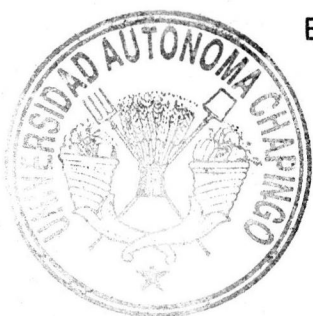


UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO

DIVISION DE CIENCIAS FORESTALES
PROGRAMA DE POSTGRADO

EVALUACION DE LA CALIDAD DE SITIO Y DEL
EFECTO DE LA DENSIDAD EN BOSQUES
DEL ESTADO DE DURANGO.



DIRECCION ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES

T E S I S
QUE COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:
**MAESTRO EN CIENCIAS
FORESTALES**
P R E S E N T A
ANDRES QUIÑONES CHAVEZ

CHAPINGO, MEXICO,

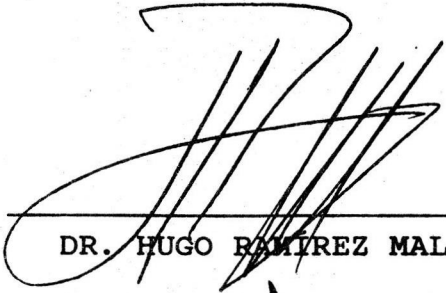
1995



DX 5786
- 5786

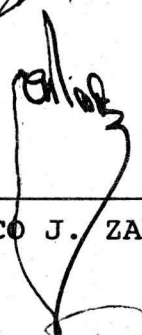
Esta tesis fue realizada bajo la dirección del Dr. Hugo Ramírez Maldonado, revisada y aprobada por el siguiente Comité Revisor y Jurado del Examen de Grado de Maestría en Ciencias Forestales:

PRESIDENTE:



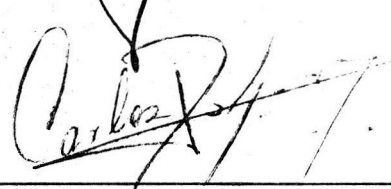
DR. HUGO RAMÍREZ MALDONADO

ASESOR:



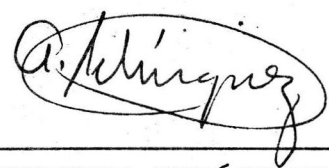
DR. FRANCISCO J. ZAMUDIO SÁNCHEZ

ASESOR:



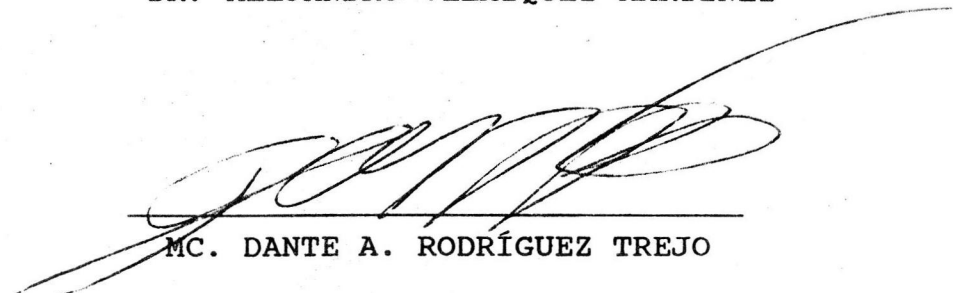
DR. CARLOS RODRÍGUEZ FRANCO

**REPRESENTANTE DE LA
COORDINACION DE
ESTUDIOS DE
POSTGRADO DE LA
DICIFO:**



DR. ALEJANDRO VELÁZQUEZ MARTÍNEZ

**REPRESENTANTE DE LA
COORDINACION DE
ESTUDIOS DE
POSTGRADO DE LA
UACH:**



MC. DANTE A. RODRÍGUEZ TREJO

Chapingo, Méx.

1995

AGRADECIMIENTOS

Al CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA (CONACYT), por el apoyo económico brindado durante mis estudios.

Al INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES FORESTALES Y AGROPECUARIAS (INIFAP), por su apoyo económico y autorización para el uso de la información que culminó en la presente tesis.

A la Universidad Autónoma Chapingo, por permitirme, una vez más, el ingreso a sus aulas para concluir una siguiente etapa de mi formación profesional.

A la Universidad Juárez del Estado de Durango (UJED), por el tiempo permitido.

A todos los miembros del Comité Revisor. Su atención y orientación en la conducción de la tesis permitieron lograr las metas trazadas.

Al Dr. Hugo Ramírez Maldonado, Director de la tesis, quien con su visión de la realidad forestal, supo construir las bases y encauzar el desarrollo de la presente, con la seguridad de su trascendencia.

Al Dr. Francisco Zamudio Sánchez, por su atención, aporte incondicional y legado de perseverancia para un mejor trabajo.

Al Dr. Carlos Rodríguez Franco, sus valiosas sugerencias orientaron la culminación de esta tesis.

A los MC. Carlos Cíntora y Gabriel Rodríguez por el apoyo incondicional en las diferentes fases del análisis de la información.

A Fili Gómez Cruz, por sus palabras, siempre de aliento..., por siempre amigos.

A quienes de alguna forma me brindaron su apoyo durante el desarrollo de la presente.

DEDICATORIA

A MIS PADRES

A MIS HERMANOS

A MIS AMIGOS

A USTED...

INDICE

	Página
ÍNDICE DE FIGURAS	iii
ÍNDICE DE CUADROS	iv
ÍNDICE DE ECUACIONES	vi
ÍNDICE DEL APENDICE	x
RESUMEN	xi
SUMMARY	xii
1. INTRODUCCION.	1
2. ANTECEDENTES.	3
2.1 Generalidades sobre modelos de crecimiento.	3
2.2 Calidad de sitio.	7
2.2.1 Evaluación de la calidad de sitio.	7
2.2.2 Métodos de evaluación de la calidad de sitio.	10
2.2.2.1 Índice de sitio.	12
2.2.2.2 Curvas de índice de sitio.	13
2.2.2.2.1 Curvas anamórficas	15
2.2.2.2.2 Curvas polimórficas	16
2.2.2.3 Métodos para la colecta de datos.	18
2.2.3 Ecuaciones para la determinación del índice de sitio.	23
2.2.3.1 Modelo de Schumacher.	26
2.2.3.2 Modelo de Chapman-Richards.	27
2.2.3.3 Modelo acumulativo de Weibull.	34
2.3 Densidad.	37
2.3.1 Importancia del manejo de la densidad	37
2.3.2 Métodos para la evaluación de la densidad.	41
3. DESCRIPCION GENERAL DEL AREA DE ESTUDIO	45
3.1 El Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) "Cielito Azul".	45
3.2 Diseño experimental.	46
3.3 Descripción de la base de datos.	46
3.4 Descripción de la unidad experimental (SPIS).	48
3.5 Localización	51
3.6 Orografía	52
3.7 Hidrografía	52
3.8 Suelos	52
3.9 Subsuelo	54
3.10 Clima	54
3.11 Vegetación	54
4. METODOS	55
4.1 Calidad de sitio	55
4.1.1 Base de datos	55

4.1.2 Modelos matemáticos para la construcción de las curvas de índice de sitio	56
4.1.3 Construcción de las curvas de índice de sitio	56
4.1.3.1 Ecuación de Schumacher	57
4.1.3.2 Ecuación de Chapman-Richardas	59
4.1.3.3 Ecuación acumulativa de Weibull	60
4.1.4 Calificación de la calidad de sitio en el SPEF "Cielito Azul"	60
4.1.4.1 Ecuación de Schumacher	61
4.1.4.2 Ecuación de Chapman-Richards	61
4.1.4.3 Ecuación acumulativa de Weibull	61
4.2 Densidad	61
4.2.1 Modelos matemáticos para la calificación de la densidad	61
4.2.2 Base de datos	62
4.2.3 Construcción de curvas de índices de densidad	63
4.2.3.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)	63
4.2.3.2 Factor de Competencia de Copas (FCC)	67
5. RESULTADOS Y DISCUSION	70
5.1 Calidad de sitio	70
5.1.1 Base de datos	70
5.1.2 Selección del modelo	73
5.1.3 Sistema de curvas de índice de sitio	82
5.1.4 Calificación de la calidad de sitio en el SPEF "Cielito Azul".	87
5.2 Densidad	92
5.2.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)	92
5.2.1.1 Base de datos	93
5.2.1.2 Curvas de índice de densidad de rodales de Reineke	94
5.2.2 Factor de Competencia de Copas (FCC)	101
5.2.2.1 Base de datos	101
5.2.2.2 Ajuste del modelo y determinación del FCC	103
6. CONCLUSIONES	107
7. LITERATURA CITADA	108
8. APENDICE	119

INDICE DE FIGURAS

Figura		Página
1	Distribución de los tratamientos, fecha de aplicación y número de sitio del SPEF "Cielito Azul"	50
2	Ubicación del SPEF "Cielito Azul"	53
3	Dispersión de observaciones (relación edad-altura) de P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul" para la construcción de curvas de IS .	73
4	Diagrama de dispersión de la relación edad-altura y las tendencias de los modelos de Schumacher, Chapman-Richards y Weibull, para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	81
5	Patrones de crecimiento en incremento corriente (A) y en altura (B), para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	85
6	Comportamiento de las curvas de IC e IM por IS para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul" . .	86
7	Calificación por calidad de sitio, número de sitio e intensidad de corta del SPEF "Cielito Azul"	90
8	Por ciento de índices de sitio, para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	91
9	Dispersión de las observaciones de la relación diámetro cuadrático-número de árboles y árboles que representan la densidad máxima extrema para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	94
10	Familia de curvas de IDRR para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	97
11	Curvas de la relación diámetro cuadrático-area basal por IDRR para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	100
12	Diagrama de dispersión de la observaciones de la relación diámetro normal-amplitud de copa para P. cooperi , en el SPEF "Cielito Azul" .	105

INDICE DE CUADROS

Cuadro		Página
1	Clasificación de los índices de densidad . .	43
2	Variables medidas desde 1966 en el SPEF "Cielito Azul"	51
3	Principales características de los árboles muestreados de <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul", en cuanto a edad (años), altura (metros) y número de árboles	74
4	Estadísticos de las variables edad y altura para <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul" . .	76
5	Estadísticos considerados para comparar el nivel de ajuste de los modelos de Schumacher, Chapman-Richards y Weibull para <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul"	79
6	Intervalos de confianza al 95% y coeficiente de variación (CV) para los estimadores de los modelos: Schumacher, Chapman-Richards y Weibull para <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul". .	81
7	Predicción en altura por categoría de edad en <i>P. cooperi</i> de los modelos de Schumacher, Chapman-Richards y Weibull ajustados en el SPEF "Cielito Azul"	83
8	Alturas estimadas por IS y categorías de edad para <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul" . .	87
9	Índices de sitio, por SPIS, en función de la edad y la altura dominante para <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul"	88
10	Número de árboles, diámetro promedio (cm) y cuadrático (cm) por SPIS, muestreados en el SPEF "Cielito Azul" para la determinación del IDRR y la RAA de <i>P. cooperi</i>	93
11	Estadísticos obtenidos del análisis de varianza para la relación Dq-número de árboles con el IDRR para <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul"	95
12	Número de árboles por hectárea estimados para cada IDRR por categoría de diámetro cuadrático para <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul" . .	98

13	Area basal por hectárea para IDRR por categoría de diámetro cuadrático (cm) para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	99
14	Información dasométrica para la generación del FCC para P. cooperi en el SPEF "Celito Azul"	101
15	Principales estadísticos del ajuste del modelo para la generación del FCC para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	104
16	Información básica, por categoría diamétrica, para determinar el número mínimo de árboles, de P. cooperi , necesarios para cubrir completamente una hectárea, en el SPEF "Cielito Azul" . . .	105

INDICE DE ECUACIONES

Ecuación	Página
1 Ecuación específica del crecimiento (incremento corriente anual)	6
2 Ecuación que relaciona el volumen acumulado con la edad (ecuación de rendimiento)	6
3 Ecuación de la expansión de E_k' del modelo de regresión no lineal de Chapman-Richards para la generación de curvas de crecimiento de P. banksiana	19
4 Modificación del modelo de la expansión de E_k'	19
5 Modificación de los modelos (3) y (4) sugerida por Payandeh	20
6 Modelo de Schumacher para el ajuste de obser- vaciones de edad-altura	26
7 Modelo de Chapman-Richards para el ajuste de observaciones de edad-altura	28
8 Modelo de Richards para el ajuste de observa- ciones de edad-altura	30
9 Modelo de la distribución Weibull	35
10 Modelo modificado de Weibull	37
11 Modelo de Schumacher para el ajuste de observa- ciones de edad-altura	57
12 Modelo de Schumacher en términos del índice de sitio (S)	58
13 Modelo de Schumacher en términos del parámetro δ_0 (ordenada al origen) como función de la altura (H)	58
14 Modelo de Schumacher en términos del parámetro δ_0 (ordenada al origen) como función del índice de sitio (S)	58
15 Modelo de Schumacher para generar curvas ana- mórficas de índice de sitio (S)	59

16	Modelo de Chapman-Richards para el ajuste de observaciones de edad-altura	59
17	Modelo de Chapman-Richards en términos del índice de sitio (S)	59
18	Modelo de Chapman-Richards para generar curvas anamórficas de índice de sitio (S)	59
19	Modelo acumulativo de Weibull para el ajuste de observaciones de edad-altura	60
20	Modelo acumulativo de Weibull en términos del índice de sitio (S)	60
21	Modelo acumulativo de Weibull para generar curvas anamórficas de índice de sitio (S)	60
22	Modelo de Schumacher para la estimación del índice de sitio (S), en función de una altura (H) y una edad (A) en relación a la edad base (A_0) (para curvas anamórficas)	61
23	Modelo de Chapman-Richards para la estimación del índice de sitio (S), en función de una altura (H) y una edad (A) en relación a la edad base (A_0) (para curvas anamórficas)	61
24	Modelo acumulativo de Weibull para la estimación del índice de sitio (S), en función de una altura (H) y una edad (A) en relación a la edad base (A_0) para curvas anamórficas	61
25	Modelo que expresa la relación funcional entre el número de árboles por unidad de área y el diámetro cuadrático medio (para la determinación del IDRR)	63
26	Modelo para determinar el índice de densidad de rodales de Reineke (IDRR) en función del diámetro cuadrático de referencia	64
27	Modelo de Reineke en función del parámetro δ_0 (ordenada al origen)	64
28	Modelo del IDRR en función del número de árboles por unidad de área, del diámetro cuadrático medio de referencia y de un diámetro cuadrático medio	64

29	Modelo para la construcción de curvas de IDRR considerando el número de árboles (N) en función de un determinado IDRR, un diámetro cuadrático medio de referencia y cualquier diámetro cuadrático medio	65
30	Modelo para la determinación del área basal (AB) promedio por árbol en función del diámetro cuadrático promedio	66
31	Modelo para la determinación del área basal (AB) para "N" árboles por hectárea y diámetro cuadrático medio	66
32	Modelo para la determinación del área basal (AB) para un determinado IDRR, diámetro cuadrático medio y diámetro cuadrático de referencia	77
33	Modelo que expresa la relación funcional entre el diámetro de copa (DC) y diámetro normal (D) (para la determinación del FCC) .	67
34	Modelo para la determinación del área de copa (AC) para árboles de una determinada categoría diamétrica	68
35	Modelo para la determinación del área máxima de copa (AMC)	68
36	Modelo para la determinación del factor de competencia de copas (FCC)	68
37	Modelo para determinar el número de árboles (N), en función del AMC, que podrían crecer libremente en una hectárea produciendo una cobertura de copas completa	68
38	Modelo para la determinación del área basal (AB) por categoría diamétrica	69
39	Modelo de Schumacher con los parámetros estimados, para la construcción de la curva guía de índice de sitio para <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul"	82
40	Modelo de Schumacher con los parámetros estimados para la construcción de curvas anamórficas de índice de sitio (S) para <i>P. cooperi</i> en el SPEF "Cielito Azul"	82
41	Modelo con los parámetros estimados para	

	determinar el número de árboles en función del diámetro cuadrático medio para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	95
42	Modelo con los parámetros estimados para la construcción de curvas de IDRR para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	96
43	Modelo con los parámetros estimados para la determinación del área basal (AB) por hectárea para "N" árboles y para un determinado IDRR para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul" . .	98
44	Modelo con los parámetros estimados que expresa la relación funcional entre el diámetro de copa (DC) y el diámetro normal (D) para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul" .	104
45	Modelo con los parámetros estimados para la determinación del área máxima de copa (AMC) para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul" . .	104
46	Modelo con los parámetros estimados para determinar el área máxima de copa (AMC) en relación a una hectárea para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	104
47	Modelo con los parámetros estimados para determinar el factor de competencia de copas (FCC) para P. cooperi en el SPEF "Cielito Azul"	106

INDICE DEL APENDICE

Cuadro	Página
1	Claves correspondientes a tipo de individuo . 120
2	Claves correspondientes a las especies . . . 120
3	Claves de acuerdo a la clasificación por vitalidad del arbolado 122
4	Claves por tipo de daño que presenta el arbolado 122
5	Claves del arbolado de acuerdo a su tendencia dinámica 122
6	Claves de acuerdo a la forma del arbolado (características del fuste) 122

Programa

1	Elaboración de curvas anamórficas de índice de sitio con la ecuación de Schumacher con el método de la curva guía 124
2	Elaboración de curvas anamórficas de índice de sitio con la ecuación de Chapman-Richards con el método de la curva guía 126
3	Elaboración de curvas anamórficas de índice de sitio con la ecuación acumulativa de Weibull con el método de la curva guía 129

RESUMEN.

La evaluación de la calidad de sitio y la determinación de los niveles apropiados de densidad son temas de la mayor importancia para manejar los recursos forestales. Por tal motivo, en este trabajo, se calificó las calidades de sitio a través del modelo de Schumacher, en su versión anamórfica, y se determinaron los diferentes niveles de densidad usando el Índice de densidad de Rodales de Reineke (IDRR) y el Factor de Competencia de Copas (FCC) en el Sitio Permanente de Experimentación Forestal "Cielito Azul", municipio de San Miguel de Cruces, Durango. Los resultados más relevantes indicaron que el 61.12% de la superficie total del SPEF está representada, en porcentajes iguales, por las calidades de sitio de 23 y 26 m; le sigue la calidad de sitio de 29 m con 16.67% y, enseguida, la calidad de 19.68 m. Las calidades de sitio mayores (32, 35 y 41 m) están representadas en sólo 8.34% del área. En cuanto a la calificación de la densidad, se encontró que a la norma de densidad establecida (máxima extrema) corresponde un IDRR de 2685 a 25.4 cm de diámetro cuadrático de referencia. En cambio con el Factor de Competencia de Copas, el número de árboles necesarios para cubrir completamente una hectárea varía de 6916 árboles (a un diámetro normal de 10 cm) hasta 1282 (a un diámetro normal de 30 cm).

SUMMARY.

The site quality evaluation and the determination of proper levels of density are very important topics to manage the forest resources. Therefore, in this study the site qualities were qualified with the Schumacher model by means of its anamorphic version; also, the different density levels were determined using the Reineke Stand Density Index (IDRR) and Crown Competency Factor (FCC). All of this was made in the Sitio Permanente de Experimentación Forestal "Cielito Azul", which is located in San Miguel de Cruces, Durango, México. The most important results shown that 61.12% of the total area is represented in equal percentage by the site qualities for 23 and 26 m, following the site quality for 29 m with 16.67%, and finally the site quality for 19.68 m. The best site qualities (32, 35 and 41 m) are represented only in the 8.34% of the area. As for density qualification shown that to the regulation of established density (critical maximum) corresponds a IDRR from 2685 to 25.4 cm of quadratic diameter of reference. Nevertheless, with the Crown Competency Factor, 6916 tree (10 cm d.b.h.) until 1282 trees (30 cm d.b.h.) are necessary to cover one hectare fully.

1. INTRODUCCION.

En la actualidad, el manejo de los recursos forestales se ha intensificado. Ahora se demandan más productos y más servicios, al mismo tiempo que se exige la sustentabilidad de esos recursos. Como respuesta a esa intensificación crece la importancia de la cuantificación del rendimiento potencial de diferentes especies, en diferentes lugares y bajo diferentes alternativas de manejo. Conocer la magnitud de esa cuantía es, sin duda, el primer paso para el manejo adecuado de los recursos forestales.

El concepto calidad de sitio se refiere al conjunto de condiciones bióticas y abióticas que influyen en el crecimiento de los árboles. Complementariamente, la densidad se refiere al nivel o grado de poblamiento de árboles en un bosque. Conjuntamente, la calidad de sitio y la densidad, determinan en la mayor proporción el rendimiento que el bosque tendrá, considerando que la especie y su calidad genética sean constantes. Por estos argumentos se evidencia que, la evaluación de la calidad de sitio y la determinación de los niveles de densidad apropiados, son tareas de la mayor importancia para manejar los recursos forestales.

El silvicultor difícilmente podría manipular la calidad del sitio; sin embargo, su evaluación es importante para analizar el crecimiento de los árboles que componen un bosque, esta evaluación permite explicar o comparar las dimensiones como la altura, el diámetro, el volumen, etc., para bosques creciendo en diferentes calidades de sitio.

En cambio, las modificaciones de la densidad son factibles de manera más inmediata. De hecho, la densidad es el principal factor que el silvicultor puede manipular o manejar para influir sobre el desarrollo de las especies, propiciar su regeneración, mejorar la calidad de la madera,

modificar su tasa de crecimiento en diámetro y la producción de volumen (Daniel *et al.* 1982). Quizá la responsabilidad más importante de un silvicultor es la de mantener una densidad "correcta" en los rodales que administra.

Para contribuir en los aspectos señalados para los bosques del estado de Durango, particularmente en el Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) "Cielito Azul", en este trabajo se plantean los siguientes objetivos:

- Calificar las calidades de sitio a través de los modelos de Schumacher, Chapman-Richards y modificado de Weibull.
- Evaluar el efecto de diferentes niveles de densidad sobre el área basal.

Derivado de los objetivos anteriores, se podrá:

- Establecer relaciones entre la calidad de sitio y el nivel de densidad con las diferentes características del arbolado, como su diámetro, altura, área basal por hectárea y volumen.

Con lo anterior se proveerán las bases para prescribir aclareos y sus correspondientes densidades residuales, proyectando su rendimiento bajo diferentes regímenes de manejo.

2. ANTECEDENTES.

2.1 Generalidades sobre modelos de crecimiento.

Algunos de los modelos de crecimiento son utilizados para proyectar, a través del tiempo, la relación edad-altura, u otras variables como el número de árboles, área basal, diámetro cuadrático, etc. por tal motivo, en este apartado se hace énfasis en los principales argumentos que sustentan la generación de dichos modelos.

Un modelo, para el caso de la predicción del crecimiento y rendimiento de árboles o masas forestales, es una función matemática, o sistema de funciones, desarrollada(s) con base en datos de parcelas de crecimiento (información empírica) y conocimientos biológicos del crecimiento de las especies (procesos lógicos del sistema), que estima(n) el valor de un parámetro de la masa arbórea, como la altura, el diámetro, la biomasa, etc. o conjunto de ellos (Ek *et al.* 1987; Hughell 1991).

Los modelos de crecimiento y rendimiento son elaborados para varios propósitos, a saber: estimar la producción futura, determinar el turno óptimo y realizar análisis financieros, estimar el crecimiento bajo condiciones donde no existen datos, comparar alternativas de manejo para analizar las mejores opciones de uso de la tierra, simular prácticas silviculturales y sintetizar hipótesis, conocimientos y datos experimentales a una expresión entendible del comportamiento de los bosques (modelos ecológicos), entre otros (Hughell 1991).

En la actualidad existe un número considerable de enfoques de clasificación y construcción de modelos para estimar el incremento y rendimiento de rodales. Esto debido

a la variedad de condiciones silvícolas, a la diversidad de objetivos y necesidades de los usuarios y a la disponibilidad de recursos de diversa índole, aunado al avance en materia de técnicas de análisis numérico y de programación computacional (Zepeda 1990).

No obstante lo anterior, e independientemente de su complejidad estructural, grado de detalle de sus resultados y uso específico, el objetivo común de este tipo de expresiones es producir estimaciones de características de los árboles o estadísticas de los rodales, en puntos específicos del tiempo (Munro 1974; Burkhart 1981, 1982; citados por Zepeda 1990); en el mejor de los casos para procurar pronósticos razonables del efecto futuro de prácticas actuales de manejo silvícola (Stage 1973; citado por Zepeda 1990), durante períodos prolongados de tiempo (Shifley et al. 1982; citado por Zepeda 1990).

Para modelar el crecimiento de árboles y masas forestales, en la actualidad se consideran dos métodos de construcción: los modelos de proceso y los empíricos. Los primeros simulan los procesos biológicos mediante los cuales se elabora la biomasa del organismo; y los segundos, basados en la experiencia, el crecimiento es considerado como la respuesta de un sistema complejo, sobre el que actúa un gran número de variables, pero pocas de ellas, frecuentemente sólo la edad, se considera para el modelaje (Ramírez 1994).

El crecimiento resulta de la interacción de dos fuerzas opositoras; el componente positivo, manifestado por la expansión de un organismo, representa la tendencia innata hacia la multiplicación exponencial; este componente está asociado con el potencial biótico, actividad fotosintética, absorción de nutrientes, metabolismo constructivo (anabolismo), etc. El componente opositor representa las

restricciones impuestas por factores externos (competencia por recursos, respiración -catabolismo-, estrés, etc.) e internos (mecanismos regulatorios y envejecimiento) (Zeide 1993).

Por su parte, Hughell (1991), indica que el proceso biológico del crecimiento es la respuesta de dos procesos: uno que impulsa al organismo a aumentar de tamaño mediante la acumulación de la energía bioquímica y, el otro, que frena el crecimiento mediante el gasto de energía para realizar sus funciones fisiológicas. Estos dos procesos son conocidos como los procesos anabólicos y catabólicos respectivamente.

El proceso anabólico tiene relación directa con el tamaño de la copa y la extensión de la raíces o, en general, el área foliar del árbol. Mediante el proceso de fotosíntesis el árbol crece utilizando la energía solar, el carbono, los nutrientes y el agua. El proceso de fotosíntesis utiliza la luz solar y dióxido de carbono para generar la energía bioquímica y asimilar el carbono. Los nutrientes y el agua entran al árbol mediante las membranas de las hojas y por las raíces. El proceso catabólico es la respiración, mediante la cual el organismo libera energía bioquímica para sus actividades fisiológicas. Este proceso tiene una relación directa con la biomasa del organismo; es decir (Hughell 1991):

$$\text{Crecimiento} = \beta_0(\text{superficie}) - \beta_1(\text{volumen})$$

La expresión anterior indica que el crecimiento de un organismo va a depender de los procesos anabólicos menos los procesos catabólicos. Si se conoce la función para determinar la superficie de un organismo (conocer la magnitud de los procesos anabólicos) y la del volumen o biomasa (conocer la

magnitud de los procesos catabólicos), es posible obtener la ecuación específica del crecimiento (incremento corriente anual). Bertalanffy en 1957 fue el primero en desarrollar esta ecuación, la cual, generalmente, se presenta en la forma siguiente:

$$ICA = aW^m - bW \quad (1)$$

Donde:

ICA = incremento corriente anual.
W = volumen.
m = 2/3
a y b = parámetros a ser estimados.

