

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DIVISIÓN DE CIENCIAS ECONÓMICO-ADMINISTRATIVAS

**APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE VALOR EXTREMO
EN LA FIJACIÓN DE LOS PRECIOS DE PETRÓLEO
TIPO ISTMO Y OLMECA**

T E S I S

**QUE COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:**

DOCTOR EN CIENCIAS EN ECONOMÍA AGRÍCOLA

PRESENTA:

GUSTAVO CHAIREZ ARAIZA

CHAPINGO, ESTADO DE MÉXICO

SEPTIEMBRE DE 2010



**DIRECCIÓN GENERAL ACADÉMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES**



APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE VALOR EXTREMO EN LA FIJACIÓN DE
LOS PRECIOS DE PETRÓLEO TIPO ISTMO Y OLMECA

Tesis realizada por el M.C. GUSTAVO CHAIREZ ARAIZA bajo la dirección
del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como
requisito parcial para obtener el grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS EN ECONOMÍA AGRÍCOLA

DIRECTOR:



Dr. Miguel Ángel Martínez Damián

ASESOR:



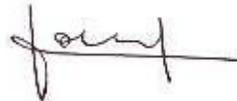
Dr. Marcos Portillo Vázquez

ASESOR:



Dr. Gerardo Terrazas González

ASESOR:



Dr. José Luis Romo Lozano

LECTOR EXTERNO:



Dr. Humberto Vaquera Huerta

DEDICATORIA

A MIS PADRES Y HERMANOS, MIS SERES SAGRADOS QUE LATEN DENTRO DE MÍ.

AL DR. MARCOS PORTILLO VÁZQUEZ, POR PERMITIRME HACER DE ÉL, DURANTE MI FORMACIÓN PROFESIONAL, MI MAESTRO, MI GUÍA ACADÉMICO.

A LA FAMILIA OSORIO CASTREJÓN, QUIENES ME ALERTARON SEÑALANDO QUE EL ÉXITO SE ALCANZA CONVIRTIENDO CADA PASO EN UNA META Y CADA META EN UN PASO.

AGRADECIMIENTOS

A La Universidad Autónoma Chapingo (UACH), a la Coordinación General de Estudios de Postgrado y a la División de Ciencias Económico-Administrativas (DICEA), por permitirme concluir mis Estudios Doctorales.

Al Dr. Miguel Ángel Martínez Damián, por su acertada dirección y apoyo incondicional en la ejecución de la presente investigación.

Al Dr. Marcos Portillo Vázquez, por sus sabios y acertados consejos, siempre oportunos en el desarrollo y culminación del presente trabajo.

Al Dr. Gerardo Terrazas González, por su gran paciencia, sugerencias y participación directa en esta investigación.

Al Dr. José Luís Romo Lozano, por su apoyo invaluable y gran amistad.

Al Dr. Humberto Vaquera Huerta, por el impulso que tuvo a bien otorgarme para lograr la meta soñada: “La culminación de esta investigación”.

Al M. C. Sergio Medina, por sus valiosas contribuciones y apoyo técnico en la realización del presente documento. Gracias mil, Sergio.

Al M. C. Ronald E. Ontiveros C., por su acertada guía en la programación computacional para la obtención de los resultados en la presente investigación.

Al M. C. Octavio Toxqui Tlachino, a quien agradezco todas sus finas atenciones y señalamientos, por demás oportunos, a la corrección en el presente documento. Aprovecho para comentarle que: “Hay una ley de vida, cruel y exacta, que afirma que uno debe crecer o, en caso contrario, pagar más por seguir siendo el mismo”. Norman Mailer (1923-2007) Escritor estadounidense.

A Juan Carlos Trujillo Trujillo, ¡Inigualable Amigo!, recordándole que: “Es preciso saber lo que se quiere; cuando se quiere, hay que tener el valor de decirlo, y cuando se dice, es menester tener el coraje de realizarlo”. George Clemenceau.

A mis compañeros de grupo: Minerva Paz, Sacramento Cruz, Francisco Javier Cuellar, Pedro Arjón, Ma. Teresa Pérez y Verna Pat Fernández. Gracias a todos por haberme permitido compartir con Uds. el tiempo y espacio en nuestra formación profesional.

DATOS BIOGRÁFICOS

Gustavo Chairez Araiza, cursó la carrera de Ingeniero Agrónomo con especialidad en Economía en la Universidad Autónoma Chapingo (1982-1986) y, su Maestría en Economía con orientación en Evaluación de Proyectos en el Colegio de Postgraduados (Institución de Enseñanza e Investigación en Ciencias Agrícolas: 1988-1989). En esta misma institución es candidato a doctorarse en la especialidad de Estadística.

Se ha desempeñado profesionalmente en la Universidad Autónoma Chapingo, dentro de la División de Ciencias Económico Administrativas, en los Departamento de Parasitología Agrícola, Zootecnia y en el Departamento de Fitotecnia. Ha participado como investigador adjunto en el Colegio de Postgraduados en el centro de Desarrollo Rural. También ha colaborado con el Gobierno Federal como Jefe y Director de los Programas Productivos en el Penal Federal de Islas Marías (María Madre), perteneciente al Estado de Nayarit y ha sido Subdirector de Informática y Estadística en la Secretaría de Desarrollo Agropecuario con sede en Cuernavaca, Morelos, México.

En la Universidad Autónoma Chapingo ha participado en la dirección y asesoramiento de 10 tesis profesionales, en 5 más ha participado como secretario, en 4 como vocal y en 7 como secretario.

Ha participado, en la Universidad Autónoma Chapingo (Unidad Gestora y de Servicios), como Evaluador Externa del Programa de Abasto Rural, DICONSA S. A. de C. V., de los ejercicios fiscales, 2005-2006 y 2006-2007 y, en el programa Procampo del Gobierno Federal, 2004-2205.

En el Sistema Tecnológico de Monterrey, **Campus Estado de México**, se ha desempeñado como Profesor de Cátedra en el Departamento de Matemáticas de la División de Ingeniería y Arquitectura impartiendo los siguientes cursos:

Estadística Administrativa, Pronósticos para la Toma de Decisiones, Análisis de Regresión, Análisis Multivariante y Matemáticas Remediales, de agosto de 1998 a Junio del 2005. **En el Campus Ciudad de México**, ha impartido los cursos de Pronósticos para la Toma de Decisiones, Matemáticas para Economistas, Matemáticas I, Matemáticas III, Probabilidad y Estadística Aplicada a la Ingeniería y Estadística Administrativa II de enero del 2002 a mayo del 2010. **En el Campus Santa Fe**, en el Departamento de Matemáticas División de Ingeniería y Arquitectura en el periodo agosto del 2005 a diciembre del 2006, ha impartido los cursos de Pronósticos para la Toma de Decisiones, Estadística Administrativa I, Análisis de Regresión, Factibilidad de Proyectos, Diseño y Análisis de Experimentos.

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE VALOR EXTREMO EN LA FIJACIÓN DE LOS PRECIOS DE PETRÓLEO TIPO ISTMO Y OLMECA.

APPLICATION OF EXTREME VALUE THEORY IN FIXING THE PRICES OF OIL TYPE ISTMO AND OLMECA.

Gustavo Chairez Araiza¹, Miguel Ángel Martínez Damián²

Resumen

Con el fin de establecer algún criterio de estudio, para las cotizaciones máximas al cierre de los precios del petróleo tipo Istmo y tipo Olmeca, en esta investigación, se exploran y analizan los precios señalados desde una perspectiva de las series de tiempo y la teoría de los valores extremos. Las series analizadas son no estacionarias con tendencia creciente y oscilante. La estacionariedad se logró mediante una transformación logarítmica y la primera diferencia de éstas. La prueba estadística empleada para verificar la estacionariedad, fue la de raíces unitarias de Dickey-Fuller: Rho, Tau y F. Con los datos estacionalizados, se ajustaron modelos autorregresivos de orden uno, AR(1), para permitir que los datos retornaran a su forma original con fines de interpretación, fueron sometidos a una transformación exponencial. Posterior a esto, para la aplicación de la teoría de valor extremo, se formaron grupos de 30 datos. Para cada grupo se estimó el cuantil 90%, considerado como umbral de grupo en la serie. Con estos cuantiles se estimaron, por el método de máxima verosimilitud, los parámetros de la distribución de valor extremo generalizada (GEV). Se realizó, además, una prueba de bondad de ajuste usando el estadístico de Kolmogorov-Smirnov (KS). Dicha prueba verificó el ajuste para la (GEV). Se estimaron los niveles de retorno asociado al periodo de retorno (meses), probabilidad p y número de eventos esperados que superan al nivel de retorno estimado, para los precios de petróleo tipo Istmo y Olmeca. Por último, se ajustaron las funciones de promedio muestral, que definen los umbrales mínimo y máximo de los excesos para el precio de ambos tipos de petróleo.

