal.

Con el propósito de tipificar las formas de las curvas generadas por las ecuaciones, se consideró la clasificación siguiente:

Típica.- Se consideran las curvas con incremento inicial hasta alcanzar un pico máximo de producción y una posterior disminución (la considerada comúnmente como típica del ganado lechero).

Decreciente.- Son curvas que inician la lactancia con la producción máxima y posteriormente muestran una disminución gradual.

Constante.- Son formas de curvas en las que prácticamente tienen una producción constante a través de toda la lactancia.

Anormal ligera.- Se consideran aquellas curvas con incrementos ligeros en producción a medida que avanza la lactancia, o bien con máxima producción inicial para posteriormente disminuir y finalmente tener aumentos ligeros hacia el final de la lactancia.

Atípica.- Son curvas no representativas del comportamiento del fenómeno, que consisten básicamente en las formas descritas por las denominadas "anormal ligera", pero con aumentos bien definidos e importantes.

Los tipos de curvas generadas por las ocho ecuaciones, fueron relacionados con los tipos de curvas de los mejores ajustes, independientemente de la ecuación. Las comparaciones fueron realizadas con pruebas de *ji* cuadrada por genotipo, donde las formas de curvas esperadas son las de mejor ajuste, y las observadas son las de cada una de las ecuaciones. Las curvas predichas fueron graficadas con los valores de producción observada, con el objeto de tipificar falta de ajuste sistemático en alguna(s) parte(s) de la lactancia.

RESULTADOS Y DISCUSION

La presentación de los resultados se divide para su discusión en dos temas principales: comparación de procedimientos para estimación de parámetros, y comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia. El propósito principal de lo anterior, es diferenciar con precisión, cuando se está usando un determinado procedimiento de estimación de parámetros en una determinada ecuación, lo cual en algunas de las publicaciones son presentadas indistintamente (p.e. Rowlands *et al.*, 1982; Hohenboken *et al.*, 1992; Hernández y Ríos, 1993), creando confusiones en su interpretación metodológica.

1. COMPARACION DE PROCEDIMIENTOS PARA ESTIMACION DE PARAMETROS EN CURVAS DE LACTANCIA

Cuando se desean estimar los parámetros de una determinada ecuación, estos pueden ser obtenidos a través de distintas formas. Primeramente se presenta la comparación entre técnicas de regresión por cuadrados mínimos lineales y no-lineales para las primeras cuatro ecuaciones (I, II, III y IV), y posteriormente se analiza la posibilidad de estimación por cuadrados mínimos ponderados para las ocho ecuaciones consideradas en este estudio.

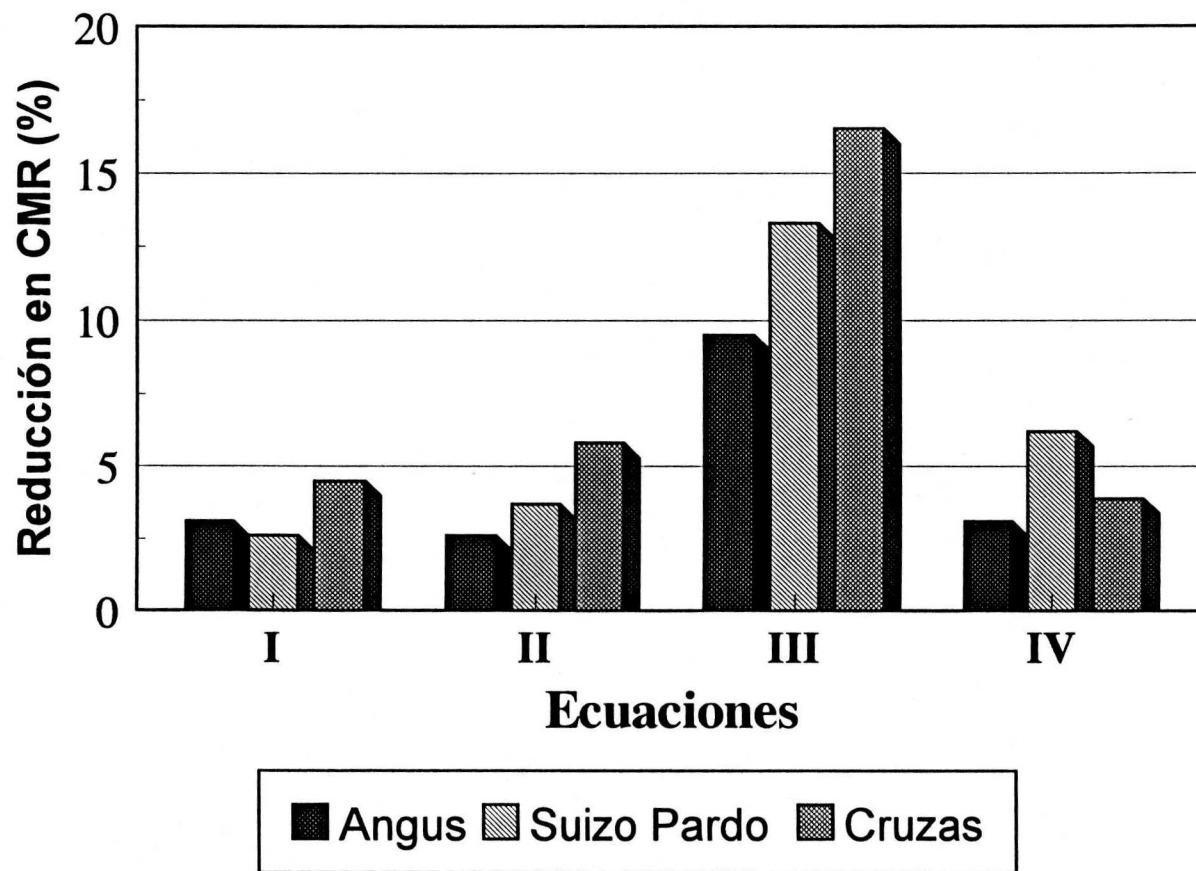
1.1. Procedimiento lineal vs no-lineal

En el Cuadro 1 se muestran los promedios de CMR's por ecuación y genotipo, a través de 6 números de lactancias para A, y 5 lactancias para P y AxP. Las estimaciones de las curvas de lactancia por procedimientos N, presentaron pequeñas ventajas sobre L en la reducción de los CMR's. En la ecuación I se obtuvo una reducción promedio de 2.6 a 4.5% (Figura 1), dependiendo del genotipo considerado. Similares reducciones fueron estimadas para las ecuaciones II y IV (2.6 a 5.8% y 3.2 a 6.2%, respectivamente), mientras que en la ecuación III se estimaron ventajas de 9.5 a 16.5%. Lo anterior indica que la más alta mejoría por el uso de procedimientos de estimación no-lineales, se obtuvo para la ecuación III.

Cuadro 1. Promedio de cuadrados medios de residuales a través de números de lactancias, para cuatro ecuaciones estimadas por cuadrados mínimos lineales (L) y no-lineales (N)

GENOTIPO	I-L ^a	I-N	II-L	II-N	III-L	III-N	IV-L	IV-N
Angus	3.61	3.50	3.94	3.84	7.22	6.54	3.64	3.53
Suizo Pardo	4.76	4.64	5.49	5.29	11.44	9.92	4.86	4.56
Cruzas	4.29	4.10	5.23	4.93	8.70	7.27	3.91	3.76

^aI = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka.



I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka.

Figura 1. Promedios de reducción porcentual en cuadrados medios de residuales (CMR), de procedimientos no lineales para estimar curvas de lactancia, respecto de procedimientos lineales.

Cobby y Le Du (1978) usando datos de ganado lechero, obtuvieron reducciones promedio en CMR's ligeramente mayores para la estimación de la ecuación de Wood con N sobre L (14%), mientras que Rowlands *et al.* (1982) bajo condiciones similares estimaron 10 y 4% para vacas y vaquillas, respectivamente. Cobby y Le Du (1978) sugieren que la reducción en CMR's puede ser debida, a que las desviaciones de cuadrados mínimos de N son sobre la PL, en lugar de logaritmo natural de PL como ocurre con L. Draper y Smith (1981) recomiendan que si se tienen ecuaciones no-lineales, usar preferentemente procedimientos de estimación N sobre L, por la mayor representación de la realidad de los valores en los términos originales. Es evidente también, que las propiedades estadísticas de los estimadores de la ecuación linearizada, corresponden a los parámetros transformados y no a los originales (García, 1989).

En general, las diferencias en CMR's entre L y N para cada ecuación (al compararse por genotipo y número de lactancia) fueron no significativas ($P > .1$, Apéndice 3), excepto para la ecuación III, donde 6 de 16 comparaciones fueron significativas ($P < .1$). Sin embargo, en todas las lactancias estudiadas para todas las ecuaciones, los CMR's estimados por N fueron menores que los estimados por L. Por lo anterior, es recomendable de ser posible, estimar los parámetros de cualquiera de las ecuaciones estudiadas para la construcción de las curvas de lactancia usando N. Resultados similares fueron obtenidos por Cobby y Le Du (1978), con reducciones en CMR's por el uso de N sobre L en 35 de 36 curvas estimadas.

Kellogg *et al.* (1977) y Congleton y Everett (1980a) mencionan que la linearización de modelos afecta la estructura del error, dado que las transformaciones logarítmicas asumen que el logaritmo del error es aditivo en la ecuación transformada, por lo cual el término del error es multiplicativo en la ecuación sin transformar. Velasco (1988) considera que el establecer un error aditivo en este tipo de ecuaciones, presenta concepciones teóricas y prácticas más adecuadas, y que si se tiene un modelo N, se sugiere usar técnicas de regresión no-lineal para su estimación.

La transformación logarítmica, al tomar logaritmos en ambos lados de la ecuación, elimina el problema de heterocedasticidad, debido a que la escala logarítmica comprime las escalas en que están medidas las variables (Gujarati, 1981; García, 1989). Kellogg *et al.* (1977) mencionan que el modelo linearizado de Wood, asume que la PL de cada vaca tiene igual varianza a través de la lactancia, sin embargo, presentan evidencias que hacen suponer que la

varianza no es homogénea en el caso de ganado lechero, ya que mayor variabilidad fue encontrada cercana al pico que a los extremos de la curva. Los procedimientos de regresión no-lineal, permiten asumir que la PL de las vaca tiene igual varianza a través de la lactancia.

En el caso de ganado lechero, donde la PL se registra mensualmente, existe adicionalmente la dificultad de describir curvas de lactancia en las semanas inmediatas después del parto, debido a que el pico de producción puede ocurrir, antes de que esté disponible mucha información acerca de la porción inicial de aumento en la curva. La transformación logarítmica de la ecuación de Wood, puede generar problemas de sesgo inicial positivo, por lo que algunas veces estima pobremente la forma de la curva. La falta de ajuste es más grande cercano al máximo valor de PL, dado que la transformación logarítmica da menor peso a las altas producciones (Cobby y Le Du, 1978). Congleton y Everett (1980a) consideran que este problema puede no ocurrir, cuando curvas gama incompletas son estimadas por procedimientos N.

Schneeberger (1978, citado por Shanks *et al.*, 1981) estimaron 45% de curvas de lactancia atípicas en ganado lechero (definida por una estimación de los parámetros a , b o c con signo negativo) con la ecuación linearizada de Wood, mientras que estimaron 39% de curvas atípicas con la misma ecuación estimada por procedimientos N, lo que indica que los procedimientos de estimación de los parámetros pueden reducir el porcentaje de curvas atípicas.

Por algunos de los problemas mencionados para las ecuaciones no-lineales al ser linearizadas y las ventajas demostradas por la estimación no-lineal, trabajos posteriores han preferido utilizar procedimientos N para estimar los parámetros que caracterizan curvas de lactancia (Kellogg *et al.*, 1977; Madalena *et al.*, 1979; Grossman *et al.*, 1986; Papajcsik y Boderó, 1988; Mezzadra *et al.*, 1989).

Los parámetros de la ecuación de Wood, son usualmente correlacionados, lo cual es indicativo de un pobre condicionamiento en la superficie de la suma de cuadrados, y resulta en baja convergencia de cualquier procedimiento de estimación iterativo (Dhanao, 1981).

Algunos autores (Cobby y Le Du, 1978; Congleton y Everett, 1980a; 1980b; Shanks *et al.*, 1981; Dhanao y Le Du, 1982; Rowlands *et al.*, 1982; Morant y Gnanasakthy, 1989) mencionan como desventajas de los procedimientos N, el tiempo y/o la dificultad computacional.

Sin embargo, para muchos casos y en las condiciones actuales de desarrollo computacional, estos problemas pudieran no ser tan importantes.

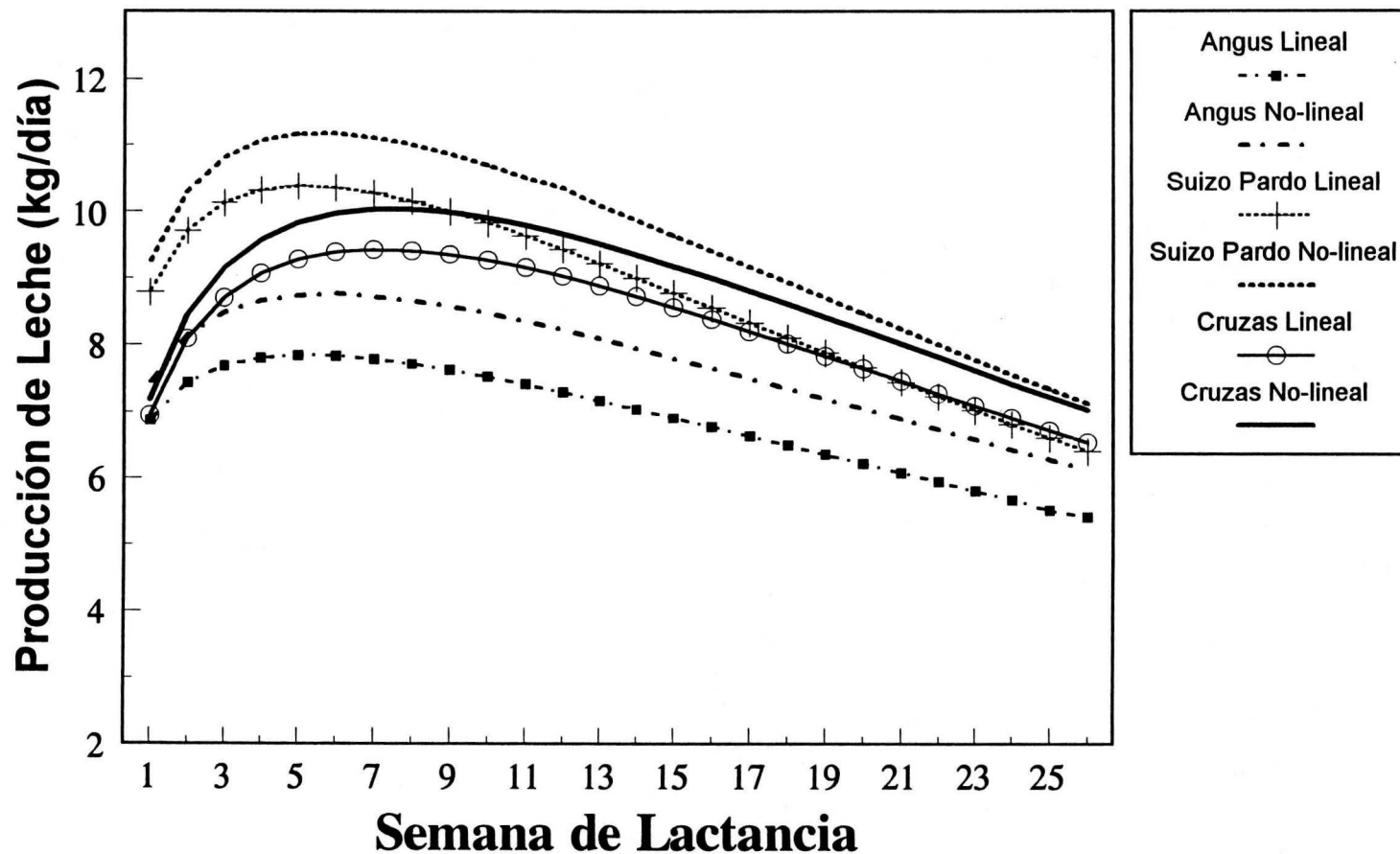
En las Figuras 2, 3, 4 y 5 se muestran las curvas de producción de leche promedio (en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza) generadas por las ecuaciones I, II, III y IV; mediante procedimientos de estimación L y N. En general, las formas de las curvas estimadas por L y N fueron similares. Sin embargo, la magnitud de los parámetros estimados difirieron, observándose para I, II y IV una sobrestimación de N sobre L. Para la ecuación III, se observan tendencias a subestimación de N sobre L, siendo menor al inicio y final de la lactancia. Lo anterior da fuerza a la recomendación de usar preferentemente procedimientos N para estimar curvas de lactancia.

Cobby y Le Du (1978) trabajando con ganado lechero, también obtuvieron diferencias en las estimaciones de los parámetros, utilizando regresión lineal en la ecuación de Wood transformada y regresión no-lineal de la ecuación sin transformar, observando tendencias de subestimación en la parte media y sobrestimación al final del periodo de lactancia, con el uso de procedimientos N sobre L.

1.2. Procedimiento de estimación por cuadrados mínimos ponderados

Para evaluar la suposición de varianza constante en las ecuaciones estudiadas y la posible utilización del procedimiento de ponderación, la distribución de los residuales observados fueron graficados contra el tiempo y contra los valores predichos de PL.

