



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

POSGRADO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA

**ENFOQUES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA GEOMETRÍA DEL
BULBO HÚMEDO EN RIEGO POR GOTEO**

TESIS DE GRADO

**QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA**

PRESENTA:

RAMÓN ALEJANDRO ORTIZ VILLAVICENCIO

BAJO LA SUPERVISIÓN DE:

DR. MAURICIO CARRILLO GARCÍA



Chapingo, Estado de México, noviembre de 2024

**ENFOQUES DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA GEOMETRÍA DEL
BULBO HÚMEDO EN RIEGO POR GOTEO**

Tesis realizada por **RAMÓN ALEJANDRO ORTIZ VILLAVICENCIO** bajo la supervisión
del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial
para obtener el grado de:

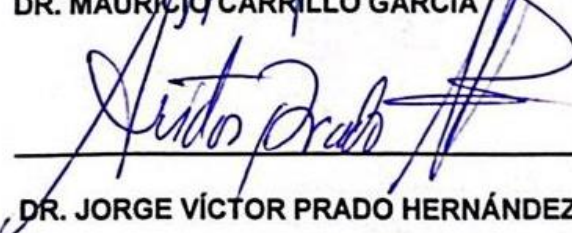
**MAESTRO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA
Y USO INTEGRAL DEL AGUA**

DIRECTOR:



DR. MAURICIO CARRILLO GARCÍA

ASESOR:



DR. JORGE VÍCTOR PRADO HERNÁNDEZ

ASESOR:



DR. MARIO ALBERTO VÁZQUEZ PEÑA

ASESOR:



DR. NOÉ VELÁZQUEZ LÓPEZ

CONTENIDO

RESUMEN GENERAL	ix
1 INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
1.1 Objetivo general.....	3
1.2 Objetivos específicos	4
1.3 Estructura de la Tesis	4
1.4 Literatura citada	5
2 REVISIÓN DE LIERATURA	7
2.1 Modelos matemáticos en la estimación de los patrones de humedecimiento.	8
2.2 Clasificación de los modelos matemáticos en la estimación de los patrones de humedecimiento.	9
2.3 Modelos empíricos en la estimación de la geometría del bulbo de mojado.	9
2.4 Softwares para la estimación de la geometría del bulbo de mojado	10
2.5 Literatura citada	11
3 MODELO MATEMÁTICO EMPÍRICO PARA LA ESTIMACIÓN DEL RADIO DE MOJADO A DISTINTAS PROFUNDIDADES EN RIEGO POR GOTEO SUPERFICIAL	14
3.1 Resumen	14
3.2 Introducción	16
3.3 Materiales y métodos.....	17
3.3.1 Medición del frente de humedecimiento	19
3.3.2 Obtención del modelo matemático	20
3.3.3 Obtención de los coeficientes de ajuste del modelo.....	21
3.3.4 Evaluación del modelo a partir de índices estadísticos	21
3.3.5 Análisis de sensibilidad	22
3.4 Resultados y Discusión	23
3.4.1 Avance del frente de humedecimiento	23
3.4.2 Obtención de los coeficientes de ajuste	25
3.4.3 Análisis estadístico	26

3.4.4 Análisis de sensibilidad	27
3.5 Conclusiones	28
3.6 Literatura Citada	29
3.7 Anexos.....	31
3.7.1 Código en Visual Studio Code con Python de la regresión no lineal múltiple.	31
3.7.2 Código en Visual Studio Code con Python del análisis de sensibilidad.....	33
4 SOFTWARE PARA LA REPRESENTACIÓN DE LA GEOMETRÍA DEL BULBO HÚMEDO EN RIEGO POR GOTEOS SUPERFICIAL	34
4.1 Resumen	34
4.2 Introducción	36
4.3 Materiales y métodos.....	38
4.3.1 Módulo experimental	38
4.3.2 Modelo matemático empírico	40
4.3.3 Programación	41
4.4 Resultados y Discusión	42
4.5 Conclusiones	46
4.6 Literatura citada	47

LISTA DE CUADROS

3 MODELO MATEMÁTICO EMPÍRICO PARA REPRESENTAR EL RADIO DE MOJADO EN RIEGO POR GOTEO SUPERFICIAL

Cuadro 1. Información de cada riego en las pruebas experimentales.	18
Cuadro 2. Parámetros hidráulicos de los suelos obtenidos con el software ROSETTA versión 1.0.	18
Cuadro 3. Información de las mediciones de los riegos.....	19
Cuadro 4. Parámetros de cada ecuación.....	26
Cuadro 5. Índices estadísticos de cada ecuación.	26
Cuadro 6. Importancia relativa de las variables usadas en la modelación...	27

4 GENERACION DEL SOFTWARE PARA LA MODELACIÓN DEL BULBO HÚMEDO EN RIEGO POR GOTEO SUPERFICIAL

Cuadro 1. Información de los riegos.	1850
--	------

LISTA DE FIGURAS

3 MODELO MATEMÁTICO EMPÍRICO PARA REPRESENTAR EL RADIO DE MOJADO EN RIEGO POR GOTEO SUPERFICIAL

Figura 1. Riegos del 1.a al 4.a por Ortiz (2022).	23
Figura 2. Riegos del 5.a al 8.a por Ortiz (2022).	24
Figura 3. Riegos del 1.b al 4.b por Cristóbal (2019).....	24
Figura 4. Riegos del 1.c al 4.c por Quintero (2023).	25
Figura 5. Riegos del 5.c al 6.c por Quintero (2019).	25

4 GENERACION DEL SOFTWARE PARA LA MODELACIÓN DEL BULBO HÚMEDO EN RIEGO POR GOTEO SUPERFICIAL

Figura 1. Malla a cada 2 cm de profundidad del avance del frente de humedecimiento.	51
Figura 2. Diagrama de flujo del software	54
Figura 3. Captura de programa al momento de ingresar los datos para el procesamiento	55
Figura 4. Funcionamiento del software en la estimación del avance del frente húmedo.....	56

DEDICATORIAS

A mi madre Rosa, que me ha protegido y me ha llevado por el camino del bien con paciencia y amor infinito, enseñándome a valorar lo que tengo y ser fuente de inspiración y motivación para cumplir mis ideales. Antes de pertenecerme este logro, es tuyo.

A mi nina Sonia, por guiarme de la forma más linda y noble, siendo un pilar importante en cada objetivo cumplido y siendo indudablemente una de las personas que más quiero.

A mi hermano Julio, de quien me siento orgulloso de ver la persona que es, quien ha sido pieza fundamental en mi crecimiento como persona y a quien amo mucho.

A mis abuelos Ramon y Carmen, cómo quisiera que estas personas que fueron seres sustanciales en mi vida estuvieran aún en este plano terrenal y fueran testigo de este logro, pero con plena seguridad confío que desde el paraíso están felices y orgulloso.

A mis tíos Ramón, Lourdes, Ángeles, Carmen, Lorenzo y Eusebio, digno ejemplo de entrega total y desmedida por las personas amadas. Por su dedicación, por las sonrisas oportunas y los consejos acertados.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Autónoma Chapingo por brindarme la oportunidad y los recursos necesarios para mi formación profesional. Siempre estaré agradecido y dispuesto a servir a la Universidad.

Al Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua y a la Dirección General de Investigación y Posgrado de la Universidad Autónoma Chapingo por permitir que realizara mis estudios de maestría y por el apoyo financiero para llevar a cabo esta investigación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca de estudios de posgrado.

Al Dr. J. Víctor Prado Hernández, por su confianza, paciencia y apoyo durante todos estos años de amistad y de investigación.

A los doctores Mario Alberto Vázquez Peña, Noé Velázquez López y Mauricio Carrillo García, quienes me brindaron su tiempo, conocimientos, valiosas sugerencias y aportaciones durante el desarrollo de esta investigación.

A la Coordinación de Posgrado de IAUIA, por el apoyo brindado desde el primer día hasta el último día de Maestría para alcanzar este objetivo.

A Irouri Cristóbal, por el invaluable apoyo académico y emocional que permitió que esta investigación alcanzara un alto nivel de calidad y trascendencia.

A mis amigos, Giovanni, Manolo, Jesús, Alejandro, Romario y Félix, por la gran amistad, consejos y ayuda para lograr llegar hasta aquí.

A Daniela Maya, por su inspiración constante y apoyo incondicional, que me motivaron a cumplir este objetivo con determinación y entusiasmo.

Finalmente, a mi familia, por su amor, paciencia y respaldo incondicional, quienes han sido mi pilar fundamental en cada etapa de mi vida hasta lograr cada objetivo que nos proponemos.

DATOS BIOGRÁFICOS



Datos personales

Nombre: Ramón Alejandro Ortiz Villavicencio

Fecha de nacimiento: 6 de febrero de 1998

Lugar de nacimiento: Texcoco, Estado de México, México

Cédula profesional: 13732861

Desarrollo académico

Bachillerato: Preparatoria Agrícola, Universidad Autónoma
Chapingo, Texcoco, Estado de México, México

Licenciatura: Ingeniería en Irrigación, Universidad Autónoma
Chapingo, Texcoco, Estado de México, México.

RESUMEN GENERAL

ENFOQUES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA GEOMETRÍA DEL BULBO HÚMEDO EN RIEGO POR GOTEO

El riego por goteo es una de las técnicas más eficientes para la gestión del agua en la agricultura, especialmente en regiones con recursos hídricos limitados. Este sistema permite una aplicación precisa de agua directamente en la zona radicular, minimizando pérdidas por evaporación y escorrentía. No obstante, la predicción del comportamiento del agua en el suelo sigue representando un desafío, ya que la forma y extensión del bulbo húmedo varían significativamente según las condiciones de riego y ambientales. El objetivo general de la presente Tesis fue desarrollar un modelo matemático para estimar la geometría del bulbo húmedo en riego por goteo superficial a partir de distintos enfoques de modelación matemática, considerando diferentes tipos de suelo y condiciones de riego, además de implementar el modelo en un programa computacional de uso accesible, con el fin de optimizar el uso del agua y prevenir el estrés hídrico en los cultivos. El modelo matemático se desarrolló utilizando distintos enfoques y experiencias de diversos autores, realizando una regresión no lineal múltiple a la base de datos que fue integrada por la información de tres estudios con distintas texturas de suelo y condiciones de riego, posteriormente se evaluó las capacidades predictivas del modelo y se hizo un análisis de sensibilidad de las variables utilizadas. El software se implementó en Visual Studio y Python con el modelo propuesto. El modelo empírico desarrollado permitió calcular las dimensiones de mojado del bulbo húmedo a diferentes tiempos y condiciones de riego, de igual manera estimó de forma aceptable el radio de mojado a distintas profundidades. Se logró implementar el modelo matemático en un programa computacional, donde las estimaciones se obtuvieron de una manera gráfica y tuvieron una mayor exactitud en el radio de mojado a menor profundidad, en general, las predicciones fueron satisfactorias. De esta manera se obtuvo una herramienta práctica y eficiente para el diseño y operación del riego por goteo superficial.

Palabras clave: frente de humedecimiento, bulbo de mojado, agua en el suelo, software de riego, modelos empíricos.

Tesis de Maestría en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua

Universidad Autónoma Chapingo

Autor: Ramón Alejandro Ortiz Villavicencio

Director de Tesis: Dr. Mauricio Carrillo García

GENERAL ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELING APPROACHES FOR THE GEOMETRY OF THE WET BULB IN DRIP IRRIGATION

Drip irrigation is one of the most efficient techniques for water management in agriculture, especially in regions with limited water resources. This system allows for precise water application directly to the root zone, minimizing losses due to evaporation and runoff. However, predicting the behavior of water in the soil remains a challenge, as the shape and extent of the wet bulb vary significantly depending on irrigation and environmental conditions. The main objective of this thesis was to develop a mathematical model to estimate the geometry of the wet bulb in surface drip irrigation using various mathematical modeling approaches, considering different soil types and irrigation conditions. Additionally, the goal was to implement the model in an accessible computational program to optimize water use and prevent water stress in crops. The mathematical model was developed using different approaches and experiences from various authors, performing multiple nonlinear regression on the database, which was integrated with information from three studies with different soil textures and irrigation conditions. The predictive capabilities of the model were evaluated, and a sensitivity analysis of the variables used was conducted. The software was implemented in Visual Studio and Python with the proposed model. The developed empirical model allowed for the calculation of the wet bulb dimensions at different times and irrigation conditions and provided an acceptable estimation of the wet radius at various depths. The mathematical model was successfully implemented in a computational program, where the estimates were obtained graphically and were more accurate in the wet radius at shallower depths. Overall, the predictions were satisfactory. Thus, a practical and efficient tool for the design and operation of surface drip irrigation was obtained.

Keywords: wetting front, wet bulb, water in soil, irrigation software, empirical models.