Palabras clave: raíces unitarias, máxima verosimilitud, bondad de ajuste, distribución de valor extremo generalizada, niveles de retorno, función de promedio muestral.

Abstract

In order to establish some criteria of study, for maximum contributions to the closing of Istmo and Olmeca oil prices, the prices quoted are explored and analyzed in this research from the perspective of time series and the theory of extreme values. The analyzed series are nonstationary, with increasing and oscillating tendency. The stationarity was achieved by a logarithmic transformation and the first difference of them. The statistical test used to verify the stationarity was the unit root test of Dickey-Fuller: Rho, Tau and F. With seasonally adjusted data, first order autoregressive models were fitted, AR(1), to allow the data to return to their original form for interpretation purposes, they were subjected to an exponential transformation. Subsequent to this, for the application of extreme value theory, groups of 30 data were formed. For each group, 90% quantile was estimated, which is considered as the threshold of the group in the series. With these quantiles, the parameters of generalized extreme value distribution (GEV) were estimated by the maximum likelihood method. In addition, a test of goodness of fit using the Kolmogorov-Smirnov statistic (KS) was conducted. This test verified the setting for the (GEV). Return levels associated with the return period (months), probability p and number of expected events that exceed the estimated return level for Istmo and Olmeca oil prices were estimated. Finally, the functions of the sample average were adjusted, which define the minimum and maximum thresholds of the excesses for the price of both types of oil.

Keywords: unit roots, maximum likelihood, goodness of fit, generalized extreme value distribution, levels of return, sample average function.

¹Autor

²Director

ÍNDICE

RESUMEN Y ABSTRACT	vi
ÍNDICE	vii
ÍNDICE DE CUADROS	x
ÍNDICE DE FIGURAS	xi
NOMECLATURA UTILIZADA	xiii
1. INTRODUCCIÓN	1
1. 1. Antecedentes	3
1. 2. Planteamiento del problema	6
1. 3. Justificación e importancia	7
1. 4. Objetivo general	9
1. 5. Objetivos particulares	9
1. 6. Hipótesis	9
2. REVISIÓN DE LITERATURA	11
2. 1. Historia de la exploración petrolera en México	11
2. 2. De la consolidación a la expansión	17
2. 3. Contracción y último desarrollo	28
2. 4. Antecedentes y evolución reciente del precio del petróleo	35
2. 4. 1. Factores condicionantes del incremento del precio del petróleo	36
2. 4. 2. Perspectivas del precio del petróleo a corto plazo	40
2. 4. 3. Perspectivas del precio del petróleo a largo plazo	41
2. 5. Impactos económicos de un aumento del precio del petróleo	44
2. 6. Impacto de un aumento del precio del petróleo por áreas geográficas	47
2. 7. Diferencias del precio del petróleo de los años setenta y ochenta	49
2. 8. Series de tiempo y teoría de valores extremos: Series de tiempo- Modelos $ARIMA(p, d, q)$	52

2. 8. 1. Pruebas para estacionariedad y no estacionariedad en las series	56
2. 9. Pruebas autorregresivas de raíces unitarias	58
2. 10. Modelos ARIMA	60
2. 10. 1. ARIMA estacional	60
2. 10. 2. Secuencias estacionarias	61
2. 11. El máximo de secuencias estacionarias	62
2. 12. Modelo extremo univariado	64
2. 13. Nivel de retorno	67
2. 13. 1. Valor de retorno en el tiempo	68
2. 14. Leyes límite para el caso univariado	69
2. 15. Estimación por máxima verosimilitud	70
3. MATERIALES Y MÉTODOS	72
3. 1. Análisis de los datos	72
3. 2. Estacionariedad de los datos	72
3. 3. Ajuste de modelos ARIMA	73
3. 4. Ajuste de la distribución de valor extremo generalizada	74
3. 5. Bondad de ajuste para las distribuciones	74
3. 6. Rango de movimiento de los precios y nivel de retorno	75
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	76
4. 1. Comportamiento no estacional y estacionalización de las series	76
4. 2. Cálculo de la distribución límite de los extremos	79
4. 3. Prueba de bondad de ajuste para la GEV	85
4. 4. Cálculo de la probabilidad de los niveles de retorno	87
4. 5. Selección del umbral y estabilidad en las medidas de riesgo con la distribución GEV	92
4. 6. Probabilidad esperada de los precios por encima de los umbrales, bajo el criterio de la GEV justada	93

4. 7. Comentarios finales	95
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	98
5. 1. Conclusiones	98
5. 2. Recomendaciones	99
6. BIBLIOGRAFÍA	101
7. ANEXOS	107
7. 1. Anexo A: Serie de tiempo correspondiente a los precios del petróleo tipo Istmo	107
7. 2. Anexo B: Serie de tiempo correspondiente a los precios del petróleo tipo Olmeca	113
7. 3. Anexo C: Prueba de raíces unitarias. Precios del petróleo tipo Istmo	119
7. 4. Anexo D: Pruebas para raíces unitarias. Precios del petróleo tipo Olmeca	121
7. 5. Anexo E: Estimación del modelo autorregresivo AR(1). Precios del petróleo tipo Istmo	123
7. 6. Anexo F: Estimación del modelo autorregresivo AR(1). Precios del petróleo tipo Olmeca	126
7. 7. ANEXO G: Programa para la obtención de los estimadores de máxima verosimilitud para la distribución de valor extremo generalizada (programación en MATLAB 7.0)	129

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1a. Estimaciones de parámetros de ajuste para la distribución GEV por el método de máxima verosimilitud para los precios de petróleo tipo Istmo, con la serie transformada.	81
Cuadro 1b. Estimaciones de parámetros de ajuste para la distribución de la GEV por el método de máxima verosimilitud para los precios de petróleo tipo Olmeca, con la serie transformada..	81
Cuadro 2a. Prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para la distribución de valor extremo generalizada: precio de petróleo tipo Istmo.....	86
Cuadro 2b. Prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para la distribución de valor extremo generalizada: precio de petróleo tipo Olmeca... .	86
Cuadro 3a. Nivel de retorno asociado al periodo de retorno (meses), probabilidad p y número de eventos esperados que superan al nivel de retorno estimado, para la serie transformada correspondiente a los precios de petróleo tipo Istmo....	89
Cuadro 3b. Nivel de retorno asociado al periodo de retorno (meses), probabilidad p y número de eventos esperados que superan al nivel de retorno estimado, para la serie transformada correspondiente a los precios de petróleo tipo Olmeca.....	89
Cuadro 4a. Cálculo de las probabilidades de ocurrencia para los precios del petróleo tipo Istmo y Olmeca por arriba de los precios establecidos.....	94

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1a. Precios del petróleo tipo Istmo. Cotizaciones máximas diarias en dólares por barril.....	76
Figura 1b. Precios del petróleo tipo Olmeca. Cotizaciones máximas diarias en dólares por barril.....	76
Figura 2a. Estacionariedad de la serie de tiempo de los precios del petróleo tipo Istmo, mediante la primera diferencia del logaritmo natural.....	77
Figura 2b. Estacionariedad de la serie de tiempo de los precios del petróleo tipo Olmeca, mediante la primera diferencia del logaritmo natural.....	78
Figura 3a. Precios del petróleo tipo Istmo, obtenidos mediante el agrupamiento mensual de los datos diarios y el cálculo de su cuantil 90%.....	80
Figura 3b. Precios del petróleo tipo Olmeca, obtenidos mediante el agrupamiento mensual de los datos diarios y el cálculo de su cuantil 90%.....	80
Figura 4a. Histograma y función de densidad sobrepuestas figura del lado izquierdo, al lado derecho se exponen la <i>CDF</i> empírica y la <i>CDF</i> ajustada, correspondientes a los precios de petróleo, para la serie de tiempo transformada, tipo Istmo.....	83
Figura 4b. Histograma y función de densidad sobrepuestos figura del lado izquierdo, al lado derecho se exponen la <i>CDF</i> empírica y la <i>CDF</i> ajustada, correspondientes a los precios de petróleo, para la serie de tiempo transformada, tipo Olmeca.....	83

Figura 5a. Gráficos de diagnóstico de ajuste a los datos mensuales de los cuantiles 90% de los precios de petróleo del tipo Istmo a la distribución GEV. Gráficos de cuantiles y nivel de retorno para los precios de petróleo tipo Istmo, con la serie transformada. Desde la parte superior izquierda abajo a la derecha; la probabilidad, cuantiles, nivel de retorno e histograma con la función de densidad sobrepuesta..... **84**

Figura 5b. Gráficos de diagnóstico de ajuste a los datos mensuales de los cuantiles 90% de los precios de petróleo del tipo Olmeca a la distribución GEV. Gráficos de cuantiles y nivel de retorno para los precios de petróleo tipo Olmeca, con la serie transformada. Desde la parte superior izquierda abajo a la derecha; la probabilidad, cuantiles, nivel de retorno e histograma con la función de densidad sobrepuesta..... **85**

Figura 6a y 6b. De izquierda a derecha. Optimización del proceso en R_{10} , para los precios de petróleo tipo Istmo y Olmeca, respectivamente. La línea continua es el profile-likelihood, la línea discontinua representa el intervalo de confianza y el círculo en la parte superior, en la curva, define el máximo en la función, R_{10} **91**

Figura 7a y 7b. De izquierda a derecha, la función de la promedio muestral de los excesos para el precio del petróleo tipo Istmo y tipo Olmeca. En el eje y se encuentra el promedio muestral de los excesos. En el eje x el umbral..... **93**

NOMENCLATURA UTILIZADA

AGPN: Administración General del Petróleo Nacional.