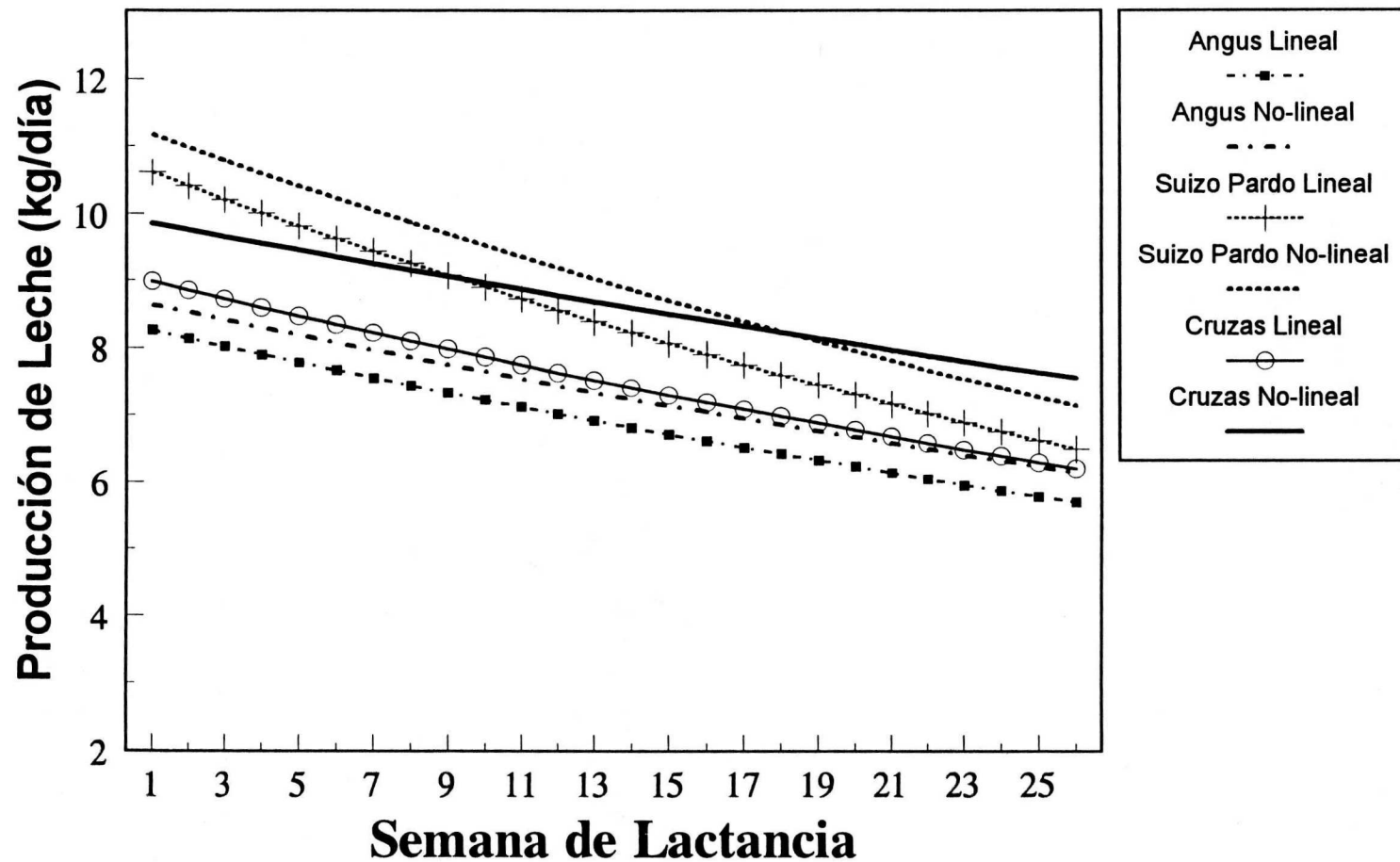
En la Figura 6 y Apéndice 4 se muestra la descripción de la forma de los residuales contra los valores de producción predicha, del promedio de los genotipos considerados para las ocho ecuaciones y procedimientos de estimación de parámetros en curvas de lactancia. La forma de residuales predominante para todas las ecuaciones (excepto III, tanto para el procedimiento L como N) y procedimientos de estimación, mostraron tendencias a ser igualmente espaciados en magnitud y signo (rectas) a través de los valores predichos (40 a 61 %, dependiendo de la ecuación y procedimiento considerado), lo cual es considerado como varianza constante. Las demás gráficas de residuales, presentaron diversas formas de comportamiento no satisfactorias



Número de lactancias consideradas:

Angus = 133; Suizo Pardo = 106; Cruzas = 46

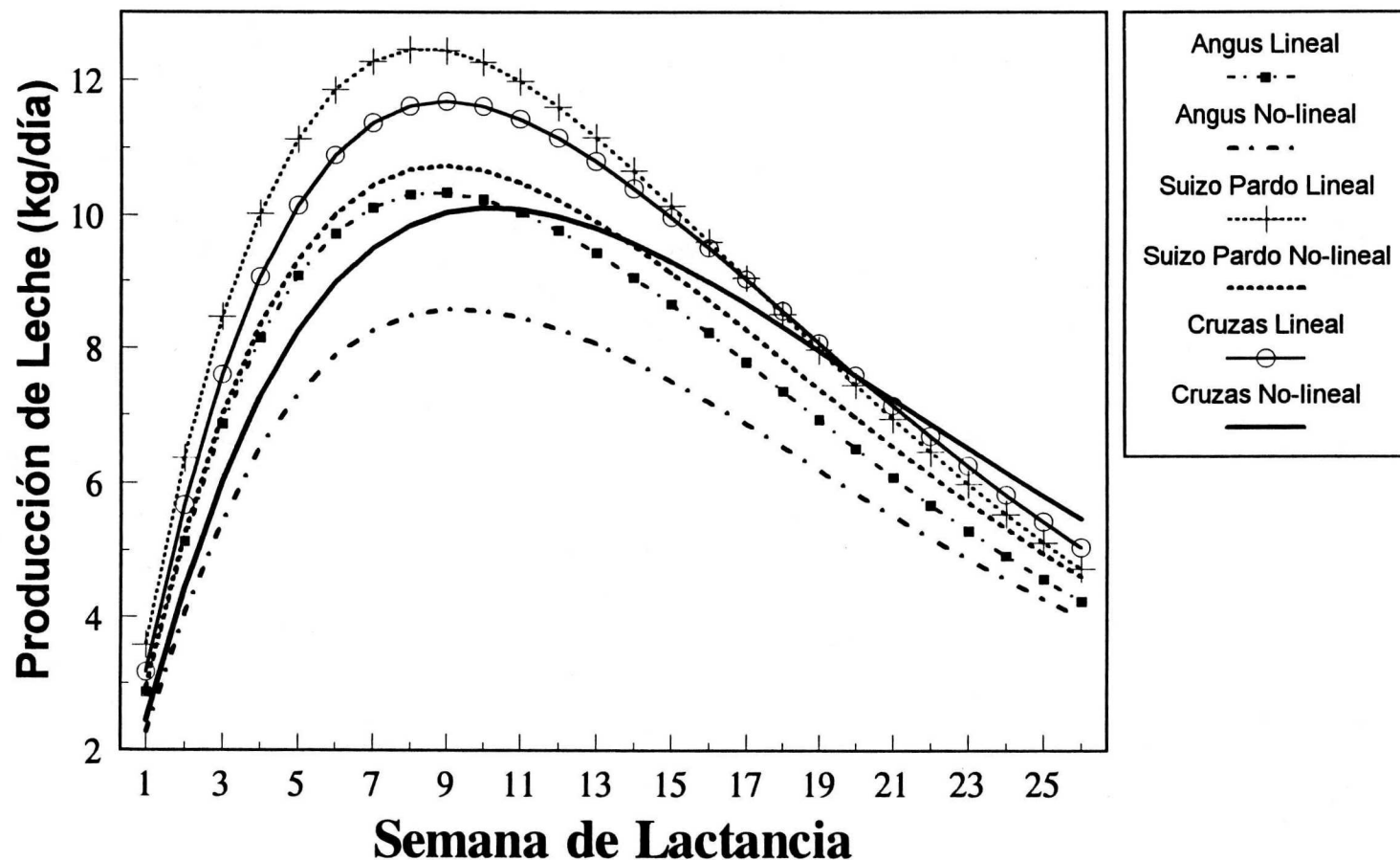
Figura 2. Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por la ecuación de Wood, mediante procedimientos de estimación lineales y no-lineales en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruas.



Número de lactancias consideradas:

Angus = 132; Suizo Pardo = 101; Cruzas = 41

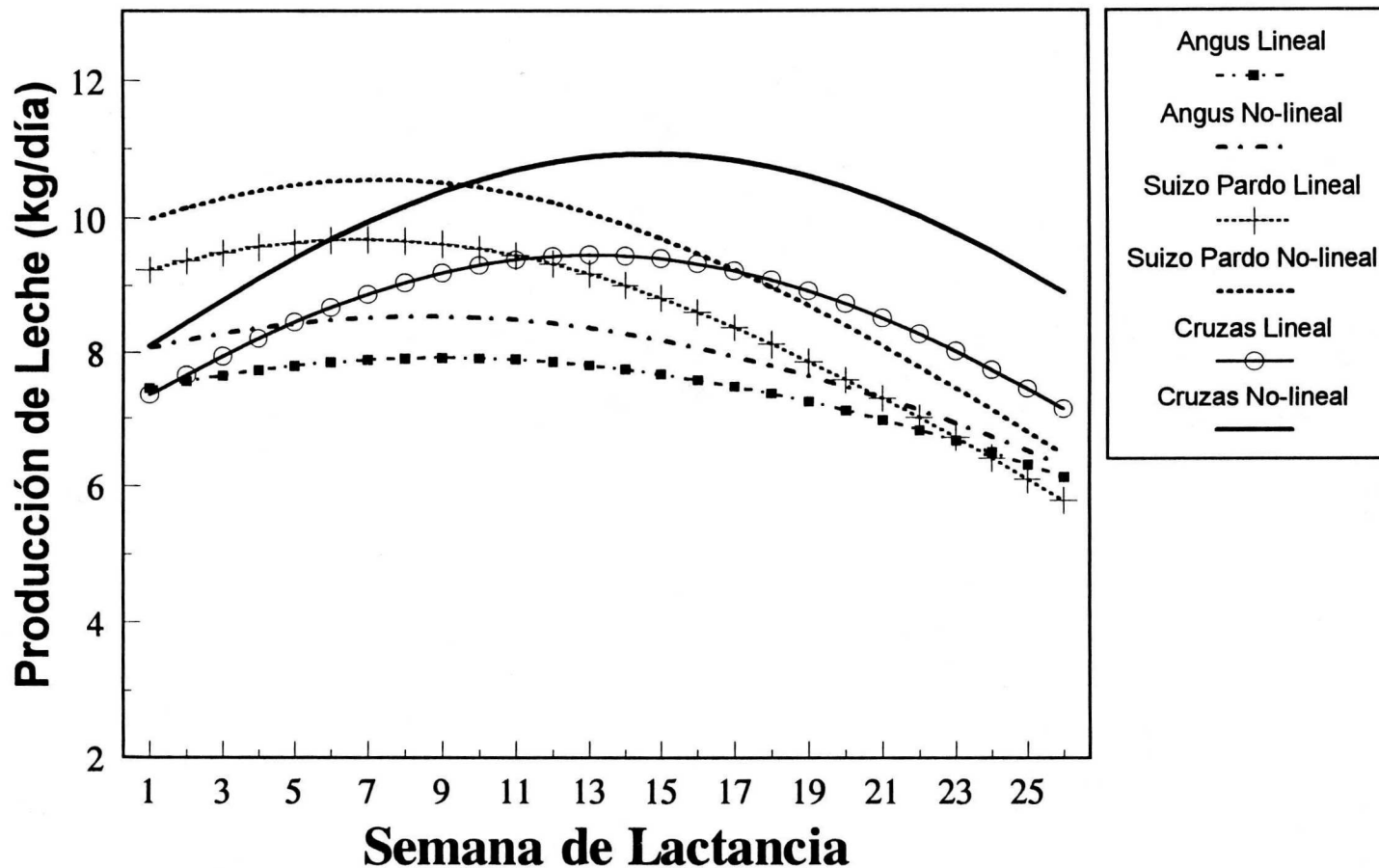
Figura 3. Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por la ecuación de Brody *et al.*, mediante procedimientos de estimación lineales y no-lineales en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza.



Número de lactancias consideradas:

Angus = 136; Suizo Pardo = 109; Cruzas = 52

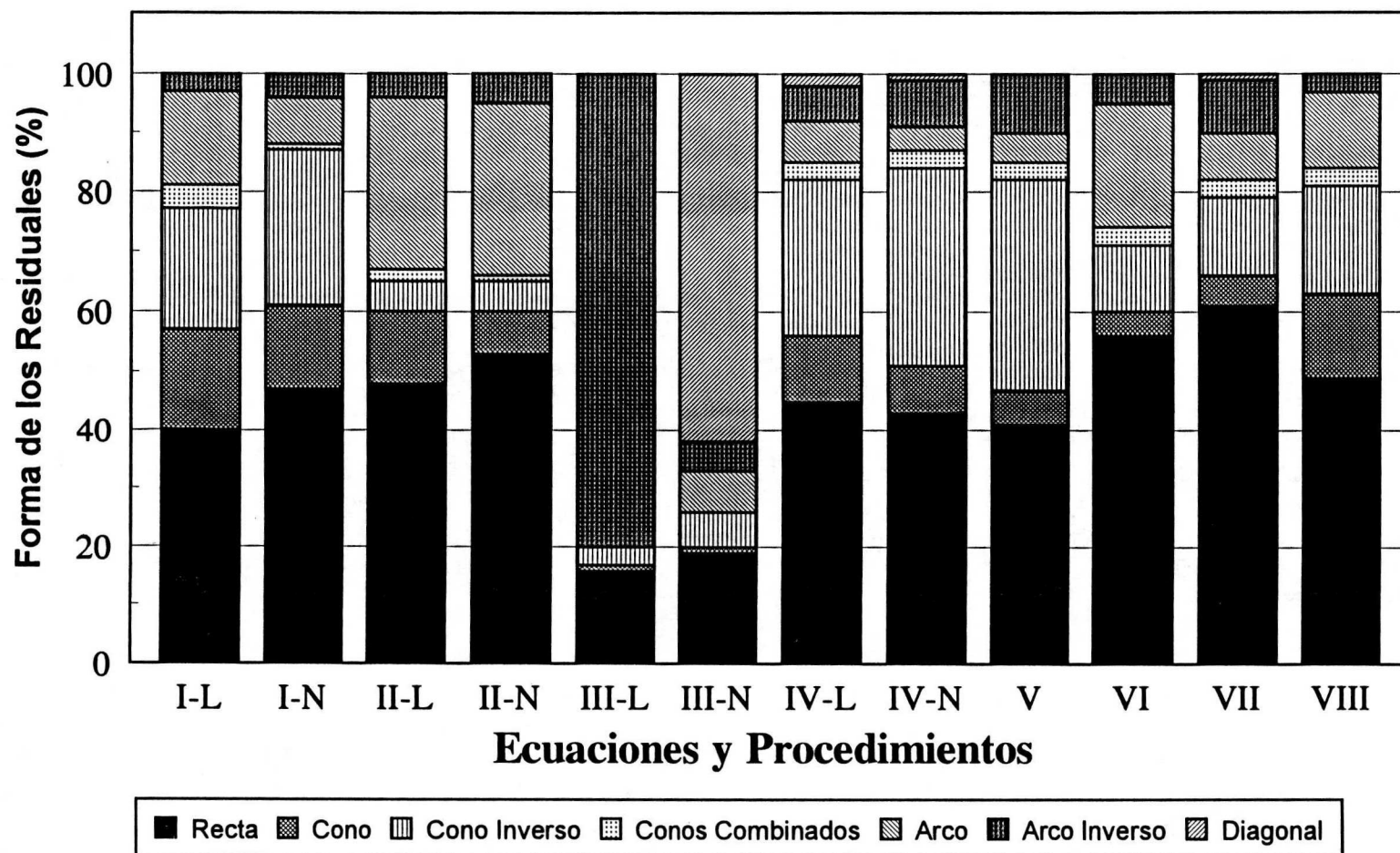
Figura 4. Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por la ecuación de Jenkins y Ferrell, mediante procedimientos de estimación lineales y no-lineales en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza.



Número de lactancias consideradas:

Angus = 133; Suizo Pardo = 105; Cruzas = 49

Figura 5. Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por la ecuación de Sikka, mediante procedimientos de estimación lineales y no-lineales en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruas.



I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal Simple; VII = Cobby y Le Du; VIII = Nelder. L = Procedimiento Lineal; N = Procedimiento No-lineal.

Figura 6. Descripción de las formas de los residuales vs valores de producción predicha, del promedio de los genotipos Angus, Suizo Pardo y sus cruza, para ocho ecuaciones y procedimientos de estimación de curvas de lactancia.

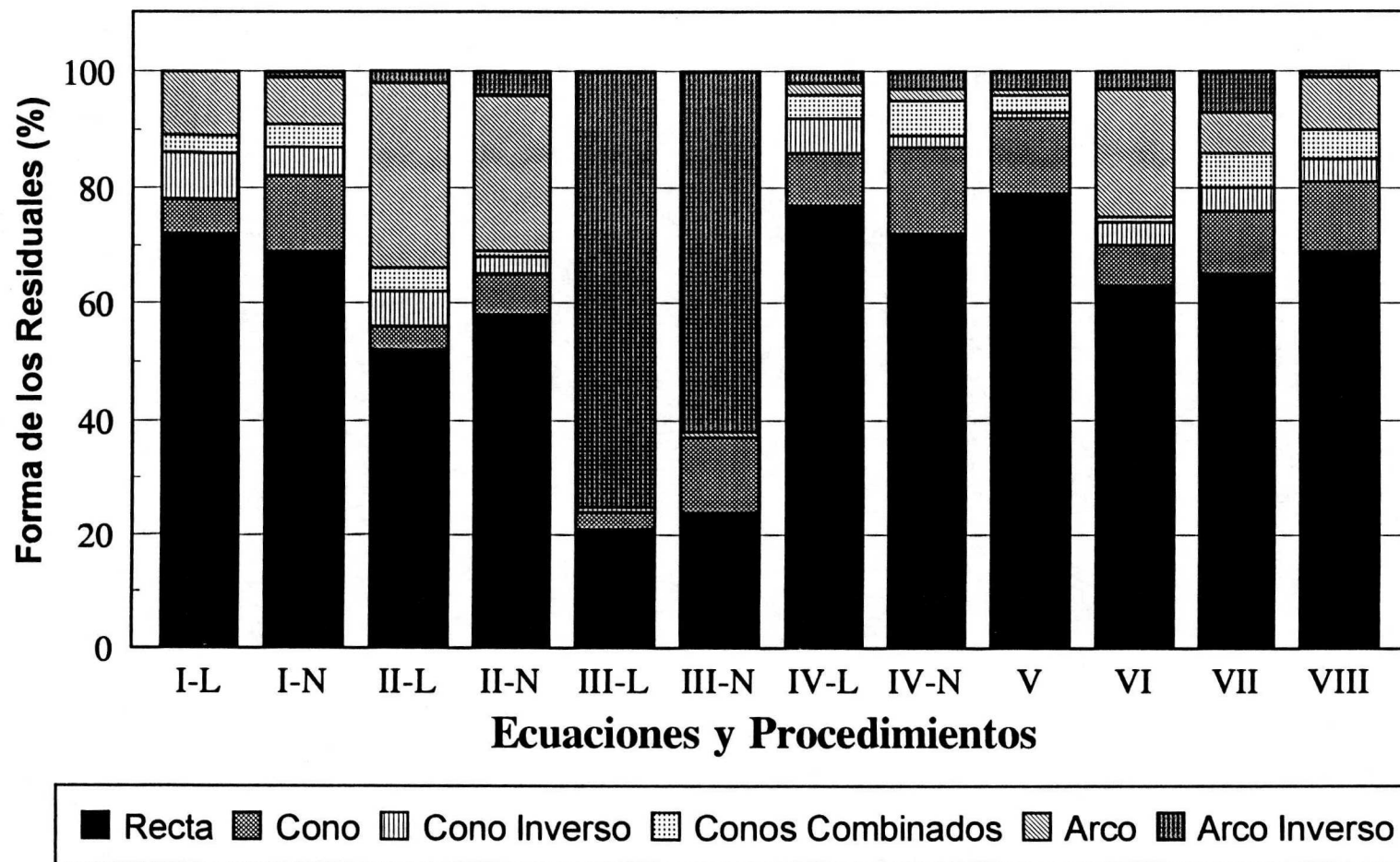
Lo anterior nos indica que para estas ecuaciones, no se observa fundamento para utilizar el procedimiento de ponderación por la producción predicha.

Para el caso de las ecuaciones I (N y L), IV (N y L), V, VII y VIII, las formas de residuales secundarias fueron las de tendencias a decrementos en magnitud con aumentos en la producción predicha (conos), y las de incrementos en magnitud con aumentos en la producción predicha (conos inversos). Draper y Smith (1981) consideran que este tipo de tendencias en los residuales, ocurre por varianza no constante y requiere de cuadrados mínimos ponderados o transformación preliminar en las Y's. Sin embargo, al no ser la mayor proporción y el ser de diferentes tendencias imposibilita plantear algún tipo de posible ponderador.

En el caso de las ecuaciones II (L y N) y VI, las formas de residuales secundarias fueron con tendencias a valores negativos para las producciones predichas bajas y altas, y con valores positivos para las producciones predichas intermedias (arcos). Draper y Smith (1981) consideran que este tipo de tendencias en los residuales, puede ser debido a modelos inadecuados y requiere de la inclusión de otros términos en el modelo (p.e. un término cuadrático).

Las tendencias de las formas de residuales predominantes para la ecuación III (estimada por L), fueron con valores positivos para las producciones predichas bajas y altas, y con valores negativos para las producciones predichas intermedias (arcos inversos, 80%). Al igual que el caso anterior, este tipo de residuales se considera no-satisfactorio, y posiblemente debidos a modelos inadecuados por falta de términos. Para el caso de la ecuación III (estimada por N), las formas de residuales predominantes fueron con valores positivos para las bajas producciones predichas, y negativos para las altas producciones predichas (diagonales, 62%). Draper y Smith (1981) consideran que este tipo de tendencias en los residuales, ocurre posiblemente por errores en los análisis o por la omisión de términos en el modelo. La interpretación de estas formas de residuales y el hecho de que esta ecuación es equivalente a la ecuación de Wood, sólo que se ha eliminado el parámetro b al forzarlo a que sea igual a uno, hacen pensar que el problema principal de esta ecuación es esa simplificación con la que fue creada, por lo cual es un modelo inadecuado para representar curvas de lactancias como las consideradas en este estudio.

La descripción de la forma de los residuales contra el tiempo (semana de lactancia), del promedio de los genotipos considerados para las ocho ecuaciones y procedimientos de estimación de curvas de lactancia, se muestran en la Figura 7 y Apéndice 4. Las interpretaciones son



I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal Simple; VII = Cobby y Le Du; VIII = Nelder. L = Procedimiento Lineal; N = Procedimiento No-lineal.