Master's Thesis in Agricultural Engineering and Integrated Water Use

University of Chapingo

Author: Ramón Alejandro Ortiz Villavicencio

Thesis Advisor: Dr. Mauricio Carrillo García

1 INTRODUCCIÓN GENERAL

El agua es un recurso esencial y estratégico para el desarrollo social y económico de México. La agricultura representa una de las actividades con mayor demanda de agua, utilizando más de dos tercios de los recursos hídricos globales provenientes de ríos, lagos y acuíferos (Zamora-Salgado et al., 2007). En zonas como el norte de México, la escasez de agua es un desafío considerable para la agricultura. A nivel mundial, la superficie irrigada ha tenido que multiplicarse por cinco debido a la falta de sistemas de riego eficientes, lo que ocasiona pérdidas significativas de agua (Avilés, 2006).

La infiltración, definida como el proceso mediante el cual el agua penetra en el perfil del suelo, es un factor crítico en el diseño de sistemas de riego (Ojeda, 1984). La capacidad de infiltración del suelo determina la velocidad de aplicación del agua en la superficie sin generar pérdidas por escurrimiento. Una aplicación inadecuada del agua no solo implica desperdicio, sino también la ineficiencia de los sistemas de riego, impactando negativamente la productividad agrícola y la conservación de los recursos hídricos.

El riego por goteo es una técnica de irrigación que aplica agua directamente en la zona radicular de las plantas, reduciendo al mínimo las pérdidas por evaporación y percolación (Cristobal-Muñoz et al. 2022). Entre sus múltiples beneficios, se encuentran la disminución del consumo de agua, la reducción de la necesidad de mano de obra, el mejor manejo de la fertilización y el control de plagas y enfermedades. Este método aporta la cantidad exacta de agua que la planta necesita y puede reducir el consumo de agua hasta un 50 %. Además, favorece un crecimiento uniforme de las raíces y mejora indicadores como la altura de la planta, el índice de área foliar, el diámetro del tallo y la cantidad de racimos florales (Sabando-García et al., 2020).

El bulbo húmedo es la región del suelo que se humedece por la acción de un emisor de riego localizado. La forma y tamaño de este bulbo dependen del caudal del emisor, el volumen de agua aplicada y las propiedades hidráulicas del suelo (Sabando-García et al., 2022). Cuando se emplea riego por goteo superficial, el agua infiltrada genera una zona húmeda que puede adoptar una forma de esfera truncada o elipsoide. El radio en la superficie y la profundidad de humedecimiento son los parámetros clave que definen este bulbo (Al-Ogaidi et al., 2016).

Actualmente, los modelos matemáticos para estimar la forma y tamaño del bulbo húmedo presentan limitaciones en su precisión bajo diversas condiciones de suelo y manejo del agua, lo que hace necesario realizar pruebas de campo para el diseño óptimo de sistemas de riego (Moreno & Villafañe, 2009).

Existen diversos modelos matemáticos para estimar la geometría del bulbo húmedo, que varían en complejidad. Los modelos empíricos, de menor complejidad, resultan útiles en situaciones específicas donde se cuenta con experiencia previa en el tipo de suelo y las condiciones de riego bajo las cuales fueron desarrollados. Por otro lado, los modelos más complejos se basan en las ecuaciones de Richards, las cuales describen el flujo de agua en suelos no saturados.

Estos modelos avanzados permiten simular de manera tridimensional la dinámica del agua en el suelo, considerando factores como la conductividad hidráulica, la capacidad de retención de agua y la porosidad del suelo. Gracias a los avances en computación, los modelos numéricos basados en la ecuación de Richards se han popularizado, y su resolución a menudo implica el uso de métodos numéricos complejos como el método de diferencias finitas y el método de los elementos finitos (Yang et al., 2015).

A lo largo del tiempo, numerosos investigadores han contribuido al desarrollo de modelos y técnicas para predecir el bulbo húmedo en sistemas de riego por goteo superficial, utilizando diversos enfoques de modelación matemática. Por ejemplo, Philip (1957) desarrolló soluciones analíticas para la infiltración de agua en suelos

homogéneos, mientras que Youngs (1988) exploró la forma del bulbo bajo diferentes condiciones de riego. Además, autores como Amin & Ekhmaj (2006) y Prado et al. (2017) han creado modelos empíricos prácticos que incorporan múltiples variables propias del suelo.

El software HYDRUS, desarrollado por Šimůnek et al. (2008), ha sido ampliamente utilizado y validado en estudios de riego por goteo, y se ha consolidado como una herramienta eficaz para el diseño de sistemas de riego. Sin embargo, su alto costo de adquisición y la necesidad de contar con habilidades avanzadas en computación y comprensión de procesos del agua en el suelo limitan su accesibilidad y uso eficiente.

La presente Tesis parte de la hipótesis de que es posible desarrollar un nuevo modelo matemático y software que permita una estimación precisa de la geometría del bulbo húmedo en riego por goteo superficial, combinando enfoques de modelación matemática y la experiencia de investigaciones previas, para ofrecer una herramienta práctica y eficiente en el diseño y manejo del riego por goteo.

1.1 Objetivo general

Desarrollar un modelo matemático para estimar la geometría del bulbo húmedo en riego por goteo superficial a partir de distintos enfoques de modelación matemática, considerando diferentes tipos de suelo y condiciones de riego, además de implementar el modelo en un programa computacional de uso accesible.

1.2 Objetivos específicos

- Desarrollar un modelo matemático empírico que estime con precisión y exactitud el radio de mojado a distintas profundidades, en diferentes tipos de suelo y condiciones de riego.
- Generar un programa computacional de uso accesible que represente la geometría del bulbo húmedo en riego por goteo superficial en diferentes tipos de suelo y condiciones de riego.

1.3 Estructura de la Tesis

La presente Tesis se organiza en cuatro capítulos: el primer capítulo presenta una introducción general; el segundo capítulo aborda el estado del arte de los modelos matemáticos y softwares utilizados para estimar la geometría del bulbo húmedo en riego por goteo. El tercer capítulo detalla el desarrollo de un modelo matemático empírico para la estimación de la geometría del bulbo húmedo en riego por goteo superficial, enfocado en la estimación del radio de humedecimiento a diferentes profundidades. Finalmente, el cuarto capítulo se centra en la creación de un software accesible para la modelación del bulbo húmedo en riego por goteo superficial, que permite visualizar gráficamente el avance del humedecimiento bajo distintas condiciones de tiempo, tipo de suelo y parámetros de riego.

1.4 Literatura citada

- Al-Ogaidi, A. A. M., Wayayok, A., Rowshon, M., & Abdullah, A. (2016). Wetting patterns estimation under drip irrigation systems using an enhanced empirical model. *Agricultural Water Management*, 176, 203-213. DOI: 10.1016/j.agwat.2016.06.002
- Amin, M. S. M., & Ekhmaj, A.I.M. (2006). "DIPAC-drip irrigation water distribution pattern calculator." 7th Int. Micro Irrigation Congress, PWTC, Kuala Lumpur, Malaysia. 10–12.
- Avilés L., H. (2006). El valor del agua en la agricultura. *La Granja. Revista de Ciencias de la Vida*, (5), 28-31.
- Cristóbal-Muñoz, I., Prado-Hernández, J. V., Martínez-Ruiz, A., Pascual-Ramírez, F., Cristóbal-Acevedo, D., & Cristóbal-Muñoz, D. (2022). An improved empirical model for estimating the geometry of the soil wetting front with surface drip irrigation. *Water*, 14(11), 1827.
- Moreno, M. A., & Villafañe, R. (2009). Distribución espacial de la humedad en tres perfiles de un suelo regado por goteo. *Bioagro*, 21(3), 227-231.
- Ojeda, B.W. (1984). Consideraciones sobre la infiltración del agua en el suelo. Tesis profesional. Departamento de Irrigación. Chapingo, México: 7 – 39.
- Philip, J. R. (1957). The Theory of Infiltration: 1. The Infiltration Equation and Its Solution. *Soil Science*, 83(5), 345-357.
- Prado, H. J. V., Ismene, G. R. M., Mota, L. A., Carrillo, M., Peña, V. M., Lugo, V. H., & Gerardo, V. P. O. (2017). Modelo empírico del patrón de humedad en un suelo orgánico de México con riego por goteo superficial. V Jornadas de Ingeniería del Agua. 24-26 de octubre. A Coruña. 229-236.
- Sabando-García, Á. R., Ugando-Peñate, M., Chavarría-Párraga, J. E., Tarazona-Meza, N. L., & Sabando-García, L. A. (2020). Láminas de riego por goteo en la incidencia de *Prodiplosis longifila* (Diptera: Cecidomyiidae) en el tomate (*Solanum lycopersicum* L.). *Ciencia y Agricultura*, 17(2). <https://doi.org/10.19053/01228420.v17.n2.2020.11063>
- Sabando-García, Á. R., Delgado-Sabando, W. M., Chavarría-Párraga, J. E., & Sabando-García, B. X. (2022). Láminas de riego sobre el comportamiento del bulbo húmedo y desarrollo radicular del tomate. *Revista Ingeniería Agrícola*, 12(2), 3-11.
- Šimůnek, J., Šejna, M., Saito, H., Sakai, M., & van Genuchten, M. T. (2008). The Hydrus-1D Software Package for Simulating the One-Dimensional Movement of Water, Heat, and Multiple Solutes in Variably-Saturated Media. Department of Environmental Sciences, University of California Riverside.
- Yang, D., Zhang, T., Zhang, K., & Lei, S. (2015). Extending the integrated richards equation method to new boundary conditions: model description and validation. *Agrociencia*, 49(7), 723-737.

- Youngs, E. G. (1988). Shape Factors for the Wetting Patterns from Surface Application of Water by Point Sources. *Journal of Hydrology*, 97(1-2), 129-139.
- Zamora-Salgado, S., Fenech-Larios, L., Ruiz-Espinoza, F. H., Pérez-Duarte, W., & López-Gómez, A. (2007). Eficiencia en el uso del agua en maíz (*Zea Mays* L.) con riego por goteo, en el Valle de la Paz, Baja California Sur, México. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 16(3), 33-36.

2 REVISIÓN DE LITERATURA

El riego desempeña un papel fundamental en la producción agrícola y alimentaria de México, donde aproximadamente el 66% del territorio se clasifica como zona árida o semiárida (Conagua, 2009). Estas áreas dependen en gran medida de las precipitaciones durante el verano, que se concentran en un corto periodo. Esta situación resalta la necesidad de desarrollar herramientas que faciliten a los agricultores el acceso a tecnologías de riego, permitiendo así un uso más eficiente de los recursos hídricos tanto superficiales como subterráneos. La adopción de tecnologías como el riego por goteo y la microaspersión es esencial para mitigar la sobreexplotación del agua en el país (Flores, 2013).

En los sistemas de riego por goteo, la característica más relevante es la forma y el volumen de suelo húmedo que se genera con la aplicación de agua por parte de los emisores (Pizarro, 1996). Este volumen es crucial para almacenar el agua, y su forma, profundidad y diámetro deben ser compatibles con el sistema radicular de la planta, así como con el espaciamiento entre emisores y líneas de riego. Entender la distribución del agua bajo los emisores es esencial para un diseño y operación eficiente del sistema (Cruz-Bautista et al., 2015).

El volumen y la extensión del suelo húmedo dependen de factores como la textura y estructura del suelo, la conductividad hidráulica saturada y el contenido inicial de humedad, así como del caudal del emisor y el volumen total de agua aplicada (Kandelous & Simunek, 2010). Además, la ubicación del emisor, la frecuencia y cantidad de riego, y las variaciones espaciales y temporales del contenido de humedad influyen en el comportamiento del agua en el suelo (Mmolawa & Or, 2000).

Antes de diseñar un sistema de riego por goteo, es fundamental estudiar el comportamiento del patrón de humedecimiento en el perfil del suelo (Cristóbal-Muñoz, 2022), con el fin de aprovechar al máximo el potencial que ofrece esta tecnología de riego.

2.1 Modelos matemáticos en la estimación de los patrones de humedecimiento.

Existen múltiples modelos matemáticos para estimar los patrones de humedecimiento del suelo, especialmente en sistemas de riego por goteo. Entre los más relevantes se encuentra la ecuación de Richards, que describe el movimiento del agua en suelos no saturados al combinar la Ley de Darcy y la ecuación de continuidad. Este modelo permite simular la infiltración y el movimiento del agua en el suelo, teniendo en cuenta tanto la presión del agua como la conductividad hidráulica en función del contenido de humedad (Naula et al., 2016).

Otro modelo ampliamente utilizado es el de Van Genuchten, que caracteriza la relación entre el contenido de agua en el suelo y la presión del agua (presión matricial) en suelos no saturados. Mediante una ecuación empírica, se describe la capacidad de retención de agua del suelo, lo que permite predecir el comportamiento de la humedad en diversas condiciones. Este modelo es especialmente útil para simular el movimiento del agua y evaluar los patrones de humedecimiento en aplicaciones de riego por goteo (Romero et al., 2020).

El patrón de humedecimiento en riego por goteo puede medirse directamente en campo, aunque esta práctica conlleva ciertos riesgos, ya que factores como la compactación o condiciones superficiales del suelo pueden influir en los resultados, y la instalación de instrumentos podría alterar los patrones de humedecimiento (Subbaiah, 2013). Sin el equipo adecuado, es difícil evitar la perturbación del suelo al realizar mediciones, para superar estas limitaciones, los investigadores emplean modelos matemáticos que simulan la infiltración desde una fuente puntual, útiles para el diseño y operación de sistemas de riego por goteo (Cristóbal-Muñoz et al., 2022).