Integrando la ecuación anterior con respecto a la edad, se obtiene una ecuación que relaciona el volumen acumulado con la edad (ecuación de rendimiento):

$$W = \beta_0 \left[1 - e^{-\beta_1 E} \right]^{\left(\frac{1}{1-m} \right)} \quad (2)$$

Donde:

W = volumen.
E = edad.
 β_0 = asíntota superior de la curva.

$$\beta_0 = \left[\frac{a}{b} \right]^{\left(\frac{1}{1-m} \right)}$$

$\beta_1 = b(1-m)$.
m = rapidez con que el volumen se acerca a la asíntota (β_0).

Bertalanffy (1957); citado por Hughell (1991), fijó el valor de "m" en 2/3.

2.2 Calidad de sitio.

El suelo y su ambiente correspondiente, se considera como el hábitat de los árboles del bosque y de otros organismos. De esta manera, la calidad del hábitat o sitio, se define como la suma total de todos los factores (climáticos, edáficos y biológicos) que influyen en la capacidad del bosque para sostener árboles u otros tipos de vegetación (Pritchett 1986; Spurr y Barnes 1980).

Es posible afirmar, partiendo de la definición de índice de sitio, que sólo existen métodos indicadores de la calidad de sitio y no métodos que permiten determinar exactamente la productividad de las áreas (Zepeda y Rivero 1990).

El término "sitio" se define como un área considerada en función de un medio ambiente, determinado por el tipo y calidad de la vegetación que soporta. En dasonomía, este término se emplea para determinar la capacidad para soportar el crecimiento de las especies forestales. Como el objetivo principal del manejo de bosques para la producción de madera es la obtención más grande de beneficios económicos, el conocimiento de la productividad potencial de los sitios forestales es esencial (Spurr 1952; citado por Bojorges 1990; Zedaker et al. 1987).

Su clasificación puede ser a través de tipos de sitio, considerando el clima, el suelo y la vegetación o, en clases, considerando su potencial para producir productos primarios, derivados de las especies arbóreas (Avery y Bukhart 1983).

2.2.1 Evaluación de la calidad de sitio.

Los prerrequisitos de cualquier tipo de manejo forestal lo constituyen, sin duda, la evaluación, clasificación y

mapeo de las áreas forestales. Son importantes, sobre todo, para los programas de manejo intensivo y constituyen los primeros pasos en el desarrollo de los múltiples planes para uso del suelo (Pritchett 1986).

La finalidad principal de la mayor parte de los sistemas de clasificación en términos de "producción potencial de volumen de madera", ha sido evaluar de manera precisa el hábitat en función de dicha producción potencial (Pritchett 1986). No obstante, ésta es difícil de medir con algún grado de exactitud y está sujeta a fluctuaciones amplias debido a diferencias en la composición de especies, densidad y otros factores (Curtis 1964).

En general, la calidad del sitio se puede medir en términos de la máxima cantidad de madera producida dentro de un cierto período y para una especie determinada. El valor que se le asigna puede variar según la especie y la longitud del turno (Bojorges 1990).

La calidad de sitio se puede indicar mediante los términos "bueno" y "pobre", los cuales implican un potencial productivo elevado en contraste con uno bajo (Clutter et al. 1983).

El problema principal para evaluar la calidad de sitio de un bosque, es la integración de los diversos factores que intervienen en la productividad. Los métodos más exitosos para predecir la calidad del sitio han sido aquellos que combinan a un número de factores en ecuaciones de predicción del volumen o crecimiento en altura (Zedaker, et al. 1987).

Aunado al problema anterior, la evaluación de la calidad del sitio se complica cuando se tienen bosques irregulares, que en general es la condición de los bosques de México.

Algunos de los problemas aparentes de los bosques irregulares para la determinación del índice de sitio son (Monserud 1987):

- Muchas especies presentes. La composición de especies es muchas veces mezclada e imprevisible. Esto representa una dificultad para determinar cuál especie pudiera ser el mejor indicador de la productividad del sitio.
- No existen curvas de índice de sitio disponibles para muchas especies, algunas de ellas pudieran tener prioridad en cuanto a la importancia relativa.
- La edad del rodal puede no tener sentido. Esto es cierto en muchos rodales irregulares.
- La edad del rodal pudiera ser inasequible. La pudrición de la médula del fuste es un problema común en diferentes especies (para Estados Unidos se pueden mencionar: *Thuja plicata*, *Tsuga heterophylla* y *Abies grandis*, especialmente en árboles viejos que, generalmente, pudieran ser seleccionados como árboles sitio (aquellos que son apropiados para la estimación de la calidad del sitio). Un problema adicional puede ser el hecho de que sean mucho más gruesos que el taladro y no es posible alcanzar la médula.
- Los árboles dominantes pudieran haber tenido supresión en su desarrollo. Muchas veces no es prudente asumir que los árboles más gruesos o altos pueden ser la mejor indicación del potencial del crecimiento.
- Los árboles indicadores del potencial del sitio pudieran tener reducción del crecimiento por ataque de plagas y enfermedades.

Aunque, como indica el mismo autor, muchos de los problemas anteriores pueden ser resueltos con una cuidadosa selección de los árboles sitio y realizar exámenes de los incrementos (anillos de crecimiento) para estar seguro de que los árboles son verdaderamente indicativos del potencial del sitio para producir madera.

2.2.2 Métodos de evaluación de la calidad de sitio.

Los factores más importantes que hasta la fecha se han tomado en cuenta para la clasificación de las áreas forestales se basan en las características del bosque, como: la tasa de crecimiento, la composición de especies, el contenido de nutrientes del follaje, las propiedades físicas y químicas del suelo y el tipo de vegetación presente. Históricamente, a medida que el manejo forestal se fue haciendo más intensivo, los sistemas de evaluación de las áreas forestales progresaron desde las clasificaciones por productividad bruta, basadas en las características del bosque y su ambiente físico, hasta los actuales enfoques multifactoriales (Pritchett 1986).

El manejo intensivo de los bosques requiere una valoración exacta de la calidad del sitio. La calidad del sitio de las tierras forestales ha sido evaluada mediante diferentes procedimientos (Walters y Burkhardt 1987).

Los principales métodos de estimación se clasifican en directos e indirectos. Los primeros realizan la estimación a partir de registros permanentes de producción, en datos de volumen del rodal, y en datos de altura del rodal. Los segundos, a partir de la relación que hay entre especies, de características de la vegetación, y de factores topográficos, climáticos y edáficos (Clutter et al. 1983).

La elección de cualquiera de los métodos, directos o indirectos, para la medición de la calidad de sitio, está en función de las características del bosque, la precisión requerida, los recursos con los que se cuente para la toma de información, los objetivos por los cuales se desea determinar el índice de sitio y la facilidad de uso del método (Spurr y Barnes 1980).

Los métodos directos proporcionan una mejor evaluación de la calidad del sitio que los métodos indirectos (Clutter et al. 1983). Sin embargo, su aplicación es difícil, debido a que la calidad de sitio es el efecto combinado de diversos factores ambientales que interactúan entre sí y con las propiedades genéticas de la especie en cuestión.

En virtud de lo anterior, la aplicación de los métodos indirectos es la manera más común de medir la calidad de sitio debido a que procuran seleccionar medidas fáciles de las propiedades de la vegetación o del suelo que integren el efecto de los factores medioambientales en la productividad. Estos, además de que son muy sencillos y relativamente de bajo costo, estiman la calidad de una manera muy precisa y han sido un predictor efectivo de crecimiento de los árboles en numerosos estudios del crecimiento y rendimiento (Carmean y Lenthall 1988; Wykoff y Monserud 1987).

Jones (1969); citado por Bojórques (1990), clasifica a los métodos indirectos dividiéndolos en: a) relación altura/edad (índice de sitio), b) vegetación indicadora y, c) factores del ambiente.

De todas las medidas indirectas que se han generado, la relación edad/altura (índice de sitio) es la más práctica, consistente y útil como indicador de la calidad de sitio (Davis y Johnson 1987; citados por Acosta 1991; Walters y

Burkhardt 1987). Se ha sugerido usar la altura a una edad específica como medida de productividad del bosque, y considerado que la producción en volumen, principal medida de la calidad de sitio, es una función de la altura y diámetro, y que la primera está menos influenciada por la densidad del rodal (Roth 1916; citado por Acosta 1991).

Por su parte Curtis (1964), dice que la altura es una de las variables más determinantes de la estimación del volumen, objetivo fundamental de la clasificación de las áreas forestales, además de su fácil medición y de que es menos influenciada por otros factores, por ejemplo la densidad.

2.2.2.1 Índice de sitio.

El índice de sitio (IS) se define como la altura que alcanzan los árboles dominantes o codominantes a una edad predeterminada, edad base o referencia, bajo las condiciones que presenta el sitio (Hagglund 1981; Daniel *et al.* 1982; Clutter *et al.* 1983; Pritchett 1986). Considerado en combinación con las tablas de volúmenes, el índice de sitio es la unidad de medición por la cual se determina la productividad relativa de las áreas forestales (Pritchett 1986).

Una de la ventajas que ofrece este método, es que se puede emplear en la cuantificación de la producción, ya que es una expresión numérica, su medición es fácil y está libre de la influencia de la densidad del rodal (Curtis 1964; Hagglund 1981; Spurr y Barnes 1980). Sin embargo, Borders *et al.* (1984), hacen la aclaración de que los extremos en densidad sí afectan al índice de sitio.

Dentro de las principales desventajas que se pueden indicar son (Curtis 1964):

a) La altura es solamente uno de los componentes para estimar el volumen. El índice de sitio no es sinónimo con productividad del volumen.

b) La información del índice de sitio es generalmente presentada con pequeña información acerca de relaciones ecológicas, que son siempre factores determinantes de la productividad del sitio, y

c) La estimación del índice de sitio implica la proyección de alturas en el tiempo a una edad base por medio de una familia de curvas; por lo tanto se introduce un error que generalmente es desconocido, y éste depende de la exactitud de las mediciones de los árboles individuales, a partir de los cuales las curvas fueron elaboradas.

El efecto de la densidad del rodal sobre el crecimiento en altura (es decir, el efecto sobre el índice de sitio) depende de las especies. Es necesario conocer algo acerca de los efectos de la densidad sobre una especie en particular, con respecto al crecimiento en altura, para hacer una interpolación adecuada de las mediciones de índice de sitio (Lynch 1958; Alexander *et al.* 1967; citados por Daniel *et al.* 1982).

2.2.2.2 Curvas de índice de sitio.

El índice de sitio es un método que se utiliza para generar curvas de crecimiento en altura, que representan el comportamiento de esta variable durante la vida del rodal bajo diferentes sitios, y pretenden describir el ritmo de crecimiento en altura de árboles hipotéticos (Bojorges 1990).

Una familia de curvas de índice de sitio es un grupo de patrones de desarrollo en altura con un símbolo cualitativo, o número, asociado con la curva para propósitos de referenciar calidades de sitio diferentes (Clutter et al. 1993).

La mayoría de las curvas de crecimiento que se han elaborado, fueron preparadas por el método que desarrolló Bruce en 1926; éste genera curvas anamórficas, las cuales se describen mas adelante. Este procedimiento, consiste en las fases siguientes (Curtis 1964):

- a) Medición de altura y edad de una serie de parcelas que cubra el rango de sitios y edad.
- b) Graficar las alturas de las parcelas en relación a la edad correspondiente, y ajustar una curva a la distribución resultante.
- c) Usando el promedio o curva guía derivada, dibujar una familia de curvas anamórficas o armónicas, que asumen la representación del crecimiento en todos los sitio.

El método es simple, y ha mostrado ser práctico y fácil. Sin embargo, éste contiene un número de fuentes de error que al eliminarlas podría materialmente aumentar la precisión y facilidad de las técnicas de índice de sitio. Las principales fuentes de error son (Curtis 1964):

- a) El tipo de curva que describe la relación altura/edad, no está bien definida; debido principalmente a la pronunciada dispersión vertical de los datos.

b) El supuesto de una relación proporcional constante entre las curvas de crecimiento para todos los sitio y condiciones del rodal y,

c) El supuesto de que la calidad de sitio es independiente de la edad.

La naturaleza de la familia de curvas altura-edad que generan diversas ecuaciones de crecimiento, se clasifican en tres tipos (Davis y Johnson 1987; citados por Acosta 1991): a) curvas anamórficas, b) curvas polimórficas no cruzadas y, c) curvas polimórficas cruzadas.

2.2.2.2.1 Curvas anamórficas.

Las curvas anamórficas, son aquellas donde la altura de una curva a cualquier edad es proporción constante de la altura de otra a esa misma edad; es decir, las curvas de índice de sitio son anamórficas si hay una tasa relativa de crecimiento constante para todos los índices de sitio a una edad específica.

Las curvas anamórficas son rectas paralelas cuando se representan en escala logarítmica, con pendiente igual pero con distinta ordenada al origen. En escala lineal son curvas que guardan proporcionalidad entre sí (Bojorges 1990).

Borders et al. (1984), mencionan que en una familia de curvas, proporcionales a una promedio, el punto de inflexión es a la misma edad para todas ellas, teniendo la misma pendiente, por lo que la tasa de crecimiento es constante en todos los sitios (Bojorges 1990).

Existe la evidencia de que las curvas construidas alrededor de la curva guía frecuentemente no representan de manera exacta las condiciones del crecimiento del bosque. Debido probablemente, a errores al producirse un muestreo desigual debido a la tala y abandono de tierras en un lugar determinado (Pritchett 1986).

En los suelos de alta calidad, los árboles llegan a un tamaño comercial más pronto y generalmente se cortan a una edad menor; en consecuencia, un muestreo en un determinado tiempo, podría dar como resultado una curva sesgada que tendería a subestimar el índice de sitio en bosques más jóvenes que el índice de sitio y a sobreestimarlos en bosques más antiguos (Beck 1971).

Además es falsa la suposición de que la forma de la curva no varía de un área a otra y que, por tanto, es anamórfica (Beck y Trousdell 1973; Spurr 1952; citados por Pritchett 1986).

El grado de diversidad en la forma de la curva parece variar con las especies y con su ubicación, pero el tipo de crecimiento con el cambio en la calidad del suelo puede ser similar para muchas especies (Pritchett 1986).

El mismo autor menciona que la tasa de crecimiento en altura de los árboles aumenta rápidamente en las áreas de mejor calidad y luego el crecimiento se vuelve relativamente lento; en contraste, la tasa de crecimiento en los suelos más deficientes aumenta lentamente durante los primeros años pero se mantiene constante durante un tiempo más largo, lo que implicaría la posibilidad de una asíntota similar que puede ser alcanzada a diferentes ritmos de crecimiento.

2.2.2.2.2 Curvas polimórficas.

Las curvas polimórficas son aquellas en que la tasa relativa de crecimiento no es constante para todos los índices de sitio. Lo que significa que esa tasa es variable para todos los índices en cada edad (Davis y Johnson 1987; citado por Acosta 1991).

Las curvas polimórficas al no ser proporcionales unas de otras, indican que existen distintos hábitos de crecimiento, para la diferentes clases de índice de sitio (Bailey y Clutter 1974)

El sesgo producido por no usar las curvas polimórficas en estudios de crecimiento, probablemente sea de escasa importancia en los turnos relativamente breves en los bosques manejados intensivamente. No obstante, las variaciones en los modelos de crecimiento entre las áreas, debido a las diferencias en determinadas condiciones de suelo pueden ser bastante notables en los primeros años de desarrollo del bosque (Pritchett 1986).

Cuando en las curvas de crecimiento el polimorfismo es pronunciado, no solamente se introducen errores en la estimación del índice de sitio, también la estimación no tendría sentido como una medida de la productividad relativa, excepto cuando la edad de referencia usada coincide con la rotación esperada (Curtis 1964).

Existen dos tipos de curvas polimórficas: articuladas y desarticuladas, o no cruzadas y cruzadas respectivamente, las articuladas son curvas que guardan una cierta relación, aunque no proporcional y éstas no llegan a cruzarse en los rangos de interés, mientras que las desarticuladas no tienen ninguna relación entre ellas y es posible se crucen dentro del rango de interés (Clutter et al. 1983).

Carmean y Lenthall (1988), indican que las diferencias en la forma de las curvas, para *Pinus banksiana*, relacionadas a los diferentes índices de sitio, son probablemente menores cuando los datos son limitados a trechos de 2.0 m de clases de índice de sitio.

2.2.2.3 Métodos para la colecta de datos.

Las curvas de índice de sitio se obtienen de mediciones de altura y edad de árboles sitio (aquellos que son apropiados para la estimación del índice de sitio); los datos pueden provenir de análisis troncales o de mediciones en sitios temporales o permanentes (Bojorges 1990).

Los árboles sitio deben cumplir las siguientes características (Dolph 1983; Carmean y Lenthall 1988).

- Posición de la copa dominante o codominante. Si al analizar los anillos de crecimiento de un árbol algunos muestran estrés en el pasado éste debe ser rechazado.
- No deben presentar evidencias de daños por enfermedades o insectos.
- Que la punta no este quebrada o deformada visiblemente y que el análisis troncal no indique daño en la punta en el pasado.
- Los radios de copa al menos de 40% en relación a la altura total. El crecimiento en altura de árboles con radios pequeños de copa puede haber sido afectado por densidad.

Además Barrett (1978), enfatiza, complementando las características anteriores, que, en el área donde se tome la

información, no deben existir grupos de árboles que indiquen supresión del crecimiento, que el árbol, donde se hagan las mediciones, presente entrenudos consistentes en tamaño y que no existan residuos de vegetación abajo del dosel, que pudiera indicar competencia durante el desarrollo temprano del rodal.

Las mediciones de los árboles sitio son relacionadas a una familia de curvas de índice de sitio para la estimación de la altura total a una edad base específica. Generalmente se utiliza la edad total del arbolado dominante o codominante; sin embargo, algunas veces se usa la edad a la altura del pecho en especies que tienen bajo y errático crecimiento en altura cuando no han alcanzado todavía la altura del pecho (Carmean y Lenthall 1988).

Esos mismos autores compararon la precisión de curvas de crecimiento, para *P. banksiana*, usando la edad total, por un lado, y la edad a la altura del pecho por otra. Las curvas de la edad total fueron generadas usando la expansión de Ek' (1971), del modelo de regresión no lineal de Chapman-Richards (Ecuación 3) (Carmean y Lenthall 1988).

$$H = b_1 S_t^{b_2} (1 - e^{-b_3 A_1})^{b_4 S_t^{-b_4}} + E \quad (3)$$

Para las curvas de edad a la altura del pecho el modelo de Ek fue modificado adicionando una constante (1.30 m) para tomar la edad a la altura del pecho (Ecuación 4):

$$H = 1.3 + b_1 S_b^{b_2} (1 - e^{-b_3 A_b})^{b_4 S_b^{-b_4}} + E \quad (4)$$

Donde:

H = altura de los árboles dominantes o
 codominantes (m)
 A_t = edad total (años)
 A_b = edad a la altura del pecho (años)
 S_t = índice de sitio (altura a 50 años de edad
 total)
 S_b = índice de sitio (altura a 50 años de edad a
 la altura del pecho)
 b₁...b₅ = coeficientes de regresión a ser
 estimados
 e = base de los logaritmos naturales
 E = error del modelo

El índice de sitio no puede ser resuelto usando las ecuaciones 3 y 4, pero una analogía (Ecuación 5) sugerida por Payandeh (1974a); citado por Carmean y Lenthall (1988), proporciona una forma más directa de estimación del índice de sitio, dados valores de edad y altura.

$$S_b = b_1^{Hb_2} (1 - e^{-b_3 A_1})^{b_4 H^{-b_5}} + E \quad (5)$$

La ecuación (3) se usó para generar curvas de crecimiento en altura basadas en la edad total y, la (4), para curvas de crecimiento en altura basadas a la edad a la altura del pecho. Los estadísticos que permiten comparar la precisión para esas dos ecuaciones mostraron que la edad a la altura del pecho tienen un residual de la suma de cuadrados 18% más bajo que el de las curvas que consideran a la edad total. Una prueba de F indicó que las curvas de crecimiento en altura basadas sobre la edad a la altura del pecho son más precisas para predecir el crecimiento en altura de *P. banksiana*, al nivel de 0.5 de significancia, que las curvas basadas en la edad total (Carmean y Lenthall 1988).

Al usar la edad a la altura del pecho, más bien que la edad total, se elimina el bajo y errático crecimiento

temprano en altura, lo que conlleva a mejores estimaciones del crecimiento en altura y de las curvas de índice de sitio (Carmean y Lenthall 1988).

El bajo y errático crecimiento en altura abajo de la altura del pecho refleja un fuerte efecto acumulativo de muchos factores que no son del sitio y que pueden influenciar el crecimiento temprano en altura. Esos factores incluyen competencia temprana y supresión, daños, mamíferos, insectos y enfermedades, componentes alelopáticos, y pequeñas diferencias del micrositio. El bajo y errático crecimiento temprano en altura podría posiblemente ser considerado un problema de silvicultura y manejo que podría resolverse desarrollando métodos de preparación del sitio y prácticas silvícolas de liberación (Carmean y Lenthall 1988).

La exactitud de las estimaciones de índice de sitio depende de dos condiciones: a) disponibilidad de árboles sitio apropiados que son indicadores del índice de sitio y, b) disponibilidad de curvas de índice de sitio o ecuaciones que describan adecuadamente los patrones de crecimiento en altura de los árboles para las condiciones del área donde será estimada la calidad del sitio (Carmean y Lenthall 1988).

Aún cuando se encuentren disponibles rodales y árboles sitio, un error considerable en la estimación del índice de sitio puede ocurrir cuando las curvas no expresen adecuadamente el patrón de crecimiento en altura, es decir, tarde o temprano el crecimiento en altura puede ser diferente al que se expresa en las curvas de índice de sitio. Para muchas especies forestales, existen curvas de índice de sitio que pueden estar basadas en un mínimo de datos, o métodos de medición usando solamente valores de altura total y edad, y sobre modelos de crecimiento en altura que no son apropiados para expresar los patrones variables (polimorfismo) de

crecimiento en altura de árboles. Los métodos más favorables para la colecta de información son las mediciones de análisis troncales y de entrenudos, y remediciones de parcelas de muestreo permanentes (Carmean 1975; Carmean y Lentahall 1988).

La distorsión de la curva media como un resultado de muestras sesgadas puede ser prevenida con análisis troncales, medidas internodales, y remediciones de sitios permanentes. Los datos obtenidos de esta manera generalmente permitirán la determinación de una forma de la curva verdadera reduciendo la dispersión de los puntos alrededor de la altura media para una edad indicada (Beck 1971).

Los datos provenientes de sitios temporales y de análisis troncales son más usados por su bajo costo, pero el uso de estos datos involucra el supuesto de que el total de rangos de índice de sitio y edades está bien representado en la muestra. En menor grado se utilizan los sitios permanentes, debido a su alto costo que implica el gran período de tiempo de observaciones y mediciones; pero, tienen la ventaja de representar una buena fuente de datos para desarrollar las ecuaciones de crecimiento, al igual que los datos provenientes de análisis troncales y medidas de entrenudos (Clutter et al. 1983; Carmean y Lenthall 1988).

Con datos de sitios temporales de altura-edad generalmente es posible producir solamente ecuaciones de tipo anamórfico. Sin embargo, Bailey y Clutter (1974) consideran que es posible obtener curvas no proporcionales (polimórficas), con un par de datos altura-edad por sitio; Zamudio y Ryszard (1992), utilizando los mismos argumentos de Bailey y Clutter (1974), mencionan que es posible obtener curvas de sitio polimórficas con una observación por sitio. En este método se toman únicamente virutas de incremento y

altura de árboles dominantes (Clutter *et al.* 1983), donde se deben cubrir todos los rangos de edades representando la totalidad de los índices de sitio (Curtis 1964). Sin embargo, tienen la desventaja de que un sólo par de datos altura-edad representa solamente una parte de la información de la curva y los ajustes no son muy buenos (Bojorges 1990).

2.2.3 Ecuaciones para la determinación del índice de sitio.

Para modelar la relación entre la altura y la edad de un rodal o árbol individual, se han utilizado diferentes modelos y técnicas. La mayoría de estas técnicas encuadran en cualesquiera de los tres métodos de desarrollo siguientes (Clutter *et al.* 1983):

- a) Método de la curva guía.
- b) Método de la diferencia algebraica y,
- c) Método de la predicción de parámetros.

El método de la curva guía es usado para generar ecuaciones de índice de sitio de tipo anamórfico. Esta técnica ajusta una curva promedio, o curva guía, en todo el rango de observaciones altura-edad. Alrededor de la curva guía se construye una familia de curvas, las cuales representan diferentes IS (Bojorges 1990).

Las representaciones matemáticas de curvas de IS son un apoyo sustancial en el uso de tales curvas (Ek 1971; citado por Carmean y Lenthall 1988); de tal manera que para expresar su comportamiento, se han utilizado una gran variedad de modelos, los cuales se han ajustado por cualesquiera de los tres métodos ya mencionados.

La aplicación del método de la diferencia algebraica, requiere datos provenientes de remediciones de árboles en sitios permanentes o de análisis troncales. El procedimiento es bastante flexible, y puede ser aplicado con cualquier ecuación altura/edad para producir curvas anamórficas o polimórficas. La etapa inicial en la aplicación de este método, es desarrollar en una forma de diferencia la ecuación a ser ajustada, en el cual se deben contar con mediciones de alturas dominantes H_1 y H_2 tomadas de los mismos sitios o individuos a dos diferentes edades E_1 y E_2 (Clutter et al. 1983; Ramírez et al. 1987)

Esta fórmula diferencial expresa la altura remedida (H_2) como una función de la edad de remedición (E_2), edad inicial (E_1) y altura inicial (H_1) (Clutter et al. 1983; Ramírez et al. 1988)

En general, una ecuación de diferencia algebraica tiene la forma:

$$Y_2 = f(Y_1, E_2, E_1, \beta)$$

Donde Y_2 es el valor de una variable continua definida sobre un árbol o un rodal en el período 2 de la medición, Y_1 es la misma variable medida en el período 1; E_2 y E_1 son las edades de los árboles o rodales en los períodos 2 y 1 respectivamente y β es el vector de parámetros (Borders et al. 1988).

Ramírez et al. (1987), encontraron que los procedimientos utilizados en la construcción de la ecuación de la diferencia algebraica, ofrecen la posibilidad de estudiar las formas implícitas del crecimiento funcional para discutir algunas interpretaciones biológicas.

El método de predicción de parámetros para el ajuste de curvas de índice de sitio se desarrolló para reflejar las tasas variantes de crecimiento en altura para diferentes sitios, donde la altura está en función de la edad del rodal o índice de sitio (Bojorges 1990).

Con este método se presentan problemas ya que las curvas resultantes no necesariamente pasan a través del punto en el que la altura iguala al índice de sitio, lo cual hace necesario un ajuste para asegurar que la predicción en altura a la edad base sea igual al índice de sitio indicado por la curva (Borders et al. 1984).

Para el ajuste de curvas de IS por el método de predicción de parámetros se deberá seguir las siguientes fases (Clutter et al. 1983):

- a) Ajustar una función lineal o no lineal altura-edad por cada árbol o por parcela.
- b) Usando cada curva ajustada asignar un valor de IS que le corresponde por árbol o por parcela.
- c) Relacionar los parámetros de las curvas ajustadas a los índices de sitio, a través de procedimientos de regresión lineal o no lineal.

Una vez que los parámetros del modelo que se esté empleando se ajusten a los valores de IS de cada rodal o parcela, el modelo se expresa de forma tal que en lugar de cada parámetro debe ir la función que ajustó mejor a dicho parámetro. De esta forma en lugar de tener $H = f(E, \underline{\beta})$ donde H es la altura, E la edad y $\underline{\beta}$ vector de parámetros; se tendría $H = f(E, \underline{f}(IS))$, donde H y E como se definieron antes

y $f(\text{IS})$ sería el vector de funciones, donde IS es el índice de sitio de cada árbol o parcela (Acosta 1991).