Figura 7. Descripción de las formas de los residuales vs semana de producción, del promedio de los genotipos Angus, Suizo Pardo y sus cruza, para ocho ecuaciones y procedimientos de estimación de curvas de lactancia.

similares al análisis de residuales contra la producción predicha. La única diferencia importante, es que una mayor proporción de tendencias en las gráficas de residuales, fueron igualmente espaciadas en magnitud y signo (rectas) a través del tiempo (52 a 79%, dependiendo de la ecuación y procedimiento de estimación considerado). Lo anterior indica que semana de lactancia, no es un factor a considerar para una posible ponderación.

Resultados similares fueron reportados por Morant y Gnananasakthy (1989), en relación con la ausencia de variación en magnitud de los residuales a través de la lactancia, cuando utilizaron ecuaciones linearizadas para estimar curvas de lactancia en ganado lechero. Por lo anterior, ellos consideran que es correcto el asumir que el logaritmo de PL, tiene varianza aproximadamente constante a través del tiempo.

La información sobre la ponderación y el ponderador apropiado es confusa. Cobby y Le Du (1978) y France y Thornley (1984) mencionan que Guest (1961) mostró que la ponderación apropiada, es proporcional al correspondiente cuadrado de la PL (Y^2), recomendando la ponderación de la ecuación linearizada de Wood. Cobby y Le Du (1978) compararon los procedimientos de cuadrados mínimos lineales y ponderados de la ecuación linearizada de Wood, encontrando ventajas de la ponderación. Usando datos de bovinos para carne, Hohenboken *et al.* (1992) concluyen de manera semejante. Algunos autores (p.e. Congleton y Everett, 1980a; 1980b; Rowlands *et al.*, 1982; Hohenboken *et al.*, 1992) citan a Cobby y Le Du (1978), sobre la conveniencia de esta ponderación. Sin embargo, Dhanoa y Le Du (1982) mencionan que Cobby y Le Du (1978) recomiendan la ponderación de la ecuación linearizada de Wood, proporcional al recíproco del cuadrado de la PL ($1/Y^2$).

Por otra parte, Cobby y Le Du (1978) mencionan que el procedimiento de estimación de parámetros, usando cuadrados mínimos ponderados por el cuadrado de los datos sin transformar, para estimar curvas de lactancia mediante la ecuación de Wood, es una aproximación a la estimación de parámetros usando cuadrados mínimos no-lineales, por lo que es de suponer que no tiene ventajas sobre esta técnica, en cuanto al mejor ajuste de los datos observados.

El ponderar por una variable aleatoria tiene sus inconveniencias, debido a que, por las propiedades de las varianzas en estos procedimientos, la varianza del error no necesariamente tiene varianza constante (Apéndice 5). Adicionalmente, Draper y Smith (1981) mencionan que

no es correcto usar una variable aleatoria como ponderador, debido a que los residuales y las producciones de leche (Y's) son usualmente correlacionados.

Del análisis de residuales realizado en esta investigación y los fundamentos aportados por la revisión, se puede afirmar que no hay elementos suficientes que apoyen el uso de cuadrados mínimos ponderados, y su posible utilización debe ser estudiada para el caso de procedimientos no-lineales.

2. COMPARACION DE ECUACIONES PARA ESTIMAR CURVAS DE LACTANCIA

En el presente apartado se presentan las comparaciones de ocho ecuaciones para estimar curvas de lactancia en bovinos para carne. Todas las ecuaciones (excepto regresión lineal simple y cuadrática) utilizadas en las comparaciones fueron estimadas por procedimientos no-lineales.

2.1. Jerarquización de las ecuaciones

En el Cuadro 2 y Apéndices 6, 7 y 8 se muestra la jerarquización de ecuaciones por genotipo y número de lactancia, y en promedio para cada genotipo. Diferencias significativas ($P < .05$) en valores jerárquicos fueron observadas para todas las combinaciones de genotipo y número de lactancia. En vacas Angus, las mejores estimaciones de las curvas de lactancia fueron mediante las ecuaciones I y VIII; mientras que en vacas Suizo Pardo y sus cruzas recíprocas con Angus, las mejores fueron a través de las ecuaciones IV, I y V. La ecuación I, mostró ser muy flexible al ajustar bien curvas de lactancia de diferentes genotipos y números de lactancia. Sin embargo, la mejor ecuación fue dependiente del genotipo de la vaca, posiblemente por los diferentes niveles de PL y en consecuencia, diferentes formas de curvas de lactancia.

En ganado de carne, pocas ecuaciones han sido desarrolladas con fines de estimar curvas de lactancia. Jenkins y Ferrell (1984) propusieron una modificación a la ecuación de Wood para su utilización en bovinos para carne. Algunos autores (Hohenboken *et al.*, 1992; Núñez-Domínguez *et al.*, 1992; Mallinckrodt *et al.*, 1993; Marshall y Long, 1993; Quiroz-Valiente *et al.*, 1994) la han usado o comparado con otras, posiblemente por el hecho de ser generada

Cuadro 2. Jerarquización (rango) de ecuaciones¹ para curvas de lactancia por genotipo y número de lactancia, a través de números de lactancia y promedio por genotipo

Número de Lactancia							
Rango ²	1	2	3	4	5	6	Prom.
Angus							
1	Ia	VIa	Ia	IVa	VIIIa	Ia	Ia
2	VIIa	Ia	VIIa	Ia	IIab	IVab	VIIIab
3	IVa	Va	VIIIa	Vab	Iab	Vabc	VIIb
4	VIIIa	IIa	VIa	VIIIab	VIIb	VIIIabcd	Vb
5	Vab	VIIa	IIa	VIIab	VIIb	VIBcd	VIIb
6	VIab	VIIIa	Va	VIbc	Vb	VIIcd	IVb
7	IIb	IVa	IVa	IIc	IVb	IID	IIb
8	IIIc	IIIb	IIIb	IIId	IIIc	IIIe	IIIc
Suizo Pardo							
1	IVa	Ia	Va	Ia	IVa		IVa
2	Ia	IVa	IVa	VIa	VIab		Ia
3	Vab	Va	VIIIab	IVa	Iab		Vab
4	VIIIb	VIIIa	VIIab	Va	Vab		VIbc
5	VIIb	VIIa	Iab	VIIIa	VIIab		VIIIbc
6	VIIb	VIIb	VIab	IIa	IIb		VIIc
7	IIc	IIb	IIb	VIIa	VIIIb		IIcd
8	IIIc	IIIc	IIIc	IIIb	IIIc		IIId
Cruzas Angus x Suizo Pardo							
1	Ia	Va	IVa	IVa	Va		IVa
2	VIIa	IVa	Va	Vab	IVa		Va
3	IVa	Iab	Ia	Iabc	Iab		Ia
4	Vab	VIIabc	VIIab	VIIabc	VIIab		VIIb
5	VIab	VIIIabc	VIab	VIbc	VIbc		VIC
6	VIIIbc	VIBC	VIIIab	VIIIbcd	VIIIbc		VIIIc
7	IIbc	IIc	IIbc	IIcd	IIc		IIId
8	IIIc	IIId	IIIc	IIId	IIId		IIIe

¹ I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal; VII = Cobby y Le Du; VIII = Nelder.

² Rangos dentro de columna y genotipo sin letra común son diferentes (P < .05).

específicamente con este propósito. Jenkins y Ferrell (1982, citado por Mallinckrodt *et al.*, 1993) reportaron a su ecuación propuesta como la más exacta de cuatro ecuaciones probadas, con base en su mayor R^2 . Sin embargo, las comparaciones no fueron precisas, debido a que las ecuaciones usan diferentes transformaciones, lo cual no garantiza que al ser retransformadas las ecuaciones tengan el mismo comportamiento.

En la presente investigación, para cualquier número de lactancia y genotipo considerado, esta ecuación (III) fue la que presentó las peores estimaciones de las curvas de lactancia (último lugar en jerarquización), generalmente con diferencias significativas ($P < .05$) comparada con cualquiera de las otras ecuaciones (Cuadro 2). Los CMR's para la ecuación III fueron sustancialmente mayores que para cualquiera de las otras ecuaciones (Cuadro 1). Hohenboken *et al.* (1992) compararon tres ecuaciones (una de ellas por dos procedimientos de estimación) para estimar curvas de lactancia en ganado de carne, encontrando también como la de peor estimación a la ecuación propuesta por Jenkins y Ferrell, y la más inconsistente en relación con las producciones observadas.

Los valores de R^2 no fueron utilizados en este estudio como criterio de comparación, debido principalmente a lo antes mencionado para el caso de estimaciones por procedimientos L, y para N por considerarse una medida no apropiada para este tipo de análisis (Ratkowsky, 1990), por lo cual ni siquiera es presentada en las salidas del paquete estadístico utilizado (SAS, 1985).

La ecuación II se ubicó en el penúltimo lugar jerárquico para el promedio de las lactancias estimadas en los tres genotipos considerados (Cuadro 2). En el caso de AxP siempre fue este lugar el ocupado, mientras que en P fue penúltimo en las primeras tres lactancias y antepenúltimo para cuarta y quinta o más lactancias. Para el genotipo A fue penúltimo en las lactancias cuarta y sexta o más; con mejores rangos en las otras lactancias. Este tipo de resultados podrían esperarse, si los genotipos considerados tuvieran curvas de lactancia con incremento y decremento en la producción, debido a que esta ecuación es una función exponencial que sólo considera aumentos o disminuciones. Lo anterior nos muestra que en muchas de las vacas de los genotipos estudiados, la disminución en la secreción de leche únicamente no es la representación del fenómeno.

Resultados similares fueron reportados por Singh y Bhat (1978) y Bhat *et al.* (1981), al comparar cuatro ecuaciones (I, II, IV y VIII) para estimar curvas de lactancia en ganado Haryana, donde la ecuación II nunca dió mejores estimaciones que cualquiera de las otras tres ecuaciones. Sikka (1950) menciona que la forma de la curva de lactancia de vacas lecheras en forma individual, es conformada más estrechamente por la función parabólica exponencial (IV), que por la tipo exponencial (II).

Una ecuación semejante a la anterior obtuvo mejores rangos jerárquicos que la ecuación II. La regresión lineal simple (VI) se ubicó en quinto, cuarto y quinto lugar para los promedios de lactancias en los genotipos A, P y AxP, respectivamente. La ubicación jerárquica de esta ecuación fue variable (del primero al sexto lugar) cuando se consideraron los análisis dentro de cada genotipo y por número de lactancia. La superior jerarquización de esta ecuación respecto a la ecuación II, es debida probablemente a su mayor simplicidad. Para el caso de la raza A en su segunda lactancia esta ecuación fue la mejor, lo que ratifica una mayor cantidad de tendencias de comportamientos de sólo disminución o aumento o constante en la PL para este genotipo.

Ventajas muy pequeñas fueron reportadas por Madalena *et al.* (1979), para una ecuación de tipo gama linearizada sobre regresión lineal simple, bajo condiciones tropicales con ganado Holstein y Holstein x Gir, en la representación de curvas de lactancia. Gaskins y Anderson (1980) muestran que regresión lineal simple puede estimar adecuadamente las curvas de lactancia de vacas con baja PL (vacas Angus x Hereford de 2 años de edad).

El ordenamiento jerárquico promedio por genotipo para la ecuación VII, fue tercero, sexto y cuarto para A, P y AxP, respectivamente. Lo anterior la ubica como una ecuación intermedia entre las estudiadas. Sin embargo, para muchas de las lactancias estimadas presentó problemas por falta de convergencia y/o en la inversión de matrices (aproximadamente 30%), por lo cual degeneró en curvas de lactancia de tipo lineal (con igual CMR que la regresión lineal simple). Dhanoa y Le Du (1982) también observaron que este modelo puede degenerar en una línea recta.

Cobby y Le Du (1978) propusieron dos ecuaciones para estimar curvas de lactancia en ganado lechero y las compararon con la ecuación de Wood (estimada por procedimientos L y N), concluyendo que la ecuación VII de la presente investigación fue tan buena como la de Wood estimada por N, y mejor que las otras dos. Sin embargo, en un trabajo semejante,

Rowlands *et al.* (1982) encontraron que la ecuación VII fue inferior a la I, cuantificando CMR's mayores. Papajcsik y Boderó (1988) compararon 20 ecuaciones para estimar curvas de lactancia en ganado Holstein bajo clima subtropical, eliminando a la ecuación VII en análisis preliminares por los altos cuadrados medios del error obtenidos.

La ecuación VIII ocupó el segundo lugar en el genotipo A, sin diferencias significativas ($P > .05$) con la del primer lugar. Sin embargo, en los genotipos P y AxP se ubicó en quinto y sexto lugar, respectivamente. Lo anterior indica que su uso depende del genotipo considerado, recomendándose su posible utilización para A. Papajcsik y Boderó (1988) encontraron que la ecuación VIII generalmente estimó bien las lactancias que comienzan en los meses de verano, para vacas Holstein bajo clima subtropical, pero fue inferior a la ecuación I, y superior a las otras 18 ecuaciones consideradas. Por otra parte, en ese mismo estudio fue última para las lactancias que comienzan en invierno, lo que refleja la poca versatilidad para ajustar los diferentes tipos de curvas de lactancia, lo cual es similar al presente trabajo.

En promedio la función inversa parabólica exponencial (ecuación VIII) fue superior respecto a tres ecuaciones consideradas (I, II y IV), modelando curvas de lactancia en ganado Hariana (Singh y Bhat, 1978; Bhat *et al.*, 1981). Por otro lado, Batra (1986) concluye que la ecuación VIII provee mejor ajuste en curvas de lactancia de vacas lecheras, que la modificación de la ecuación tipo gama comparada. Sin embargo, las comparaciones anteriores fueron realizadas por el cálculo de R^2 , con el uso de transformaciones de las ecuaciones.

La ecuación IV ocupó el primer lugar para P y AxP, y evaluando en cada número de lactancia nunca hubo otra ecuación que la superara estadísticamente ($P > .05$), por lo cual se sugiere su posible utilización en estos genotipos. Para el genotipo A se ubicó en el sexto lugar, sin diferencias significativas ($P > .05$) con las ecuaciones ordenadas del segundo al quinto lugar. Lo anterior sugiere que la mejor ecuación depende del genotipo de la vaca y por lo tanto de su PL.

Sikka (1950) mostró que esta ecuación tiene ventajas sobre la ecuación más generalizada hasta esa fecha (ecuación II), y menciona que se obtuvo una buena estimación para el promedio de curvas de lactancia. Bhat *et al.* (1981) encontraron que la ecuación parabólica exponencial da una buena estimación en curvas de lactancia de ganado Hariana, y como una ecuación intermedia en jerarquización entre las comparadas. Conclusiones semejantes fueron reportadas

por Singh y Bhat (1978) bajo condiciones similares, pero adicionalmente encontraron a esta ecuación como la mejor en un máximo de lactancias, al ser comparadas variando el tiempo de lactancia. Por otro lado, Papajcsik y Boderó (1988) compararon 20 ecuaciones para estimar curvas de lactancia en ganado Holstein bajo clima subtropical, eliminando a la ecuación IV en análisis preliminares por su asimetría con los datos observados al ser graficados.

Una ecuación alternativa más simple que IV, fue la regresión lineal incluyendo un término cuadrático (ecuación V), la cual mostró un ordenamiento jerárquico similar, ubicándose en cuarto, tercero y segundo lugar, para A, P y AxP, respectivamente, sin diferencias significativas ($P > .05$) con la ecuación IV. La simplicidad computacional para la estimación de parámetros en esta ecuación, la sustentan como una posible alternativa para los casos como los considerados.

Los resultados mostrados por Gaskins y Anderson (1980), indican que la tendencia en la PL diaria fue curvilínea para vacas Jersey x Angus, Simmental x Angus y Angus x Hereford de 3 y 4 años de edad, lo cual puede ser representado por ecuaciones cuadráticas, y recomienda su uso para bovinos de carne de mayores producciones. Papajcsik y Boderó (1988) probaron esta ecuación en ganado Holstein bajo clima subtropical, encontrando ajustes no satisfactorios con los datos observados. Dave (1971, citado por Papajcsik y Boderó, 1988) mencionan que esta ecuación obtuvo una buena estimación de la primera lactancia de búfalos.

El hecho de que la ecuación gama incompleta (I) se ubicara en primero, segundo y tercero, para A, P y AxP, respectivamente; de que en A fuera primer lugar para la primera, segundo y sexta o más lactancias, y en P para la segunda y cuarta lactancia, y en AxP para la primera lactancia; además de que no existiera ninguna ecuación estadísticamente superior ($P > .05$), nos sugiere que esta ecuación es la de mayor versatilidad para tener buenos ajustes bajo diversas condiciones.

Muchos trabajos reportan ventajas de la ecuación de Wood sobre otras ecuaciones o su uso bajo diversas condiciones de ambientes, manejos, genotipos y especies (Wood, 1972; 1976; Kellogg *et al.*, 1977; Cobby y Le Du, 1978; Singh y Bhat, 1978; Schneeberger, 1981; Congleton y Everett, 1980a; 1980b; Bhat *et al.*, 1981; Shanks *et al.*, 1981; Rowlands *et al.*, 1982; Papajcsik y Boderó, 1988; Mezzadra *et al.*, 1989; Aguilar y Aparicio, 1990; Hohenboken

et al., 1992; Sakul y Boylan, 1992; Barreras, 1994), lo cual facilita las comparaciones con otros resultados y refuerza la viabilidad de su utilización.

2.2. Formas de las curvas de lactancia generadas por las ecuaciones y genotipos

En las Figuras 8, 9 y 10 (ver también en Apéndice 9) se muestran los tipos de curvas generadas por las ocho ecuaciones y los mejores ajustes independientemente de la ecuación, para vacas A, P y AxP, respectivamente. Para cualquier genotipo considerado, en las ecuaciones I, VII y VIII, se observaron similares proporciones de formas, lo mismo entre la ecuación IV y V, y entre la II y VI.

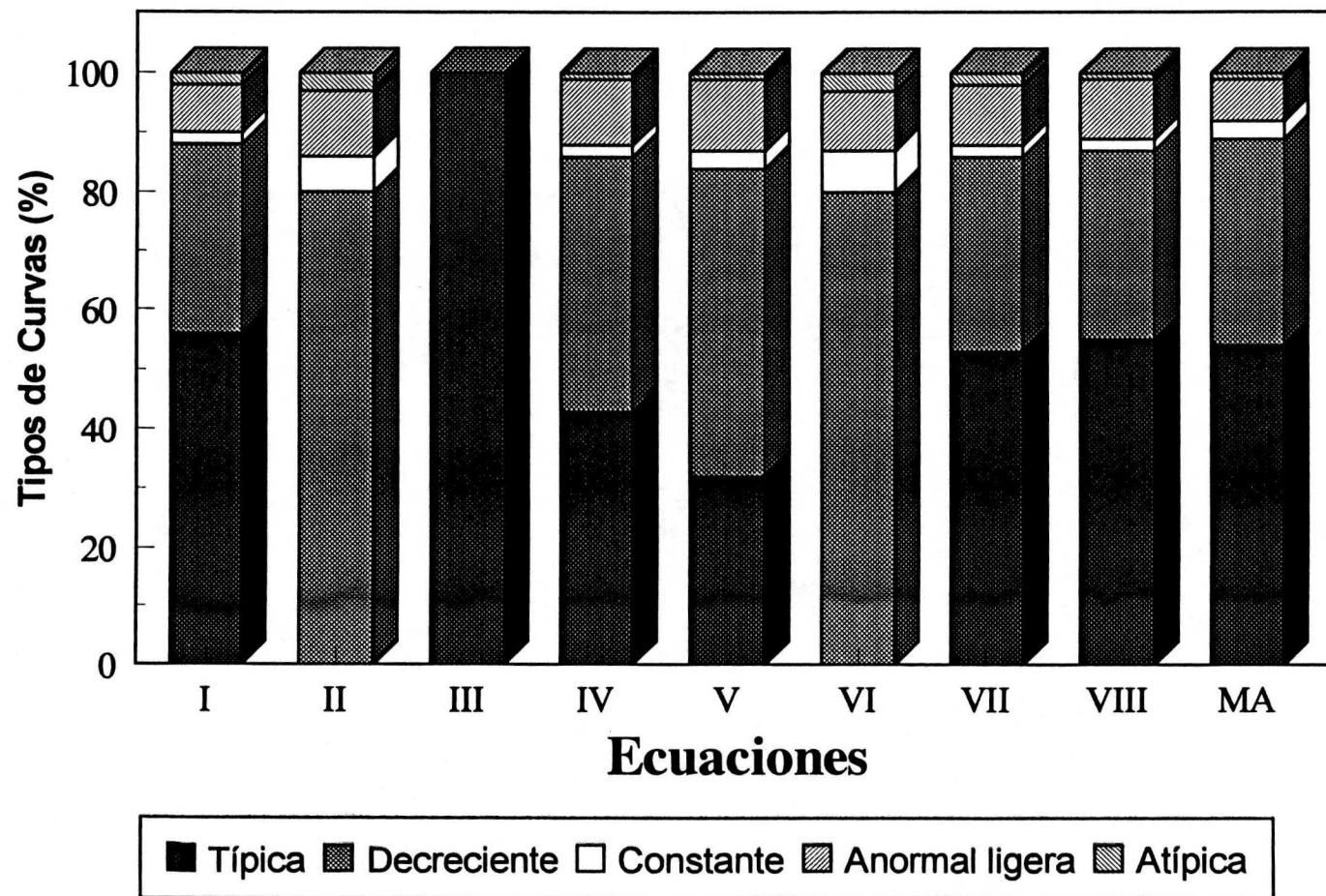
En las ecuaciones I, VII y VIII la forma predominante (46 a 60%) fue de incremento inicial hasta llegar a un pico máximo y posterior disminución (Típica), lo cual corresponde a la forma típica en ganado lechero.