2.2 Clasificación de los modelos matemáticos en la estimación de los patrones de humedecimiento.

Los modelos matemáticos se pueden clasificar en tres grupos principales: numéricos, analíticos y empírico (Kandelous & Simunek, 2010; Al-Ogaidi et al., 2016). La ecuación de Richards presenta una alta complejidad y su solución analítica solo es posible mediante simplificaciones físicas y matemáticas que pueden alejar los resultados del comportamiento real del sistema (Zazueta, 1992).

Las soluciones numéricas, aunque precisas, se aplican a condiciones de campo muy específicas y problemas transitorios. Por ello, se han desarrollado técnicas numéricas como el método de diferencias finitas para abordar la ecuación de Richards, obteniendo resultados satisfactorios en experimentos de laboratorio con infiltración bajo fuentes puntuales de riego (Zazueta, 1992).

Los primeros estudios sobre las dimensiones del bulbo húmedo fueron de naturaleza empírica, como las pruebas de campo de Goldberg et al. (1971). Los modelos empíricos se benefician de su simplicidad, al tener parámetros más comprensibles para los técnicos del riego y que suelen ser fáciles de obtener, por lo que, son más convenientes para ser utilizados en aplicaciones de campo (Cristóbal-Muñoz, 2022).

2.3 Modelos empíricos en la estimación de la geometría del bulbo de mojado.

Schwartzman & Zur (1986) diseñaron un modelo semiempírico basado en análisis dimensional para predecir la geometría de la zona húmeda en sistemas de riego por goteo. Este modelo considera factores como la tasa de aplicación de agua, el volumen aplicado y la conductividad hidráulica del suelo.

Malek & Peters (2011) evaluaron varios modelos semiempíricos con formas lineales, polinómicas y no lineales, concluyendo que los modelos no lineales presentaban el mejor ajuste.

Prado et al. (2017) desarrollaron un modelo que incorporan el contenido de materia orgánica del suelo como variable para la estimación del bulbo húmedo, tomando de referencia las experiencias de Schwartzman & Zur (1986) y Amin & Ekhmaj (2006), mejorando así la exactitud de las predicciones.

Al-Ogaidi et al. (2016) avanzaron en la modelación al emplear cinco conjuntos de datos experimentales y desarrollar un modelo robusto que incluye parámetros como la textura y estructura del suelo, siguiendo la línea de trabajos previos.

2.4 Softwares para la estimación de la geometría del bulbo de mojado

Diversos autores han desarrollado modelos y herramientas para estimar el radio y la profundidad del bulbo húmedo generado por el riego por goteo, por ejemplo, Van Genuchten et al. (2006) desarrollaron el software RETC, diseñado para estimar propiedades hidráulicas de suelos no saturados a partir de datos de retención de agua y conductividad hidráulica. Este programa ajusta modelos matemáticos a datos experimentales, permitiendo obtener parámetros como la curva de retención de agua y la conductividad en función de la saturación del suelo. Entre sus ventajas se encuentran la facilidad de uso, precisión en el ajuste de curvas y su capacidad para mejorar la comprensión del comportamiento hidráulico del suelo; sus desventajas incluyen la dependencia de datos de entrada precisos y su limitación a escenarios simples, sin considerar factores complejos como la heterogeneidad del suelo o la variabilidad climática.

Por otro lado, Šimůnek et al. (2008) crearon HYDRUS, un software de modelación numérica para simular el movimiento de agua, calor y solutos en suelos no saturados y parcialmente saturados. HYDRUS permite modelar sistemas complejos en múltiples dimensiones, siendo útil para estudios de riego, drenaje y contaminación del suelo. Sus principales ventajas son su alta precisión, la capacidad de simular diversos escenarios y la flexibilidad para ajustar parámetros del suelo y condiciones climáticas. No obstante, requiere experiencia técnica

avanzada, una curva de aprendizaje prolongada y datos de alta calidad para lograr resultados confiables.

Finalmente, el software WETUP (Cook et al., 2006) modela la distribución de agua en el suelo durante el riego por goteo, facilitando la optimización del uso de agua mediante la predicción del bulbo de humedecimiento. Entre sus ventajas destacan su precisión, facilidad de uso y capacidad para optimizar recursos al ajustar parámetros como el tipo de suelo y caudal del emisor. Sin embargo, presenta limitaciones, como la necesidad de datos precisos, restricciones en suelos extremos y simplificaciones que pueden afectar la exactitud en condiciones reales.

2.5 Literatura citada

- Al-Ogaidi, A. A. M., Wayayok, A., Rowshon, M., & Abdullah, A. (2016). Wetting patterns estimation under drip irrigation systems using an enhanced empirical model. *Agricultural Water Management*, 176, 203-213. DOI: 10.1016/j.agwat.2016.06.002
- Amin, M. S. M., & Ekhmaj, A.I.M. (2006). "DIPAC-drip irrigation water distribution pattern calculator." 7th Int. Micro Irrigation Congress, PWTC, Kuala Lumpur, Malaysia. 10–12.
- Cook, F., Fitch, P., Thorburn, P., Charlesworth, P., & Bristow, K. (2006). WetUp: A software tool to estimate wetting patterns from drip emitters for better irrigation design. Irrisoft.
- Comisión Nacional del Agua (Conagua) (2009), Estadísticas del agua en México, México: Semarnat.
- Cristóbal-Muñoz, I. (2022). Modelación de la geometría del bulbo de mojado en riego por goteo superficial. Tesis de Maestría, Posgrado de Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua, Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Texcoco, México. <https://repositorio.chapingo.edu.mx/handle/123456789/1722>
- Cristóbal-Muñoz, I., Prado-Hernández, J. V., Martínez-Ruiz, A., Pascual-Ramírez, F., Cristóbal-Acevedo, D., & Cristóbal-Muñoz, D. (2022). An Improved Empirical Model for Estimating the Geometry of the Soil Wetting Front with Surface Drip Irrigation. *Water*, 14(11), 1827. DOI: 10.3390/w14111827
- Cruz-Bautista, F., Zermeño-González, A., Álvarez-Reyna, V., Cano-Ríos, P., Rivera-González, M., & Siller-González, M. (2015). Modelo para estimar

- la extensión del bulbo de humedecimiento del suelo en riego por goteo. Tecnología y Ciencias del Agua, VI(4), 131-140.
- Flores, V. F., (2013). Adopción de tecnología de riego para el uso sustentable del recurso hídrico en México. Trayectorias, 15(36), 65-82.
- Goldberg, S. D., Rinot, M., & Kanu, N. (1971). Effect of Trickle Irrigation Intervals on Distribution and Utilization of Soil Moisture in Vineyard. Primer edition. Drip irrigation scientific publications. Soil Sci. Soc. Amer: 675-678.
- Kandelous, M. M. K., & Simunek, J. (2010). Comparison of Numerical, Analytical, and Empirical Models to Estimate Wetting Patterns for Surface and Subsurface Drip Irrigation. Irrig. Sci., 28, 435-444
- Malek y Peters. (2011). Wetting Pattern Models for Drip Irrigation: New Empirical Model. J. Irrig. Drain. Eng. 534(8), 17.
- Mmolawa, K., & Or, D. (2000). Root Zone Solute Dynamics under Drip Irrigation: A Review. Plant and Soil, 222, 163- 190.
- Naula Reina, I. C., Albuja Proaño, G. A., Carrillo Flores, R. A., & Izurieta Cabrera, C. F. (2016). Modelación y simulación numérica de la Ecuación de Richards para problemas de infiltración. Enfoque UTE, 7(1), 46-58. <https://doi.org/10.29019/enfoqueute.v7n1.87>
- Pizarro, F. (1996). Riegos Localizados de alta frecuencia. Ediciones. Tercera edición. Ediciones Mundo Prensa. México D. F: 23 – 150.
- Prado, H. J. V., Ismene, G. R. M., Mota, L. A., Carrillo, M., Peña, V. M., Lugo, V. H., & Gerardo, V. P. O. (2017). Modelo empírico del patrón de humedad en un suelo orgánico de México con riego por goteo superficial. V Jornadas de Ingeniería del Agua. 24-26 de octubre. A Coruña. 229-236.
- Romero Campos, M., Cid Lazo, G., González Robaina, F., & López Seijas, T. (2020). Curvas tensión humedad y función conductividad hidráulica en suelos pardos. Revista Ingeniería Agrícola, 10(2), 21-27.
- Schwartzman, M., & Zur, B. (1986). "Emitter spacing and geometry of wetted soil volume." J. Irrig. Drain. Eng., 112, 242–253
- Šimůnek, J., Šejna, M., Saito, H., Sakai, M., & van Genuchten, M. T. (2008). The Hydrus-1D Software Package for Simulating the One-Dimensional Movement of Water, Heat, and Multiple Solutes in Variably-Saturated Media. Department of Environmental Sciences, University of California Riverside.
- Subbaiah, R. (2013). A review of models for predicting soil water dynamics during trickle irrigation. Irrigation Science, 31(3), 225-258.
- Van Genuchten, M.; Simunek, J.; Leij, F. J.; Sejna, M. (2006): Rect Versión 6, The Retc Code For Quantifying The Hydraulic Functions Of Unsaturated Soils, Us Salinity Laboratory, Usda, Ars. Riverside, California.

Zazueta RFS. (1992). Microirrigacion. Primera edición. Universidad Autónoma
Chapingo. Departamento de Irrigación. México: 3-1, 3-15.

3 MODELO MATEMÁTICO EMPÍRICO PARA LA ESTIMACIÓN DEL RADIO DE MOJADO A DISTINTAS PROFUNDIDADES EN RIEGO POR GOTEO SUPERFICIAL

3.1 Resumen

El riego por goteo se consolida como una de las técnicas más eficientes en la agricultura para la optimización del uso del agua. Sin embargo, hablando de la modelación matemática para la optimización del diseño y operación del riego por goteo aún falta bastante trabajo por hacer, dada la complejidad de los suelos y sus propiedades físicas variables, resulta desafiante crear un modelo que estime el radio de mojado a distintas las profundidades y tipos de suelo. El objetivo fue desarrollar un modelo matemático empírico que estime el radio de mojado a distintas profundidades, en diferentes tipos de suelo y condiciones de riego. Se recopilaron datos de tres investigaciones previas para generar una base de datos, utilizando una regresión no lineal múltiple en Python, se ajustaron ecuaciones para predecir el radio de mojado a distintas profundidades. La precisión del modelo se evaluó mediante el índice de Nash-Sutcliffe (NSE), RMSE, ME y R^2 , y se realizó un análisis de sensibilidad para identificar el impacto de las variables utilizadas. Los resultados en la predicción del radio de mojado mostraron un ajuste adecuado en todos los índices estadísticos para las capas superiores, con un NSE superior al 0.90. En las capas inferiores, a partir de una profundidad mayor a 22 cm, el desempeño disminuyó en todos los índices. En el caso de la predicción de la profundidad de mojado, se obtuvo un RMSE de 2.403 y un NSE de 0.903. Las variables de mayor impacto en el modelo son el tiempo y la humedad inicial. Se obtuvo un modelo matemático empírico aceptable que permite la estimación del radio de mojado en diferentes profundidades, siendo una herramienta útil para el diseño de riego por goteo.

Palabras clave: bulbo húmedo, profundidad de mojado, índices estadísticos, frente de humedecimiento, agua en el suelo.

Abstract

Drip irrigation is established as one of the most efficient techniques in agriculture for optimizing water use. However, when it comes to mathematical modeling for optimizing the design and operation of drip irrigation, much work remains to be done. Due to the complexity of soils and their variable physical properties, creating a model that estimates the wetting radius at different depths and soil types is challenging. The objective was to develop an empirical mathematical model to estimate the wetting radius at various depths, in different soil types, and under different irrigation conditions. Data from three previous studies were collected to create a database, and multiple nonlinear regression in Python was used to fit equations for predicting the wetting radius at different depths. The model's accuracy was evaluated using the Nash-Sutcliffe Efficiency Index (NSE), RMSE, ME, and R^2 , and a sensitivity analysis was performed to identify the impact of the variables used. The results in predicting the wetting radius showed an adequate fit in all statistical indices for the upper layers, with an NSE above 0.90. In the lower layers, at depths greater than 22 cm, performance decreased across all indices. For predicting the wetting depth, an RMSE of 2.403 and an NSE of 0.903 were obtained. The variables with the greatest impact on the model are time and initial moisture. An acceptable empirical mathematical model was obtained, enabling the estimation of the wetting radius at different depths and serving as a useful tool for drip irrigation design.

Keywords: wetting bulb, wetting depth, statistical indices, wetting front, soil water.

3.2 Introducción

El riego por goteo se ha consolidado como una de las técnicas más eficientes y sostenibles para la gestión del agua en la agricultura, especialmente en regiones con recursos hídricos limitados. En respuesta al crecimiento poblacional y al aumento del consumo de agua en zonas urbanas, la agricultura de regadío surge como una solución viable. Este sistema permite incrementar la producción de alimentos con un uso mínimo de agua, minimizando también la degradación de recursos hídricos y del suelo (García et al., 2016).