Es probable que los modelos que más se hayan utilizado para la construcción de curvas de IS, sean los modelos de Schumacher y el modelo de Chapman-Richards, en sus versiones anamórfica y polimórfica (Acosta 1991); y últimamente la función acumulativa de Weibull.

A continuación se describen estos modelos y algunos estudios realizados con su aplicación.

2.2.3.1 Modelo de Schumacher.

El modelo de Schumacher (1939), inicialmente se desarrolló para relacionar el volumen con la edad. El supuesto principal en que se basó el modelo, es que el crecimiento relativo varía inversamente con el cuadrado de la edad (Hughell 1991; Acosta 1991), por lo que ahora, de acuerdo al supuesto anterior, la forma resuelta ya aplicada a la altura (H) es:

$$H = \beta_0 e^{-\beta_1 E^{-1}} \dots \dots \dots (6)$$

Donde:

H = altura de los árboles dominantes y
codominantes

E = Edad

β_0 = Parámetro del valor asintótico

β_1 = Parámetro de la tasa de cambio

Este modelo es muy utilizado para generar curvas anamórficas por el método de la curva guía (Clutter et al. 1983).

Por ejemplo, en el Area Demostrativa Forestal Tapalpa, del estado de Jalisco, se realizó la estimación de la calidad de sitio para *P. michoacana cornuta* y *P. oocarpa*, mediante el método del índice de sitio usando el modelo de Schumacher (Benavidez 1987).

También Guerra en 1990, desarrolló el ajuste de cinco modelos para generar curvas de IS para *P. engelmannii* en El Salto, Durango, dentro de los cuales estaba el modelo de Schumacher; para ajustar los modelos utilizó las metodologías de la curva guía, de la diferencia algebraica y de la predicción de parámetros (Acosta 1991).

Por otra parte, este medio también se ha probado para generar curvas anamórficas y polimórficas por el método de la diferencias algebraica. Fierros (1989); citado por Acosta (1991), lo probó para ajustar curvas anamórficas y polimórficas con datos de análisis troncales de *P. caribaea* var. *hondurensis* en una plantación de la Sabana, Oaxaca.

2.2.3.2 Modelo de Chapman-Richards.

El modelo de Chapman-Richards, se considera como la aplicación de una forma generalizada de la función de crecimiento de Von Bertalanffy (descrito en el punto 2.1) a datos de plantas (Pienaar y Turnbull 1973).

Pienaar llegó a la conclusión de que cada uno de los modelos de crecimiento más conocidos como el Monomolecular, el Gompertz y el Logístico o de crecimiento autocatalítico, son justamente un caso especial del modelo generalizado de Chapman-Richards (Acosta 1991; Richards 1959).

Pienaar y Turnbull (1973), mostraron como Richard en 1959, estudiando crecimiento de plantas y Chapman en 1961, el

crecimiento de peces, llegaron a concluir que la constante alométrica de Von Bertalanffy de 2/3 estaba restringida para aplicarse a muchas formas de vida, por lo que sugirieron que dicha constante debería ser un valor indefinido y cambiaron la constante 2/3 por "m". De tal forma que la generalización de Chapman-Richards al modelo de Von Bertalanffy es una expresión matemática de una hipótesis que implica causas esenciales del fenómeno de crecimiento, además los parámetros en el modelo, tienen interpretación biológica o fisiológica. El desarrollo y el análisis del modelo aporta una mejor comprensión del proceso básico y una teoría general más útil (Acosta, 1991; Pienaar y Turnbull 1973).

Dicho modelo suele presentarse en la forma (Clutter et al. 1983):

$$H = \beta_0 [1 - e^{(-\beta_1 E)^{\beta_2}}] \quad (7)$$

Donde:

- H = altura de los árboles dominantes y codominantes.
- E = edad.
- β_0 = parámetro del valor asintótico.
- β_1 = parámetro de la tasa de crecimiento en altura.
- β_2 = parámetro de forma.

Este modelo se ha ajustado para generar curvas anamórficas y polimórficas por los tres métodos mencionados (Acosta 1991).

La aplicación de este modelo se ha generalizado en los estudios de crecimiento; por ejemplo, en el norte centro de Ontario, Canadá, se realizó un estudio para determinar los patrones de crecimiento en altura para *P. banksiana* Lamb. usando cinco parámetros por regresión no lineal de Chapman-

Richards para expresar la altura como una función de la edad e índice de sitio (Carmean y Lenthall 1988).

Los resultados más importantes indicaron que las curvas de crecimiento en altura, basadas en la edad a la altura del pecho, fueron más exactas que las curvas basadas en la altura total y, que los patrones polimórficos de crecimiento en altura, al relacionarse con el índice de sitio, presentaban una forma más curvilínea al incrementar el índice de sitio.

Bojorges (1990), realizó un estudio para determinar el IS para **Abies religiosa** mediante análisis troncales en la Estación Experimental Zoquiapan. Para el ajuste de la relación altura-edad, se eligió el método de la "diferencia algebraica", utilizando los modelos básicos de crecimiento de Schumacher y de Chapman-Richards. Estas opciones generaron curvas de índice de sitio de tipo anamórfico y polimórfico.

Los mayores pseudocoeficientes de determinación (R^2), se obtuvieron con el modelo de Chapman-Richards, prefiriéndose la formulación anamórfica por ser la de configuración más sencilla (Bojorges 1990).

Los mismos modelos fueron usados para determinar el índice de sitio para **P. arizonica** Engelm. en el estado de Durango. El modelo de Chapman-Richards en su versión polimórfica fue el modelo que mejor representó la relación altura/edad (Verdin 1990).

El modelo descrito también se ha ajustado por el método de predicción de parámetros. Por ejemplo Graney y Burkhart (1973), citados por Acosta (1991), lo utilizaron para generar curvas de IS para **P. echinata**. De hecho, el modelo que se ha denominado modificado de Richards, se generó por este método y Ek (1971), lo ajustó con datos de **Picea glauca**, después

Payandeh (1974) utilizó este mismo modelo para ajustar curvas de IS.

Existen otros modelos o modalidades de los dos anteriores que también ajustan curvas de IS y miden la calidad de sitio, considerando, además, métodos multifactoriales (Acosta 1991).

En el Suroeste de los Montes Apalaches, en Norteamérica, Beck (1971), desarrolló curvas de índice de sitio para *P. strobus* L. y los factores que lo afectan, usando el modelo de Richards (Ecuación 8) y datos de medidas internodales.

$$H = \beta_0 [1 - e^{-\beta_1 t}]^{\frac{1}{1-\beta_2}} \quad (8)$$

Donde:

H = altura.

t = edad.

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = parámetros.

Esa ecuación, con los valores convenientes en sus parámetros, representa una curva sigmoideal asimétrica que pasa a través del origen y se aproxima a una altura máxima, β_0 , cuando la edad se aproxima al infinito. Los resultados mostraron que existe una alta eficiencia al describir la relación edad sobre altura de los árboles individuales; sin embargo, al incluir variables topográficas este modelo no es muy apropiado para estimar el índice de sitio para la especie considerada (Beck 1971).

En Minnesota, en 1974, se realizó un estudio para determinar el índice de sitio para *P. resinosa* Ait. considerando variables de suelo y componentes del follaje terminal principal. Mediante un análisis de regresión múltiple, se concluyó que existen relaciones significativas

entre el índice de sitio y el nitrógeno superficial del suelo, el fósforo y el potasio, y la capacidad de intercambio catiónico. Pero, se encontró muy poca relación entre los componentes del follaje terminal, específicamente, el N foliar y el P (Alban 1974).

Rodríguez en 1982 determinó los índices de sitio mediante la técnica de análisis troncal para *P. montezumae* Lamb. en San Juan Tetla, Puebla, a través de la altura dominante relacionada con la edad, y determinó la influencia de las propiedades edáficas sobre el arbolado con fines de predicción de la productividad del bosque.

Los principales resultados obtenidos en ese estudio, indican que las propiedades edáficas que mayor influencia tienen en el desarrollo en altura y que determinan la capacidad productiva de los suelos ocupados por la especie estudiada en las calidades de sitio determinadas son: pH, contenido de limo y arcilla de la capa de suelo de 0-50 cm de profundidad y contenido de arcilla de las capas de suelo de 50-70 cm y 70-100 cm de profundidad (Rodríguez 1982).

Asímismo, se encontró que las diferentes exposiciones (norte, sur, este y oeste) también influyen en la calidad de sitio.

Aguirre en 1984, realizó un estudio en la región de Iturbe, Nuevo León, tendiente a estimar los índices de sitio para *P. pseudostrobus* Lindl. Para ello se utilizaron datos provenientes de análisis troncal. Estos datos fueron ajustados a siete modelos matemáticos, de los cuales el modelo de Richards modificado proporcionó los mejores resultados, por lo que se empleó para construir un sistema de curvas polimórficas de índice de sitio.

También, en la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla, fueron construidas curvas polimórficas de Índice de Sitio para *P. patula* Schl. et Cham., a partir de información obtenida de análisis troncal; se utilizó la ecuación de Richards modificada. A través de análisis de regresión paso a paso se obtuvo una ecuación que explicó el 76% de la variación observada en el crecimiento en altura con la inclusión de siete variables. Los principales factores del sitio que se encontraron asociados con el crecimiento en altura fueron la profundidad del horizonte A, la posición del arbolado en la pendiente, la pendiente, la exposición y la interacción exposición-pendiente (Arteaga 1985).

Para *Abies religiosa* y *P. hartwegii* se determinaron, mediante análisis de regresión, las relaciones con profundidad del horizonte A, profundidad del subsuelo, altitud y las interacciones pendiente-exposición y posición en pendiente-exposición. Los resultados para *Abies* no fueron satisfactorios; pero, para el pino, el modelo explicó la variación del crecimiento en un 74% (Gómez 1989).

Por su parte, Narváez (1990), estudió la relación de las características del suelo con los tipos de vegetación y la productividad en el Area Experimental Forestal "Madera", Chihuahua. Los principales resultados indican que los factores edáficos y topográficos influyen en la composición de la vegetación y en la productividad del área. Los tipos de vegetación se distribuyen en función de los gradientes de pendiente, altitud y exposición. Tales condiciones están asociadas a la profundidad y humedad del suelo y temperatura, principalmente. El 69.4 y 74.2% de la variación en el índice de sitio y volumen de la especie de pino, es explicada por las variables del suelo: Ph en KCl, contenido de arcilla del horizonte A y la lámina de agua aprovechable en el subsuelo.

En una plantacion de *P. caribaea* var. *hondurensis* de 10 años de edad, en "La Sabana", Oaxaca, se realizó un muestreo de suelo en parcelas permanentes con índice de sitio conocido, con la finalidad de determinar las características y propiedades del suelo: porcentaje de arena, contenido de materia orgánica, nitrógeno total, conductividad eléctrica, capacidad de intercambio catiónico, capacidad de campo y punto de marchitamiento permanente para relacionarlas con la calidad de sitio. El análisis por medio de componentes principales, mostró que el porcentaje de arena, arcilla y limo explicaron más del 75% de la variabilidad del índice de sitio (Zamudio y Fierros SF).

En México, los estudios sobre calidad de sitio se han realizado fundamentalmente sobre especies de coníferas, no así en otros países como Estados Unidos de Norteamérica, en donde ya se tienen avances sobre el tema en otras especies, también de gran interés económico y ecológico.

Por ejemplo, Broadfoot en 1967, realizó un estudio para correlacionar varias características de suelo con el crecimiento de *Liquidambar styraciflua* L., *Quercus falcata* var. *pagodaefolia* Ell., *Quercus nigra* L., *Quercus phellos* I., *Quercus nuttalin* Palmer, *Fraxinus pennsylvanica* Marsh., y *Populus deltoides* Bartr. Sin embargo, las ecuaciones desarrolladas por regresión múltiple, no predicen el índice de sitio con suficiente precisión en otras poblaciones, probablemente debido a que el muestreo fue incompleto y no consideró todas las condiciones bajo las cuales estas especies están creciendo, además, se consideró que existió cierta inhabilidad para medir las causas verdaderas de la productividad, por ejemplo, la disponibilidad de humedad y nutrientes en la estación de crecimiento, aireación del suelo, y condiciones físicas, incluyendo el espacio de crecimiento de las raíces.

Gale y Grigal (1987), desarrollaron un índice de la productividad del suelo y lo usaron para predecir la calidad del sitio y producción de rodales. Las especies utilizadas fueron *Populus tremuloides* Michx., *Acer rubrum* L., *P. resinosa* Ait. y *P. banksiana* Lamb. El modelo usa características del horizonte del suelo, clima y topografía relacionados a la distribución óptima vertical de las raíces de las especies y el cálculo del índice de productividad del sitio (PI). El PI explicó el 80% de la variación del índice de sitio para *Populus tremuloides*, el 55% para *P. banksiana*; menos del 16% para *Acer rubrum* y *P. resinosa*. Probablemente, los pobres resultados para las últimas dos especies se deben al gran número de rodales arriba de los 50 años y a la selección de curvas inadecuadas para esas especies.

2.2.3.3 Modelo acumulativo de Weibull.

La distribución Weibull debe su nombre al físico sueco Waloddi Weibull (Johnson y Kotz 1971; citado por Igbal 1989) quien en 1939 la usó por primera vez en estudios de resistencia a la ruptura de materiales y después su aplicación se generalizó en ingeniería (Yang et al. 1978).

En bosques, la distribución Weibull se ha utilizado para modelar, principalmente, la distribución diamétrica de los rodales (Yang et al. 1978). Con esta distribución es posible estimar el número de árboles por unidad de área por cada categoría diamétrica. Por primera vez fue utilizada por Bailey en 1972 (Frazier 1981).

El modelo de la distribución Weibull es (Philip 1983):

$$Y_x = \beta_3 \beta_2^{-1} \left(\frac{x - \beta_1}{\beta_2} \right)^{\beta_3 - 1} e^{-\left(\frac{x - \beta_1}{\beta_2} \right)^{\beta_3}} \dots \dots \dots (9)$$

Donde:

- Y_x = frecuencia de árboles de diametro "x" por hectárea.
- β_1 = parámetro de posición.
- β_2 = parámetro de escala.
- β_3 = parámetro de forma.

Los modelos de distribución diamétrica proporcionan una descripción muy completa de la estructura del rodal en términos de número de árboles, altura media, área basal, y volumen para una clase diamétrica determinada. Estos modelos basados en la función Weibull, requieren procedimientos eficientes para determinar el valor de los parámetros (Aguirre 1987). Diferentes procedimientos para la estimación de los parámetros pueden ser encontrados en: Blis y Reinker (1963), Dubey (1967), Bain y Antle (1967), Bailey y Dell (1972), Bailey (1974), Charles **et al.** (1974), Hafley y Schreuder (1977), Maciunas y Matalas (1979), Sutter (1982), Cao y Burkhart (1984); y Grender **et al.** (1990), entre otros.

En México su utilización se a limitado a describir la distribución diamétrica de algunas especies.

Por ejemplo, Montero (1992), elaboró un modelo de crecimiento para las plantaciones de **Pinus caribaea** var. **hondurensis** en "La Sabana", Oaxaca. Se utilizó la función Weibull para modelar las distribuciones de diámetros. Los parámetros estimados se relacionaron, a través de regresión múltiple por pasos, con algunas características del rodal, las que a su vez pueden ser proyectadas en el tiempo con la expresión polimórfica de la diferencia algebraica de Chapman-

Richards, permitiendo así la obtención de los parámetros de la distribución Weibull a diferentes edades. Las características del rodal fueron predichas aceptablemente en función de la edad.

En la región de El Salto, Durango, Aguirre en 1987 realizó un estudio en *P. cooperi* para determinar el índice de sitio usando las ecuaciones de Richards y Weibull; fueron encontradas pequeñas diferencias entre las dos funciones para el ajuste de datos de índice de sitio altura-edad. En la misma Región fue modelada la distribución diamétrica con la función Weibull en un estudio de crecimiento y rendimiento para rodales naturales de *P. durangensis* (Igbal 1989).

La función Weibull ha sido recientemente usada para modelar el crecimiento en altura (Bailey 1980; citado por Aguirre 1987). Las curvas de crecimiento se pueden presentar en forma de una distribución de frecuencias (densidad de probabilidades) o en forma de una distribución acumulada de frecuencias (distribución de probabilidades). Fundamentalmente una curva de incremento se parece a una función de probabilidades asimétrica (Yang et al. 1978). Para usos específicos es conveniente presentar la información en forma acumulada (Blalock 1983).

Existe una gran analogía entre las curvas de crecimiento acumulado y las curvas de densidad de probabilidad, por lo que es posible adecuar una función de probabilidades a estudios de crecimiento y rendimiento.

En virtud de lo anterior, la función Weibull ha sido modificada, y la forma final es la siguiente:

$$F = \beta_0 \left[1 - e^{\left(-\frac{X}{\beta_1} \right)^{\beta_2}} \right] \quad (10)$$

Esta función es altamente flexible, y es capaz de asumir virtualmente todos los aumentos monotónicos de las formas sigmoidales del crecimiento que se pudieran encontrar en el universo biológico. Esta también posee algunas características que son de particular interés en la construcción de modelos teóricos del crecimiento; por ejemplo, pasa por el origen con $X=0$ y se aproxima a un máximo asintótico cuando X tiende al infinito (Yang et al. 1978).

La flexibilidad del modelo se debe fundamentalmente a la presencia de los parámetros β_1 y β_2 que son los parámetros de escala y forma respectivamente.

2.3 Densidad.

La densidad se considera como el grado de poblamiento de árboles que tiene en un momento determinado un rodal y se puede medir por el número de árboles, área basal o volumen. La densidad determina el nivel de competencia entre dos o más organismos (Oliver y Larson 1990). La competencia, como efecto de la densidad, influye en el crecimiento de un rodal.

2.3.1 Importancia del manejo de la densidad.

La creciente demanda de productos derivados de los bosques, ha impuesto severas exigencias sobre su productividad y su rentabilidad económica que, conjuntamente con otras prácticas de utilización del suelo, hacen peligrar grandes extensiones de estos bosques (Sarukhán y Franco, 1981).

Los mismos autores mencionan que es necesario definir políticas claras de utilización de los bosques, con la finalidad de reducir las graves consecuencias que la pérdida sostenida de este recurso tendrá en la economía del País. Lo anterior debe complementarse con estrategias científicas de manejo para aprovechar este recurso al máximo y evitar los procesos de su degradación permanente.

El conocimiento sobre el comportamiento del crecimiento del bosque, a través de diferentes etapas de desarrollo, en localidades diferentes y bajo tratamientos silvícolas distintos es el primer paso para el adecuado manejo de los recursos forestales. Lo anterior se enfatiza si se considera que el manejo de los recursos forestales se ha intensificado y, por lo tanto, es creciente el interés por conocer los posibles rendimientos y producción obtenibles de rodales donde se aplican diferentes tratamientos silvícolas (Torres 1984).

México ha llegado a un desarrollo social que ha hecho insostenible la aplicación de prácticas silvícolas extensivas, y que cada vez es más necesaria la aplicación de prácticas silvícolas intensivas para el mejor aprovechamiento de los recursos forestales (Becerra 1986).

Lo anterior hace que cobre gran relevancia la manipulación de la densidad, característica fundamental de la silvicultura intensiva.

Lancaster y Leak (1978), y Daniel *et al.* (1982), citados por Zepeda y Villarreal (1987), mencionan que para satisfacer objetivos de manejo particulares es conveniente el contar con rodales con cierta estructura producto de un control apropiado de la densidad.

El número de árboles que ocupan una localidad, tiene importantes implicaciones para los mismos árboles, para el sitio, para el silvicultor responsable de controlar la reproducción forestal y para el crecimiento y la composición de la masa. La densidad se mide normalmente en función de la cantidad de árboles, volumen o área basal por unidad de área; por lo tanto, una medida de la densidad determina la relación media de los árboles en pie entre el espacio máximo que utiliza un árbol sin competencia y el espacio mínimo de crecimiento necesario que requiere en competencia (Spurr y Barnes 1980; Krajicek et al. 1980).

Daniel et al. (1982), mencionan que en la elaboración de un plan de manejo, y en la programación de las labores silvícolas a ser aplicadas, es de fundamental importancia la determinación de la densidad de los rodales, que constituya realmente una descripción del desarrollo biológico de los árboles (en particular) y de dichos rodales (en general).

Becerra (1986), concluye que para la consecución de un crecimiento óptimo para el rodal y para obtener un producto aceptable, es necesario mantener la densidad correcta, pues los aclareos representan el medio fundamental por el que se puede aumentar la productividad de las masas, más allá de lo que se lograría bajo condiciones puramente naturales, en el mejor de los casos.

Es evidente que la densidad tiene importantes implicaciones en el crecimiento del árbol. Si hay muy pocos árboles ocupando una superficie, los individuos formarán copas grandes, ramificadas, con lento crecimiento en altura y generalmente son indeseables en forma y calidad para fines comerciales. Debido a que la luz solar total alcanza la mayor parte de la superficie terrestre, los pastos y los arbustos se convierten en las especies dominantes del sitio

compitiendo con los árboles por los recursos (Spurr y Barnes, 1980).

El crecimiento en diámetro está directamente influido por la densidad, ésta se controla por medio de la corta para mantener un número apropiado de árboles (volumen o área basal) por hectárea, para maximizar el crecimiento en diámetro, pero, como se ha visto, para algunos usos la calidad de la madera está afectada en forma adversa por la baja densidad, de tal manera que debe alcanzarse un balance de las especies para una localización determinada a través de un control apropiado de la densidad que dependa del producto final deseado (Spurr y Barnes, 1980).

El control del crecimiento de troncos para el logro de objetivos específicos de manejo, es crítico para un manejo forestal efectivo. El control del crecimiento requiere de un índice de densidad que tenga significado completamente biológico y de fácil aplicación (McCarter y Long 1986).

Davis (1966), citado por Long (1985), menciona que la conversión de objetivos específicos de manejo, es la clave y el paso más difícil para designar un régimen de manejo de la densidad. Long (1985), indica que los regímenes de manejo de la densidad dentro de ciertos límites extremos, representan un compromiso entre la maximización del volumen de producción por unidad de área ($m^3/ha/año$) y la maximización del tamaño individual del árbol. Esto porque ambos aspectos de crecimiento (sitio vs individuo) no pueden ser simultáneamente maximizados.

Lo anterior permite poner de manifiesto la gran importancia del control de la densidad, la cual constituye, junto con los estudios de calidad de sitio, las bases

fundamentales en que se sustentan las tablas de rendimiento (Becerra, 1986).

2.3.2 Métodos para la evaluación de la densidad.

La caracterización de la densidad ha sido uno de los problemas mas controvertidos en los últimos 30 años (Daniel et al. 1982). Su evaluación debe ser lo más precisa posible y para ello se han propuesto varias técnicas. En el Cuadro 2, se presentan varios índices para caracterizar la densidad (Becerra, 1986). Aunque Curtis (1970), asegura que las diferencias entre ellos son básicamente de álgebra y no de naturaleza.

Cuadro 1. Clasificación de los índices de densidad.

Método	Característica	Aplicación (especies, lugares, autores)*
Índice ocular	Basado en el número de árboles	
Índice de Kohler	Basado en el número de árboles	
Índice de Khil Mi	Basado en el número de árboles	
Índice de Reineke	Basado en el número de árboles	
Ley de autoaclareo	Basado en el número de árboles	
Índice de Lexen	Basado en el área del fuste	
Niveles de densidad	Basado en el área basal	
Método de "D más"	Basado en el diámetro normal	
Método de "D veces"	Basado en el diámetro normal	
Relación área árbol	Basado en el diámetro normal	
Factor de competencia de copas	Basado en el diámetro normal	
Incremento en volumen de Stage	Basado en volumen	
Tablas de rendimiento normal	Basado en volumen	

* Únicamente se encontraron antecedentes para el método de guías de densidad

Cuadro 1. Continúa ...

Método	Característica	Aplicación (especies, lugares, autores)
Indice Hummel de espaciamento	Basado en la altura dominante	
Indice de Stage	Basado en altura dominante	
Indice de Czarnowski	Basado en altura dominante	
Densidad puntual o índice de competencia de Spurr	Basado en conteo angular o distancia	
Guías de densidad	Basado en espacio de crecimiento	Pinus hartwegii Zoquiapan, Méx Zepeda 1984 Pinus patula Perote, Veracruz Aguirre (1984) Pinus patula Chignahuapan, Pue. Becerra (1986) Pinus montezumae Sn. Juan Tetla, Pue. Balderas y Rodríguez (1989) P. engelmannii P. herrerae P. leiophylla P. Teocote El Salto, Dgo. Luna (1991) Pinus Patula Macuiltonguis, Oax. García (1992)

Un buen índice de densidad debe ser independiente de la edad y la calidad del sitio, de fácil aplicación y debe relacionarse fácilmente con el incremento en volumen (Daniel et al. 1982).

Los métodos más utilizados en México para caracterizar rodales por su densidad son el Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR), el Factor de Competencia de Copas (FCC) y la Relación Area Arbol (RAA).

3. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL ÁREA DE ESTUDIO.

3.1 El Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) "Cielito Azul".

En 1966, la Unidad Industrial de Explotación Forestal (UIEF), en San Miguel de Cruces, Durango, inició el establecimiento de un sitio permanente de investigación forestal, con la finalidad de determinar cual era el volumen que debiera tenerse en pie para que, al mismo tiempo que se asegurara la regeneración natural, se obtuviera el incremento más favorable o el mayor resultado económico de los bosques de pino de la Unidad.

El sitio fue delimitado por una faja de aislamiento de 5 m, eliminando completamente la vegetación, y, en la parte interior, se conformaron 36 parcelas, de 100 por 100 m, las cuales también se delimitaron por fajas de protección de 10 m; a éstas, se les aplicó el mismo tratamiento que al de la parcela correspondiente. Los cuatro vértices del sitio y su centro geométrico, se identificaron y ubicaron en fotografías aéreas a escala media de 1:50 000 tomadas en abril de 1957.

El Sitio ocupa una superficie total de 53.29 ha, que incluye las fajas de aislamiento, de protección y unidades experimentales; sólo las unidades experimentales ocupan 36 ha.

La información recabada se refirió a datos dendroepidométricos y datos generales. Dentro de los primeros se consideró: número de árbol, género dominante, codominante y dominado (y especie en el caso del pino), diámetro normal, altura total y del fuste limpio, edad, incremento, tamaño de la copa, conformación del fuste, apariencia (enfermo, decadente, sano o vigoroso), daños (fuego, ocoteo, hongos, insectos, muérdago, rayos, pastoreo, etc.) y renuevo. También

se registraron los tocones existentes y se midieron los árboles muertos, registrando la probable causa de su muerte.

Los datos generales, fueron: topografía, pendiente, erosión, exposición y presencia de hierbas y arbustos.

La información anterior, se recopiló tanto de los árboles ubicados en la faja de protección como en los de las parcelas.

A partir de 1980, y hasta la fecha, el entonces Instituto Nacional de Investigaciones Forestales se hizo cargo de este Sitio.

3.2 Diseño experimental.

El diseño experimental fue un Cuadro Latino con seis repeticiones. Los tratamientos, definidos por diferentes intensidades de corta, fueron 20, 30, 50, 70 y 100% (en relación al volumen de cada parcela) además de un testigo. Los tratamientos por las repeticiones dan un total de 36 unidades experimentales de una hectárea cada una.

3.3 Descripción de la base de datos.

Una vez que el Instituto Nacional de Investigaciones Forestales (INIF) se hizo cargo del SPEF, en 1980, se procedió a replantear los objetivos originales y a rehabilitar completamente el Sitio, modificando los criterios del establecimiento y complementando la información general y dendroepidométrica a recabar. Es conveniente indicar que, dentro de las modificaciones realizadas, algunos conceptos también fueron modificados, pues a toda el área se le llamó Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF), y a las

unidades experimentales, se les denominó Sitios Permanentes de Investigación Silvícola (SPIS).