Para las ecuaciones IV y V la forma predominante fue variable dependiendo del genotipo, siendo para AxP la forma típica (58 a 63%); mientras que en los casos de A y P fue de máxima producción al inicio con disminución gradual (decreciente, 43 a 54%), lo cual representa en realidad aumentos y disminuciones muy leves, por lo que pueden considerarse en la práctica como una tendencia a decremento en la producción.

En las ecuaciones II y VI la mayor cantidad de lactancias fueron de forma decreciente (48 a 80%). Como es de esperarse el resto de las formas generadas por esta ecuación, son de aumentos en la producción o constante. La poca versatilidad de estas ecuaciones, nos sugiere que su posible utilización está condicionada a vacas que presenten comportamientos decrecientes en producción, como posiblemente ocurra en ganado con muy baja PL.

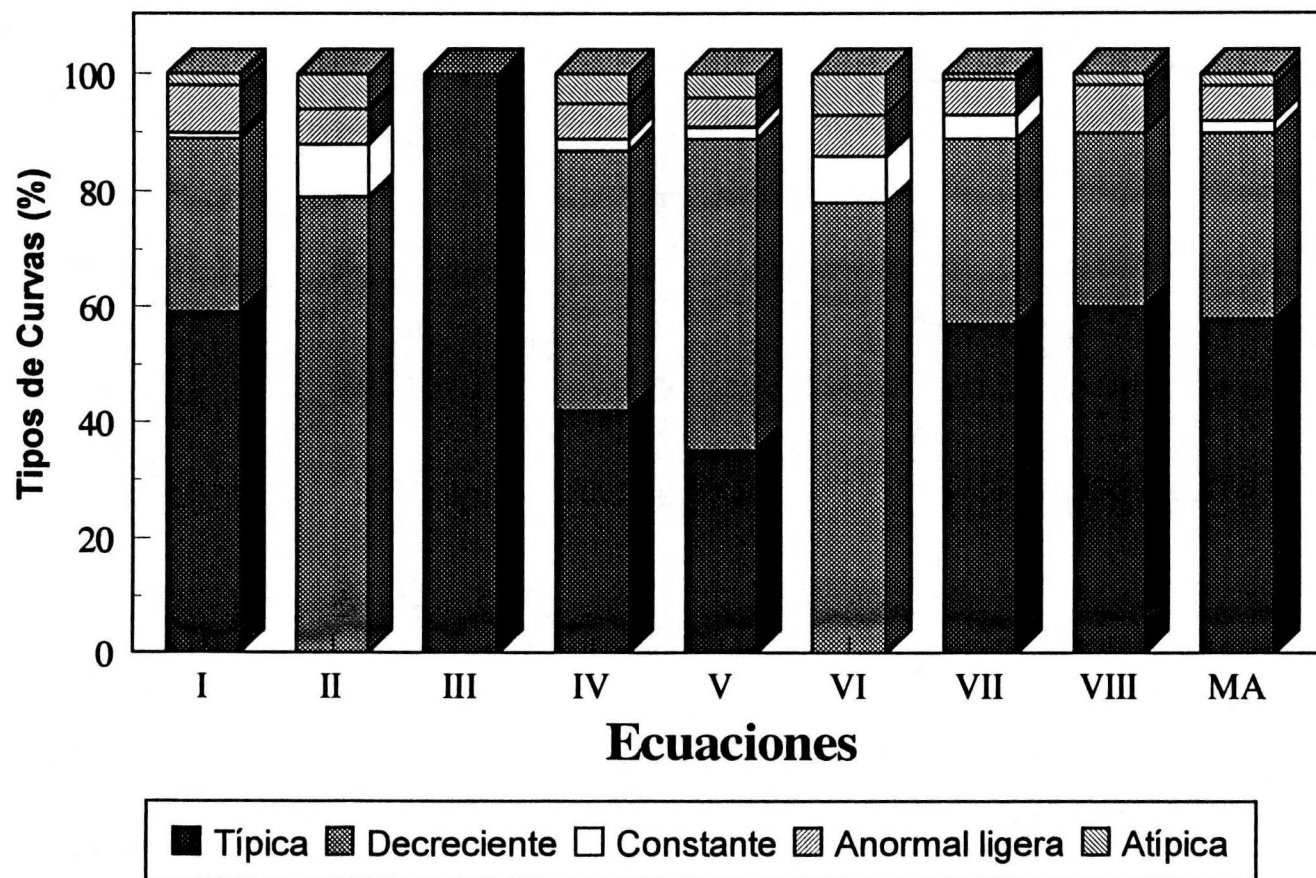
En la ecuación III la única forma encontrada fue la típica, para cualquier genotipo y número de lactancia. Lo anterior muestra la rigidez de la ecuación para adaptarse a condiciones diversas, y aporta elementos para sugerir no utilizarla.

Las comparaciones del ajuste de las curvas generadas por las ocho ecuaciones, respecto a las formas de las curvas de mejor ajuste, independientemente de la ecuación, presentaron similitudes para la ecuación I en los tres genotipos, para la ecuación IV en A y AxP, para las ecuaciones VII y VIII en A y P, y para la ecuación V en A ($P > .01$, Apéndice 10). En



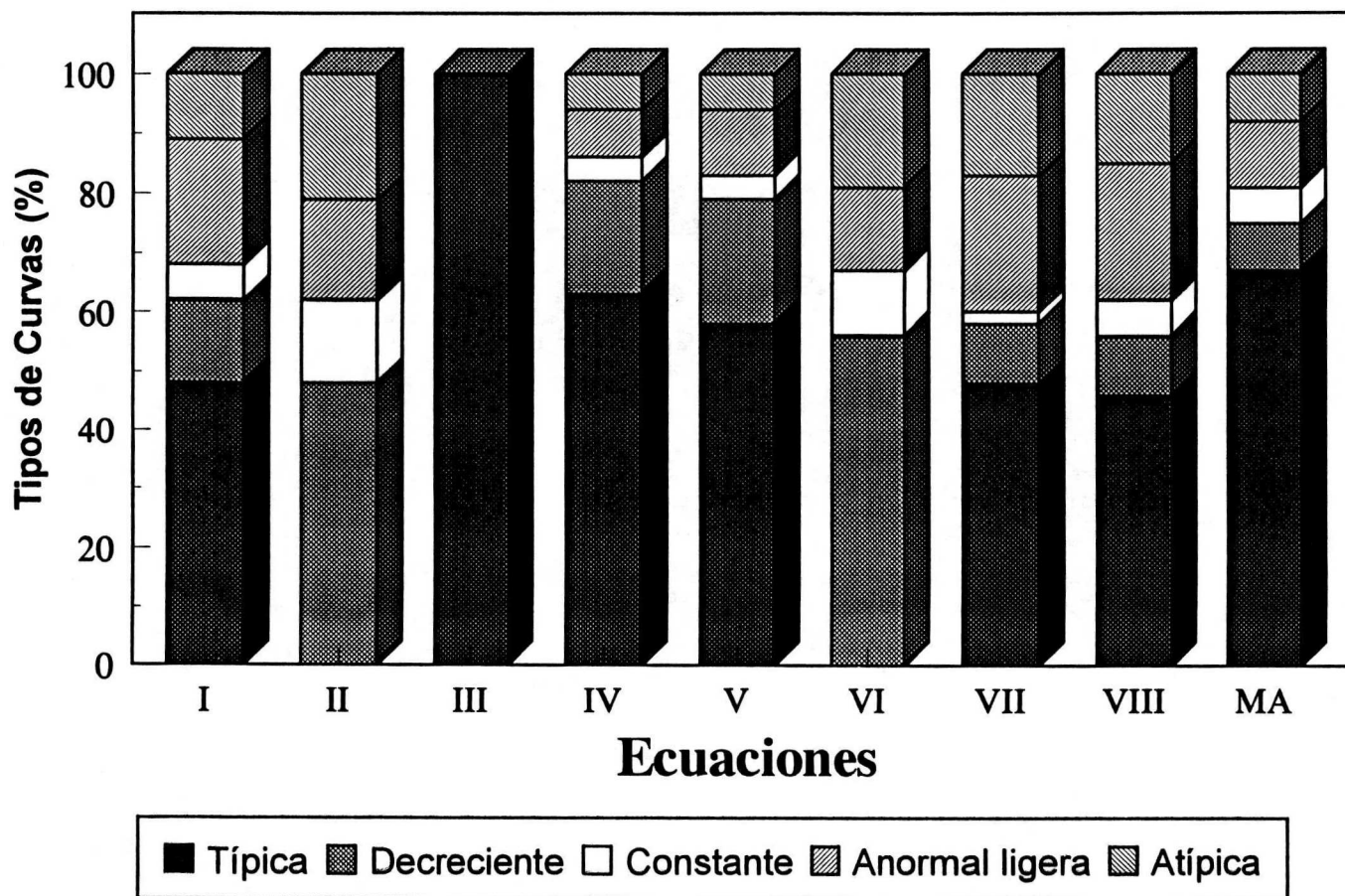
I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal; VII = Cobby y Le Du; VIII = Nelder.

Figura 8. Tipos de curvas de lactancia generadas por ocho ecuaciones y los mejores ajustes independientemente de la ecuación, en vacas *Angus*.



I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal; VII = Cobby y Le Du; VIII = Nelder.

Figura 9. Tipos de curvas de lactancia generadas por ocho ecuaciones y los mejores ajustes independientemente de la ecuación, en vacas *Suizo Pardo*.



I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal; VII = Cobby y Le Du; VIII = Nelder.

Figura 10. Tipos de curvas de lactancia generadas por ocho ecuaciones y los mejores ajustes independientemente de la ecuación, en vacas de *Cruzas* recíprocas de Angus y Suizo Pardo.

general, puede considerarse que excepto para las ecuaciones II, III, y VI, las demás ecuaciones tienen tendencias a ajustarse a las formas generadas por las curvas de mejor ajuste.

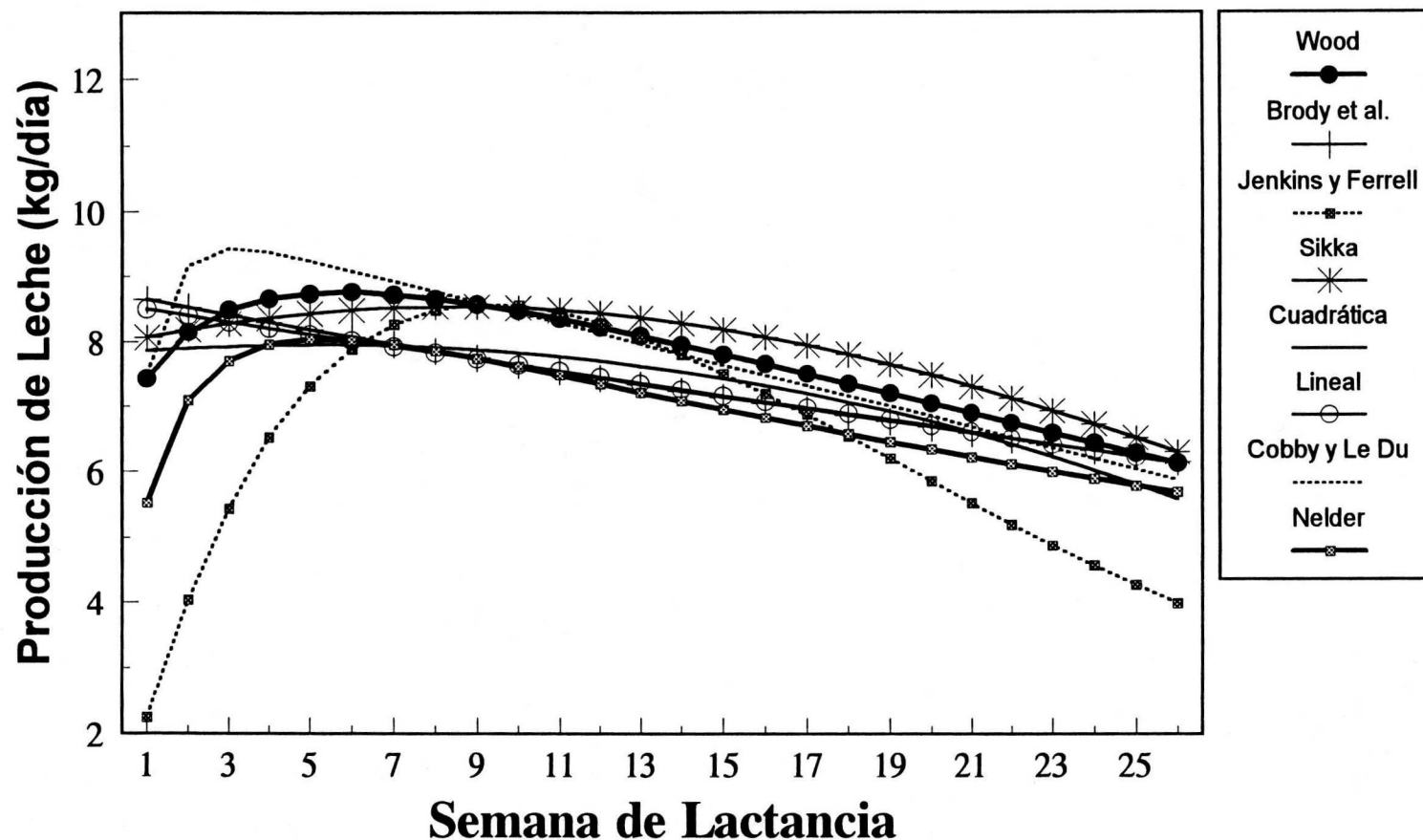
En relación a las formas generadas por los mejores ajustes de las curvas, independientemente de la ecuación (figuras 8, 9 y 10), estas fueron similares para A y P, mientras que para AxP fueron obtenidas una mayor proporción de curvas no satisfactorias. El tipo de curva obtenido en mayor frecuencia para todos los genotipos, fue la forma típica (54, 58 y 67%, para A, P y AxP), siendo la forma secundaria la decreciente (35, 32 y 8%, para A, P y AxP).

La versatilidad de la ecuación I para generar diversos tipos de curvas ha sido observada por Shimizu y Umrod (1976, citado por Shanks *et al.*, 1981) en ganado lechero, al encontrar 32% de curvas de forma decreciente. Dhanoa y Le Du (1982) mencionan que la ecuación I puede cambiar a formas decrecientes (tipo II o VI) cuando el pico máximo no está bien definido. Congleton y Everett (1980a) también observaron que la ecuación I tiene una gran flexibilidad para generar curvas de diferentes formas.

2.3. Caracterización de las curvas de lactancia predichas por las ecuaciones

La idea central de este capítulo, es ejemplificar la forma de las curvas generadas por las ecuaciones y tratar de tipificar algunas inconsistencias. En las Figuras 11, 12 y 13 se muestran las curvas de PL promedio, generadas por las ocho ecuaciones en vacas A, P y AxP, respectivamente. En el Apéndice 11 se describen los valores de los parámetros usados para la construcción de estas curvas de lactancia.

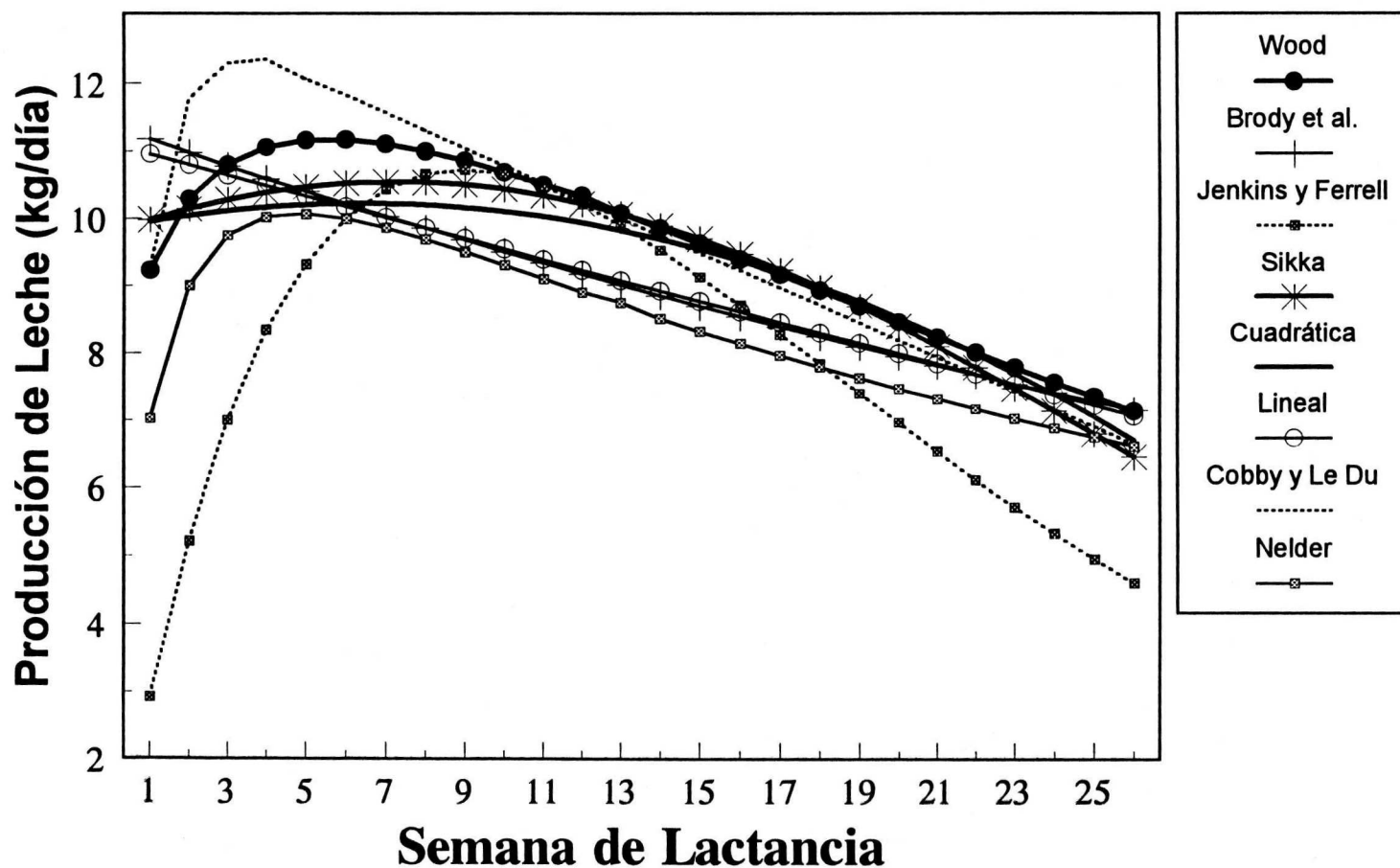
Recapitulando lo discutido con anterioridad, las ecuaciones I y VIII son las que representan mejor los datos observados (Apéndice 6) para el genotipo A, al tener en promedio menores CMR's. La forma de las curvas generadas por estas dos ecuaciones son similares (Figura 11), pero con mayores producciones de I sobre VIII a través de toda la lactancia. La subestimación de VIII en comparación con I, es más importante al inicio de la lactancia. Estas curvas se caracterizan por un incremento inicial rápido de PL (más tenue en I), hasta alcanzar un pico máximo temprano, con una posterior disminución gradual lenta.



