



UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO

POSGRADO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA

**MODELACIÓN Y CONTROL ÓPTIMO DE LA PRODUCCIÓN
DE ESPINACA EN UNA MINIFÁBRICA DE PLANTAS**

TESIS

**Que como requisito parcial para obtener el grado
de:**

**DOCTOR EN INGENIERIA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL
AGUA**

Presenta:

TORRES CERVANTES VICTOR HUGO

Bajo la supervisión de: DR. AGUSTÍN RUIZ GARCÍA



APROBADA



Chapingo, Estado de México, Noviembre de 2025.



**MODELACIÓN Y CONTROL ÓPTIMO DE LA PRODUCCIÓN DE ESPINACA
EN UNA MINIFÁBRICA DE PLANTAS**

Tesis realizada por **VICTOR HUGO TORRES-CERVANTES** bajo la supervisión
del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito
parcial para obtener el grado de:

DOCTOR EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA

ASESOR:



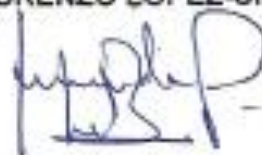
DR. AGUSTÍN RUIZ-GARCÍA

ASESOR:



DR. IRINEO LORENZO LÓPEZ-CRUZ

ASESOR:



DR. JOEL PINEDA-PINEDA

LECTOR EXTERNO:



DR. JORGE FLORES-VELÁZQUEZ

CONTENIDO

LISTA DE CUADROS	v
LISTA DE FIGURAS	vii
DATOS BIOGRÁFICOS.....	xii
RESUMEN GENERAL	xiii
GENERAL ABSTRACT	xiv
1. INTRODUCCIÓN GENERAL	1
Objetivo general.....	4
Objetivos particulares	4
Estructura de la tesis	4
Literatura citada	5
2. Optimización en la agricultura en ambientes controlados: Estado del arte	8
2.1. Introducción	8
2.2. Fábricas de plantas con iluminación artificial.....	8
2.3. La espinaca como cultivo en PFAL.....	13
2.4. Modelación matemática en la agricultura	15
2.5. Control óptimo aplicado a sistemas agrícolas	19
2.5.1. Métodos indirectos	21
2.5.2. Métodos directos	22
2.6. Optimización en PFAL	25
Literatura citada	29
3. Análisis de sensibilidad y calibración de un modelo dinámico PARA ESPINACA cultivada en mini fabrica de plantas con iluminación artificial	33
Resumen	33
3.1. Introducción	34
3.2. Materiales y métodos.....	36
3.2.1. Descripción del experimento	36
3.2.2. Descripción del modelo	38
3.2.3. . Análisis de sensibilidad	39
3.2.4. Calibración del modelo	40

3.3.	Resultados y discusión.....	41
3.3.4.	Análisis de sensibilidad	41
3.3.2.	Calibración del modelo	45
4.	Control óptimo mediante el método de los gradientes y algoritmos metaheurísticos de la intensidad de la iluminación LED en una minifábrica de plantas.	56
	Resumen	56
4.1.	Introducción	57
4.2.1.	Descripción del experimento	59
4.2.2.	Modelo dinámico del crecimiento de espinaca	60
4.2.3.	Planteamiento del problema de control óptimo.....	62
4.2.4.	Método indirecto	65
4.2.5.	Métodos directos	67
4.2.6.	Métodos híbridos	69
4.3.1.	Penalización y fotoperiodo.....	70
4.3.2.	Maximización de la ganancia económica	72
4.3.3.	Minimización del consumo energético.....	76
4.3.4.	Comparación general	81
4.5.	Conclusiones	82
4.6.	Literatura citada	83

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1. Valores nominales de los parámetros del modelo de Van Henten (1994) usados en el análisis de sensibilidad global.....	39
Cuadro 2. Parámetros calibrados para el espectro blanco obtenidos mediante evolución diferencial y valores experimentales, con resultados por experimento y valor promedio.	47
Cuadro 3. Parámetros calibrados para el espectro rosa obtenidos mediante evolución diferencial y valores experimentales, con resultados por experimento y valor promedio.	47
Cuadro 4. Estadísticos de ajuste utilizando parámetros de calibración de E1, E2, E3 y su promedio (espectro blanco).	50
Cuadro 5. Estadísticos de ajuste utilizando parámetros de calibración E1, E2, E3 y su promedio (espectro rosa).	51
Cuadro 1. Parámetros nominales y calibrados del modelo de Van Henten de dos estados para el cultivo de espinaca.	62
Cuadro 2. Costos fijos (C_{fix}) del sistema de producción de espinaca en la MPFAL considerados en el problema de optimización económica.	65
Cuadro 3. Parámetros de configuración de los algoritmos metaheurísticos. ...	69
Cuadro 4. Comparación de las configuraciones de fotoperiodo en el escenario de maximización económica.	71
Cuadro 5. Resultados de las trayectorias óptimas obtenidas mediante el método de los gradientes, aplicando diferentes trayectorias iniciales del control.	72
Cuadro 6. Comparación de los algoritmos metaheurísticos para la optimización económica.....	74
Cuadro 7. Resultados de optimización económica con métodos híbridos combinando metaheurísticas y refinamiento por gradientes	75
Cuadro 8. Resultados de las trayectorias óptimas de la intensidad de luz LED obtenidas mediante el método de gradientes usando distintas trayectorias iniciales.	77

Cuadro 9. Resultados de las trayectorias óptimas de la intensidad de la luz LED obtenidas mediante los métodos metaheurísticos	78
Cuadro 10. Resultados de optimización con los métodos híbridos combinando metaheurísticas y refinamiento por gradientes para la minimización del consumo energético.	80

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Clasificación de los métodos para resolver problemas de control optimo (Biral et al., 2016).....	21
Figura 1 Distribución espectral de las lámparas LED utilizadas en los experimentos. (a) espectro rosa y (b) espectro blanco.	37
Figura 2. Índices de sensibilidad del estado de biomasa estructural obtenidos con el método de Sobol para el tratamiento de luz blanca.	42
Figura 3. Índices de sensibilidad del estado de biomasa no estructural obtenidos con el método de Sobol para el tratamiento de luz blanca.	42
Figura 4. Índices de sensibilidad del estado de biomasa estructural obtenidos con el método de Sobol para el tratamiento de luz rosa.	42
Figura 5. Índices de sensibilidad del estado de biomasa no estructural obtenidos con el método de Sobol para el tratamiento de luz rosa.	43
Figura 6. Índices de sensibilidad del estado de biomasa estructural obtenidos con el método de coeficientes de regresión estandarizados para el tratamiento de luz blanca	44
Figura 7. Índices de sensibilidad del estado de biomasa no estructural obtenidos con el método de coeficientes de regresión estandarizados para el tratamiento de luz blanca.....	44
Figura 8. Índices de sensibilidad del estado de biomasa estructural obtenidos con el método de coeficientes de regresión estandarizados para el tratamiento de luz rosa.....	44
Figura 9. Índices de sensibilidad del estado de biomasa no estructural obtenidos con el método de coeficientes de regresión estandarizados para el tratamiento de luz rosa.	45
Figura 10. Biomasa medida y simulada en el Experimento 2 con lámparas blancas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.	48

Figura 11. Biomasa medida y simulada en el Experimento 3 con lámparas blancas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.	48
Figura 12. Biomasa medida y simulada en el Experimento 4 con lámparas blancas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.	48
Figura 13. Biomasa medida y simulada en el Experimento 2 con lámparas rosas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.	49
Figura 14. Biomasa medida y simulada en el Experimento 3 con lámparas rosas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.	49
Figura 15. Biomasa medida y simulada en el Experimento 4 con lámparas rosas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.	49
Figura 1. Distribución espectral de las lámparas LED de sistema de iluminación utilizado en la MPFAL.	60
Figura 2. Trayectorias iniciales del control en la optimización basada en gradientes: (a) creciente, (b) decreciente y (c) constante.	63
Figura 3. Función de penalización temporal aplicada para imponer el fotoperiodo.	67
Figura 4. Efecto del coeficiente de penalización α sobre las trayectorias óptimas de luz en el escenario de maximización de la ganancia económica.	70
Figura 5. Comportamiento de la trayectoria de la intensidad de la luz aplicando diferentes configuraciones de fotoperiodo (14/10, 15/9 y 16/8 h luz/oscuridad).	71
Figura 6. Trayectorias óptimas obtenida por el método de los gradientes para la maximización de la ganancia económica resultado de aplicar diferentes trayectorias iniciales (a) creciente, (b) decreciente y (c) constante.	73
Figura 7. Acumulación de la ganancia económica al aplicar trayectorias óptimas obtenidas con el método de gradientes	73

Figura 8. Trayectorias óptimas de la intensidad de la luz obtenidas por los métodos metaheurísticos para maximizar la ganancia económica.	74
Figura 9. Trayectorias de la optimización de la ganancia económica resultado de los tres métodos metaheurísticos (DE, GWO y PSO).	75
Figura 10. Comparación de las trayectorias de intensidad de luz LED obtenidas con metaheurísticas y con las trayectorias híbridas.	76
Figura 11. Evolución de la ganancia económica al aplicar trayectorias de la intensidad de luz LED obtenidas con los métodos híbridos.	76
Figura 12. Trayectorias óptimas obtenidas por el método de los gradientes al aplicar trayectorias iniciales: (a) creciente, (b) decreciente y (c) constante.	77
Figura 13. Consumo acumulado de energía ² de las trayectorias óptimas obtenidas con diferentes trayectorias iniciales.	78
Figura 14. Trayectorias óptimas de la intensidad de la luz obtenidas por los métodos metaheurísticos para minimizar el consumo energético de las lámparas LED.	79
Figura 15. Consumo energético acumulado con la trayectoria óptima obtenida mediante los tres métodos metaheurísticos aplicados a la minimización del consumo energético de las lámparas LED.	79
Figura 16. Trayectorias óptimas de la intensidad de la luz obtenidas por los métodos híbridos para minimizar el consumo energético de las lámparas LED.	80
Figura 17. Acumulación del consumo energético durante la trayectoria óptima obtenida mediante los tres métodos híbridos aplicados a la minimización del consumo energético de las lámparas LED.	81

DEDICATORIAS

A mi hija Adhara, quien me ha dado los motivos más sólidos para concluir este trabajo y esforzarme cada día por ser una mejor persona. Todo lo que hago es para brindarle un buen futuro y acompañarla con amor y guía en su camino.

A mi esposa Jessica, por su paciencia incondicional durante todos estos años y por cuidar de nuestra hija en los días de trabajo intenso y desvelos que implicó realizar esta investigación. Gracias por sostenerme cuando más lo necesité.

A mis padres Flor y Hugo, porque este logro es tanto suyo como mío. Los principios, valores y el ejemplo que me dieron han sido la base que me sostiene y que deseo transmitir a mi propia familia.

A mis hermanos Guadalupe, Vanessa, Erick y Michelle, el mejor equipo que la vida pudo regalarme. Su apoyo y compañía han sido fundamentales en este camino.

A mis sobrinos Ángel, Yaritza, y mi cuñado Tomas, cuyo apoyo ha sido invaluable en toda mi trayectoria estudiantil. Espero algún día poder retribuirles todo lo que me han brindado.

A mi amigo y mentor de vida Paolo y Gustavo Ledezma, por su consejo, apoyo y pláticas de motivación.

A mi equipo de Licenciatura Leonardo, Jesús e Hiram.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Autónoma Chapingo por el apoyo brindado durante toda esta etapa como alumno de doctorado.

Al Posgrado de Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua (IAUIA) por brindar todas las bases y herramientas necesarias para el desarrollo educativo a través de su programa.

Al Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola (DIMA) por brindarme su apoyo para poder terminar esta investigación.

Al Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) por el apoyo económico que brinda a estudiantes como yo para poder realizar posgrados de calidad.

DATOS BIOGRÁFICOS



Datos personales

Nombre:	Víctor Hugo Torres Cervantes.
Fecha de nacimiento:	21 de junio de 1994.
Lugar de nacimiento:	Ciudad de México.
CURP:	TOCV940621HDFRRC05
Profesión:	Ingeniero Mecánico Agrícola.
Cedula Profesional:	12550376

Desarrollo académico

Bachillerato:	Preparatoria Agrícola, Universidad Autónoma Chapingo (2009 -2012).
Licenciatura:	Ingeniería Mecánica Agrícola, Universidad Autónoma Chapingo (2012 - 2016).
Maestría:	Ingeniería agrícola y Uso Integral del Agua (2018 - 2020).

Modelación y Control óptimo de la producción de espinaca en una minifábrica de plantas

RESUMEN GENERAL

La reducción del consumo energético y el aumento de la productividad en sistemas agrícolas bajo ambientes controlados representan desafíos fundamentales para lograr una producción alimentaria sostenible. El objetivo de este estudio fue formular y resolver dos problemas de control óptimo para la regulación de la intensidad de la luz LED en la producción de espinacas dentro de una miniplanta industrial con iluminación artificial. Se realizaron tres experimentos con espinaca cultivada en un sistema hidropónico NFT; los datos de biomasa y del ambiente obtenidos fueron utilizados para calibrar y evaluar un modelo matemático dinámico de crecimiento del cultivo. En una primera etapa, se llevó a cabo un análisis de sensibilidad global, calibración y evaluación de un modelo de dos estados. El análisis de sensibilidad de los parámetros se realizó mediante el método de Sobol y los coeficientes de regresión estandarizados. Los parámetros más influyentes fueron calibrados utilizando el algoritmo de Evolución Diferencial clásico. Con base en las métricas de la raíz del error cuadrático medio y el coeficiente de eficiencia del modelo, el modelo calibrado reprodujo satisfactoriamente la biomasa de la espinaca. En una segunda etapa, se formularon y resolvieron dos problemas de control óptimo: (1) maximización de la ganancia económica y (2) minimización del consumo energético del sistema de iluminación LED. Se aplicaron tres estrategias de optimización: (1) un método indirecto basado en gradientes, (2) métodos metaheurísticos directos — Optimización por Enjambre de Partículas, Evolución Diferencial y Optimización del Lobo Gris — y (3) métodos híbridos que combinan ambos enfoques. Los resultados mostraron que los métodos híbridos mejoraron la convergencia y estabilidad de las soluciones, reduciendo significativamente el consumo energético sin comprometer la biomasa final y alcanzando la mayor ganancia económica. Estos resultados contribuyen al desarrollo de estrategias eficientes para el ahorro energético y la optimización económica en la agricultura vertical.

Palabras clave: Algoritmos metaheurísticos, análisis de sensibilidad, calibración, modelo matemático, fábricas de plantas con iluminación artificial.

¹ Tesis de Doctorado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua

Autor: Torres-Cervantes Víctor Hugo
Director de Tesis: Ruiz-García Agustín

MODELING AND OPTIMAL CONTROL OF SPINACH PRODUCTION IN A MINI PLANT FACTORY

GENERAL ABSTRACT

The reduction of energy consumption and the increase in productivity in agricultural systems under controlled environments represent fundamental challenges for achieving sustainable food production. The objective of this study was to formulate and solve two optimal control problems for LED light intensity regulation in spinach production within a Mini Plant Factory with Artificial Lighting. Three experiments were conducted with spinach grown in an NFT hydroponic system; the biomass and environmental data obtained were used to calibrate and evaluate a dynamic mathematical model of crop growth. In the first phase, a global sensitivity analysis, calibration, and evaluation of a two-state dynamic model were carried out. Sensitivity analysis of model parameters was performed using the Sobol method and standardized regression coefficients. The most influential parameters were calibrated using the classical Differential Evolution algorithm. According to the root mean square error and model efficiency coefficient, the calibrated model satisfactorily reproduced spinach biomass. In the second phase, two optimal control problems were formulated and solved: (1) maximization of economic profit and (2) minimization of the energy consumption of the LED lighting system. Three optimization strategies were applied: (1) an indirect gradient-based method, (2) direct metaheuristic algorithms—Particle Swarm Optimization, Differential Evolution, and Grey Wolf Optimizer—and (3) hybrid approaches combining both paradigms. Results showed that hybrid methods improved convergence and solution stability, significantly reducing energy consumption without compromising final biomass, while achieving the highest economic profit. These results contribute to the development of energy-saving and economically optimized strategies for vertical farming systems.

Keywords: Metaheuristic algorithms, sensitivity analysis, calibration, mathematical modeling, plant factory with artificial lighting.

² Thesis, Universidad Autónoma Chapingo

Autor: Torres-Cervantes Víctor Hugo

Advisor: Ruiz-García Agustín

1. INTRODUCCIÓN GENERAL

La agricultura en ambientes controlados (CEA, por sus siglas en inglés) ha experimentado un crecimiento significativo como respuesta a la necesidad de producir alimentos de manera eficiente, sostenible y con alta calidad nutricional. Dentro de este enfoque, las Fábricas de Plantas con Iluminación Artificial (PFAL, por sus siglas en inglés) representan la forma más avanzada de producción, al ofrecer un control preciso y continuo de variables ambientales como la luz, temperatura, humedad y CO₂ (Kozai, 2018; Guo et al., 2025). Estas instalaciones permiten desacoplar la producción agrícola de las condiciones climáticas externas, garantizando una alta reproducibilidad, inocuidad y rendimientos excepcionalmente elevados (Cai et al., 2025). Sin embargo, a pesar de sus ventajas operativas, las PFAL enfrentan un desafío crucial: el elevado consumo energético, especialmente asociado a la iluminación LED, que puede representar entre el 36 y el 80% del gasto total (Cai et al., 2025).

La espinaca (*Spinacia oleracea* L.) se ha posicionado como un cultivo emergente dentro de las PFAL debido a su ciclo corto, su marcada sensibilidad a la luz y su valor nutracéutico (Ajwal et al., 2023). Sin embargo, ha sido menos estudiada que otros cultivos como la lechuga, tomate o albahaca (Ajwal et al., 2023). Evidencia reciente muestra que este cultivo responde con alta sensibilidad a variaciones en la intensidad, espectro y fotoperiodo de la iluminación LED (Gao et al., 2020; Le et al., 2025; Yu et al., 2025). Estudios fisiológicos clásicos ya señalaban que la espinaca puede ajustar su fotosíntesis y tasas de crecimiento en menos de 24 horas ante cambios abruptos en iluminación, estabilizando su respuesta en un periodo de 2–3 días (Knott, 1931). Esta sensibilidad confirma el potencial de emplear estrategias dinámicas de iluminación y métodos de optimización para mejorar la eficiencia energética.

En paralelo, la modelación matemática se ha consolidado como una herramienta esencial para simular la dinámica de crecimiento vegetal y diseñar estrategias de

manejo eficiente en ambientes controlados. Modelos basados en variables de estado, como el propuesto por Van Henten (1994), dividen la biomasa en compartimentos estructural y no estructural y permiten representar los procesos acoplados de fotosíntesis, respiración y crecimiento. Este tipo de modelos ha sido ampliamente utilizado en invernaderos y más recientemente en PFAL para evaluar el impacto de la radiación, temperatura y CO_2 sobre la acumulación de biomasa (Van Henten, 2003; López-Cruz et al., 2012; Talbot & Monfet, 2024). Sin embargo, su desempeño depende fuertemente de la adecuada estimación de sus parámetros fisiológicos, los cuales suelen presentar alta incertidumbre debido a variabilidad experimental o a la complejidad intrínseca del sistema (Valábek et al., 2025).

Por consiguiente, los análisis de sensibilidad global se han convertido en una etapa clave para identificar los parámetros que mayor influencia ejercen en las salidas del modelo. Métodos como Sobol o los coeficientes de regresión estandarizados (SRC) permiten evaluar tanto los efectos principales como las interacciones no lineales entre parámetros (Valencia-Islas et al., 2023; Marelli et al., 2024).

En la presente investigación, el análisis de sensibilidad aplicado al modelo de Van Henten (1994) bajo espectros de luz LED blanco y rosa mostró de manera consistente que los parámetros asociados al intercambio de CO_2 , particularmente $C_{\text{CO}_2,2}$, $C_{\text{CO}_2,1}$, son los principales controladores de la dinámica del crecimiento de la espinaca. Esta concordancia entre métodos basados en varianza (Sobol) y en regresión lineal (SRC) confirma la robustez del análisis y orienta el proceso de calibración hacia los parámetros fisiológicos más relevantes.

A partir de esta identificación, se procedió a la calibración del modelo dinámico de dos estados utilizando el algoritmo de Evolución Diferencial clásico (DE/rand/1/bin), un método evolutivo que ha demostrado ser altamente robusto en espacios de búsqueda complejos (Vázquez-Cruz et al., 2014). La calibración se realizó empleando datos experimentales obtenidos en tres ciclos de cultivo en

una MPFAL bajo dos espectros LED (blanco y rosa). Los resultados mostraron que el modelo calibrado reproduce con alta precisión la dinámica de biomasa de la espinaca, alcanzando valores de $RMSE < 12$, $MRE < 0.02$ y $EF > 0.90$ en prácticamente todas las simulaciones. De manera notable, el conjunto promedio de parámetros bajo luz rosa mostró la mejor capacidad de generalización, mientras que bajo luz blanca para el experimento 3 se obtuvieron los valores de parámetros con los mejores índices estadísticos en las simulaciones.

Con un modelo calibrado y validado, la segunda parte de este trabajo se centra en la optimización del sistema de iluminación LED mediante control óptimo, una herramienta matemática que permite determinar la trayectoria temporal de luz $u(t)$ que maximiza la productividad o minimiza el consumo energético (Biral et al., 2016; Ghosh et al., 2011). En este estudio, el control óptimo se formuló para dos problemas principales: la maximización de la ganancia económica, considerando los costos energéticos, el precio de venta y la biomasa final obtenida; y la minimización del consumo energético, asegurando al mismo tiempo una biomasa final objetivo. Para resolver ambos planteamientos de control óptimo se emplearon tres enfoques complementarios: un método indirecto basado en gradientes (Bryson & Ho, 1975), un conjunto de métodos directos metaheurísticos : Particle Swarm Optimization (PSO), Differential Evolution (DE), y Grey Wolf Optimizer (GWO), ampliamente utilizados en sistemas agrícolas por su capacidad para explorar espacios no convexos y evitar mínimos locales (Eiben & Smith, 2015), y finalmente métodos híbridos que integran la exploración global de las metaheurísticas con el refinamiento local proporcionado por el método de gradientes.

Los resultados demostraron que los métodos híbridos ofrecieron las trayectorias más eficientes, suaves y estables, reduciendo de manera significativa el consumo energético sin sacrificar la biomasa final y alcanzando las mayores ganancias económicas. Estos hallazgos son consistentes con estudios previos que, en otros cultivos y sistemas PFAL, han reportado mejoras energéticas del 15 al 52 % mediante control dinámico de la iluminación (Lork et al., 2020; Xu et al., 2021).

En conjunto, esta investigación integra modelación fisiológica, análisis de sensibilidad global, calibración experimental y métodos avanzados de control óptimo, constituyendo una contribución original para la optimización energética y económica del cultivo de espinaca en ambientes controlados. La metodología desarrollada es replicable para otros cultivos y sistemas PFAL, y ofrece una base sólida para avanzar hacia estrategias inteligentes de gestión energética en agricultura vertical.

Objetivo general

Desarrollar y aplicar un modelo matemático calibrado del crecimiento de espinaca (*Spinacia oleracea* L.) en una minifábrica de plantas con iluminación artificial, con el fin de diseñar y evaluar estrategias de control óptimo que reduzcan el consumo energético del sistema y maximicen su productividad y rentabilidad.

Objetivos particulares

Adaptar, calibrar y evaluar un modelo matemático dinámico del crecimiento de espinaca, en condiciones controladas de una minifábrica de plantas con iluminación artificial, empleando algoritmos evolutivos para estimar sus parámetros y evaluar su capacidad predictiva frente a datos experimentales.

Formular y resolver problemas de control óptimo del sistema de iluminación LED basados en un modelo de crecimiento de cultivo calibrado, con el objetivo de minimizar el consumo energético y maximizar la ganancia económica, comparando el desempeño de métodos directos, métodos basados en gradientes y enfoques híbridos.

Estructura de la tesis

El presente trabajo de investigación se desarrolló en cuatro etapas metodológicas principales, integradas de forma secuencial y coherente a lo

largo de la tesis. En primer lugar, se establece el marco conceptual y el estado del arte sobre agricultura en ambientes controlados, modelación dinámica de cultivos, sensibilidad global y control óptimo en PFAL. En la segunda etapa se llevó a cabo el análisis de sensibilidad global del modelo dinámico de Van Henten de dos estados, identificando los parámetros fisiológicos más influyentes bajo condiciones experimentales reales. En la tercera etapa se realizó la calibración del modelo dinámico mediante algoritmos evolutivos y mediciones experimentales obtenidas en la MPFAL, con el fin de ajustar el modelo a las condiciones específicas del sistema de cultivo. Finalmente, la cuarta etapa integra el modelo calibrado dentro de un marco de control óptimo, formulando y resolviendo problemas de optimización para minimizar el consumo energético y maximizar la rentabilidad mediante métodos indirectos, metaheurísticos e híbridos. Así, la tesis se estructura en capítulos que corresponden directamente a estas etapas, permitiendo una progresión lógica desde el entendimiento fisiológico y matemático del cultivo hasta la optimización integral del sistema de iluminación LED.

Literatura citada

- Ajwal, D., Newman, L., Graham, T., & Fraser, E. D. G. (2023). Exploring the landscape of controlled environment agriculture research: A systematic scoping review of trends and topics. *Agricultural Systems*, 209, 103673. <https://doi.org/10.1016/j.agry.2023.103673>
- Biral, F., Bertolazzi, E., & Bosetti, P. (2016). Notes on numerical methods for solving optimal control problems. *IEEEJ Journal of Industry Applications*, 5(2), 154–166. <https://doi.org/10.1541/ieejia.5.154>
- Bryson, A. E., & Ho, Y. C. (1975). *Applied optimal control: Optimization, estimation, and control*. Hemisphere Publishing.
- Cai, W., Bu, K., Zha, L., Zhang, J., Lai, D., & Bao, H. (2025). Energy consumption of plant factory with artificial light: Challenges and opportunities. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 210, 115235. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2024.115235>
- Eiben, A. E., & Smith, J. E. (2015). *Introduction to evolutionary computing* (2nd ed.). Springer.