ARIMA: Modelo autorregresivo integrado de media móvil.

AWM: Modelo para toda la zona del Euro (Area-Wide Model for the Euro Area).

BCE: Banco Central Europeo.

CAPN: Control de Administración del Petróleo Nacional.

CDFA: Función de distribución acumulada ajustada.

CDFE: Función de distribución acumulada empírica.

COV: Covarianza.

D (U_n): Condición de dependencia.

ECM: Error Cuadrado Medio.

FMI: Fondo Monetario Internacional.

GEV: Valor Extremo Generalizado.

KS: Prueba de Kolmogorov-Smirnov.

NIESR: National Institute of Economic and Social Research.

OCDE: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.

OPEP: Organización de Países Exportadores de Petróleo.

PDF: Función de densidad de probabilidad.

PEMEX: Petróleos Mexicanos.

PEP: PEMEX Exploración y Producción.

PETROMEX: Compañía Petróleos de México, S. A.

PMI: Petróleos Mexicanos Internacional.

SAS: Sistema de Análisis Estadístico.

TD: Tendencia determinista.

WN: Ruido blanco (White Noise).

1. INTRODUCCIÓN

La premisa de precios adoptada en la formulación del presupuesto, en México, es una estadística política que tiene importantes consecuencias para el manejo de la política económica. Su peso en la previsión de los ingresos del gobierno federal incide de manera determinante en el monto del gasto público y en su asignación. Sin embargo, es baja la probabilidad de que esta premisa sea un buen pronóstico de los precios que regirán en el transcurso del año.

Es necesario, en primer lugar, reconocer lo difícil que resulta prever el comportamiento de los precios del petróleo. Así lo demuestran los ejercicios periódicos que realizan gobiernos, empresas petroleras, firmas especializadas e instituciones financieras. El gobierno de México también se ha equivocado de forma sistemática en esta materia. La brecha entre la premisa de precios presupuestada y el precio obtenido ha tendido a ampliarse a tal grado que las autoridades han dejado de razonar y justificar en público la selección del supuesto adoptado. Han decidido, junto con el Congreso, hacerlo mediante la aplicación mecánica —y no del todo transparente— de una fórmula de precios arbitraria.

En este lapso la premisa presupuestal siempre fue significativamente menor al precio promedio del año anterior. Con independencia de su propia visión de las tendencias del mercado petrolero, La Secretaría de Hacienda tenía interés en deprimir la premisa presupuestal para compensar la sobreestimación que PEMEX hacía de manera tradicional sobre la producción, contar con un mayor margen de acción para garantizar el equilibrio de las finanzas públicas y mantener una mayor discrecionalidad en la asignación del gasto. Esta flexibilidad fue importante, pues permitió diferir decisiones hasta la obtención de ingresos adicionales, una vez identificadas necesidades urgentes y emergentes de gasto.

Todo parece indicar que en los próximos años los precios del petróleo estarán sujetos a fuertes fluctuaciones cíclicas y estacionales. Rigideces y estrangulamientos a lo largo de toda la cadena de suministro tardarán tiempo en superarse y requerirán inversiones cuantiosas. En este periodo continuará la tendencia al alza de los costos de descubrimiento, desarrollo y extracción. El aumento en costos de operación y de capital restringirá márgenes de utilidad. Una forma considerada por demás apropiada para realizar un análisis a detalle de las grandes y continuas variaciones en los precios de los diferentes tipos de petróleo, es a través de la teoría de valores extremos.

El método conocido como análisis de valor extremo se considera, por autores diversos, como una mezcla de una gran variedad de aplicaciones en ingeniería y otros campos científicos. Los ejemplos de problemas para los cuales se involucra el análisis mencionado corresponde, principalmente, a fenómenos meteorológicos e hidrológicos, tales como inundaciones, sequías, precipitación pluvial, ráfagas de viento, contaminación del aire, entre otros, y ahora se aplica al análisis del patrón de comportamiento de los precios de petróleo tipo Istmo y Olmeca.

Esta área de investigación atrajo inicialmente el interés de probabilistas teóricos, ingenieros e hidrólogos, y sólo en fechas recientes la atención de estadísticos. Señalan, además, que las primeras investigaciones sobre valor extremo se remontan a antes de 1709 cuando Nicolás Bernoulli analizó la distancia más grande al origen cuando n puntos aleatorios se orientan sobre una línea recta de longitud t , Gumbel (1958).

Los primeros documentos y aportes que dentro de este ámbito se han realizado corresponden a Fuller (1914) y Griffith (1920), con ellos toman relevancia las aplicaciones prácticas y el desarrollo del análisis matemático. Bortkiewicz en (1922) da un impulso al desarrollo sistemático de la teoría general y se considera como un esfuerzo inicial en el manejo de la distribución de rango en

muestras aleatorias de una distribución normal; el mayor aporte de Bortkiewicz reside en el hecho de que el concepto de distribución del valor extremo toma la claridad y relevancia pertinente en la teoría del valor extremo. Fisher y Tippett (1928), publicaron resultados de una encuesta independiente dentro del mismo problema. Von Mises (1936), presentó algunas condiciones suficientes simples y útiles para la convergencia débil de las estadísticas de orden más grandes para cada uno de los tres tipos de distribuciones límite presentadas por Fisher y Tippett (1928). Gnedenko (1943), presentó un fundamento riguroso para la teoría de valor extremo y proporcionó las condiciones necesarias y suficientes para la convergencia débil de las estadísticas de orden.

Richard L. S. (1989), señala que en general, el método tradicional y mejor conocido como análisis de valor extremo está basado en el valor extremo de las distribuciones límite.

En los años recientes, se han estudiado varios procedimientos alternativos para el estudio de las distribuciones límite. Un método consiste en mirar los excedentes por encima de los umbrales altos en lugar de los máximos sobre los periodos de tiempo fijo. La idea de analizar valores extremos se ha desarrollado por procedimientos matemáticos basados en un cierto número de estadísticas de orden extremas (por mencionar algunos) y la distribución Pareto Generalizada como una distribución estable para los excesos sobre el umbral. Otro acercamiento, el cual combina en parte las aplicaciones clásicas y el umbral, es tomar el número fijo de estadísticas de orden de cada año y ajustar la distribución de valor extremo apropiada para la distribución común de las estadísticas de orden más grandes.

1. 1. Antecedentes

En 1960, trece de los principales países exportadores de crudo se enfrentaron con las petroleras internacionales por los precios del petróleo. Estas

discusiones llevaron a los estados productores a crear la OPEP (Organización de Países Exportadores de Petróleo), una organización inter-gubernamental constituida en Bagdad (Irak), con la intención de influir sobre los precios del crudo mediante el control de los niveles de producción. De esta manera, los países de la OPEP logran generar mayores ingresos en sus presupuestos.

El objetivo de OPEP es coordinar y unificar las políticas petroleras de sus Países Miembros, buscando asegurar la estabilidad de los precios del petróleo en los mercados internacionales, de cara a evitar las fluctuaciones innecesarias y perjudiciales de los precios, mantener un suministro regular, eficiente y económico de petróleo a los países consumidores, y preservar los intereses de las naciones productoras.

Actualmente está integrada por los siguientes países: Arabia Saudí *, Argelia, Emiratos Árabes Unidos, Indonesia, Irán*, Irak*, Kuwait*, Libia, Nigeria, Qatar, Venezuela* (* Miembros Fundadores).

Sin embargo, no todos los países productores de crudo se encuentran en la OPEP. Algunos, como Estados Unidos o Gran Bretaña, decidieron no vender su petróleo a través de la organización. Otros estados «no pertenecientes», como México, Rusia o Noruega, colaboran a menudo con la organización para subir los precios.