En el estado de Durango fue el primer sitio de experimentación forestal establecido y en el que, a la fecha, se han realizado mediciones en los años 1966, 1971, 1979, 1982, 1986 y 1993.

Originalmente, se tenía contemplado que la periodicidad de la mediciones fuera cada 6 años (a partir de 1982), sin embargo, en 1986 el sitio fue intervenido con la anuencia de la UIEF. Por tal motivo, en ese mismo año fue necesario adelantar la medición; sin embargo, ésta no se concluyó totalmente, sólo se realizó en un 77%.

De esas mediciones, la de 1966, 1971 y 1979, fueron efectuadas por la UIEF y las de 1982, 1986 y 1993 por el Centro Experimental Forestal Durango.

Los objetivos replanteados del sitio, son (Manzanilla 1981):

- Tener un sitio de muestreo que sea útil en diferentes tipos y condiciones de bosque, que sirva para la investigación y que permita que la información sea medible, computable, comparable y remedible aún después de varios años.
- Que proporcione la información que se requiere para conocer la composición, estructura y dinámica del ecosistema forestal para seleccionar adecuadamente las técnicas silvícolas y realizar una adecuada planeación silvícola; además, tener las bases para empezar a elaborar un buen plan de ordenación forestal.

- Que permita comparar diferentes tamaños de sitio, así como técnicas de muestreo, y que la información pueda ser tomada por personal con nivel medio de preparación.
- Que sirva también como sitio de demostración y enseñanza.

3.4 Descripción de la unidad experimental (SPIS).

La unidad experimental se conoce como "Sitio Permanente de Investigación Silvícola" (SPIS); está constituido por cuatro cuadrados de 50 * 50 m cada uno, y cuatro sitios circulares de 100 m², ubicados en un cuadrante central, donde se obtiene información sobre vegetación, regeneración, fenología, insectos, hongos, suelos, orografía, clima, etc. (Manzanilla 1981).

El establecimiento del SPIS se hace de la siguiente forma (Manzanilla 1981):

Se ubica primeramente el centro del Sitio, a partir del cual se pueden localizar los diferentes puntos que constituirán los cuatro cuadrados de 2500 m² (50 m por lado) y los de los cuatro sitios circulares de 100 m², así como el lugar donde se va a hacer el perfil del suelo.

A partir del centro del Sitio, se lanzan radiaciones hacia el Norte, Sur, Este y Oeste, y a 25 m sobre cada una de estas radiaciones, se colocan estacas para formar un cuadrante central; a los 50 m se colocan otras estacas que delimitarán la parte central de los lados de los cuadrantes del SPIS. Enseguida, se tiran radiaciones al Noreste, Noroeste, Sureste y Suroeste,

sobre éstas, a 25 m se colocan otras estacas que serán el centro de los sitios circulares de 100 m²; a los 35.35 m se ubican otras estacas que son las que forman los vértices del cuadrante central y a 71.71 m otras que son los vértices del SPIS.

En la Figura 1 se presenta la distribución de los tratamientos, la numeración de las unidades experimentales y la fecha de aplicación del tratamiento. La medición de los datos originales se inició a finales del año de 1966 terminándose a principios de 1971.

A partir de 1982, que se complementaron los objetivos y se rehabilitaron los sitios, también se aumentó el número de variables a medir. En el Cuadro 2 se presenta la información que se ha tomado en las mediciones de 1966, 1972, 1979, 1982, 1986 y 1983:

1966 1 F	1966 12 E	1967 13 D	1967 24 C	1967 25 B	1968 36 A
1966 2 E	1966 11 C	1967 14 A	1967 23 D	1967 26 F	1968 35 B
1966 3 B	1966 10 A	1967 15 F	1967 22 E	1967 27 D	1968 34 C
1966 4 A	1966 9 B	1967 16 E	1967 21 F	1967 28 C	1967 33 D
1966 5 D	1966 8 F	1967 17 C	1967 20 B	1967 29 A	1967 32 E
1966 6 C	1966 7 D	1967 18 B	1967 19 A	1967 30 E	1967 31 F

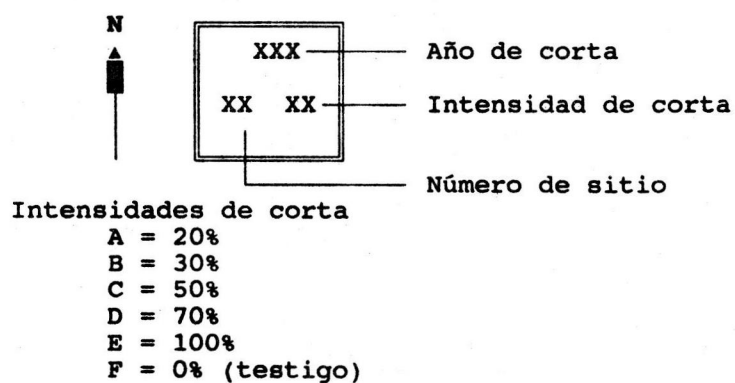


Figura 1. Distribución de los tratamientos, fecha de aplicación y número de sitio del SPEF "Cielito Azul".

Cuadro 2. Variables medidas desde 1966 en el SPEF "Cielito Azul".

Variable	Año de medición					
	1966	1972	1979	1982	1986	1993
Fecha de medición	X	X	X	X	X	X
Número de sitio (1 al 32)	X	X	X	X	X	X
Número de cuadrante (I al IV)	X	X	X	X	X	X
Análisis troncales (36)				X		
Análisis de suelos (uno por sitio)				X		
Determinación de la edad (censo)				X		
Número de individuo	X	X	X	X	X	X
Tipo de individuo				X	X	X
Especie	X	X	X	X	X	X
diámetro normal	X	X	X	X	X	X
diámetro del tocón				X	X	X
Corteza				X	X	X
Daños				X	X	X
Altura total	X	X	X	X	X	X
Altura de fuste	X	X	X	X	X	X
Piso				X	X	X
Vitalidad				X	X	X
Tendencia dinámica				X	X	X
Forma				X	X	X
Incrementos				X	X	X
Tiempo de paso				X	X	X
incorporación				X	X	X
Ubicación del arbolado (coordenadas X, Y)				X		
Proyección de copa (N, S, E, W)				X	X	X

La información para tipo de individuo, especie, daños, vitalidad, tendencia dinámica y forma fué capturada de acuerdo con claves previamente definidas, las cuales se muestran en los cuadros 1 al 6 del Apéndice.

3.5 Localización.

BIBLIOTECA CENTRAL U. A. CH.

El SPEF "Cielito Azul" se encuentra ubicado en el paraje conocido como "El Cielito Azul", del predio particular

denominado "Lote No. 4 del fraccionamiento Las Veredas", a 12.5 km del poblado de San Miguel de Cruces, Durango, por el camino principal San Miguel de Cruces-Puentecillas (Figura 2).

El centro del Sitio se localiza entre los $240^{\circ} 22' 30''$ de latitud norte y a los $105^{\circ} 53' 30''$ de longitud oeste del Meridiano de Greenwich. La altura promedio sobre el nivel del mar es de 2 525 m.

3.6 Orografía.

El SPEF se encuentra ubicado en el sistema montañoso de la Sierra Madre Occidental; conformado por un terreno casi plano que presenta pendientes que van del 0 al 30%. Predomina la exposición norte, zenital y suroeste. Limita al Suroeste con el alto del Cerro Pelón que tiene una altitud de 3 000 msnm, y al Sur con los cerros llamados "Las Ubres", de la misma altitud.

3.7 Hidrografía.

Dentro del Sitio no existen corrientes permanentes, sólo pequeños arroyos de escurrimiento temporal. Cerca del extremo Sur del Sitio pasa el arroyo "La Cebada" de carácter permanente pero en grado reducido.

3.8 Suelos.

El suelo es variable en profundidad y textura de acuerdo con la exposición y grado de pendiente. Es de color café rojizo, areno-arcilloso con buena cantidad de materia orgánica, salvo en pequeños lugares en que aflora la roca madre. Las texturas predominantes son las francas arcillosas; el pH varía de 4.4 a 5.5; son ricos en materia orgánica y en nitrógeno, medianos en fósforo y extremadamente ricos en potasio; predominan los colores café oscuro, café rojizo y gris rojizo.

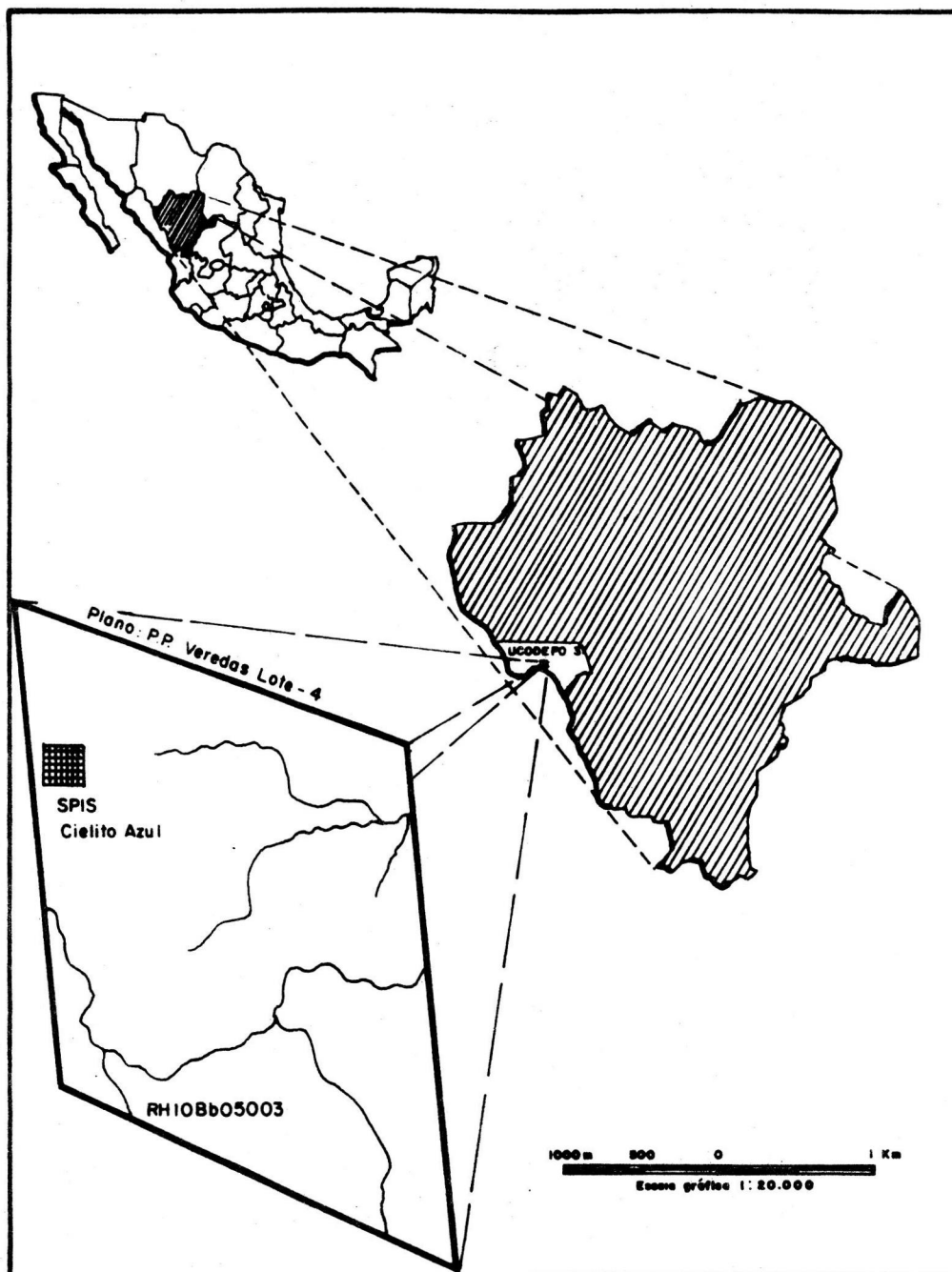


Figura 2. Ubicación del SPEF "Cielito Azul"
(modificado de Valles 1994).

En este Sitio no existen las zonas erosionadas, solamente afloraciones de roca madre en proceso de intemperización.

3.9 Subsuelo.

El subsuelo fundamentalmente se compone de riolitas y andecitas.

3.10 Clima.

Se clasifica como frío de montaña, con lluvias de junio a septiembre, heladas de septiembre a mayo y una o dos nevadas entre diciembre y febrero.

3.11 Vegetación.

La vegetación predominante está compuesta por: *Pinus cooperi*, *P. cooperi* var. *ornelassi*, *P. durangensis*, *P. ayacahuite*, *P. teocote*, *P. leiophylla*, *Quercus* sp., *Pseudotsuga* sp., *Juniperus* sp., *Arbutus* sp., y *Alnus* sp.

4. METODOS.

De acuerdo con los objetivos planteados, son dos los temas fundamentales de este estudio: la clasificación de la calidad de sitio y la evaluación de la densidad del SPEF "Cielito Azul". Cada uno de estos temas se describen, en cuanto a sus aspectos metodológicos, en los siguientes subcapítulos:

4.1 Calidad de sitio.

4.1.1 Base de datos.

Con la finalidad de cumplir el objetivo de determinar las calidades de sitio del SPEF "Cielito Azul", se utilizó la base de datos correspondiente a la remediación de 1993. De las 22 variables dasométricas con que cuenta esta base, sólo se usaron, para el caso, 6 variables, para seleccionar los árboles apropiados para la realización de esta parte del estudio.

Las variables escogidas se clasificaron en cualitativas y cuantitativas. Las primeras fueron consideradas para realizar una primera selección de árboles en cuanto a la especie de interés (*P. cooperi*), a la vitalidad (normal o exhuberante), a la sanidad, y a la forma (rectos, verticales y con un sólo fuste); por tal motivo se depuró la información de acuerdo a la especie, daños, vitalidad y forma (en los Cuadros 2, 3, 4 y 6 del Apéndice se presentan las respectivas clasificaciones de estas variables). Las otras variables: altura total (m) y edad (años a 1.30 m), permitieron realizar una última selección de árboles, ordenando ascendentemente la información de acuerdo con la edad y, dentro de ésta, de acuerdo con la altura total. Posteriormente, tomando en consideración cada categoría de edad, se seleccionó el árbol con la mayor altura (árbol dominante). De esta forma se integró la base de datos definitiva para establecer la relación edad/altura. Esta base estuvo conformada por 976 árboles.

4.1.2 Modelos matemáticos para la construcción de las curvas de índice de sitio.

Los modelos matemáticos seleccionados para generar las curvas de crecimiento en altura, fueron el de Schumacher, el de Chapman-Richards y el modificado de Weibull; en sus version anamórfica. Estos fueron ajustados mediante el procedimiento NLIN del paquete estadístico SAS, mediante el método DUD.

4.1.3 Construcción de las curvas de índice de sitio.

Para la construcción de las curvas de índice de sitio, se utilizó la metodología propuesta por Curtis en 1964, la cual consiste en las siguientes fases:

- a) Medición de alturas y edades de una serie de parcelas que cubra el rango de sitios y edad. Se seleccionaron 976 árboles sitio que comprenden edades desde 8 hasta 160 años, distribuídos en toda el área del SPEF.
- b) Graficar las altura en relación a la edad correspondiente, y ajustar una curva a la distribución resultante. Para este propósito se ajustaron los modelos indicados en el punto anterior, mediante programas SAS diseñados exprofeso.
- c) Usando el promedio o curva guía derivada, dibujar una familia de curvas anamórficas. El procedimiento se describe enseguida y se hace referencia a los programas SAS correspondientes.

Para la generación de curvas de crecimiento se consideró la siguiente proposición (Ramírez 1994)¹:

¹ Ramírez, M.H. 1994. Métodos para la calificación de la calidad de sitio. Universidad Autónoma Chapingo, División de Ciencias Forestales. Comunicación personal.

"Se considera al parámetro β_0 como dependiente de la capacidad productiva del sitio; por lo tanto, ésta va a ser diferente para cada curva de índice de sitio. Cuando la edad tiende al infinito, este parámetro representa la asíntota de la curva del índice de sitio considerado; en cambio, cuando tiende a cero, éste tiende también a cero. En este caso, las velocidades de crecimiento (representadas por los parámetros β_2 , ó β_3 ó, ..., β_n) permanecen constantes, por lo que, con el uso de esta proposición, se generan curvas anamórficas".

Enseguida se presenta la manipulación algebraica de los modelos considerados, para la obtención de las ecuaciones mediante las cuales es posible la construcción de patrones de crecimiento en altura (familia de curvas). Es conveniente indicar que los despejes de las ecuaciones respectivas pueden hacerse por los métodos de igualación o sustitución. Para este caso se realizaron por igualación.

El procedimiento se describe a detalle para el modelo de Schumacher; para los otros modelos de crecimiento, sólo se presentan las ecuaciones de interés ya que el procedimiento para su obtención es el mismo.

4.1.3.1 Ecuación de Schumacher.

En la expresión (11) se muestra la forma de la ecuación de Schumacher.

$$H = \beta_0 e^{\left[-\beta_1 \left(\frac{1}{A} \right) \right]} \quad \dots \dots \dots (11)$$

Donde:

H = altura.

A = edad.

e = base de los logaritmos naturales.

Betas = parámetros a ser estimados.

Ajustando la expresión (11), a la base de datos correspondiente se genera la curva guía.

Si la edad (A) se hace igual a la edad base (A_0), entonces la altura (H) será igual al índice de sitio (S); es decir:

$$S = \beta_0 e^{\left[-\beta_1 \left(\frac{1}{A_0}\right)\right]} \dots \dots \dots (12)$$

Para generar la ecuación con la cual es posible construir curvas anamórficas de índice de sitio, se despeja el parámetro β_0 de las ecuaciones (11) y (12), y se igualan las expresiones resultantes para despejar la altura (H) (Ecuación 15). Enseguida se muestra el procedimiento:

Despejando β_0 de la expresión (11):

$$\begin{aligned} H &= \beta_0 e^{\left[-\beta_1 \left(\frac{1}{A}\right)\right]} \\ \beta_0 &= \frac{H}{e^{\left[-\beta_1 \left(\frac{1}{A}\right)\right]}} \\ \beta_0 &= H e^{\left[\beta_1 \left(\frac{1}{A}\right)\right]} \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

Despejando β_0 de la expresión (12):

$$\begin{aligned} S &= \beta_0 e^{\left[-\beta_1 \left(\frac{1}{A_0}\right)\right]} \\ \beta_0 &= \frac{S}{e^{\left[-\beta_1 \left(\frac{1}{A_0}\right)\right]}} \\ \beta_0 &= S e^{\left[\beta_1 \left(\frac{1}{A_0}\right)\right]} \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

Iguando las expresiones (13) y (14) y despejar en función de la altura (H):

$$\begin{aligned}
H e^{\left[\beta_1\left(\frac{1}{A}\right)\right]} &= S e^{\left[\beta_1\left(\frac{1}{A_0}\right)\right]} \\
H &= \frac{S e^{\left[\beta_1\left(\frac{1}{A_0}\right)\right]}}{e^{\left[\beta_1\left(\frac{1}{A}\right)\right]}} \\
H &= S e^{\left[\beta_1\left(\frac{1}{A_0}\right) - \beta_1\left(\frac{1}{A}\right)\right]} \\
H &= S e^{\left[\beta_1\left(\frac{1}{A_0} - \frac{1}{A}\right)\right]} \dots \dots \dots (15)
\end{aligned}$$

En el Programa 1 del Apéndice se presenta el procedimiento SAS para la construcción de curvas anamórficas de índice de sitio con el modelo de Schumacher.

4.1.3.2 Ecuación de Chapman-Richards.

La ecuación de Chapman-Richards es:

$$H = \beta_0 [1 - e^{(-\beta_1 A)}]^{\beta_2} \dots \dots \dots (16)$$

Las variables de ese modelo son las mismas descritas en el anterior.

De la ecuación (16) se derivó la siguiente:

$$S = \beta_0 [1 - e^{(-\beta_1 A_0)}]^{\beta_2} \dots \dots \dots (17)$$

Con la ecuación (18) se generan las curvas de crecimiento en altura para cada índice de sitio deseado.

$$H = S \left[\frac{1 - e^{(-\beta_1 A)}}{1 - e^{(-\beta_1 A_0)}} \right]^{\beta_2} \dots \dots \dots (18)$$

Para la construcción de curvas anamórficas de índice de sitio, con el modelo de Chapman-Richards, ver el Programa 3 del Apéndice.

4.1.3.3 Ecuación acumulativa de Weibull.

La Ecuación (19) es la expresión modificada de Weibull para el ajuste de curvas de crecimiento en altura.

$$H = \beta_0 \left[1 - e^{(-\beta_1 A^{\beta_2})} \right] \quad (19)$$

A continuación se presenta la Ecuación (20) la cual fue derivada de la (19), en base a los argumentos dados en los modelos anteriores.

$$S = \beta_0 \left[1 - e^{(-\beta_1 A_0^{\beta_2})} \right] \quad (20)$$

Para la construcción de curvas anamórficas es necesario usar la Ecuación (21).

$$H = S \left[\frac{1 - e^{(-\beta_1 A^{\beta_2})}}{1 - e^{(-\beta_1 A_0^{\beta_2})}} \right] \quad (21)$$

En el Programa 5 del Apéndice se presentan las instrucciones SAS para la generación de curvas anamórficas con la ecuación modificada de Weibull.

La selección del modelo más adecuado en describir la relación edad/altura se hizo mediante los estadísticos Pseudo R^2 , cuadrado medio del error, el valor de F, los intervalos de confianza de los estimadores residuales y el coeficiente de variación.

4.1.4 Calificación de la calidad de sitio en el SPEF "Cielito Azul".

Para determinar la calidad de sitio de cada SPIS, se consideró la edad y la altura del árbol dominante. Esta información se utilizó para plasmar en un mapa del área las diferentes calidades de cada SPIS.

Las ecuaciones requeridas para la estimación del índice de sitio conociendo la edad y la altura de un rodal son generadas por los mismos procedimientos descritos en el punto 4.1.3, con la única diferencia de que se despeja el índice de sitio (S), en lugar de la altura (H). Enseguida, se presentan las ecuaciones para cada modelo y tipo de curva:

4.1.4.1 Ecuación de Schumacher.

$$S = H e^{\left[-\beta_1 \left(\frac{1}{A_0} - \frac{1}{A} \right) \right]} \quad \dots \dots \dots (22)$$

4.1.4.2 Ecuación de Chapman-Richards.

$$S = H \left[\frac{1 - e^{(-\beta_1 A_0)}}{1 - e^{(-\beta_1 A)}} \right]^{\beta_2} \quad \dots \dots \dots (23)$$

4.1.4.3 Ecuación acumulativa de Weibull.

$$S = H \left[\frac{1 - e^{(-\beta_1 A_0^{\beta_2})}}{1 - e^{(-\beta_1 A^{\beta_2})}} \right] \quad \dots \dots \dots (24)$$

4.2 Densidad.

4.2.1 Modelos matemáticos para la calificación de la densidad.

Los modelos matemáticos seleccionados para caracterizar los SPIS por su densidad, fueron el Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR) y el Factor de Competencia de Copas (FCC).

Los datos del IDRR fueron ajustados por el procedimiento NLIN, con el método DUD y los del FCC, por el GLM, del paquete estadístico SAS.

4.2.2 Base de datos.

Para el IDRR, en los 36 SPIS se seleccionaron 17 sitios que tenían una densidad máxima, e inclusive algunos ya presentaban mortandad por competencia, de éstos se consideraron sólo 4 que representaban la densidad máxima extrema (la cual fue considerada como norma de densidad) para calificar el SPEF por densidad con el Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR). Para seleccionar éstos, se realizaron mapas en planta de la ubicación (en coordenadas) de los árboles de la especie *P. cooperi*; posteriormente se delimitaron sitios con las máximas densidades en cuanto a número de árboles y se determinó su superficie (m^2). En cada sitio se midió el diámetro normal (cm), altura total (m) y se estimó el número de árboles por hectárea y se determinó el diámetro cuadrático promedio (Dq).

Para el FCC, se seleccionaron dentro del SPEF y fuera de éste, 47 árboles que se encuentran creciendo libres de competencia. A éstos se les midió la altura total (m), el diámetro normal con corteza (cm), la proyección de copa (al Norte, al Sur, al Este y al Oeste), para determinar la amplitud de copa promedio, y la edad (años) a 1.30 m.

Para la selección de los árboles y con el propósito de asegurar que el arbolado no hubiera tenido competencia durante su desarrollo, se consideraron los criterios siguientes:

- a) Que fueran árboles de la especie de interés y que estuvieran libres de daños, plagas y enfermedades, rectos y vigorosos y alejados de caminos, y libres de factores de disturbio.
- b) Que el árbol se encontrara completamente aislado.
- c) Que la longitud de la copa representara, al menos, 2/3 en relación a la altura total.

4.2.3 Construcción de curvas de índices de densidad.

Enseguida se presenta el procedimiento para la obtención de las ecuaciones mediante las cuales es posible la construcción de curvas de índices de densidad.

4.2.3.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR).

Este indicador de la densidad fue sugerido por L. H. Reineke en 1933; partiendo del supuesto siguiente:

"Para una especie dada, el número máximo de árboles que es posible "tenga" un rodal coetáneo, plenamente poblado, está correlacionado negativamente con su diámetro cuadrático medio y la curva que representa esta relación asume la forma de una línea recta cuando se le traza sobre papel logarítmico " (Reineke 1933; Spurr 1952; Husch et al. 1970; citados por Zepeda 1984; Daniel et al. 1982; Clutter et al. 1983).

La relación funcional entre el número de árboles por unidad de área y el diámetro cuadrático medio de cada rodal es de la forma que se presenta en la Ecuación (25) (Clutter et al. 1983):

$$N = \beta_0 (Dq)^{\beta_1} \quad \dots \dots \dots (25)$$

Donde:

N = número de árboles por unidad de área.
 Dq = diámetro cuadrático promedio.
 β_0 = interceptada al origen.
 β_1 = pendiente de la curva de referencia.

Con la finalidad de calificar cualquier sitio por su densidad, se usó la metodología de la curva guía. El procedimiento se presenta implícitamente en los siguientes argumentos:

Si el diámetro cuadrático promedio (Dq) es igual al diámetro cuadrático promedio de referencia, entonces, el número de árboles por unidad de área (N) será igual al Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR); es decir:

$$IDRR = \beta_0 (Dq_r)^{\beta_1} \quad \dots \dots \dots (26)$$

Donde:

IDRR = índice de densidad de rodales de Reineke.

Dq_r = diámetro cuadrático promedio de referencia (Reineke lo fijo en 25.4 cm).

Despejando β_0 de la expresión (25):

$$\beta_0 = \frac{N}{(Dq)^{\beta_1}} \quad \dots \dots \dots (27)$$

Sustituyendo el valor de β_0 en la expresión (26):

$$\begin{aligned} IDRR &= \frac{N}{(Dq)^{\beta_1}} (Dq_r)^{\beta_1} \\ IDRR &= N \frac{(Dq_r)^{\beta_1}}{(Dq)^{\beta_1}} \\ IDRR &= N \left(\frac{Dq_r}{Dq} \right)^{\beta_1} \quad \dots \dots \dots (28) \end{aligned}$$

Con la expresión (28) es posible conocer el IDRR para cualquier sitio, conociendo el número de árboles y el diámetro cuadrático promedio (Dq), en relación al diámetro cuadrático de referencia (Dq_r), ubicado en 25.4 cm.