- Gao, W., He, D., Ji, F., Zhang, S., & Zheng, J. (2020). Effects of daily light integral and LED spectrum on growth and nutritional quality of hydroponic spinach. *Agronomy*, 10(8), 1082. <https://doi.org/10.3390/agronomy10081082>
- Ghosh, A., Das, S., Chowdhury, A., & Giri, R. (2011). An ecologically inspired direct search method for solving optimal control problems with Bézier parameterization. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 24(7), 1195–1203.
- Guo, M., Jin, Z., Ma, L., & Ou, S. (2025). Application of plant factory with artificial lighting in horticultural production: Current progress and future trends. *Horticultural Plant Journal*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1016/j.hpj.2025.04.005>
- Knott, J. E. (1931). Rapidity of response of spinach to change in photoperiod. *Plant Physiology*, 6(1), 125–130.
- Kozai, T. (2018). Benefits, problems and challenges of plant factories with artificial lighting (PFALs): A short review. *Acta Horticulturae*, 1227, 25–36. <https://doi.org/10.17660/ActaHortic.2018.1227.3>
- Le, T. M., Sago, Y., Ibaraki, Y., Harada, K., Arai, K., Ishizaki, Y., Aoki, H., Abdelrahman, M., Kik, C., van Treuren, R., van Hintum, T., & Shigyo, M. (2025). Effect of LED irradiation with different red-to-blue light ratios on growth and functional compound accumulations in spinach (*Spinacia oleracea* L.) accessions and wild relatives. *Plants*, 14(5), 700. <https://doi.org/10.3390/plants14050700>
- López-Cruz, I. L., Salazar-Moreno, R., Rojano-Aguilar, A., & Ruiz-García, A. (2012). Análisis de sensibilidad global de un modelo de lechugas (*Lactuca sativa* L.) cultivadas en invernadero. *Agrociencia*, 46(4), 383–397.
- Lork, C., Cubillas, M., Ng, B. K. K., Yuen, C., & Tan, M. (2020). Minimizing electricity cost through smart lighting control for indoor plant factories. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 17(5), 3462–3472. <https://doi.org/10.1109/TII.2020.3000605>
- Marelli, S., Lamas, C. Konakli, K., Mylonas, C., Wiederkehr, P., & Sudret, B. (2024). UQLab user manual – Sensitivity analysis, Report UQLab-V2.1-106, Chair of Risk, Safety and Uncertainty Quantification, ETH Zurich, Switzerland,
- Talbot, M.-H., & Monfet, D. (2024). Development of a crop growth model for the energy analysis of controlled agriculture environment spaces. *Biosystems Engineering*, 238, 38–50. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2023.12.012>
- Valábek, P., Vargan, J., and Paulen, R. 2025. Adaptive optimal control of lettuce growth in greenhouses using sensitivity-driven measurement collection. *IFAC-PapersOnLine* 59(6):516–521. doi:10.1016/j.ifacol.2025.07.198.
- Valencia-Islas, J. O., López-Cruz, I. L., Ruíz-García, A., Fitz-Rodríguez, E., & Ramírez-Arias, A. (2023). Global sensitivity and uncertainty analyses of a dynamic model for the biosystem lettuce (*Lactuca sativa* L.) crop-greenhouse. *Biosystems Engineering*, 236, 16–26. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2023.10.005>

- Van Henten, E.J. (1994). Greenhouse climate management: An optimal control approach. PhD thesis. Wageningen, The Netherlands: Wageningen University.
- Van Henten, E.J. (2003). Sensitivity analysis of an optimal control problem in greenhouse climate management. *Biosystems Engineering* 85(3), 355–364. [https://doi.org/10.1016/S1537-5110\(03\)00068-0](https://doi.org/10.1016/S1537-5110(03)00068-0)
- Vázquez-Cruz, M. A., Guzmán-Cruz, R., López-Cruz, I. L., Cornejo-Pérez, O., Torres-Pacheco, I., & Guevara-González, R. G. (2014). Global sensitivity analysis by means of EFAST and Sobol' methods and calibration of reduced state-variable TOMGRO model using genetic algorithms. *Computers and Electronics in Agriculture*, 100, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2013.10.006>
- Xu, D., Ahmed, H. A., Tong, Y., Yang, Q., & van Willigenburg, L. G. (2021). Optimal control as a tool to investigate the profitability of a Chinese plant factory: Lettuce production system. *Biosystems Engineering*, 208, 319–332. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2021.05.014>
- Yu, P., Wang, C., Tursun, R., Zeng, X., Cai, W., Song, J., & Geng, W. (2025). Synergistic regulation of growth and quality in substrate-grown spinach by LED light quality and intensity in PFALs. *Horticulturae*, 11(9), 1065. <https://doi.org/10.3390/horticulturae11091065>

2. OPTIMIZACIÓN EN LA AGRICULTURA EN AMBIENTES CONTROLADOS: ESTADO DEL ARTE

2.1. Introducción

La agricultura en ambientes controlados (Controlled Environment Agriculture, CEA) se define como el cultivo de plantas en recintos cerrados o parcialmente cerrados donde las condiciones ambientales —temperatura, humedad, CO₂, luz y nutrición— se regulan estrictamente. Este concepto abarca modalidades como la agricultura vertical y las fábricas de plantas con iluminación artificial (plant factories with artificial lighting, PFAL), que representan la forma más avanzada de producción intensiva en espacios urbanos. Estos sistemas han mostrado la capacidad de producir volúmenes de biomasa significativamente mayores que la agricultura de campo abierto o incluso en invernaderos, utilizando solo una fracción de los recursos tradicionales de tierra, agua y nutrientes (Ajwal et al., 2023).

2.2. Fábricas de plantas con iluminación artificial

Una fábrica de plantas con luz artificial (PFAL, por sus siglas en inglés) es un sistema de producción de la horticultura protegida cuyo propósito es optimizar la producción de algunas especies vegetales a partir del conocimiento y control total de sus requerimientos climáticos, hídricos y nutrimentales (Kozai et al., 2018). Las fábricas de plantas con iluminación artificial representan la forma más avanzada de la agricultura en ambiente controlado, al permitir que el crecimiento vegetal ocurra en sistemas completamente cerrados, sin depender de la luz solar y con un control preciso de todos los factores ambientales. En estas instalaciones, las variables críticas como lo son: temperatura, humedad, CO₂, iluminación y nutrición, son reguladas mediante sistemas inteligentes que aseguran condiciones óptimas y reproducibles durante todo el año. La capacidad de las PFAL de desacoplar la producción agrícola de las variables ambientales y estacionales, ha impulsado un creciente interés en las PFAL como alternativa

para la producción de alimentos de alta calidad cerca de los centros urbanos (Guo et al., 2025; Ahmed et al., 2020).

En el marco de la agricultura vertical, diversas definiciones coexisten, pero el término PFAL se reserva para instalaciones completamente cerradas y opacas cuya única fuente de luz para la fotosíntesis es la iluminación artificial (Boros et al., 2023 citado en Guo et al., 2025). En contraste, los invernaderos de alta tecnología emplean luz solar complementada con LEDs, mientras que las “mini-PFAL” corresponden a unidades compactas destinadas a hogares, restaurantes, supermercados y espacios públicos (Boros et al., 2023; Dzaky et al., 2024). Una PFAL moderna integra un recinto térmicamente aislado, sistemas de iluminación LED, climatización (HVAC), enriquecimiento de CO₂, sistemas hidropónicos o aeropónicos y una unidad de monitoreo y control ambiental (Cai et al., 2025). Esta arquitectura altamente controlada permite lograr una reproducibilidad excepcional en rendimiento y calidad, reducir de forma drástica la presencia de patógenos y producir alimentos libres de pesticidas (Jaeger, 2024; Kozai, 2018). Asimismo, el uso de estanterías verticales multiplica la productividad por unidad de superficie, superando por varios órdenes de magnitud la producción anual en campo abierto y llegando a duplicar o incluso triplicar el rendimiento de los invernaderos de alta tecnología (Kozai, 2018; Cai et al., 2025).

Las PFAL se han consolidado como alternativa tecnológica con alto potencial ante el cambio climático, la urbanización y la degradación del suelo. Al operar en ambientes completamente controlados, permiten cultivar todo el año con altos rendimientos, optimizando agua y nutrientes y reduciendo el uso de pesticidas; además, su localización urbana acorta cadenas de suministro y disminuye emisiones por transporte (Cai et al., 2025). Diversos estudios coinciden en que las PFAL logran eficiencias sobresalientes en el uso del agua, nutrientes y CO₂, con valores superiores al 80–95 % de recuperación mediante sistemas cerrados (Guo et al., 2025; Jaeger, 2024). También incrementan significativamente la calidad nutricional mediante la manipulación dirigida del espectro, intensidad y

fotoperiodo de la iluminación LED, optimizando la acumulación de compuestos funcionales como vitaminas, antioxidantes y fenoles (Boros et al., 2023).

En cultivos de crecimiento rápido como la lechuga, bajo condiciones óptimas de iluminación es posible obtener incrementos de rendimiento superiores al 50 % respecto a métodos convencionales, además de reducir los ciclos de cultivo a alrededor de 21 días (Guo et al., 2025; Boros et al., 2023). El control preciso del ambiente permite minimizar el estrés abiótico, evitar pérdidas por clima o plagas y mantener una producción estable durante todo el año (Kozai, 2018).

Las PFAL también destacan por su contribución a la inocuidad y calidad higiénica. Los ambientes cerrados y con poca interacción con el exterior reducen la contaminación microbiana, permitiendo alimentos que no requieren lavado previo y con mayor vida de anaquel. Esta combinación de productividad, eficiencia en el uso de recursos e inocuidad explica el creciente interés académico y comercial en este tipo de sistemas (Jaeger, 2024; Kozai, 2018).

Históricamente, el desarrollo de las PFAL comprende tres etapas: exploración (1940–1970), demostración (1970–1990) y expansión comercial (2000–presente). Tras las cámaras climáticas y sistemas hidropónicos iniciales, la adopción de NFT/DFT, LED, inteligencia artificial y robótica impulsó su industrialización, liderada por Japón, China, Corea del Sur y Países Bajos; Norteamérica ha avanzado principalmente en la producción comercial de hortalizas y plantas medicinales (Guo et al., 2025). El desarrollo tecnológico de las PFAL es, por tanto, resultado de décadas de avances en iluminación artificial, control climático, hidroponía y automatización. El uso de luz LED, particularmente desde la década de 2010, ha sido un punto de inflexión al ofrecer mayor eficiencia energética, estabilidad espectral y menores costos operativos respecto a tecnologías fluorescentes o de sodio (Kozai, 2018; Cai et al., 2025).

No obstante, en las PFAL, el consumo eléctrico sigue siendo el principal desafío económico y ambiental. El alto costo energético es el principal obstáculo: la iluminación LED y los sistemas HVAC representan entre 50 y 80 % del consumo total de energía (Cai et al., 2025). Una PFAL puede requerir más de $7000 \text{ MJ}\cdot\text{m}^{-2}$ frente a aproximadamente $1000 \text{ MJ}\cdot\text{m}^{-2}$ en invernadero, aunque la productividad también es muy superior, por ejemplo, la producción de lechuga anual puede llegar a $110 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}$ en PFAL contra $3.9 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}$ en campo abierto (Cai et al., 2025). Los análisis comparativos muestran que, incluso con tecnología LED moderna, las PFAL requieren entre 17 y 20 kWh por kg de producto, muy por encima de invernaderos cerrados u operaciones de campo (Cai et al., 2025; Stanghellini & Katzin, 2024). Desde una perspectiva ambiental, se cuestiona la sostenibilidad real de las PFAL debido a su gran demanda eléctrica; incluso con energías renovables, su integración con redes eléctricas saturadas representa desafíos operativos (Stanghellini & Katzin, 2024). Al mismo tiempo, la limitada diversidad de cultivos —principalmente hortalizas de hoja y hierbas— restringe su impacto potencial en la seguridad alimentaria global (Ajwal et al., 2023; Guo et al., 2025).

En este contexto, la iluminación LED continúa siendo el eje central de la innovación en PFAL. En iluminación, que puede representar entre 36 y 80% del consumo energético total, la sustitución de lámparas fluorescentes por LED elevó la eficiencia de conversión a PAR de 0.25 a 0.4, con ahorros del 12–42%; además, ajustar intensidad, espectro (rojo, azul, rojo lejano) y fotoperiodo en regímenes intermitentes o alternos, puede reducir el consumo entre 15 y 40% sin afectar el crecimiento ni la calidad (Cai et al., 2025). Las estrategias actuales incluyen control dinámico de PPFD, espectros ajustables, iluminación ascendente e interiluminación, así como fotoperiodos flexibles y luz pulsada, que han demostrado mejorar la eficiencia lumínica y reducir el consumo eléctrico (Cai et al., 2025; Boros et al., 2023).

A nivel de sistema, las PFAL integran cultivo multicapa, LED espectralmente ajustables y control ambiental inteligente. La fertirrigación de precisión mejora el uso de nutrientes entre 40 y 50%, ciertas combinaciones espectrales elevan los rendimientos por encima del 30% y el CO₂ enriquecido incrementa la eficiencia y el rendimiento hasta en 44%. Tecnologías como LED de puntos cuánticos, redes IoT, modelos CFD del microclima y robótica, con precisiones superiores al 98 % en algunas aplicaciones, apuntan hacia una automatización casi plena, aunque aún se requiere avanzar en aislamiento térmico y fotovoltaica integrada para reducir pérdidas energéticas y costos (Guo et al., 2025). En HVAC, que puede representar entre 30 y 50% del consumo energético, la ubicación, el envolvente térmico y tecnologías complementarias son determinantes: economizadores de aire pueden reducir entre 17 y 70% la energía de climatización, la ventilación interlaminar duplica la eficiencia eléctrica y ampliar rangos de manejo, por ejemplo, 25/16°C, disminuye entre 5 y 10% el consumo (Cai et al., 2025).

En cuanto a aplicaciones, las PFAL se emplean sobre todo para hortalizas de hoja (lechuga, espinaca, kale), plántulas, frutillas (tomate, fresa, arándano) y especies ornamentales o medicinales. En hortalizas de hoja, regímenes de relación R:B $\approx$ 4:1, intensidades cercanas a 100 $\mu\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ y fotoperiodos de 13/11 h se han reportado como óptimos; en plantas medicinales (por ejemplo, Cannabis, Stevia, Panax), el ajuste espectral y de la conductividad eléctrica de la solución nutritiva permite modular metabolitos de alto valor agregado (Guo et al., 2025). Pese a ello, los altos costos de inversión (75–80% asociados al equipamiento) y de energía (52–80% de los costos operativos) limitan su expansión; las líneas estratégicas propuestas incluyen IA, IoT y robótica, innovación biológica, el desarrollo de cadenas de valor urbanas y políticas de incentivo (Guo et al., 2025).

La viabilidad a largo plazo de las PFAL dependerá de reducir significativamente los costos energéticos, integrar energías renovables, mejorar la eficiencia de los LEDs, desarrollar modelos predictivos inteligentes y diversificar los cultivos aptos

para producción intensiva (Guo et al., 2025; Kozai, 2018). Se estima que la combinación de inteligencia artificial, fuentes renovables y materiales avanzados, como materiales de cambio de fase y enfriamiento radiativo, podría permitir recortes energéticos del 30–40 % y coberturas fotovoltaicas del 4–12 % de la demanda (Cai et al., 2025). Si bien las PFAL no reemplazarán por completo a los invernaderos o a la agricultura tradicional, su papel estratégico en la producción local de vegetales frescos, seguros y de alta calidad es cada vez más claro.

2.3. La espinaca como cultivo en PFAL

La espinaca, aunque no figura entre los cultivos más estudiados en agricultura en ambiente controlado, ha comenzado a consolidarse como un modelo emergente dentro de las PFAL debido a su marcada sensibilidad a la luz y al microclima. De acuerdo con Ajwal et al. (2023), la literatura en PFAL se ha centrado principalmente en lechuga (120 publicaciones), seguida por albahaca (24) y tomate (22), por lo que la espinaca continúa claramente subrepresentada. Esta escasa atención contrasta con su gran potencial para sistemas cerrados, sustentado en su rápido ciclo de producción, su alta eficiencia en el uso de la luz y su relevancia nutracéutica.

En relación con la respuesta de la espinaca, a la cantidad de luz, uno de los estudios más completos es el de Gao et al. (2020), quienes evaluaron cuatro niveles de integral diario de luz (DLI) y reportaron que $17.3 \text{ mol m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ maximiza la biomasa y la tasa fotosintética, además de reducir significativamente el consumo energético cuando se combina con una proporción roja:azul de 1.2. Este tipo de evidencia muestra que la espinaca no solo responde fuertemente al DLI, sino que puede lograr ganancias de biomasa superiores al 20–50 % bajo configuraciones espectrales adecuadas.

Por otra parte, estudios centrados en la calidad espectral confirman esta alta sensibilidad. Ardiansyah et al. (2021), trabajando con espinaca roja (*Amaranthus*

tricolor L.), encontraron que los LED rojo–azul generan los mayores valores de crecimiento y biomasa, superando ampliamente a los espectros multicolor y blanco. De manera complementaria, Le et al. (2025) evaluaron doce accesiones de espinaca bajo distintas proporciones rojo:azul y concluyeron que la relación 1:1 ofrece un comportamiento más estable entre genotipos, tanto en biomasa como en calidad nutraceutica. Estos resultados indican que la respuesta a la luz no es homogénea entre materiales genéticos, sino que depende del origen y la estructura fisiológica de cada acceso.

A este conjunto de estudios se suma la investigación de Yu et al. (2025), quienes exploraron la interacción entre espectro e intensidad luminosa y demostraron que ambos factores ejercen un efecto sinérgico sobre la biomasa, la fotosíntesis y los metabolitos funcionales. Su trabajo identificó la combinación R:B = 1.2 y 300 $\mu\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ como la más eficiente, reforzando la noción de que la optimización de iluminación requiere ajustar simultáneamente la calidad y la cantidad de luz.

Además del espectro y el DLI, otros factores microclimáticos también han demostrado influir de manera decisiva en la espinaca. El estudio de Dzaky et al. (2024) sobre déficit de presión de vapor (VPD) mostró que un nivel moderado de 1.0 kPa maximiza el desarrollo de microgreens, mientras que niveles demasiado bajos o altos comprometen la transpiración y reducen el crecimiento. A esto se suma la evidencia de Bantis et al. (2020), quienes observaron que la interacción entre luz y salinidad permite modular simultáneamente el desempeño fotosintético y la calidad nutraceutica, destacando que ciertos espectros LED compensan parcialmente los efectos negativos de una solución nutritiva salina.

En cuanto al control del fotoperiodo, la literatura es consistente en señalar su efecto sobre la transición reproductiva. Los trabajos de Kim et al. (2000) y Chun et al. (2001) demuestran que los fotoperiodos cortos aplicados durante la fase de trasplante retrasan la diferenciación floral y reducen notablemente el espigado, incluso tras exponer las plantas a días largos. Esta evidencia confirma que la

espinaca es altamente sensible a las señales fotoperiódicas y que estas pueden regularse eficazmente en sistemas PFAL.

Por otro lado, la investigación sobre modelación y predicción del crecimiento ha avanzado en paralelo. Saito et al. (2018) desarrollaron uno de los primeros modelos integrados para simular la dinámica de crecimiento de la espinaca bajo diferentes escenarios ambientales. Más recientemente, Isaza et al. (2025) incorporaron sensores IoT y algoritmos de aprendizaje automático para construir modelos predictivos de alta resolución, con aplicaciones directas en el monitoreo y la automatización en tiempo real dentro de PFAL.

Finalmente, desde un enfoque experimental, Zheng et al. (2018) demostraron mediante un diseño ortogonal que la intensidad luminosa es el factor más determinante para la biomasa, seguida del espectro, mientras que el fotoperiodo ejerce un efecto comparativamente menor. Estas conclusiones coinciden con la mayoría de los estudios fisiológicos, reforzando la importancia de optimizar la calidad y la cantidad de luz como elementos centrales en la producción de espinaca bajo ambiente controlado.

2.4. Modelación matemática en la agricultura

La modelación matemática se ha consolidado como una herramienta fundamental para analizar, comprender y optimizar los sistemas agrícolas modernos. En contextos donde convergen procesos fisiológicos, factores ambientales y decisiones de manejo, los modelos permiten integrar información dispersa y transformarla en predicciones cuantitativas que apoyan la toma de decisiones. En horticultura bajo ambiente controlado, este enfoque resulta especialmente valioso, ya que posibilita representar procesos clave como la fotosíntesis, la acumulación de biomasa, la respiración y la respuesta del cultivo al microclima, además de facilitar experimentación virtual, reducir costos y evaluar estrategias de manejo que serían difíciles de reproducir en condiciones

reales. Todo ello sustenta la afirmación de que la investigación agrícola actual es, en gran medida, impensable sin el uso de modelos matemáticos mecanicistas (López-Cruz et al., 2005).

Más allá del nivel fisiológico, la agricultura contemporánea enfrenta desafíos sistémicos derivados de la variabilidad climática, la disminución de recursos naturales y la creciente demanda de eficiencia energética. Ante estas complejidades, la modelación mediante dinámica de sistemas ofrece un enfoque integral capaz de representar relaciones no lineales, ciclos de retroalimentación y efectos retardados entre los procesos agrícolas, los recursos naturales y las decisiones humanas. Esta perspectiva permite no solo comprender el funcionamiento actual de los sistemas agrícolas, sino también anticipar tendencias futuras, evaluar escenarios y diseñar estrategias de intervención más efectivas, reduciendo así el riesgo de consecuencias indeseadas. Tal visión ha sido ampliamente destacada en la literatura reciente (Turner et al., 2016).

Una aportación fundamental de la literatura especializada es la distinción entre dos formas complementarias de entender los modelos de cultivo: por un lado, como sistemas dinámicos basados en ecuaciones diferenciales o en diferencias que describen explícitamente los procesos de crecimiento y desarrollo, y por otro, como modelos de respuesta que vinculan directamente las variables de entrada, como clima, manejo y suelo, con indicadores de salida tales como biomasa, rendimiento o transpiración. Esta dualidad no representa una complicación, sino una fortaleza metodológica, ya que permite analizar simultáneamente los procesos fisiológicos y el comportamiento agregado del sistema, integrando conocimiento experimental y observaciones obtenidas en distintos niveles. Asimismo, se destaca que el trabajo riguroso con modelos requiere no solo su formulación, sino también su evaluación continua, la realización de análisis de sensibilidad, la estimación de parámetros, la asimilación de datos y la optimización de decisiones de manejo, prácticas que deben acompañar todo proyecto de modelación agrícola (Wallach, 2006; 2018).

En este marco, la modelación agrícola no solo requiere representar los procesos fisiológicos y sus respuestas al microclima, sino también comprender la estructura interna del modelo y la manera en que los distintos componentes influyen en su comportamiento global. Diversos autores enfatizan que los modelos agrícolas deben analizarse como sistemas complejos donde coexisten retroalimentaciones, no linealidades y múltiples escalas temporales, lo que exige herramientas que permitan evaluar cómo las incertidumbres paramétricas afectan las predicciones y la estabilidad del sistema (López-Cruz et al., 2005; Turner et al., 2016).

Este énfasis en entender el funcionamiento integral del modelo ha impulsado la adopción de enfoques que no se limitan a reproducir la dinámica del cultivo, sino que incorporan procedimientos formales de evaluación y diagnóstico, entre ellos los análisis de sensibilidad global. Tales análisis permiten explorar la importancia relativa de parámetros fisiológicos, coeficientes energéticos y variables ambientales a lo largo del espacio completo de variabilidad, constituyendo un puente metodológico entre la construcción del modelo y su uso confiable en predicción, simulación y optimización (López-Cruz et al., 2012; Valencia-Islas et al., 2023; Pianosi et al., 2016).

El análisis de sensibilidad constituye un paso fundamental en la modelación agrícola, pues permite identificar cómo la incertidumbre presente en los parámetros, condiciones iniciales o variables de entrada se transmite hacia las salidas del modelo. Esta tarea es esencial para distinguir qué elementos deben medirse con mayor precisión, cuáles pueden mantenerse fijos sin afectar los resultados y qué procesos controlan de manera dominante la dinámica simulada. Como señalan Saltelli et al. (2008), el análisis de sensibilidad es indispensable para asignar rigurosamente la variabilidad de las predicciones a fuentes específicas de incertidumbre, lo que a su vez facilita la evaluación crítica de los modelos y orienta los esfuerzos de mejora. Esta idea coincide con Wallach et al. (2006), quienes destacan que la modelación de cultivos no puede limitarse al

desarrollo de ecuaciones: debe incluir la evaluación de la influencia de cada componente para asegurar interpretaciones confiables y decisiones agronómicas informadas (Wallach et al., 2006; Saltelli et al., 2008).

Existen enfoques locales y globales para analizar la sensibilidad de un modelo, cada uno con alcances distintos. Los métodos locales, basados en derivadas parciales, analizan únicamente el comportamiento del modelo alrededor de un conjunto nominal de parámetros; sin embargo, su utilidad es limitada en sistemas no lineales o con interacciones complejas, como suele ocurrir en el crecimiento vegetal. En contraste, los métodos de sensibilidad global, como Sobol, EFAST o los Coeficientes de Regresión Estandarizados (SRC), exploran simultáneamente todo el rango de variabilidad de los parámetros, permitiendo capturar efectos conjuntos e interacciones. Este enfoque ha sido ampliamente recomendado para modelos ambientales y agrícolas por su capacidad para caracterizar de manera más completa el comportamiento del sistema, tal como lo sintetizan Pianosi et al. (2016) en su revisión metodológica y en las guías de buenas prácticas del marco SAFE (Pianosi et al., 2016; Saltelli et al., 2008).

En la agricultura bajo ambiente controlado, el análisis de sensibilidad global se ha convertido en una herramienta esencial para comprender la estructura interna de los modelos y priorizar parámetros clave. Estudios recientes, como el de Valencia-Islas et al. (2023), han aplicado métodos SRC, EFAST y Sobol para determinar la influencia de 29 parámetros sobre el microclima y la biomasa de lechuga en invernadero, identificando que las variables relacionadas con el índice de área foliar y los intercambios de energía son las más influyentes. De manera complementaria, trabajos previos como los de López-Cruz et al. (2012) muestran que estos enfoques permiten detectar interacciones importantes entre parámetros fisiológicos, facilitando la calibración eficiente y la reducción de incertidumbre. En conjunto, estas aplicaciones demuestran que el análisis de sensibilidad no solo refuerza la credibilidad del modelo, sino que también orienta

su uso en predicción, manejo y optimización de cultivos (Valencia-Islas et al., 2023; López-Cruz et al., 2012).