Aunque la inversión inicial en riego por goteo puede ser considerable, su popularidad ha aumentado. Esto se debe a la necesidad de implementar estrategias que optimicen el uso de agua, promoviendo la sostenibilidad hídrica (Muhammad et al., 2017). Se ha demostrado que esta técnica mejora la productividad hídrica de los cultivos en hasta un 9%, motivando a los investigadores a buscar el máximo rendimiento posible con el mínimo uso de agua (Jagermeyr et al., 2015; Soulis & Elmaloglou, 2016).

La tecnología de riego por goteo también permite a los agricultores un control preciso sobre la aplicación de agua, fertilizantes y pesticidas. Esto contribuye a la protección ambiental al reducir el desperdicio y la contaminación (Subbaia & Mashru, 2013). Para maximizar estos beneficios, es crucial mejorar aspectos de diseño y operación, como el espaciamiento de emisores, caudales, y la frecuencia y duración de cada riego (Skaggs et al., 2004).

La distribución eficiente del agua bajo el emisor es fundamental y puede evaluarse mediante tres métodos. Estos incluyen: a) medición directa del volumen de suelo mojado en campo; b) uso de sensores para registrar cambios en el contenido de agua del suelo; y c) simulación mediante modelos que reproduzcan el movimiento del agua en el suelo (Cruz-Bautista et al., 2016).

A pesar de que se han realizado estudios sobre la simulación de patrones de humedecimiento en sistemas de riego por goteo utilizando modelos empíricos,

estos enfoques suelen limitarse a estimar únicamente el radio húmedo en la superficie y la profundidad del sustrato. Hasta ahora, pocos estudios han abordado exhaustivamente los patrones de humedecimiento completos bajo estas condiciones, lo que indica una necesidad urgente de desarrollar modelos más precisos para simular estos fenómenos (Liu & Xu, 2018).

Diversos autores han hecho contribuciones significativas en el ámbito de la modelación del riego por goteo, estableciendo bases teóricas y metodológicas que permiten avanzar en este campo. Entre ellos destacan los trabajos de Prado (2017), Al-Ogaidi et al. (2016), Schwartzman & Zur (1986), Amin & Ekhmaj (2006), así como Malek & Peters (2011), quienes han desarrollado fórmulas y enfoques que han servido como referencia para perfeccionar investigaciones posteriores.

Dada la complejidad de los suelos y sus propiedades físicas variables, resulta un desafío crear un modelo universal que estime con precisión el radio del bulbo húmedo a distintas las profundidades y tipos de suelo. Ante esta dificultad, la presente investigación tiene como objetivo en desarrollar un modelo matemático empírico que estime con precisión y exactitud el radio de mojado a distintas profundidades, en diferentes tipos de suelo y condiciones de riego.

3.3 Materiales y métodos

La presente investigación sigue el procedimiento establecido por Cristóbal-Muñoz et al. (2022). En el Cuadro 1 se presenta información detallada de los suelos empleados en estudios previos, como Ortiz (2022) (a), Cristóbal (2019) (b) y Quintero (2023) (c), cuyos datos fueron utilizados para generar una base de datos. Cada uno de estos estudios empleó un cubo de acrílico de 1 m³, relleno con suelos de texturas diversas: arcillosa, franco arenosa y franco arcillo arenosa, respectivamente. En el interior de cada cubo, se instaló una malla equipada con 16 sensores de humedad y un sistema de riego por goteo para la aplicación controlada del agua. Durante cada evento de riego, se registraron las

dimensiones de los bulbos de humedecimiento, utilizando distintos caudales y humedades iniciales del suelo.

Cuadro 1. Información de cada riego en las pruebas experimentales.

Riego	Textura	Arena (%)	Arcilla (%)	Limo (%)	Pb (gcm ⁻³)	Θ_{cc} (cm ³ cm ⁻³)	Θ_{PMP} (cm ³ cm ⁻³)	MO(%)
Ortiz (2022) (a)	Arcillosa	24.56	42.16	33.28	1.3	0.3062	0.1838	2.20
Cristóbal (2019) (b)	Franco arcillo arenosa	57.48	20.52	22.00	1.2	0.3100	0.1500	1.70
Quintero (2023) (c)	Franco arenosa	51.60	19.10	29.30	1.4	0.3500	0.1600	0.38

En el marco de la presente investigación, se añadió una innovación significativa al medir en la base de datos el avance de los frentes de humedecimiento a intervalos de 2 cm de profundidad. Este enfoque permitió obtener datos más detallados, los cuales fueron fundamentales para el desarrollo de un modelo preciso en la modelación del riego por goteo.

Utilizando los porcentajes de arena, limo y arcilla, junto con la densidad aparente y los contenidos de agua del suelo a presiones de succión de 33 y 1500 kPa, se determinaron los valores de humedad residual y de saturación (θ_r y θ_s), en el software Rosetta (Cristóbal-Muñoz et al., 2022). Además, se calcularon la relación inversa de la presión de entrada de aire al suelo (α), la distribución del tamaño de poro (n) y la conductividad hidráulica en condiciones de saturación (K_s), como se muestra en el Cuadro 2.

Cuadro 2. Parámetros hidráulicos de los suelos obtenidos con el software ROSETTA versión 1.0.

Riego	Θ_r (cm ³ cm ⁻³)	Θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cmh ⁻¹)
Ortiz (2022) (a)	0.07940	0.4707	-1.6580	0.1137	0.59
Cristóbal (2019) (b)	0.05717	0.4763	0.1297	0.1297	11.40
Quintero (2023) (c)	0.05670	0.4271	-2.3795	0.1778	0.49

3.3.1 Medición del frente de humedecimiento

Durante cada sesión de riego, se llevaron a cabo mediciones del bulbo húmedo en la pared del cubo de acrílico en diferentes momentos (Cuadro 3). Estas mediciones se realizaron utilizando un plumón, lo que permitió referenciarlas en un sistema de coordenadas r y z , donde r representa el radio del bulbo y z la profundidad. Posteriormente, se tomaron fotografías de los avances del humedecimiento, las cuales fueron digitalizadas utilizando el software AutoCAD para su análisis posterior.

Cuadro 3. Información de las mediciones de los riegos.

Riego	q (Lh ⁻¹)	Θ_i (cm ³ cm ⁻³)	Tiempo de riego (h)	Número de lecturas en d y z
1.a	1.50	0.057	10.0	11
2.a	1.50	0.232	6.5	11
3.a	3.20	0.216	2.5	10
4.a	3.20	0.246	2.0	10
5.a	3.90	0.202	2.0	10
6.a	3.90	0.240	1.5	10
7.a	7.80	0.243	1.0	10
8.a	7.80	0.168	1.5	10
1.b	2.90	0.070	9.5	7
2.b	2.90	0.230	8.0	6
3.b	3.75	0.240	2.0	6
4.b	1.44	0.140	3.0	6
1.c	2.92	0.082	6.5	11
2.c	2.92	0.215	5.0	11
3.c	1.58	0.118	6.0	11
4.c	1.58	0.240	5.0	11
5.c	7.48	0.217	3.0	11

Para sistematizar la información obtenida, se utilizaron los dibujos digitalizados derivados de las investigaciones mencionadas. Sobre estos dibujos, se superpusieron mallas con líneas horizontales espaciadas uniformemente cada 2 centímetros, correspondientes a cada uno de los riegos realizados en los experimentos previos. Se procedió a medir con precisión cada intersección entre las líneas de la malla y las curvas que representan el avance del frente de humedecimiento, permitiendo así obtener datos detallados sobre el radio del bulbo húmedo a distintos tiempos y profundidades del suelo.

3.3.2 Obtención del modelo matemático

El siguiente paso consistió en desarrollar un modelo que estimara con precisión el radio del bulbo húmedo utilizando variables clave como el tiempo, el caudal, la humedad inicial del suelo y la conductividad hidráulica a saturación (K_s).

Se planteó una ecuación para la estimación del bulbo húmedo con la siguiente forma:

$$R_z = e_0 t^{e_1} q^{e_2} \theta_i^{e_3} K_s^{e_4} + e_5 \dots \dots \dots (1)$$

Donde R_z , es el radio a cada profundidad z en centímetros; t , es el tiempo de riego en minutos; q , es el caudal en $L \ h^{-1}$; θ_i , es la humedad inicial en $cm^3 \ cm^{-3}$; K_s , es la conductividad hidráulica en $cm \ h^{-1}$ y e_0 , e_1 , e_2 , e_3 , e_4 , e_5 , son los coeficientes de ajuste.

De igual manera se realizó una ecuación para estimar la profundidad (Z), como se observa en la Ecuación 2.

$$Z = e_0 t^{e_1} q^{e_2} \theta_i^{e_3} K_s^{e_4} + e_5 \dots \dots \dots (2)$$

Donde Z , es la profundidad en centímetros; t , es el tiempo de riego en minutos; q , es el caudal en $L \ h^{-1}$; θ_i , es la humedad inicial en $cm^3 \ cm^{-3}$; K_s , es la

conductividad hidráulica en cm h^{-1} y $e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5$, son los coeficientes de ajuste.

El modelo propuesto se basó de las experiencias y enfoques matemáticos utilizados por Al-Ogaidi et al. (2016), Amin & Ekhmaj (2006) y Cristóbal-Muñoz et al. (2022). Lo cual justifica la estructura y las variables en las ecuaciones del modelo.

3.3.3 Obtención de los coeficientes de ajuste del modelo

Dado que las ecuaciones presentadas no son lineales, fue necesario realizar una regresión no lineal múltiple para obtener los seis coeficientes de ajuste correspondientes a cada una de las ecuaciones del modelo a cada profundidad. A partir de la metodología explicada por Archontoulis & Miguez (2015) se llevó a cabo la programación en Python, donde se desarrolló un programa específico para calcular los coeficientes de ajuste de las ecuaciones del modelo. En la sección de Anexos del presente capítulo se muestra el código generado de la regresión no lineal múltiple.

3.3.4 Evaluación del modelo a partir de índices estadísticos

Siguiendo la metodología de Cristóbal-Muñoz et al. (2022) y de Almasi et al. (2014), se emplearon índices estadísticos para evaluar la precisión del modelo. Estos fueron el índice de eficiencia de Nash-Sutcliffe (1970) (NSE), coeficiente de determinación (R^2), la raíz del error cuadrático medio (RMSE) y el error medio (ME), definidos en las Ecuaciones 3, 4, 5 y 6, respectivamente.

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Cs_i - Co_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Co_i - Co)^2} \dots \dots \dots (3)$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (Co_i - Cs_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Co_i - Co)^2} \dots \dots \dots (4)$$

$$RMSE = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Cs_i - Co_i)^2 \right]^{1/2} \dots \dots \dots (5)$$

$$ME = \frac{1}{N} \left| \sum_{i=1}^N (Cs_i - Co_i) \right| \dots \dots \dots (6)$$

Donde N, es el número total de datos; Csi, es el i-ésimo dato simulado; y Coi, es el i-ésimo dato observado; y Co, es la media de los N datos observados.

El modelo fue evaluado a partir de la clasificación de Ritter & Muñoz (2013) donde el desempeño del modelo se clasifica como: no satisfactorio ($NSE < 0.65$), aceptable ($0.65 \leq NSE < 0.80$), bueno ($0.80 \leq NSE < 0.90$) y muy bueno ($NSE > 0.90$).

El índice R^2 proporciona una medida de la proporción de la variabilidad explicada por el modelo y oscila entre 0 y 1, donde valores cercanos a 1 indican un mejor ajuste. Por otro lado, el RMSE se emplea para cuantificar la dispersión de las predicciones en relación con los datos observados, siendo un valor más bajo indicativo de un ajuste más preciso. Finalmente, el ME permite analizar el sesgo del modelo al indicar la tendencia de las predicciones a sobrestimar o subestimar los valores observados.

Estos índices permiten una evaluación integral del ajuste y precisión del modelo, al proporcionar mediciones de asociación, dispersión y sesgo en la estimación del radio de mojad bajo diferentes condiciones de riego.

3.3.5 Análisis de sensibilidad

Siguiendo el enfoque propuesto por Pianosi et al. (2016), se realizó un análisis de sensibilidad para identificar las variables de mayor influencia en el dimensionamiento del bulbo húmedo en sistemas de riego por goteo. Este análisis evaluó el impacto individual de cada variable utilizada.

En la sección de Anexos del presente capítulo se muestra el código generado del análisis de sensibilidad.

3.4 Resultados y Discusión

3.4.1 Avance del frente de humedecimiento

En las Figuras 1 y 2 se muestran los avances de humedecimiento de las investigaciones de Ortiz (2022), en la Figura 3 los de Cristóbal (2019) y en las Figuras 4 y 5 los de Quintero (2023).