Para construir las gráficas de Índices de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR), se parte de la expresión (28), y se despeja el número de árboles por unidad de área (N):

$$\begin{aligned}
 IDRR &= N \left(\frac{Dq_r}{Dq} \right)^{\beta_1} \\
 N &= \frac{IDRR}{\left(\frac{Dq_r}{Dq} \right)^{\beta_1}} \\
 N &= \frac{IDRR}{\frac{(Dq_r)^{\beta_1}}{(Dq)^{\beta_1}}} \\
 N &= IDRR \frac{(Dq)^{\beta_1}}{(Dq_r)^{\beta_1}} \\
 N &= IDRR \left(\frac{Dq}{Dq_r} \right)^{\beta_1} \dots \dots \dots (29)
 \end{aligned}$$

Con la expresión (29) se construyó la curva de densidad para diferentes IDRR, en relación al Dq_r .

Para la determinación del área basal por hectárea para cualquier Dq e IDRR, se usó la ecuación (32), que se generó de acuerdo al siguiente procedimiento:

La expresión que permite calcular el área basal (AB) por árbol con un diámetro normal (D) determinado, es:

$$AB = \frac{\pi D^2}{4}$$

y para "N" árboles:

$$\begin{aligned}
 AB &= \sum_{i=1}^N \frac{\pi D_i^2}{4} \\
 &= \frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^N D_i^2
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el AB promedio por árbol será:

$$AB = \frac{\frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^N D_i^2}{N}$$

$$AB = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\sum_{i=1}^N D_i^2}{N} \right)$$

Donde:

$$\frac{\sum_{i=1}^N D_i^2}{N} = D_q^2$$

Por lo tanto, la expresión anterior finalmente quedaría:

$$AB = 0.7854(D_q^2) \quad \dots \dots \dots (30)$$

Que indica el AB promedio por árbol.

Para conocer el AB para "N" árboles:

$$AB = N[0.7854(D_q^2)]$$

Para obtener el área basal en m², dado que el D_q está dado en centímetros, la expresión anterior se modifica quedando de la siguiente forma:

$$AB/Ha = \frac{N[0.7854(D_q^2)]}{10000}$$

$$AB/Ha = N[0.00007854(D_q^2)] \quad \dots \dots \dots (31)$$

Sustituyendo la ecuación (29) en la (31), se obtiene el área basal por hectárea (AB/Ha), dado que la expresión (29) está referenciada a esa unidad de área:

$$\begin{aligned}
 AB/Ha &= IDRR \left(\frac{D_q}{D_{qr}} \right)^{\beta_1} [0.00007854 (D_q^2)] \\
 AB/Ha &= IDRR \left(\frac{D_q^{\beta_1}}{D_{qr}^{\beta_1}} \right) [0.00007854 (D_q^2)] \\
 AB/Ha &= IDRR (D_q^{\beta_1+2}) \left(\frac{0.00007854}{D_{qr}^{\beta_1}} \right) \dots \dots \dots (32)
 \end{aligned}$$

El Programa 7 del Apéndice contiene las instrucciones SAS para la generación de curvas para los diferentes IDRR.

4.2.3.2 Factor de Competencia de Copas (FCC).

Este indicador de la densidad parte del supuesto de que existe una gran correlación entre el diámetro de copa de un árbol que creció libre, sin competencia, y su diámetro normal (Krajicek et al. 1961).

Aún cuando la apariencia final del FCC es similar a la de la RAA de Chisman y Schumacher (1940), citado por Zepeda 1984, su forma de derivación y su interpretación es un tanto diferente.

Para determinar la relación funcional entre el diámetro de copa (DC) y el diámetro normal (D) se utilizó la ecuación siguiente:

$$DC = \beta_0 + \beta_1(D) \dots \dots \dots (33)$$

Con la ecuación anterior es posible determinar el área de copa (AC), o espacio de crecimiento, para árboles de una determinada categoría diamétrica:

$$AC = \frac{\pi DC^2}{4}$$

sustituyendo la expresión (30):

$$AC = 0.7854(\beta_0 + \beta_1 D)^2 \quad \dots \quad (34)$$

Para determinar el área máxima de copa (AMC), es conveniente expresar el AC en términos de una hectárea, en por ciento:

$$AMC = \frac{0.7854(\beta_0 + \beta_1 D)^2}{10000} 100$$

$$AMC = 0.007854[\beta_0^2 + 2\beta_0\beta_1(D) + \beta_1^2(D^2)] \quad \dots \quad (35)$$

Considerando que el FCC es la suma de los valores de AMC de todos los árboles de un rodal, dividida por el área -en hectáreas- ocupada por éste, su determinación se realiza de acuerdo a la ecuación siguiente:

$$FCC = \left[\beta_0^2 \sum_{i=1}^N (N_i) + 2\beta_0\beta_1 \sum_{i=1}^N (D_i N_i) + \beta_1^2 \sum_{i=1}^N (D_i^2 N_i) \right] \quad \dots \quad (36)$$

Donde:

N_i = número de árboles en la i-ésima clase
diamétrica

Ya que el AMC expresa el área máxima de terreno, en por ciento de una hectárea, que podría ocupar la copa de un árbol de diámetro normal "D", fácilmente se puede calcular el número de árboles que podrían crecer libremente en una hectárea (considerada como el 100%) produciendo una cobertura de copas completa. Esto se realiza con la expresión siguiente:

$$N = \frac{100}{AMC} \quad \dots \quad (37)$$

Para la determinación del área basal (AB), también por categoría diamétrica, se utilizó la expresión (35), que fue encontrada partiendo de la fórmula para la determinación del área basal de un árbol conociendo su diámetro normal (D):

$$AB = \frac{\pi D^2}{4}$$

Pero como el AB está expresada en metros cuadrados y el D en centímetros, es necesario referenciar éste a las unidades del AB; entonces:

$$AB = \frac{\pi \left(\frac{d}{100} \right)^2}{4} N$$

$$AB = 0.7854 \left(\frac{D}{100} \right)^2 N \quad (38)$$

5. RESULTADOS Y DISCUSION.

5.1 Calidad de sitio.

5.1.1 Base de datos.

En el Cuadro 3 se muestran, por cada SPIS, las características fundamentales en cuanto a número de árboles muestreados, altura media, máxima y mínima, y edad media, mínima y máxima, las cuales indican que la distribución de la muestra en el SPEF es representativa del área y los rangos determinan el ámbito de aplicación de los resultados de este estudio.

Cuadro 3. Principales características de los árboles muestreados, *P. cooperi*, en el SPEF "Cielito Azul", en cuanto a edad (años), altura (metros), y número de árboles.

SPIS	No. árboles	Altura			Edad		
		media	máxima	mínima	media	máxima	mínima
1	25	15.29	29.50	4.00	49.68	76.00	16.00
2	29	10.44	12.50	7.60	18.07	24.00	10.00
3	50	14.17	30.00	6.00	41.84	80.00	12.00
4	56	15.49	27.00	5.50	53.21	98.00	15.00
5	49	9.40	23.00	3.80	32.26	79.00	10.00
6	15	14.64	25.00	4.60	49.87	87.00	17.00
7	35	14.06	21.70	6.50	38.74	67.00	17.00
8	31	16.21	24.40	7.60	45.90	76.00	17.00
9	42	11.70	31.00	6.60	38.48	152.00	17.00
10	22	13.47	19.50	6.20	44.14	126.00	17.00
11	27	15.36	26.70	6.00	38.15	73.00	16.00
12	27	10.68	18.00	8.00	16.37	26.00	9.00

Cuadro 3. Continúa...

SPIS	No. árboles	Altura			Edad		
		media	máxima	mínima	media	máxima	mínima
13	24	14.14	28.60	7.60	40.25	148.00	13.00
14	32	17.36	32.80	7.20	54.22	118.00	18.00
15	32	15.64	24.50	6.50	48.62	139.00	19.00
16	30	9.69	15.00	4.00	17.10	28.00	8.00
17	28	15.49	26.00	5.50	40.46	88.00	13.00
18	28	12.03	21.50	4.40	56.68	136.00	14.00
19	26	16.16	28.00	5.50	52.69	82.00	18.00
20	13	19.35	33.00	5.00	57.54	118.00	18.00
21	37	18.12	34.50	8.20	53.76	160.00	22.00
22	17	14.55	17.50	8.00	17.18	23.00	10.00
23	35	15.85	26.60	7.50	41.23	102.00	14.00
24	37	14.31	24.80	8.40	40.05	79.00	16.00
25	24	21.02	29.00	8.20	68.54	109.00	28.00
26	8	25.8	32.40	16.60	80.87	103.00	55.00
27	16	15.53	30.50	7.00	51.94	138.00	14.00
28	19	20.21	33.00	10.50	52.37	94.00	17.00
29	23	18.38	29.60	12.00	52.43	91.00	20.00
30	24	11.71	15.00	8.00	22.67	37.00	8.00
31	19	15.32	22.00	6.50	54.26	89.00	21.00
32	17	12.44	17.50	8.00	17.18	24.00	11.00
33	32	14.08	26.00	5.00	43.28	116.00	12.00
34	7	16.31	25.00	7.00	66.28	147.00	15.00
35	19	15.66	30.00	7.40	51.53	120.00	18.00
36	21	16.80	28.50	8.00	47.00	93.00	18.00

La selección del número de árboles, en total 976, se realizó cubriendo los 36 SPIS, aunque éste fue variable en cada sitio, desde un rango de 10 hasta 51 árboles por sitio. En el 39% (14 sitios) de los 36 Sitios, se seleccionaron entre 21 y 30 árboles; en el 22% (ocho sitios), entre 11 y 20 árboles, y en el mismo porcentaje, entre 31 y 40 árboles. Es

decir, en el 83% (30 sitios), la muestra se ubicó entre 11 y 40 árboles por sitio. Solamente en dos sitios (6%), la muestra fue de 10 árboles y en 4 (11%), entre 41 y 51 árboles (Cuadro 3).

En cuanto a las características de la variable altura, considerando los árboles dominantes, las máximas encontradas variaron desde 4 hasta 34.5 m; y las mínimas desde 3.8 hasta 12 m (Cuadro 3).

Las edades variaron desde 8 hasta 160 años. El 31% (11 sitios) presentaron una edad media entre 51 y 60 años; el 25% (9 sitios), entre 31 y 40 años; es decir 27 sitios (75%) tienen una edad media entre 31 y 60 años.

En el Cuadro 4, se muestra, mediante el coeficiente de variación, la variabilidad en características de la altura y la edad.

Cuadro 4. Estadísticos de las variables edad y altura para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

Estadístico	Altura			Edad		
	media	máxima	mínima	media	máxima	mínima
Desviación estándar	3.2828	5.6752	2.3885	15.0845	38.7851	7.8248
Media	3.2369	25.5400	7.0650	44.3000	92.9400	16.4700
C.V.	1.0142	0.2222	0.3380	0.0003	0.4173	0.4751

La altura media es la que presenta la mayor variabilidad y la edad media la menor.

En la Figura 3 se presenta la relación edad/altura de las 976 observaciones, obtenidas del SPEF "Cielito Azul" (de acuerdo al procedimiento descrito en el punto 4.1.1). La tendencia observada de los puntos, muestra una adecuada

consistencia y se considera que reúnen las características suficientes (comportamiento lógico y representativo) para desarrollar modelos de crecimiento bajo condiciones "predecibles" en el ámbito considerado, definido por el rango de altura y edad, y para el área en cuestión.

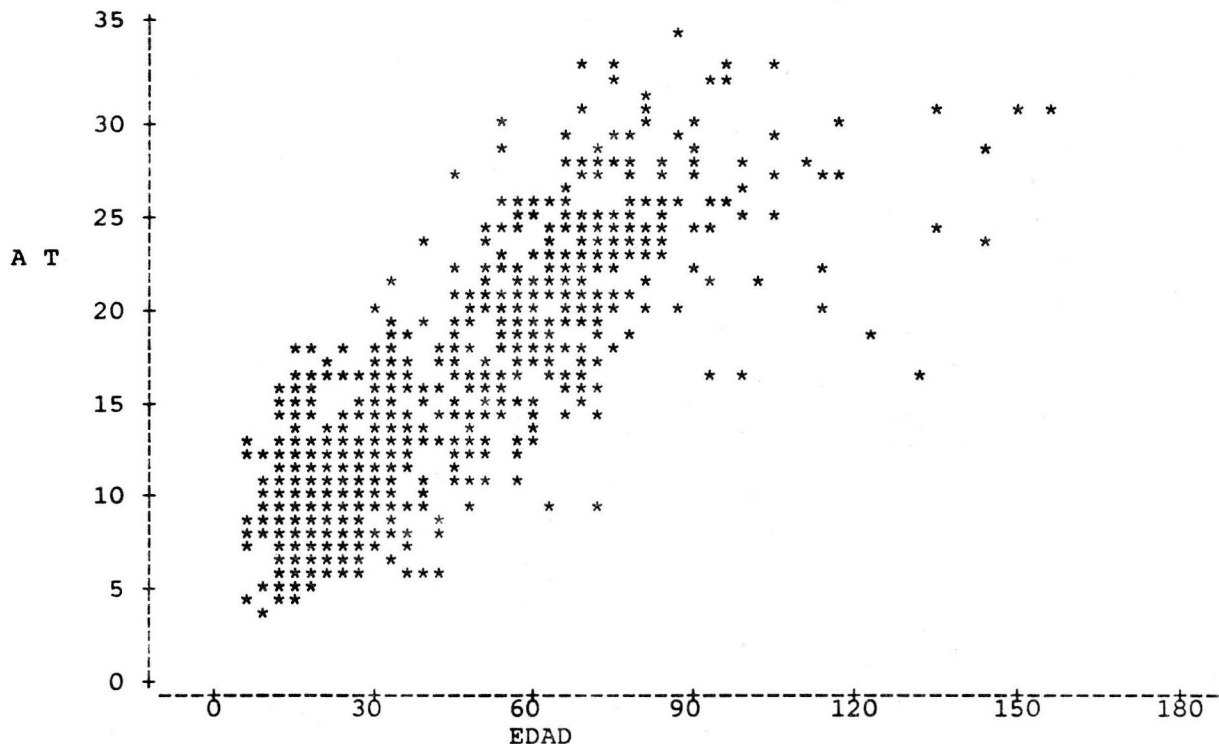


Figura 3. Dispersión de observaciones (relación edad-altura) de *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul" para la construcción de curvas de IS.

5.1.2 Selección del modelo.

Con la finalidad de establecer cuál de los tres modelos probados tiene el mejor ajuste a los datos, en el Cuadro 5 se presentan los resultados más relevantes obtenidos del análisis de varianza, además, se indican los valores de los parámetros, de la Pseudo R^2 y de F.

El modelo de Chapman-Richards, presentó el valor más pequeño (12027.03808) en la suma de cuadrados del error, le

siguió el de la Weibull con 12045.155 y, finalmente, el de Schumacher con 15006.91694. De acuerdo a esto, los dos primeros modelos tienen una mayor contribución, sensiblemente igual, a la variación en los valores de la variable dependiente (altura) debida a la regresión. En el modelo de Schumacher, la contribución a esa variación es menor y por lo tanto aumenta el aporte debido al error (Cuadro 5). Este criterio es muy utilizado para seleccionar modelos de regresión, ya que se utiliza el método de mínimos cuadrados para hacer el ajuste, esto parece natural ya que la suma de cuadrados de los errores es la cantidad que se minimiza.

Para determinar cuán dispersas están las observaciones de la relación funcional, en el Cuadro (5) se presentan los valores del cuadrado medio del error (CME), como una estimación de la varianza del error. El modelo de Chapman-Richards presentó el valor más bajo con 12.3608, diferenciándose con el de la Weibull con sólo 0.0186 centésimas (12.3794). En cambio, el modelo de Schumacher presentó el valor más alto: 15.4075.

Los valores de la Pseudo R^2 (llamado también coeficiente de determinación), de todos los modelos son superiores a 93%, lo que indica que es alta la confiabilidad para realizar las estimaciones. Los modelos de Chapman-Richards y de Weibull presentaron un valor igual (0.95); en cambio, el de Schumacher fue de 0.94.

Estos valores indican la proporción de ajuste; es decir, la proporción de la variación total de la variable altura, atribuible a la variación de la variable independiente (edad). En este caso, para los dos primeros modelos, la variación en la altura es explicada en un 95% por la edad y, para el tercero, en un 94% (Cuadro 5), atribuyéndose al error el 5 y 6%, respectivamente.

Cuadro 5. Estadísticos considerados para comparar el nivel de ajuste de los modelos de Schumacher, Chapman-Richards y Weibull para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

Modelo	Versión	Sumas de Cuadrados		
		regresión	error	total
Schumach.	anamór.	236923.35306	15006.91694	251930.2700
Chapman-Richards	anamórf.	239903.23192	12027.03808	251930.2700
Weibull	anamór.	239885.11500	12045.15500	251930.2700

Cuadro 5. Continuación...

Modelo	Versión	Parámetros			CME	R ^{2*} (%)	F
		β_0	β_1	β_2			
Schumach	anamór.	29.2578	23.7635		15.4075	94	7688.57
Chapman-Richards	anamór.	58.8231	0.0035	0.6766	12.3608	95	6469.47
Weibull	anamór.	103.237	0.0127	0.6766	12.3794	95	6459.25

* R² = Pseudo R²

Una prueba de F indicó que existe una alta significancia en los tres modelos considerados; sin embargo, las curvas de crecimiento ajustadas por el modelo de Schumacher son más precisas para predecir el crecimiento en altura pues logró un valor de 7688.5672, superando en un 15.86% al modelo de Chapman-Richards y en un 15.99% al de Weibull (Cuadro 5).

Otro de los criterios para determinar la certeza de las predicciones de un modelo son los intervalos de confianza de los estimadores; éstos permiten evaluar qué tan buenos son los valores de los estimadores muestrales para estimar los

parámetros poblacionales, además, que tan buenas son las estimaciones que se obtengan con el modelo considerado. En el Cuadro 6 se indican los valores, para cada modelo, de los intervalos de confianza de los estimadores al 95% de confianza. Se aprecia que el modelo de Schumacher presenta la menor variación en cuanto a los valores que pueda tomar la ordenada al origen (β_0): 29.2578 ± 0.9228 ; en cambio, el de Chapman-Richards presenta una variación de 58.8231 ± 41.6628 y el de Weibull de 103.237 ± 178.3364 . Para el mismo parámetro, el modelo de Chapman-Richards y el de Weibull tienen 2.24 y 5.47 veces más variabilidad, respectivamente, que el de Schumacher.

Los valores de los coeficientes de regresión, que para el caso del modelo de Schumacher es B_1 y para el de Chapman-Richards y Weibull es B_2 , también se presentan en el Cuadro 6. El modelo de Schumacher presentó un CV muy pequeño: 0.027. Por otra parte, el modelo de Chapman-Richards tiene un CV 1.32 veces más pequeño que el de Weibull, con 0.068 y 0.089, respectivamente.

Cuadro 6. Intervalos de confianza al 95% y coeficientes de variación (CV) para los estimadores de los modelos: Schumacher, Chapman-Richards y Weibull para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul"

Modelo	Intervalos de confianza (95%)			CV
	inferior	β_0	superior	
Schumacher	28.3350	29.2578	30.1906	0.161
Chapman-Richards	17.1602	58.8231	100.4859	0.361
Weibull	-75.1002	103.237	281.5734	0.880

Cuadro 6. Continuación...

Modelo	Intervalos de confianza			CV
	inferior	β_1	superior	
Schumacher	22.4840	23.7635	25.0431	0.027
Chapman-Richards	-0.0015	0.0035	0.0084	0.072
Weibull	-0.0057	0.0127	0.0312	0.739

Cuadro 6. Continuación...

Modelo	Intervalos de confianza			CV
	inferior	β_2	superior	
Schumacher	NA*	NA*	NA*	
Chapman-Richards	0.5863	0.6766	0.7670	0.068
Weibull	0.5573	0.6766	0.7959	0.089

* No aplicable.

De acuerdo a los criterios descritos en párrafos anteriores, el modelo de Chapman-Richards y de Weibull tienen sensiblemente los mismos valores; en comparación con el de Schumacher obtuvieron las menores sumas de cuadrados de los errores, menores cuadrados medios del error, y mayores valores de la Pseudo R^2 . Estos resultados son mayores a los obtenidos por el modelo de Schumacher probablemente debido a que tienen un parámetro más. Lo anterior se deduce debido a que el modelo de Schumacher presentó el mayor valor de F (Cuadro 5), y, por si mismo, un CV muy pequeño (Cuadro 6), por lo que se considera que, con base en esos criterios, es el que tiene el mejor ajuste.

Sin embargo, un buen ajuste no necesariamente indica que el modelo representa adecuadamente la forma general de la

relación entre las variables consideradas; por tal motivo, y para corroborar los resultados anteriores, en el Cuadro 7 se presentan, para cada modelo, los valores predichos en altura por categoría de edad, y, en la Figura 4, el diagrama de dispersión de la relación edad-altura y las tendencias de las curvas ajustadas por cada modelo.

Los modelos de Chapman-Richards y de Weibull tienen una tendencia sensiblemente igual en todo el rango de edad considerado, diferenciándose significativamente del modelo de Schumacher, fundamentalmente a edades mayores de 80 años; no obstante, éste es el que gráficamente se ajusta mejor a la tendencia de las observaciones (Cuadro 7 y Figura 4).

Los modelos de Weibull y de Chapman-Richards predicen, en relación a Schumacher, alturas mayores a edades jóvenes (entre 1 y 22 años); el primero sobreestima desde 0.16 a 3.80 m y, el segundo, desde 0.13 hasta 3.74 m (Cuadro 7 y Figura 4). Después de ese período, y hasta 69 años, Schumacher supera en sus predicciones a los dos, desde 0.10 hasta 1.47 m. Es conveniente indicar que a la edad base considerada (60 años), el modelo de Schumacher tiene un valor de 19.68 m de altura predicha, 0.68 m más que Chapman-Richards y 0.73 más que Weibull (Cuadro 7 y Figura 4).

Cuadro 7. Predicción de altura por categoría de edad en P. cooperi de los modelos de Schumacher, Chapman-Richards y Weibull ajustados, en el SPEF "Cielito Azul".

Categoría de Edad	Modelo		
	Schumacher	Chapman-Richards	Weibull
1	0.0000	1.2741	1.3033
5	0.2524	3.7682	3.8243
10	2.7171	5.9880	6.0446

Cuadro 7. Continuación...

Categoría de edad	Modelo		
	Schumacher	Chapman-Richards	Weibull
15	5.9995	7.8324	7.8781
20	8.9150	9.4604	9.4909
25	11.3065	10.9338	10.9528
30	13.2474	12.3034	12.3017
35	14.8345	13.5775	13.5613
40	16.1485	14.7762	14.7475
45	17.2504	15.9105	15.8718
50	18.1859	16.9888	16.9427
55	18.9888	18.0175	17.9670
60	19.6850	19.0018	18.9500
65	20.2940	19.9460	19.8959
70	20.8309	20.8535	20.8083
75	21.3077	21.7274	21.6902
80	21.7339	22.5701	22.5441
85	22.1170	23.3839	23.3723
90	22.4632	24.1707	24.1765
95	22.7775	24.9322	24.9582
100	23.0642	25.6699	25.7199
105	23.3266	26.3852	26.4617
110	23.5679	27.0792	27.1853
115	23.7903	27.7530	27.8917
120	23.9960	28.4078	28.5817
125	24.1868	29.0443	29.2563
130	24.3643	29.6633	29.9163
135	24.5298	30.2658	30.5623
140	24.6845	30.8524	31.1950
145	24.8294	31.4237	31.8151
150	24.9654	31.9803	32.4230
155	25.0933	32.5229	33.0193
160	25.2139	33.0520	33.6045

Después de los 70 años, en la figura y en el cuadro citados, se aprecia que Schumacher tiende a una asíntota y los de Weibull y Chapman-Richards continúan teniendo un crecimiento ascendente. A la edad de 160 años, máxima edad encontrada en el muestreo, el primero alcanza una altura predicha de 25.21 m, y, los segundos, de 33.05 y 33.60 m respectivamente (diferencia de 7.84 y 8.39 m).

De acuerdo al análisis gráfico anterior, se concluye al igual que en el análisis numérico, que el modelo de Schumacher es el más adecuado, además de configuración más sencilla, para predecir la relación edad-altura.

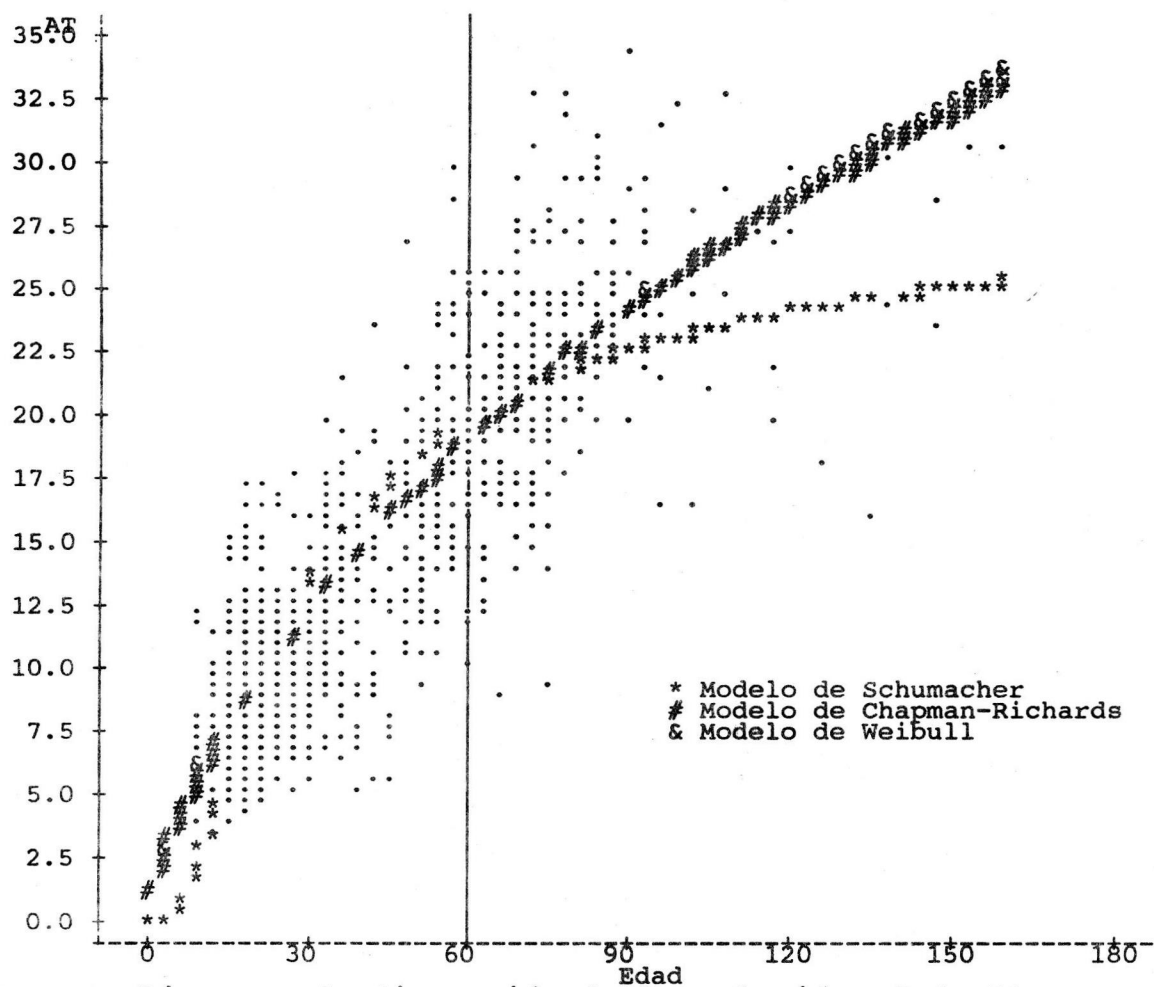


Figura 4. Diagrama de dispersión de la relación edad-altura y las tendencias de los modelos de Schumacher, Chapman-Richards y Weibull, para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

5.1.3 Sistema de curvas de índice de sitio.

El sistema de curvas anamórficas de índice de sitio se construyó con el modelo de schumacher (Ecuación 11), en virtud de ser el modelo que tuvo el mejor ajuste a las observaciones (punto 5.1.2). El modelo finalmente quedó de la forma siguiente:

$$\hat{H}=29.2578e^{\left[-23.7635\left(\frac{1}{A}\right)\right]} \quad (39)$$

Las curvas se trazaron para índices de sitio de 11, 14, 17, 19.68 (guía), 23, 26, y 29 a una edad base de 60 años, a la altura de 1.30 m sobre el nivel del suelo, de acuerdo al modelo siguiente (originado de la Ecuación (11)):

$$\hat{H}=Se^{\left[23.7635\left(\frac{1}{A_0}-\frac{1}{A}\right)\right]} \quad (40)$$

En el Cuadro 8 se presentan los valores de los índices de sitio por categoría de edad, y en la Figura 5(B), las tendencias en altura de esos índices y 5(A) las tendencias del incremento corriente.