Una vez identificados los parámetros más influyentes mediante el análisis de sensibilidad, el siguiente paso es la estimación o calibración de parámetros, cuyo propósito es ajustar el modelo para que reproduzca adecuadamente los datos observados bajo condiciones específicas de clima, manejo y variedad. Este proceso es crucial porque los modelos de cultivos suelen contener numerosos parámetros fisiológicos que no pueden medirse directamente en campo o invernadero y que, además, presentan variaciones importantes según el genotipo y las condiciones ambientales. La literatura enfatiza que una calibración adecuada tiene como prerequisite la selección informada de parámetros sensibles, ya que calibrar parámetros poco influyentes conduce a sobreajuste y aumenta la incertidumbre sin mejorar la capacidad predictiva del modelo. Por ello, diversos estudios han integrado métodos de sensibilidad global con técnicas de calibración basadas en optimización, como los algoritmos genéticos, que permiten estimar de manera eficiente parámetros en modelos no lineales y con múltiples estados (Vázquez-Cruz et al., 2014; López-Cruz et al., 2012; Wallach et al., 2006).

2.5. Control óptimo aplicado a sistemas agrícolas

El control óptimo se fundamenta en la búsqueda de una trayectoria de control $u(t)$ que minimice un costo o maximice un rendimiento, sujeto a la dinámica del sistema representada por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias. En esta formulación, el sistema se describe mediante variables de estado que evolucionan según leyes dinámicas, mientras que las variables de control son aquellas que el operador puede manipular dentro de límites operativos definidos. El criterio para optimizar se expresa mediante un funcional de costo que integra, a lo largo del horizonte temporal, objetivos como el consumo energético, la eficiencia productiva o la ganancia económica. Este marco matemático permite analizar y diseñar estrategias de operación eficientes y se ha aplicado

ampliamente en ingeniería, energía, robótica y, más recientemente, en agricultura en ambientes controlados (Zhao et al., 2020; Xu et al., 2021).

De acuerdo con Ghosh et al. (2011), un problema general de control óptimo puede escribirse como:

$$\min_u F(u) = \int_{t_0}^{t_f} f(t, x(t), u(t)) dt \quad (1)$$

sueto a:

$$\dot{x}(t) = g(t, x(t), u(t)), \quad x(t_0) = x_0 \quad (2)$$

Biral et al. (2016) clasifican los métodos para resolver problemas de control óptimo en tres familias: programación dinámica, métodos indirectos basados en el Principio del Mínimo de Pontryagin, y métodos directos que transcriben el problema continuo en un programa de optimización no lineal. (Figura 1) Su revisión enfatiza que, aunque los métodos directos representan la mayoría del software disponible, los métodos indirectos pueden ser igual o más eficientes cuando se implementan con buenos solucionadores numéricos. Además, la programación dinámica garantiza optimalidad global, pero se ve limitada por la maldición de la dimensionalidad. En conjunto, Biral concluye que la diferencia práctica entre enfoques depende más de la calidad del solver que de la naturaleza del método. Como resumen conceptual, Ghosh et al. (2011) señalan que los métodos indirectos siguen la lógica “optimizar y luego discretizar”, mientras que los directos operan bajo el principio inverso: “discretizar y luego optimizar”.

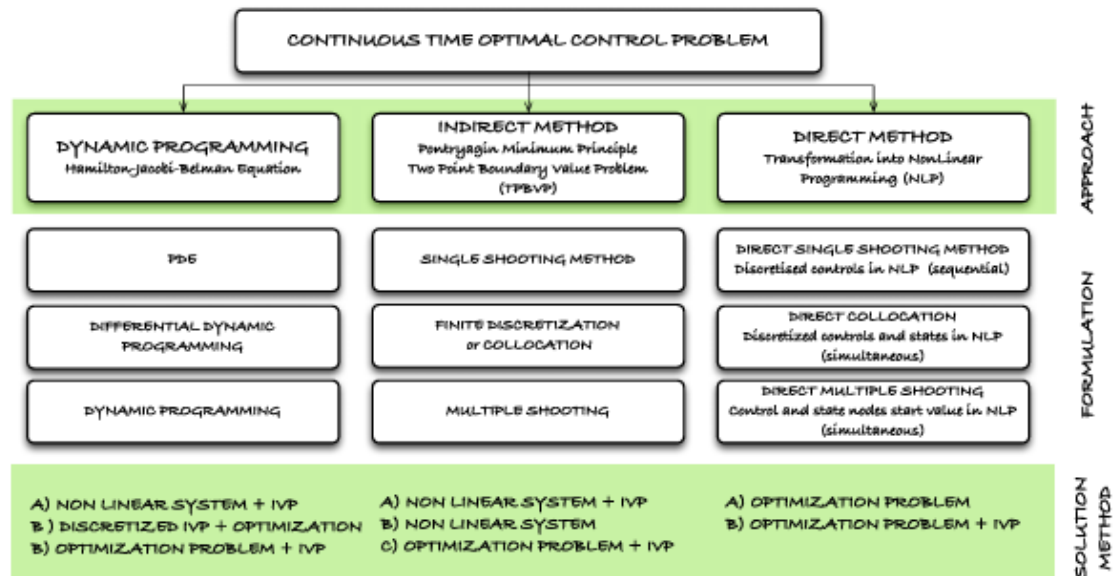


Figura 1 Clasificación de los métodos para resolver problemas de control optimo (Biral et al., 2016).

2.5.1. Métodos indirectos

Los métodos indirectos para la resolución de problemas de control óptimo se fundamentan en las condiciones necesarias de optimalidad establecidas por el Principio del Mínimo de Pontryagin (PMP). Bajo este enfoque, el problema original se transforma en un problema de valor en la frontera, compuesto por las ecuaciones de estado, las ecuaciones de coestado y la condición de minimización del Hamiltoniano. El control óptimo se obtiene al minimizar puntualmente dicho Hamiltoniano, lo que permite expresarlo como función de los estados y coestados y, en muchos casos, eliminarlo explícitamente del sistema. Esto conduce a un conjunto acoplado de ecuaciones diferenciales que debe resolverse sujeto a condiciones de frontera en el inicio y el final del horizonte temporal. Aunque estas condiciones garantizan solo optimalidad necesaria, los métodos indirectos destacan por su elevada precisión y su eficiencia cuando la dinámica es suave y las condiciones de frontera están bien definidas. Su aplicación ofrece soluciones numéricamente robustas y sirve como base para

métodos clásicos de optimización en sistemas agrícolas y en otros dominios dinámicos complejos (Biral et al., 2016).

2.5.2. Métodos directos

Los métodos directos abordan el problema de control óptimo mediante su discretización y posterior transformación en un problema de programación no lineal (NLP). En estos enfoques, las trayectorias de control y, en algunos casos, también las de estado, se parametrizan mediante funciones a trozos o polinomios, mientras que la dinámica continua del sistema se sustituye por un conjunto de restricciones algebraicas. Dependiendo de la técnica utilizada, la integración de las ecuaciones diferenciales puede realizarse explícitamente — como en los métodos de single shooting y multiple shooting— o incorporarse directamente mediante métodos de colocación, donde estados y controles se aproximan simultáneamente. Dentro de estos últimos, los métodos pseudospectrales han mostrado un desempeño destacado gracias al uso de polinomios ortogonales y nodos de cuadratura tipo Gauss, logrando alta precisión y eficiencia incluso en sistemas no lineales complejos. Esta familia de métodos ha impulsado el desarrollo de software especializado como ACADO, GPOPS-II, PSOPT, PROPT y DIDO, ampliamente utilizados en aplicaciones modernas de control óptimo (Biral et al., 2016).

Los métodos metaheurísticos representan una familia de algoritmos de optimización estocástica capaces de resolver problemas complejos, no lineales, multimodales o con información incompleta, sin necesidad de derivadas ni supuestos de convexidad. De acuerdo con Abdel-Basset et al. (2018), su principal fortaleza radica en que funcionan como “marcos algorítmicos genéricos o black-box optimizers”, capaces de explorar espacios de búsqueda extensos y encontrar soluciones de buena calidad en tiempos razonables. Su comportamiento se basa en dos principios fundamentales: exploración, que busca recorrer regiones amplias del espacio de soluciones para evitar óptimos locales, y explotación, que

concentra la búsqueda alrededor de las regiones más prometedoras identificadas durante el proceso.

En una revisión reciente, Tomar et al. (2024) destacan que las metaheurísticas son libres de derivadas, flexibles y altamente adaptables a problemas reales, lo que explica su creciente adopción en ingeniería, energía, manufactura y agricultura de ambiente controlado. Entre las clases más utilizadas se encuentran los métodos basados en evolución biológica (como los Algoritmos Genéticos y la Evolución Diferencial), inteligencia de enjambre (PSO, GWO), dinámicas físico-químicas (Simulated Annealing, Gravitational Search Algorithm) y enfoques híbridos que combinan estrategias poblacionales y locales para mejorar la convergencia. Debido a su naturaleza estocástica, estas técnicas no garantizan la obtención del óptimo global, pero sí ofrecen un equilibrio eficaz entre exploración y explotación que les permite resolver problemas donde los métodos exactos o basados en gradientes fallan. Entre los algoritmos más representativos destacan Particle Swarm Optimization (PSO) y Differential Evolution (DE), ampliamente utilizados en optimización multimodal, así como Grey Wolf Optimizer (GWO), cuyas distintas variantes han mostrado un desempeño sobresaliente en problemas de clasificación, diagnóstico médico y selección de características (Agrawal et al., 2021; Tomar et al., 2024).

El algoritmo Particle Swarm Optimization (PSO) es uno de los métodos más representativos dentro de la inteligencia de enjambre. Inspirado en el comportamiento colectivo de bandadas y enjambres, PSO fue propuesto por Eberhart y Kennedy en 1995 y se caracteriza por actualizar las soluciones mediante la interacción social entre partículas que comparten información sobre las mejores posiciones exploradas hasta el momento. Gracias a su estructura simple, su naturaleza libre de derivadas y su capacidad para evitar mínimos locales, PSO ha sido ampliamente utilizado en problemas complejos de optimización no lineal (Tomar et al., 2024).

El algoritmo Grey Wolf Optimizer (GWO) es un método metaheurístico inspirado en la jerarquía social y las estrategias de caza de los lobos grises. En este

enfoque, los individuos de la población se clasifican en cuatro niveles (α , β , δ y ω), lo que permite equilibrar la exploración global y la explotación local del espacio de soluciones. El mecanismo de búsqueda imita tres fases de caza: acecho, cercamiento y ataque, logrando un comportamiento altamente competitivo frente a otros algoritmos poblacionales como PSO o GA. El estudio original demuestra que GWO es capaz de evitar mínimos locales con eficiencia computacional y buena estabilidad en problemas continuos y discretos (Mirjalili et al., 2014).

El algoritmo Differential Evolution (DE) es una metaheurística evolutiva que emplea operadores de mutación, recombinación y selección para explorar el espacio de búsqueda. Su fortaleza radica en la capacidad para manejar problemas multimodales y de alta dimensionalidad mediante diferencias entre vectores de la población, lo que proporciona una forma eficiente de explorar regiones prometedoras del espacio de soluciones. Aunque sus creadores lo describieron como un heurístico más que como una metaheurística estricta, DE se ha consolidado como uno de los algoritmos más robustos dentro de los métodos evolutivos modernos (Tomar et al., 2024).

Los métodos directos constituyen un enfoque numérico que parametriza y discretiza las trayectorias de control y de estado, transformando el problema dinámico en una optimización no lineal (NLP). A diferencia de los métodos indirectos, que requieren derivar las condiciones de optimalidad, los métodos directos aproximan el control $u(t)$ mediante funciones base y sustituyen las ecuaciones diferenciales por restricciones algebraicas:

$$x_{k+1} = x_k + f(x_k, u_k)\Delta t, \quad g(x_k, u_k) \leq 0 \quad (3)$$

El problema resultante se resuelve con técnicas de programación no lineal, como Sequential Quadratic Programming (SQP) o métodos de puntos interiores (Van Henten et al., 2011). Este enfoque facilita la incorporación de restricciones complejas y es especialmente adecuado para modelos de cultivos en invernadero

o sistemas tipo PFAL, donde la dinámica climática y energética impone límites operativos difíciles de tratar analíticamente.

Los métodos metaheurísticos se han consolidado como herramientas efectivas para resolver problemas de optimización complejos con múltiples variables, restricciones no lineales y espacios de búsqueda no convexos, donde los métodos clásicos suelen estancarse. Estos algoritmos se inspiran en procesos naturales, como la evolución biológica o el comportamiento colectivo (Eiben & Smith, 2015).

Los algoritmos PSO (Kennedy & Eberhart, 1995) imita el comportamiento cooperativo de bandadas de aves; cada partícula representa una solución potencial que se mueve influida por su experiencia y la del grupo, sin requerir derivadas, lo que lo hace útil en modelos “caja negra” de crecimiento vegetal o control climático (Wang et al., 2020).

El algoritmo DE emplea operadores de mutación, cruza y selección, logrando un equilibrio entre exploración y explotación del espacio de soluciones. Este método ha sido aplicado con éxito para optimizar parámetros de invernaderos, minimizar consumo energético y ajustar dinámicas de temperatura y humedad (Wang et al., 2020).

2.6. Optimización en PFAL

La modelación matemática y el control óptimo en fábricas de plantas con iluminación artificial (PFAL) se apoyan, en primera instancia, en la comprensión detallada de la respuesta dinámica de los cultivos a la luz. En este sentido, estudios clásicos como el de Knott, (1932). analizaron la velocidad con la que la espinaca ajusta su crecimiento y su fisiología tras cambios abruptos en la intensidad de luz o en la duración del fotoperiodo. Mediante experimentos controlados, expusieron plantas previamente estabilizadas bajo un régimen lumínico fijo a incrementos o reducciones repentinas de PPFD o de horas de iluminación diaria. Encontraron que la espinaca responde extremadamente

rápido a estas modificaciones: la tasa fotosintética, la elongación foliar y la expansión del área foliar mostraron ajustes medibles en menos de 24 horas y se estabilizaron en 2–3 días, dependiendo de la magnitud del cambio. Los aumentos en luz o fotoperiodo generaron incrementos inmediatos en fotosíntesis y formación de biomasa, mientras que las reducciones provocaron descensos abruptos en crecimiento y acumulación de carbohidratos. Este comportamiento evidencia una plasticidad fisiológica elevada, que justifica el uso de estrategias dinámicas de iluminación y refuerza la pertinencia del control óptimo y predictivo en PFAL (Shinohara y Takahashi, 1981).

Amirshekari y Fakhroleslam (2025) desarrollaron un modelo integrado que relaciona intensidad luminosa y fotoperiodo con fotosíntesis, evapotranspiración (ET), índice de área foliar (LAI) y crecimiento, incorporando explícitamente el balance energético de las lámparas LED (fracción de energía eléctrica convertida en PAR y en calor). Considerando que la iluminación puede representar alrededor del 60 % del consumo energético total, los autores mostraron que el ajuste conjunto de intensidad y duración en función de las exigencias del cultivo mejora el desempeño fotosintético sin incrementar sustancialmente los costos.

En su formulación, el LAI actúa como variable de acoplamiento entre procesos: la ET se estima mediante Penman–Monteith FAO modificado para ambientes cerrados, la fotosíntesis depende de la radiación y el CO₂, y el crecimiento se vincula al LAI. Los análisis de sensibilidad indicaron que incrementar 50 % la intensidad (200→300 $\mu\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$) elevó la fotosíntesis y el peso de las plantas en ≈ 28 %, mientras que la ET aumentó 36 %; ampliar el fotoperiodo de 14 a 18 h incrementó la ET 60 % y la fotosíntesis 42 %, con un efecto más moderado en peso (28 %). En conjunto, estos resultados subrayan la necesidad de equilibrar la luz como recurso limitado, evitando un consumo energético excesivo sin sacrificar productividad (Amirshekari y Fakhroleslam, 2025).

Desde la perspectiva económica, la modelación se ha integrado de manera natural con la optimización y el control óptimo. Xu et al. (2021) aplicaron esta teoría para maximizar la ganancia en una PFAL de lechuga en China, utilizando un modelo de un estado (biomasa seca, basado en Van Henten, 2003) acoplado a submodelos de fotosíntesis, respiración y dinámica de CO_2 . Bajo un fotoperiodo fijo de 16/8 h, optimizaron la trayectoria de la intensidad LED y la concentración de CO_2 mediante un método de colocación pseudospectral (PROPT/TOMLAB en MATLAB). Para tarifas de 0.30–0.92 RMB·kWh⁻¹ y un precio de 34.5 RMB·kg⁻¹ de lechuga, obtuvieron ganancias de hasta 264.9 RMB·m⁻² y 10.6 kg·m⁻² de biomasa, con una estrategia óptima de tipo bang-bang (LED al máximo durante 16 h y apagado en las 8 h restantes). El sistema resultó rentable solo cuando el precio del producto fue > 20 RMB·kg⁻¹ y el costo de electricidad < 0.84 RMB·kWh⁻¹. La co-optimización de CO_2 añadió ≈ 0.5 kg·m⁻² y ≈ 10 RMB·m⁻² adicionales, principalmente durante la fase de iluminación. Este tipo de estudios ilustra cómo la combinación de modelos dinámicos y control óptimo permite balancear explícitamente energía, productividad y rentabilidad en PFAL.

De manera paralela, otros trabajos han enfatizado la optimización energética a escala de sistema. Zhang y Kacira (2020) compararon la eficiencia de invernaderos y PFAL acoplando un modelo dinámico de crecimiento de lechuga al software EnergyPlus; sus resultados mostraron que la integración de estrategias avanzadas de control climático —como economizadores de aire y regulación dinámica de la iluminación— puede reducir hasta 67 % el consumo energético en climas fríos sin comprometer la producción. Asimismo, Lork et al. (2020) emplearon un algoritmo genético para determinar perfiles de iluminación LED económicamente óptimos bajo tarifas eléctricas dinámicas, reportando ahorros del 40–52 % en costos eléctricos y un incremento del 6 % en área foliar de lechuga.

En el ámbito del control predictivo, Padmanabha et al. (2020) implementaron un Model Predictive Control (MPC) en una unidad de producción de lechuga, ajustando simultáneamente luz, temperatura y CO_2 . El MPC mantuvo las

variables climáticas con desviaciones menores a ± 0.3 °C, redujo de forma importante el consumo energético y demostró que las formulaciones clásicas de control óptimo continuo pueden trasladarse a esquemas receding horizon utilizables en la práctica.

De forma complementaria, van Straten et al. (2011) desarrollaron un modelo de control climático de mínima energía en invernaderos de tomate utilizando un enfoque indirecto de control óptimo (Pontryagin– Bryson & Ho (1975)), logrando reducciones energéticas cercanas al 35 % sin pérdidas de rendimiento, lo que confirma la aplicabilidad de estas técnicas en horticultura comercial.

A nivel fisiológico, varios estudios han mostrado que las trayectorias óptimas de luz que se derivan de estos marcos matemáticos no son necesariamente constantes.

En cuanto al desarrollo de modelos de referencia para acoplar simulación y optimización, Talbot y Monfet (2024) actualizaron el modelo clásico de Van Henten (1994), incorporando balances de energía, respiración y fotosíntesis para predecir el crecimiento de cultivo de lechuga bajo distintos regímenes de luz, temperatura y CO₂. Este modelo constituye una base reciente y robusta para formular problemas de control óptimo en entornos PFAL. De igual forma, Shamshiri et al. (2022) revisaron los métodos de control aplicados al cultivo de lechuga en ambientes con iluminación artificial, destacando que las estrategias multiobjetivo (biomasa vs. energía) pueden reducir hasta 40 % el consumo eléctrico sin modificar la productividad final.

Finalmente, revisiones recientes (Engler & Krarti, 2021; Gómez et al., 2022) han subrayado la convergencia entre control óptimo clásico, metaheurísticas e inteligencia artificial en la agricultura de ambiente controlado. Estas aproximaciones permiten diseñar sistemas de control jerárquico capaces de gestionar en tiempo real los subsistemas de iluminación, climatización y CO₂, alcanzando reducciones energéticas globales del 30 al 70 % respecto a estrategias estáticas. En conjunto, la evidencia científica indica que la integración de modelos dinámicos y técnicas de optimización, tanto deterministas como

predictivas e inteligentes, constituye el núcleo de la modelación matemática y la optimización en PFAL, y proporciona el marco conceptual para desarrollar estrategias de control cada vez más eficientes, sostenibles y adaptadas a la fisiología de los cultivos.

Literatura citada

- Abdel-Basset, M., Abdel-Fatah, L., & Sangaiah, A. K. (2018). Metaheuristic algorithms: A comprehensive review. *Computational intelligence for multimedia big data on the cloud with engineering applications*, 185-231.
- Agrawal, P., Abutarboush, H. F., Ganesh, T., & Mohamed, A. W. (2021). Metaheuristic algorithms on feature selection: A survey of one decade of research (2009–2019). *IEEE Access*, 9, 26766–26791. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3056407>
- Ahmed, H. A., Tong, Y., & Yang, Q. (2020). Optimal control of environmental conditions affecting lettuce plant growth in a controlled environment with artificial lighting: A review. *South African Journal of Botany*, 130, 75–89. <https://doi.org/10.1016/j.sajb.2019.12.017>
- Ajwal, S., Singh, A., & Lakhari, I. (2023). Exploring the landscape of controlled environment agriculture research: A scientometric analysis. *Controlled Environment Agriculture*.
- Amirshekari, M. H., & Fakhroleslam, M. (2025). Impact of artificial light on photosynthesis, evapotranspiration, and plant growth in plant factories: Mathematical modeling for balancing energy consumption and crop productivity. *Smart Agricultural Technology*, 11, 100901. <https://doi.org/10.1016/j.atech.2025.100901>
- Ardiansyah, A., Hardanto, A., & Sumarni, E. (2021). Biomass growth of red spinach in plant-factory system under three kinds of LED light sources. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 653, 012100. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/653/1/012100>
- Bantis, F., Fotelli, M., Ilić, Z. S., & Koukounaras, A. (2020). Physiological and phytochemical responses of spinach baby leaves grown in a PFAL system with LEDs and saline nutrient solution. *Agriculture*, 10(11), 574. <https://doi.org/10.3390/agriculture10110574>
- Biral, F., Bertolazzi, E., & Bosetti, P. (2016). Notes on numerical methods for solving optimal control problems. *IEEJ Journal of Industry Applications*, 5(2), 154–166. <https://doi.org/10.1541/ieejia.5.154>
- Boros, I. F., Székely, G., Balázs, L., Csambalik, L., & Sipos, L. (2023). Effects of LED lighting environments on lettuce (*Lactuca sativa* L.) in PFAL systems – A review. *Scientia Horticulturae*, 321, 112351. <https://doi.org/10.1016/j.scienta.2023.112351>
- Bryson, A. E., & Ho, Y. C. (1975). *Applied optimal control: Optimization, estimation, and control*. Hemisphere Publishing.

- Cai, W., Bu, K., Zha, L., Zhang, J., Lai, D., & Bao, H. (2025). Energy consumption of plant factory with artificial light: Challenges and opportunities. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 210, 115235. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2024.115235>
- Chun, C., Kim, H. H., & Kozai, T. (2001). The potential use of photoperiod during transplant production under artificial lighting conditions on floral development and bolting, using spinach as a model. *HortScience*, 36(4), 662–665.
- Chun, C., Tominaga, M., & Kozai, T. (2001). Floral development and bolting of spinach as affected by photoperiod and integrated photosynthetic photon flux during transplant production. *HortScience*, 36(5), 889–892. <https://doi.org/10.21273/HORTSCI.36.5.889>
- Dzaky, M. A. F., Nugroho, A. P., Prasetyatama, Y. D., Sutiarso, L., Falah, M. A. F., & Okayasu, T. (2024). Control of vapor pressure deficit (VPD) in micro-plant factory (McPF) to enhanced spinach microgreens growth. *Scientia Horticulturae*, 332, 113229.
- Eiben, A. E., & Smith, J. E. (2015). *Introduction to evolutionary computing* (2nd ed.). Springer.
- Gao, Y., Niu, G., He, Z., Yan, Z., & Gu, M. (2020). Effects of daily light integral and LED spectrum on growth and nutritional quality of hydroponic spinach. *Agronomy*, 10(1975), 1–12.
- Ghosh, A., Das, S., Chowdhury, A., & Giri, R. (2011). An ecologically inspired direct search method for solving optimal control problems with Bézier parameterization. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 24(7), 1195–1203.
- Guo, M., Jin, Z., Ma, L., & Ou, S. (2025). Application of plant factory with artificial lighting in horticultural production: current progress and future trends. *Horticultural Plant Journal*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1016/j.hpj.2025.04.005>
- Isaza, G. M., Ceballos, A., & Rojas, J. (2025). Spinach growth model in indoor controlled environment using Agriculture 4.0. *International Journal of Agricultural Robotics and Automation*, 3(1), 22–35.
- Jaeger, S. R. (2024). Vertical farming (plant factory with artificial lighting) and its produce: consumer insights. *Current opinion in food science*, 56, 101145.
- Kim, H.-H., Chun, C., Kozai, T., & Fuse, J. (2000). The potential use of photoperiod during transplant production under artificial lighting conditions on floral development and bolting, using spinach as a model. *HortScience*, 35(1), 43–45. <https://doi.org/10.21273/HORTSCI.35.1.43>
- Knott, J. E. (1932). Rapidity of response of spinach to change in photoperiod. *Plant Physiology*, 7(1), 125.
- Kozai, T. (2018). Benefits, problems and challenges of plant factories with artificial lighting (PFALs): A short review. *Acta Horticulturae*, 1227, 25–36. <https://doi.org/10.17660/ActaHortic.2018.1227.3>
- Le, T. T., Park, S., & Lee, J. (2025). Effect of LED irradiation with different red-to-blue ratios on growth and functional compound accumulation in spinach

- accessions and wild relatives. *Journal of Applied Horticultural Science*, 18(1), 45–56.
- López-Cruz, I. L., Ramírez-Arias, A., & Rojano-Aguilar, A. (2005). Modelos matemáticos de hortalizas en invernadero: Trascendiendo la contemplación de la dinámica de cultivos. *Revista Chapingo Serie Horticultura*, 11(2), 257–267. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=60911211>
- López-Cruz, I. L., Salazar-Moreno, R., Rojano-Aguilar, A., & Ruiz-García, A. (2012). Análisis de sensibilidad global de un modelo de lechugas (*Lactuca sativa* L.) cultivadas en invernadero. *Agrociencia*, 46(4), 383–397.
- Lork, D., Higa, Y., & Takahashi, H. (2020). Minimizing electricity cost through smart lighting control for indoor plant factories. *arXiv preprint, arXiv:2008.01325*.
- Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Lewis, A. (2014). Grey Wolf Optimizer. *Advances in Engineering Software*, 69, 46–61. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007>
- Pianosi, F., Beven, K., Freer, J., Hall, J. W., Rougier, J., Stephenson, D. B., & Wagener, T. (2016). Sensitivity analysis of environmental models: A systematic review with practical workflow. *Environmental Modelling & Software*, 79, 214–232. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2016.02.008>
- Saito, T., et al. (2018). Development of a system for predicting and simulating the growth of spinach (*Spinacia oleracea*). *Agricultural Information Research*, Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., ... & Tarantola, S. (2008). *Global sensitivity analysis: the primer*. John Wiley & Sons.
- Shamshiri, R. R., Kalantari, F., & Ting, K. C. (2022). Optimal control of environmental conditions affecting lettuce plant growth in a controlled environment with artificial lighting: A review. *South African Journal of Botany*, 148, 213–227. <https://doi.org/10.1016/j.sajb.2022.01.020>
- Stanghellini, C., & Katzin, D. (2024). The dark side of lighting: a critical analysis of vertical farms' environmental impact. *Journal of Cleaner Production*, 458, 142359.
- Talbot, M.-H., & Monfet, D. (2024). Development of a crop growth model for the energy analysis of controlled agriculture environment spaces. *Biosystems Engineering*, 238, 38–50. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2023.12.012>
- Tomar, V., Bansal, M., & Singh, P. (2024). Metaheuristic algorithms for optimization: A brief review. *Engineering Proceedings*, 59(1), 238.
- Turner, B. L., Menendez III, H. M., Gates, R., Tedeschi, L. O., & Atzori, A. S. (2016). System dynamics modeling for agricultural and natural resource management issues: Review of some past cases and forecasting future roles. *Resources*, 5(4), 40.
- Valábek, P., Vargan, J., and Paulen, R. 2025. Adaptive optimal control of lettuce growth in greenhouses using sensitivity-driven measurement collection. *IFAC-PapersOnLine* 59(6):516–521. doi:10.1016/j.ifacol.2025.07.198.