Número de lactancias consideradas:

Wood = 133; Brody *et al.* = 132; Jenkins y Ferrell = 136; Sikka = 134; Cuadrática = 135; Lineal = 132; Cobby y Le Du = 95; Nelder = 134.

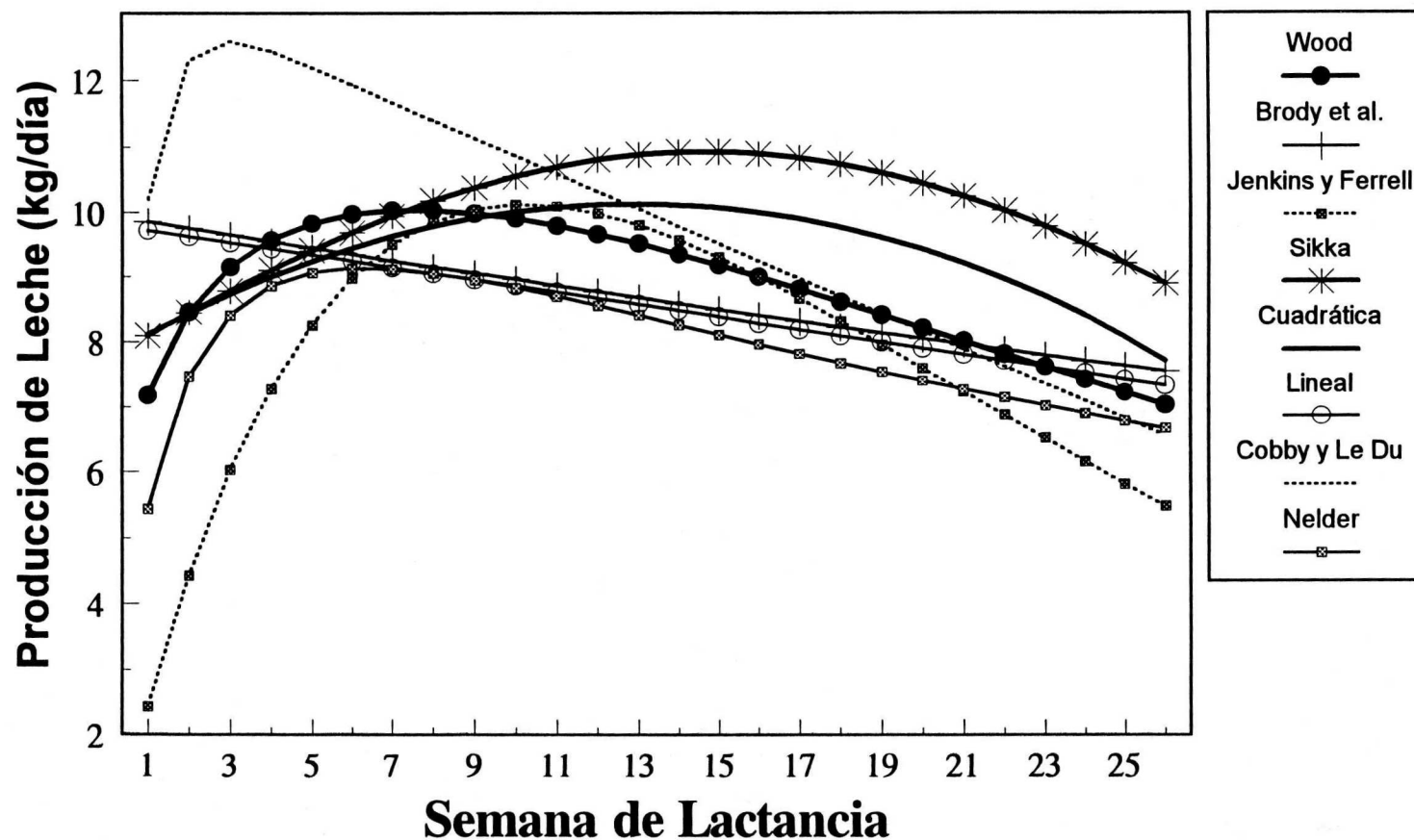
Figura 11. Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por ocho ecuaciones en vacas *Angus*.



Número de lactancias consideradas:

Wood = 106; Brody *et al.* = 101; Jenkins y Ferrell = 109; Sikka = 105; Cuadrática = 104; Lineal = 101;
Cobby y Le Du = 71; Nelder = 108.

Figura 12. Curvas de producción de leche promedio (Kg/día), generadas por ocho ecuaciones en vacas *Suizo Pardo*.



Número de lactancias consideradas:

Wood = 46; Brody *et al.* = 41; Jenkins y Ferrell = 52; Sikka = 49; Cuadrática = 49; Lineal = 41;
Cobby y Le Du = 35; Nelder = 45.

Figura 13. Curvas de producción de leche promedio (kg/día), generadas por ocho ecuaciones en vacas de *cruzas* recíprocas de Angus y Suizo Pardo.

En la ecuación VII se observó una forma semejante a la ecuación VIII, pero con un pico inicial más acentuado y definido. Las ecuaciones II y VI tuvieron prácticamente el mismo comportamiento, que consiste en máxima PL al inicio de la lactancia, y posterior disminución gradual lenta. Estas ecuaciones en promedio muestran sobrestimación al principio y al final de la lactancia, con subestimaciones en la parte media, en comparación con la ecuación de mejor ajuste (I). La ecuación III presentó lo inverso que II y VI, al subestimar al principio y fin de la lactancia, con sobrestimación de la parte media. En las lactancias individuales de III también se mostraron claramente estas fallas en los ajustes, pero la de mayor consistencia fue la subestimación inicial para prácticamente todas las lactancias. Comportamientos similares fueron observados entre las ecuaciones IV y V, con valores de producción cercanos a la mejor ecuación (I), pero con subida y posterior bajada muy leves, de formas convexas, dando como resultado sobrestimación ligera al inicio y final de la lactancia, y subestimación ligera en la parte media.

Las formas de las curvas de lactancia generadas por las ocho ecuaciones en la raza P se muestran en la Figura 12, donde las ecuaciones que mejor representan los datos observados son la IV, I y V (Apéndice 7), por tener en promedio menores CMR's. En general, el comportamiento de las curvas generadas por las ecuaciones es similar al observado con las vacas Angus. Algunas de las diferencias que pueden mencionarse, son una mayor subestimación de la ecuación VII respecto a las curvas de mejor ajuste, siendo más evidente en la parte inicial de la lactancia, y en general una mayor producción de P sobre A, observándose también una disminución mayor después del pico máximo de producción para este genotipo en comparación con A.

En el caso del genotipo AxP, las formas de las curvas se muestran en la Figura 13, donde al igual que en P, las ecuaciones que mejor representan los datos observados son la IV, V y I (Apéndice 8). En general, las curvas generadas por las ecuaciones son semejantes a lo observado con A y P. La diferencia más destacable es en las ecuaciones IV y V, en las cuales la sobrestimación en la parte final de la lactancia es mayor respecto a I, por lo cual el pico máximo de producción ocurre más tardíamente. La PL en general para AxP, es de magnitud intermedia entre A y P.

Hohenboken *et al.* (1992) también reportaron la sistemática falta de ajuste observada por la ecuación III, al subestimar la producción observada al principio y al final de la lactancia, y sobrestimar en la parte media de la lactancia, en vacas Angus y Angus x Holstein.

Kumar y Bhat (1979, citados por Papajcsik y Boderó, 1988) observaron similar comportamiento que el de este estudio para la ecuación VIII, por lo que recomiendan su uso para lactancias que comienzan con un nivel de producción bajo y con un pico máximo temprano.

Las diferencias observadas por las curvas predichas por las diferentes ecuaciones, nos muestran que la ecuación a utilizar para estimar curvas de lactancia, puede ser un factor importante para la representación adecuada del fenómeno y sus comparaciones genéticas y/o ambientales.

CONCLUSIONES

Los procedimientos no-lineales son mejores que los linearizados, para estimar los parámetros que caracterizan curvas de lactancia. Los cuadrados medios de residuales de los procedimientos no-lineales fueron ligeramente menores que los lineales, sin embargo, para todas las lactancias analizadas se obtuvieron reducciones en los residuales y la magnitud de los parámetros fue diferente, por lo cual se recomienda su utilización preferentemente.

No se observaron fundamentos para utilizar el procedimiento de ponderación, para ninguna de las ecuaciones y procedimientos utilizados para estimar curvas de lactancia en genotipos para carne. Lo anterior es debido a que en los análisis de residuales, la mayor proporción de tendencias fueron satisfactorias (excepto la ecuación de Jenkins y Ferrell), y la restante proporción fueron diferentes tipos de tendencias no satisfactorias, lo que imposibilita plantear algún tipo de posible ponderador. En la ecuación de Jenkins y Ferrell, la mayor proporción de tendencias fueron no satisfactorias, sin embargo, los patrones obtenidos se debieron principalmente a modelos inadecuados.

Las ecuaciones que mejor se ajustaron a las curvas de lactancia de vacas Angus fueron la de Wood y la de Nelder, mientras que para el caso de vacas Suizo Pardo y cruza recíprocas Angus x Suizo Pardo fueron la de Sikka, la de Wood y la cuadrática. Lo anterior sugiere que la mejor ecuación depende del genotipo de la vaca, posiblemente por diferentes niveles de producción de leche, por lo cual algunas de estas ecuaciones u otras de las consideradas, pudieran ser utilizadas bajo condiciones específicas con buenos resultados.

La ecuación de Wood mostró ser muy flexible, al tener los mejores ajustes en curvas de lactancia de diferentes genotipos y números de lactancia. Las ventajas mostradas, su versatilidad de adaptación a diferentes condiciones y su difusión más amplia, la ubican como la ecuación a utilizarse en genotipos con comportamientos semejantes a los aquí considerados.

La ecuación de Jenkins y Ferrell consistentemente mostró el peor ajuste entre las ecuaciones evaluadas. Por lo anterior, su uso debe ser condicionado a demostrar su bondad, aún cuando haya sido desarrollada específicamente para ganado de carne.

BIBLIOGRAFIA CITADA

- Abadia, D. y J. S. Brinks. 1972. Milk production of Hereford heifers. *J. Anim. Sci.* 34:886 (Resumen).
- Aguilar, B. J. A. y J. J. C. Aparicio. 1990. Comportamiento productivo de ovejas y corderos Corriedale, Rambouillet y Suffolk durante la lactancia. Tesis Profesional. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx.
- Alenda, R., T. G. Martin, J. F. Lasley y M. R. Ellersieck. 1980. Estimation of genetic and maternal effects in crossbred cattle of Angus, Charolais and Hereford parentage. I. Birth and weaning weights. *J. Anim. Sci.* 50:226.
- Anthony, W. B., R. R. Harris, V. L. Brown y J. G. Starling. 1961. Influence of winter feeding on milk production of wet beef cows. *J. Anim. Sci.* 20:399 (Resumen).
- Bailey, C. M. 1981. Calf survival and preweaning growth in divergent beef breeds and crosses. *J. Anim. Sci.* 52:1244.
- Barreras, S. A. 1994. Aspectos genéticos y fenotípicos de la curva de lactancia en cabras. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx.
- Batra, T. R. 1986. Comparison of two mathematical models in fitting lactation curves for pureline and crossline dairy cows. *Can. J. Anim. Sci.* 66:405.
- Beal, W. E. y J. M. Kearnan. 1993. Milk production and calf weaning weight. Proceedings Beef Improvement Federation. Research Symposium and annual meeting. North Carolina 26-29 de mayo de 1993.
- Beal, W. E., D. R. Notter y R. M. Akers. 1990. Techniques for estimation of milk yield in beef cows and relationships of milk yield to calf weight gain and postpartum reproduction. *J. Anim. Sci.* 68:937.
- Bhat, P. N., R. Kumar y R. C. Garg. 1981. Note on comparative efficiency of various lactation curve functions in Haryana cattle. *Indian J. Anim. Sci.* 51:102.
- Boggs, D. L., E. F. Smith, R. R. Schalles, B. E. Brent, L. R. Corah y R. J. Pruitt. 1980. Effects of milk and forage intake on calf performance. *J. Anim. Sci.* 51:550.

- Bond, J. y J. N. Wiltbank. 1970. Effect of energy and protein on estrus, conception rate, growth and milk production on beef females. *J. Anim. Sci.* 30:438.
- Bowden, D. M. 1980. Feed utilization for calf production in the first lactation by 2-year-old F₁ crossbred beef cows. *J. Anim. Sci.* 51:304.
- Brody, S., A. D. Ragsdale y C. W. Turner. 1923. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. *J. Gen. Physiol.* 5:441.
- Butson, S. y R. T. Berg. 1984a. Lactation performance of range beef and dairy-beef cows. *Can. J. Anim. Sci.* 64:253.
- Butson, S. y R. T. Berg. 1984b. Factors influencing lactation performance of range beef and dairy cows. *Can. J. Anim. Sci.* 64:267.
- Butts, W. T., D. O. Onks, J. B. Neel, J. A. Corrick y J. W. Holloway. 1984. Relationships between traits of cow-calf pairs and a measure of partial efficiency. *J. Anim. Sci.* 59:1176.
- Chenette, C. G. y R. R. Frahm. 1981. Yield and composition of milk from various two-breed cross cows. *J. Anim. Sci.* 52:483.
- Chigaru, P. R. N. y J. H. Topps. 1981. The composition of body-weight changes in underfed lactating beef cows. *Anim. Prod.* 32:95.
- Christian, L. L., E. R. Hauser y A. B. Chapman. 1965. Heritability estimates in beef cattle based on identical and fraternal twin data. *J. Anim. Sci.* 24:643.
- Clutter, A., S. Pritchard y M. Nielsen. 1985. Milk production: Effect on pre- and post-weaning calf performance. *Nebraska Beef Cattle Report.* p.8-9.
- Clutter, A. C. y M. K. Nielsen. 1987. Effect of level of beef cow milk production on pre and postweaning calf growth. *J. Anim. Sci.* 64:1313.
- Cobby, J. M. y Y. L. P. Le Du. 1978. On fitting curves to lactation data. *Anim. Prod.* 26:127.
- Congleton, W. R. y R. W. Everett. 1980a. Error and bias in using the incomplete gamma function to describe lactations curves. *J. Dairy Sci.* 63:101.

- Congleton, W. R. y R. W. Everett. 1980b. Application of the incomplete gamma function to predict cumulative milk production. *J. Dairy Sci.* 63:109.
- Conover, W. J. 1980. *Practical Nonparametric Statistics*. Segunda Edición. Jhon Wiley & Sons, Inc., New York.
- Cundiff, L. V., K. E. Gregory, F. J. Schwulst y R. M. Koch. 1974. Effects of heterosis on maternal performance and milk production in Hereford, Angus and Shorthorn cattle. *J. Anim. Sci.* 38:728.
- Daley, D. R., A. McCuskey y C. M. Bailey. 1987. Composition and yield of milk from beef-type *Bos taurus* and *Bos Indicus* x *Bos Taurus* dams. *J. Anim. Sci.* 64:373.
- Davis, M. E., J. J. Rutledge, L. V. Cundiff y E. R. Hauser. 1983. Life cycle efficiency of beef production: II. Relationships of cow efficiency ratios to traits of the dam and progeny weaned. *J. Anim. Sci.* 57:852.
- Dean, R. A., J. H. Holloway, J. V. Whiteman, D. F. Stephens y R. Totusek. 1976. Feedlot performance of progeny of Hereford, Hereford x Holstein and Holstein cows. *J. Anim. Sci.* 42:1290.
- Deutscher, G. H. y J. V. Whiteman. 1971. Productivity as two-year-olds of Angus-Holstein crossbreds compared to Angus heifers under range conditions. *J. Anim. Sci.* 33:337.
- Dhanao, M. S. 1981. A note on an alternative form of the lactation model of Wood. *Anim. Prod.* 32:349.
- Dhanao, M. S. y Y. L. P. Le Du. 1982. A partial adjustment model to describe the lactation curve of a dairy cow. *Anim. Prod.* 34:243.
- Díaz, C., D. R. Notter y W. E. Beal. 1992. Relationship between milk expected progeny differences of Polled Hereford sires and actual milk production of their crossbred daughters. *J. Anim. Sci.* 70:396.
- Dickerson, G. E. 1969. Experimental approaches in utilising breed resources. *Anim. Breed. Abstr.* 37:191.
- Dickerson, G. E., P. Guerra-Martínez, G. Anderson y R. D. Green. 1988. Twinning and efficiency of beef production. 3rd Wld. Cong. in Sheep and Beef Cattle Breeding. 1:1-10.

- Dickey, J. R., M. Koger, D. E. Franke y W. C. Burns. 1970. Milk production in beef cattle. J. Anim. Sci. 30:317 (Resumen).
- Dickey, J. R., M. Koger, D. E. Franke y W. C. Burns. 1972. Relationships between milk and beef production. J. Anim. Sci. 34:342 (Resumen).
- Dillard, E. U., M. K. M. Yusuff y O. W. Robison. 1978. Milk production in Hereford cows. II. Heritabilities and repeatabilities. J. Anim. Sci. 47:137.
- Dinkel, C. A. y M. A. Brown. 1978. An evaluation of the ratio of calf weight to cow weight as an indicator of cow efficiency. J. Anim. Sci. 46:614.
- Draper, N. R. y H. Smith. 1981. Applied regression analysis. Jhon Wiley & Sons, Inc., New York.
- Drewry, K. J., S. P. Becker, T. G. Martin y L. A. Nelson. 1978. Crossing Angus and Milking Shorthorn cattle: Calf performance to weaning. J. Anim. Sci. 46:83.
- Flores, M. J. y O. S. Domínguez. 1990. Heterosis y efectos genéticos individuales y maternos para características predestete en un cruzamiento entre bovinos Angus y Pardo Suizo. Tesis Profesional. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx.
- France, J. y J. H. M. Thornley. 1984. Mathematical models in agriculture. Butterworth, Inglaterra.
- Furr, R. D. y A. B. Nelson. 1964. Effect of level of supplemental winter feed on calf weight and on milk production of fall-calving range beef cows. J. Anim. Sci. 23:775.
- García, E. 1981. Modificaciones al Sistema de Clasificación Climática de Koopen (para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana). Instituto de Geografía. UNAM. México.
- García, P. J. 1989. Análisis de regresión con aplicaciones. VI Coloquio del Departamento de Matemáticas. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. 31 de julio al 18 de agosto de 1989. México, D. F.
- Gaskins, T. C. y D. C. Anderson. 1980. Comparison of lactation curves in Angus-Hereford, Jersey-Angus and Simmental-Angus cows. J. Anim. Sci. 50:828.

- Green, R. D., L. V. Cundiff y G. E. Dickerson. 1991. Life-cycle biological efficiency of *Bos indicus* x *Bos taurus* and *Bos taurus* crossbred cow-calf production to weaning. J. Anim. Sci. 69:3544.
- Gregory, K. E., L. V. Cundiff y R. M. Koch. 1992. Effects of breed and retained heterosis on milk yield and 200-day weight in advanced generations of composite populations of beef cattle. J. Anim. Sci. 70:2366.
- Grossman, M., A. L. Kuck y H. W. Norton. 1986. Lactation curves of purebred and crossbred cattle. J. Dairy Sci. 69:195.
- Gujarati, D. 1981. Econometría básica. McGraw-Hill, México.
- Hernández, Q. J. J. y R. J. G. Ríos. 1993. Comparación de la gama incompleta y la gama linealizada para utilizarse en la formación de curvas de lactancia. XXIV Reunión de la AMPA. Chihuahua, Chih. 13-15 de octubre de 1993 (Resumen).
- Hohenboken, W. D., E. R. Hauser, A. B. Chapman y L. V. Cundiff. 1973. Phenotypic correlations between dam traits expressed during development and lactation and traits of progeny in cattle. J. Anim. Sci. 37:1.
- Hohenboken, W. D., A. Dudley y D. E. Moody. 1992. A comparison among equations to characterize lactation curves in beef cows. Anim. Prod. 55:23.
- Irgang, R., E. U. Dillard, M. W. Tess y O. W. Robison. 1985. Selection for weaning weight and postweaning gain in Hereford cattle. III. Correlated responses to selection in milk yield, preweaning and postweaning traits. J. Anim. Sci. 60:1156.
- Jenkins, T. G. y G. L. Ferrell. 1984. A note on lactation curves of crossbred cows. Anim. Prod. 39:479.
- Kellogg, D. W., N. S. Urquhart y A. J. Ortega. 1977. Estimating Holstein lactation curves with a gamma curve. J. Dairy Sci. 60:1308.
- Klett, R. H., T. R. Mason y J. K. Riggs. 1965. Milk production of beef cows and its relationship to the weaning weight of their calves. J. Anim. Sci. 24:586.