Las curvas de altura-edad, muestran que el crecimiento en altura sigue una tendencia sigmoideal simétrica. Estas pasan a través del origen y se aproximan a una altura máxima (diferente para cada índice de sitio) cuando la edad tiende al infinito. La curva de índice de sitio de 11 m tiende a una altura máxima (asíntota horizontal) de 16.34 m, la de 14 a 20.80, la de 17 a 25.26; y la curva guía, que a la edad base alcanza una altura de 19.68 m, tiende a una asíntota horizontal de 29.25 m, la de 23, a 34.18, la de 26, a 38.63, y la de 29, a 43.09 m (Figura 5(B)).

Cuadro 8. Alturas estimadas por IS y categoría de edad para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

Categoría de edad (años)	Índice de sitio (m)						
	11	14	17	guía	23	26	29
5	0.1410	0.1795	0.2180	0.2524	0.2949	0.3334	0.3718
10	1.5183	1.9324	2.3465	2.7171	3.1747	3.5887	4.0028
15	3.3525	4.2669	5.1812	5.9995	7.0099	7.9242	8.8385
20	4.9817	6.3404	7.6990	8.9150	10.4163	11.7750	13.1337
25	6.3181	8.0412	9.7643	11.3065	13.2105	14.9336	16.6567
30	7.4026	9.4215	11.4404	13.2474	15.4782	17.4971	19.5160
35	8.2896	10.5503	12.8111	14.8345	17.3322	19.5935	21.8543
40	9.0238	11.4848	13.9459	16.1485	18.8680	21.3290	23.7900
45	9.6396	12.2684	14.8975	17.2504	20.1554	22.7844	25.4134
50	10.1623	12.9338	15.7054	18.1859	21.2484	24.0200	26.7915
55	10.6110	13.5049	16.3988	18.9888	22.1866	25.0805	27.9744
60	11.0000	14.0000	17.0000	19.6850	23.0000	26.0000	29.0000
65	11.3403	14.4331	17.5259	20.2940	23.7115	26.8043	29.8971
70	11.6403	14.8150	17.9896	20.8309	24.3389	27.5135	30.6881
75	11.9068	15.1541	18.4014	21.3077	24.8960	28.1433	31.3906
80	12.1449	15.4572	18.7694	21.7339	25.3939	28.7061	32.0184

Edad base.

Lo anterior evidencia que en las áreas de mayor calidad de sitio (IS=29), se tienen crecimiento máximos en altura que superan en 26.75 m a los alcanzados por los de menor calidad (IS=11). A la edad base, esa diferencia es de 18 m; y a edades menores, 8 años (edad mínima encontrada en la muestra), es de un poco más de 1 m de altura (Cuadro 8 y Figura 5(B)).

En cuanto a la variación entre una misma curva de índice de sitio, se aprecia (cuadro y figura citados) que el crecimiento en altura para la curva guía presenta un patrón de crecimiento que varía de 1.5 a 19.68 m (18.18 m de

diferencia) a la edad base y, para los extremos (11 y 29 m) de 0.84 a 11 m (10.16 m de diferencia) y 2.21 a 29 m (26.79 m de diferencia), repectivamente.

En la Figura 5(A), se observa que el punto en que el crecimiento en altura es máximo (punto de rendimiento decreciente) se alcanza a una edad de 11.88 m. Este valor es igual para todas las curvas de incremento; ésto corrobora la característica fundamental de las curvas anamórficas que indica que existe una tasa relativa de crecimiento constante para todos los índices de sitio a una edad específica y, por lo tanto, el punto de inflección del crecimiento es a la misma edad para todas ellas (Borders et al. 1984).

Sin embargo, el punto de rendimiento decreciente es diferentes para cada curva de índice de sitio. En los mejores sitios (IS=29), se presenta un incremento corriente anual (ICA) de, aproximadamente, 0.98 m/año; en la curva guía de 0.67 m/año, y en los sitios más pobres (IS=11) de 0.37 m/año. Existe una diferencia de 0.61 m/año entre los mejores y peores sitios (Figura 5(A)).

Una vez de que se ha superado el punto de rendimiento decreciente, la tasa de crecimiento declina hasta que las diferencias entre sitios no superan los 0.19 m/año en la edad base haciéndose más pequeñas a edades superiores (Figura 5(A)).

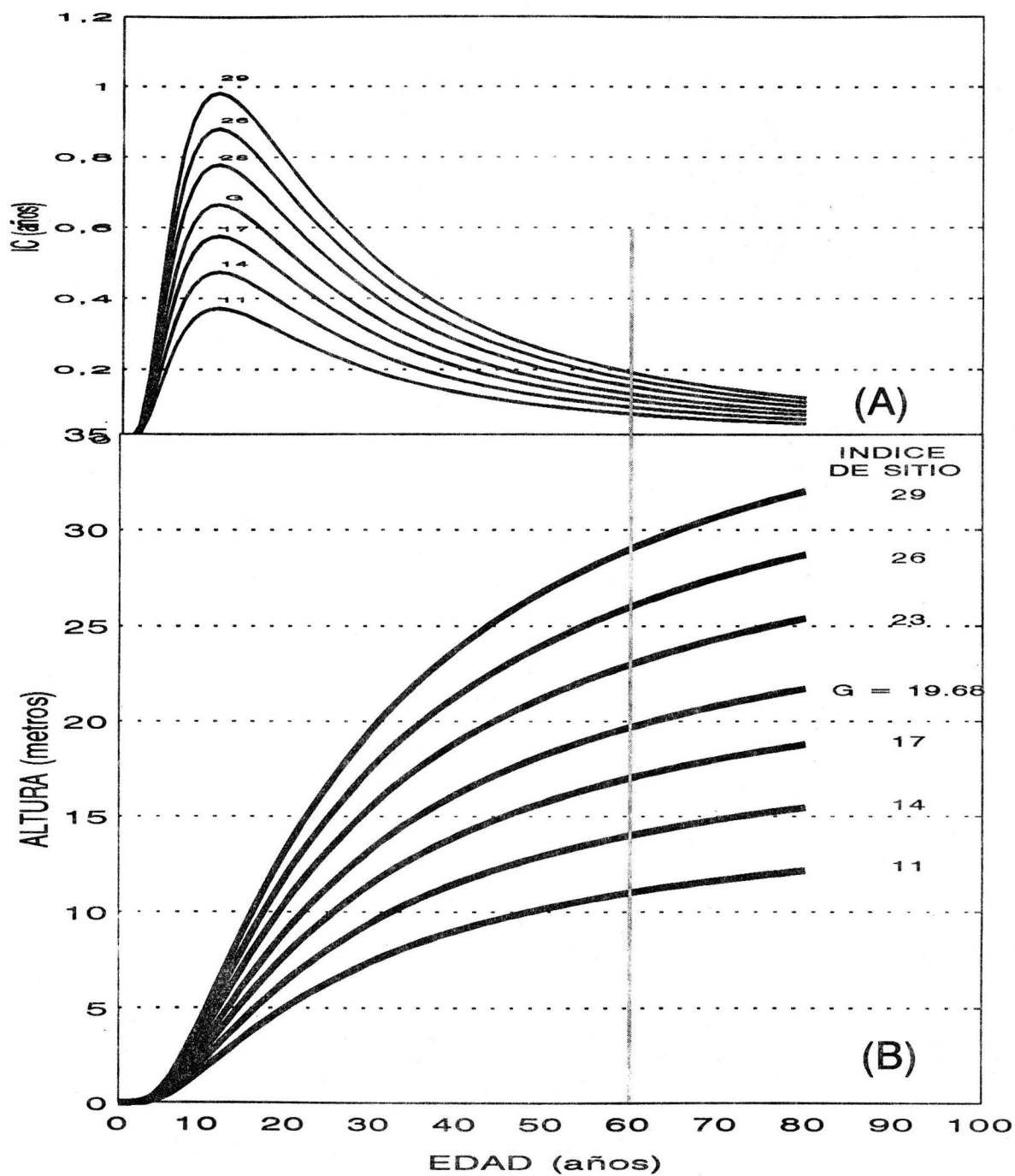


Figura 5. Patrones de crecimiento en incremento corriente (A) y en altura (B) para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

Las tendencias del IC y del incremento medio (IM), se ilustran en la Figura 6. Unicamente se muestran las curvas del índice de sitio de la curva guía y los extremos (29 y 11 m).

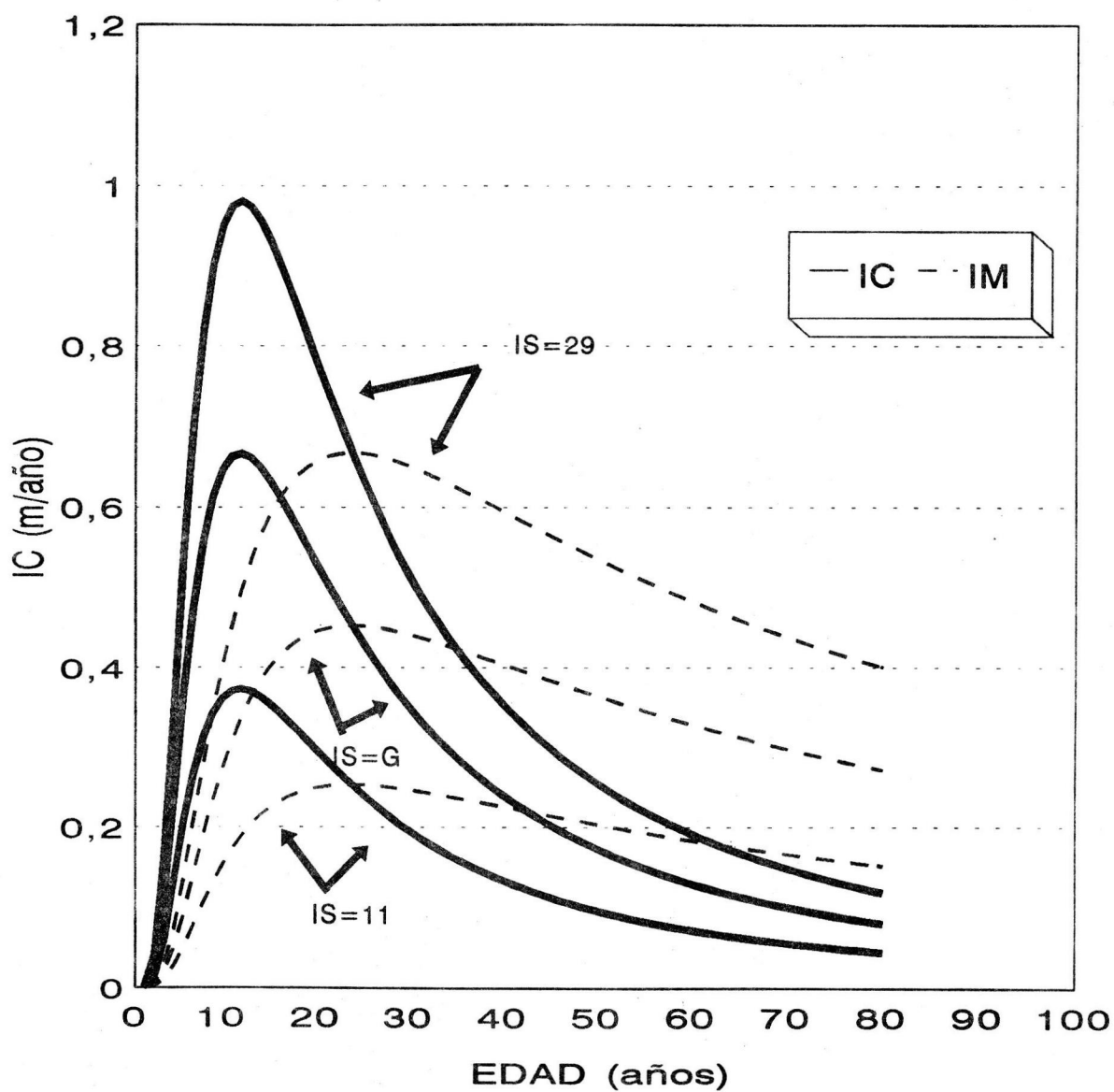


Figura 6. Comportamiento de las curvas de IC e IM por IS para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

La edad en que ocurre la máxima acumulación de incremento en altura (culminación del IM), es el momento en que la curva del IM se cruza con la del IC; ésta es de 23.76 años. Se aprecia en la Figura 6, que al igual que el IC, el máximo incremento medio se presenta a la misma edad en todos los sitios. Sin embargo, éste es diferente para cada calidad de sitio. En los sitios de mejor calidad (29), se alcanza un IM de, aproximadamente, 0.66 m, superando en 0.20 m a los sitios de calidad intermedia (19.68 m) y con 0.40 m a los más pobres (11 m).

5.1.4 Calificación de la calidad de sitio en el SPEF "Cielito Azul".

La ecuación (22) utilizada para calificar los SPIS por su calidad de sitio, quedó finalmente de la forma siguiente:

$$S=He^{\left[-23.7635\left(\frac{1}{60}-\frac{1}{A}\right)\right]}$$

Donde:

S = índice de sitio.

H = altura.

e = base de los logaritmos naturales.

A = edad.

En la Figura 7 se muestra el croquis del SPEF "Cielito Azul" conteniendo el número del SPIS, la intensidad de corta y su respectiva calificación por calidad de sitio. Se aprecia que se determinaron 7 calidades de sitio, desde 19.68 hasta 41 m, a intervalos de 3 m, a excepción del primero que es de 3.32 m y del último: 6 m; éste debido a que no se encontró una calidad de sitio referente a 38 m.

El 61.12% (22 ha) del área total, está representada por las calidades de sitio de 23 y 26 m en porcentajes iguales;

le sigue la calidad de sitio de 29 m, con 6 ha (16.67%) y con 5 ha (13.89%) la calidad de 19.68 m. Las calidades de sitio mayores (32, 35 y 41 m) están representadas en sólo el 8.34% del área distribuidas en igual proporción (Cuadro 9 y Figura 8).

Cuadro 9. Índices de sitio, por SPIS, en función de la edad y la altura dominante para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

SPIS	Altura dominante	Edad	Índice de sitio
1	29.5	68	28.16
2	12.5	23	23.64
3	28.5	76	26.22
4	27.0	82	24.28
5	20.8	58	21.09
6	25.0	70	23.62
7	20.5	49	22.41
8	24.4	55	25.29
9	26.8	168	20.77
10	19.5	61	19.37
11	26.7	70	25.23
12	11.5	18	28.98
13	28.6	58	28.99
14	32.8	109	27.45
15	24.5	139	19.56
16	15.0	21	31.30
17	24.1	68	23.00
18	21.5	85	19.14
19	27.5	79	25.00
20	30.0	85	26.70
21	34.5	91	30.14
22	17.5	19	41.00
23	26.6	102	22.60

Cuadro 9. Continúa...

24	24.8	70	23.43
25	29.0	109	24.27
26	32.04	100	27.65
27	30.5	138	24.38
28	33.0	79	30.00
29	29.6	78	27.01
30	14.5	19	34.08
31	22.0	48	24.29
32	17.5	20	38.64
33	26.0	88	22.92
34	25.0	88	22.04
35	29.7	94	25.74
36	28.5	93	24.76

1 0	12 100	13 70	24 50	25 30	36 20
2 100	11 50	14 20	23 70	26 0	35 30
3 30	10 20	15 0		27 70	34 50
4 20	9 30		21 0	28 50	33 70
5 70	8 0	17 50	20 30	29 20	32 100
6 50	7 70	18 30	19 20		31 0

* Número de sitio.

** Intensidad de corta.

IS= 19.68
IS=23
IS=26
IS=29

Figura 7. Calificación por calidad de sitio, número de sitio e intensidad de corta del SPEF "Cielito Azul".

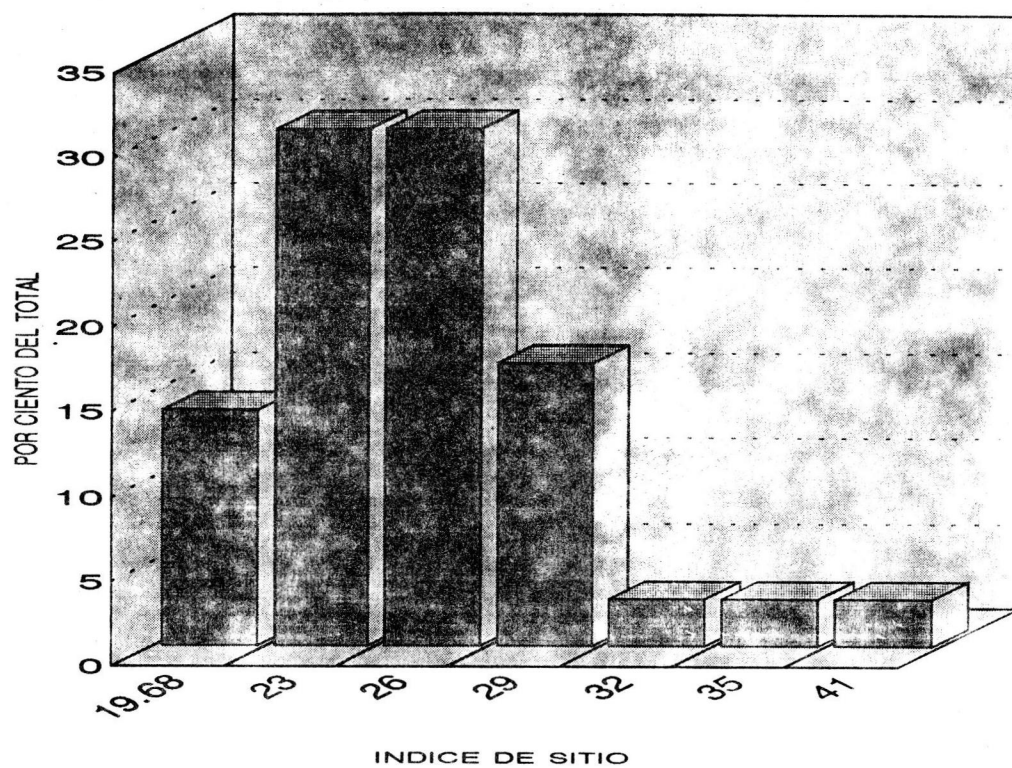


Figura 8. Por ciento de índices de sitio, para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

5.2 Densidad.

5.2.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR).

5.2.1.1 Base de datos.

La información que representa la densidad máxima encontrada en el SPEF "Cielito Azul" se presenta en el Cuadro 10; la distribución de los sitios de muestreo se realizó, solamente, en seis SPIS, ya que sólo en ellos se encontraron los sitios con las características requeridas para este trabajo. Sin embargo, para calificar el SPEF por densidad con el Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR) solamente se utilizaron 4 sitios, ya que fueron los que presentaban una densidad máxima extrema.

De los 17 sitios de muestreo que representan la densidad máxima, cuatro se ubicaron en SPIS donde no se aplicó ningún tratamiento (testigo); en éstos se tiene un diámetro cuadrático (D_q), que varía de 18.74 a 23.70 cm. Cuatro sitios, con D_q de 20.45 a 25.14 cm, se ubicaron en SPIS que tuvieron una intensidad de corta del 30%. Tres sitios se ubicaron en SPIS que tuvieron una intensidad de corta del 70%; en éstos se encontraron D_q con 14.39 a 17.75 cm; y, finalmente, siete sitios de muestreo se ubicaron en aquellos en que se aplicó una intensidad de corta del 100% con D_q que varían de 10.19 a 18.54 cm (Cuadro 10).

El número de árboles por hectárea varió desde 900 a 13636, presentándose, en general, una mayor cantidad de árboles en aquellos SPIS que tuvieron una intensidad de corta del 100%.

Cuadro 10. Número de árboles, diámetro promedio (cm) y cuadrático (cm), por SPIS, muestreados en el SPEF "Cielito Azul" para la determinación del IDRR en P. cooperi.

SPIS	Intensidad de corta (%)	Diámetro promedio (cm)	Diámetro cuadrático (cm)	No. árboles/ha
8	0	15.25	16.94	4785
		20.26	22.28	3326
		22.62	23.70	2331
		15.55	18.74	2101
3	30	19.76	20.45	1818
		21.93	22.88	1257
		23.52	25.14	900
		22.70	23.76	2139
7	70	14.30	14.39	7102
		14.42	15.85	4186
		16.50	17.75	2597
		9.73	10.19	13636
22	100	12.56	12.87	9531
		13.58	13.92	7102
		16.48	18.54	2351
32		16.62	12.97	7576
		14.53	14.96	5929

En la Figura 9, se presenta la dispersión de las observaciones de la relación diámetro cuadrático-número de árboles para la densidad máxima y se indican los cuatro sitios utilizados para definir el IDRR (utilizando como norma la densidad máxima extrema). En ella se aprecia que no existen datos de árboles con diámetros cuadráticos de 10.20 a 12.70 cm; sin embargo, se observa una tendencia de las observaciones bien definida.

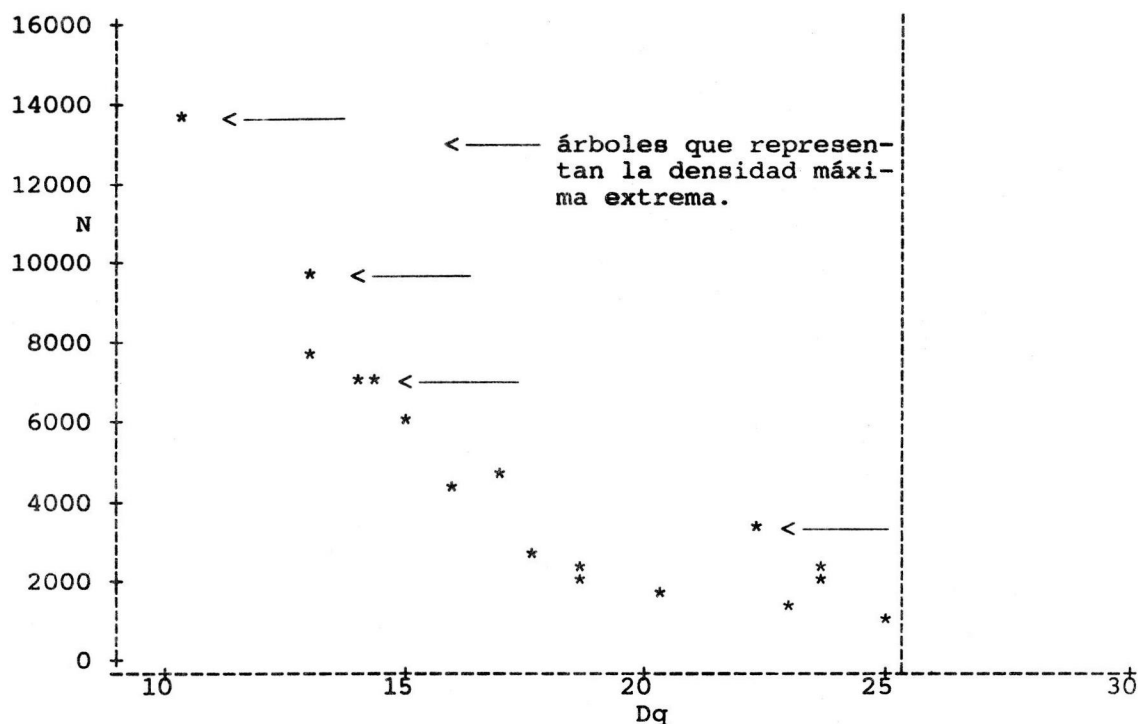


Figura 9. Dispersión de las observaciones de la relación diámetro cuadrático-número de árboles y árboles que representan la densidad máxima extrema (---) para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

5.2.1.2 Curvas de Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR).

La ecuación descrita por Reineke (1933), citado por Zepeda (1984), para determinar el número de árboles en función del diámetro cuadrático (D_q), presentó un buen ajuste para los datos de *P. cooperi*. En el Cuadro 11 se indican los principales estadísticos obtenidos del análisis de varianza. El valor de la Pseudo R^2 indicó que el 99% de la variación en el número de árboles es atribuible al diámetro cuadrático. Las pruebas de hipótesis sobre los parámetros resultaron altamente significativos y los coeficientes de variación bastante bajos.

Cuadro 11. Estadísticos obtenidos del análisis de varianza para la relación Dq-número de árboles con el IDRR para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

Concepto	Valor
Estimadores	
β_0	875235.3597
β_1	-1.789
IC (95%) de los estimadores	
β_0	
inferior	-258252.6928
superior	2008723.4121
β_1	
inferior	-2.31389
superior	-1.264
Sumas de cuadrados	
regresión	337938856.830
error	342280.170
total	338281137.000
CME	171140.080
Pseudo R^2	0.990
F	987.316
CV de los estimadores	
β_0	0.300
β_1	-0.068

Los valores de los parámetros estimados que se presentan en el Cuadro 11, determinaron finalmente la ecuación para estimar el número de árboles en función del Dq (Ecuación 25) para la densidad máxima extrema:

$$\hat{N} = 875235.3597(D_q)^{-1.789} \quad (41)$$

Donde:

N = número de árboles por hectárea.
 Dq = diámetro cuadrático (cm).

El IDRR para la línea de referencia promedio (de la densidad máxima extrema) fue de 2685 árboles por hectárea a un Dq de 25.4 cm (Figura 10).

Por otra parte, la ecuación resultante para la construcción de curvas de IDRR predeterminados (Ecuación 29), en función del Dq, fué:

$$\hat{N} = \text{IDRR} \left(\frac{D_q}{25.4} \right)^{-1.789} \dots \dots \dots (42)$$

Las curvas se construyeron considerando una diferencia de 300 árboles entre ellas (Figura 10).

La determinación del grado de densidad correspondiente a cada curva, se realizó considerando la norma de densidad establecida (máxima extrema), y corresponde al IDRR de 2685 árboles.

Por ejemplo, la línea más baja, con un IDRR de 300, representa un grado de densidad deficiente al indicar un 11.17%, en relación al IDRR de referencia. Estas mismas conclusiones son aplicables a todas las demás líneas de IDRR (Figura 10).

Con la línea de referencia promedio (IDRR=2685) se estiman 14230 árboles cuando se tiene un Dq de 10 cm (valor mínimo considerado en la muestra); 11468 árboles más que cuando se tiene un Dq de 25 cm (valor máximo encontrado en la muestra), el cual está muy cercano al Dq de referencia (Figura 10 y Cuadro 12).