- Valencia-Islas, J. O., López-Cruz, I. L., Ruíz-García, A., Fitz-Rodríguez, E., & Ramírez-Arias, A. (2023). Global sensitivity and uncertainty analyses of a dynamic model for the biosystem lettuce (*Lactuca sativa* L.) crop-greenhouse. *Biosystems Engineering*, 236, 16–26. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2023.10.005>
- Van Henten, E.J. (1994). Greenhouse climate management: An optimal control approach. PhD thesis. Wageningen, The Netherlands: Wageningen University.
- Van Henten, E.J. (2003). Sensitivity analysis of an optimal control problem in greenhouse climate management. *Biosystems Engineering* 85(3), 355–364. [https://doi.org/10.1016/S1537-5110\(03\)00068-0](https://doi.org/10.1016/S1537-5110(03)00068-0)
- Van Straten, G., van Willigenburg, L. G., van Henten, E. J., & van Ooteghem, R. J. C. (2011). Optimal control of greenhouse cultivation. CRC Press (Taylor & Francis Group).
- Vazquez-Cruz, M. A., Guzman-Cruz, R., Lopez-Cruz, I. L., Cornejo-Perez, O., Torres-Pacheco, I., & Guevara-Gonzalez, R. G. (2014). Global sensitivity analysis by means of EFAST and Sobol'methods and calibration of reduced state-variable TOMGRO model using genetic algorithms. *Computers and Electronics in Agriculture*, 100, 1-12.
- Wallach, D., Makowski, D., Jones, J. W., & Brun, F. (2006). Working with dynamic crop models: evaluation, analysis, parameterization, and applications. Elsevier.
- Wallach, D., Makowski, D., Jones, J. W., & Brun, F. (2018). Working with dynamic crop models: methods, tools and examples for agriculture and environment. Academic press.
- Xu, D., Ahmed, H. A., Tong, Y., Yang, Q., & van Willigenburg, L. G. (2021). Optimal control as a tool to investigate the profitability of a Chinese plant factory: Lettuce production system. *Biosystems Engineering*, 208, 319–332. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2021.05.014>
- Yu, P., Wang, C., Tursun, R., Zeng, X., Cai, W., Song, J., & Geng, W. (2025). Synergistic regulation of growth and quality in substrate-grown spinach by LED light quality and intensity in PFALs. *Horticulturae*, 11(9), 1065. <https://doi.org/10.3390/horticulturae11091065>
- Zhang, Y., & Kacira, M. (2020). Comparison of energy use efficiency of greenhouse and indoor plant factory systems. *Journal of Cleaner Production*, 276, 124183. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.124183>
- Zhao, H., Burke, D. J., O'Malley, M., & Flynn, D. (2020). A review of optimal control methods for energy storage systems: Energy trading, energy balancing and electric vehicles. *Applied Energy*, 268, 114973.
- Zheng, X., et al. (2018). Optimization of artificial light for spinach growth in plant factory based on orthogonal test. *Journal of Agricultural Engineering*.
- Wang, H., Zuo, L. L., Liu, J., Yi, W. J., & Niu, B. (2020). Ensemble particle swarm optimization and differential evolution with alternative mutation method. *Natural Computing*, 19(4), 699-712.

3. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y CALIBRACIÓN DE UN MODELO DINÁMICO PARA ESPINACA CULTIVADA EN MINI FABRICA DE PLANTAS CON ILUMINACIÓN ARTIFICIAL

Resumen

La modelación matemática de cultivos es una herramienta fundamental para comprender los procesos fisiológicos y optimizar la producción en ambientes controlados. El objetivo de este estudio fue realizar un análisis de sensibilidad global y la calibración del modelo dinámico que predice el crecimiento de la biomasa estructural y no-estructural de lechugas. Este modelo fue aplicado a un cultivo de espinaca en una minifábrica de plantas con iluminación artificial (MPFAL). El análisis de sensibilidad para los parámetros del modelo se efectuó con los métodos de Sobol y de coeficientes de regresión estandarizados. Se consideraron nueve parámetros fisiológicos con una variación del $\pm 20\%$ respecto a sus valores nominales. La calibración se realizó con el algoritmo de evolución diferencial clásico empleando datos experimentales bajo dos espectros LED (blanco y rosa). Los resultados identificaron a c_β , $CO_{2,2}$ y $CO_{2,1}$ como los parámetros más influyentes. En el espectro blanco, las variables que lograron el mejor ajuste (RMSE = 11.2, MRE = 0.010, EF = 0.95), con valores de EF superiores a 0.90 en todos los escenarios. En el espectro rosa, el conjunto promedio mostró el mejor desempeño (RMSE = 10.1, MRE = 0.014, EF = 0.94), evidenciando que la integración de información entre experimentos incrementa la capacidad predictiva del modelo. En conjunto, los resultados confirman que el modelo de dos estados reproduce con alta confiabilidad la dinámica de crecimiento de espinaca bajo diferentes espectros de iluminación.

Key words: *Spinacia oleracea* L., método de Sobol, coeficientes de regresión estandarizados, evolución diferencial,

3.1. Introducción

La espinaca (*Spinacia oleracea* L.) es un cultivo altamente nutritivo, que aporta vitaminas, minerales y diversos compuestos bioactivos que generan beneficios para la salud más allá de los nutrientes esenciales (Le et al., 2025). Los factores ambientales como la radiación y, en particular, la proporción de luz roja y azul emitida por lámparas LED, influyen de manera significativa en el crecimiento, la acumulación de metabolitos funcionales y la calidad del producto final (Le et al., 2025).

La fotosíntesis es un proceso fundamental para la productividad de los cultivos, influido por la radiación, la concentración de CO₂ y factores ambientales como la temperatura. La medición directa a nivel de dosel requiere numerosos sensores y resulta difícil de implementar de forma continua. Por lo que los modelos matemáticos son imprescindibles para estimar la tasa de fotosíntesis y su efecto sobre la acumulación de biomasa. El modelado matemático permite predecir la respuesta de los cultivos y optimizar sistemas de control climático en ambientes controlados (Moreno-Teruel et al., 2025).

Modelos clásicos de crecimiento de lechuga, como los propuestos por Sweeney et al. (1981) y Van Henten (1994), consideran las variables de estado biomasa estructural y biomasa no estructural. La primera la constituyen los componentes celulares como paredes de las células y el citoplasma. La segunda la forman las reservas de carbohidratos y almidón. Estas variables permiten predecir el peso seco total, área foliar y área foliar efectiva a partir de entradas ambientales como radiación, temperatura y concentración de CO₂. Modelos como NICOLET (Seginer et al., 1998), incorporan balances de carbono y consideran las reservas no estructurales, lo que permite una representación más realista de la fotosíntesis y el crecimiento (López-Cruz et al., 2005).

Los modelos dinámicos, mediante ecuaciones diferenciales o ecuaciones en diferencias, permiten representar procesos fisiológicos complejos. Sin embargo, esto requiere de la incorporación de una cantidad muy grande de parámetros fisiológicos y ambientales cuya medición directa resulta difícil o imposible, dado que suele depender de condiciones de cultivo específicas (Valábek et al., 2025).

Por lo tanto, la estimación de parámetros de los modelos o calibración es necesaria.

El análisis de sensibilidad es una herramienta esencial para relacionar la incertidumbre de las salidas de un modelo con la de sus entradas, ya sea mediante enfoques locales, centrados en un punto base, o globales, que consideran todo el rango de variación de los factores. Su aplicación permite evaluar la influencia de los parámetros a través de métodos de selección, de importancia cuantitativa como los métodos de coeficientes de regresión estandarizados (SRC), EFAST y Sobol, o de exploración profunda (Valencia-Islas et al., 2023). De este modo, se identifican y jerarquizan los parámetros más relevantes, lo que favorece una estimación más precisa, optimiza el diseño experimental y refuerza la capacidad predictiva del modelo, aspectos clave para sistemas de producción más eficientes en ambientes controlados (Valábek et al., 2025).

La estimación de parámetros constituye una etapa fundamental en el desarrollo y aplicación de modelos dinámicos de cultivos, ya que permite ajustar el comportamiento matemático a las condiciones reales de crecimiento observadas (Vázquez-Cruz et al., 2014). Este procedimiento suele estar precedido de un análisis de sensibilidad, el cual ayuda a identificar los parámetros más influyentes sobre las variables de estado y a reducir la incertidumbre en el proceso de ajuste (Van Henten, 2003). Un modelo bien calibrado mejora la capacidad predictiva y reduce la incertidumbre asociada a sus predicciones, lo cual resulta esencial para la toma de decisiones en ambientes controlados. Para alcanzar este ajuste, se han implementado técnicas de optimización global que superan las limitaciones de los métodos tradicionales, entre ellas los algoritmos evolutivos. Estos métodos, inspirados en procesos biológicos como selección, mutación y recombinación, ofrecen la ventaja de explorar de manera eficiente espacios paramétricos complejos y no lineales, incrementando la probabilidad de encontrar soluciones cercanas al óptimo global. De este modo, los algoritmos evolutivos se han consolidado como alternativas robustas para la calibración de modelos,

favoreciendo la identificación de parámetros clave y el fortalecimiento de la fiabilidad de las simulaciones (Vázquez-Cruz et al., 2014).

En este contexto, los objetivos de este trabajo fueron: (1) identificar los parámetros más influyentes del modelo dinámico de Van Henten de dos estados mediante dos análisis de sensibilidad global, y (2) calibrar este modelo para el cultivo de espinaca en una MPFAL bajo dos espectros de luz LED.

3.2. Materiales y métodos

3.2.1. Descripción del experimento

El experimento se llevó a cabo en una minifábrica de plantas con luz artificial (MPFAL) localizada en la Universidad Autónoma Chapingo, México. La MPFAL es de estructura metálica de cuatro niveles de cultivo, cada uno con dimensiones de 0.91 m de ancho, 1.33 m de largo y 0.45 m de altura. En cada nivel se instalaron cinco tubos de PVC de 3 pulgadas de diámetro para la circulación de la solución nutritiva mediante la técnica de película nutritiva (NFT), con una capacidad de 55 plantas por nivel. El cultivo de espinaca (*Spinacia oleracea* L. variedad Flamingo) fue establecida en cubos de espuma fenólica empleados como medio de crecimiento y soporte radicular.

Las variables ambientales y de la solución nutritiva se monitorearon con los siguientes sensores. La temperatura del aire y la humedad relativa con un sensor DHT22 (Aosong Electronics Co., China); el pH con EZO-pH (Atlas Scientific, USA); el oxígeno disuelto con EZO-Dissolved Oxygen (Atlas Scientific, USA); la conductividad eléctrica con EZO-Conductivity K 1.0 (Atlas Scientific, USA); y la concentración de CO₂ con EZO-CO₂ (Atlas Scientific, USA). Las variables se midieron cada 10 s, se promediaron y almacenaron a intervalos de 1 min. El fotoperiodo fue de 14 horas de luz y 10 horas de oscuridad, controlado mediante interruptores automáticos Wi-Fi (MCCNB03X, China). El riego se suministró con una bomba sumergible programada en ciclos de 20 minutos encendida y 20 minutos apagada, activa únicamente durante los periodos de iluminación. La temperatura ambiente se reguló mediante un extractor acoplado a un controlador ITC-608T (Inkbird, China), activándose cuando la temperatura alcanzara los 24 °C.

Se evaluaron dos tratamientos de iluminación LED con espectros distintos, caracterizados mediante un espectrómetro (USB650 Red Tide Spectrophotometer, Ocean Optics): uno con espectro rosa (Barrina T8 INWT80421265Ec, Barrina, Texas, USA) con una densidad de flujo fotónico de $302 \mu\text{mol m}^{-2} \text{s}^{-1}$ (63 W[PAR] m^{-2}), y con espectro blanco (Monios-L T5 LED Grow Lights, Monios-L, China) con $227 \mu\text{mol m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ($46,3 \text{ W[PAR] m}^{-2}$) (Figure 1). La intensidad lumínica se midió con un sensor MQ-610 (Apogee Instruments, Logan, Utah, USA), y la conversión a W[PAR] m^{-2} se realizó de acuerdo procedimiento de LI-COR Biosciences (2022).

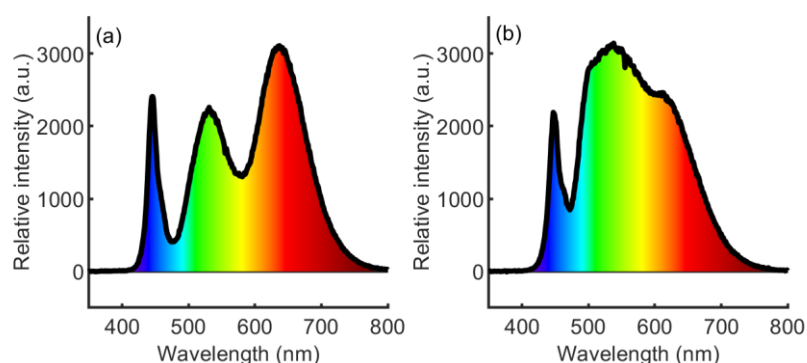


Figura 1 Distribución espectral de las lámparas LED utilizadas en los experimentos. (a) espectro rosa y (b) espectro blanco.

Se llevaron a cabo tres ciclos de cultivo en la MPFAL. Las plántulas fueron trasplantadas los días 14 de noviembre de 2024 (Experimento 1), 18 de marzo 2025 (Experimento 2) y 19 de abril de 2025 (Experimento 3), a los 21 días después de la germinación, con una densidad de $45.45 \text{ plantas m}^{-2}$. La duración del ciclo de cultivo fue de 22 días. La solución nutritiva utilizada fue la de Hoagland y Arnon (1950), manteniendo el pH entre 5.5 y 6.5.

En cada ciclo de cultivo se realizaron de forma periódica siete muestreos destructivos de cinco plantas por tratamiento de luz. En cada muestreo se registraron el peso fresco de hojas y raíces, la altura de planta y el área foliar. Posteriormente, las muestras se secaron en una estufa de aire forzado a 65°C durante 72 h para determinar el peso seco de hojas y raíces, a partir del cual se calculó el peso seco total.

La biomasa inicial al momento del trasplante en la MPFAI para los dos tratamientos de luz fue de 0.0147 (kg m⁻²), 0.0128 (kg m⁻²), 0.0164 (kg m⁻²) para los experimentos 1, 2 y 3, respectivamente

3.2.2. Descripción del modelo

El modelo dinámico de dos estados de Van Henten (1994) se compone de dos compartimientos: biomasa estructural (X_n) (kg m⁻²) y biomasa no estructural (X_s) (kg m⁻²). La materia seca total de la planta (X_t) (kg m⁻²) es la suma de X_n y X_s . La materia seca no estructural está representada por la ecuación:

$$\frac{dX_n}{dt} = c_\alpha \varphi_{phot,c} - \frac{C_{gr} X_n X_s}{X_s + X_n} 1.6^{(0.1U_t - 2)} - C_{resp,3} X_s 2^{(0.1U_t - 2.5)} \quad (1)$$

donde X_t (°C) es la temperatura del aire, c_α (s⁻¹) es una constante que representa el factor de conversión de dióxido de carbono a carbohidrato, $C_{resp,3}$ (adim.) representa la tasa de respiración de mantenimiento. La tasa bruta de fotosíntesis $\varphi_{phot,c}$ (kg[CO₂] m⁻² s⁻¹) se calcula con la ecuación adaptada por Xu et al. (2021) para luz LED en una fábrica de plantas:

$$\varphi_{phot,c} = (1 - e^{-c_{pl,s} X_s}) \frac{C_{led,phot} U_{led} (-c_{co2,1} U_T^2 + c_{co2,2} U_T - c_{co2,3}) (U_c - c_\Gamma)}{C_{led,phot} U_{led} + (-c_{co2,1} U_T^2 + c_{co2,2} U_T - c_{co2,3}) (U_c - c_\Gamma)} \quad (2)$$

donde U_{led} (W[PAR] m⁻²) representa la intensidad de la luz LED, los parámetros $C_{co2,1}$ (m s⁻¹ °C⁻²), $C_{co2,2}$ (m s⁻¹ °C⁻¹) y $C_{co2,3}$ (m s⁻¹) representan el efecto de la temperatura en la difusión del CO₂ en las hojas, y el parámetro C_{gr} (s⁻¹) se refiere a la tasa de crecimiento y se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$C_{gr} = \frac{C_{r,gr,max}}{c_\beta} \quad (3)$$

donde $C_{r,gr,max}$ (adim.) es un coeficiente que representa la tasa de crecimiento máxima y c_β (adim.) es un parámetro relacionado con la fotosíntesis.

La materia seca estructural está representada por la ecuación:

$$\frac{dX_s}{dt} = \frac{C_{r,gr,max} X_n X_s}{X_s + X_n} 1.6^{(0.1X_t - 2)}. \quad (4)$$

Las variables de entrada del modelo son la temperatura del aire (X_t), la concentración de dióxido de carbono (X_c) y la radiación fotosintéticamente activa (U_{led}) emitida por las lámparas LED. En los tres experimentos, la concentración de CO₂ no fue contralada y se consideró constante con un valor de 7.2×10^{-4}

kg[CO₂]. La intensidad lumínica suministrada por las lámparas LED fue de 46 W[PAR] m⁻² para luz blanca y 63 W[PAR]m⁻² para luz rosa.

3.2.3. . Análisis de sensibilidad

Se llevo a cabo un análisis de sensibilidad global al modelo dinámico de Van Henten, considerando como variables de salida la biomasa seca estructural y no estructural (expresadas como el área bajo la curva durante el periodo de simulación). El modelo fue resuelto numéricamente en MATLAB/Simulink con el solver ode23s, configurado con tolerancias absoluta y relativa de 10⁻⁸. Para este análisis se utilizaron los datos experimentales correspondientes al experimento 3.

Se evaluaron nueve parámetros fisiológicos relacionados con la fotosíntesis, respiración y crecimiento, definidos con un rango de variación del 20% respecto a sus valores nominales (Cuadro 1). El análisis de sensibilidad se realizó de manera independiente para cada espectro de luz evaluado y mediante dos enfoques complementarios: (1) el método de Sobol, utilizando muestreo hipercubo latino para generar los valores de los parámetros y el estimador de Janon para el cálculo de los índices de sensibilidad de primer orden y de orden total, y (2) el método de coeficientes de regresión estandarizados (SRE). Para el cálculo de los índices de sensibilidad con ambos métodos se utilizó la librería UQLab (Marelli et al., 2024). y se consideró un tamaño de muestra de 5000 simulaciones.

Cuadro 1. Valores nominales de los parámetros del modelo de Van Henten (1994) usados en el análisis de sensibilidad global.

Símbolo	Valor nominal	Intervalo de incertidumbre		Referencia
		Límite inferior	Límite superior	
c_{β}	0.8	0.64	0.96	Van Henten (1994)
$c_{co2,1}$	5.11×10^{-6}	4.088×10^{-6}	6.132×10^{-6}	Xu et al. (2021)
$c_{co2,2}$	2.30×10^{-4}	1.84×10^{-4}	2.76×10^{-4}	Xu et al. (2021)
$c_{co2,3}$	6.29×10^{-4}	5.032×10^{-4}	7.548×10^{-4}	Xu et al. (2021)
c_{Γ}	5.2×10^{-5}	4.16×10^{-5}	6.24×10^{-5}	Van Henten (1994)
C_{rgrmax}	5×10^{-6}	4×10^{-6}	6×10^{-6}	Van Henten (1994)
$c_{pl,s}$ (Pink)	16.10	12.88	19.32	Experimental
$c_{pl,s}$ (White)	19.79	15.83	23.78	Experimental
$c_{resp,3}$ (Pink)	3.199×10^{-7}	2.559×10^{-7}	3.838×10^{-7}	Experimental
$c_{resp,3}$ (White)	3.188×10^{-7}	2.550×10^{-7}	3.825×10^{-7}	Experimental
$c_{led,phot}$ (Pink)	25.1×10^{-9}	20.8×10^{-9}	30.12×10^{-9}	Experimental
$c_{led,phot}$ (White)	23.4×10^{-9}	18.72×10^{-9}	28.08×10^{-9}	Experimental

El parámetro del modelo c_α se consideró constante con un valor de 0.68 acuerdo con Van Henten (1994). El valor nominal del parámetro $C_{ledphot}$ se consideró como el resultado de una calibración previa realizada al modelo de Van Henten, (1994) de un estado en el mismo sistema (datos no mostrados). Los parámetros $c_{pl,s}$ y $c_{resp,3}$ fueron calculados de manera experimental de acuerdo con las ecuaciones de Van Henten (1994) considerando una relación del 75% del peso seco total como estructural y 25% para el peso seco no estructural.

3.2.4. Calibración del modelo

El modelo de Van Henten de dos estados incluye un total de nueve parámetros fisiológicos y ambientales. En este estudio se estimaron únicamente los tres parámetros identificados como más influyentes a partir del análisis de sensibilidad, mientras que dos se calcularon a partir de los datos experimentales y de las ecuaciones propuestas por Van Henten (1994). Los parámetros restantes se mantuvieron en sus valores nominales reportados en la literatura.

La calibración se efectuó de manera independiente para cada uno de los tres experimentos realizados, mediante el algoritmo de Evolución Diferencial Clásico (DE/rand/1/bin). Como función objetivo se utilizó la suma de cuadrados de las diferencias entre la biomasa seca total observada y la simulada:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^n (X_{sim,i}(\theta) - X_{obs,i})^2 \quad (5)$$

donde $X_{sim,i}(\theta)$ representa la biomasa seca simulada en el muestreo i , dependiente del vector de parámetros θ , y $X_{obs,i}$ corresponde a la biomasa seca observada experimentalmente. El algoritmo DE se configuró con un tamaño de población igual a cinco por el número de parámetros a estimar, un factor de mutación de 0.5, una probabilidad de cruce de 0.9 y un máximo de 150 generaciones. con 10 ejecuciones independientes

El desempeño de las calibraciones del modelo dinámico bajo los espectros de luz rosa y blanco fue evaluado mediante indicadores estadísticos: el error medio relativo (RME), la raíz del error cuadrático medio (RMSE) y el coeficiente de eficiencia de Nash-Sutcliffe (EF); con el fin de cuantificar la precisión y capacidad predictiva del modelo en cada tratamiento (Wallach et al., 2018).

3.3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.3.4. Análisis de sensibilidad

Los índices de sensibilidad obtenidos mediante el método de Sobol se presentan en las Figuras 2 y 3 para la biomasa seca estructural, y en las Figuras 4 y 5 para la biomasa seca no estructural. En el caso del estado estructural, los parámetros más influyentes fueron $C_{CO_2,2}$ y $C_{CO_2,1}$ cada uno con una contribución superior al 10% en los índices de sensibilidad total, lo que evidencia su alta relevancia en la dinámica del modelo. Con una contribución menor, se identificaron los parámetros C_β , $C_{ledphot}$, C_{pls} y $C_{r,gr,max}$ cuyos valores superaron el 5% en los índices de sensibilidad total, lo que refleja una influencia moderada sobre la variabilidad de la respuesta. Para el caso del estado no estructural, los índices de sensibilidad obtenidos mediante el método de Sobol mostraron un comportamiento similar al observado en el estado estructural.

El análisis de los índices de Sobol de primer orden mostró que la suma de las contribuciones individuales de los parámetros no alcanza el valor de 1 en ninguno de los escenarios evaluados. En el espectro blanco, la suma de los índices fue 0.91 para la biomasa no estructural y 0.95 para la biomasa estructural, mientras que bajo el espectro rosa las sumas correspondieron a 0.92 y 0.95, respectivamente. De acuerdo con la teoría de Sobol, el hecho de que $\sum S_i < 1$ en todos los casos indica la presencia de interacciones entre parámetros, pues una fracción de la varianza total del modelo es explicada por efectos conjuntos y no únicamente por efectos individuales.

Por otro lado, la sumatoria de los índices de sensibilidad total fue mayor que 1 en todos los tratamientos: en el espectro rosa, 1.053 para la biomasa no estructural y 1.035 para la biomasa estructural; y en el espectro blanco, 1.064 y 1.047, respectivamente. Este comportamiento es coherente con lo esperado en modelos no lineales, ya que los índices totales contabilizan todas las interacciones en las que participa cada parámetro, provocando que la suma exceda la unidad. Esta diferencia entre $\sum S_i$ y $\sum S_{it}$ confirma la existencia de interacciones fisiológicas significativas, en concordancia con estudios previos sobre modelos dinámicos de cultivos (López-Cruz et al., 2012; Pianosi et al., 2016), y refuerza la naturaleza

acoplada del modelo, donde los procesos de intercambio de CO_2 y crecimiento estructural no actúan de manera independiente.