- Knapp, B. W., O. F. Pahnish, J. J. Urick, J. S. Brinks y G. V. Richardson. 1980. Preweaning and weaning heterosis for maternal effects of beef x beef and beef x dairy crosses. *J. Anim. Sci.* 50:800.
- Koch, R. M. 1972. The role of maternal effects in animal breeding: VI. Maternal effects in beef cattle. *J. Anim. Sci.* 35:1316.
- Kress, D. D., D. E. Doornbos y D. C. Anderson. 1990a. Performance of crosses among Hereford, Angus and Simmental cattle with different levels of Simmental breeding: IV. Maternal heterosis and calf production by two-year-old dams. *J. Anim. Sci.* 68:54.
- Kress, D. D., D. E. Doornbos y D. C. Anderson. 1990b. Performance of crosses among Hereford, Angus and Simmental cattle with different levels of Simmental breeding: V. Calf production, milk production and reproduction of three- to eight-year-old dams. *J. Anim. Sci.* 68: 1910.
- Long, C. W. 1980. Crossbreeding in beef cattle: Experimental results. *J. Anim. Sci.* 51:1243.
- Linzell, J. L. 1972. Milk yield, energy loss in milk, and mammary gland weight in different species. *Dairy Sci. Abstr.* 34:351.
- Lubritz, D. L., K. Forrest y O. W. Robison. 1989. Age of cow and age dam effects on milk production of Hereford cows. *J. Anim. Sci.* 67:2544.
- Madalena, F. E., M. L. Martínez y A. F. Freitas. 1979. Lactation curves of Holstein-Friesian and Holstein-Friesian x Gir cows. *Anim. Prod.* 29:101.
- Mallinckrodt, C. H., R. M. Bourdon, B. L. Golden, R. R. Schalles y K. G. Odde. 1993. Relationship of maternal milk expected progeny differences to actual milk yield and calf weaning weight. *J. Anim. Sci.* 71:355.
- Mangus, W. L. y J. S. Brinks. 1971. Relationships between direct and maternal effects on growth in Herefords. I. Environmental factors during preweaning growth. *J. Anim. Sci.* 32:17.
- Marshall, D. A., W. R. Parker y C. A. Dinkel. 1976. Factors affecting efficiency to weaning in Angus, Charolais and reciprocal cross cows. *J. Anim. Sci.* 43:1176.

- Marshall, T. T., D. D. Hargrove y T. A. Olson. 1987. Heterosis and additive breed effects on feedlot and carcass traits from crossing Angus and Brown Swiss. *J. Anim. Sci.* 64:1332.
- Marshall, D. M. y M. B. Long. 1993. Relationship of beef sire expected progeny difference to maternal performance of crossbred daughters. *J. Anim. Sci.* 71:2371.
- Marston, T. T., D. D. Simms, R. R. Schalles, K. O. Zoellner y L. C. Martin. 1990. Relationship of milk expected progeny difference to total milk production and calf weaning weight in Angus and Simmental cows. *J. Anim. Sci.* 68(supl.1):488 (Resumen).
- Melton, A. A., T. C. Cartwright y L. A. Nelson. 1967. Cow size as related to efficiency of calf gain. *J. Anim. Sci.* 26:206 (Resumen).
- Meyer, K., M. J. Carrick y B. J. P. Donnelly. 1994. Genetic parameters for milk production of Australian beef cows and weaning weight of their calves. *J. Anim. Sci.* 72:1155.
- Mezzadra, C., R. Paciaroni, S. Vulich, E. Villarreal y L. Melucci. 1989. Estimation of milk consumption curve parameters for different genetic groups of bovine calves. *Anim. Prod.* 49:83.
- Molina, J. R. y C. Boschini. 1979. Ajuste de la curva de lactancia de ganado Holstein con un modelo lineal modal. *Agron. Costarr.* 3:167.
- Mondragón, I., J. H. Wilton, O. B. Allen y H. Song. 1983. Stage of lactation effects, repeatabilities and influences on weaning weights of yield and composition of milk in beef cattle. *Can. J. Anim. Sci.* 63:751.
- Montaño-Bermúdez, M. y M. K. Nielsen. 1990a. Reproductive performance and variation in body weight during annual cycles for crossbred beef cows with different genetic potential for milk. *J. Anim. Sci.* 68:2289.
- Montaño-Bermúdez, M. y M. K. Nielsen. 1990b. Biological efficiency to weaning and to slaughter of crossbred beef cattle with different genetic potential for milk. *J. Anim. Sci.* 68:2297.
- Mood, A. M., F. A. Graybill y D. C. Boes. 1974. Introduction to the theory of statistics. 3ª Edición. McGraw-Hill, Inc. New York. p 195.

- Morant, S. V. y A. Gnanasakthy. 1989. A new approach to the mathematical formulation of lactation curves. *Anim. Prod.* 49:151.
- Myers, G. H. 1988. Strategies to control internal parasites in cattle and swine. *J. Anim. Sci.* 66:1555.
- Neidhardt, R., D. Plasse, J. H. Weniger, O. Verde, J. Beltrán y A. Benavides. 1979. Milk yield of Brahman cows in a tropical beef production system. *J. Anim. Sci.* 48:1.
- Nelder, J. A. 1966. Inverse polynomials, a useful group of multi factor response functions. *Biometrics.* 22:128.
- Neville, W. E. 1962. Influence of dam's milk production and other factors on 120- and 240-day weight of Hereford calves. *J. Anim. Sci.* 21:315.
- Neville, W. E., E. P. Warren y W. A. Griffey. 1974. Estimates of age effects of milk production in Hereford cows. *J. Anim. Sci.* 38:1.
- Nielsen, M., A. Clutter, S. Pritchard y B. Van Pelt. 1983. Milk production-influence on reproductive performance. *Nebraska Beef Cattle Report.* p.5-6.
- Notter, D. R., L. V. Cundiff, G. M. Smith, D. B. Laster y K. E. Gregory. 1978. Characterization of biological types of beef cattle. VII. Milk production in young cows and transmitted and maternal effects on preweaning growth of progeny. *J. Anim. Sci.* 46:908.
- Notter, D. R., J. O. Sanders, G. E. Dickerson, G. M. Smith y T. C. Cartwright. 1979. Simulated efficiency of beef production for a Midwestern cow-calf-feedlot management system. I. Milk production. *J. Anim. Sci.* 49:70.
- Núñez-Domínguez, R., G. E. Dickerson, L. V. Cundiff, K. E. Gregory y R. M. Koch. 1992. Economic evaluation of heterosis and culling policies for lifetime productivity in Hereford, Angus, Shorthorn, and crossbred cows. *J. Anim. Sci.* 70:2328.
- Olson, T. A., A. Van Dijk, M. Koger, D. D. Hargrove y D. E. Franke. 1985. Additive and heterosis effects on preweaning traits, maternal ability and reproduction from crossing of the Angus and Brown Swiss breeds in Florida. *J. Anim. Sci.* 61:1121.

- Owens, F. N., P. Dubenski y C. F. Hanson. 1993. Factors that alter the growth and development of ruminants. *J. Anim. Sci.* 71:3138.
- Papajcsik, I. A. y J. Boderó. 1988. Modelling lactation curves of Friesian cows in a subtropical climate. *Anim. Prod.* 47:201.
- Quiroz-Valiente, J., V. Vega-Murillo, A. Ríos-Utrera y M. Montaña-Bermúdez. 1994. Milk yield and composition of Brahman and F₁ crossbred Angus, Hereford, Charolais, and Brown Swiss x Zebu cows. *Proceedings of the 5th World Congress on Genetics Applied to Livestock Production*. Agosto 7-12. Guelph, Ontario, Canadá. 20:379.
- Ratkowsky, D. A. 1990. *Handbook of nonlinear regression models*. Marcel Dekker, Inc., New York.
- Reynolds, W. L., T. M. DeRouen y R. A. Bellows. 1978. Relationships of milk yield of dam to early growth rate of straightbred and crossbred calves. *J. Anim. Sci.* 47:584.
- Richardson, F. D., J. Olivier y G. P. Y. Clarke. 1977. Analysis of some factors which affect the productivity of beef cows in Rhodesia. 2. The yield and composition of milk of suckling cows. *Anim. Prod.* 25:359.
- Roberson, R. L., J. O. Sanders y T. C. Cartwright. 1986. Direct and maternal genetic effects on preweaning characters of Brahman, Hereford and Brahman-Hereford crossbred cattle. *J. Anim. Sci.* 63:438.
- Robison, O. W., M. K. M. Yusuff y E. U. Dillard. 1978. Milk production in Hereford cows. I. Means and correlations. *J. Anim. Sci.* 47:131.
- Robison, O. W., B. T. McDaniel y E. J. Rincón. 1981. Estimation of direct and maternal additive and heterotic effects from crossbreeding experiments in animals. *J. Anim. Sci.* 52:45.
- Rook, A. J., W. J. Fisher y J. D. Sutton. 1992. Sources of variation in yields and concentrations of milk solids in dairy cows. *Anim. Prod.* 54:169.
- Rowlands, G. J., S. Lucey y A. M. Russell. 1982. A comparison of different models of the lactation curve in dairy cattle. *Anim. Prod.* 35:135.

- Rutledge, J. J., O. W. Robison, W. T. Ahlschwede y J. E. Legates. 1971. Milk yield and its influence on 205-day weight of beef calves. *J. Anim. Sci.* 33:563.
- Rutledge, J. J., O. W. Robison, W. T. Ahlschwede y J. E. Legates. 1972. Estimating milk yield of beef cows. *J. Anim. Sci.* 34:9.
- Sakul, H. y W. J. Boylan. 1992. Lactation curves for several US sheep breeds. *Anim. Prod.* 54:229.
- SAS. 1985. *SAS User's Guide*: SAS Inst., Inc., Cary, N. C.
- Schaeffer, L. R., C. E. Minder, I. McMillan y E. B. Burnside. 1977. Nonlinear techniques for predicting 305-day lactation production of Holstein and Jerseys. *J. Dairy Sci.* 60:1636.
- Schneeberger, M. 1981. Inheritance of lactation curve in Swiss Brown cattle. *J. Dairy Sci.* 64:475.
- Schwulst, F. J., L. J. Sumption, L. A. Swiger y V. H. Arthaud. 1966. Use of oxytocin for estimating milk production in beef cows. *J. Anim. Sci.* 25:1045.
- Shanks, R. D., P. J. Berger, A. E. Freeman y F. N. Dickinson. 1981. Genetic aspects of lactation curves. *J. Dairy Sci.* 64:1852.
- Sikka, L. C. 1950. A study of lactation as affected by heredity and environment. *J. Dairy Research.* 17:231.
- Singh, B. y P. N. Bhat. 1978. Models of lactation curves for Haryana cattle. *Indian J. Anim. Sci.* 48:791.
- Todd, J. C., J. K. Riggs y J. C. Smith. 1968. Milk yields and calf weights from Brahman, Hereford and crossbred cows in the Gulf Coast Prairie. *J. Anim. Sci.* 27:286 (Resumen).
- Torres-Hernández, G. y W. Hohenboken. 1979. Genetic and environmental effects on milk production, milk composition and mastitis incidence in crossbred ewes. *J. Anim. Sci.* 49:410.
- Totusek, R., D. W. Arnett, G. L. Holland y J. V. Whiteman. 1973. Relation of estimation method, sampling interval and milk composition to milk yield of beef cows and calf gain. *J. Anim. Sci.* 37:153.

- Ulloa, A. R. 1988. Utilización de registros parciales de producción de leche para estimar lactancias a 305 días en vacas Holstein de primer parto en México. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx.
- Velasco, G. C. 1988. Estimación Jackknife de la función de producción Cobb-Douglas. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Chapingo, México.
- Willham, R. L. 1972. Beef milk production for maximum efficiency. J. Anim. Sci. 34:864.
- Williams, J. H., D. C. Anderson y D. D. Kress. 1979a. Milk production in Hereford cattle. I. Effects of separation interval on weigh-suckle-weigh milk production estimates. J. Anim. Sci. 49:1438.
- Williams, J. H., D. C. Anderson y D. D. Kress. 1979b. Milk production in Hereford cattle. II. Physical measurements: Repeatabilities and relationships with milk production. J. Anim. Sci. 49:1443.
- Wistrand, G. C. y J. K. Riggs. 1966. Milk production of Santa Gertrudis cows as measured by calf nursing and machine milking methods. J. Anim. Sci. 25:263 (Resumen).
- Wood, P. D. P. 1967. Algebraic model of the lactation curve in cattle. Nature. 216:164.
- Wood, P. D. P. 1972. A note on seasonal fluctuations in milk production. Anim. Prod. 15:89.
- Wood, P. D. P. 1976. Algebraic models of the lactation curves for milk fat and protein production, with estimates of seasonal variation. Anim. Prod. 22:35.
- Wood, P. D. P. 1979. A simple model of lactation curves for milk yield, food requirement and body weight. Anim. Prod. 28:55.
- Wyatt, R. D., M. B. Gould, J. V. Whiteman y R. Totusek. 1977. Effect of milk level and biological type on calf growth and performance. J. Anim. Sci. 45:1138.

APENDICES

Apéndice 1. Programas utilizados (SAS, 1985) para la estimación de parámetros de ocho ecuaciones para predecir curvas de lactancia, mediante dos procedimientos de estimación

```
Data uno; infile 'b:vaca2.dat'; input lac sem PL;
sem=sem/7; PL=2*PL/100; lpl=log(PL); lplj=log(PL/sem);
lsem=log(sem); sem1=sem**2; proc sort; by lac;

proc reg data=uno; model lpl=lsem sem; by lac;
title "WOODL vaca2"; output out=c p=pred r=resid;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*pred='*'; by lac; run;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*sem='*'; by lac; run;
data dos; merge uno c; plp=exp(pred); res=(plp-PL)**2;
proc means sum; var res; by lac; proc plot vpercent=150 uniform;
plot PL*sem='*' plp*sem='+'/overlay; by lac; run;

proc reg data=uno; model lpl=sem; by lac;
title "BRODYL vaca2"; output out=d p=pred r=resid;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*pred='*'; by lac; run;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*sem='*'; by lac; run;
data tres; merge uno d; plp=exp(pred); res=(plp-PL)**2;
proc means sum; var res; by lac; proc plot vpercent=150 uniform;
plot PL*sem='*' plp*sem='+'/overlay; by lac; run;

proc reg data=uno; model lplj=sem; by lac;
title "JENKINS vaca2"; output out=e p=pred r=resid;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*pred='*'; by lac; run;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*sem='*'; by lac; run;
data cuatro; merge uno e; plp=exp(pred)*sem; res=(plp-PL)**2;
proc means sum; var res; by lac; proc plot vpercent=150 uniform;
plot PL*sem='*' plp*sem='+'/overlay; by lac; run;

proc reg data=uno; model lpl=sem sem1; by lac;
title "SIKKAL vaca2"; output out=f p=pred r=resid;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*pred='*'; by lac; run;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*sem='*'; by lac; run;
data cinco; merge uno f; plp=exp(pred); res=(plp-PL)**2;
proc means sum; var res; by lac; proc plot vpercent=150 uniform;
plot PL*sem='*' plp*sem='+'/overlay; by lac; run;

proc reg data=uno; model PL=sem sem1; by lac;
title "CUADRATICA vaca2"; output out=g p=pred r=resid;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*pred='*'; by lac; run;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*sem='*'; by lac; run;
proc plot vpercent=150 uniform;
plot PL*sem='*' pred*sem='+'/overlay; by lac; run;
```

Apéndice 1. Continuación

```
proc reg data=uno; model PL=sem; by lac;
title "LINEAL vaca2"; output out=h p=pred r=resid;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*pred='*'; by lac; run;
proc plot vpercent=150 uniform; plot resid*sem='*'; by lac; run;
proc plot vpercent=150 uniform;
plot PL*sem='*' pred*sem='+'/overlay; by lac; run;
```

```
proc nlin best=2 data=uno; by lac; title 'WOODN vaca2';
parms a=1.5 to 2.5 by .2 b=.01 to 1.01 by .2 c=0 to .21 by .03;
con=exp(-c*sem); der.a=con*(sem**b);
der.b=con*(sem**b)*(log(sem))*a; der.c=-(con*(sem**(b+1)))*a;
model PL=a*(sem**b)*exp(-c*sem); output out=i p=pred r=res;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac;
plot pl*sem='*' pred*sem='+'/overlay;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot res*pred='*';
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot res*sem='*'; run;
```

```
proc nlin best=2 data=uno; by lac; title 'BRODYN vaca2';
parms a=4 to 5 by .2 b=-.1 to 0 by .02; con=exp(b*sem); der.a=con;
der.b=con*sem*a;
model PL=a*exp(b*sem); output out=j p=predB r=resB;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac;
plot pl*sem='*' predB*sem='+'/overlay;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot resB*predB='*';
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot resB*sem='*'; run;
```

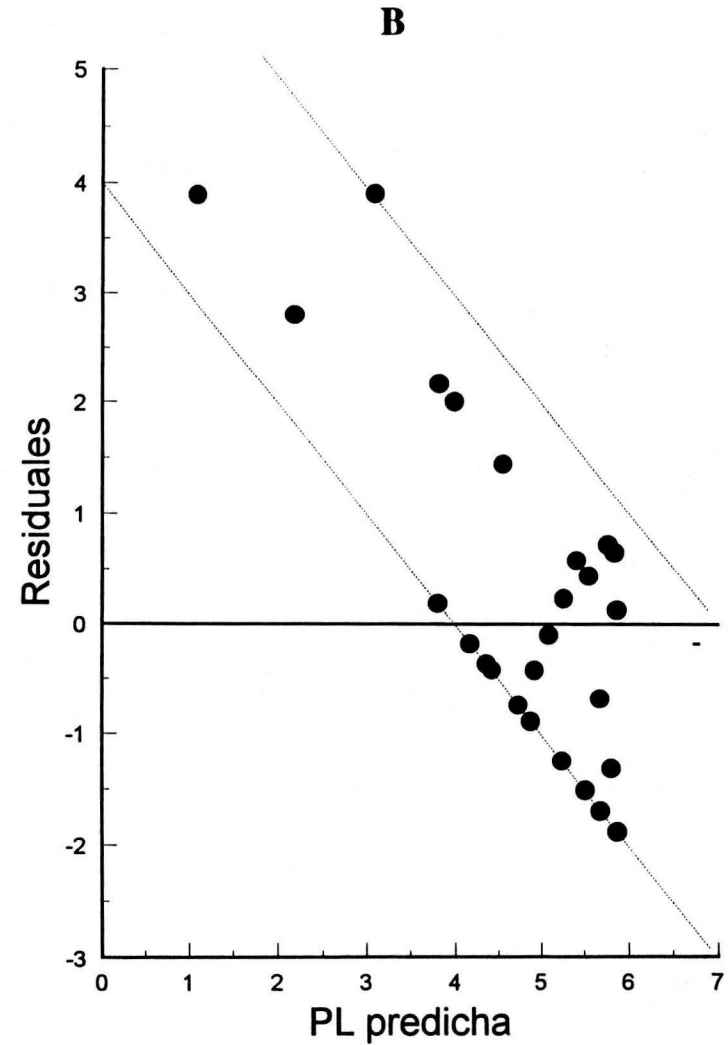
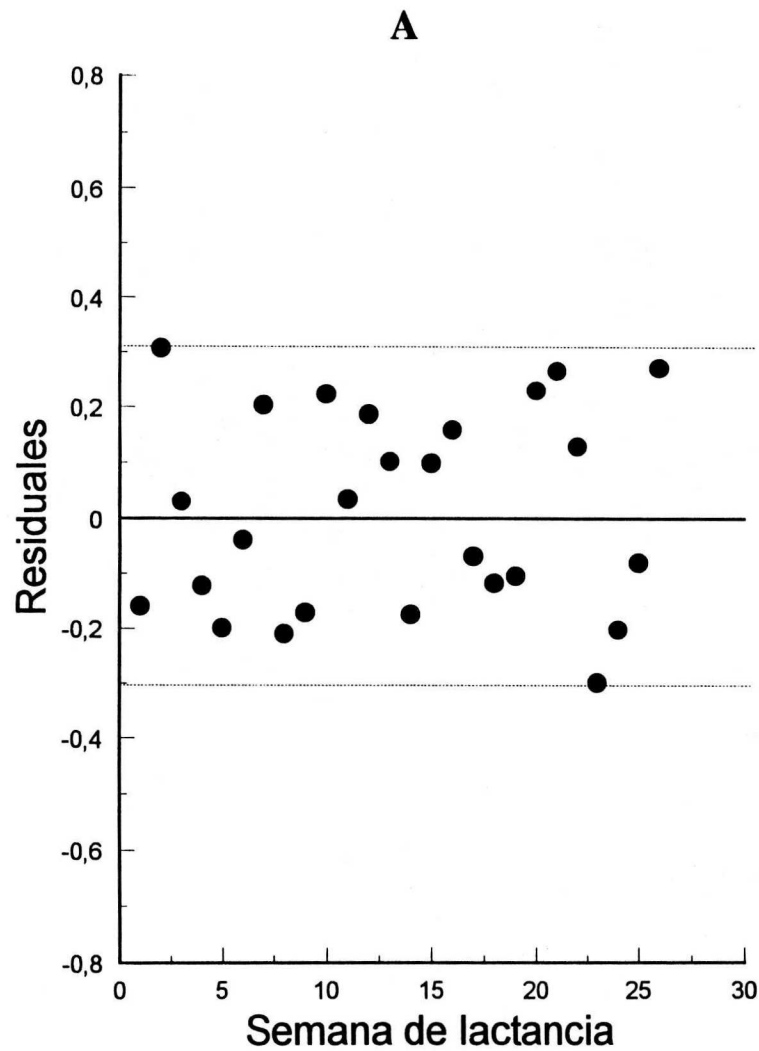
```
proc nlin best=2 data=uno; by lac; title 'JENKINSN vaca2';
parms a=.1 to 1.1 by .2 c=-1 to 0 by .2;
con=exp(-c*sem); der.a=-(con*(sem*(1/(a**2)))));
der.c=-(1/a)*con*(sem**2);
model PL=(1/a)*sem*exp(-c*sem); output out=k p=predj r=resj;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac;
plot pl*sem='*' predj*sem='+'/overlay;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot resj*predj='*';
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot resj*sem='*'; run;
```

```
proc nlin best=2 data=uno; by lac; title 'SIKKAN vaca2';
parms a=2.5 to 3.1 by .2 b=0 to .0015 by .0005 c=0 to .1 by .005;
con=exp((b*sem)+(c*sem1));
der.a=con; der.b=con*sem*a; der.c=con*sem1*a;
model PL=a*exp((b*sem)+(c*sem1)); output out=l p=preds r=ress;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac;
plot pl*sem='*' preds*sem='+'/overlay;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot ress*preds='*';
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot ress*sem='*'; run;
```