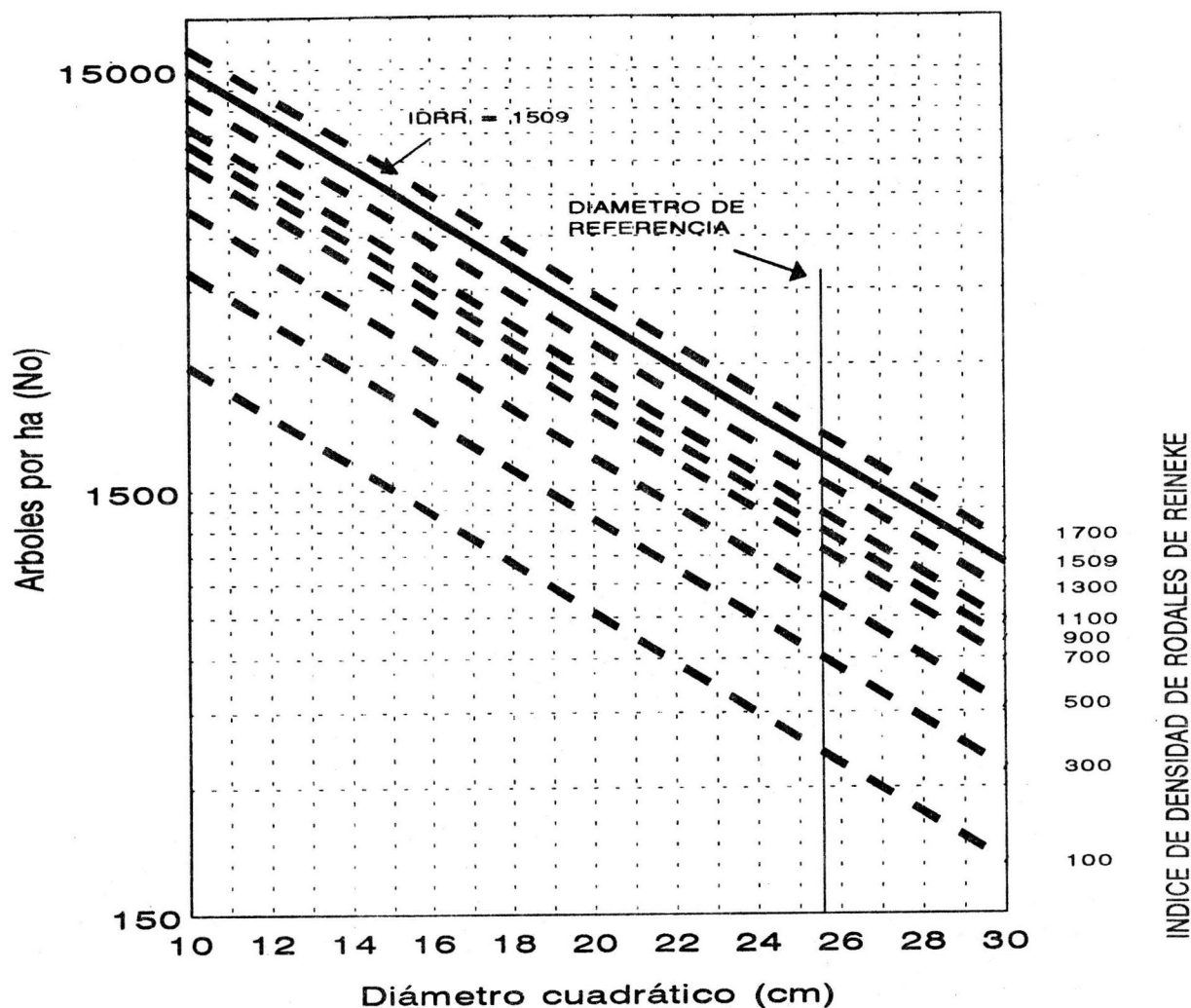


Figura 10. Familia de curvas de IDRR para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

Cuadro 12. Número de árboles por hectárea estimados para cada IDRR por categoría de diámetro cuadrático para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul"

Categoría (Dq en cm)	Índice de densidad de rodales de Reineke (IDRR)				
	2685	2400	2100	1800	1500
10	1430	12720	11129	9539	7949
15	952	6158	5388	4618	3849
20	714	3681	3220	2760	2300
25	522	2569	2160	1852	1543
30	372	1782	1559	1336	114

■ Norma de densidad (máxima extrema).

Cuadro 12. Continúa...

Categoría (Dq en cm)	Índice de densidad de rodales de Reineke (IDRR)			
	1200	900	600	300
10	6360	4770	3180	1590
15	3079	2309	1539	770
20	1840	1380	920	460
25	1235	926	617	309
30	891	668	445	223

Es conveniente enfatizar que el IDRR (2685) de la curva de referencia promedio de la densidad máxima extrema representa el punto en que existe mortandad natural inminente, debido a la competencia interarbórea ocurrida cierto tiempo atrás en el desarrollo del rodal (Zepeda 1984).

Por otra parte, el área basal (m^2/ha), para cualquier Dq e IDRR, fue calculada a partir de la ecuación (32), que finalmente con sus valores calculados quedó de la forma siguiente:

$$AB/Ha = IDRR(D_q^{0.211})(0.0256058) \quad \dots \dots \dots (43)$$

Los resultados más sobresalientes indican que el área basal y el diámetro cuadrático para cada IDRR, tienen una relación creciente; situación similar a la encontrada en otros estudios (Zepeda 1984; Zepeda y Villarreal 1987; García 1992; Balderas y Rodríguez 1989) (Cuadro 13 y Figura 11).

En la misma figura, se aprecia que para la línea de referencia el área basal cambia de 111.76 a 140.91 m^2 en sitios de 10 a 30 cm de Dq, respectivamente; es decir, un aumento de 29.15 m^2 . Esta diferencia relativa se mantiene igual para todos los IDRR.

Cuadro. 13. Area basal por hectárea para IDRR por categoría de diámetro cuadrático (cm) para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

Dq (cm)	Indice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)								
	2685	2400	2100	1800	1500	1200	900	600	300
10	111.70	99.90	87.41	74.92	62.43	49.95	37.46	24.97	12.49
15	121.70	108.82	95.22	81.61	68.01	54.41	40.81	27.20	13.60
20	129.36	115.63	101.17	86.72	72.27	57.81	43.36	28.91	14.45
25	135.60	121.20	106.05	90.90	75.75	60.60	45.45	30.30	15.15
30	140.91	125.96	110.21	94.47	78.72	62.98	47.23	31.49	15.74

Norma de densidad (máxima extrema).

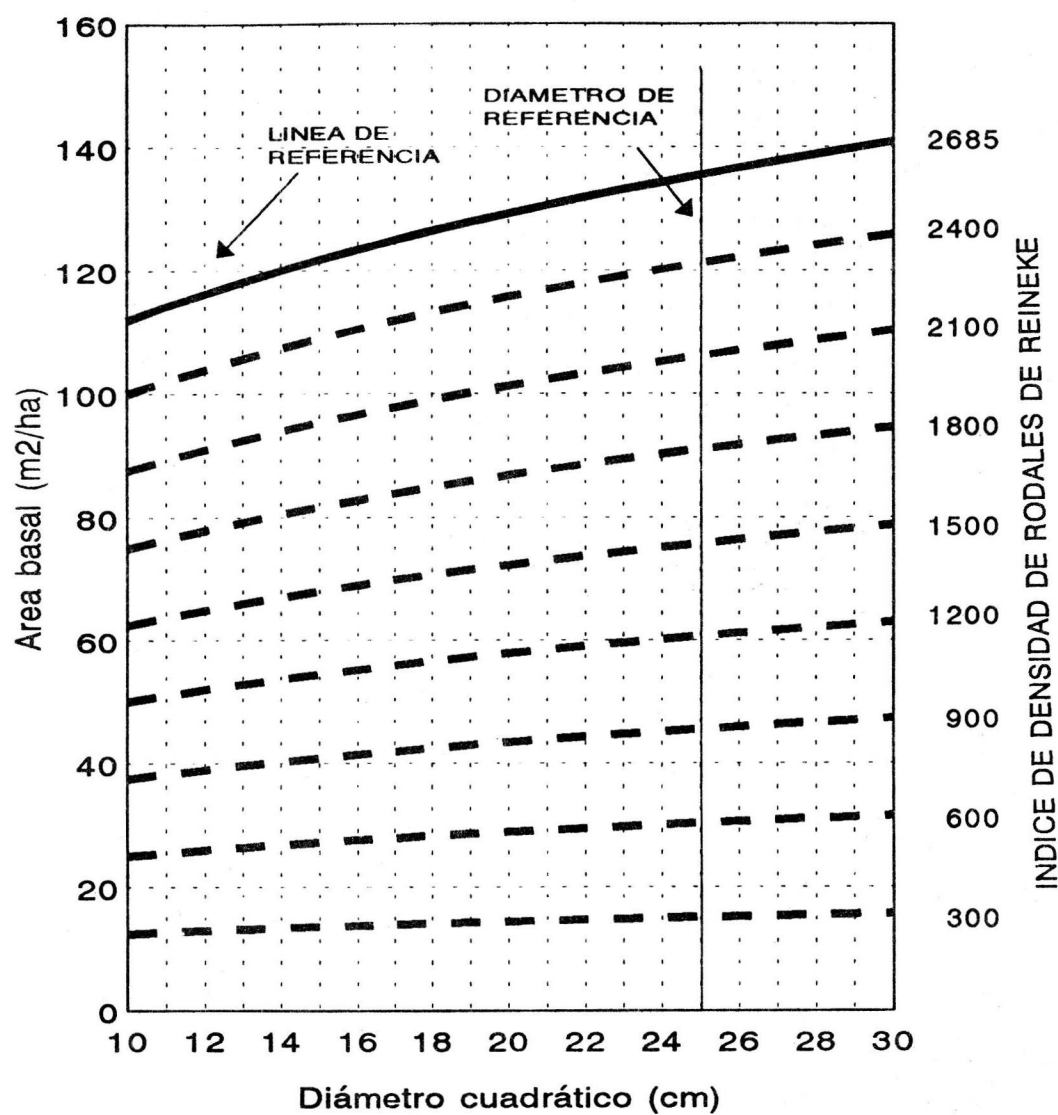


Figura 11. Curvas de la relación diámetro cuadrático-área basal por IDRR para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

5.2.2 Factor de Competencia de Copas (FCC).

5.2.2.1 Base de datos.

Para la generación del FCC se utilizó la información presentada en el Cuadro 14. Se muestran los valores del diámetro normal (cm) desde un rango de 11.8 a 24.6 cm y la amplitud de copa (m) asociada a cada valor de diámetro de los 47 árboles muestreados.

La información, a pesar de que sigue una tendencia lineal bien definida, no presentó observaciones para diámetros entre 27 y 30.7 cm, y entre 44.5 y 51.3. El 59.57% de las observaciones se distribuye dentro de los diámetros de 11.8 a 27 cm, y el 34% entre 34 a 40 cm (Cuadro 14 y Figura 12).

Cuadro 14. Información dasométrica para la generación del FCC para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

Diámetro normal (cm)	Amplitud de copa (m)	Diámetro normal (cm)	Amplitud de copa (m)
11.8	3.40	25.4	4.80
13.0	2.92	25.7	6.22
13.6	2.84	26.2	6.54
13.8	3.00	27.0	5.70
15.0	3.50	30.7	6.04
15.3	4.94	32.1	6.60
15.6	2.70	32.2	8.30
15.7	4.00	32.2	8.34
16.0	3.62	32.4	6.42
16.2	4.28	34.0	8.06
17.8	3.88	34.8	7.94
18.3	3.32	35.0	8.42

Adro 14. Continuación...

Diámetro normal (cm)	Amplitud de copa (m)	Diámetro normal (cm)	Amplitud de copa (m)
19.1	3.84	35.3	6.84
20.1	3.60	36.0	6.70
20.3	3.10	36.7	8.12
20.4	4.12	37.0	6.58
20.7	5.10	37.2	8.00
21.3	5.10	38.3	7.28
22.4	5.70	38.9	8.72
23.2	6.72	40.0	6.70
23.3	4.64	43.3	8.00
23.3	5.04	44.5	8.52
24.0	5.92	51.3	9.34
24.6	4.02		

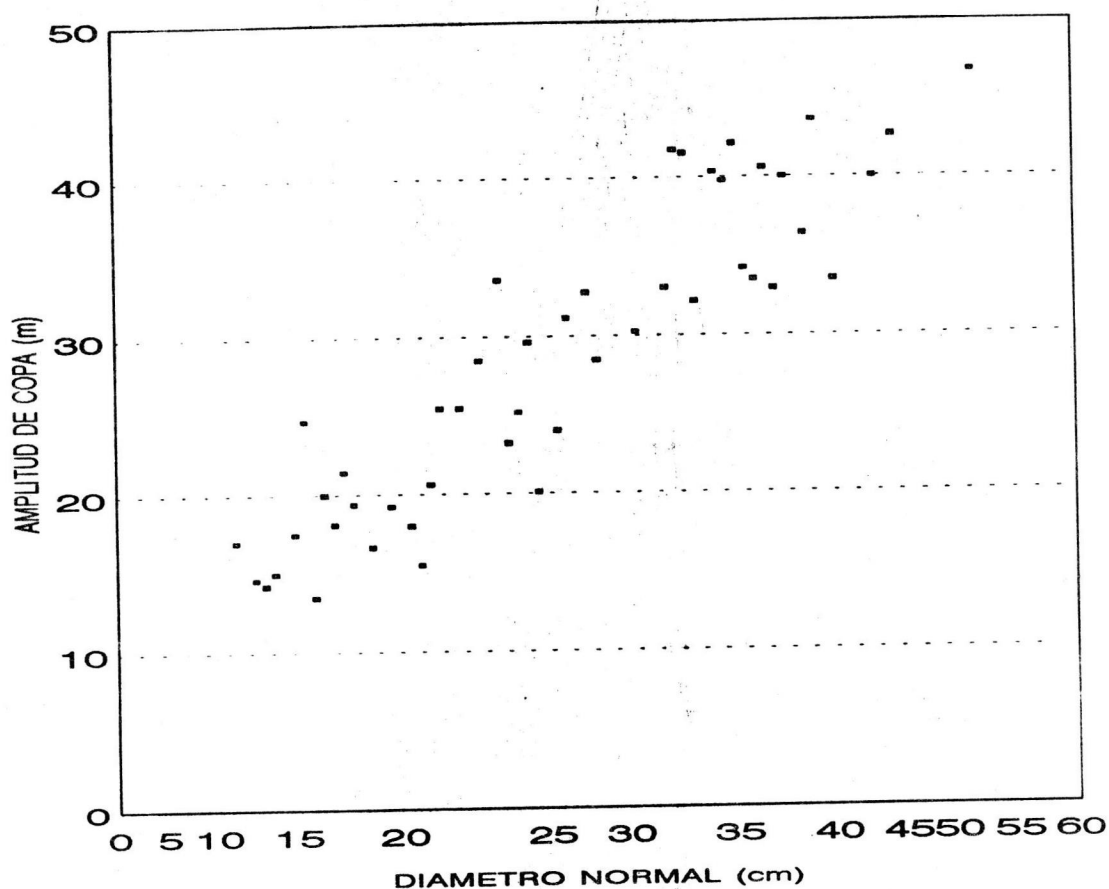


Figura 12. Diagrama de dispersión de las observaciones de la relación diámetro normal-amplitud de copa para *P. cooperi*, en el SPEF "Cielito Azul".

5.2.2.2 Ajuste del modelo y determinación del FCC.

Los resultados del ajuste de la Ecuación (33), que relaciona el diámetro normal (D) con el diámetro de copa (DC), se indican en el Cuadro 15. A pesar de que el modelo es altamente significativo, el Coeficiente de Determinación (R^2) sólo explicó el 82% de la variación del DC atribuible al D.

Cuadro 15. Principales estadísticos del ajuste del modelo para la generación del FCC para *P. cooperi* en el SPEF "Cielito Azul".

Concepto	Valor
Estimadores	
β_0	0.9195923160
β_1	0.1794038059
Error estandar (estimadores)	
β_0	0.35268838
β_1	0.01245169
Sumas de cuadrados	
modelo	141.91543773
error	30.76346014
CME	0.68363245
R^2	0.82
F	207.59

La Ecuación (33), la cual establece la relación D-DC, al integrarle los valores de los parámetros quedó:

$$DC=0.9195923160+0.1794038059(D) \quad (44)$$

y la que permite obtener el área de copa (AC) (Ecuación 35) en función de un diámetro normal determinado, es:

$$AC=0.7854[0.9195923160+0.1794038059(D)]^2 \quad . . . (45)$$

La ecuación que determina el AMC (en relación a una hectárea), es la siguiente:

$$AMC=0.006641735+0.0025914801(D)+0.000252786(D^2) \quad . (46)$$

En el Cuadro 16 se presenta el número mínimo de árboles que podrían cubrir completamente una hectárea, por categoría diamétrica (cm), y los valores necesarios para su determinación (diámetro máximo promedio de copa -cm-, área promedio de copa -m²- y el AMC, en relación a una hectárea).

Cuadro 16. Información básica, por categoría diamétrica, para determinar el número mínimo de árboles, de *P. cooperi*, necesarios para cubrir completamente una hectárea, en el SPEF "Cielito Azul".

Diámetro promedio (cm)	Diámetro máximo promedio de copa (m)	Área promedio de copa (m ²)	% de una hectárea (m ² , AMC)	Número de árboles/ha	Área basal (m ² /ha)
10	2.7136	5.7835	0.0578	1729	13.58
15	3.6106	10.2391	0.1023	977	11.79
20	4.5077	15.9586	0.1596	626	15.71
25	5.4047	22.9420	0.2294	436	19.63
30	6.3017	31.1894	0.3119	321	23.54

El número mínimo de árboles que son necesarios para cubrir una hectárea, ocupando el espacio de crecimiento máximo, se indica en la penúltima columna del Cuadro 16. Dentro del rango de las categorías diamétricas consideradas, primer columna, el número de árboles disminuye conforme éstas aumentan; así, la última categoría (30 cm), tiene 81.42% menos árboles que la primera (10 cm). En cuanto al área basal (última columna), se aprecia que aumenta de 13.58 m² cuando el rodal tiene una categoría diamétrica de 10 cm, a 23.54 en la última categoría considerada (30 cm).

El número estimado de árboles (Cuadro 16), se considera que crecerían libremente (sin competencia) en la superficie considerada (hectárea) y, teóricamente, producirían una cobertura de copas completa (Krajicek *et al.* 1961).

Finalmente, la ecuación que permite determinar el FCC (Ecuación 36), y con el cual es posible clasificar rodales por su densidad (de acuerdo a la norma de densidad de "cierre de copas"), es:

$$FCC = 0.007222478(N_i) + 0.0025914801 \sum_{i=1}^N D_i N_i + 0.000252786 \sum_{i=1}^N D_i^2 N_i \quad (47)$$

Donde:

N = número total de árboles en el rodal.

D = diámetro normal de cada individuo.

6. CONCLUSIONES.

- El modelo de Schumacher es el más adecuado para la construcción de curvas anamórficas en *P. cooperi* en la Región de estudio.
- Ese modelo presenta una mejor tendencia a la distribución de los datos, tiende a una asíntota después de los 70 años. Los modelos de Weibull y Chapman-Richards tienen un crecimiento ascendente aún a los 160 años (máxima edad encontrada en la muestra).
- En los Sitios de mayor calidad de sitio (29 m), a la edad base se tienen crecimientos en altura que superan en 18 m a los alcanzados en los de menor calidad (11 m).
- La edad en que el crecimiento en altura es máximo (punto de rendimiento decreciente), para todas las curvas de índice de sitio, se alcanza a una edad de 11.88 m.
- El incremento corriente en los mejores sitios (29 m) es de 0.98 m/año, y en los más pobres (11 m) de 0,37 m/año.
- La edad en que ocurre la máxima acumulación de incremento en altura (momento en que la curva del incremento medio se cruza con la del incremento corriente), es de 23.76 años.
- El 61% de la superficie total del SPEF está representada, en porcentajes iguales, por las calidades de sitio de 23 y 26 m, a una edad base de 60 años. Le sigue la calidad de sitio de 29 m, con 16.67%.
- El Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR) de referencia, se ubicó en 2685 árboles considerando la norma de densidad máxima extrema, estimando 14230 árboles cuando se tiene un diámetro cuadrático medio (Dq) de 10 cm, 11468, más que cuando se tiene un Dq de 25 cm.
- La condición de cierre de copas, determinada por el Factor de Competencia de Copas (FCC), está definida por 6916 árboles (a un diámetro normal de 10 cm) hasta 1282 (a un diámetro normal de 30 cm).

7. LITERATURA CITADA.

- ACOSTA, M. M. 1991. Modelo de crecimiento para **Pinus montezumae** lamb. en el CEF San Juan Tetla, Puebla. Tesis M.C. México, Universidad Autónoma Chapingo. 71 p.
- AGUIRRE B. C. 1984. Preliminary growth and yield study of **Pinus patula** natural stands. Tesis M. Sc. USA, Colorado State University. 102 p.
- AGUIRRE, B. C. 1987. Stand average and diameter distribution growth and yield models for natural even-aged stands of **Pinus cooperi** Tesis Ph D. USA, Colorado State University. 125 p.
- AGUIRRE, C. O.A. 1984. Estimación de índice de sitio para **Pinus pseudotrobus** lindl. en la región de Iturbide, Nuevo León. Tesis Ing. Agrom. Esp. Bosques. México, Universidad Autónoma Chapingo. 71 p.
- AGUIRRE, B. C. 1987. Stand average and diameter distribution growth and yield models for natural even-aged stands of **Pinus cooperi** Tesis Ph D. USA, Colorado State University. 125 p.
- ALBAU, D. H. 1974. Red pine site index in Minnesota as related to soil and foliar nutrients. Forest Science (USA). 20(3):261-269.
- ALEXANDER, R. R.; D. TACKLE; W. G. DAHMS. 1967. Site indexes for lodgepole pine, with corrections for stand density; methodology. Rocky Mtn. Forest and Range Exp. Sta. U.S. Forest Serv. Res. Pap. RM-09.
- ARTEAGA, M. B. 1985. Índice de sitio para **Pinus patula** schl. et Cham., en la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla. Tesis M.C. México, Colegio de Postgraduados, Chapingo. 181 p.
- AVERY, T.E.; H.E. BURKHART. 1983. Forest measurements. 3 ed. New York. McGraw-Hill. 331 p.
- BAILEY, R. L.; T. R. DELL. 1972 With the Weibull function. Forest Science (USA). 19:97-104.
- BAILEY, R. L.; J. L. CLUTTER. 1974. Base-age invariant polymorphic site curves. Forest Science (USA). 20(2):155-159.

- BAILEY, R. L. 1980 Individual tree growth derived from diameter distribution models. Forest Science (USA). 26(4):626-637.
- BAILEY, R.L. 1980. The potential of Weibull-type functions as flexible growth curves; Discussion. Con. J. For Res. (USA). 10(2):117-118.
- citado por: AGUIRRE, B.C. 1987. Stand average and diameter distribution growth and yield models for natural even-aged stands of *Pinus cooperi* Tesis Ph D. USA, Colorado State University. 125 p.
- BAIN, L. J.; CH. E. ANTLE. 1967. Estimation of parameters in the Weibull distribution. Technometrics (USA). 9(4):621-627.
- BALDERAS, A. M.C.; R. RODRIGUEZ. 1989. Elaboración de tresguías de densidad para *Pinus montezumae* Lamb. en el C.E.F. San Juan Tetla, Puebla. Tesis Ing. Ftal. México. Universidad Autónoma Chapingo. 71 p.
- BARRETT, J. W. 1978. Height growth and site index curves for managed, even-aged stands of Ponderosa Pine in the Pacific Northwest. Usda Forest Service (USA). Research Paper PNW-232. 1-14 p.
- BECERRA, L. F. 1886. Determinación de una guía de densidad para *Pinus patula* Schl. et Cham. en la Región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla. Tesis M.C. México, Colegio de Postgraduados, Chapingo. 82 p.
- BECK, D. E. 1971. Height-growth patterns and site index of white pine in the Southern Appalachians. Forest Science (USA). 17:252-260.
- BECK, D. E.; K. B. TROUSDELL. 1975. Site index: occurance of prediction. VIDA FOR. Serv. Res. Pap. se-108. 7 P.
- citado por: PRITCHETT, W.L. 1986. Suelos forestales; propiedades, conservación y mejoramiento. Limusa, México. p.307-334.
- BENAVIDEZ, S. J.D. 1987. Estimación de la calidad de sitio mediante índices de sitio del *Pinus michoacana cornuta* y *Pinus oocarpa*. Schiede, para el A.D.F. Tapalpa, Estado de Jalisco. Tesis Ing. Agron. Esp. Bosques. México, Universidad Autónoma Chapingo. 57 p.

BERTALANFFY, V. L. 1957. Quantitative laws in metabolism and growth. *Quart. Rev. Biol.* 32:217-231.

citado por: HUGHELL, D.A. 1991. Lineamientos para el desarrollo de modelos para la predicción del crecimiento y rendimiento de árboles de uso múltiple Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza (C.R.). 169 p. (inédito).

BLALOCK, H. M. 1983. *Estadística Social*. 2 ed. México. Fondo de Cultura Económica. 610 p.

BLISS, C. I.; K. A. REINKER. 1963 A lognormal approach to diameter distributions in even-aged stands *Forest Science (USA)*. Dec.1963:350-360.

BOJORGES, S. J.A. 1990. Índice de sitio para Oyamel (*Abies religiosa* (H.B.K.) Schl. et Cham.) en Zoquiapan, México. Tesis Ing. Agron. Esp. Bosques. México, Universidad Autónoma Chapingo. 57 p.

BORDERS, B. E.; R. L. BAILEY; K. D. WARE. 1984. Slash pine site index from polymorphic model by joining (splining), nonpolynomial segments with an algebraic difference method. *Forest Science (USA)*. 30(2):411-423.

BROADFOOT, W. M. 1969. Problems in relating soil to site index for southern hardwoods. *Forest Science (USA)*. 15(4):354-364.

BURKHART, H. E. 1981. State of art in predicting growth and yield. IN R.L. McEdwee. Ed. proceeding eleventh forestry and wildlife forum. upi AND S.U. School of Forestry and Wildlife Res. Pub. 4. 20-1. p. 19-36.

citado por: ZEPEDA, B. E.M. 1990. Predictor de rendimientos maderables probables de *Pinus patula* Schiede y Deppe, de Perote, Ver. México. Tesis M.C. México, Colegio de Postgraduados, México. 330 p.

BURKHART, H. E. 1982. Predicting growth and yield: Alternative approaches and their applications. IN Proceedings of 31st. Annual Forestry Symposium "Predicting growth and yield in the Mid-South". LSU, Baton Rouge, Louisiana. p. 11-22.

citado por: ZEPEDA, B. E.M. 1990. Predictor de rendimientos maderables probables de *Pinus patula* Schiede y Deppe, de Perote, ver. México. Tesis

M.C. México, Colegio de Postgraduados, México.
330 p.