Además, dentro de la propia organización se dan con frecuencia conflictos de intereses que chocan en las negociaciones para acordar estrategias. Países con reservas de petróleo relativamente pequeñas, o estados como Argelia y Libia, con crudos de primera calidad, o incluso otros como Irán o Nigeria, con mucha población y escasos recursos alternativos, presionan a menudo para obtener precios más altos. Entretanto, productores como Arabia Saudí y Kuwait, con inmensas reservas y pequeñas poblaciones, temen que los elevados

precios aceleren cambios tecnológicos y el descubrimiento de nuevos depósitos, reduzcan el valor de su crudo.

Los países de la OPEP actualmente producen alrededor del 40% del petróleo crudo a nivel mundial. Estos países cuentan con capacidades de producción utilizadas parcialmente, pues están sujetos a cuotas de producción definidas internamente durante las sesiones del organismo.

Algunos países tienen sus propias explotaciones: Estados Unidos, por ejemplo, tiene importantes yacimientos en el norte de Alaska, Texas y Louisiana, y otras reservas adicionales frente a la costa de California y en áreas que bordean las montañas Rocosas. Pero estos volúmenes no alcanzan para satisfacer los requerimientos de consumo de la población ni los de la producción industrial.

Es por eso que los países de Europa Occidental, Estados Unidos y Japón, altamente industrializados, son los que compran la mayor cantidad de petróleo en el comercio mundial del hidrocarburo: alrededor del 80% de lo que se comercializa a escala mundial.

El petróleo es un recurso limitado, sin embargo las reservas mundiales han sido estimadas en más de un trillón de barriles y más del 78% se encuentran localizadas en los países pertenecientes a la OPEP.

Las reservas de los países de la OPEP son suficientes para continuar produciendo petróleo unos 80 años más, a los niveles de producción actuales, mientras que las reservas de los países no pertenecientes a OPEP, podrían agotarse en menos de 20 años. La demanda mundial de petróleo está creciendo y OPEP será una fuente importante de suministro. Si se manejan bien los recursos, se hace un uso eficiente del petróleo y se desarrollan nuevos campos de producción las reservas podrían durar para las futuras generaciones.

Al respecto y en general, se concluye que el precio de la mayor parte de bienes y servicios es determinado por la interacción de la oferta y la demanda. Cuanto más se demande de un bien, mayor el precio que los compradores deberán pagar por el mismo, y viceversa. En el caso del petróleo, se observa que durante el último año la demanda superó a la oferta, impulsando consecuentemente el precio al alza. La tendencia no parece mostrar un cambio que permita prever una reducción en dicha brecha, al menos en el corto plazo. (OPEP: Organización de Países Exportadores, 2009).

1. 2. Planteamiento del problema

Valores extremos se denomina a los valores inusuales causados por eventos raros. Pueden definirse, también, como eventos de baja probabilidad de ocurrencia pero de alto impacto. En el análisis clásico de datos, los valores extremos son llamados *outliers* y, generalmente, son ignorados en los estudios. Esto significa que los datos son analizados de forma de hacerlos uniformes a los efectos de ajustar un modelo a ellos. Esto es correcto si se buscan estimadores de los casos comunes por lo que, no debe importar si se quitan los valores extremos. Pero si se busca describir los eventos que no suceden comúnmente, entonces es incorrecto.

El potencial de la teoría de los valores extremos (función de valor extremo generalizada) aplicada a problemas de índole financiera ha sido reconocido recientemente. El final de la última década ha sido caracterizado por la inestabilidad en los mercados financieros a nivel mundial. Esto motiva la revisión de los modelos de evaluación de riesgos existentes y lleva a la búsqueda de metodologías apropiadas que puedan hacer frente a estos riesgos y sus consecuencias.

PEMEX no escapa a esta situación, por ello es que en la presente investigación el problema a resolver se centra fundamentalmente en modelar el

comportamiento de dos activos que pertenecen a la misma actividad industrial, de forma independiente. Destaquemos en este caso los precios de los tipos de petróleo Istmo y Olmeca.

1. 3. Justificación e importancia

Un alto porcentaje del petróleo comercializado internacionalmente, proviene de OPEP, de allí que ésta ejerce una fuerte influencia en el mercado petrolero mundial, especialmente sus decisiones de reducir o incrementar sus niveles de producción, hacen subir o bajar los precios del petróleo crudo.

La disminución del precio internacional del petróleo constituye un estímulo muy importante para los países importadores netos, pero genera problemas macro y microeconómicos en los países exportadores, en la medida en que afecta la cuenta corriente de sus balanzas de pagos, disminuye su capacidad adquisitiva y de endeudamiento, reduce los ingresos fiscales, provoca problemas de liquidez en sus empresas estatales petroleras y afecta los programas de inversión, necesarios para el desarrollo de la industria, reducciones en las inversiones de infraestructuras (necesarias para mantener el flujo de petróleo en el mercado mundial).

Así, la demanda global seguiría aumentando pero no habría suficiente crudo para cubrirla, lo que provocaría un nuevo incremento en los precios. Es decir, los bajos precios internacionales del crudo hacen antieconómicas las operaciones petroleras de poca productividad y altos costos, y desestimulan el desarrollo de otras fuentes energéticas.

Por otra parte, una subida fuerte de los precios es beneficiosa a corto plazo pero a la larga estimula la investigación de otros campos y el desarrollo de formas alternativas de energía, con lo que los precios vuelven a bajar.

El precio del petróleo y la inflación son dos cosas que van de la mano en la economía, ya que el crudo al ser un insumo básico, influye en muchos otros, por lo que al subir su precio drásticamente muchos productos derivados de él también suben, un ejemplo muy claro es la gasolina (que viene del petróleo), cuando sube su precio es casi inminente el aumento de precios de casi todos los productos ya que para transportar cualquier producto se necesita de la gasolina y al encarecerse ésta, los empresarios para no perder dinero, suben sus precios para recuperar lo que pagaron por el aumento del combustible.

El precio del petróleo durante la guerra ha ido disminuyendo, acentuándose notablemente con la caída del régimen de Irak. Esta caída de precio es debida a la integridad de los pozos del país y a la sobreproducción, durante el periodo bélico, frente a la demanda existente.

A nivel nacional, al igual que en otros países productores de petróleo, una de las variables macroeconómicas más importantes en el proceso de presupuestación en la economía, es la que corresponde a la fijación del ya mencionado precio del petróleo. Está visto que en los últimos años los ingresos fiscales por concepto de éste se han superado una tercera parte de los ingresos totales. Técnicamente, para su cálculo, se utilizan modelos econométricos de series de tiempo. Si el cálculo se estima por debajo de lo estipulado, se tendría que reducir el gasto para mantener el saldo público en lo estipulado; si el precio resulta mayor a lo estimado o le aumentan a éste, los legisladores, en su juego político, empiezan a alterar las cifras para inflar el presupuesto, lo que se traduce en mayores ingresos (al menos contables), para el siguiente año en que terminan repartiendo en los extras considerados, muchas veces con criterio político, antes de aprobar la documentación pertinente. Es claro, que aunque la intención y mecanismos son buenos, se ven mermados por los intereses políticos.

1. 4. Objetivo general

Proponer el uso de la teoría de valores extremos en el análisis de series de tiempo relativas a precios de petróleo y su uso potencial en la política económica.

1. 5. Objetivos particulares

- Modelar las series de tiempo correspondientes a los precios de petróleo tipo Istmo y Olmeca, mediante el uso de los modelos ARIMA.
- Analizar el comportamiento de los precios del petróleo en función de la metodología de la teoría de los valores extremos.
- Buscar una solución al problema de optimización no lineal con restricciones de desigualdad y, realizar un diagnóstico de la linealidad de la forma de la función de exceso-promedio.
- Generar recomendaciones de carácter económico que conlleven a la fijación futura de los precios del petróleo tipo Istmo y tipo Olmeca.

1. 6. Hipótesis

- La transformación y estacionalización de las series de tiempo, permite disminuir la variabilidad y con ello obtener estimadores más precisos en el ajuste de los modelos estimados.
- La caracterización de la teoría de valor extremo generalizada, conforma el más apropiado de los instrumentos teóricos estadísticos para realizar predicciones cuando los eventos presentan características extremas o de poca probabilidad de ocurrencia.