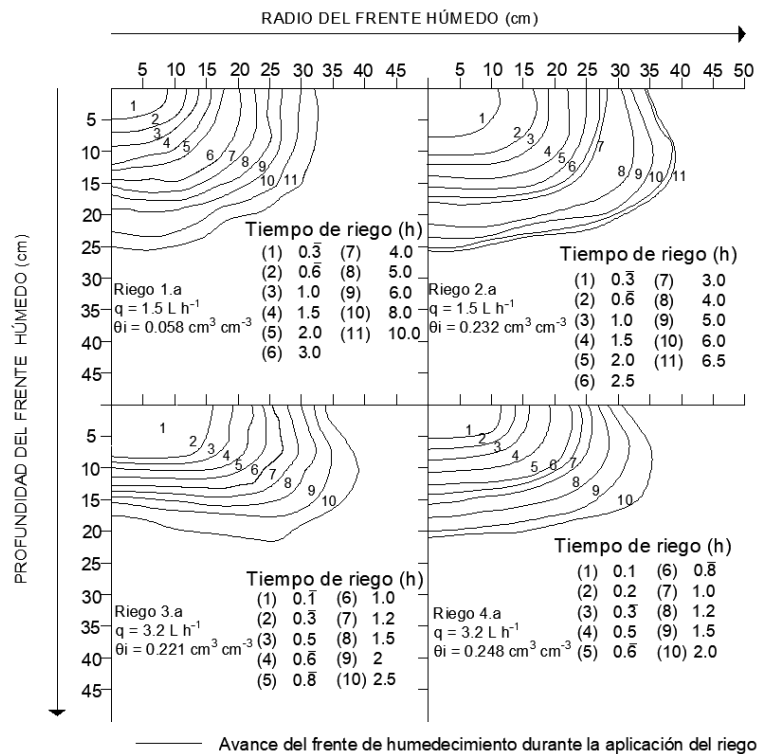


Figura 1. Riegos del 1.a al 4.a por Ortiz (2022).

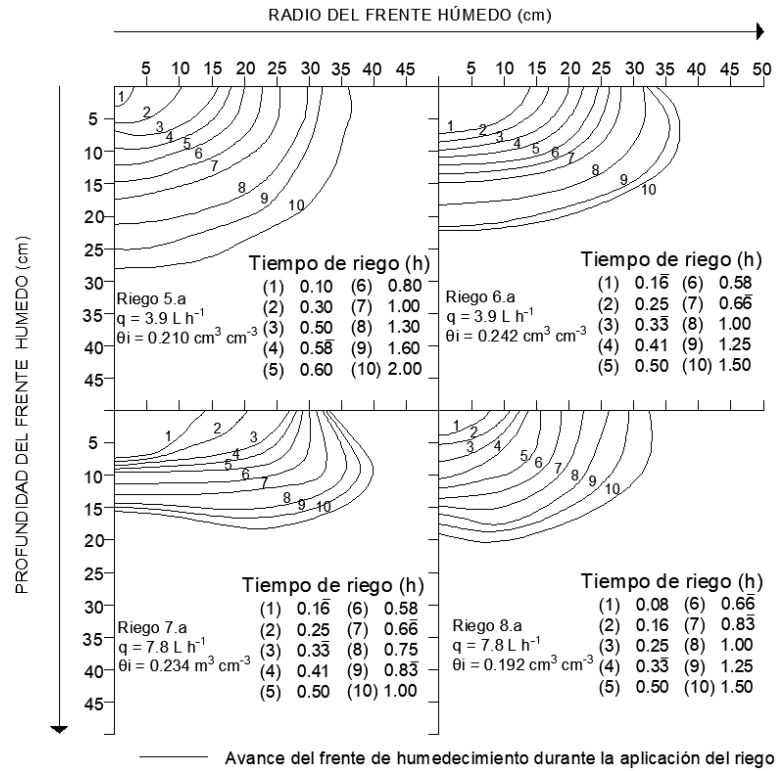


Figura 2. Riegos del 5.a al 8.a por Ortiz (2022).

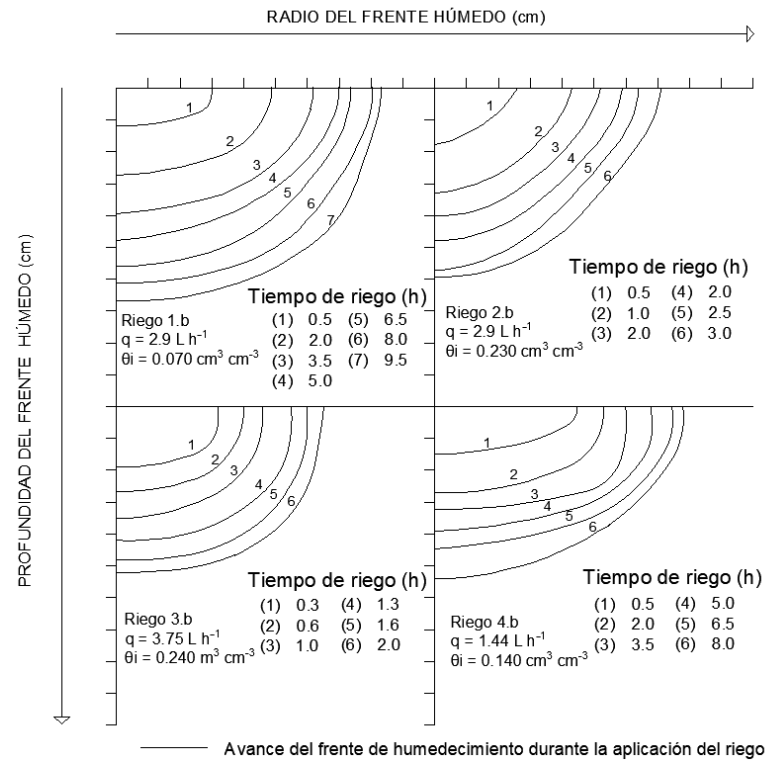


Figura 3. Riegos del 1.b al 4.b por Cristóbal (2019).

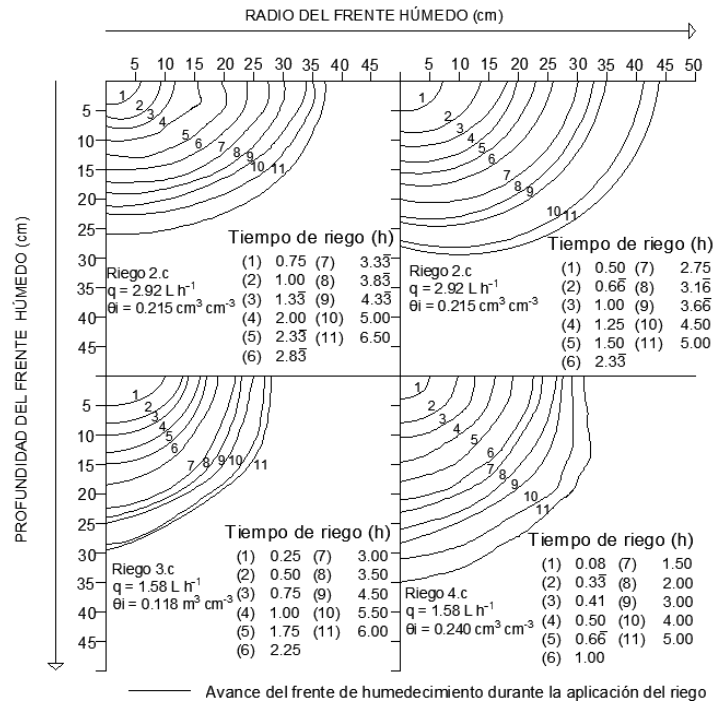


Figura 4. Riegos del 1.c al 4.c por Quintero (2023).

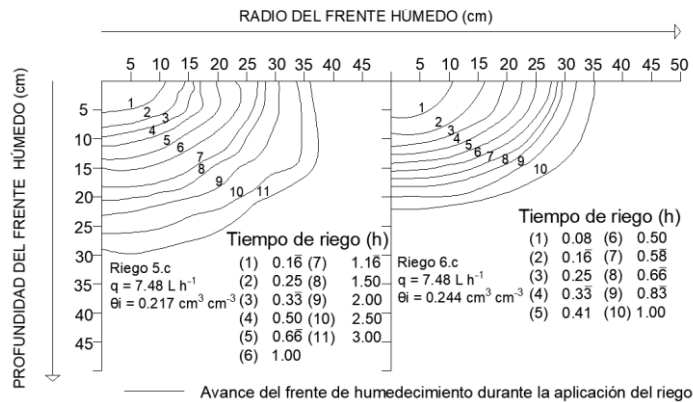


Figura 5. Riegos del 5.c al 6.c por Quintero (2019).

3.4.2 Obtención de los coeficientes de ajuste

En el Cuadro 4 se presentan los coeficientes de ajuste de las ecuaciones del modelo matemático empírico.

Cuadro 4. Parámetros de cada ecuación.

E	e0	e1	e2	e3	e4	e5
0	7.924	0.3171	0.2667	0.2130	0.0141	-4.683
2	29.753	0.1645	0.1367	0.1130	0.0060	-33.157
4	41.302	0.1394	0.1107	0.0983	0.0035	-47.541
6	118.838	0.0702	0.0526	0.0520	-0.0001	-132.130
8	9163.802	0.0013	0.0009	0.0009	-9.732E-06	-9187.797
10	32804.488	0.0004	0.0002	0.0003	-9.41E-06	-32835.926
12	29621.820	0.0005	0.0003	0.0003	-1.9888E-05	-29661.616
14	33078.434	0.0005	0.0003	0.0003	-1.9323E-05	-33132.664
16	34117.871	0.0005	0.0003	0.0003	-2.7556E-05	-34178.825
18	17285.788	0.0011	0.0006	0.0007	-3.2024E-05	-17353.225
20	3.768	0.4998	0.3090	0.3214	-0.00909188	-20.378
22	7.333	0.3993	0.2593	0.2376	-0.00496182	-34.679
24	17614.641	0.0008	0.0008	0.0004	-1.246E-05	-17684.166
Z	3.236	0.4441	0.1796	0.2550	0.0016	-1.464

3.4.3 Análisis estadístico

En el cuadro 5 se muestran los índices estadísticos ocupados para evaluar el desempeño de todas las ecuaciones del modelo para la estimación del radio y profundidad de mojado.

Cuadro 5. Índices estadísticos de cada ecuación.

E	NSE	R ²	ME (cm)	RMSE (cm)
0	0.913	0.833	-2.32E-08	2.841
2	0.888	0.795	9.10E-02	2.952
4	0.887	0.787	-1.06E-05	3.040
6	0.881	0.776	-2.51E-06	3.199
8	0.848	0.719	-3.01E-04	3.578
10	0.827	0.684	-9.46E-07	3.726
12	0.820	0.672	-1.20E-04	3.673
14	0.783	0.613	-6.48E-06	4.243
16	0.786	0.617	-1.13E-04	3.920
18	0.726	0.527	-1.48E-04	4.256
20	0.731	0.534	-5.06E-06	3.940
22	0.646	0.418	-1.08E-04	4.655
24	0.500	0.250	-4.42E-05	5.174
Z	0.903	0.816	-8.28E-08	2.403

Se puede observar en el Cuadro 5 que en las profundidades iniciales el modelo presenta valores de NSE y R^2 elevados, considerados como buenos según el criterio de Ritter y Muñoz (2013). Sin embargo, a medida que se incrementa la profundidad, la eficiencia del modelo disminuye. Esto se debe a que a mayor profundidad la complejidad del movimiento y del método utilizado aumenta e impacta en las predicciones, además de la reducción en la cantidad de datos disponibles en estas profundidades. Por otro lado, la ecuación de profundidad (Z) mantiene una alta eficiencia, clasificándola también como muy buena.

De manera similar, el RMSE y el ME exhiben un comportamiento decreciente conforme aumenta la profundidad. Los valores del ME indican en términos generales una subestimación del modelo, dado que la mayoría de sus valores resultan negativos. De acuerdo con Cristóbal-Muñoz et al. (2022), donde se evaluaron seis modelos empíricos, los valores obtenidos de RMSE y ME se consideran aceptables.

3.4.4 Análisis de sensibilidad

En el Cuadro 6 se presenta un análisis de sensibilidad de las variables utilizadas en el modelo propuesto.

Cuadro 6. Importancia relativa de las variables usadas en la modelación.

Variable	Importancia Relativa
Tiempo	52.70
Humedad inicial	27.04
Caudal	18.36
Ks	1.90

El tiempo de riego es la variable de mayor impacto en el desplazamiento lateral del agua a distintas profundidades, con una importancia relativa del 52.70%, esto es similar a lo obtenido por Amin & Ekhmaj (2006) y Schwartzman & Zur (1986),

donde mencionan que la variable tiempo es importante en la estimación del avance de humedecimiento en riego por goteo. En el caso de las variables humedad inicial (27.04%) y caudal (18.36%), se encontró una importancia relativa media, donde Li et al. (2017) menciona que estas variables no tienen tanto peso en la modelación, pero al agregarlas aumentan la precisión de las estimaciones. Por último, la conductividad hidráulica a saturación (1.90%) tiene una influencia menor, caso contrario a lo reportado por Cristóbal-Muñoz et al. (2022), donde esta variable tiene un impacto considerable, esto se debe a la cantidad de variables utilizadas y a la estructura del modelo de estos autores, ya que utilizaron un número y tipo diferente de variables, en las cuales la importancia relativa se distribuía.