- CAO, Q.V.; H. E. BURKHART. 1984 A segmented distribution approach for modelining diameter frecueney data. Forest Science (USA). 30(1):129-137.
- CARMEAN, W. H. 1975. Forestsite quality evaluation in the United States. Advanced in Agronomia. 27:209-269.
- CARMEAN, W.H.; D. J. LENTHALL. 1988. Heightgrowth and site-index curves for jack pine in North Central Ontario. Can. J. For. Res. (Can). 19:215-224.
- CHISMAN, H.H. Y F. X. SCHUMAACHER. 1940. On the tree-area ratio and certain of its applications. Journal of Forestry. 38(4):311.317
- citado por: ZEPEDA, B. E.M. 1984. Ejemplificación de tres procedimientos para caracterizar rodales por su densidad. Universidad Autónoma Chapingo, División de Ciencias Forestales. (Méx.). Serie de Apoyo Académico No. 34. 57 p.
- CLUTTER, J. L.; J. C. FORTSON; L. V. PIENAAR; H. G. BRISTER; R. L. BAILEY. 1983. Timber management: a cuantitative approach. New York, John Wiley and Sons. 333 p.
- CURTIS, R. O. 1964 A stem-analysis approach to site-index curves. Forest Science (USA). 10(2):241-251.
- CURTIS, R. O. 1970. Stand density; an interpretation. Forest Science (USA). 16:403-414.
- DANIEL, T. W.; J. A HELMS; F. S. BACKER. 1982. Principios de silvicultura. Trad. por Ramón Elizondo Mata. México, McGrawhill. 191 p.
- DAVIS, R. P. 1966. Forest management, regulation, and valua tion. 2 ed. New York. McGraw-Hill. 519 p.
- DAVIS, S. L.; K. N. JOHNSON. 1987. Forest management. 3a. ed. McGraw-Hill. USA 730 p.
- DOLPH, K. L. 1983. Site index curves for young-growth incence-cedar of the Westside Sierra Nevada. Pacific Southwest Forest and Range Experiment Station (USA). Research note PSW-363. 8 p.
- DUBEG, S. D. 1967. Some percentiles estimators for

- Weibull parameters. *Technometrics* (USA). 9(1):119-129.
- DUBEY, S. D. 1967. Some percentile estimators for Weibull Parameters. *Technometrics* (USA). 9(1):119-129.
- EK, A. R.; S. R. SHIFLEY; T. E. BURK. 1987. Forest growth modeling and predricition. North Central Forest Experiment Station (USA). General Technical Report NC-120. 1:8 p.
- FIERROS, G. A.M. 1989. Site quality, growth and yield and growing space occupancy by plantations of **Pinus caribaea** var. **hondurensis** in Oaxaca, México. Tesis Ph D. USA, Yale University Graduate School. 213 p.
- citado por: ACOSTA, M. M. 1991. Modelo de crecimiento para **Pinus montezumae** lamb. en el CEF San Juan Tetla, Puebla. Tesis M.C. México, Universidad Autónoma Chapingo. 71 p.
- FRAZIER, J.R. 1981. Compatible whole-stand and diameter distribution models for loblolly pine plantation. Tesis Ph. D. Blacksburg, Virginia, USA. Virginia Polytechnic Institute and State University. 128 p.
- GALE, M. R.; D. F. GRIGAL. 1987. Performance of soil productivity index model used to predict site quality and stand production. IN IUFRO Forest Growth Modeling and Prediction Conference. Minneapolis. p. 403-410.
- GARCIA, R. E.T. Elaboración de dos guías de densidad para **Pinus patula** Schl. et Cham en la región de Macuiltitanguis, Oaxaca. Tesis Ing. Ftal. México, Universidad Autónoma Chapingo. 54 p.
- GOMEZ, G. A. 1989. Relación entre algunas condiciones edáficas y topográficas con los índices de sitio y de terreno de dos coníferas. Tesis M.C. México. Colegio de Postgraduados, Chapingo. 113 p.
- GUERRA L., G.C. 1990. Análisis de algunas estrategias para la estimación del índice de sitio con rodales puros-coetaneos de **Pinus engelmanni** Carr. Tesis Ing. Agron. Esp. Bosques, México, Universidad Autónoma Chapingo. 110 p.
- citado por: ACOSTA, M. M. 1991. Modelo de crecimiento para **Pinus montezumae** lamb. en el CEF San Juan Tetla, Puebla. Tesis M.C. México, Universidad Autónoma Chapingo. 71 p.

- GRANEY, D. L.; H. L. BURKHART. 1973. Polimorphic site index for shartleaf pine in the Onachita Mountains. USDA. For. Serv. Res. Pap. 50-85 p.
- HAFLEY, W. L.; H. T. SCHERUDER. 1977. Statistical distributions for fitting diameter and weight data in even-aged stands. Can. J. For. Res. (Can). 7:481-487.
- HAGGLUND, B. 1981. Evaluation of forest site productivity. Review Article. Forestry Abstracts (USA). 42(11):515-527.
- HUGHELL, D. A. 1991. Lineamientos para el desarrollo de modelos para la predicción del crecimiento y rendimiento de árboles de uso múltiple Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza (C.R.). 169 p. (inédito).
- HUSCH, B.; C. I. Miller; T. W. Beers. 1972. Forest mensuration. 2 ed. New York, Wiley. 401 p
- citado por: ZEPEDA, B. E.M. 1984. Ejemplificación de tres procedimientos para caracterizar rodales por su densidad. Universidad Autónoma Chapingo, División de Ciencias Forestales. (Méx.). Serie de Apoyo Académico No. 34. 57 p.
- IGBAL, M. 1989. A growth and yield model for natural even-aged stands of *Pinus durangensis*. Tesis Ph.D. USA, Colorado State University, Colorado. 71 p.
- JOHNSON, N. L.; S.KOTS. 1970. Continuos univariete distributions-1. Houghton Mifflin Co. Boston. 300 p.
- IGBAL, M. 1989. A growth and yield model for natural even-aged stands of *Pinus durangensis*. Tesis Ph.D. USA, Colorado State University, Colorado. 71 p.
- JONES, R.S. 1969. Review and composition of site evaluation methods. Rocky Mountain Forest and Range Experiment Station (USA). Research Paper Rm-51. 27 p.
- KRAJICEK, J. E.; K. A. BRINKMAN; S. F. INGRICH. 1961. Crown competition a measure of density. Forest Science (USA). 7(1):35-42.
- LANCASTER, K. F.; W. A. LEAK. 1978. A silvicultural guide for white pine in the Northeast. USDA For Ser. Northeastern For. Exp. Sta. Gen. Tech. Rep. NE-41. 13 p.

LYNCH, D.W. 1958. Effects of stocking on site measurement and yield of second-growth ponderosa pine in the Inland Empire. Int. Mtn. For. and Range Exp. Sta. U.S. Forest Serv. Res. Pap. 56.

citado por: DANIEL, T. W.; J. A HELMS; F. S. BACKER. 1982. Principios de silvicultura. Trad. por Ramón Elizondo Mata. México, McGrawhill. 191 p.

LONG, J. M. 1985. A practical approach to density management. For. Chorn (USA). 61:23-27.

LUNA, A.R. 1991. Elaboración de una guía de densidad para *Pinus engelmannii*, *P. herrerae*, *P. leiophylla*, y *P. teocote* en la región de El Salto, Dgo. Tesis M.C. México, Universidad Autónoma Chapingo. 71 p.

MALDONADO, R. F. 1984. Índice de sitio y modelos de crecimiento para *Pinus oaxacona* Mirov. de la región "los Coatlán", Oax. Tesis M.C. México, Colegio de Postgraduados, Chapingo. 56 p.

MCCARTER, J. B.; S. M. LONG. 1986. A lodgepole pine density management diagram. Forest Science (USA). 1:6-11.

MACIUNAS, L. J.; N. C. MATALAS. 1979 Probability weighted moments compared with some traditional techniques in estimating gombel parameters and quantiles. Water Resources Research (USA). 15(5):1055-1064.

MANZANILLA, B. H. 1980. Los sitios permanentes de investigación silvícola del INIF. SARH-INIF México. 68 p. (Inédito).

MILNER, K. S. 1987. Constructing site specific weight growth curves. IN IUFRO Forest Growth Modeling and Prediction Conference. Minneapolis. p. 411-418.

MONTERO, M. M. 1992. Modelo de crecimiento para *Pinus caribaea* var. *hondurensis* Barr y Golf. en la Sabana, Oaxaca, México. Tesis Ing. Ftal. México, Universidad Autónoma Chapingo. 95 p.

MONSERUD, R. A. 1987. Variations on a theme of site index. IN IUFRO Forest Growth Modeling and Prediction Conference. Minneapolis. p. 419-427.

MUNRO, D. 1974. Forest growth models a prognosis. 118 Fries, J. Ed. Growth models for tree and stand simulation. IUFRO-RCF. Dep. For Yield Res. Uppsala,

Sweden. Res. Note Nr-30. p. 7-21.

citado por: ZEPEDA, B. E.M. 1990. Predictor de rendimientos maderables probables de *Pinus patula* Schiede y Deppe, de Perote, ver. México. Tesis M.C. México. Colegio de Postgraduados, México. 330 p.

MYERS, G. J.; T. M. DELL; R. M. REICH 1990 Theory and derivation for Weibull parameter probability weighted moment estimators. Southern Forest Experiment Station (USA). Research Paper 50-260 19 p.

NARVAEZ, F. R. 1990. El suelo en relación con los tipos de vegetación y su productividad en el Area Experimental Forestal "Madera", Chih. Tesis M.C. México, Universidad Nacional Autónoma de México. 130 p.

OLIVER, CH. D.; B. C. LARSON. 1990. Forest stand dynamics. New York. McGrawhill. 467 p.

PAYENDEH, B. 1974a. Nonlinear site index equations for several major canadian timber sepecies. For. Chron. (Can). 50(5):195-196.

citado por: CARMEAN, W.H.; D. J. LENTHALL. 1988. Heightgrowth and site index curves for jack pine in North Central Ontario. Can. J. For. Res. (Can). 19:215-224.

PEREZ, V. G. 1990. Determinación de índice de sitio para *Pinus arizonica* Engelm. en la región Noroeste del estado de Durango. Tesis Ing. Ftal. México, Universidad Autónoma Chapingo. 96 p.

PHILIP, S.M. 1983. Measuring trees and forests; a textbook written for students in Africa. The Division of Forestry university of Dar is Salaam (Africa). 337 p.

PIENAAR, L. V.; K. J. TURNBULL. 1973. The Chapman-Richards generalization of Von Bertalanff's Growth Model for basal area growth and yield in even-aged stands. Forest Science (USA). 19(1):2-21.

PRITCHETT, W.L. 1986. Suelos forestales; propiedades, conservación y mejoramiento. Limusa, México. p.307-334.

RAMIREZ, M.H. 1984. Construcción de modelos de crecimiento y su aplicación en el diseño de regímenes silvícolas. IN Simposio y II Reunión Nacional de silvicultura y Manejo de Recursos Forestales: restos y perspectivas. México.

Sin publicar.

RAMIREZ, M. H.; R. L. BAILEY; B. E. BORDERS. 1987. Some implications of the algebraic difference Approach for developing growth models. IN IUFRO Forest Growth Modeling and Prediction Conference. Minneapolis. 8 p.

REINEKE, L. H. 1933. Perfecting a stand-density index for evenaged forests. Journal of Agricultural Research (USA). 46(7):627-638.

citado por: ZEPEDA, B. E.M. 1984. Ejemplificación de tres procedimientos para caracterizar rodales por su densidad. Universidad Autónoma Chapingo, División de Ciencias Forestales. (Méx.). Serie de Apoyo Académico No. 34. 57 p.

RICHARDS, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. Research Institute of Plant Physiology (G.B.). 9 p.

ROCKETTE, H; CH. ANTLE; L. A. KLIMKO. Maximum likelihood estimation with the Weibull model Journal of the American Statistical Association (USA). 69(349):246-249.

RODRIGUEZ, F. C. 1982. Determinación de la calidad de estación de *Pinus montezumae* Lamb. a través de análisis troncal en el C.E.F. San Juan Tetla, Puebla. Tesis M.C.,. México, Colegio de Postgraduados, Chapingo. 134 p.

SARUKHAN, K. J.; B. FRANCO. 1981. Un modelo de simulación de la productividad forestal de un bosque de pino. UAF-SFF. Serie Premio nacional Forestal No. 1. 71 p.

SHIFLEY, S. R.; J. W. MOSER; K. M. BROWN. 1982. Growth and yield model for the elm-ash-cottonwood type in Indiana. USDA. For. Serv. Res. Pap. NC-218. 16 p.

citado por: ZEPEDA, B. E.M. 1990. Predictor de rendimientos maderables probables de *Pinus patula* Schiede y Deppe, de Perote, Ver. México. Tesis M.C. México. Colegio de Postgraduados, México. 330 p.

SPURR, S.H. 1952 Forest inventory. Wiley, New York. 476 p.

SPURR, S. A.; B. V. BARNES, 1980. Ecología Forestal. Trad. por C.L. Raigorodsky. 3 ed. México. HGT Editores México. 690 p.

STAGE, A. R. 1973. Prognosis model for stand development. USDA. For. Serv. Res. Pap. INT-137. 32 p.

citado por: ZEPEDA, B. E.M. 1990. Predictor de rendimientos maderables probables de *Pinus patula* Schiede y Deppe, de Perote, Ver. México. Tesis M.C. México. Colegio de Postgraduados, México. 330 p.

TISDALE, S. L.; W. L. NELSON. 1982. Fertilidad de los suelos y fertilizantes. Trad. por Jorge Balasch y Carmen Peña. México. Unión Tipográfica Americana. p. 22-77.

TORRES, R. J.M. 1984. Tablas de rendimiento de densidad variable para *Pinus hartwegii* Lindl. en la Estación Forestal Experimental Zoquiapan, Estado de México. Tesis Ing. Agron. Esp. Bosques. México, Universidad Autónoma Chapingo. 279 p.

VALLES, G. G.A. 1994. Evaluación de índices de competencia para predecir el crecimiento de árboles individuales de *Pinus cooperi* en San Miguel de Cruces, Durango. Tesis M.C. México, Colegio de Postgraduados, Chapingo. 98 p.

WALTERS, D. K.; H. E. BURKHART. 1987. A method for localizing site index equations. IN IUFRO Forest Growth Modeling and Prediction Conference. Minneapolis. p. 435-442.

WYKOFF, W. R.; R. A. MONSERUD. 1987. Representing site quality in increment models: a comparison of methods. IN IUFRO Growth Modeling and Prediction Conference. Minneapolis. p. 184-191.

YANG, R. C.; A. KOSAK; J. H.G. SMITH. 1978. The potential of Weibull functions as flexible growth curves. Can.J.For.Res.(Can). 8:424-431.

ZAMUDIO, S. F.J.; A.W. RYSZARD. 1987. Curvas de sitio polimórficas invariantes a la edad base con una observancia por sitio. Agrociencia. 6 p.

- ZAMUDIO, S. J.F.; G. A. FIERROS. SF Predicción de la calidad de sitio para *Pinus caribaea* var. *hondurensis* a través de propiedades edáficas. 16 p. (inédito).
- ZEIDE, B. 1993 Analysis of growth equations. Forest Science (USA). 39(3):594-616.
- ZEDAKER, S. M.; H. E. BURKHART; A. R. STAGE. 1987. General principles and patterns of conifer growth and yield. IN Forest Vegetation Management for Conifer Production. John Wiley & Sons, Inc. p. 203-241.
- ZEPEDA, B. E.M. 1984. Ejemplificación de tres procedimientos para caracterizar rodales por su densidad. Universidad Autónoma Chapingo, División de Ciencias Forestales. (Méx.). Serie de Apoyo Académico No. 34. 57 p.
- ZEPEDA, B. E.M.; P. RIVERO. 1984. Construcción de curvas anamórficas de índice de sitio; ejemplificación del método de la curva guía. Ciencia Forestal (Méx). 51:3-38.
- ZEPEDA, B. E.M.; M.D. VILLARREAL. 1987. Estimación de tres índices de densidad para rodales naturales de *Pinus hartwegii*; Lind., de Zoquiapan, Méx. IN 1er. Simp. Nal. sobre Inv. Ftal. Universidad Autónoma Chapingo, Méx. p. 571-610.
- ZEPEDA, B. E.M. 1990. Predictor de rendimientos maderables probables de *Pinus patula* Schiede y Deppe, de Perote, Ver. México. Tesis M.C. México. Colegio de Postgraduados, México. 330 p.
- ZUTTER, B. R.; R. G. ODERWALD; R. M. FARRAR JUNIOR; P. A. MURPHY. 1982. A program to estimate parameters of forms of the Weibull distribution using complete, censored, and truncated data. School of Forestry and Wildlife Resources (USA). Publication No.FWS-3-82 17 p.

8. APENDICE.

Cuadro 1. Claves correspondientes a tipo de individuo.

Clave	Especificación
1	Tocón aprovechamiento autorizado
2	Tocón aprovechamiento no autorizado
3	Tronco
4	Arbol muerto
5	Arbol vivo

Cuadro 2. Claves correspondientes a las especies.

Clave	Especie
00	Se desconoce
01	Hojosa
02	<i>Pinus</i> sp
03	<i>Quercus</i> sp
04	<i>Fraxinus</i> sp
05	<i>Alnus</i> sp
06	<i>Abies</i> sp
07	<i>Cupressus</i> sp
08	<i>Arbutus</i> sp
09	<i>Liquidambar</i> sp
10	<i>Taxodium</i> sp
11	<i>Cletra</i> sp
12	<i>Ilex</i> sp
13	<i>Bocconia</i> sp
14	<i>Prunus</i> sp
15	<i>Balmea</i> sp
16	<i>Verbesina</i> sp
17	<i>Carpinus</i> sp

Cuadro 2. Continuación...

Clave	Especie
18	<i>Bursera</i> sp
19	<i>Persea</i> sp
20	<i>Picea</i> sp
21	<i>Pinus michoacana</i>
22	<i>P. douglasiana</i>
23	<i>P. herrerae</i>
24	<i>P. oocarpa</i>
25	<i>P. pseudostrobus</i>
26	<i>P. leiophylla</i>
27	<i>P. pringlei</i>
28	<i>P. lawsoni</i>
29	<i>P. ayacahuite</i>
30	<i>P. patula</i>
31	<i>P. montezumae</i>
32	<i>P. rudis</i>
33	<i>P. greggi</i>
34	<i>P. teocote</i>
35	<i>P. lumholtzii</i>
36	<i>P. arizonica</i>
37	<i>P. ponderosa</i>
38	<i>P. cembroides</i>
40	<i>P. hartwegii</i>
44	<i>P. cooperi</i>
50	<i>Abies religiosa</i>

Cuadro 3. Claves de acuerdo a la clasificación por vitalidad del arbolado.

Clave	Especificación
1	Arbol exhuberantemente desarrollado (Exhuberante)
2	Arbol normalmente desarrollado (Normal)
3	Arbol raquíticamente desarrollado (Raquíptico)

Cuadro 4. Claves por el tipo de daño que presente el arbolado.

1er. dígito	Especificación	2do. dígito	Especificación
1	Ningún daño	1	Sano
2	Plaga	2	Descortezador
3	Enfermedad	3	Barrenador
4	Resinado	4	Defoliador
5	Puntiseco	5	Muérdago
6	Rayado	6	Roya
7	Punta quebrada	7	Insecto
8	Fuste dañado	8	Hongo

Cuadro 5. Claves del arbolado de acuerdo a su tendencia dinámica.

Clave	Especificación
1	Tendencia a cambiar de posición (progresiva)
2	Tendencia a permanecer en su posición (estable)
3	Tendencia a desaparecer de su posición (regresiva)

Cuadro 6. Claves de acuerdo a la forma del arbolado
(características del fuste).

Clave	Especificación (forma)
1	Arbol recto vertical con un fuste
2	Arbol recto vertical con dos o más fustes
3	Arbol inclinado con un fuste
4	Arbol inclinado con dos o más fustes
5	Arbol curvo vertical con un fuste
6	Arbol curvo vertical con dos o más fustes
7	Arbol curvo inclinado con un fuste
8	Arbol curvo inclinado con dos o más fustes

Programa 1. Elaboración de curvas anamórficas de índice de sitio con la ecuación de Schumacher con el método de la Curva guía

/*ESTIMACION DE PARAMETROS*/

```
OPTIONS NODATE PS=60 LS=80;
DATA PARAMETR;
  INFILE 'B:\BASEDATO\GENERAL.DAT';
  INPUT DN DT CO AT AF E;
```

```
PROC NLIN METHOD=DUD;
  PARMS BO=29 B1=30;
  MODEL AT=BO*(EXP(-B1*1/E));
  TITLE 'MODELO DE SCHUMACHER';
  OUTPUT OUT=SALIDA P=PREDI R=RES;
```

```
PROC PLOT DATA=SALIDA;
  PLOT PREDI*E='*' AT*E='.'/OVERLAY;
  PLOT RES*AT='*'/VREF=0;
RUN;
```

/*CALCULO DE LA CURVA GUIA*/

```
DATA CURVAGUI;
  INFILE 'B:\BASEDATO\EDAD.DAT';
  INPUT A;
  B0=29.257817; B1=23.763537;
  R=(EXP(-B1*1/60));
  CIS=(EXP(-B1*(1/A-1/60)));
  IS=B0*R;
  C=IS*CIS;
PROC PRINT;
RUN;
PROC PLOT;
  PLOT C*A='*'/HREF=60;
  TITLE 'DIAGRAMA DE DISPERSION Y CURVA GUIA (MOD.
SCHUMACHER)';
RUN;
```

/*CALCULO DE LA FAMILIA DE CURVAS*/

```
DATA FAMILIA; SET CURVAGUI;
  IS13=13;
  IS16=16;
  GUIA=19.685;
  IS22=22;
  IS25=25;
  IS28=28;
  H13=IS13*CIS;
```

```
H16=IS16*CIS;
G=GUIA*CIS;
H22=IS22*CIS;
H25=IS25*CIS;
H28=IS28*CIS;
PROC PRINT;
  VAR A H13 H16 G H22 H25 H28;
  TITLE1 'IS = 13, 16, GUIA, 22, 25 Y 28 A EDAD BASE 60
AÑOS';
  TITLE2 'CURVAS ANAMORFICAS. MOD. SCHUMACHER';
PROC PLOT;
  PLOT H13*A='5' H16*A='4' G*A='G' H22*A='3' H25*A='2'
H28*A='1'/HREF=60 OVERLAY;
  TITLE1 'IS=13 16 GUIA 22 25 Y 28 A EDAD BASE 60 AÑOS';
  TITLE2 'Y DIAGRAMA DE DISPERSION';
  TITLE3 'METODO DE LA CURVA GUIA (MOD. SCHUMACHER';
RUN;
```

Programa 2. Elaboración de curvas anamórficas de índice de sitio con la ecuación de Chapman-Richards con el método de la Curva guía

/*ESTIMACION DE PARAMETROS*/

OPTIONS NODATE PS=60 LS=80;

DATA PARAMETR;

INFILE 'B:\BASEDATO\GENERAL.DAT';

INPUT DN DT CO AT AF E;

PROC NLIN METHOD=DUD;

PARMS B0=59 B1=0.003 B2=0.676;

CCH=(1-EXP(-B1*E));

MODEL AT=B0*(CCH)**B2;

TITLE 'MODELO DE CHAPMAN-RICHARDS';

OUTPUT OUT=SALIDA P=PREDI R=RES;

PROC PLOT DATA=SALIDA;

PLOT PREDI*E='*' AT*E='.'/OVERLAY;

PLOT RES*AT='*' /VREF=0;

RUN;

/*CALCULO DE LA CURVA GUIA*/

DATA CURVAGUI;

INFILE 'B:\BASEDATO\EDAD.DAT';

INPUT A;

B0=58.823098; B1=0.003476; B2=0.676649;

R=(1-EXP(-B1*A))**B2;

IS=B0*R;

PROC PRINT;

RUN;

PROC PLOT;

PLOT IS*A='*' /HREF=60;

TITLE 'CURVA GUIA (MOD. CHAPMAN-RICHARDS)';

RUN;

/*CALCULO DE LA FAMILIA DE CURVAS*/

DATA FAMILIA;

INFILE 'B:\BASEDATO\EDAD.DAT';

INPUT A;

B0=58.823098; B1=0.003476; B2=0.676649;

IS13=13;

IS16=16;

GUIA=19.0018;

IS22=22;

IS25=25;

```

IS28=28;
R= ((1-EXP(-B1*60))/(1-EXP(-B1*A)))**-B2;
H13=IS13*R;
H16=IS16*R;
G=GUIA*R;
H22=IS22*R;
H25=IS25*R;
H28=IS28*R;
PROC PRINT;
  VAR A H13 H16 G H22 H25 H28;
  TITLE1 'IS = 13, 16, GUIA, 22, 25 Y 28 A EDAD BASE 60
AÑOS';
  TITLE2 'CURVAS ANAMORFICAS (MOD. CHAPMAN-RICHARDS)';
PROC PLOT;
  PLOT H13*A='5' H16*A='4' G*A='G' H22*A='3' H25*A='2'
H28*A='1'/HREF=60 OVERLAY;
  TITLE1 'IS=13 16 GUIA 22 25 28 A EDAD BASE 60 AÑOS';
  TITLE2 'Y DIAGRAMA DE DISPERSION';
  TITLE3 'CURVAS ANAMORFICAS (MOD. CHAPMAN-RICHARDS)';
RUN;

```

Programa 3. Elaboración de curvas anamórficas de índice de sitio con la ecuación acumulativa de Weibull con el método de la curva guía.

/*ESTIMACION DE PARAMETROS*/

OPTIONS NODATE PS=60 LS=80;

DATA PARAMETR;

INFILE 'B:\BASEDATO\GENERAL.DAT';

INPUT DN DT CO AT AF E;

PROC NLIN METHOD=DUD;

PARMS B0=103 B1=0.013 B2=0.66;

CCH=(1-EXP(-B1*(E)**B2));

MODEL AT=B0*(CCH);

TITLE 'MODELO DE LA FUNCION WEIBULL';

OUTPUT OUT=SALIDA P=PREDI R=RES;

PROC PLOT DATA=SALIDA;

PLOT PREDI*E='*' AT*E='.'/OVERLAY;

PLOT RES*AT='*'/VREF=0;

RUN;

/*CALCULO DE LA CURVA GUIA*/

DATA CURVAGUI;

INFILE 'B:\BASEDATO\EDAD.DAT';

INPUT A;

B0=103.236594; B1=0.012708; B2=0.676618;

R=(1-EXP(-B1*(A)**B2));

IS=B0*R;

PROC PRINT;

RUN;

PROC PLOT;

PLOT IS*A='*'/HREF=60;

TITLE 'CURVA GUIA (FUNCION WEIBULL)';

RUN;

/*CALCULO DE LA FAMILIA DE CURVAS*/

DATA FAMILIA;

INFILE 'B:\BASEDATO\EDAD.DAT';

INPUT A;

B0=103.236594; B1=0.012708; B2=0.676618;

IS13=13;

IS16=16;

GUIA=18.95;

IS22=22;

IS25=25;

IS28=28;

```

R= (1-EXP(-B1*(A)**B2))/(1-EXP(-B1*(60)**B2));
H13=IS13*R;
H16=IS16*R;
G=GUIA*R;
H22=IS22*R;
H25=IS25*R;
H28=IS28*R;
PROC PRINT;
  VAR A H13 H16 G H22 H25 H28;
  TITLE1 'IS = 13, 16, GUIA, 22, 25 Y 28  A EDAD BASE 60
AÑOS';
  TITLE2 'CURVAS ANAMORFICAS (FUNCION WEIBULL)';
PROC PLOT;
  PLOT H13*A='5' H16*A='4' G*A='G' H22*A='3' H25*A='2'
H28*A='1'/HREF=60 OVERLAY;
  TITLE1 'IS=13 16 GUIA 22 25 28 A EDAD BASE 60 AÑOS';
  TITLE2 'Y DIAGRAMA DE DISPERSION';
  TITLE3 'CURVAS ANAMORFICAS (FUNCION WEIBULL)';
RUN;

```