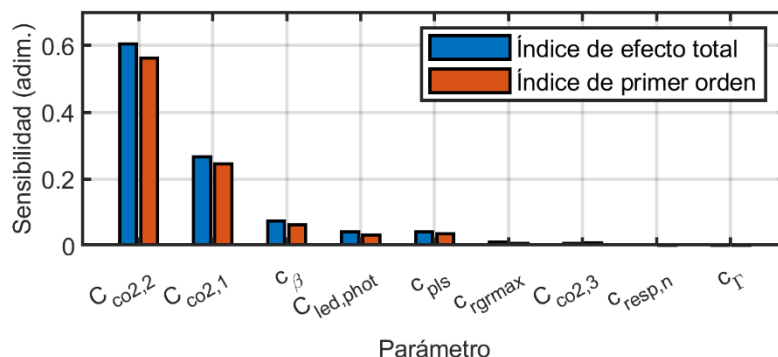


Figura 2. Índices de sensibilidad del estado de biomasa estructural obtenidos con el método de Sobol para el tratamiento de luz blanca.

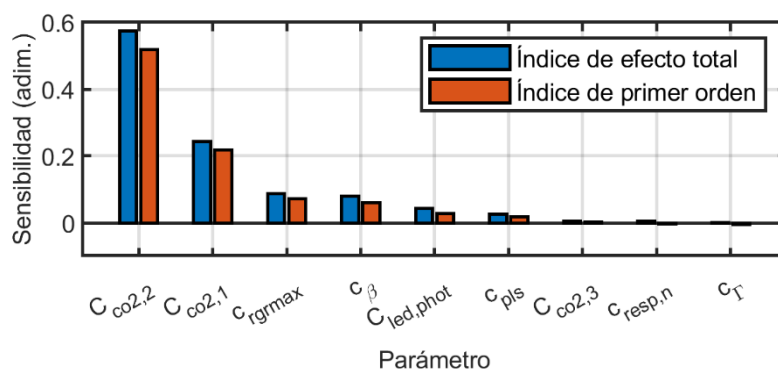


Figura 3. Índices de sensibilidad del estado de biomasa no estructural obtenidos con el método de Sobol para el tratamiento de luz blanca.

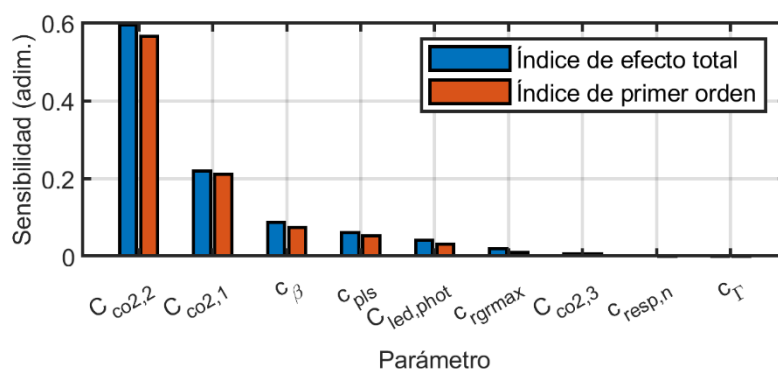


Figura 4. Índices de sensibilidad del estado de biomasa estructural obtenidos con el método de Sobol para el tratamiento de luz rosa.

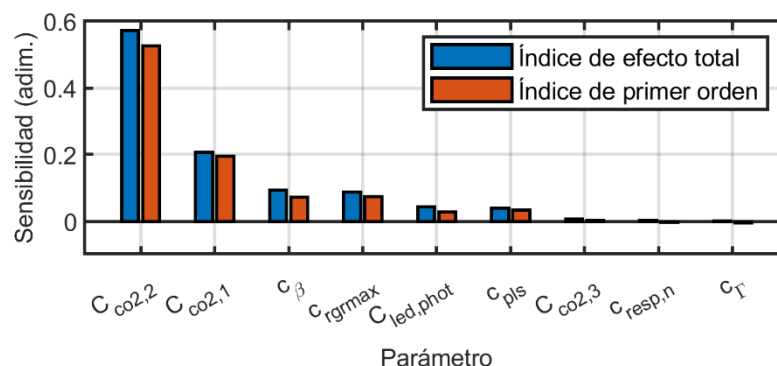


Figura 5. Índices de sensibilidad del estado de biomasa no estructural obtenidos con el método de Sobol para el tratamiento de luz rosa.

Los índices de sensibilidad obtenidos mediante el método de coeficientes de regresión estandarizados (SRC) se presentan en las Figuras 6 y 7 para la biomasa seca no estructural y en las Figuras 8 y 9 para la biomasa seca estructural. En ambos espectros evaluados, los parámetros más influyentes fueron $C_{CO_2,2}$, $C_{CO_2,1}$, con coeficientes superiores a $|0.43|$ y hasta 0.76, lo que evidencia que el intercambio de CO_2 es el principal determinante de la dinámica del modelo en ambas variables de estado. Con una influencia moderada (SRC entre 0.10 y 0.30) se ubicaron C_{β} , C_{pls} , $C_{led,phot}$ y $C_{r,gr,max}$, cuyos efectos fueron consistentes tanto en el espectro blanco como en el rosa. En contraste, los parámetros C_{γ} , y $C_{resp,3}$ presentaron valores cercanos a cero, indicando una contribución prácticamente nula dentro del rango de variación evaluado.

La comparación entre SRC y sus equivalentes por rangos (SRRC) mostró valores prácticamente idénticos en todos los parámetros y estados, lo que indica que la relación entre las entradas y las salidas del modelo es predominantemente monótona y aproximadamente lineal. Esta coherencia es consistente con lo señalado por Wallach et al. (2006), quienes indican que los coeficientes de regresión estandarizados capturan adecuadamente los efectos lineales cuando la respuesta es monótona. En consecuencia, los SRC resultan apropiados para identificar los efectos principales en este modelo, mientras que las interacciones no lineales, detectadas mediante Sobol, requieren métodos basados en varianza para su caracterización completa.

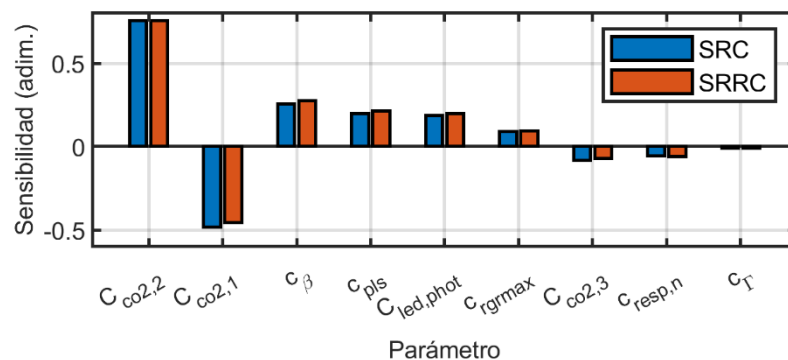


Figura 6. Índices de sensibilidad del estado de biomasa estructural obtenidos con el método de coeficientes de regresión estandarizados para el tratamiento de luz blanca

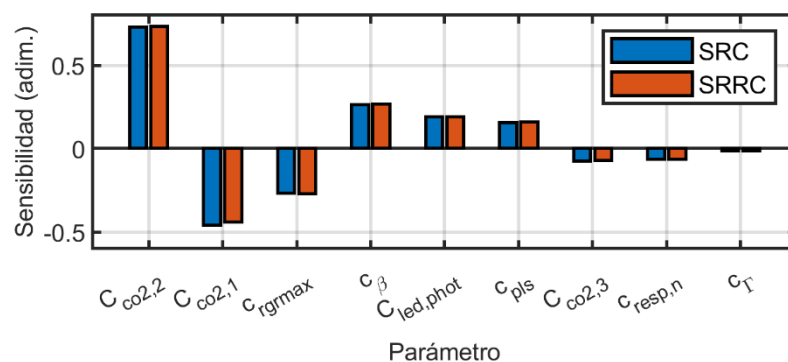


Figura 7. Índices de sensibilidad del estado de biomasa no estructural obtenidos con el método de coeficientes de regresión estandarizados para el tratamiento de luz blanca.

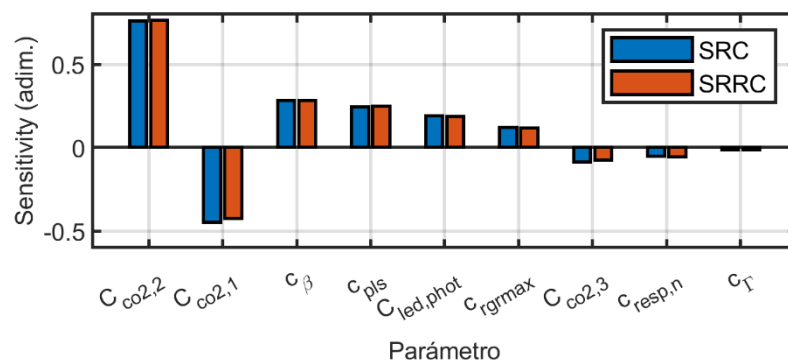


Figura 8. Índices de sensibilidad del estado de biomasa estructural obtenidos con el método de coeficientes de regresión estandarizados para el tratamiento de luz rosa.

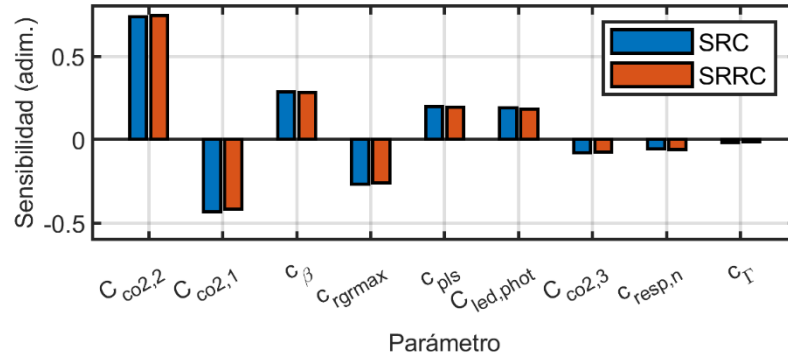


Figura 9. Índices de sensibilidad del estado de biomasa no estructural obtenidos con el método de coeficientes de regresión estandarizados para el tratamiento de luz rosa.

En conjunto, los resultados de Sobol y de los coeficientes de regresión estandarizados (CRE/SRC) muestran de manera consistente que la dinámica del modelo de Van Henten (1994) está fuertemente controlada por los parámetros fisiológicos asociados al intercambio de CO_2 , particularmente $C_{CO_{2,2}}$, $C_{CO_{2,1}}$, los cuales presentaron las mayores contribuciones tanto a los efectos principales como a las interacciones. La coincidencia en el orden de importancia de los parámetros entre ambos enfoques, uno basado en varianza y otro en regresión lineal, confirma la solidez de los resultados y la estabilidad del patrón de sensibilidad, independientemente del método empleado. Esta concordancia metodológica respalda la robustez y confiabilidad del análisis de sensibilidad realizado y refuerza su utilidad para orientar la calibración, simplificar el modelo y reducir la incertidumbre en los procesos fisiológicos clave que gobiernan el crecimiento del cultivo.

3.3.2. Calibración del modelo

En la calibración del modelo de dos estados se estimaron los parámetros más influyentes identificados en el análisis de sensibilidad: $\theta = (c_{\beta}, C_{co2,1}, C_{co2,2})$, mientras que c_{pls} , $c_{resp,3}$ y C_{fw} se determinaron de manera experimental.

El parámetro C_{fw} define la relación entre la masa fresca y la masa seca de la espinaca. Su valor se obtuvo de manera experimental mediante tres ensayos independientes, con siete muestreos y cinco plantas evaluadas en cada una. Así, C_{fw} se calculó como el promedio de la relación biomasa seca y peso fresco registrada en todos los muestreos.

En particular, el valor de $c_{pl,s}$ se determinó considerando que la biomasa estructural corresponde al 75% de la biomasa total, de acuerdo con Van Henten (1994) de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$c_{pl,s} = C_k C_{lard,s} (1 - C_\tau) \quad (5)$$

donde C_k es el coeficiente de extinción del dosel, esta se consideró constante con un valor de 0.9 de acuerdo con Van Henten (1994) y Xu et al., (2021). El parámetro C_τ representa la relación entre la biomasa seca de a raíz y la biomasa seca total de la espinaca. Este valor se estimó dividiendo la suma de la biomasa seca de la raíz entre la suma de la biomasa seca total, utilizando todas las mediciones registradas en cada experimento. El parámetro $C_{lard,s}$ se definió como la relación entre el área foliar del dosel y el peso seco estructural. Este valor se estimó dividiendo la suma de todos los valores medidos de área foliar entre la suma del peso seco total multiplicado por la fracción estructural de 0.75, utilizando todas las mediciones de cada uno de los tres experimentos.

El parámetro de la tasa de mantenimiento de la respiración $c_{resp,3}$ se estimó para cada experimento siguiendo la ecuación planteada por Van Henten (1994):

$$c_{resp,3} = (c_{resp,s}(1 - C_\tau) + c_{resp,r}(C_\tau)) \quad (6)$$

donde $c_{resp,s}$ que representa el coeficiente de mantenimiento de la respiración del brote y $c_{resp,r}$ que representa el coeficiente de mantenimiento de la respiración de la raíz se consideraron constante con un valor de 3.47×10^{-7} y 1.16×10^{-7} respectivamente de acuerdo con lo reportado por Van Henten (1994).

Para cada experimento (E1, E2 y E3) se generaron estimaciones independientes y, adicionalmente, se calculó el promedio (Mean) de los tres conjuntos como valor de referencia. Los resultados de calibración de los parámetros θ , $c_{pl,s}$, $c_{resp,3}$ y C_{fw} bajo los tratamientos de espectro blanco y rosa se presentan en las Cuadros 2 y 3, respectivamente.

Cuadro 2. Parámetros calibrados para el espectro blanco obtenidos mediante evolución diferencial y valores experimentales, con resultados por experimento y valor promedio.

Calibrated parameter (white) / Data set	E1	E2	E3	Mean
c_{β}	0.96	0.96	0.779	0.899
$c_{co2,1}$	6.13×10^{-6}	4.5×10^{-6}	5.75×10^{-6}	5.46×10^{-6}
$c_{co2,2}$	2.2×10^{-4}	1.84×10^{-4}	2.3×10^{-4}	2.11×10^{-4}
$c_{pl,s}$	17.977	19.73	19.79	19.16
$c_{resp,3}$	3.173×10^{-7}	3.185×10^{-7}	3.199×10^{-7}	3.18×10^{-7}
C_{fw}	10.98	12.15	12.36	11.83

Cuadro 3. Parámetros calibrados para el espectro rosa obtenidos mediante evolución diferencial y valores experimentales, con resultados por experimento y valor promedio.

Calibrated parameter (Pink) / Data set	E1	E2	E3	Mean
c_{β}	0.935	0.96	0.939	0.944
$c_{co2,1}$	6.13×10^{-6}	4.2×10^{-6}	6.13×10^{-6}	5.48×10^{-6}
$c_{co2,2}$	2.35×10^{-4}	1.84×10^{-4}	2.4×10^{-4}	2.19×10^{-4}
$c_{pl,s}$	14.751	17.63	16.1	16.16
$c_{resp,3}$	3.163×10^{-7}	3.198×10^{-7}	3.188×10^{-7}	3.183×10^{-7}
C_{fw}	9.45	11.07	10.96	10.49

En las Figuras 10 a 15 se muestran las comparaciones entre la biomasa medida experimentalmente y las simulaciones obtenidas con los parámetros calibrados. Para el caso del espectro blanco (Figuras 10–12), se presentan los resultados de los experimentos, donde cada gráfico incluye la curva experimental y las simulaciones realizadas con los parámetros calibrados de E1, E2, E3 y el promedio de estos de acuerdo con la Tabla 4. De manera análoga, en las Figuras 13–15 se muestran los resultados correspondientes al espectro rosa, siguiendo la misma estructura comparativa de acuerdo con la Tabla 5. Esta organización permite evaluar el desempeño del modelo frente a diferentes conjuntos de parámetros calibrados, así como analizar la capacidad de generalización de los parámetros promedio frente a los obtenidos de manera individual.

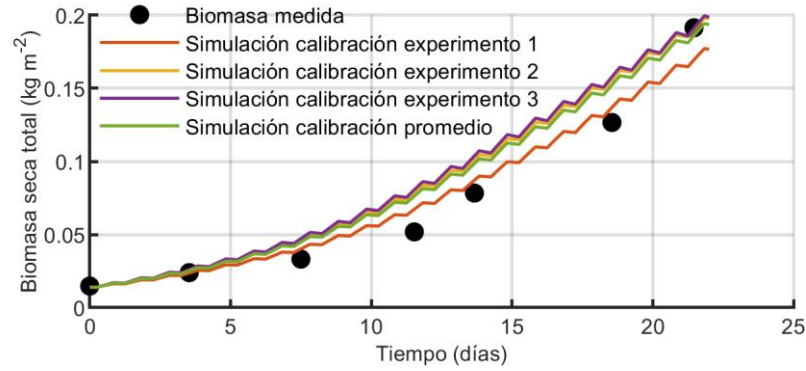


Figura 10. Biomasa medida y simulada en el Experimento 2 con lámparas blancas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.

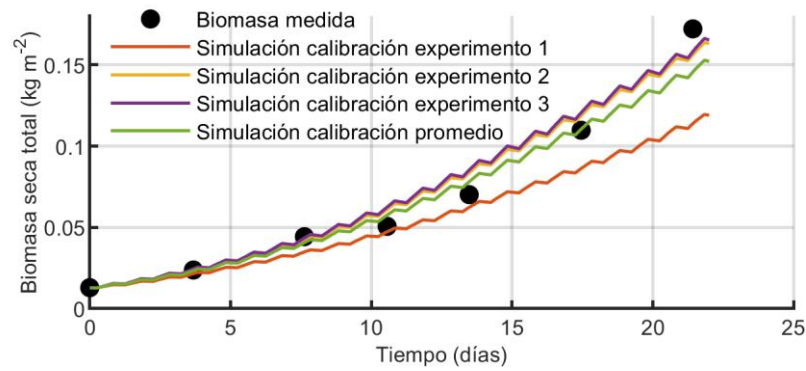


Figura 11. Biomasa medida y simulada en el Experimento 3 con lámparas blancas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.

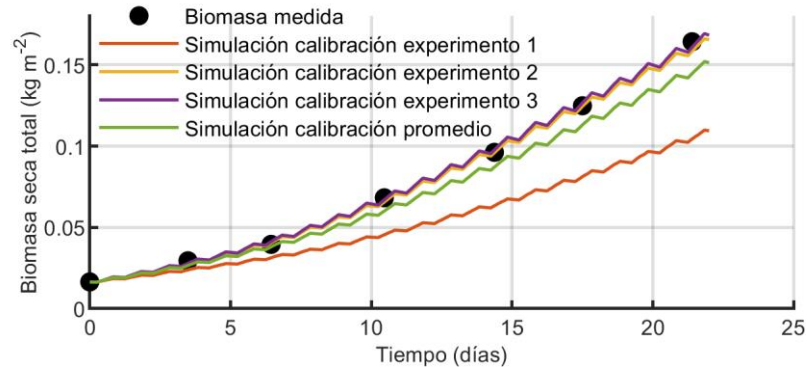


Figura 12. Biomasa medida y simulada en el Experimento 4 con lámparas blancas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.

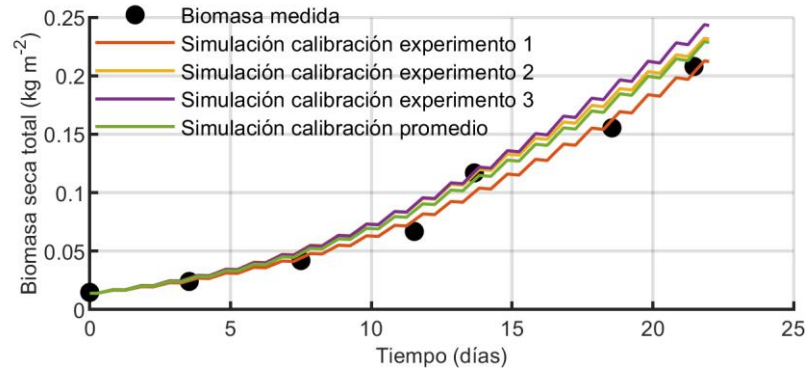


Figura 13. Biomasa medida y simulada en el Experimento 2 con lámparas rosas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.

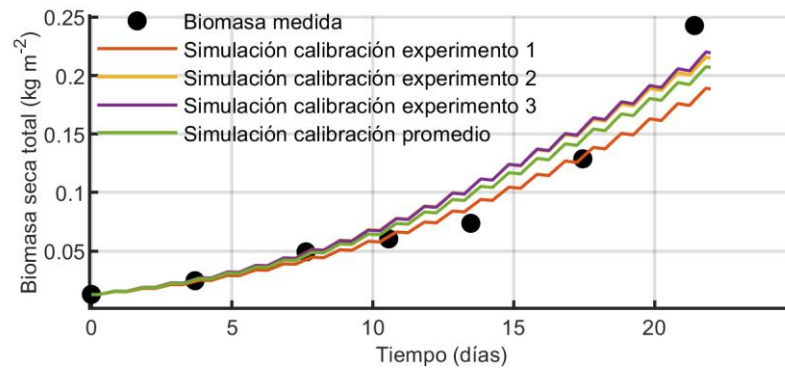


Figura 14. Biomasa medida y simulada en el Experimento 3 con lámparas rosas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.

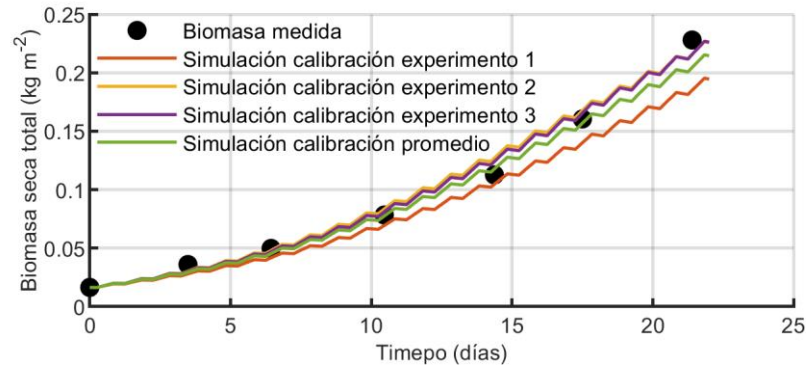


Figura 15. Biomasa medida y simulada en el Experimento 4 con lámparas rosas, utilizando parámetros calibrados de experimento 1, 2, 3 y el promedio.

Con el fin de evaluar la capacidad de generalización del modelo y analizar la consistencia de los parámetros obtenidos, se realizaron simulaciones utilizando, de manera independiente, los conjuntos de parámetros calibrados en cada experimento (E1, E2 y E3), así como el conjunto promedio derivado de estos.

Posteriormente, se calcularon los estadísticos de ajuste (RMSE, MRE y EF) para comparar el desempeño del modelo bajo ambos espectros lumínicos.

En las Cuadros 6 y 7 se presentan los resultados de ajuste obtenidos al emplear los parámetros de calibración de cada experimento y del promedio. Para el espectro blanco (Tabla 6), los parámetros del Experimento 3 mostraron el mejor desempeño global, con un RMSE promedio de 11.2, un MRE de 0.010 y un EF de 0.959, lo que indica que este conjunto representa de manera adecuada la dinámica observada. En particular, la calibración del E3 mantuvo valores de EF superiores a 0.90 en los tres escenarios (E1, E2 y E3), lo que confirma la consistencia del modelo.

Cuadro 4. Estadísticos de ajuste utilizando parámetros de calibración de E1, E2, E3 y su promedio CP (espectro blanco).

da promedio CI (espectro blanco).																			
		White		Parámetros CE1				Parámetros CE2				Parámetros CE3				Parámetros CP			
		E1	E2	E3	mean	E1	E2	E3	mean	E1	E2	E3	mean	E1	E2	E3	mean		
EF	MR	0.95	0.01	0.31	0.61	0.91	0.96	0.99	0.95	0.90	0.95	0.99	0.95	0.92	0.94	0.95	0.94		
SE	E	12.6	0.02	25.6	17.7	22.2	9.0	2.4	11.2	24.2	9.8	2.4	12.2	20.2	7.3	8.1	11.9		

En el caso del espectro rosa (Tabla 7), el conjunto promedio (CP) proporcionó el mejor ajuste general, con un RMSE promedio de 10.1, un MRE de 0.014 y un EF de 0.94, lo que sugiere que la combinación de información entre experimentos mejora la capacidad predictiva del modelo. Aunque los parámetros del Experimento 3 (CE3) también lograron un ajuste adecuado, su desempeño fue ligeramente inferior al del CP, con valores de EF aún superiores a 0.90 en los tres escenarios. En contraste, el conjunto promedio presentó un EF de 0.88 en el

escenario E2, lo que evidencia una menor capacidad de generalización en esa condición específica.

Cuadro 5. Estadísticos de ajuste utilizando parámetros de calibración E1, E2, E3 y su promedio CP (espectro rosa).

	Rosa	Parámetros CE1				Parámetros CE2				Parámetros CE3				Parámetros CP			
		E1	E2	E3	mean	E1	E2	E3	mean	E1	E2	E3	mean	E1	E2	E3	mean
RMSE		6.9	9.5	12.6	9.7	13.4	14.8	6.9	11.8	14.6	14.7	6.4	11.9	11.2	12.6	6.5	10.1
MRE		0.007	0.024	0.019	0.017	0.014	0.021	0.008	0.015	0.018	0.020	0.007	0.015	0.011	0.020	0.009	0.014
EF		0.985	0.805	0.897	0.896	0.961	0.895	0.985	0.948	0.945	0.906	0.989	0.947	0.973	0.886	0.977	0.946

Al comparar nuestros resultados con la literatura, se observa que no existen reportes previos sobre la calibración de modelos dinámicos aplicados a espinaca en fábricas de plantas con luz artificial. Los estudios disponibles en esta especie se han realizado en otros sistemas de cultivo, como el análisis de la temperatura radicular en NFT (Wang et al., 2022), los efectos del estrés hídrico y salino sobre el rendimiento (Ors & Suarez, 2017) o la construcción de datasets para ambientes interiores sin énfasis en modelación dinámica (Isaza et al., 2025). También se han desarrollado modelos empíricos para campo abierto, como el sistema SukuSuku Hourensou (Koyano & Kamada, 2022), aunque presentan limitaciones de precisión cuando las condiciones meteorológicas varían entre años, lo que resalta la ventaja de calibraciones bajo ambientes controlados.