- La optimización del proceso, partiendo de los resultados obtenidos en la función de valor extremo generalizada, proporciona certeza en la obtención y precisión de las predicciones que se obtengan para fijar los precios futuros del petróleo, delimitados, éstos, por los resultados que proporciona el análisis de los precios que se obtienen de la función exceso-promedio.
- El seguir los resultados obtenidos con los procesos de análisis aquí realizados, conducirá a evitar sobreestimaciones que generarán distorsiones en la asignación de los recursos de la federación a los gobiernos estatales.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

2. 1. Historia de la exploración petrolera en México

A fines del siglo pasado, las compañías extranjeras comenzaron la exploración en México. El primer pozo perforado con el fin de buscar petróleo en la República Mexicana fue, aparentemente, el que hizo Adolfo Autrey a una profundidad de 40 metros cerca de las chapopoterías de Cougas, conocido después con el nombre de Furbero, en las inmediaciones de Papantla, Ver. Este pozo se perforó en 1869, sin encontrar producción.

En la década de 1880, varios pozos someros fueron perforados sin éxito, cerca de las chapopoterías, en las Haciendas Cerro Viejo y Chapopote Núñez, al Norte del Estado de Veracruz.

Ya avanzado el año de 1899, Edward L. Doheny y su socio C.A. Canfield, prósperos productores de petróleo de California, hicieron una inspección en la región de Tampico. Llegaron por el norte hasta San José de las Rusias, al oeste hasta Tempoal y hacia el sur, hasta San Jerónimo y Chinampa. Impresionados por la cantidad de chapopoterías cerca de las estaciones de ferrocarril de Ébano y Chijol, en el Estado de San Luis Potosí, adquirieron en mayo de 1900 la Hacienda Tullillo y organizaron la Mexican Petroleum Company of California. Comenzaron a perforar el primero de mayo de 1901. Ya para el final de 1903 habían perforado unos 19 pozos sin ningún resultado favorable. Doheny y Canfield habían perdido una buena parte de sus fortunas en Ébano. En ese trance estaban, cuando fue consultado el Ing. Ezequiel Ordóñez, geólogo mexicano de gran prestigio, quien una vez que analizó los resultados obtenidos, recomendó la perforación de un pozo cerca del cuello volcánico, conocido como Cerro de La Pez, donde se encontraban dos chapopoterías muy grandes. El pozo, La Pez No. 1, se terminó el día 3 de abril de 1904, con una producción de

1,500 barriles de petróleo por día, a una profundidad de 503 metros. Este fue el primer pozo realmente comercial que se perforó en México.

En el sur del Estado de Veracruz, fue descubierto por otra compañía, el Campo San Cristóbal en el año de 1906.

Los éxitos continuaron en el territorio mexicano. Otra Compañía de capital inglés de Sir Weetman Pearson, llegó a la región Tampico-Tuxpan, y después de varios intentos, en mayo de 1908, terminó el Pozo No. 2, en la Hacienda San Diego de la Mar, con una producción de 2,500 barriles de petróleo al día. Con ello se descubrió la faja de campos petrolíferos muy ricos, que llegó a conocerse con el nombre de la Faja de Oro.

Las empresas internacionales siguieron la actividad petrolera. En 1910 llegaron a Tampico la Standard Oil Company y la Royal Dutch Shell, ésta última perteneciente al consorcio de holandeses e ingleses.

Los pozos productores de petróleo que tuvieron resonancia internacional, fueron muchos, destacando el Casiano No. 7, que comenzó su producción el 8 de septiembre de 1910. En 1911, se terminó el Potrero del Llano No. 4. Pero sin duda, uno de los pozos más espectaculares en los anales petrolíferos, no sólo de México sino del mundo, fue el Cerro Azul No. 4, perforado en el año de 1916, localizado por Ezequiel Ordóñez. Su producción se estimó en 260 mil barriles por día.

La explotación del petróleo continuó en forma irracional, fueron actos de piratería en contra de nuestra patria y de los valores humanos de nuestros compatriotas. Se llegó al límite de la paciencia y los obreros iniciaron un movimiento de resistencia al mal trato y a la falta de garantías de supervivencia, logrando el apoyo de nuestras autoridades, que culminó con la nacionalización de algo que por ley pertenecía a la sociedad mexicana: el petróleo.

Con el nacimiento de Petróleos Mexicanos, en 1938, la administración para el control nacional, divide la actividad por zonas y comienza la acción de los técnicos mexicanos. (Mariel, 2009).

Luego de una larga serie de conflictos laborales entre trabajadores y compañías petroleras, el presidente Lázaro Cárdenas decretó, el 18 de marzo de 1938, la expropiación de la industria petrolera. No fue, como se quiso ver al principio, una decisión precipitada. Correspondía, más bien, a una política profundamente nacionalista surgida de la Revolución que propugnaba el derecho de México a sus recursos naturales, entre ellos el petróleo, y la distribución justa de la riqueza derivada de ellos. Tampoco era la primera vez que el general michoacano realizaba un acto de esta naturaleza. Como gobernador de su estado natal había aprobado una ley que permitía la expropiación de las fábricas que se habían negado a someterse a las regulaciones laborales. Siendo presidente de la república, Cárdenas expropió los Ferrocarriles Nacionales y dio su control a los trabajadores; en La Laguna, región algodonera situada entre los estados de Durango y Coahuila, expropió las tierras para repartirlas entre los campesinos. La expropiación petrolera tuvo otro matiz, pues dio al Estado el control directo de un recurso estratégico para la economía y el futuro de la nación.

Ya desde los años veinte el gobierno mexicano procuró regular el renglón de la producción de petróleo y lograr un mayor control de la industria petrolera por medios de una institución pública denominada Control de Administración del Petróleo Nacional (CAPN), que tuvo el propósito de llevar a cabo operaciones de producción y refinación en terrenos federales. Los resultados del CAPN fueron modestos. Entre 1926 y 1929 produjo un poco más de 7,000 barriles, cantidad simbólica comparada con los casi 250 millones de barriles que las compañías extranjeras produjeron en ese mismo periodo. (Celis, 1988: p. 211).

Más adelante, en 1933, el proyecto de una empresa nacional cobró más forma con la creación de la Compañía Petróleos de México, S. A. (PETROMEX), una empresa de capital mixto. La nueva compañía que sustituyó al CAPN tenía como objetivos principales regular el mercado interno de petróleo y refinados; asegurar el abastecimiento interno (especialmente para las necesidades del gobierno y los ferrocarriles) y capacitar personal mexicano. PETROMEX desarrolló todas las capacidades de una empresa integrada verticalmente. Contaba con pozos y oleoductos en la Faja de Oro junto con una refinería y varias estaciones terminales en Tampico. Sus agencias distribuidoras cubrían la venta de productos en siete estados de la república y en la ciudad de México en las que se ofrecía al público gasolina y otros tipos de combustibles, queroseno y aceites lubricantes. El gobierno estableció que participaría con el 50 % del capital y 40% del control de la empresa y el resto quedaría abierto a inversionistas mexicanos. Sin embargo, a mediados de 1936 la proporción del capital invertido en PETROMEX apuntaba a un 31.5 % del gobierno y 20.5% de los inversionistas, de un total de 10.4 millones de pesos. La falta de inversión y la baja producción obstaculizaron definitivamente la consolidación y expansión de PETROMEX. (Celis, 1988: pp. 323-324.)

Ante la necesidad de un control más eficiente sobre la industria petrolera, el gobierno creó, en 1937, una organización que dependía directamente del ejecutivo, la Administración General del Petróleo Nacional (AGPN), a la que traspasó las propiedades de PETROMEX y asignó los mismos propósitos. El 19 de marzo de 1938 la AGPN se hizo cargo provisionalmente de los bienes expropiados a las compañías petroleras.

La industria que el gobierno había nacionalizado necesitaba de una gran reorganización si se quería conformar un sistema racional a escala nacional. Concentrar y coordinar toda la infraestructura de las compañías expropiadas resultó un problema demasiado complejo que el gobierno intentó resolver creando dos instituciones en junio de 1938: Petróleos Mexicanos (PEMEX), que

se encargaría de la exploración, producción y refinación, y la Distribuidora de Petróleos Mexicanos, encomendada del mercadeo de petróleo y derivados, tanto de PEMEX como de la AGPN, dentro y fuera del país. PEMEX y la distribuidora contaban con consejos de administración separados conformados cada uno por un gerente general y varios miembros representantes de las secretarías de gobierno, la AGPN y el sindicato de trabajadores. Con esta triple organización surgieron una serie de problemas internos que el gobierno resolvió adjudicando a PEMEX todo el manejo de la industria a partir de agosto de 1940. (Lavín, 1979: pp. 251-252).

Los años comprendidos entre 1938 y 1946 pueden considerarse como la etapa formativa de PEMEX. Comprende dos años en los que PEMEX actuó como parte del conglomerado de empresas creado por el gobierno a partir de la expropiación y seis años como la única empresa encargada del manejo de toda la industria. Durante este periodo también se conformó el marco legal que le dio a PEMEX el carácter de empresa pública y las facultades necesarias para llevar a cabo sus objetivos.