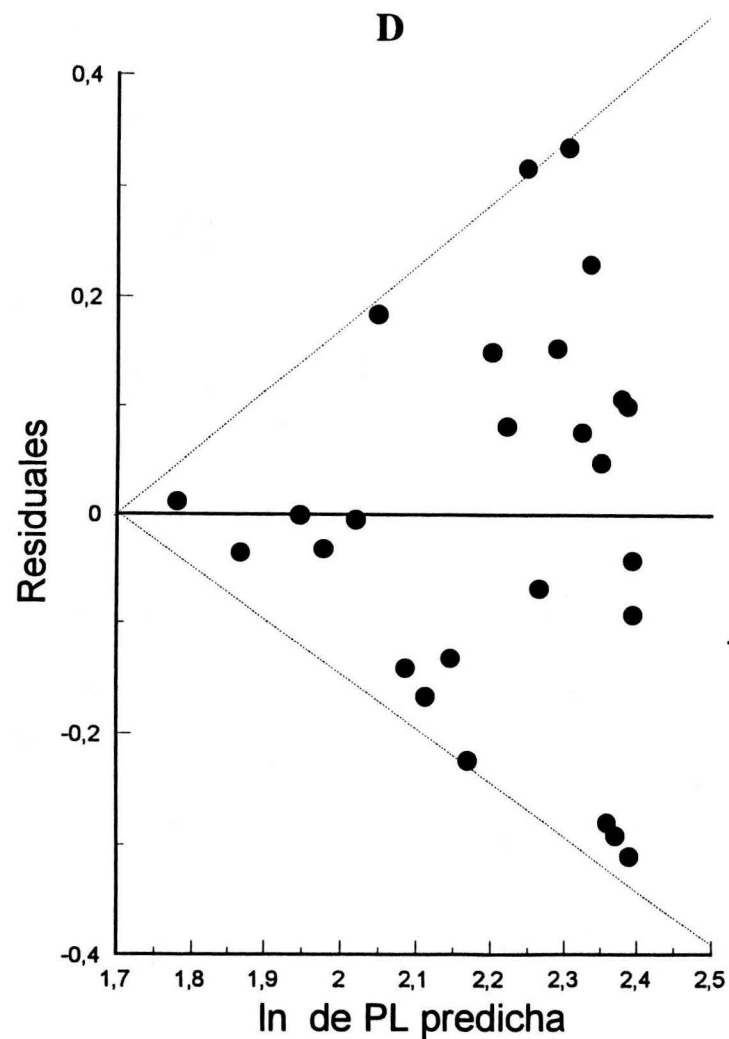
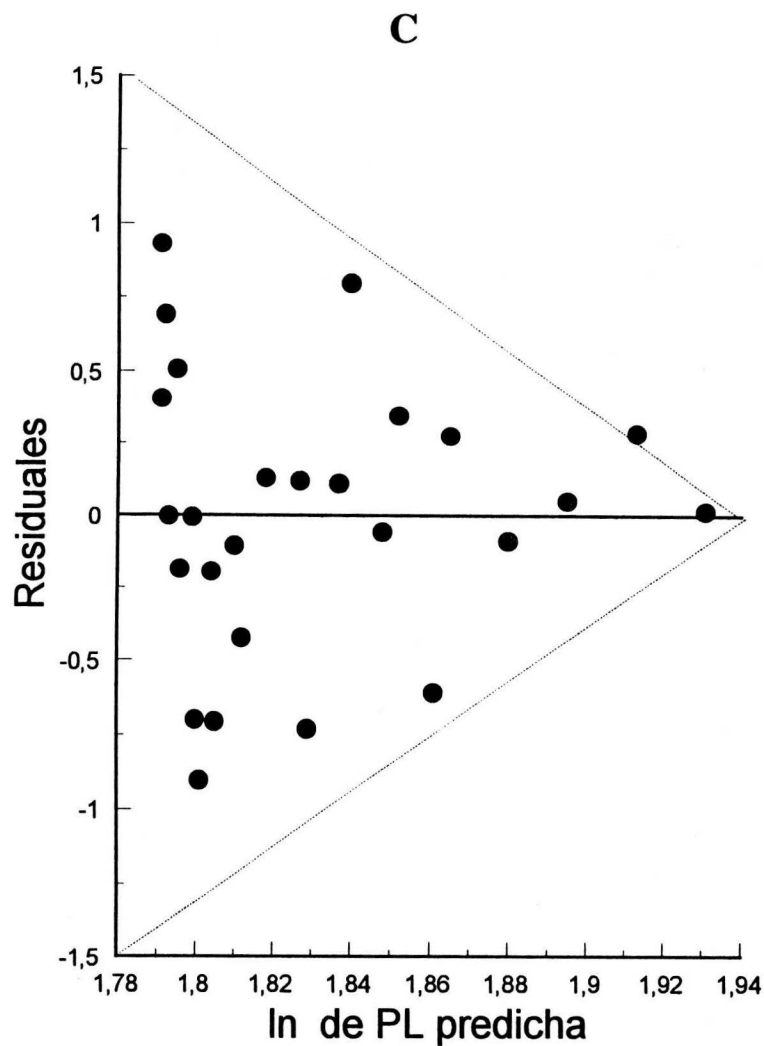
Apéndice 1. Continuación

```
proc nlin best=2 data=uno; by lac; title 'COBBYN vaca2';
parms a=34 to 35.6 by .2 b=1 to 1.4 by .1 c=1 to 1.4 by .1;
con=exp(-c*sem); der.a=1-con; der.b=-sem; der.c=sem*a*con;
model PL=a-(b*sem)-(a*exp(-c*sem)); output out=m p=predl r=resl;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac;
plot pl*sem='*' predl*sem='+' /overlay;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot resl*predl='*';
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot resl*sem='*'; run;

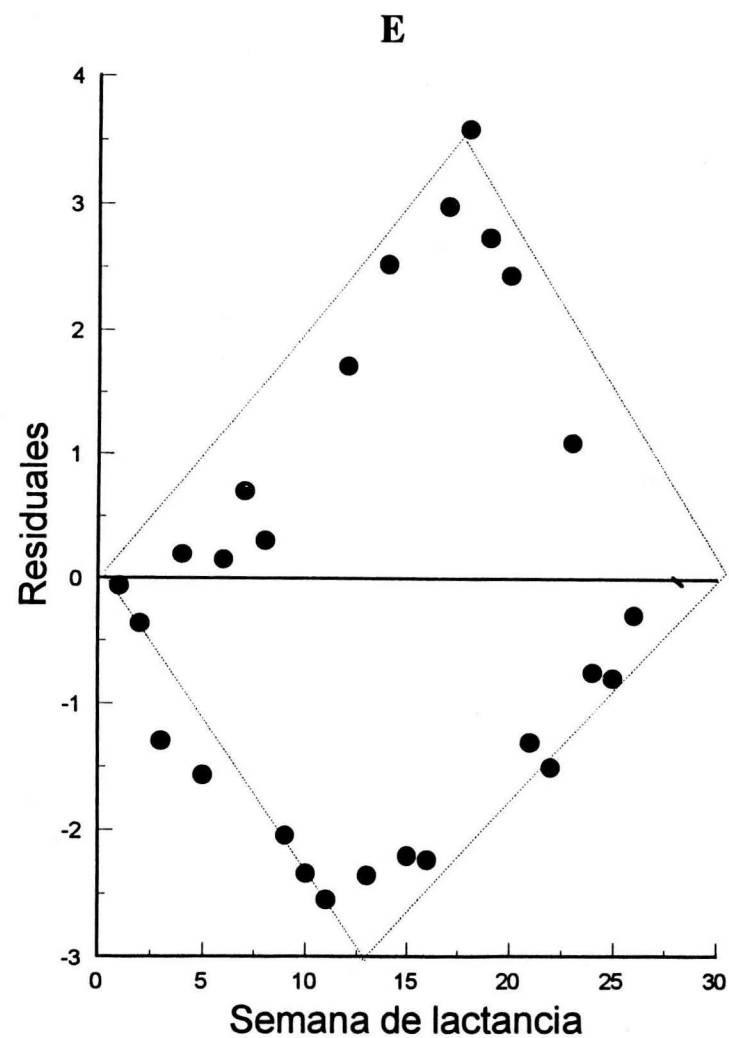
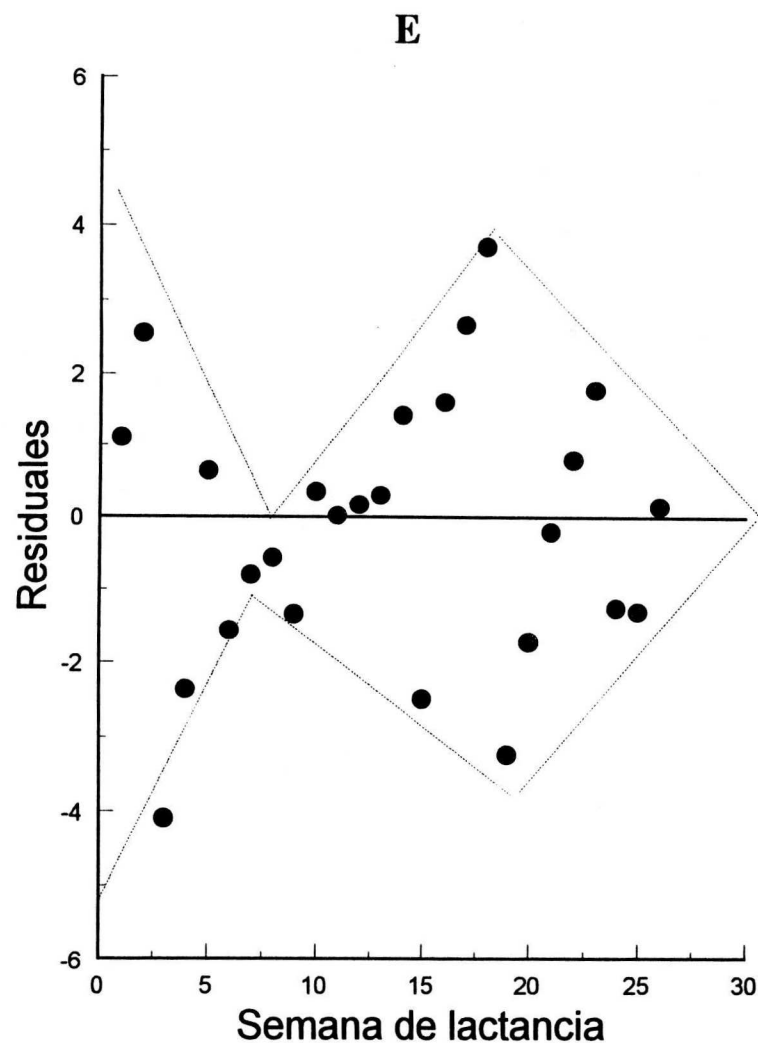
proc nlin best=2 data=uno; by lac; title 'NELDERN vaca2';
parms a=-.49 to .99 by .1 b=.01 to .07 by .01 c=.0001 to .0004 by
.0001; con=-sem/((a+(b*sem)+(c*(sem**2)))**2);
der.a=con; der.b=con*sem; der.c=con*(sem**2);
model PL=sem/(a+(b*sem)+(c*(sem**2)));
output out=n p=predn r=resn;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac;
plot pl*sem='*' predn*sem='+' /overlay;
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot resn*predn='*';
proc plot vpercent=150 uniform; by lac; plot resn*sem='*'; run;
```



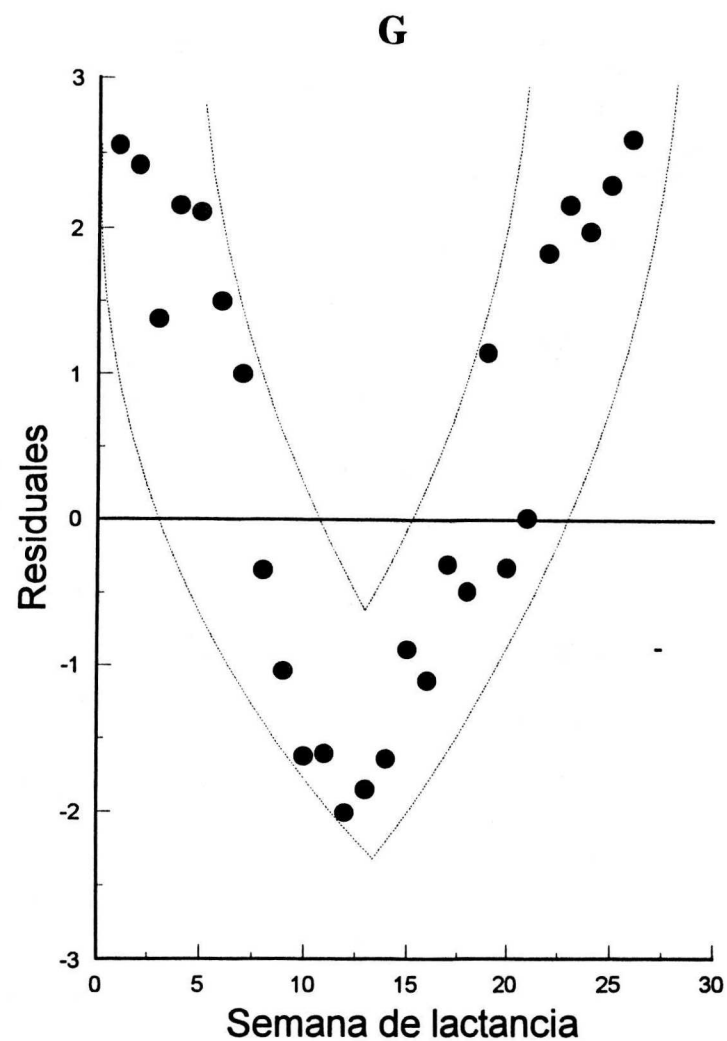
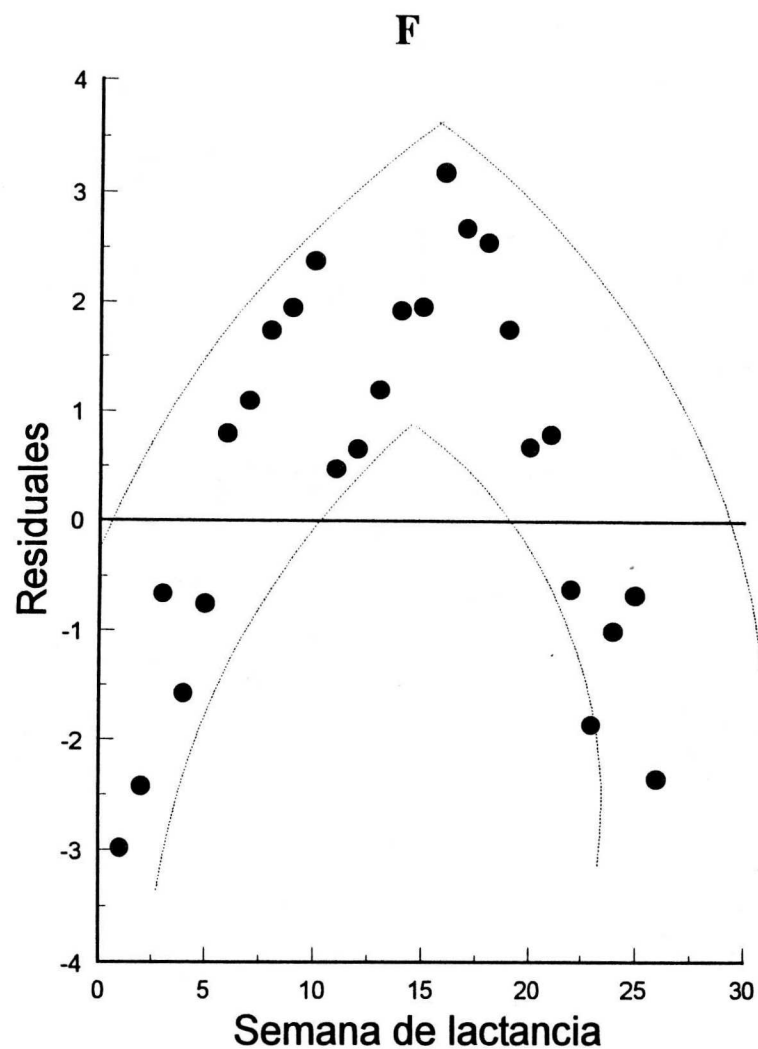
Apéndice 2. Ejemplos de tendencias de residuales denominadas recta (A), diagonal (B), cono (C), cono inverso (D), conos combinados (E), arco (F) y arco inverso (G).



Apéndice 2. Ejemplos de tendencias de residuales denominadas recta (A), diagonal (B), cono (C), cono inverso (D), conos combinados (E), arco (F) y arco inverso (G).



Apéndice 2. Ejemplos de tendencias de residuales denominadas recta (A), diagonal (B), cono (C), cono inverso (D), conos combinados (E), arco (F) y arco inverso (G).



Apéndice 2. Ejemplos de tendencias de residuales denominadas recta (A), diagonal (B), cono (C), cono inverso (D), conos combinados (E), arco (F) y arco inverso (G).