En PFAL, la mayoría de las investigaciones recientes se han centrado en el efecto de la calidad e intensidad de la luz sobre la acumulación de biomasa y metabolitos funcionales, destacando la importancia de proporciones rojo: azul equilibradas (Le et al., 2025; Wang et al., 2020), así como el papel de la regulación del déficit de presión de vapor para mejorar la biomasa seca y la tasa

de crecimiento relativo en microgreens (Dzaky et al., 2024). Otros trabajos se han orientado hacia la optimización de espectros LED y niveles de integral de luz diaria (DLI) para maximizar la eficiencia energética y la calidad nutricional (Wang et al., 2021; Harada et al., 2020).

Hasta donde alcanza la revisión de la literatura, nuestros resultados constituyen la primera calibración de un modelo dinámico de espinaca en condiciones PFAL. En este sentido, este trabajo representa una contribución novedosa, al adaptar y validar el modelo de Van Henten de dos estados para esta especie bajo iluminación artificial. Esta aportación proporciona una herramienta de base fisiológica que fortalece la capacidad predictiva del modelo y abre nuevas posibilidades para el desarrollo de estrategias de control óptimo y la optimización de recursos en agricultura en ambientes controlados.

3.4. Conclusiones

El análisis de sensibilidad global aplicado al modelo dinámico de Van Henten de dos estados permitió identificar los parámetros más influyentes sobre la acumulación de biomasa seca estructural y no estructural. Los métodos utilizados (Sobol y coeficientes de regresión estandarizados) mostraron consistencia en el orden de importancia de los parámetros, lo que respalda la solidez del procedimiento para reducir la incertidumbre en la estimación de parámetros.

La calibración del modelo, realizada con los tres parámetros más influyentes, mostró un buen ajuste entre los valores simulados y los datos experimentales de espinaca cultivada en una MPFAL bajo espectros de luz blanca y rosa. Los estadísticos de validación (MRE, RMSE y EF) confirmaron la capacidad del modelo para reproducir de manera adecuada la dinámica de crecimiento en ambos tratamientos, con diferencias mínimas en los indicadores de desempeño. En conjunto, los resultados confirman que el modelo de dos estados mantiene una alta capacidad predictiva independientemente del espectro de iluminación, lo que refuerza su aplicabilidad en la optimización de sistemas de cultivo en ambientes controlados. Asimismo, la integración del análisis de sensibilidad y la calibración se consolida como una estrategia robusta para mejorar la representación de procesos fisiológicos en modelos dinámicos, aportando una

base sólida para futuras aplicaciones en control óptimo y gestión eficiente de recursos en sistemas hidropónicos y en instalaciones tipo PFAL.

Estos hallazgos proporcionan una base para integrar el modelo calibrado en estrategias de control óptimo y optimización energética en sistemas PFAL, contribuyendo al desarrollo de herramientas de apoyo para una producción más eficiente y sostenible en ambientes controlados.

3.5. Literatura citada

- Dzaky, G. A., Wibowo, A. P., & Hwang, H. (2024). Control of vapor pressure deficit (VPD) in micro-plant factory (McPF) to enhance spinach microgreens growth. *Agronomy*, 14(4), 990. <https://doi.org/10.3390/agronomy14040990>
- Harada, A., Ito, K., Takahashi, H., & Matsuda, R. (2020). Effects of daily light integral and LED spectrum on growth and nutritional quality of hydroponic spinach. *Scientia Horticulturae*, 272, 109563. <https://doi.org/10.1016/j.scienta.2020.109563>
- Isaza, J. F., Muñoz, L. A., & Sánchez, J. M. (2025). Spinach (*Spinacia oleracea* L.) growth model in indoor controlled environment using Agriculture 4.0. *Frontiers in Plant Science*, 16, 1532174. <https://doi.org/10.3389/fpls.2025.1532174>
- Koyano, T., & Kamada, M. (2022). Development of a system for predicting and simulating the growth of spinach (*Spinacia oleracea*). *Agricultural Information Research*, 31(1), 13–25. <https://doi.org/10.3173/air.31.13>
- Le, T. M., Sago, Y., Ibaraki, Y., Harada, K., Arai, K., Ishizaki, Y., Aoki, H., Abdelrahman, M., Kik, C., van Treuren, R., van Hintum, T., & Shigyo, M. (2025). Effect of LED irradiation with different red-to-blue light ratios on growth and functional compound accumulations in spinach (*Spinacia oleracea* L.) accessions and wild relatives. *Plants*, 14(5), 700.
- LI-COR Biosciences. (2022). Principles of radiation measurement (Rev. 3, 07/22) [Folleto técnico]. <https://licor.app.boxenterprise.net/s/liuswfvvtqn7e9loxaut>
- López-Cruz, I. L., Ramírez-Arias, A., & Rojano-Aguilar, A. (2005). Modelos matemáticos de hortalizas en invernadero: Trascendiendo la contemplación de la dinámica de cultivos. *Revista Chapingo Serie Horticultura*, 11(2), 257–267. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=60911211>
- López-Cruz, I. L., Salazar-Moreno, R., Rojano-Aguilar, A., & Ruiz-García, A. (2012). *Análisis de sensibilidad global de un modelo de lechugas (*Lactuca sativa* L.) cultivadas en invernadero*. *Agrociencia*, 46(4), 383–397.
- Marelli, S., Lamas, C., Konakli, K., Mylonas, C., Wiederkehr, P., & Sudret, B. (2024). UQLab user manual – Sensitivity analysis, Report UQLab-V2.1-106, Chair of Risk, Safety and Uncertainty Quantification, ETH Zurich, Switzerland.
- Moreno-Teruel, M. A., Molina-Aiz, F. D., Honore, M. N., Valera-Martínez, D. L., Baptista, F., & López-Martínez, A. (2025). Calibration and validation of a leaf net photosynthesis simulation model in greenhouses. *Acta Horticulturae*, 1425, 305–312. <https://doi.org/10.17660/ActaHortic.2025.1425.39>

- Ors, S., & Suarez, D. L. (2017). Spinach biomass yield and physiological response to salinity and irrigation method. *Agricultural Water Management*, 190, 31–41. <https://doi.org/10.1016/j.agwat.2017.05.007>
- Pianosi, F., Beven, K., Freer, J., Hall, J. W., Rougier, J., Stephenson, D. B., & Wagener, T. (2016). Sensitivity analysis of environmental models: A systematic review with practical workflow. *Environmental Modelling & Software*, 79, 214–232. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2016.02.008>
- Seginer, I., Buwalda, F., & van Straten, G. (1998). Nitrate concentration in greenhouse lettuce: A modeling study. *Acta Horticulturae*, 456, 189–197.
- Sweeney, D. G., Hand, D. W., Slack, G., & Thornley, J. H. M. (1981). Modelling the growth of winter lettuce. In D. A. Rose & D. A. Charles-Edwards (Eds.), *Mathematics in plant physiology* (pp. 217–229). Academic Press.
- Valábek, P., Vargan, J., and Paulen, R. 2025. Adaptive optimal control of lettuce growth in greenhouses using sensitivity-driven measurement collection. *IFAC-PapersOnLine* 59(6):516–521. doi:10.1016/j.ifacol.2025.07.198.
- Valencia-Islas, J. O., López-Cruz, I. L., Ruíz-García, A., Fitz-Rodríguez, E., & Ramírez-Arias, A. (2023). Global sensitivity and uncertainty analyses of a dynamic model for the biosystem lettuce (*Lactuca sativa* L.) crop-greenhouse. *Biosystems Engineering*, 236, 16–26. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2023.10.005>
- Van Henten, E.J. (1994). Greenhouse climate management: An optimal control approach. PhD thesis. Wageningen, The Netherlands: Wageningen University.
- Van Henten, E.J. (2003). Sensitivity analysis of an optimal control problem in greenhouse climate management. *Biosystems Engineering* 85(3), 355–364. [https://doi.org/10.1016/S1537-5110\(03\)00068-0](https://doi.org/10.1016/S1537-5110(03)00068-0)
- Vázquez-Cruz, M. A., Guzmán-Cruz, R., López-Cruz, I. L., Cornejo-Pérez, O., Torres-Pacheco, I., & Guevara-González, R. G. (2014). Global sensitivity analysis by means of EFAST and Sobol' methods and calibration of reduced state-variable TOMGRO model using genetic algorithms. *Computers and Electronics in Agriculture*, 100, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2013.10.006>
- Wallach, D., Makowski, D., Jones, J. W., & Brun, F. (2006). Working with dynamic crop models: evaluation, analysis, parameterization, and applications. Elsevier.
- Wallach, D., Makowski, D., Jones, J. W., & Brun, F. (2018). Working with dynamic crop models: methods, tools and examples for agriculture and environment. Academic press.
- Wang, Y., Xu, Z., & Jin, J. (2020). Optimization of artificial light for spinach growth in plant factory based on orthogonal test. *Acta Horticulturae*, 1271, 63–70. <https://doi.org/10.17660/ActaHortic.2020.1271.9>
- Wang, Y., Xu, Z., & Jin, J. (2021). Synergistic regulation of growth and quality in substrate-grown spinach by LED light quality and intensity in PFALs. *Frontiers in Plant Science*, 12, 679932. <https://doi.org/10.3389/fpls.2021.679932>
- Wang, Z., Li, M., He, D., & Niu, G. (2022). Root-zone temperature effects on growth and photosynthesis of hydroponically grown spinach. *HortScience*, 57(4), 532–538. <https://doi.org/10.21273/HORTSCI16126-21>

Xu, D., Ahmed, H. A., Tong, Y., Yang, Q., & van Willigenburg, L. G. (2021). Optimal control as a tool to investigate the profitability of a Chinese plant factory-lettuce production system. *Biosystems Engineering*, 208, 319-33

4. CONTROL ÓPTIMO MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS GRADIENTES Y ALGORITMOS METAHEURÍSTICOS DE LA INTENSIDAD DE LA ILUMINACIÓN LED EN UNA MINIFÁBRICA DE PLANTAS.

Resumen

El control óptimo se presenta como una herramienta eficaz para mejorar la eficiencia energética y económica de los sistemas de cultivo en ambientes controlados. En este estudio se aplicó un enfoque de control óptimo al sistema de iluminación LED en una minifábrica de plantas con iluminación artificial para el cultivo de espinaca, con el objetivo de minimizar el consumo energético y maximizar la ganancia económica durante un ciclo de 22 días y un fotoperiodo fijo de 16/8 h (luz/oscuridad). Se utilizó un modelo dinámico de dos estados basado en la formulación de Van Henten (1994), calibrado con datos experimentales obtenidos en una MPFAL de la Universidad Autónoma Chapingo. El problema de optimización se resolvió mediante tres enfoques: (i) un método indirecto de gradientes (Bryson & Ho, 1975), (ii) métodos directos metaheurísticos (PSO, DE y GWO), y (iii) un método híbrido que combina ambos. Los resultados mostraron que los métodos híbridos fueron los más eficientes, alcanzando una ganancia máxima de 293 MXN·m⁻² y generando trayectorias suaves y fisiológicamente viables. En el escenario de minimización del consumo energético, estas mismas estrategias lograron reducir el uso total de electricidad a 52.9 kWh·m⁻², constituyendo el mejor desempeño entre todos los métodos evaluados. Por su parte, los algoritmos metaheurísticos presentaron un desempeño robusto, con ganancias promedio de 258 MXN·m⁻² en el caso de maximización económica y un consumo energético de 54.5 kWh·m⁻² en el escenario de minimización. En contraste, el método de los gradientes evidenció alta sensibilidad a las trayectorias iniciales y una tendencia a converger hacia mínimos locales. Los resultados confirman la viabilidad del control óptimo y de sus variantes híbridas como estrategias avanzadas para optimizar la iluminación LED en sistemas MPFAL, reduciendo el consumo energético y mejorando la rentabilidad del cultivo de espinaca.

Palabras clave: modelo matemático, optimización económica, iluminación LED, espinaca, MPFAL, consumo energético.

4.1. Introducción

La agricultura en ambientes controlados se ha consolidado como una alternativa estratégica para garantizar la producción constante y de alta calidad, pero enfrenta el desafío de optimizar el uso energético, particularmente el asociado a la iluminación LED. En cultivos de hoja como la espinaca (*Spinacia oleracea* L.), la intensidad luminosa y el fotoperiodo influyen directamente en la fotosíntesis y la acumulación de biomasa, por lo que definir estrategias de iluminación eficientes representa un problema de gran relevancia práctica (Cai et al., 2025; Chun et al., 2001; Bantis et al., 2020).

La teoría del control óptimo proporciona un marco matemático para determinar trayectorias de control $u(t)$ que optimizan un desempeño (económico o energético) sujeto a las ecuaciones dinámicas del cultivo. En la literatura se distinguen dos enfoques principales: los métodos indirectos, basados en el Principio del Máximo de Pontryagin (PMP), y los métodos directos, que discretizan los estados y controles para convertir el problema en uno de optimización no lineal (Bryson & Ho, 1975; Biral et al., 2016).

El método numérico de los gradientes se caracteriza por su bajo costo computacional, aunque es sensible a las trayectorias iniciales. Por otro lado, los métodos metaheurísticos ofrecen una búsqueda global más robusta en sistemas multimodales. Entre los más destacados se encuentran Particle Swarm Optimization (PSO), Differential Evolution (DE) y Grey Wolf Optimizer (GWO), ampliamente aplicados en problemas de ingeniería y modelación biológica (Agrawal et al., 2021; Tomar et al., 2023).

Los recientes avances en optimización y control inteligente de las fábricas de plantas con iluminación artificial (PFAL) evidencian una tendencia hacia la integración de modelos fisiológicos con algoritmos computacionales para mejorar la eficiencia energética y económica. Xu et al. (2021) optimizaron la rentabilidad del cultivo de lechuga en China mediante un modelo dinámico y un método de colocación pseudospectral, obteniendo beneficios de hasta $264.9 \text{ RMB} \cdot \text{m}^{-2}$.

En línea con ello, Wang et al. (2023) implementaron un control retroalimentado en una PFAL basado en un modelo predictivo de la tasa fotosintética (LSSVM-MOCC), logrando un aumento del 38.7% en el rendimiento de lechuga y menor consumo energético manteniendo las condiciones óptimas de temperatura, CO₂ y densidad de flujo fotónico fotosintético (PPFD).}

Así mismo, Lork et al. (2020) optimizaron el control de la iluminación LED en el cultivo de lechuga mediante un algoritmo genético basado en un modelo de crecimiento y precios eléctricos dinámicos, logrando ahorros energéticos del 40–52% y un incremento del 6% en el área foliar. Padmanabha et al. (2020) implementaron un control predictivo basado en modelo (MPC) en una unidad de producción de lechuga, logrando mantener las condiciones óptimas de temperatura y CO₂ frente a variaciones ambientales.

Modelos como el de Amirshakari & Fakhroleslam (2025), que integra variables del microclima, la fisiología del cultivo y el balance energético, muestran que las condiciones de iluminación influyen simultáneamente en la planta y en el ambiente interno de la PFAL. Por otro lado, la investigación de Jin et al. (2023) evalúa experimentalmente cómo diferentes trayectorias de luz afectan el y la acumulación de biomasa de la lechuga a lo largo del ciclo de cultivo.

Revisiones recientes (Wang, 2023; Lozano-Castellanos et al., 2025) confirman que el control óptimo, la inteligencia artificial y el IoT son tecnologías clave para avanzar hacia una gestión energética sostenible en PFAL. Wang (2023) aplica una optimización dinámica mediante un algoritmo de control multiobjetivo acoplado a un modelo predictivo de fotosíntesis, logrando mantener parámetros como temperatura, CO₂ y una densidad de flujo fotónico fotosintético PPFD dentro de intervalos óptimos con alta precisión, reduciendo el uso innecesario de los actuadores. Por su parte, Lozano-Castellanos et al. (2025) muestran que tecnologías como IA, IoT y simuladores permiten mejorar la eficiencia energética y la automatización del sistema, sentando las bases para futuras estrategias de optimización inteligente.

El objetivo del presente estudio fue optimizar el desempeño energético del sistema de iluminación LED en una MPFAL para la producción de espinaca,

mediante la determinación de trayectorias de control que minimicen el consumo energético y maximicen la ganancia económica. Se implementó un modelo dinámico de dos estados para el cultivo y se resolvieron ambos problemas de control con métodos indirectos, metaheurísticos e híbridos, comparando su desempeño numérico y fisiológico.

4.2. Materiales y métodos

4.2.1. Descripción del experimento

El experimento se llevó a cabo en una minifábrica de plantas con luz artificial (MPFAL) instalada en la Universidad Autónoma Chapingo, México. Se diseñó y construyó un sistema de cultivo vertical de cuatro niveles de crecimiento, cada uno con dimensiones de 1.33 m de largo, 0.91 m de ancho y 0.45 m de altura. En cada nivel se instalaron cinco tubos de PVC para la recirculación de la solución nutritiva mediante la técnica de película nutritiva (NFT), con una capacidad de 55 plantas por nivel.

Las plantas de espinaca (*Spinacia oleracea* L., variedad Flamingo) fueron establecidas en cubos de espuma fenólica, utilizados como medio de crecimiento y soporte radicular. Se realizaron tres ciclos de cultivo, con trasplante de plántulas a los 21 días después de la germinación y un periodo de crecimiento de 22 días. La densidad de plantación fue de 45.45 plantas m⁻², y se empleó la solución nutritiva de Hoagland y Arnon (1950), manteniendo el pH entre 5.5 y 6.5.

Las condiciones ambientales y de la solución nutritiva se midieron de forma continua mediante un sistema de sensores conectados a una unidad de registro automatizada (Raspberry pi 4, modelo B+, Reino Unido). La temperatura del aire y la humedad relativa se registraron con un sensor DHT22 (Aosong Electronics Co., China). El pH, el oxígeno disuelto y la conductividad eléctrica de la solución nutritiva se midieron con sensores EZO-pH, EZO-Dissolved Oxygen y EZO-Conductivity K 1.0, respectivamente (Atlas Scientific, EE. UU.). La concentración de CO₂ se midió con el sensor EZO-CO₂ (Atlas Scientific, EE. UU.). Los datos se adquirieron cada 10 s, se promediaron y almacenaron a intervalos de 1 min.

El fotoperiodo del cultivo se estableció en 14 h de luz y 10 h de oscuridad, y fue controlado automáticamente mediante interruptores Wi-Fi (MCCNB03X, China).

La temperatura ambiente se reguló mediante un extractor controlado con un ITC-608T (Inkbird, China), activándose cuando la temperatura alcanzó los 26 °C. El riego se programó en ciclos de 20 min encendido y 20 min apagado, activo únicamente durante los periodos de iluminación.

Se evaluó un tratamiento de iluminación LED con espectro rosa (Barrina modelo T8 INWT80421265Ec, Barrina, EE. UU.), con una densidad de flujo fotónico fotosintético (PPFD) de $302 \mu\text{mol m}^{-2} \text{s}^{-1}$, equivalente a $63 \text{ W[PAR]}\cdot\text{m}^{-2}$. La intensidad luminosa se determinó con un sensor MQ-610 (Apogee Instruments, Logan, Utah, EE. UU.), y la conversión a W [PAR] m^{-2} se realizó según el procedimiento descrito por LI-COR Biosciences (2022). La Figura 1 muestra la distribución espectral de las lámparas utilizadas.

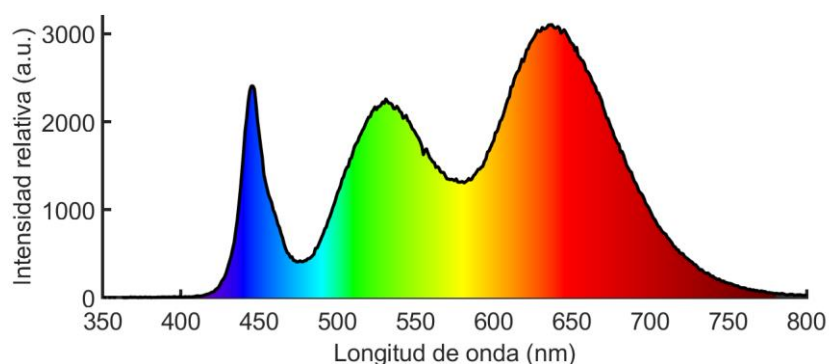


Figura 1. Distribución espectral de las lámparas LED de sistema de iluminación utilizado en la MPFAL.

En cada ciclo de cultivo se realizaron siete muestreos destructivos de cinco plantas por cada nivel de crecimiento, distribuidos a lo largo del periodo de crecimiento. En cada muestreo se determinaron el peso fresco de hojas y raíces, la altura de planta y el área foliar. Las muestras se secaron en una estufa de aire forzado a 65 °C durante 72 h para determinar el peso seco de las muestras y la biomasa seca total (kg m^{-2}).

4.2.2. Modelo dinámico del crecimiento de espinaca

El crecimiento de espinaca en condiciones de iluminación artificial fue simulado mediante un modelo dinámico de dos estados basado en la formulación de Van Henten (1994) y adaptado para sistemas tipo PFAL. En este modelo, la planta se representa mediante dos compartimentos fisiológicos: biomasa seca (X_s , kg m^{-2})

y biomasa seca no estructural (X_n , kg m⁻²) cuya suma corresponde a la biomasa total (X_t , kg m⁻²).

Ecuaciones del modelo matemático

La dinámica de la biomasa no estructural se describe con la ecuación diferencial:

$$\frac{dX_n}{dt} = c_\alpha \varphi_{phot,c} - \frac{C_{gr} X_n X_s}{X_s + X_n} 1.6^{(0.1 U_T - 2)} - C_{resp,3} X_s 2^{(0.1 U_T - 2.5)} \quad (1)$$

La tasa de fotosíntesis bruta $\varphi_{phot,c}$ (kg[CO₂] m⁻² s⁻¹) se calcula como la siguiente ecuación adaptada por Xu et al (2021) para una PFAL:

$$\varphi_{phot,c} = (1 - e^{-C_{pl,s} X_s}) \frac{C_{led,phot} U_{LED} (-c_{co2,1} U_T^2 + c_{co2,2} X_T - c_{co2,3})(U_c - c_r)}{C_{led,phot} U_{LED} + (-c_{co2,1} U_T^2 + c_{co2,2} X_T - c_{co2,3})(U_c - c_r)} \quad (2)$$

donde U_{LED} representa la intensidad controlable de luz LED [W(PAR) m⁻²], U_T la temperatura del aire (°C) y U_c la concentración de CO₂ (kg m⁻³).

La tasa de cambio de la biomasa estructural se describe mediante la ecuación diferencial:

$$\frac{dX_s}{dt} = \frac{C_{r,gr,max} X_n X_s}{X_s + X_n} 1.6^{(0.1 U_T - 2)} \quad (3)$$

Los parámetros $C_{co2,1}$ (m s⁻¹ °C⁻²), $C_{co2,2}$ (m s⁻¹ °C⁻¹) y $C_{co2,3}$ (m s⁻¹) modelan el efecto de la temperatura sobre la difusión del CO₂ en las hojas, $C_{led,phot}$ (kg J[PAR]⁻¹) es la eficiencia de uso de luz LED, $C_{pl,s}$ (m² kg⁻¹) representa el área foliar efectiva por unidad de biomasa, $C_{resp,3}$ (adim.) la tasa de respiración de mantenimiento, y $C_{r,gr,max}$ (admin.) la tasa máxima de crecimiento relativo. El parámetro relación de crecimiento C_{gr} (s⁻¹) se define como:

$$C_{gr} = \frac{C_{r,gr,max}}{c_\beta} \quad (4)$$

donde c_β (adim.) es un factor de conversión fotosintética.

Calibración del modelo de crecimiento del cultivo

Los valores nominales de los parámetros fisiológicos se establecieron a partir de los valores reportados en la literatura. Estos se utilizaron para llevar a cabo la calibración del modelo (datos no reportados), en la cual se aplicó el algoritmo de Evolución Diferencial clásico (DE/rand/1/bin). Para esto se emplearon datos experimentales de tres ciclos de cultivo de espinacas bajo un espectro LED rosa. El conjunto de parámetros que presentó el mejor ajuste estadístico (RMSE= 11.9,

MRE=0.015 y EF=0.947) correspondió al experimento 3 bajo iluminación rosa, cuyos valores fueron adoptados como referencia para el presente estudio (Cuadro 1).

Cuadro 1. Parámetros nominales y calibrados del modelo de Van Henten de dos estados para el cultivo de espinaca.

Símbolo	Valor nominal	Referencia
c_{α}	0.68	Van Henten (1994)
c_{β}	0.939	Experimental
$c_{co2,1}$	6.13×10^{-6}	Experimental
$c_{co2,2}$	2.40×10^{-4}	Experimental
$c_{co2,3}$	6.29×10^{-4}	Xu et al. (2021)
c_{Γ}	5.2×10^{-5}	Van Henten (1994)
$c_{r,gr,max}$	5×10^{-6}	Van Henten (1994)
$c_{pl,s}$	16.10	Experimental
$c_{resp,3}$	3.188×10^{-7}	Experimental
$c_{led,phot}$	23.4×10^{-9}	Experimental

4.2.3. Planteamiento del problema de control óptimo

4.2.3.1. Formulación del problema de control óptimo

El objetivo de los problemas de control óptimo fue determinar la trayectoria temporal de la intensidad de luz LED $u(t)$ durante un ciclo de 22 días, sujeto a las ecuaciones dinámicas del modelo de dos estados descritas en la Sección 2.2.1. En particular, se formularon dos problemas independientes: el primero a maximizar la ganancia económica neta y el segundo orientado a minimizar el consumo energético del sistema de iluminación LED. Para analizar la influencia de las trayectorias iniciales de la variable de control sobre la convergencia del método basado en gradientes, se evaluaron cuatro configuraciones de la trayectoria de control $u(t)$: una creciente ($40 \rightarrow 63 \text{ W[PAR]}\cdot\text{m}^{-2}$), una decreciente ($63 \rightarrow 40 \text{ W[PAR]}\cdot\text{m}^{-2}$), y una constante ($63 \text{ W[PAR]}\cdot\text{m}^{-2}$ durante todo el ciclo) (Figura 2).