En un principio PEMEX tuvo que mantener la producción y el mercado de hidrocarburos. En ese sentido, el primer problema que enfrentó fue la restricción a las exportaciones mexicanas de petróleo ocasionada por el bloqueo económico que las compañías petroleras impusieron a México luego de que el gobierno expropió sus bienes. Los efectos de esta medida arbitraria no afectaron severamente a PEMEX, pues por un motivo u otro nunca faltaron compradores. Además, durante esos años la producción mostró una tendencia a la baja que combinada con el incremento constante de la demanda interna dejaron a México realmente con poco petróleo para exportar. Si bien esta situación ayudó para que los efectos del bloqueo no se resintieran tanto, al mismo tiempo impidió el ingreso de divisas al país.

Junto con el bloqueo a las exportaciones de petróleo mexicano, las empresas expropiadas trataron también de impedir que los fabricantes de insumos para la industria petrolera abastecieran a PEMEX, pero esta maniobra tampoco causó estragos definitivos a la empresa mexicana, pues con el advenimiento de la Segunda Guerra Mundial Estados Unidos y México entrarían en una fase de cooperación estratégica.

En el ámbito nacional fueron varios los problemas que retrasaron la consolidación y expansión de PEMEX. Por una parte, el aumento de la demanda, originada por los requerimientos del renovado proceso de industrialización de los años cuarenta terminó superando los niveles de producción y PEMEX tuvo que importar productos derivados. La política de precios bajos que el gobierno impuso a la empresa como parte de su misión había incrementado el consumo, pero dañó severamente sus ingresos, situación que se agravó aún más cuando ya no hubo petróleo que exportar. Por otra parte, era necesario hacer grandes inversiones en exploración y en la ampliación de la capacidad de refinación, pero sin los ingresos suficientes era menos que imposible. El endeudamiento externo fue una primera solución. En 1944 el EXIMBANK otorgó a México un préstamo 10 millones de dólares para que PEMEX ampliara la refinería de Azcapotzalco. La depresión productiva había alcanzado su punto más bajo en 1943, cuando se produjeron 35.1 millones de barriles, 14.8 millones menos que en 1937. Para 1946 la producción pudo recuperarse alcanzando los niveles de este último año, pero con la demanda en aumento era necesario impulsar la explotación de nuevos pozos. Para tal fin, PEMEX creó en 1941 el Departamento de Exploración, sin embargo, la falta de recursos impidió de nueva cuenta obtener resultados en este rubro. En estas condiciones terminaba, en 1946, la administración del gerente general Efraín Buenrostro. (Powell, 1950: pp. 35-39, Meyer y Morales, 1990: p. 82-89).

2. 2. De la consolidación a la expansión

Durante los dos periodos administrativos de Antonio J. Bermúdez (1946-52, 1952-58), PEMEX dio los primeros pasos en firme hacia la integración vertical. En diciembre de 1946 un nuevo decreto reformó la estructura corporativa original de la empresa estableciendo como principales funcionarios al Director General y tres subdirectores, cada uno a cargo de la producción, la comercialización y la administración y los asuntos jurídicos. Todos serían nombrados directamente por el presidente de la república. Antes de esta reforma, la cadena de mando dentro de la empresa partía del gerente general a los distintos departamentos (exploración, producción, refinación, ventas internas, exportaciones, finanzas y bienestar social) a través del secretario general. El gerente general era asistido por dos secretarios especiales, uno coordinaba los departamentos y otro los asuntos técnicos. Asimismo, el secretario general era asistido por otros dos secretarios especiales. La reforma administrativa de 1946 dio una mejor organización interna a PEMEX, pues la coordinación de las actividades pasaba primeramente por los tres subdirectores antes de llegar al nivel del director general. De esta manera, el Subdirector Técnico de Producción se hacía cargo de la exploración, explotación y refinación; el Subdirector Técnico Administrativo, de los empleados y trabajadores; y el Subdirector Técnico Comercial, de las ventas internas y la exportación. Al mando del Director General se hallaban los departamentos de coordinación técnica e ingeniería, finanzas y los de las zonas de explotación del norte (campos de Tampico, Faja de Oro y Poza Rica) y los del sur (campos del Istmo de Tehuantepec). (Powell, 1956: p. 42-43).

El marco jurídico de estos años había definido a PEMEX como una empresa de carácter público, sin fines lucrativos, cuyos objetivos eran conservar y aprovechar racionalmente los recursos petroleros, atender el mercado interno abasteciéndolo oportunamente y exportando únicamente los excedentes de la producción, contribuir al gasto público mediante el pago de impuestos, mejorar

el nivel cultural de los trabajadores petroleros y crear beneficios colectivos en las zonas de explotación. (“Realizaciones en Petróleos Mexicanos”, 1952: p. VI).

Con este andamiaje administrativo y jurídico, PEMEX se aprestó a iniciar sus actividades bajo un plan que tuvo como meta principal atender el mercado interno en constante crecimiento con base en el desarrollo de las capacidades de producción y refinación.

PEMEX había heredado de las antiguas compañías las cuatro principales zonas petroleras en México: la región Pánuco-Ébano (San Luis Potosí y Veracruz), la Faja de Oro (Tamaulipas y Veracruz), la región del Istmo, y a principios de la década de 1930 se había agregado Poza Rica como una nueva región de gran potencial, sin embargo, la compañía El Águila no pudo desarrollarla completamente debido a complicaciones legales con la AGPN. Exceptuando Poza Rica, las otras tres regiones petroleras se encontraban en decadencia. Su agotamiento, específicamente de la Faja de Oro, fue responsable de la gran depresión productiva suscitada a partir de 1922. Esta situación se prolongó más o menos hasta 1946. Durante la gestión de Bermúdez se buscó un incremento equilibrado de la producción y las reservas para optimizar la explotación de los recursos de hidrocarburos. Las actividades de perforación recibieron un gran impulso que llevó al descubrimiento de nuevas zonas de extracción. Entre 1941 y 1946 PEMEX perforó 159 pozos de exploración y desarrollo con una proporción de éxito de 16%. En contraste, durante el periodo 1947-1958, el número de pozos perforados alcanzó la cifra de 1 621, de los cuales 30% fueron exitosos.

Esta incrementada actividad vino acompañada del descubrimiento de nuevos yacimientos importantes a partir de 1948. En ese año comenzó el desarrollo de campos en Reynosa, Tamaulipas, conformándose así la región Noreste, donde existían vastas reservas de gas y petróleo. Al año siguiente, sucedió lo mismo

en la región occidental de Tabasco. Sin duda alguna, el hallazgo más importante de este periodo fue la región bautizada como Nueva Faja de Oro. La explicación de su nombre es obvia. Situada al sureste de la antigua Faja de Oro y con características similares, esta región se convirtió en la más productiva de todas aportando el 50% de los nuevos campos en 1953 y 1956. (Meyer y Morales, 1990: p. 116).

Estos descubrimientos trajeron como consecuencia un incremento tanto de la producción como del volumen de reservas. En 1945 la producción anual de crudo de los campos mexicanos había sido de 43.5 millones de barriles y las reservas totales de hidrocarburos, que incluían crudo y gas natural, representaban 1 276 millones de barriles. En 1946 estas cifras se habían elevado a 49.2 y 1 437 millones de barriles para cada categoría. Para 1958 la producción ya era de 93.5 millones y las reservas sobrepasaban de 4,000 millones.

La industria de la refinación también demostró grandes avances. PEMEX redistribuyó geográficamente sus plantas de tratamiento y amplió su capacidad de producción para atender la demanda interna de productos elaborados. La reestructuración geográfica tenía como objetivo abastecer las zonas de mayor consumo en el país. En 1938 existían seis refinerías en operación, de las cuales cinco se localizaban en la zona costera del Golfo (Mata Redonda, Árbol Grande, Minatitlán, Ciudad Madero y Poza Rica) y una en Azcapotzalco. La refinería de la capital, que en 1938 y 1946 tenía una capacidad de 13 000 y 20 000 barriles diarios respectivamente, fue desmantelada totalmente y se construyó una nueva que comenzó a operar en este último año con una capacidad de 50 000 barriles al día. En 1955 su capacidad se amplió nuevamente a 100 000 barriles. Esta planta tenía la mayor cantidad de equipo instalado y producía el combustible de aviación que consumía el país. Del mismo modo, a partir de 1954 la antigua refinería de Minatitlán fue reconstruida para aumentar su producción a 50 000 barriles diarios y en las otras plantas se hicieron mejoras

para elevar la calidad de la producción. Junto a la modernización de las plantas, PEMEX construyó, en 1950, otras dos refinerías nuevas en Salamanca y Reynosa que ayudaron a desahogar la producción de Azcapotzalco. Con todo este despliegue modernizador, entre 1938 y 1958, PEMEX incrementó el volumen total de destilación primaria en 315% y la producción con base en la desintegración catalítica en 369%.