3.5 Conclusiones

Se logró desarrollar un modelo matemático empírico que estime el radio de mojado a distintas profundidades, en diferentes tipos de suelo y condiciones de riego. Siendo este una herramienta muy útil para los técnicos de riego al momento del diseño de sistemas de riego.

En términos generales los índices estadísticos muestran un buen desempeño en las profundidades cercanas a la superficie, con altos valores de NSE y R^2 , pero su eficiencia disminuye con la profundidad debido a la mayor complejidad y la reducción de datos. Los valores de RMSE y ME se consideran aceptables, lo que sugiere que el modelo es útil para estimar el comportamiento del riego por goteo, aunque se necesita mejorar en las capas más profundas.

El tiempo de riego tiene un impacto mayor al momento de estimar el radio de mojado. La humedad inicial y el caudal tienen un impacto medio, finalmente la conductividad hidráulica a saturación (K_s) muestran un efecto menor al momento de modelar el radio de mojado.

Los resultados obtenidos no solo contribuyen a una mejor comprensión del comportamiento del agua en suelos con diferentes texturas, sino que también

ofrecen herramientas valiosas para la optimización del riego por goteo en prácticas agrícolas. Esta investigación refuerza la importancia de considerar múltiples factores en la modelación de sistemas de riego, lo que puede llevar a una gestión más eficiente y sostenible de los recursos hídricos en la agricultura.

3.6 Literatura Citada

- Amin, M. S. M., & Ekhmaj, A.I.M. (2006). "DIPAC-drip irrigation water distribution pattern calculator." 7th Int. Micro Irrigation Congress, PWTC, Kuala Lumpur, Malaysia. 10–12.
- Al-Ogaidi, A. A. M., Wayayok, A., Rowshon, M., & Abdullah, A. (2016). Wetting patterns estimation under drip irrigation systems using an enhanced empirical model. *Agricultural Water Management*, 176, 203-213. DOI: 10.1016/j.agwat.2016.06.002
- Almasi, Abbas & Jalalian, Ahmad & Toomanian, Norair. (2014). Using OK and IDW Methods for Prediction the Spatial Variability of A Horizon Depth and OM in Soils of Shahrekord, Iran. 4.
- Archontoulis, S.V. & Miguez, F.E. (2015), Nonlinear Regression Models and Applications in Agricultural Research. *Agronomy Journal*, 107: 786-798. <https://doi.org/10.2134/agronj2012.0506>
- Cristóbal, M. I. (2019). Medición y análisis del patrón de humedecimiento en riego por goteo superficial en un suelo franco arcillo arenoso. Tesis de licenciatura, Departamento de Irrigación, Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Texcoco, México: 45-63.
- Cristóbal-Muñoz, I., Prado-Hernández, J. V., Martínez-Ruiz, A., Pascual-Ramírez, F., Cristóbal-Acevedo, D., & Cristóbal-Muñoz, D. (2022). An improved empirical model for estimating the geometry of the soil wetting front with surface drip irrigation. *Water*, 14(11), 1827.
- Garcia-Sanchez, F., S. Simon-Grao, J.G. Perez-Perez, V. Gimeno and J.J.M. Nicolas. (2016). Methods used for the improvement of crop productivity under water stress. In: P. Ahmed (ed.), *Water Stress and Crop Plants: A sustainable approach*, 1st Ed. Wiley –Blackwell, Chichester, West Sussex; pp.484-505.
- Cruz-Bautista, F., Zermeño-González, A., Álvarez-Reyna, V., Cano-Ríos, P., Rivera-González, M., & Siller-González, M. (2016). Validación de un modelo para estimar la extensión del bulbo de humedecimiento del suelo con riego por goteo. *Tecnología y ciencias del agua*, 7(1), 45-55.
- Liu, Z., & Xu, Q. (2018). Wetting patterns estimation in cultivation substrates under drip irrigation. *Desalination and Water Treatment*, 112, 319-324. DOI: 10.5004/dwt.2018.22324

- Malek & Peters. (2011). Wetting Pattern Models for Drip Irrigation: New Empirical Model. *J. Irrig. Drain. Eng.* 534(8), 17.
- Muhammad, I., Abdul R. G. & Hashim N., H. (2017). Study of wetting patter under drip-emitter using sand box model and empirical equations. *Pak. J. Agri. Sci.* Vol. 54(3), 699-709. DOI: 10.21162/PAKJAS/17.6086
- Nash, J. E., & Sutcliffe, J. v. (1970). River flow forecasting through conceptual models part I — A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3), 282–290.
- Ortiz, V. R. A. (2022). Medición y análisis de la geometría del frente de humedecimiento en riego por goteo superficial en un suelo arcilloso. Tesis de licenciatura, Departamento de Irrigación, Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Texcoco, México.
- Pianosi, F., Beven, K., Freer, J., Hall, J. W., Rougier, J., Stephenson, D. B., & Wagener, T. (2016). Sensitivity analysis of environmental models: A systematic review with practical workflow. *Environmental Modelling & Software*, 79, 214-232. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2016.02.008>
- Prado, H. J. V., Ismene, G. R. M., Mota, L. A., Carrillo, M., Peña, V. M., Lugo, V. H., & Gerardo, V. P. O. (2017). Modelo empírico del patrón de humedad en un suelo orgánico de México con riego por goteo superficial. V Jornadas de Ingeniería del Agua. 24-26 de octubre. A Coruña. 229-236.
- Quintero, C. A. (2023). Evaluación de modelos empíricos en la estimación de la geometría del bulbo húmedo en riego por goteo superficial. Tesis de licenciatura, Departamento de Irrigación, Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Texcoco, México.
- Ritter, A.; Muñoz-Carpena, R. (2013) Performance Evaluation of Hydrological Models: Statistical Significance for Reducing Subjectivity in Goodness-of-Fit Assessments. *J. Hydrol.* 480, 33–45.pra
- Schwartzman, M., & Zur, B. (1986). "Emitter spacing and geometry of wetted soil volume." *J. Irrig. Drain. Eng.*, 112, 242–253
- Skaggs, T. H., Trout, T. J., Simunek, J., and Shouse, P. J. (2004). Comparison of HYDRUS-2D simulation of drip irrigation with experimental observations. *Journal of Irrigations*
- Soulis, K.X. & S. Elmaloglou. (2016). Optimum soil water content sensors placement in drip irrigation scheduling systems: Concept of time stable representative positions. *J. Irrig. Drain. Eng.* 142:11:1-20.
- Subbaiah, R., & Mashru, H. H. (2013). Modeling for predicting soil wetting radius under point source surface trickle irrigation. *CIGR Journal*, 15(3).

3.7 Anexos

3.7.1 Código en Visual Studio Code con Python de la regresión no lineal múltiple.

```
import os
import pandas as pd
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
import matplotlib.pyplot as plt

file_path = 'C:/Users/pumon/OneDrive/Escritorio/Maestría/Tesis
Maestria/Programa/pruebat.xlsx'
# Verifica si el archivo existe en la ruta especificada
if os.path.exists(file_path):
    print("El archivo existe en la ruta especificada.")
    # Cargar datos desde el archivo Excel
    data = pd.read_excel(file_path)
    # Extraer las columnas de interés
    tiempo = data['tiempo']
    gasto = data['gasto']
    humedad = data['humedad']
    profundidad = data['profundidad']
    conductividad = data['conductividad']
    # Definir la función de ajuste
    def modelo_no_lineal(vars, a0, a1, a2, a3, a4, e5):
        tiempo, gasto, humedad, conductividad = vars
        return a0 * (tiempo ** a1) * (gasto ** a2) * (humedad ** a3) *
(conductividad ** a4) + e5
    # Empaquetar las variables independientes
    vars_independientes = (tiempo, gasto, humedad, conductividad)
    # Realizar el ajuste de mínimos cuadrados no lineales
    parametros_iniciales = [1, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0] # Valores iniciales
ajustados para a0, a1, a2, a3, a4 y e5
    try:
        parametros_optimos, covarianza = curve_fit(modelo_no_lineal,
vars_independientes,
profundidad,
p0=parametros_iniciales, maxfev=10000)
    except RuntimeError as e:
        print(f"No se pudieron encontrar los parámetros óptimos: {e}")
        exit()
    # Extraer los parámetros óptimos
```

```

a0, a1, a2, a3, a4, e5 = parametros_optimos
print(f'Parámetros óptimos:\n {a0}\n {a1}\n {a2}\n {a3}\n {a4}\n {e5}')
# print(f'Parámetros óptimos:\n a0 = {a0}\n a1 = {a1}\n a2 = {a2}\n a3 = {a3}\n a4 = {a4}\n e5 = {e5}')
# Imprimir la fórmula final
print(f'La fórmula final es: profundidad = {a0:.4f} * (tiempo ** {a1:.4f}) * (gasto ** {a2:.4f}) * (humedad ** {a3:.4f}) * (conductividad ** {a4:.4f}) + {e5:.4f}')
# Función para hacer predicciones con el modelo ajustado
def predecir_profundidad(tiempo, gasto, humedad, conductividad):
    return a0 * (tiempo ** a1) * (gasto ** a2) * (humedad ** a3) * (conductividad ** a4) + e5
# Hacer predicciones usando los valores de las variables independientes
predicciones = predecir_profundidad(tiempo, gasto, humedad, conductividad)
# Calcular el error cuadrático medio (ECM)
ecm = np.mean((profundidad - predicciones) ** 2)
print(f'Error Cuadrático Medio: {ecm}')
# Calcular la eficiencia de Nash-Sutcliffe
nse = 1 - (np.sum((profundidad - predicciones) ** 2) / np.sum((profundidad - np.mean(profundidad)) ** 2))
print(f'Eficiencia de Nash-Sutcliffe: {nse}')
# Crear una tabla con las profundidades observadas y estimadas
resultados = pd.DataFrame({
    'Profundidad Observada': profundidad,
    'Profundidad Estimada': predicciones
})
print("Tabla de Profundidades Observadas y Estimadas:")
print(resultados)
# Guardar la tabla en un archivo Excel
resultados.to_excel('resultados_estimados.xlsx', index=False)
# Visualización (opcional)
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(profundidad, predicciones, label='Predicciones vs. Observaciones')
plt.plot([profundidad.min(), profundidad.max()], [profundidad.min(), profundidad.max()], 'k--', lw=2, label='Ajuste perfecto')
plt.xlabel('Profundidad Observada')
plt.ylabel('Profundidad Predicha')
plt.legend()
plt.show()
else:

```

```
print("El archivo NO existe en la ruta especificada. Verifica la ruta  
y el nombre del archivo.")
```

3.7.2 Código en Visual Studio Code con Python del análisis de sensibilidad.

```
import pandas as pd
import statsmodels.api as sm
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
# Cargar el archivo Excel
file_path = r'C:\Users\pumon\OneDrive\Escritorio\Maestría\Tesis  
Maestria\ADS.xlsx' # Cambia la ruta según sea necesario
df = pd.read_excel(file_path)
# Asegúrate de que las columnas se llaman adecuadamente
# Ajusta si tus columnas tienen otros nombres
df.columns = ['Tiempo', 'Caudal', 'Humedad', 'Ks', 'Radio']
# Definir las variables independientes (X) y la dependiente (y)
X = df[['Tiempo', 'Caudal', 'Humedad', 'Ks']]
y = df['Radio']
# Estandarizar las variables
scaler = StandardScaler()
X_scaled = scaler.fit_transform(X)
# Agregar una constante para el modelo
X_scaled = sm.add_constant(X_scaled)
# Ajustar el modelo de regresión lineal
model = sm.OLS(y, X_scaled).fit()
# Obtener los coeficientes estandarizados
standardized_coefficients = model.params[1:] # Ignorar la constante
# Calcular la importancia relativa de cada variable
importance_relative = standardized_coefficients /
abs(standardized_coefficients).sum() * 100 # En porcentaje
# Crear un DataFrame para mostrar los resultados
importance_df = pd.DataFrame({
    'Variable': ['Tiempo', 'Caudal', 'Humedad', 'Ks'],
    'Coeficiente Estandarizado': standardized_coefficients.values,
    'Importancia Relativa (%)': importance_relative.values
})
# Mostrar el análisis de importancia relativa
print(importance_df)
# Guardar los resultados en un archivo Excel (opcional)
importance_df.to_excel('importancia_relativa_variables.xlsx', index=False)
```

4 SOFTWARE PARA LA REPRESENTACIÓN DE LA GEOMETRÍA DEL BULBO HÚMEDO EN RIEGO POR GOTEO SUPERFICIAL

4.1 Resumen

Predecir el avance del frente de humedecimiento es fundamental para mejorar la eficiencia del riego por goteo. Existen programas avanzados que modelan el movimiento del agua en el suelo mediante ecuaciones complejas, proporcionando resultados detallados. Sin embargo, su uso exige experiencia técnica y calibraciones complejas, y su alto costo limita la accesibilidad para muchos en la comunidad agrícola y científica. El objetivo de esta investigación fue desarrollar un programa computacional que estime el comportamiento del bulbo húmedo en diferentes tipos de suelo bajo condiciones de riego por goteo. Para el desarrollo del software se utilizó una base de datos experimentales del avance del humedecimiento del bulbo húmedo en diferentes condiciones de riego y suelo. El software se basó en un modelo matemático empírico que consta de múltiples ecuaciones para la predicción del radio de mojado a diferentes profundidades. El software se desarrolló con una interfaz práctica en Visual Studio Code y Python. Los resultados obtenidos por el programa se muestran en una interfaz intuitiva, facilitando la simulación en diferentes escenarios, mostrando el avance del frente de humedecimiento en múltiples tiempos, tanto en ancho como en profundidad, de fácil interpretación y comprensión. En conclusión, se logró desarrollar un programa computacional preciso para estimar el avance del frente de humedecimiento en diferentes tipos de suelo y condiciones de riego.