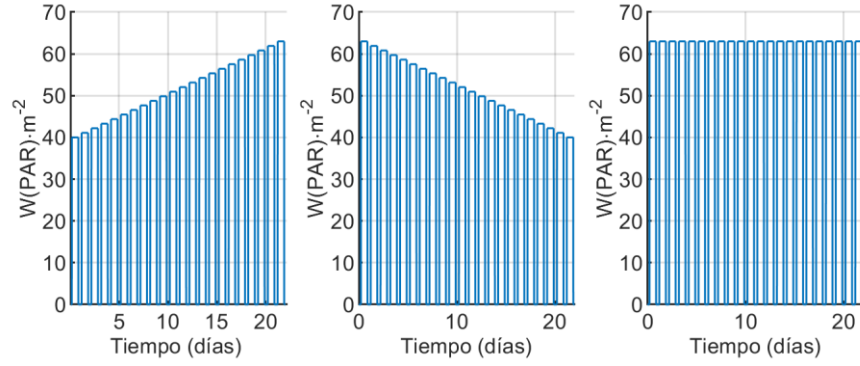


Figura 2. Trayectorias iniciales del control en la optimización basada en gradientes: (a) creciente, (b) decreciente y (c) constante.

Como restricciones del sistema en el planteamiento del control óptimo, se consideró que la biomasa total inicial es fija ($X_T(t_0) = 0.01645 \text{ [kg m}^2\text{]}$) y la biomasa total final también es fija ($X_T(t_f) = 0.2279 \text{ [kg m}^2\text{]}$). El tiempo final se estableció en $t_f = 22$ días. La trayectoria del control correspondiente a la intensidad de la luz LED se restringió dentro del intervalo $0 \leq U_{LED}(t) \leq 63 \text{ W[PAR]·m}^{-2}$. Asimismo, los valores iniciales de los estados: biomasa seca estructural inicial se fijó como el 75% de la biomasa seca total ($X_s(t_0) = 0.75 X_T(t_0) \text{ [kg m}^2\text{]}$), mientras que la biomasa seca no estructural inicial correspondió al 25% restante ($X_n(t_0) = 0.25 X_T(t_0) \text{ [kg m}^2\text{]}$). Finalmente, se estableció un fotoperiodo diario de 16 horas de luz y 8 horas de oscuridad. Se plantearon dos índices de desempeño para resolver el problema de control óptimo: (a) la maximización de la ganancia económica y (b) la minimización del consumo energético.

4.2.3.2. Caso 1: Maximización de la ganancia económica

En el primer escenario se formuló la maximización de la ganancia económica total por metro cuadrado de producción, expresada como:

$$J = P_{fw}C_{fw} \left(X_t(t_f) \right) - \int_{t_0}^{t_f} \left(C_{fix} + \frac{C_{energy}}{C_{units}C_{trans}} U(t) * w(t) \right) dt \quad (5)$$

Los parámetros económicos y energéticos se definieron para representar los costos y conversiones asociados al sistema de iluminación LED y a la producción de espinaca fresca en la MPFAL.

El parámetro P_{fw} (MNX kg⁻¹) corresponde al precio de venta por kilogramo de espinaca fresca. Este se estimó a partir del precio promedio de 18 paquetes comerciales adquiridos en supermercados locales con condiciones de calidad similares a las obtenidas en la MPFAL, resultando un valor de $P_{fw} = 278.0$ (MNX kg⁻¹).

El factor de conversión de biomasa seca a biomasa fresca $C_{fw} = 10.96$ (adim.) se determinó experimentalmente a partir de tres ensayos independientes con siete muestreos y cinco plantas por fecha.

El valor objetivo de biomasa seca final se estableció como fijo con un valor de $X_t(t_f) = 0.2279$ (kg m⁻²), que corresponde al valor máximo observado en los experimentos de calibración.

El costo energético unitario de la electricidad se tomó como $C_{energy} = 4.028$ (MNX kWh⁻¹), basado en la tarifa PDBT (Pequeña Demanda en Baja Tensión) vigente en septiembre de 2025 para la zona Valle de México (Texcoco, Edo. de México).

La eficiencia de conversión eléctrica a radiación fotosintéticamente activa (PAR) se definió como $C_{trans} = 0.29$, calculada experimentalmente como la razón entre la potencia PAR incidente sobre el dosel y la potencia eléctrica total por unidad de área. Este procedimiento sigue la metodología de Xu et al. (2021), quienes determinaron la eficiencia de transferencia eléctrica a PAR para sistemas LED en fábricas de plantas. El parámetro $C_{units} = 3.6 \times 10^6$ (J kWh⁻¹) se empleó como factor de conversión de unidades para garantizar la coherencia dimensional en los cálculos. El factor $w(t)$ actúa como un factor de penalización temporal que modula el costo energético del sistema en función del fotoperiodo. Finalmente, C_{fix} representa la suma de los costos fijos prorrateados (mantenimiento, nutrientes, agua, y operación) durante el periodo de crecimiento de la espinaca dentro de la MPFAL (Cuadro 2).

Cuadro 2. Costos fijos (C_{fix}) del sistema de producción de espinaca en la MPFAL considerados en el problema de optimización económica.

Concepto	Costo unitario	Total, en ciclo MPFAL (22 días)	Descripción
Costo fijo de energía eléctrica	46.68 (MXN/mes)	34.2 (MXN/22 días)	Cargo fijo establecido por la Comisión Federal de Electricidad (CFE) correspondiente al contrato de suministro mensual de energía.
Costo plántulas	4.0 (MXN/unidad)	181.8 (MXN/45.45 plantas m ²)	Costo de adquisición de plántulas determinado con base en la densidad de unidades de crecimiento por metro cuadrado. 50 L)
Costo de fertilizantes (solución nutritiva)	30.9 (MXN/1000 L)	1.5 (MXN/50 L)	Costo promedio de la solución nutritiva (SN) considerando un consumo de 200 L por los cuatro niveles de cultivo. La formulación de la SN se optimizó mediante una función de minimización del costo total por m ³ .
TOTAL		217.5 MXN	Costo fijo total correspondiente al ciclo de 22 días

4.2.3.3. Caso 2: Minimización del consumo energético

El segundo escenario consistió en minimizar el consumo acumulado de energía eléctrica empleada en la iluminación LED, expresado por la siguiente funcional:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} U(t) * k_{LED} * w(t) dt \quad (6)$$

Este planteamiento incorpora una penalización $w(t)$ que obliga a respetar periodos de oscuridad y limita el fotoperiodo a un máximo de 16 horas, dado que exposiciones más prolongadas sin intervalos mínimos de oscuridad podrían inducir respuestas de floración no contempladas en el modelo de crecimiento. El parámetro $k_{LED} = 1/C_{units}C_{trans}$ es un factor de conversión de unidades a $kWh m^{-2}$

4.2.4. Método indirecto

La resolución del problema de control óptimo se realizó mediante el método de gradientes, basado en el principio del máximo de Pontryagin y formulado según

el enfoque propuesto por Bryson & Ho (1975). Este enfoque permite determinar la trayectoria óptima del control a partir del análisis de las condiciones de optimalidad y la integración simultánea de las ecuaciones de estado y coestado. El problema de control óptimo se resolvió para un periodo de 22 días, que corresponde al ciclo de cultivo típico en una MPFAL. La temperatura del aire se consideró constante durante el día y la noche, con valores de 26.4 °C y 22.7 °C, respectivamente, de acuerdo con las mediciones promedio registradas experimentalmente. La concentración de dióxido de carbono (CO₂) se fijó en $7.2 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-3}$, manteniéndose constante durante todo el periodo de simulación. La intensidad de la radiación fotosintéticamente activa (U_{LED}) se consideró como la variable de control, con un rango operativo entre 0 y 63 W[PAR] m⁻², equivalente a 302 μmol m⁻² s⁻¹.

Como trayectoria inicial para la variable de control, se empleó una trayectoria lineal creciente desde 40 hasta 63 W [PAR] m⁻², durante las etapas preliminares de calibración para evaluar el efecto de distintos pesos de penalización y configuraciones de fotoperiodo. Esta señal se utilizó como referencia y permitió ajustar los parámetros del modelo y de la funcional antes de ejecutar las simulaciones finales con los algoritmos de optimización. Adicionalmente, se evaluaron diferentes configuraciones de fotoperiodo, con el objetivo de analizar su efecto sobre las trayectorias óptimas y el desempeño energético del sistema. Se evaluaron tres combinaciones de horas luz/oscuridad: 14/10, 15/9 y 16/8 h. La última es considerada como el límite fisiológico superior de exposición luminosa continua para el cultivo de espinaca (Bantis et al., 2020, Chun et al., 2001). Para cada fotoperiodo, se aplicó una función sigmoïdal de penalización $w(t)$ en el índice de desempeño, definida como:

$$w(t) = 1 + \alpha [\sigma(t - t_{on})\sigma(t_{off} - t)] \quad (7)$$

donde $\sigma(z) = \left(1 / (1 + e^{-\frac{z}{\tau}})\right)$ es una función logística que suaviza los límites de encendido t_{on} y apagado t_{off} del fotoperiodo, mientras que α representa el coeficiente de penalización nocturna, y τ controla la pendiente de la transición (suavidad temporal). Durante las horas de iluminación, el producto $\sigma(t -$

$t_{on})\sigma(t_{off} - t)$ toma valores cercanos a cero, lo que hace que $w(t)$ tome el valor de uno ($w(t) \approx 1$), que implica ausencia de penalización. En cambio, durante el periodo nocturno, dicho producto tiende a uno y $w(t)$ se incrementa hasta $1 + \alpha$, aumentando el costo energético y forzando al optimizador a reducir la intensidad de control $u(t)$ hacia valores mínimos. Este enfoque asegura una transición continua y diferenciable entre los periodos diurnos y nocturnos, evitando discontinuidades no fisiológicas en la trayectoria de control (Figura 3).

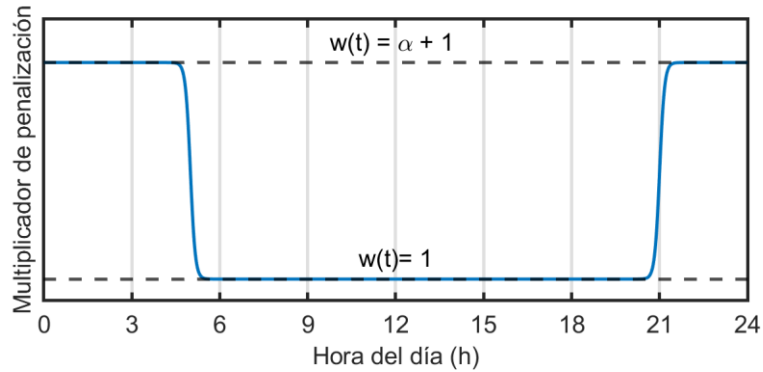


Figura 3. Función de penalización temporal aplicada para imponer el fotoperiodo.

Con el fin de analizar la sensibilidad de la función de penalización, se evaluaron diferentes valores del coeficiente de penalización α . Para el problema de maximización de la ganancia económica se probaron los valores 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 1200, 1500, 3000, 5000. En el caso de minimización del consumo energético se consideraron valores arbitrarios de hasta 50 000. Adicionalmente, en ambos escenarios se incluyó un caso base sin penalización para efectos de comparación. Esto permitió observar el comportamiento del optimizador ante distintos niveles de restricción nocturna y la forma resultante de $u(t)$ en cada caso.

Las simulaciones se realizaron mediante el método de los gradientes (Bryson & Ho, 1975), configurando los parámetros numéricos con un tamaño de paso de 0.002, un máximo de 3000 iteraciones, y tolerancia relativa de 1×10^{-8} y tolerancia absoluta = 1×10^{-6} .

4.2.5. Métodos directos

En el caso de la aplicación de métodos metaheurísticos para resolver los problemas de control óptimo, en este trabajo se emplearon tres algoritmos de optimización: PSO, DE y GWO. En este enfoque, la variable de control $u(t)$, correspondiente a la intensidad de la radiación fotosintéticamente activa de las lámparas LED ($W[PAR] \cdot m^{-2}$), se aproximó mediante una función constante a tramos. El horizonte de simulación fue de 22 días, que se dividió en 22 intervalos de un día cada uno. Para cada día, se optimizó un único valor de intensidad U_{LED} , de modo que durante las horas del fotoperiodo la intensidad se mantuvo constante, mientras que en las horas restantes se fijó $U_{LED} = 0$ por construcción. De esta forma, los algoritmos metaheurísticos operaron sobre un vector de 22 variables de decisión (una por día). Aunque el modelo se integró numéricamente con un paso de 60 s, la estructura del control se mantuvo constante dentro de cada intervalo diario de luz.

Se resolvieron los dos problemas de control óptimo (i) la maximización de la ganancia económica I , y (ii) la minimización del consumo energético asociado a la trayectoria de control $u(t)$. Todas las optimizaciones se programaron en MATLAB (versión 2024a), utilizando poblaciones iniciales generadas aleatoriamente dentro de los límites de decisión establecidos. En todos los casos, las simulaciones se desarrollaron bajo las mismas condiciones experimentales: horizonte temporal de 22 días, paso de integración de 60 s, y fotoperiodo fijo de 16/8 h (luz/oscuridad, 05:00–21:00).

En el algoritmo PSO, cada partícula actualizó su posición y velocidad en función de su mejor experiencia individual (pbest) y de la mejor solución global (gbest), aplicando un decaimiento lineal del factor de inercia de 0.9 a 0.4, con coeficientes cognitivo y social fijos de 1.6. La velocidad máxima se limitó al 25 % del rango de búsqueda, y las soluciones que excedieron los límites fueron corregidas mediante una condición de frontera reflectiva. El algoritmo se ejecutó con una población de 110 partículas, durante 1500 iteraciones y 10 ejecuciones independientes. Se usaron semillas aleatorias tipo shuffle para evitar convergencias prematuras.

La implementación del algoritmo DE se realizó sobre el mismo vector de decisión correspondiente a la intensidad diaria promedio. Se utilizó una población de 110

individuos, un máximo de 1500 iteraciones, factor de mutación $F = 0.5$, tasa de cruzamiento $CR = 0.9$ y la estrategia DE/rand/1/bin (strategy = 7), con un criterio de convergencia de 10^{-6} . Se realizaron 10 ejecuciones independientes con semillas generadas mediante el método *Twister*, seleccionando la mejor solución en función del valor mínimo del funcional J .

El algoritmo GWO modeló el comportamiento jerárquico de caza de los lobos α , β y δ sobre el mismo espacio de búsqueda, con una población de 110 individuos y 1500 iteraciones. El coeficiente de control a decreció linealmente de 2 a 0 a lo largo del proceso de optimización, permitiendo una transición gradual desde la fase exploratoria hacia una fase de explotación más localizada. Al igual que en los otros métodos, se realizaron 10 ejecuciones independientes, seleccionando la trayectoria $u(t)$ correspondiente al menor valor de la función objetivo.

Los parámetros de configuración empleados en cada algoritmo se resumen en el Cuadro 3. Dichos valores fueron ajustados para garantizar la estabilidad numérica, la velocidad de convergencia y la eficiencia del proceso de optimización, asegurando condiciones homogéneas para la comparación del desempeño entre los tres métodos.

Cuadro 3. Parámetros de configuración de los algoritmos metaheurísticos.

Parámetro	PSO	DE	GWO
Tamaño de población	110	110	110
Iteraciones	1500	1500	1500
Repeticiones	10	10	10
Factor de inercia	0.9->0.4	-----	-----
Coeficiente cognitivo	1.6	-----	-----
Coeficiente social	1.6	-----	-----
Factor de Mutación	-----	0.5	-----
Tasa de cruzamiento	-----	0.5	-----
Coeficiente de control lineal			2->0
Criterio de convergencia	1e-6	1e-6	1e-6
Tolerancia de biomasa	1e-4	1e-4	1e-4

4.2.6. Métodos híbridos

Para evitar la convergencia hacia mínimos locales, el método de los gradientes se complementó mediante la utilización de trayectorias iniciales generadas por algoritmos metaheurísticos, específicamente PSO, DE y GWO. Esta estrategia

híbrida integró la capacidad exploratoria global de los algoritmos poblacionales con la precisión local del método de los gradientes.

4.3. Resultados y discusión

4.3.1. Penalización y fotoperiodo

Previo a la resolución de los dos escenarios del problema de control óptimo, se realizaron pruebas exploratorias para evaluar el efecto del coeficiente de penalización (α) y el fotoperiodo diario sobre la estabilidad y factibilidad del método de los gradientes. Se analizaron distintos valores de α , incluyendo un caso sin penalización. Los resultados mostraron que las trayectorias obtenidas con valores de $\alpha < 5000$ y sin penalización presentaron periodos sin oscuridad completa, manteniendo valores de $u(t)$ distintos de cero durante la noche (Figura 4). En cambio, valores altos $\alpha \geq 5000$ generaron transiciones suaves y una reducción completa de la intensidad luminosa en el periodo nocturno p en el escenario de maximización de ganancia. Para el caso de minimización del consumo energético, valores inferiores a $\alpha < 50000$ presentan fotoperiodos superiores a las 16 horas.

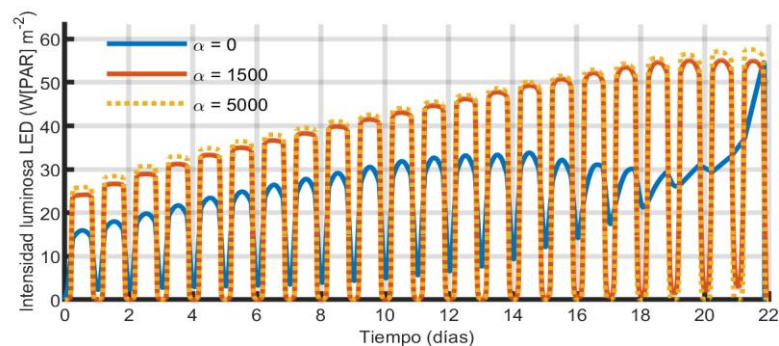


Figura 4. Efecto del coeficiente de penalización α sobre las trayectorias óptimas de luz en el escenario de maximización de la ganancia económica.

Se evaluaron tres fotoperiodos (14/10, 15/9 y 16/8 h luz/oscuridad) para analizar su influencia en la trayectoria óptima de control (Figura 5). En el fotoperiodo de 14/10 h, la intensidad luminosa se mantuvo cercana al máximo durante todo el ciclo, indicando que un periodo corto de luz requiere radiación continua para alcanzar la biomasa objetivo. En contraste, los fotoperiodos de 15/9 y 16/8 h

mostraron trayectorias con incrementos graduales, logrando mayor flexibilidad en la distribución diaria de energía.

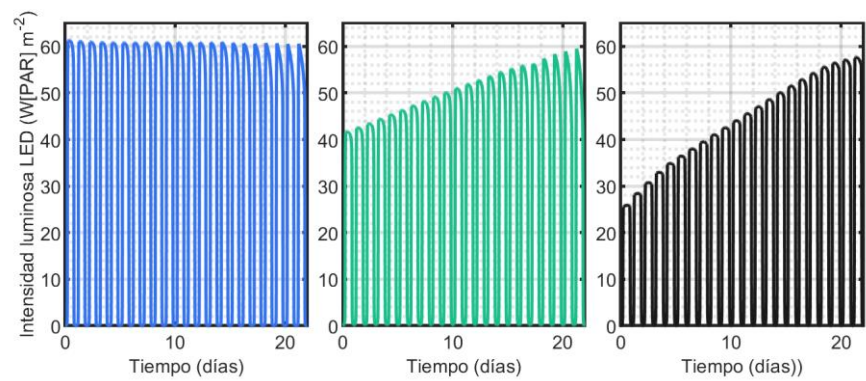


Figura 5. Comportamiento de la trayectoria de la intensidad de la luz aplicando diferentes configuraciones de fotoperiodo (14/10, 15/9 y 16/8 h luz/oscuridad).

Aunque los tres tratamientos alcanzaron la biomasa final establecida, los fotoperiodos más largos redujeron el consumo energético total, ya que una mayor duración de luz favorece la acumulación de biomasa y disminuye las pérdidas por respiración. El fotoperiodo de 16/8 h presentó el mejor desempeño global, con mayor ganancia económica y menor consumo energético, seguido por 15/9 h, mientras que 14/10 h fue el menos eficiente (Cuadro 4).

Cuadro 4. Comparación de las configuraciones de fotoperiodo en el escenario de maximización económica.

Fotoperiodo luz / h noche)	Biomasa final (Kgm ⁻²)	Consumo energético total de las lámparas LED (kWh m ⁻²)	Costo energético + fijos (MXN m ⁻²)	Ganancia neta (MXN m ⁻²)
14/10	0.2279	61.791	466.40	227.99
15/9	0.2279	55.074	439.34	255.04
16/8	0.2279	51.895	426.53	267.84

Estudios como el de Kim et al. (2000) y Chun et al. (2001) señalan que un fotoperiodo de 16/8 h es el límite superior recomendado para el cultivo de espinaca, pues optimiza el uso de la energía luminosa sin afectar su rendimiento fisiológico. En concordancia, este fotoperiodo se adoptó como condición base para determinar las trayectorias óptimas de control orientadas a minimizar el consumo energético y maximizar la ganancia económica. Así, se establecieron 16 h de luz y 8 h de oscuridad como condiciones de referencia para las

simulaciones en ambos escenarios. Asimismo, se definió un coeficiente de penalización de $\alpha = 5000$ para el caso de maximización de la ganancia económica y de $\alpha = 50000$ para el caso de minimización del consumo energético.

4.3.2. Maximización de la ganancia económica

4.3.2.1. Método indirecto

El Cuadro 5 resume los resultados de la optimización económica obtenidas al aplicar el método de los gradientes a las tres trayectorias iniciales de intensidad luminosa. Todas alcanzaron la biomasa final establecida, pero con diferente consumo energético, lo que se reflejó en la ganancia neta. La trayectoria constante produjo la mayor ganancia y el menor consumo de energía, seguida por la creciente, que presentó una ganancia ligeramente inferior y un consumo mayor. La trayectoria decreciente resultó la menos eficiente.

Cuadro 5. Resultados de las trayectorias óptimas obtenidas mediante el método de los gradientes, aplicando diferentes trayectorias iniciales del control.

Trayectoria inicial	Biomasa final (Kgm ⁻²)	Consumo total (kWh m ⁻²)	Costo energético (MXN m ⁻²)	Ganancia neta (MXN m ⁻²)
Creciente	0.2279	51.895	209.03	267.37
Decreciente	0.2279	55.804	224.5	252.11
Constante	0.2279	50.720	204.30	272.56

La Figura 6 muestra las trayectorias óptimas resultantes de las tres trayectorias iniciales. Se observa que las soluciones mantienen una forma similar a sus trayectorias de partida, lo cual concuerda con la teoría del método de los gradientes. Este método puede converger hacia mínimos locales dependiendo de la trayectoria inicial del control $u(t)$.

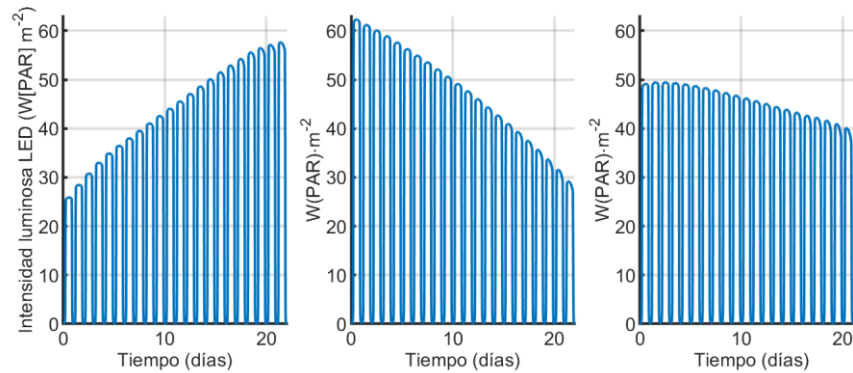


Figura 6. Trayectorias óptimas obtenida por el método de los gradientes para la maximización de la ganancia económica resultado de aplicar diferentes trayectorias iniciales (a) creciente, (b) decreciente y (c) constante.

En la Figura 7, que muestra la evolución de la ganancia económica acumulada. Se observa que la trayectoria decreciente presenta una ganancia inicial mayor debido a la alta intensidad luminosa aplicada al inicio, que acelera la acumulación de biomasa. No obstante, al disminuir la luz con el tiempo, la tasa de ganancia se reduce, generando un estancamiento al final del ciclo. En contraste, la trayectoria creciente exhibe un aumento progresivo de la ganancia. Y alcanza los valores más altos en los últimos días por el incremento gradual de la intensidad y la biomasa acumulada. La trayectoria constante muestra un comportamiento intermedio, superando temporalmente a las otras dos, pero sin mantener la ventaja al final del ciclo.

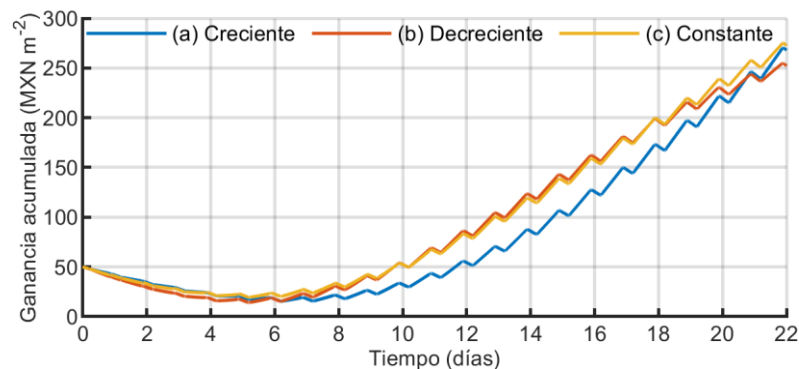


Figura 7. Acumulación de la ganancia económica al aplicar trayectorias óptimas obtenidas con el método de gradientes

4.3.2.2. Métodos directos

El Cuadro 6 presenta los resultados del escenario de maximización de la ganancia económica obtenidos con los tres métodos metaheurísticos (DE, PSO

y GWO). Los tres algoritmos alcanzaron una biomasa final similar, cumpliendo con la restricción terminal y las tolerancias establecidas. De igual forma, el consumo energético total y la ganancia neta mostraron valores muy próximos entre los tres métodos.

Cuadro 6. Comparación de los algoritmos metaheurísticos para la optimización económica.

Algoritmo	Biomasa final (Kg m ⁻²)	Consumo total (kWh m ⁻²)	Costo energético (MXN m ⁻²)	Ganancia neta (MXN m ⁻²)
PSO	0.2280	54.61	219.9	257.6
DE	0.2280	54.61	220.0	257.5
GWO	0.2280	54.62	219.7	257.8

Las trayectorias óptimas obtenidas por los tres métodos mostraron tendencias muy similares, con diferencias mínimas en la intensidad luminosa debido a errores numéricos (Figura 8).