La integración de los campos productivos, las refinerías y los centros de consumo necesito de mayores capacidades de transporte. Los oleoductos más importantes construidos durante la gestión de Bermúdez fueron los de Poza Rica-Azcapotzalco (1946), Poza Rica-Salamanca (1950), Minatitlán-Salina Cruz (1951) y Tampico-Monterrey (1956). Asimismo, el transporte ferroviario, por carretera y marítimo aumentó considerablemente. En 1946 PEMEX tenía a su servicio 1 561 carro-tanques y en 1957 disponía de 2 130. En 1950 contaba con 141 auto-tanques y para 1957 el número de estas unidades llegaba a 400. Finalmente, durante estos años PEMEX incrementó el número de su flota marina de 12 a 18 buques tanque. (Ruiz, 1988: pp. 266-269; Meyer y Morales, 1990: pp.120-123).

Definitivamente, entre 1946 y 1958 PEMEX se convirtió en una empresa consolidada y en proceso de expansión que contaba con toda la infraestructura necesaria para cumplir con uno de los principales objetivos para el cual fue creada: surtir las necesidades del mercado interno. Sin embargo, esto no significa que su desempeño estuviera exento de problemas. El más grave que enfrentó siguió siendo la falta de recursos propios para fortalecer el crecimiento de la industria. La política de precios bajos había tenido un papel importante para que los requerimientos de energéticos en el país estuvieran completamente satisfechos pero repercutió negativamente en la condición financiera de la empresa. Debido a que PEMEX tenía que transmitir recursos a otras áreas de la economía a través de la comercialización de productos con precios disminuidos y cargas fiscales, la empresa se veía imposibilitada para

reinvertir parte de sus ingresos en la expansión de las actividades de exploración, explotación, refinación y transporte. Todo esto se complicaba con el constante incremento de la demanda interna. Durante el segundo periodo de la administración de Bermúdez los impuestos pagados por PEMEX equivalieron a poco menos de la mitad de la inversión de la industria petrolera. El director general reconocía que si bien PEMEX no tenía como objetivo primordial el maximizar las ganancias, la empresa no podía hacer menos que financiar sus propias inversiones por medio de un sistema remunerativo de precios. (Morales *et al.*, 1988. p. 24). Pero el alza de precios no podía resolver del todo el problema. La situación se tornó crítica en 1955, cuando más del 20 % de los productos distribuidos por PEMEX se compraron en el exterior.

La razón del desequilibrio comercial no estribaba en una insuficiencia de la producción sino, como señaló Bermúdez, en una disparidad entre la composición de la demanda y las posibilidades del sistema de refinación para producir los volúmenes de refinados que exigía el mercado nacional. Para afrontar los enormes gastos que implicaba la expansión industrial, PEMEX abrió líneas de crédito con bancos norteamericanos que sumaron varios millones de dólares. La empresa respaldó estos préstamos principalmente con exportaciones del gas beneficiado en la refinería de Reynosa. (Ruiz, 1988: p. 290).

Entre 1959 y 1973 la expansión de PEMEX sufrió una desaceleración importante que culminó en una crisis productiva. Las razones de este rezago obedecieron, en primer lugar, a cambios en las políticas de exploración que llevaron a una caída de las reservas probadas. Durante la administración de Pascual Gutiérrez Roldán (1959-1964) se dio preferencia a las perforaciones de desarrollo en detrimento de las perforaciones exploratorias. De los 3 744 pozos perforados durante su gestión 85% fueron pozos de desarrollo, lo cual aumentó la producción de crudo y gas natural, pero se postergó el descubrimiento de nuevos depósitos. El siguiente director general, Jesús Reyes Heróles (1964-

1970), corrigió esta situación dando un mayor impulso a la perforación exploratoria y dejando en un segundo término la de desarrollo. Su administración heredó al final la localización de los ricos yacimientos en el sureste de México, pero no inició la explotación de estos depósitos. En segundo lugar, el retraso de las actividades de exploración se debió también a limitaciones financieras. Los costos de la exploración se hicieron más onerosos conforme PEMEX comenzó las perforaciones profundas más allá de los 3 000 metros. En resumen, durante este periodo la extracción de crudo continuó en los campos conocidos, principalmente los de las zonas de Poza Rica, la Nueva Faja de Oro y Pánuco-Ébano.

La explotación de las reservas probadas mantuvo una producción constante de hidrocarburos, destacando entre ellos el gas natural. Sin embargo, mientras la producción de hidrocarburos creció en una proporción de casi 90%, las reservas apenas alcanzaron un incremento de 25%. Aun así, la producción no pudo enfrentar el incremento del consumo interno. Éste tuvo, entre 1960 y 1972, una tasa de crecimiento anual de casi 10% mientras que el de la producción fue de sólo 4.1%, consecuentemente PEMEX recurrió a la importación de crudo para satisfacer la demanda dentro del país. La elevación del consumo de hidrocarburos respondía a la irrupción definitiva de la industria gasera en México durante los años sesenta –impulsada por la capacidad de comercialización por parte de PEMEX– y a una composición nueva de la demanda que se concentró en los destilados ligeros en lugar de los combustibles pesados, ambos elementos característicos del auge industrializador de estos años. En 1959 el consumo de gas dentro de la república era de un poco más de 2 800 millones de m³, en 1970 el volumen había aumentado a 12 206 millones de m³. Por su parte, el combustóleo dejó de ser el producto de mayor consumo y su lugar fue ocupado por la gasolina, el gasóleo y el diesel. (Morales et al, 1988: pp. 148-155).

Para cumplir con el abastecimiento de la demanda, PEMEX amplió las capacidades de sus refinerías e inauguró una planta de absorción en Tabasco, Ciudad PEMEX, con una capacidad de 300 millones de pies cúbicos diarios de gas. Hacia 1974 las refinerías construidas en las décadas anteriores siguieron operándose a un mayor ritmo, alcanzando una producción diaria total de 645 millones de barriles diarios. (PEMEX, 1974).

Todas las irregularidades involucradas en las actividades de exploración, producción y refinación, el incremento diversificado de la demanda interna, más las complicaciones económicas derivadas de la incapacidad financiera de la empresa para financiar con recursos propios su costosa expansión, derivaron en una crisis de autoabastecimiento que estalló en la década de 1960. En 1966 PEMEX dejó de exportar crudo por primera vez en su historia y redujo sustancialmente las exportaciones de derivados y gas natural. Imposibilitada para cerrar la brecha comercial entre oferta y demanda, en 1971 la empresa recurrió a la importación de crudo y productos petrolíferos. Asimismo, y como un síntoma de la mala situación financiera por la que atravesaba, en 1973 PEMEX incrementó por primera vez los precios de sus productos para complementar sus ingresos.

Durante los años del “petróleo difícil”, como llamó Reyes Heróles al periodo de su administración, uno de los logros más importantes fue sin duda la fundación del Instituto Mexicano del Petróleo. Creado por en 1965, el IMP surgió como parte de los esfuerzos en la integración vertical de la industria petrolera que tenían como propósito desarrollar la investigación científica propia y reducir los altos costos provenientes de la importación de tecnología.

PEMEX comenzó a recobrar el camino hacia la autosuficiencia productiva a mediados de la administración de Antonio Dovalí Jaime, (1970-1976). En esos años la empresa echó a andar un nuevo y ambicioso programa de perforaciones de desarrollo que tuvo como objetivo intensificar principalmente la

explotación de los mantos de Reforma (Chiapas-Tabasco), localizados algunos años atrás, y de la plataforma continental de Campeche.

Los campos de Reforma iniciaron su producción en 1972; en 1974 propiciaron el repunte de la producción nacional, que en ese año alcanzó 209.8 millones de barriles, cifra que rompió por primera vez el récord marcado en 1921 (193.3 millones de barriles). Para 1978 esta región petrolera proveía 79% de la producción total del país, convirtiéndose consecuentemente en el centro principal de reservas. El petróleo de los pozos de Reforma era de buena calidad, con alto contenido de componentes ligeros y de gas asociado.