Palabras clave: programa computacional, radio húmedo, modelo empírico, frente de humedecimiento, gestión del agua.

Abstract

Predicting the advance of the wetting front is essential to improve the efficiency of drip irrigation. Advanced programs model water movement in the soil using complex equations, providing detailed results. However, their use requires technical expertise and complex calibrations, and their high cost limits accessibility for many in the agricultural and scientific communities. The objective of this research was to develop a software program to estimate the behavior of the wetting bulb in different soil types under drip irrigation conditions. For the software development, an experimental database of the wetting bulb's advance under various irrigation and soil conditions was used. The software was based on an empirical mathematical model consisting of multiple equations to predict the wetting radius at different depths. The program was developed with a practical interface using Visual Studio Code and Python. The program's results are displayed in an intuitive interface, facilitating simulations in different scenarios, showing the advance of the wetting front at multiple times, both in width and depth, making it easy to interpret and understand. In conclusion, a precise software program was developed to estimate the advance of the wetting front in various soil types and irrigation conditions.

Keywords: software program, wetting radius, empirical model, wetting front, water management.

4.2 Introducción

El riego por goteo se caracteriza por la aplicación de aportes pequeños y frecuentes de agua, enfocados en la zona radicular, lo que favorece un crecimiento óptimo de los cultivos. Esta técnica requiere una gestión inteligente del riego, incluyendo el cálculo de la fracción del volumen de suelo efectivamente humedecido (Hammami & Zayani, 2019).

Como una de las técnicas más eficientes para el suministro de agua en la agricultura, el riego por goteo se ha consolidado especialmente en regiones con recursos hídricos limitados (Acar et al., 2010). Además de reducir pérdidas por evaporación y escorrentía, esta tecnología permite un control preciso sobre el uso de nutrientes en la zona radicular. Sin embargo, comprender el comportamiento del agua en el suelo bajo riego por goteo sigue siendo un desafío (Subbaiah & Mashru, 2013), especialmente en suelos de texturas complejas como los arcillosos.

A diferencia de los sistemas de riego convencionales, en el riego por goteo el suelo actúa en menor medida como reserva de agua, pues el agua extraída de la zona de raíces se repone continuamente. Por esta razón, el tipo de suelo afecta en menor grado la programación del riego (Lubana et al., 2002). No obstante, tanto las características del suelo como la tasa de aplicación de fertilizantes influyen significativamente en la distribución y movimiento del agua en el perfil del suelo, lo que impacta la eficiencia del riego y la disponibilidad de nutrientes (Ekhmaj et al., 2005).

La uniformidad de un sistema de riego depende de las características y manejo del mismo (Pereira, 1999). Un factor crítico es el frente de humedecimiento, que describe cómo el agua se desplaza en el suelo y asegura que llegue adecuadamente a la zona radicular. La predicción precisa de este avance es esencial para optimizar el riego y evitar tanto la saturación excesiva como el estrés hídrico en los cultivos.

Diversos investigadores han desarrollado modelos para estimar el radio y la profundidad del bulbo húmedo, como Prado (2017), Al-Ogaidi et al. (2016), Schwartzman & Zur (1986), Amin & Ekhmaj (2006), y Malek & Peters (2011). Sin embargo, estos enfoques son principalmente teóricos y no avanzan hacia el desarrollo de herramientas informáticas o software para visualización interactiva, lo que facilitaría su comprensión y aplicación en campo.

Un enfoque más avanzado en la modelación del bulbo de humedecimiento es el software HYDRUS, creado por Šimůnek et al. (2008), que utiliza la compleja Ecuación de Richards para simular el movimiento del agua en el suelo. Aunque HYDRUS ofrece resultados detallados, su uso presenta limitaciones. La operación de este software requiere un alto nivel de especialización, y los usuarios deben realizar múltiples calibraciones (Kandelous & Šimůnek, 2010). Además, su costo elevado de adquisición restringe su acceso para gran parte de la comunidad agrícola y científica.

Frente a estas limitaciones, surge la oportunidad de desarrollar herramientas más accesibles y de fácil manejo para visualizar y modelar el bulbo de humedecimiento sin necesidad de conocimientos avanzados en modelación matemática y del flujo del agua en el suelo. Esto permitiría a usuarios agrícolas aprovechar los avances teóricos aplicándolos en la práctica para mejorar la eficiencia del agua en riego.

Por todo lo anterior, el objetivo fue desarrollar un programa computacional de uso accesible que represente la geometría del bulbo húmedo en riego por goteo superficial en diferentes tipos de suelo y condiciones de riego.

4.3 Materiales y métodos

4.3.1 Modulo experimental

La generación del software estuvo basada en investigaciones previas realizadas por Ortiz (2022) (a), Quintero (2023) (b) y Cristóbal (2019) (c), las cuales siguen el procedimiento descrito por Cristóbal-Muñoz et al. (2022), donde se realizaron experimentos enfocados en la medición del bulbo húmedo generado en diferentes tipos de suelos. Estos estudios incluyeron suelos con texturas arcillosa, franco arenosa y franco arcillo arenosa, respectivamente.

El dispositivo experimental consistió en un contenedor de acrílico con un volumen de 1 m³, que fue relleno en cada investigación con los tipos de suelo correspondientes. Se colocaron sensores de humedad organizados en una configuración de malla para captar con precisión el movimiento del agua durante el riego. El sistema de riego empleado en estos experimentos contaba con una pequeña bomba que impulsaba el agua a través de goteros con diferentes caudales, permitiendo así evaluar el comportamiento del bulbo húmedo en laboratorio, bajo distintas condiciones de riego.

En el Cuadro 1 se observa la información general de cada uno de los riegos utilizados para la generación del software.

Cuadro 1. Información general de los riegos.

Riego	Textura	q (Lh ⁻¹)	Θ_i (cm ³ cm ⁻³)	Ks (cmh ⁻¹)	Tiempo de riego (h)	Número de lecturas en d y z
1.a	Arcillosa	1.50	0.057	0.59	10.0	12
2.a	Arcillosa	1.50	0.232	0.59	6.5	12
3.a	Arcillosa	3.20	0.216	0.59	2.5	11
4.a	Arcillosa	3.20	0.246	0.59	2.0	11
5.a	Arcillosa	3.90	0.202	0.59	2.0	11
6.a	Arcillosa	3.90	0.24	0.59	1.5	11
7.a	Arcillosa	7.80	0.243	0.59	1.0	11
8.a	Arcillosa	7.80	0.168	0.59	1.5	11

1.b	Franco arcillo arenosa	2.90	0.07	11.40	9.5	7
2.b	Franco arcillo arenosa	2.90	0.23	11.40	8.0	6
3.b	Franco arcillo arenosa	3.75	0.24	11.40	2.0	6
4.b	Franco arcillo arenosa	1.44	0.14	11.40	3.0	6
1.c	Franco arenosa	2.92	0.082	0.49	6.5	11
2.c	Franco arenosa	2.92	0.215	0.49	5.0	11
3.c	Franco arenosa	1.58	0.118	0.49	6.0	11
4.c	Franco arenosa	1.58	0.24	0.49	5.0	11
5.c	Franco arenosa	7.48	0.217	0.49	3.0	11
6.c	Franco arenosa	7.48	0.244	0.49	1.0	10

Durante cada riego, se llevaron a cabo mediciones precisas del avance del frente húmedo tanto en su radio como en su profundidad. Estas mediciones se realizaron en intervalos de tiempo específicos, marcados por un movimiento apreciable del agua dentro del suelo. Los datos obtenidos fueron luego digitalizados utilizando el software AutoCAD.

Con el objetivo de obtener una representación detallada de la distribución del agua en el suelo, se trazó una malla de líneas horizontales a cada 2 cm de profundidad en cada riego (Figura 1). A partir de esta malla, se realizaron mediciones de los radios de intersección de cada línea con las curvas de avance del bulbo húmedo en distintos tiempos.

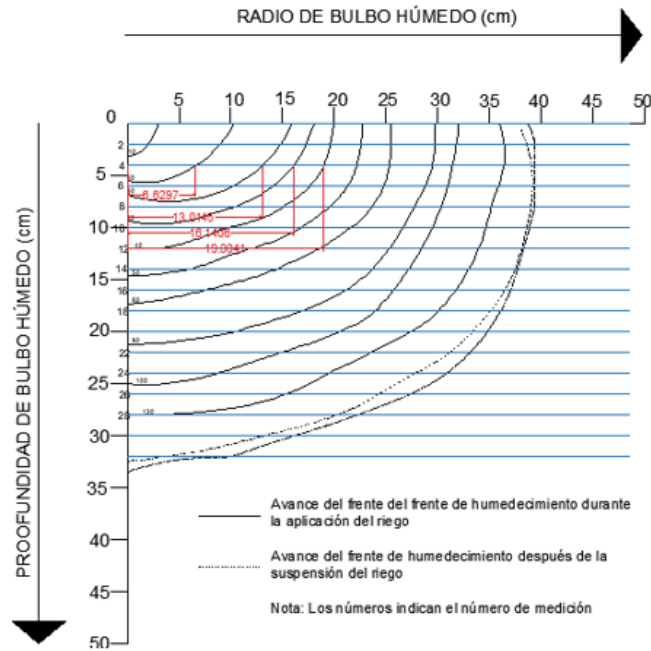


Figura 1. Malla a cada 2 cm de profundidad del avance del frente de humedecimiento.

4.3.2 Modelo matemático empírico

A partir de la información presentada en el subtema anterior, se desarrolló un modelo matemático empírico con el que se obtuvieron los coeficientes de ajuste de cada ecuación. Este modelo permite estimar el radio de mojado a distintas profundidades, hasta un límite de 24 cm (Ecuación 1), así como la profundidad del bulbo de humedecimiento (Ecuación 2).

$$R_z = e_0 t^{e_1} q^{e_2} \theta_i^{e_3} K_s^{e_4} + e_5 \dots \dots \dots (1)$$

$$Z = e_0 t^{e_1} q^{e_2} \theta_i^{e_3} K_s^{e_4} + e_5 \dots \dots \dots (2)$$

Donde R_z , es el radio a cada profundidad z en centímetros; Z , es la profundidad en centímetros; t , es el tiempo de riego en minutos; q , es el caudal en $L\ h^{-1}$; θ_i , es la humedad inicial en $cm^3\ cm^{-3}$; K_s , es la conductividad hidráulica en $cm\ h^{-1}$ y e_0 , e_1 , e_2 , e_3 , e_4 , e_5 , son los coeficientes de ajuste.

4.3.3 Programación

A partir de las variables de caudal, tiempo de riego, humedad inicial y conductividad hidráulica a saturación, se logró una conexión entre los distintos tipos de suelos para la construcción del modelo. Este programa se estructurará mediante el modelo presentado en el subtema anterior.

Con el objetivo de garantizar la validez de los datos ingresados, se establecieron condiciones estrictas para evitar que los valores ingresados por el usuario se encuentren fuera de los rangos permitidos. Por ejemplo, en el caso del intervalo de tiempo no debe exceder el tiempo total de riego.

El proceso comenzó con la definición de las ecuaciones del modelo. Posteriormente, se ingresaron los valores de los coeficientes de ajuste para cada ecuación del modelo. Una vez definidas las ecuaciones, se procedió a despejar la variable tiempo en la ecuación de estimación de la profundidad (Ecuación 2), resultando en una nueva ecuación (Ecuación 3). En esta nueva ecuación, se sustituyeron los valores de profundidad deseada, así como los datos de caudal, humedad inicial y conductividad hidráulica a saturación.

$$t = \left(\frac{z + e_5}{e_0 q^{e_2} \theta^{e_3} K_s^{e_4}} \right)^{\frac{1}{e_1}} \dots \dots \dots (3)$$

El resultado obtenido de esta función representa el tiempo en minutos a partir del cual el bulbo de humedad comenzará a aparecer en la profundidad especificada. Con este valor de tiempo, se determinan los momentos específicos en los cuales se calcularán los radios de mojado para cada profundidad, asegurando que dichos tiempos sean mayores o iguales al intervalo de tiempo ingresado por el usuario, utilizando como referencia final el tiempo total de riego.

Se calcularon las profundidades a partir de la ecuación de estimación de profundidad (Ecuación 2), lo que permitió la generación de puntos de referencia. Para obtener la forma del bulbo húmedo, estos puntos fueron conectados, representando así la distribución de la humedad en el suelo a lo largo del tiempo.