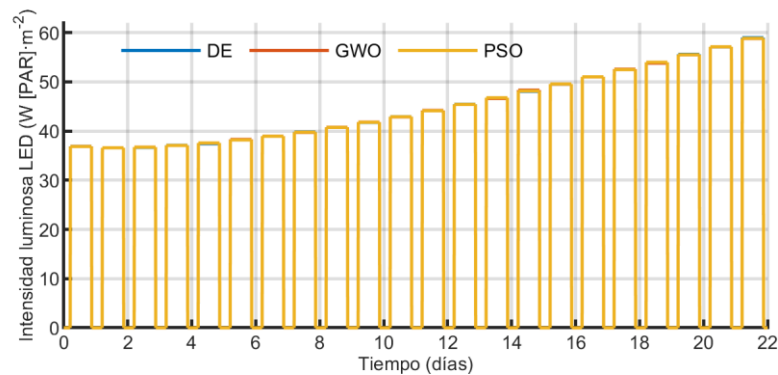


Figura 8. Trayectorias óptimas de la intensidad de la luz obtenidas por los métodos metaheurísticos para maximizar la ganancia económica.

La Figura 9 muestra la acumulación temporal de la ganancia económica, calculada como la diferencia entre el valor de la biomasa fresca producida y los costos energéticos acumulados durante el ciclo de cultivo. Los resultados confirman la consistencia de los tres algoritmos metaheurísticos para maximizar el beneficio neto, obteniendo trayectorias de control equivalentes en forma y desempeño económico.



Figura 9. Trayectorias de la optimización de la ganancia económica resultado de los tres métodos metaheurísticos (DE, GWO y PSO).

4.3.2.3. Métodos híbridos

El Cuadro 7 presenta los resultados de las trayectorias de control óptimo obtenidas mediante el método de los gradientes, utilizando como trayectorias iniciales las soluciones derivadas de los métodos metaheurísticos (DE, PSO y GWO). En los tres casos, las trayectorias híbridas alcanzaron la biomasa final establecida. No obstante, las ganancias económicas y el consumo energético mostraron diferencias: el método híbrido con DE obtuvo la mayor ganancia neta, seguido por PSO y, en menor medida, por GWO.

Cuadro 7. Resultados de optimización económica con métodos híbridos combinando metaheurísticas y refinamiento por gradientes

Algoritmo	Biomasa final (Kgm ⁻²)	Consumo total (kWh m ⁻²)	Costo energético (MXN m ⁻²)	Ganancia neta (MXN m ⁻²)
HybridPSO	0.2279	48.93	197.1	279.76
HybridDE	0.2279	45.66	183.9	292.96
HybridGWO	0.2279	51.44	207.2	269.67

La Figura 10 compara las trayectorias híbridas obtenidas al combinar los métodos metaheurísticos con el enfoque de gradientes. En los tres casos, las trayectorias óptimas muestran un refinamiento temporal respecto a las trayectorias iniciales, resultado del efecto del método de los gradientes y la penalización sigmoideal. Aunque las diferencias entre las trayectorias híbridas son mínimas, tienen un efecto no despreciable en el consumo energético, debido a la naturaleza

multimodal del problema y a las variaciones amplificadas durante el refinamiento de gradientes.

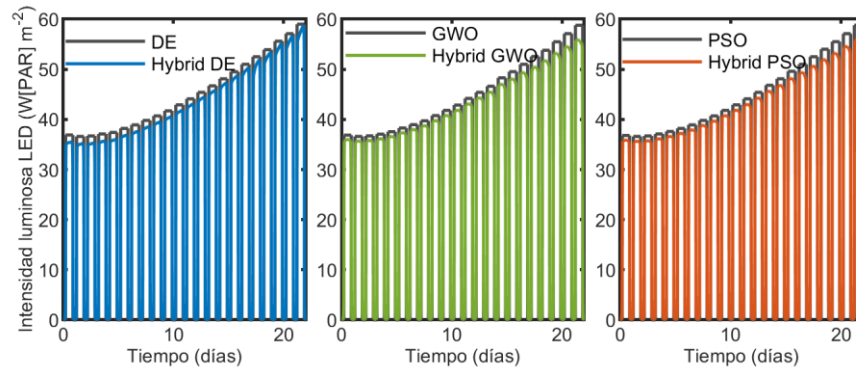


Figura 10. Comparación de las trayectorias de intensidad de luz LED obtenidas con metaheurísticas y con las trayectorias híbridas

Finalmente, la Figura 11 presenta la ganancia acumulada a lo largo del ciclo de cultivo, evidenciando nuevamente un comportamiento similar entre las tres trayectorias, con ligeras divergencias hacia los días finales. Las estrategias de optimización híbrida permiten aprovechar la exploración global que ofrecen las metaheurísticas, evitando mínimos locales, mientras que el método de los gradientes proporciona una convergencia más precisa y suave hacia el óptimo.

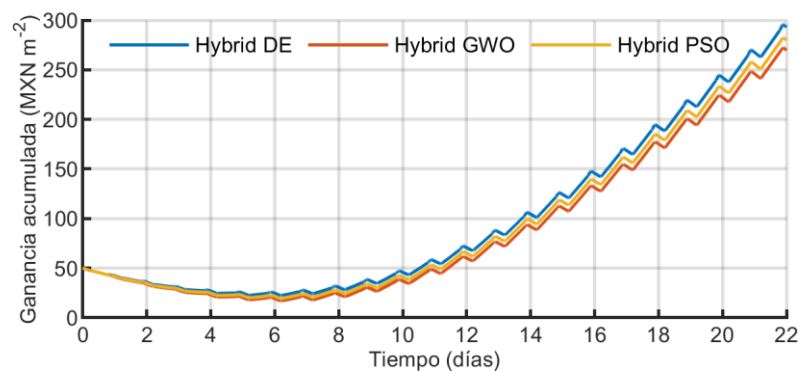


Figura 11. Evolución de la ganancia económica al aplicar trayectorias de la intensidad de luz LED obtenidas con los métodos híbridos.

4.3.3. Minimización del consumo energético

4.3.3.1. Método indirecto

El Cuadro 8 presenta los resultados de la minimización del consumo energético obtenidos mediante el método de los gradientes. Aunque las tres trayectorias alcanzaron la biomasa final objetivo, se observaron diferencias en el consumo

total de energía. Entre ellas, la trayectoria creciente mostró el mejor desempeño, con el menor consumo energético, seguida de la constante, mientras que la decreciente registró el valor más alto.

Cuadro 8. Resultados de las trayectorias óptimas de la intensidad de luz LED obtenidas mediante el método de gradientes usando distintas trayectorias iniciales.

Trayectoria inicial	Biomasa final (Kgm^{-2})	Consumo energético total de las lámparas LED (Ws m^{-2})	Consumo energético total de las lámparas LED (kWh m^{-2})	Costo energético (MXN m^{-2})
Creciente	0.2279	55445085	53.11	213.92
Decreciente	0.2279	58485050	56.02	225.65
Constante	0.2279	56238526	53.87	216.98

La Figura 12 muestra las trayectorias óptimas obtenidas a partir de las condiciones iniciales creciente (a), decreciente (b) y constante (c). Se observa que las trayectorias resultantes difieren en su forma temporal, manteniendo la tendencia general de sus respectivas trayectorias iniciales.

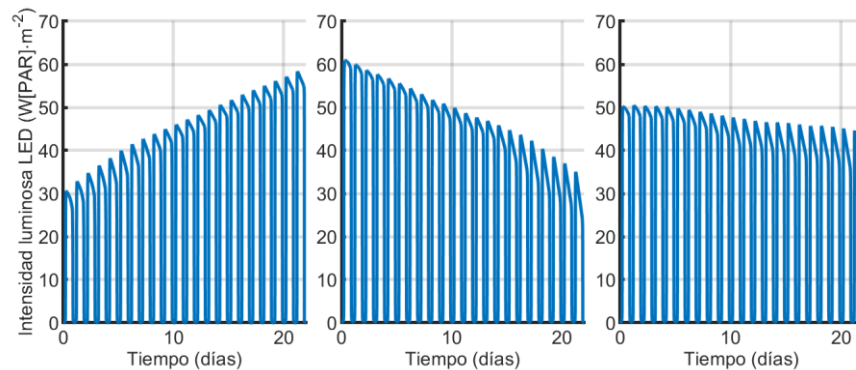


Figura 12. Trayectorias óptimas obtenidas por el método de los gradientes al aplicar trayectorias iniciales: (a) creciente, (b) decreciente y (c) constante.

La Figura 13 muestra el consumo acumulado de energía ($\text{kWh}\cdot\text{m}^{-2}$) utilizada por el sistema de iluminación LED a lo largo del ciclo de cultivo en la MPFAL. Se aprecia que la trayectoria creciente presenta una acumulación inicial menor, que incrementa gradualmente con el tiempo; en contraste, la trayectoria decreciente exhibe una acumulación elevada en los primeros días, seguida de una disminución progresiva. Por su parte, la trayectoria constante mantiene un comportamiento prácticamente constante durante los 22 días, ubicándose su curva acumulada entre las trayectorias creciente y decreciente.

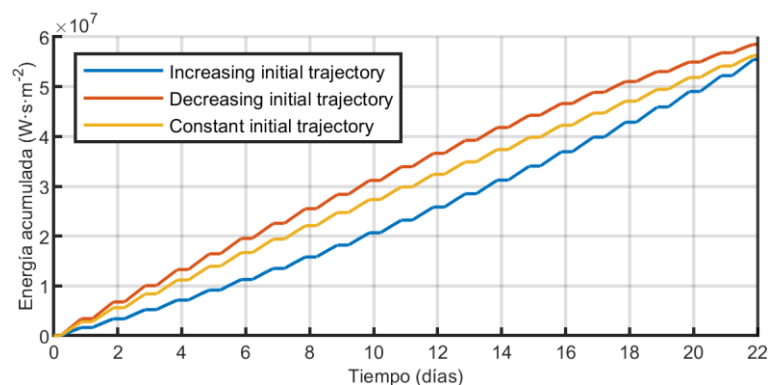


Figura 13. Consumo acumulado de energía ² de las trayectorias óptimas obtenidas con diferentes trayectorias iniciales.

4.3.3.2. Métodos directos (Metaheurísticos)

El Cuadro 9 presenta los resultados obtenidos mediante los tres métodos directos aplicados a la minimización del consumo energético en la producción de espinaca. Los tres algoritmos alcanzaron la biomasa final objetivo, cumpliendo con las tolerancias establecidas y generando valores de consumo energético similares. Las diferencias observadas entre los métodos fueron prácticamente imperceptibles, reflejando un comportamiento consistente en la optimización del uso energético. Al convertir los resultados a unidades eléctricas para estimar el costo total por superficie, se confirma que PSO, GWO y DE presentan un consumo y costo energético equivalente, lo que evidencia la robustez y estabilidad de las soluciones obtenidas por los tres enfoques directos.

Cuadro 9. Resultados de las trayectorias óptimas de la intensidad de la luz LED obtenidas mediante los métodos metaheurísticos

Trayectoria inicial	Biomasa final (Kg m ⁻²)	Consumo energético de las lámparas LED (W s m ⁻²)	Consumo energético total de las lámparas LED (kWh m ⁻²)	Costo energético (MXN m ⁻²)
PSO	0.2278	56961971	54.5	219.7
DE	0.2278	56962378	54.5	219.7
GWO	0.2278	56962276	54.5	219.7

La Figura 14 muestra la comparación de las trayectorias óptimas de la intensidad de la luz LED obtenidas por los tres algoritmos metaheurísticos para alcanzar la biomasa final objetivo en el tiempo establecido. Se observa una gran similitud entre las trayectorias de los tres métodos, lo que evidencia confiabilidad en las

soluciones obtenidas. Asimismo, estas trayectorias presentan un comportamiento muy similar al observado en el Caso 1, correspondiente a la maximización de la ganancia económica (Figura 11). Este resultado se explica porque, en ambos casos, las funcionales de optimización dependen de la minimización de la trayectoria de iluminación LED, ya sea para reducir el consumo energético o para maximizar la ganancia económica neta.

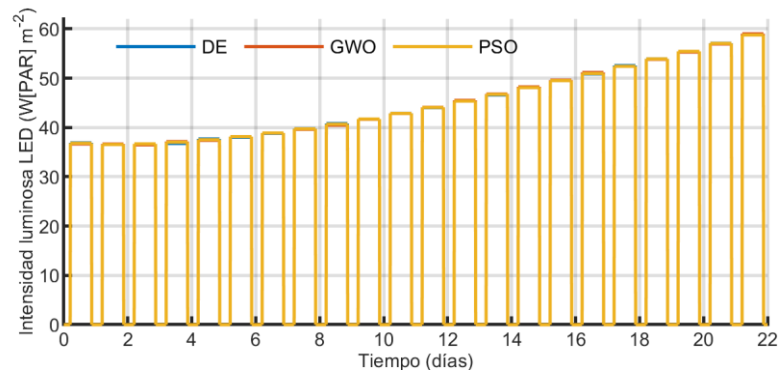


Figura 14. Trayectorias óptimas de la intensidad de la luz obtenidas por los métodos metaheurísticos para minimizar el consumo energético de las lámparas LED.

La Figura 15 presenta el consumo energético acumulado a lo largo de los 22 días de simulación, donde de igual manera se nota la similitud en las trayectorias temporales de la acumulación energética usada por las lámparas LED.

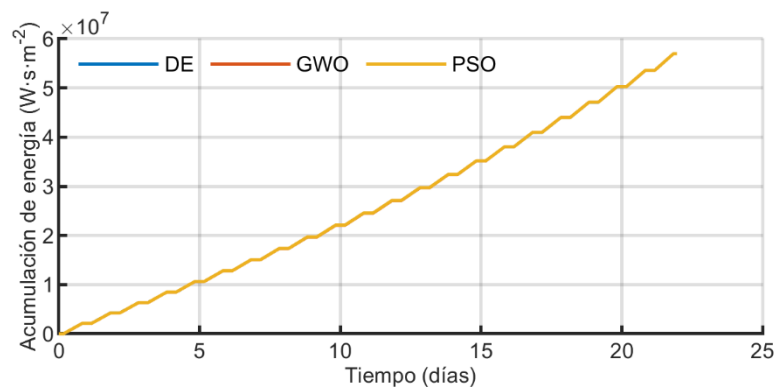


Figura 15. Consumo energético acumulado con la trayectoria óptima obtenida mediante los tres métodos metaheurísticos aplicados a la minimización del consumo energético de las lámparas LED.

4.3.3.3. Métodos Híbridos

El Cuadro 10 presenta los resultados obtenidos al aplicar el método híbrido para el caso de minimización de consumo energético. Se observa que las trayectorias de la intensidad de la iluminación alcanzaron la biomasa final objetivo en el tiempo establecido, reduciendo el consumo energético respecto a sus trayectorias iniciales.

Aunque las tres trayectorias presentaron consumos eléctricos comparables, la trayectoria obtenida con el método híbrido GWO mostró el mejor desempeño, seguida por el híbrido DE y, finalmente, el híbrido PSO.

Cuadro 10. Resultados de optimización con los métodos híbridos combinando metaheurísticas y refinamiento por gradientes para la minimización del consumo energético.

Trayectoria inicial	Biomasa (Kgm ⁻²)	final	Consumo energético total de lámparas LED (Ws m ⁻²)	Consumo energético total de las lámparas LED (kWh m ⁻²)	Costo energético (MXN m ⁻²)
HibrydPSO	0.2279		55265941	52.94	213.23
HibrydDE	0.2279		55257668	52.93	213.20
HibrydGWO	0.2279		55255296	52.93	213.19

La Figura 16 muestra las trayectorias óptimas obtenidas mediante este enfoque híbrido para la minimización del consumo energético evidencia un refinamiento en su forma temporal respecto a sus trayectorias iniciales.

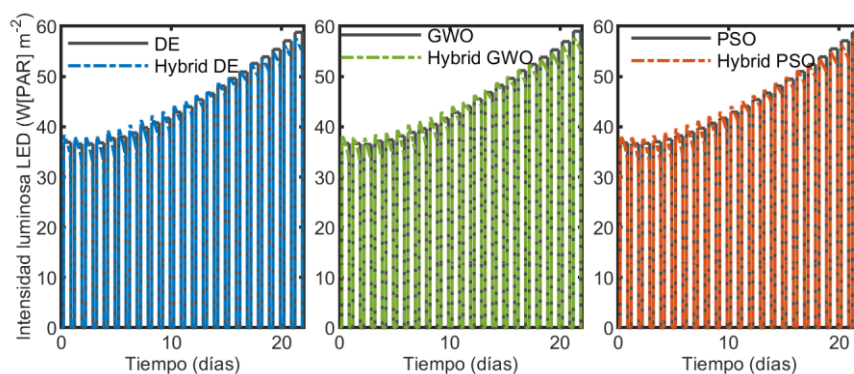


Figura 16. Trayectorias óptimas de la intensidad de la luz obtenidas por los métodos híbridos para minimizar el consumo energético de las lámparas LED.

La Figura 17 presenta la acumulación temporal del consumo energético correspondiente, donde se aprecia un comportamiento análogo entre los tres métodos al alcanzar la biomasa final establecida.

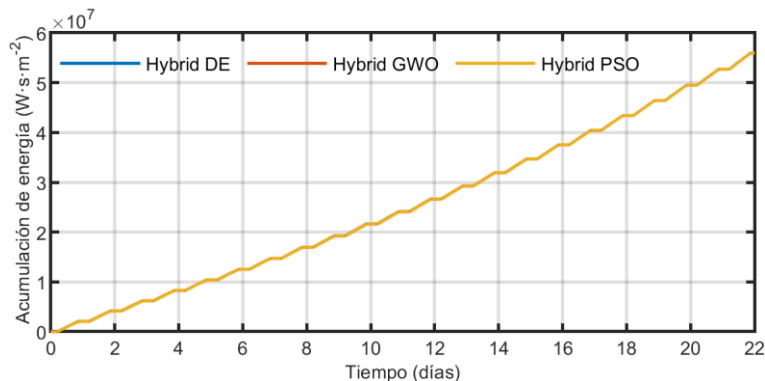


Figura 17. Acumulación del consumo energético durante la trayectoria óptima obtenida mediante los tres métodos híbridos aplicados a la minimización del consumo energético de las lámparas LED.

4.3.4. Comparación general

En ambos problemas de optimización dinámica, maximización de la ganancia y minimización del consumo energético, los métodos híbridos lograron los mejores resultados. Las trayectorias luminosas resultaron ser más suaves y con menor consumo de energía respecto a las iniciales de los métodos metaheurísticos (DE, PSO y GWO), que generaron curvas diarias constantes y fisiológicamente estables. En el método de los gradientes, la forma inicial del control influyó directamente en la trayectoria óptima. La condición creciente alcanzó un desempeño similar al de los híbridos, mientras que las constantes y decrecientes produjeron soluciones menos eficientes, asociadas a menor intercepción luminosa en las etapas iniciales del cultivo. Estos resultados están de acuerdo con lo reportado por otros investigadores (Jin et al., 2023), quienes mostraron que una intensidad luminosa creciente ($140 \rightarrow 300 \mu\text{mol} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) aumentó la biomasa seca de lechuga en 13–16 % respecto a las trayectorias constante y decreciente, y mejoró la eficiencia luminosa hasta 19 %. En conjunto, las trayectorias crecientes resultan fisiológicamente más coherentes y eficientes para sistemas tipo PFAL, mientras que las constantes y decrecientes limitan el aprovechamiento de luz en los periodos de mayor área foliar.

4.5. Conclusiones

El enfoque de control óptimo demostró ser una herramienta eficaz para analizar y mejorar la eficiencia energética de la iluminación LED en la producción de espinaca bajo condiciones de fábrica de plantas con iluminación artificial (MPFAL). A partir de un modelo dinámico calibrado de dos estados, se resolvieron problemas de optimización orientados tanto a la maximización de la ganancia económica como a la minimización del consumo energético. Los resultados evidencian que las trayectorias óptimas generadas mediante métodos híbridos que combinan la exploración global de los algoritmos metaheurísticos (DE, PSO y GWO) con el refinamiento local del método de los gradientes proporcionan las soluciones más eficientes y estables. En ambos escenarios, las estrategias híbridas alcanzaron la mayor rentabilidad y los menores consumos energéticos, superando entre 10 y 15 % a los métodos individuales.

Las trayectorias crecientes de intensidad luminosa son fisiológicamente más consistentes y energéticamente eficientes, al favorecer una mayor acumulación de biomasa hacia las etapas finales del cultivo. Resultados similares han sido reportados por otros investigadores (Jin et al., 2023). En contraste, las trayectorias constante y decreciente mostraron menores rendimientos y mayor gasto energético. El método de los gradientes mostró la esperada sensibilidad a las trayectorias iniciales y tendencia a converger hacia mínimos locales, mientras que los métodos metaheurísticos produjeron trayectorias suaves y realistas, adecuadas para implementación práctica. Aún más, la integración de ambos enfoques en una estrategia híbrida permitió obtener soluciones fisiológicamente viables, con transiciones continuas y una asignación energética más eficiente durante el fotoperiodo.

La combinación de modelos dinámicos de cultivo con estrategias híbridas de control óptimo constituye una metodología robusta y adaptable para el diseño de políticas de manejo lumínico eficientes en sistemas MPFAL.

4.6. Literatura citada

- Agrawal, P., Abutarboush, H. F., Ganesh, T., & Mohamed, A. W. (2021). Metaheuristic algorithms on feature selection: A survey of one decade of research (2009–2019). *IEEE Access*, 9, 26766–26791. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3056407>
- Ahmed, H. A., Tong, Y., & Yang, Q. (2020). Optimal control of environmental conditions affecting lettuce plant growth in a controlled environment with artificial lighting: A review. *South African Journal of Botany*, 130, 75–89. <https://doi.org/10.1016/j.sajb.2019.12.017>
- Amirshekari, M. H., & Fakhroleslam, M. (2025). Impact of artificial light on photosynthesis, evapotranspiration, and plant growth in plant factories: Mathematical modeling for balancing energy consumption and crop productivity. *Smart Agricultural Technology*, 11, 100901. <https://doi.org/10.1016/j.atech.2025.100901>
- Bantis, F., Ouzounis, T., Radoglou, K., & Kubota, C. (2020). Respuestas fisiológicas y fitoquímicas de las hojas tiernas de espinaca cultivadas en un sistema PFAL con LED y solución nutritiva salina. *Scientia Horticulturae*, 261, 108959.
- Biral, F., Bertolazzi, E., & Bosetti, P. (2016). Notes on numerical methods for solving optimal control problems. *IEEJ Journal of Industry Applications*, 5(2), 154–166. <https://doi.org/10.1541/ieejia.5.154>
- Bryson, A. E., & Ho, Y.-C. (1975). *Applied optimal control: Optimization, estimation, and control*. Hemisphere Publishing.
- Cai, W., Bu, K., Zha, L., Zhang, J., Lai, D., & Bao, H. (2025). Energy consumption of plant factory with artificial light: Challenges and opportunities. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 210, 115235. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2024.115235>
- Chun, C., Tominaga, M., & Kozai, T. (2001). Floral development and bolting of spinach as affected by photoperiod and integrated photosynthetic photon flux during transplant production. *HortScience*, 36(5), 889–892.
- Jin, W., Ji, Y., Larsen, D. H., Huang, Y., Heuvelink, E., & Marcelis, L. F. M. (2023). Gradually increasing light intensity during the growth period increases dry weight production compared to constant or gradually decreasing light intensity in lettuce. *Scientia Horticulturae*, 311, 111807. <https://doi.org/10.1016/j.scienta.2022.111807>
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, 4, 1942–1948.
- Kim, H.-H., Chun, C., & Kozai, T. (2000). The potential use of photoperiod during transplant production under artificial lighting conditions on floral development and bolting, using spinach as a model. *HortScience*, 35(1), 43–45. <https://doi.org/10.21273/HORTSCI.35.1.43>
- LI-COR Biosciences. (2022). Principles of radiation measurement (Rev. 3, 07/22) Recuperado de: <https://licor.app.boxenterprise.net/s/liuswfuvtn7e9loxaut>
- Lork, D., Higa, Y., & Takahashi, H. (2020). Minimizing electricity cost through smart lighting control for indoor plant factories. *arXiv preprint*, arXiv:2008.01325.

- Lozano-Castellanos, L. F., Navas-Gracia, L. M., Lozano-Castellanos, I. C., & Correa-Guimaraes, A. (2025). Technologies applied to artificial lighting in indoor agriculture: A review. *Sustainability*, 17(7), 3196. <https://doi.org/10.3390/su17073196>
- Padmanabha, S., Hemming, S., & Stanghellini, C. (2020). Model predictive control of a food production unit: A case study for lettuce production. *arXiv preprint, arXiv:2006.07081*.
- Shamshiri, R. R., Kalantari, F., & Ting, K. C. (2022). Optimal control of environmental conditions affecting lettuce plant growth in a controlled environment with artificial lighting: A review. *South African Journal of Botany*, 148, 213–227. <https://doi.org/10.1016/j.sajb.2022.01.020>
- Storn, R., & Price, K. (1997). Differential evolution – A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11(4), 341–359.
- Tomar, V., Bansal, M., & Singh, P. (2023). Metaheuristic Algorithms for Optimization: A Brief Review. *Eng. Proc.*, 59(1), 238. <https://doi.org/10.3390/engproc2023059238>
- Van Henten, E.J. (1994). Greenhouse climate management: An optimal control approach. PhD thesis. Wageningen, The Netherlands: Wageningen University.
- Van Straten, G., Van Willigenburg, L. G., van Henten, E. J., & van Ooteghem, R. J. C. (2011). Optimal control of greenhouse cultivation. CRC Press (Taylor & Francis Group).
- Wang, H., Meng, X., Chen, Z., Zhang, X., Cheng, R., Zhang, Y., Li, W., Song, W., & Zhang, Y. (2023). A feedback control method for plant factory environment based on photosynthetic rate prediction model. *Computers and Electronics in Agriculture*, 211, 108007. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2023.108007>
- Xu, D., Ahmed, H. A., Tong, Y., & Yang, Q. (2021). Optimal control as a tool to investigate the profitability of a Chinese plant factory: Lettuce production system. *Biosystems Engineering*, 208, 319–332. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2021.05.014>
- Zhang, Y., & Kacira, M. (2020). Comparison of energy use efficiency of greenhouse and indoor plant factory systems. *Journal of Cleaner Production*, 276, 124183. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.124183>