Apéndice 3. Promedio de cuadrados medios de residuales por lactancia y probabilidad para sus contrastes (P), en cuatro ecuaciones estimadas por cuadrados mínimos lineales (L) y no-lineales (N), en ganado Angus, Suizo Pardo y sus cruzas

NL ^a	I-L ^b	I-N	P	II-L	II-N	P	III-L	III-N	P	IV-L	IV-N	P
A n g u s												
1	3.10	3.01	.72	3.37	3.28	.74	5.18	4.54	.01	3.13	3.03	.68
2	4.59	4.36	.54	4.74	4.62	.73	8.09	7.57	.15	4.57	4.42	.69
3	4.20	4.07	.75	4.42	4.35	.85	7.08	6.47	.12	4.32	4.17	.70
4	3.61	3.51	.90	4.38	4.23	.86	8.49	7.73	.36	3.55	3.47	.92
5	3.24	3.18	.92	3.30	3.24	.94	8.59	7.68	.18	3.31	3.25	.93
6 ^c	2.94	2.86	.80	3.42	3.31	.76	5.91	5.23	.04	2.93	2.86	.81
S u i z o P a r d o												
1	4.27	4.11	.64	5.04	4.85	.58	6.87	6.31	.11	4.37	4.18	.63
2	4.53	4.38	.82	5.87	5.62	.72	8.84	8.15	.32	4.54	4.40	.84
3	5.51	5.44	.96	6.54	6.25	.85	15.02	12.58	.11	5.24	5.07	.91
4	4.81	4.68	.94	4.91	4.81	.96	15.30	12.88	.14	4.74	4.64	.95
5 ^d	4.68	4.60	.90	5.08	4.94	.82	11.16	9.68	.02	4.56	4.49	.91
C r u z a s A n g u s x S u i z o P a r d o												
1	3.05	2.94	.84	3.82	3.63	.73	6.07	5.26	.14	2.93	2.82	.84
2	2.49	2.39	.77	3.14	3.00	.70	5.59	4.42	.01	2.29	2.20	.78
3	3.92	3.78	.88	4.73	4.58	.86	8.50	6.91	.08	3.76	3.66	.91
4	7.78	7.29	.75	9.32	8.77	.72	12.70	11.21	.34	6.66	6.28	.81
5 ^d	4.20	4.08	.92	5.14	4.69	.71	10.65	8.56	.08	3.91	3.83	.95

^a NL = Número de lactancia.

^b I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka.

^c 6 = Seis o más lactancias.

^d 5 = Cinco o más lactancias.

Apéndice 4. Descripción de la forma de los residuales vs valores predichos y tiempo, del promedio de los genotipos Angus, Suizo Pardo y sus cruza, para ocho ecuaciones y procedimientos de estimación de curvas de lactancia

Forma de los residuales	vs predichos	vs semana
	Ecuación I-L¹ (% de lactancias²)	
recta	40 (37-42)	72 (66-76)
cono	17 (10-21)	6 (5-8)
cono inverso	20 (14-29)	8 (4-10)
conos combinados	4 (0-5)	3 (0-8)
arco	16 (12-21)	11 (7-17)
arco inverso	3 (0-6)	0 (0-1)
	Ecuación I-N (% de lactancias)	
recta	47 (45-49)	69 (54-81)
cono	14 (12-16)	13 (10-17)
cono inverso	26 (21-33)	5 (2-6)
conos combinados	1 (0-2)	4 (0-5)
arco	8 (5-10)	8 (4-13)
arco inverso	4 (2-7)	1 (0-3)
	Ecuación II-L (% de lactancias)	
recta	48 (42-54)	52 (44-57)
cono	12 (4-17)	4 (3-4)
cono inverso	5 (3-8)	6 (6-7)
conos combinados	2 (0-4)	4 (0-6)
arco	29 (22-35)	32 (17-39)
arco inverso	4 (0-7)	2 (0-4)

Apéndice 4. Continuación

Forma de los residuales	vs predichos	vs semana
Ecuación II-N (% de lactancias)		
recta	53 (44-58)	58 (45-65)
cono	7 (6-8)	7 (6-9)
cono inverso	5 (3-9)	3 (2-3)
conos combinados	1 (0-3)	1 (0-3)
arco	29 (20-33)	27 (18-36)
arco inverso	5 (0-10)	4 (0-6)
Ecuación III-L (% de lactancias)		
recta	16 (6-25)	21 (16-29)
cono	1 (0-3)	3 (2-4)
cono inverso	3 (1-4)	1 (0-2)
conos combinados	0 (0-0)	0 (0-0)
arco	0 (0-0)	0 (0-0)
arco inverso	80 (71-89)	75 (67-79)
Ecuación III-N (% de lactancias)		
recta	19 (12-31)	24 (11-46)
cono	1 (0-3)	13 (10-15)
cono inverso	6 (2-11)	0 (0-1)
conos combinados	0 (0-0)	0 (0-1)
arco	7 (5-11)	1 (0-2)
arco inverso	5 (0-8)	62 (44-73)
diagonal	62 (46-73)	0 (0-0)

Apéndice 4. Continuación

Forma de los residuales	vs predichos	vs semana
Ecuación IV-L (% de lactancias)		
recta	45 (39-50)	77 (67-87)
cono	11 (2-18)	9 (7-10)
cono inverso	26 (20-31)	6 (2-8)
conos combinados	3 (0-6)	4 (0-7)
arco	7 (6-8)	2 (1-2)
arco inverso	6 (6-7)	2 (0-4)
diagonal	2 (1-4)	0 (0-0)
Ecuación IV-N (% de lactancias)		
recta	43 (42-44)	72 (57-90)
cono	8 (4-10)	15 (10-19)
cono inverso	33 (29-39)	2 (0-5)
conos combinados	3 (0-4)	6 (0-7)
arco	4 (3-6)	2 (0-3)
arco inverso	8 (7-10)	3 (0-5)
diagonal	1 (0-2)	0 (0-0)
Ecuación V (% de lactancias)		
recta	41 (38-44)	79 (69-86)
cono	6 (2-9)	13 (11-16)
cono inverso	35 (34-37)	1 (0-3)
conos combinados	3 (0-5)	3 (0-4)
arco	5 (2-6)	1 (0-2)
arco inverso	10 (10-12)	3 (0-6)

Apéndice 4. Continuación

Forma de los residuales	vs predichos	vs semana
Ecuación VI (% de lactancias)		
recta	56 (49-62)	63 (51-71)
cono	4 (3-5)	7 (6-9)
cono inverso	11 (10-12)	4 (3-5)
conos combinados	3 (1-4)	1 (0-2)
arco	21 (17-25)	22 (14-28)
arco inverso	5 (0-9)	3 (0-7)
Ecuación VII (% de lactancias)		
recta	61 (50-73)	65 (54-83)
cono	5 (4-7)	11 (8-14)
cono inverso	13 (13-14)	4 (0-10)
conos combinados	3 (0-8)	6 (2-8)
arco	8 (6-10)	7 (6-9)
arco inverso	9 (4-12)	7 (4-11)
diagonal	1 (0-3)	0 (0-0)
Ecuación VIII (% de lactancias)		
recta	49 (43-52)	69 (51-83)
cono	14 (12-16)	12 (10-13)
cono inverso	18 (13-25)	4 (2-7)
conos combinados	3 (1-4)	5 (4-5)
arco	13 (10-17)	9 (6-15)
arco inverso	3 (0-5)	1 (0-3)

¹I = Wood, II = Brody *et al.*, III = Jenkins y Ferrell, IV = Sikka, V = Cuadrática, VI = Lineal simple, VII = Cobby y Le Du, VIII = Nelder. L = Procedimiento lineal, N = Procedimiento no-lineal.

²Dentro de paréntesis rangos entre diferentes genotipos.

Apéndice 5. Ejemplo de la posible utilización de una constante o una variable aleatoria como ponderador en el análisis de regresión

Supóngase la situación siguiente: $Y_i \sim NI(\mu_i, \sigma_i^2)$, y considerando el modelo lineal simple $\mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$, en donde las x son fijas, nos deja el modelo de regresión lineal

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \text{ con } \epsilon_i \sim NI(0, \sigma_i^2)$$

nota: σ_i^2 no es una constante y depende de la observación i .

Cuando la varianza σ_i^2 es función de una constante conocida, el estimador de cuadrados mínimos (ponderado por la raíz cuadrada de la función conocida) es el Mejor Estimador Lineal Insesgado (MELI) de los parámetros. Lo anterior se puede ver con el ejemplo siguiente:

Supóngase que la varianza $\sigma_i^2 = x_i^2 \sigma^2$, donde x_i^2 es una constante y quisiéramos ponderar por x_i^2 , se haría de la forma siguiente:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon, \text{ con } \epsilon \sim NI(0, \sigma^2)$$

si dividimos ambos lados de la ecuación entre x_i^2 no se afecta la ecuación y se tiene:

$$Y_i/x_i = \beta_0/x_i + \beta_1 x_i/x_i + \epsilon_i/x_i$$

sea $Y_i/x_i = Z_i$, $1/x_i = x_i^*$ y $\epsilon_i/x_i = \epsilon_i^*$, entonces

$Z_i = \beta_0 x_i^* + \beta_1 + \epsilon_i^*$, nótese que los β 's son los mismos valores, pero la esperanza y la varianza de ϵ_i^* son:

$$E(\epsilon^*) = E(\epsilon_i/x_i) = (1/x_i) E(\epsilon_i) = (1/x_i)(0) = 0$$

$$V(\epsilon_i) = x_i^2 \sigma^2$$

$$V(\epsilon^*) = V(\epsilon_i/x_i) = (1/x_i^2) V(\epsilon_i) = (x_i^2/x_i^2) \sigma^2 = \sigma^2$$

entonces el modelo $Z_i = \beta_1 + \beta_0 x_i^* + \epsilon_i^*$, con $\epsilon^* \sim NI(0, \sigma^2)$, donde σ^2 es una constante para toda i , y por el teorema de Markov el estimador de cuadrados mínimos es el MELI de los β 's en este modelo, y con estas variables transformadas cumple con la suposición de varianza constante.

Apéndice 5. Continuación

Supóngase ahora que la ponderación es por una variable aleatoria (Z_i), de tal manera que $\sigma_i^2 = Z_i \sigma^2$, en el modelo original $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$, con $\epsilon_i \sim \text{NI}(0, \sigma^2)$. Análogo al ejemplo anterior, se puede dividir ambos lados del modelo por la raíz cuadrada de Z_i

$$Y_i/(Z_i)^{1/2} = \beta_0/(Z_i)^{1/2} + \beta_1 x_i/(Z_i)^{1/2} + \epsilon_i/(Z_i)^{1/2}$$

sea $W_i = Y_i/(Z_i)^{1/2}$, $x_i^{(1)} = 1/(Z_i)^{1/2}$, $x_i^{(2)} = x_i/(Z_i)^{1/2}$ y $\epsilon_i^* = \epsilon_i/(Z_i)^{1/2}$, entonces

$W_i = \beta_0 x_i^{(1)} + \beta_1 x_i^{(2)} + \epsilon_i^*$, el cual corresponde a un modelo de regresión sin intercepto, pero:

$V(\epsilon_i^*/(Z_i)^{1/2})$ generalmente es distinto a $(1/Z^2) V(\epsilon_i)$, debido a que Z_i no es constante, por lo que casi siempre se tiene que:

$$V(\epsilon_i^*) \neq (1/Z_i^2) V(\epsilon_i) = \sigma^2$$

más bien, casi con seguridad se tiene el caso de que $V(\epsilon_i^*) = \sigma_i^{2*}$ (heterogeneidad de varianzas).

Apéndice 6. Suma de valores jerárquicos (ΣR) de ocho ecuaciones¹, para curvas de lactancia de vacas Angus por número de lactancia (NL), y considerando el promedio de todas las lactancias

Rango	$\Sigma R(NL1)$	$\Sigma R(NL2)$	$\Sigma R(NL3)$	$\Sigma R(NL4)$	$\Sigma R(NL5)$	$\Sigma R(NL6)^2$	$\Sigma R(\text{promedio})$
1	I 79 a ³	VI 85 a	I 89 a	IV 65 a	VIII 41 a	I 91 a	I 10 a
2	VII 88 a	I 91 a	VII 89 a	I 66 a	II 58 ab	IV 97 ab	VIII 22 ab
3	IV 92 a	V 92 a	VIII 91 a	V 74 ab	I 62 ab	V 99 abc	VII 25 b
4	VIII 98 a	II 92 a	VI 101 a	VIII 76 ab	VI 65 b	VIII121abcd	V 26 b
5	V 106 ab	VII 95 a	II 112 a	VII 81 ab	VII 70 b	VI 127 bcd	VI 26 b
6	VI 109 ab	VIII 98 a	V 113 a	VI 99 bc	V 76 b	VIII129 cd	IV 27 b
7	II 129 b	IV 104 a	IV 117 a	II 111 c	IV 76 b	II 142 d	II 32 b
8	III 163 c	III 171 b	III 188 b	III 148 d	III 128 c	III202 e	III 48 c

¹ I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal; VII = Cobby y Le Du; VIII=Nelder.

² 6 = seis o más lactancias.

³ Rangos (jerarquización) dentro de columna sin letra común son diferentes ($P < .05$).

Diferencias entre sumas de rangos para considerarlas significativas ($P < .05$): NL1 = 30.2, NL2 = 29.0, NL3 = 29.4, NL4 = 25.4, NL5 = 21.4, NL6 = 31.3, promedio = 13.1

Apéndice 7. Suma de valores jerárquicos (ΣR) de ocho ecuaciones¹, para curvas de lactancia de vacas Suizo Pardo por número de lactancia (NL), y considerando el promedio de todas las lactancias

Rango	$\Sigma R(NL1)$	$\Sigma R(NL2)$	$\Sigma R(NL3)$	$\Sigma R(NL4)$	$\Sigma R(NL5)^2$	$\Sigma R(\text{promedio})$
1	IV 84 a ³	I 110 a	V 69 a	I 42 a	IV 42 a	IV 9 a
2	I 85 a	IV 119 a	IV 72 a	VI 46 a	VI 46 ab	I 12 a
3	V 106 ab	V 123 a	VIII 86 ab	IV 47 a	I 49 b	V 15 ab
4	VIII 119 b	VIII 128 a	VII 88 ab	V 48 a	V 50 ab	VI 22 c
5	VII 120 b	VII 143 a	I 95 ab	VIII 52 a	VII 54 ab	VIII 23 bc
6	VI 134 b	VI 185 b	VI 97 ab	II 53 a	II 63 b	VII 26 c
7	II 169 c	II 204 b	II 110 b	VII 54 a	VIII 65 b	II 33 cd
8	III 191 c	III 248 C	III 139 c	III 90 b	III 99 c	III 40 d

¹ I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal; VII = Cobby y Le Du; VIII=Nelder.

² 5 = cinco o más lactancias.

³ Rangos (jerarquización) dentro de columna sin letra común son diferentes ($P < .05$).

Diferencias entre sumas de rangos para considerarlas significativas ($P < .05$): NL1 = 30.5, NL2 = 33.3, NL3 = 28.71, NL4 = 21.1, NL5 = 20.9, promedio = 9.0

Apéndice 8. Suma de valores jerárquicos (ΣR) de ocho ecuaciones¹, para curvas de lactancia de vacas Angus x Suizo Pardo por número de lactancia (NL), y considerando el promedio de todas las lactancias

Rango	$\Sigma R(NL1)$	$\Sigma R(NL2)$	$\Sigma R(NL3)$	$\Sigma R(NL4)$	$\Sigma R(NL5)^2$	$\Sigma R(\text{promedio})$
1	I 29 a ³	V 38 a	IV 37 a	IV 15 a	V 26 a	IV 9 a
2	VII 33 a	IV 41 a	V 37 a	V 20 ab	IV 28 a	V 10 a
3	IV 35 a	I 46 ab	I 43 a	I 30 abc	I 36 ab	I 13 a
4	V 39 ab	VII 55 ab	VII 53 ab	VII 30 abc	VII 42 abc	VII 18 b
5	VI 42 ab	VIII 56 abc	VI 56 ab	VI 33 bc	VI 49 bc	VI 26 c
6	VIII 54 bc	VI 61 bc	VIII 57 ab	VIII 35 bcd	VIII 51 bc	VIII 29 c
7	II 57 bc	II 72 b	II 69 bc	II 40 cd	II 54 c	II 35 d
8	III 71 c	III 99 C	III 80 c	III 49 d	III 74 d	III 40 e

¹ I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal; VII = Cobby y Le Du; VIII = Nelder.

² 5 = cinco o más lactancias.

³ Rangos (jerarquización) dentro de columna sin letra común son diferentes ($P < .05$).

Diferencias entre sumas de rangos para considerarlas significativas ($P < .05$): NL1 = 18.3, NL2 = 20.0, NL3 = 21.0, NL4 = 15.2, NL5 = 17.4, promedio = 5.0

Apéndice 9. Tipos de curvas de lactancia, generadas por ocho ecuaciones¹ y los mejores ajustes independientemente de la ecuación; para genotipos Angus, Suizo Pardo y sus cruzas

Tipos de curvas (%)	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	MA
ANGUS (n = 136)									
Típica	56	-	100	43	32	-	53	55	54
Decreciente	32	80	-	43	52	80	33	32	35
Constante	2	6	-	2	3	7	2	2	3
Anormal ligera	8	11	-	11	12	10	10	10	7
Atípica	2	3	-	1	1	3	2	1	1
SUIZO PARDO (n = 109)									
Típica	59	-	100	42	35	-	57	60	58
Decreciente	30	79	-	45	54	78	32	30	32
Constante	1	9	-	2	2	8	4	-	2
Anormal ligera	8	6	-	6	5	7	6	8	6
Atípica	2	6	-	5	4	7	1	2	2
CRUZAS ANGUS X SUIZO PARDO (n = 52)									
Típica	48	-	100	63	58	-	48	46	67
Decreciente	14	48	-	19	21	56	10	10	8
Constante	6	14	-	4	4	11	2	6	6
Anormal ligera	21	17	-	8	11	14	23	23	11
Atípica	11	21	-	6	6	19	17	15	8

¹ I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal; VII = Cobby y Le Du; N = Nelder; MA = Mejores ajustes.

Apéndice 10. Valores de *Ji* cuadrada por genotipo, del ajuste en las formas de ocho ecuaciones para estimar curvas de lactancia, considerando como esperadas las formas generadas por las curvas de mejor ajuste, independientemente de la ecuación

Ecuación ^a	Suizo Pardo		Angus		Cruzas	
	χ^2	P	χ^2	P	χ^2	P
I	1.2	>.75	2.2	>.5	10.3	>.01
II	182.0	<.005	165.8	<.005	164.3	<.005
III	79.6	<.005	114.0	<.005	25.3	<.005
IV	14.7	<.01	10.6	>.01	10.4	>.01
V	31.5	<.005	12.3	>.01	13.6	<.01
VI	182.0	<.005	166.7	<.005	167.1	<.005
VII	2.5	>.5	3.2	>.5	16.7	<.005
VIII	2.8	>.5	4.6	>.25	13.7	<.01

^a I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V=Cuadrática; VI= Lineal; VII = Cobby y Le Du; VIII = Nelder.

Apéndice 11. Promedio de parámetros estimados para la construcción de curvas de lactancia en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruzas, para ocho ecuaciones¹ y dos procedimientos de estimación²

Ecuación	Método	Parámetro	Angus	Suizo Pardo	Cruzas
I	L	$\ln a$	1.9578	2.2121	1.9765
		b	.1558	.1993	.2745
		$-c$	-.0298	-.0386	-.0382
I	N	a	7.6561	9.5891	7.4646
		b	.1771	.2123	.2913
		c	.0307	.0380	.0388
II	L	$\ln a$	2.1226	2.3817	2.2101
		$-c$	-.0148	-.0196	-.0148
II	N	a	8.7592	11.3802	9.9612
		$-c$	-.0136	-.0179	-.1060
III	L	$\ln 1/a$	1.1203	1.3953	1.2653
		$-c$	-.1147	-.1191	-.1116
III	N	a	.4001	.3064	.3713
		c	.1072	.1119	.0979
IV	L	$\ln a$	1.9953	2.2058	1.9536
		b	.0164	.0191	.0447
		c	-.0009	-.0014	-.0017
IV	N	a	7.9356	9.7954	7.7409
		b	.0171	.0204	.0470
		c	-.0010	-.0014	-.0016

Apéndice 11. Continuación

Ecuación	Método	Parámetro	Angus	Suizo Pardo	Cruzas
V	L	<i>a</i>	7.8000	9.8492	7.7618
		<i>b</i>	.0580	.1182	.3655
		<i>c</i>	-.0055	-.0092	-.0141
VI	L	<i>a</i>	8.5848	11.1126	9.8127
		<i>b</i>	-.0946	-.1558	-.0952
VII	N	<i>a</i>	10.0537	13.3805	13.5480
		<i>b</i>	.1607	.2590	.2688
		<i>c</i>	1.4324	1.2518	1.4749
VIII	N	<i>a</i>	.0863	.0690	.1055
		<i>b</i>	.0917	.0705	.0757
		<i>c</i>	.0031	.0030	.0027

¹ I = Wood; II = Brody *et al.*; III = Jenkins y Ferrell; IV = Sikka; V = Cuadrática; VI = Lineal simple; VII = Cobby y Le Du; VIII = Nelder.

² L = Procedimiento lineal; N = Procedimiento no-lineal.