Posteriormente, se generó un espejo a los radios obtenidos para tener la representación total de la geometría del bulbo húmedo.

Finalmente, se colocó en una pestaña con el nombre de “Acerca de”, en la cual se derivan las opciones que contienen la versión del programa, quien lo elaboró y la información general del programa. Además, de otra pestaña de “Ayuda”, que contiene recomendaciones de uso del software y algunos tiempos de riego recomendados para rangos de caudales.

4.4 Resultados y Discusión

El algoritmo comienza con la entrada de datos para modelar el bulbo húmedo. Luego, se validan estos datos para asegurarse de que estén dentro de los rangos permitidos. Una vez validados, se calculan los tiempos en los que se estimarán los radios de mojado a distintas profundidades. Para cada tiempo ingresado en el intervalo, se calcula la profundidad del avance. Finalmente, todos los puntos se grafican, uniendo aquellos con el mismo tiempo, y se asigna un color diferente a cada línea para mostrar el avance del bulbo en tiempos específicos. Todo lo anteriormente explicado se representa en el diagrama de flujo de la Figura 2.

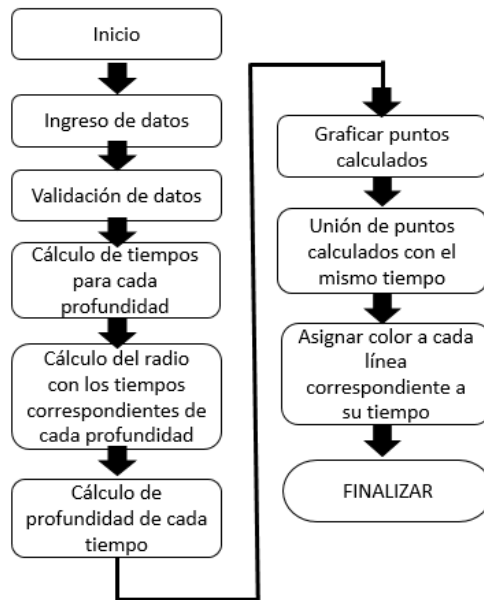


Figura 2. Diagrama de flujo del software.

La Figura 3 presenta una captura de pantalla de la interfaz del software desarrollado, que permite ingresar parámetros para estimar el avance del frente de humedecimiento. La interfaz es intuitiva y permite al usuario ajustar fácilmente estos valores para simular distintos escenarios de riego, asegurando que los datos ingresados cumplan con los rangos establecidos dentro de la base de datos. Los parámetros requeridos son el caudal del emisor, la humedad inicial del suelo, la conductividad hidráulica a saturación, el tiempo total de riego y el intervalo de tiempo para el cálculo de los frentes de humedecimiento.

Ingrese los siguientes datos:		Rangos permisibles
Gasto (L/h):		1.44 - 7.8
Humedad inicial del suelo (cm ³ /cm ³):		0.05752 - 0.2462
Ks (cm/h):		0.49 - 11.4
Tiempo de riego (min):		
Intervalo de tiempo para graficar (min):		

Graficar Limpiar

Figura 3. Captura de programa al momento de ingresar los datos para el procesamiento.

En comparación con software WETUP (Cook et al., 2006), donde se eligen solo tres opciones de humedad inicial del suelo, siendo una limitante a la representación de las condiciones estándar en campo. De la misma manera, en el caso de HYDRUS (Skaggs et al., 2004), se requiere una serie de pasos complejos utilizando el método de elementos finitos para realizar las simulaciones, siendo complejo para personas con poca experiencia en temas computacionales y del flujo del agua en el suelo.

La Figura 4 presenta el resultado gráfico del avance del frente de humedecimiento en un perfil de suelo arcilloso bajo riego por goteo. La simulación muestra la distribución del bulbo húmedo a lo largo del tiempo, evidenciando un crecimiento tanto en profundidad como en ancho. Los puntos de referencia obtenidos por el programa permitieron generar una representación de la forma del bulbo de humedad, lo que facilita la visualización del movimiento del agua en el suelo.

Avance del Frente de Humedecimiento

Acerca de Ayuda

Ingrese los siguientes datos:		Rangos permisibles
Gasto: $l (Lh^{-1})$:	3.9	1.44 - 7.8
Humedad inicial $(cm^3 cm^{-3})$:	.245	0.05752 - 0.2462
Ks:	.59	0.49 - 11.4
Tiempo de riego (min):	60	
Intervalo de tiempo (min):	10	
La profundidad máxima es: 16.31 cm		
Graficar Limpiar		

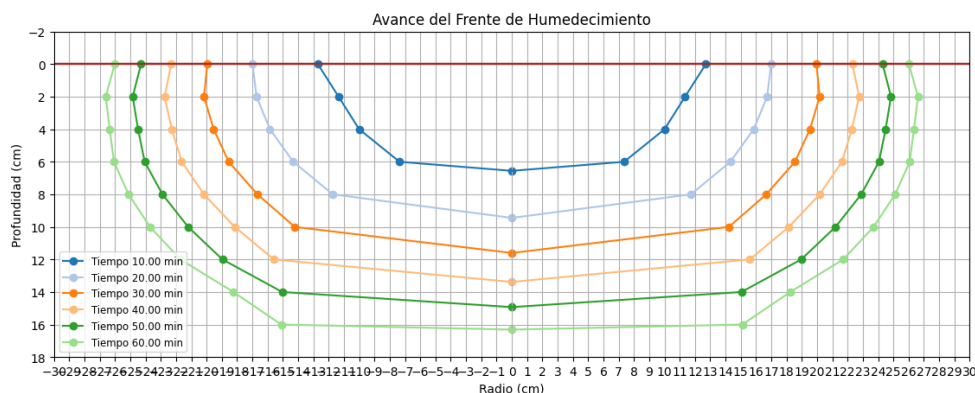


Figura 4. Funcionamiento del software en la estimación del avance del frente húmedo.

Los resultados muestran que el programa computacional desarrollado es una herramienta eficiente para estimar el comportamiento del agua en distintos tipos de suelos bajo riego por goteo. En comparación, el software WETUP (Cook et al., 2006) hace más difícil dimensionar el bulbo húmedo generado en el suelo, lo cual puede hacer el proceso más tardado y complejo al momento de calcular las dimensiones necesarias para el diseño del sistema de riego por goteo.

El uso del programa permite identificar de manera efectiva el momento en el cual el agua alcanza la profundidad deseada, optimizando así los tiempos de riego y evitando la sobresaturación o el estrés hídrico en los cultivos. La facilidad de ajuste de parámetros como el caudal del emisor o el tiempo total de riego ofrece a los técnicos agrícolas y a los ingenieros una herramienta versátil para diferentes condiciones de campo. Lo anterior es un ejemplo de lo afirmado por Delgado et al. (2006), acerca de la importancia de la generación de softwares en temas agrícolas.

En resumen, este programa no solo ofrece un aporte significativo en la estimación del avance del frente de humedecimiento, sino que también contribuye al manejo eficiente del agua en la agricultura, especialmente en regiones donde los

recursos hídricos son limitados. Su aplicabilidad en suelos de textura compleja, como los suelos arcillosos, lo convierte en una herramienta valiosa para mejorar la eficiencia en la gestión del riego por goteo.

4.5 Conclusiones

Se desarrolló un programa computacional para estimar el avance del frente de humedecimiento en diferentes tipos de riego bajo condiciones de riego por goteo, permitiendo un avance computacional en la predicción de movimiento del agua en el suelo y de esta manera impactar positivamente en el diseño y operación del riego por goteo superficial.

El software permite simular con eficacia el comportamiento del agua en el suelo, ofreciendo información clave sobre la geometría del bulbo húmedo. La capacidad de ajustar parámetros como el caudal del emisor, la humedad inicial del suelo y la conductividad hidráulica a saturación, garantiza la versatilidad del programa en diferentes escenarios agrícolas.

Los resultados obtenidos muestran que la herramienta es valiosa para optimizar los tiempos de riego, planear la separación de goteros y minimizar el estrés hídrico en cultivos. Este avance contribuye al uso eficiente de los recursos hídricos y promueve la adopción de prácticas agrícolas más sostenibles.

4.6 Literatura citada

- Acar B.; R. Topak; M. Direk 2010. Impacts of Pressurized Irrigation Technologies on Efficient Water Resources Uses in Semi-Arid Climate of Konya Basin of Turkey. *Int. J. of Sustainable Water & Environmental Systems*. Volume 1, No. (1): pp. 1–4.
- Al-Ogaidi, A. A. M., Wayayok, A., Rowshon, M., & Abdullah, A. (2016). Wetting patterns estimation under drip irrigation systems using an enhanced empirical model. *Agricultural Water Management*, 176, 203-213. DOI: 10.1016/j.agwat.2016.06.002
- Amin, M. S. M., & Ekhmaj, A.I.M. (2006). "DIPAC-drip irrigation water distribution pattern calculator." 7th Int. Micro Irrigation Congress, PWTC, Kuala Lumpur, Malaysia. 10–12.
- Cook, F., Fitch, P., Thorburn, P., Charlesworth, P., & Bristow, K. (2006). WetUp: A software tool to estimate wetting patterns from drip emitters for better irrigation design. Irrisoft.
- Cristóbal, M. I. (2019). Medición y análisis del patrón de humedecimiento en riego por goteo superficial en un suelo franco arcillo arenoso. Tesis de licenciatura, Departamento de Irrigación, Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Texcoco, México: 45-63.
- Cristóbal-Muñoz, I., Prado-Hernández, J. V., Martínez-Ruiz, A., Pascual-Ramírez, F., Cristóbal-Acevedo, D., & Cristóbal-Muñoz, D. (2022). An improved empirical model for estimating the geometry of the soil wetting front with surface drip irrigation. *Water*, 14(11), 1827.
- Delgado, J. M., Giraldo, C., Millán, A. F., Zúñiga, C., & Abadía, J. (2006). Desarrollo de un software Web y Móvil para la gestión de información de campo de cultivos agrícolas (AgrocomM). *Sistemas & Telemática*, 4(8), 113-124.
- Ekhmaj, A.I, M.S.M. Amin, S. Salim and A.A. Zakaria, (2005). Wetted surface radius under point-source trickle irrigation in sandy soil. *Agric, Eng.* 14: 67-75.
- Hammami, M., & Zayani, K. (2019). Optimizing emitters' density and water supplies in trickle irrigation systems. *American Journal of Water Science and Engineering*, 5(1): 16-21. DOI: 10.11648/j.ajwse.20190501.13
- Malek y Peters. (2011). Wetting Pattern Models for Drip Irrigation: New Empirical Model. *J. Irrig. Drain. Eng.* 534(8), 17.
- Li, Y.-B.; Fan, Y.-W.; Liu, Y.; Ma, X.-Y. (2017). Influencing Factors and Simplified Model of Film Hole Irrigation. *Water*, 9, 543.
- Lubana, P.P.S, N.K. Narda and L.C. Brown, (2002) Application of a hemispherical model to predict radius of wetted soil volume under pout source emitters for trickle irrigated tomatoes in Punjab state. *ASAE.*, 32: 243-257.

- Kandelous, M. M., and Šimůnek, J. (2010a). Comparison of numerical, analytical, and empirical models to estimate wetting patterns for surface and subsurface drip irrigation. *Irrigation Science*, 28, 435-444. DOI: 10.1007/s00271-009-0205-9
- Šimůnek, J., Šejna, M., Saito, H., Sakai, M., & van Genuchten, M. T. (2008). The Hydrus-1D Software Package for Simulating the One-Dimensional Movement of Water, Heat, and Multiple Solutes in Variably-Saturated Media. Department of Environmental Sciences, University of California Riverside.
- Skaggs, T. H., Trout, T. J., Simunek, J., and Shouse, P. J. (2004). Comparison of HYDRUS-2D simulation of drip irrigation with experimental observations. *Journal of Irrigations*
- Subbaiah, R, & Mashru, H.H. (2013). Modeling for predicting soil wetting radius under point source surface trickle irrigation. *Agricultural Engineering International: The CIGR Journal*, 15(3), 1-10.
- Ortiz, V. R. A. (2022). Medición y análisis de la geometría del frente de humedecimiento en riego por goteo superficial en un suelo arcilloso. Tesis de licenciatura, Departamento de Irrigación, Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Texcoco, México.
- Pereira L. S .1999. Higher performance through combined improvements in irrigation methods and scheduling: a discussion. *Agric. Water Manage.* 40 (2) pp. 153–169
- Prado, H. J. V., Ismene, G. R. M., Mota, L. A., Carrillo, M., Peña, V. M., Lugo, V. H., & Gerardo, V. P. O. (2017). Modelo empírico del patrón de humedad en un suelo orgánico de México con riego por goteo superficial. V Jornadas de Ingeniería del Agua. 24-26 de octubre. A Coruña. 229-236.
- Quintero, C. A. (2023). Evaluación de modelos empíricos en la estimación de la geometría del bulbo húmedo en riego por goteo superficial. Tesis de licenciatura, Departamento de Irrigación, Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Texcoco, México.
- Schwartzman, M., & Zur, B. (1986). "Emitter spacing and geometry of wetted soil volume." *J. Irrig. Drain. Eng.*, 112, 242–253