Los trabajos de perforación en la Sonda de Campeche se habían preparado durante la primera mitad de la década de los setenta, pero fue en 1976, con el primer campo marino de la zona llamado Chac, cuando se inició su explotación en forma. Posteriormente, con el descubrimiento, en 1979, del campo de Akal, extensión de los mantos de Chac, se conformó el complejo Cantarell. Para 1982 la producción de la Sonda de Campeche había desplazado, con creces, a la región de Reforma, aunque su crudo era más pesado y con menor proporción de gas asociado. (Meyer y Morales, 1990: p.183).

Los yacimientos de Reforma y Campeche aportaron 93% de los 1 002 millones de barriles a los que llegó la producción nacional en 1982, cantidad que no fue superada sino hasta 1996 y con la cual México se colocaba en la cuarta posición entre los productores mundiales de petróleo. De esta manera el sureste superó a la Faja de Oro y el noroeste como las principales zonas productoras de México.

En 1974 el incremento sin precedente de la producción permitió a PEMEX reanudar las exportaciones suspendidas ocho años atrás. En ese año 2.8 % del crudo producido se destinó al comercio exterior. En los años subsiguientes las exportaciones crecerían hasta alcanzar, en 1983, la inusitada proporción de

58%. Sin lugar a duda, México se había convertido completamente en un exportador de crudo. ¿Qué había pasado? El gran auge petrolero de estos años llevó al gobierno a replantear el papel de PEMEX dentro de la economía nacional. Desde la expropiación y hasta el fin de la gestión de Antonio Dovalí Jaime, la empresa había considerado las exportaciones como un elemento complementario en el equilibrio de sus finanzas en aras de hacer frente al compromiso de atender la demanda nacional. A partir de la administración del director general Jorge Díaz Serrano (1976-1981), PEMEX hizo de la exportación masiva el eje fundamental de su expansión. Esta nueva política de exportaciones obedecía principalmente a los planes del Ejecutivo que consideró entonces a las divisas generadas del petróleo la “palanca” que sacaría al país de la crisis económica y el “motor” del desarrollo económico. En un principio los mercados foráneos acapararon gran parte de los esfuerzos de expansión de PEMEX. Se procedió con prisa a intensificar las actividades de exploración para acrecentar el volumen de reservas exportables, pues las condiciones internacionales parecían propicias para los países productores independientes. Durante el primer año bajo la dirección de Díaz Serrano, PEMEX incrementó las ventas al exterior en 57% en relación al año anterior. (PEMEX, 1977).

El furor despertado por las exportaciones llevó inclusive a tomar decisiones precipitadas que se reflejaron en proyectos antieconómicos o en contratiempos muy costosos para la empresa, como fueron los casos del gasoducto que surtiría a los Estados Unidos desde la región Chiapas-Tabasco y el derrame del pozo Ixtoc I en la Sonda de Campeche. A finales de 1981 el gobierno intentó regular la expansión de PEMEX integrándola en un plan global de energía, devolviendo a la empresa su función primordial de satisfacer las necesidades del desarrollo del país, sin embargo, las exportaciones continuaron siendo uno de los rubros más importantes de sus actividades. Pero las eventualidades que por estos años sufrió el mercado internacional, concretamente la depresión de los precios, impidieron a México desarrollar plenamente sus capacidades como exportador.

No obstante, con el éxito en las operaciones de producción, a partir de 1974 PEMEX logró la autosuficiencia productiva primaria, pues en ese año dejó de importar el crudo con el que complementaba la producción de derivados de consumo interno. La demanda de productos petrolíferos, sin embargo, continuaba su tendencia a la alza por lo que PEMEX amplió sus capacidades de refinación utilizando los recursos financieros conseguidos con las exportaciones y los incrementos de precios. Los objetivos de la empresa se concentraron, por una parte, en incrementar el nivel cuantitativo de producción de las plantas existentes y construir nuevas refinerías. Entre 1970 y 1976 la capacidad conjunta de destilación primaria y líquidos del gas natural de las refinerías de Minatitlán, Ciudad Madero, Azcapotzalco, Poza Rica y Salamanca se aumentó de 571 000 a 798 000 barriles diarios. En ese último año, PEMEX inauguró también la planta “Miguel Hidalgo”, instalada en el municipio de Tula; su producción inicial de 150 000 barriles diarios tuvo el propósito de sustituir la refinería de Azcapotzalco como abastecedora de la región central del país. Con el fin de surtir los mercados regionales de norte de México y la costa del Pacífico, se abrieron dos nuevas refinerías en Cadereyta, Nuevo León, y Salina Cruz, Oaxaca, que para 1981 podían procesar 235 000 y 170 000 barriles diarios. El conjunto de estas transformaciones aumentaron la capacidad de refinación de PEMEX a 1.52 millones de barriles diarios y un nivel de autosuficiencia 99.1%. (PEMEX, 1981; PEMEX, 1988).

Por otra parte, el impulso dado a la industria de la refinación alcanzó también una mayor eficiencia en los procesos productivos. En 1974 entró en operaciones la primera planta endulzadora para aprovechamiento de gas de los yacimientos de Chiapas y Tabasco. En 1978 y 1983 se aplicaron en las refinerías nuevos procedimientos, diseñados por el IMP, para la desmetalización de los residuos desprendidos de la refinación de petróleo al alto vacío y el mejoramiento de la conversión de combustibles pesados a destilados ligeros.

La producción de petroquímicos también presentó un desarrollo importante. En 1976 la capacidad nominal de este sector era de 4.5 millones de toneladas, para 1982 se había elevado a más de 14.5 millones de toneladas. PEMEX contaba en ese año con 92 plantas agrupadas en 17 complejos petroquímicos. Entre las plantas más importantes pueden mencionarse las de Cosoleacaque (amoníaco), Pajaritos (etileno y derivados), Poza Rica (etileno, polietileno y azufre), Minatitlán (aromáticos), Salamanca (amoníaco y azufre) y Cactus (azufre). Además, el complejo petroquímico de la Cangrejera, un proyecto diseñado por PEMEX desde 1974 para atender economías de escala, ya contaba con 12 plantas terminadas. Junto a la capacidad productiva, la empresa diversificó el número de productos petroquímicos básicos, pues en sus plantas se produjeron también metanol, acetaldehído, cloruro de vinilo, percloroetileno, butadieno y propileno, entre otros.

El impulso a la industria de refinación y de producción de petroquímicos de estos años contempló, asimismo, una nueva distribución geográfica de las plantas que las desvinculó en gran medida de los centros productores con el propósito de atender los mercados regionales más apartados. En 1983 toda esta infraestructura estaba conectada por una red de ductos de 42 213 kilómetros, compuesta de la siguiente manera: 52%, gasoductos; 28%, oleoductos 13%, poliductos y 6%, ductos petroquímicos. (Gálvez, 1988: p. 118; Meyer y Morales, 1990: p. 200).

El transporte de la producción de petrolíferos experimentó también un mayor dinamismo como consecuencia del crecimiento de la demanda y la reestructuración geográfica de los centros productivos, de almacenaje y distribución. En 1976 PEMEX contaba ya con 27 buques tanque para sus actividades de transporte marítimo y 183 embarcaciones de distintos tipos para labores de apoyo. El transporte terrestre por ferrocarril se efectuaba por medio de 179 672 carros tanque y el de carretera por 67 158 autos tanque. La red integrada de transporte (ductos, transporte marítimo y terrestre) trasladó, en

1982, 23 millones de toneladas de diferentes productos petrolíferos y petroquímicos. (PEMEX, 1982).

Hacia los inicios de la década de 1980 PEMEX había logrado grandes avances para la industria petrolera nacional y para el desarrollo económico del país. Sin embargo, en esos años se suscitaron una serie de cambios en el contexto internacional que dieron como resultado, por una parte, el repliegue en las actividades de la empresa y, por otra, un replanteamiento de sus estrategias corporativas con el fin de afrontar las nuevas condiciones externas y cumplir con sus objetivos dentro del país.

2. 3. Contracción y último desarrollo

A partir de 1981 la sobreoferta petrolera mundial y la liberación de los precios que regulaban la industria petrolera norteamericana trajeron como consecuencia una caída generalizada de los precios que afectó gravemente a los países productores independientes, entre ellos México. La Organización de Países Productores de Petróleo (OPEP) intentó contrarrestar los efectos de la depresión estableciendo precios fijos y topes de producción, pero no todos los países miembros se ajustaron a estas acciones coordinadas. Arabia Saudita, Irán e Irak siguieron produciendo y saturaron aún más el mercado. El periodo recesivo de la industria petrolera mundial culminó con un desplome de precios a principios de 1986 que constituyó un golpe muy duro para la industria petrolera mexicana. En 1980 los precios de exportación de los crudos de tipo Istmo y Maya eran de 19.2 y 16.5 dólares respectivamente, en 1986 habían descendido dramáticamente a 5.8 y 4.6 dólares. (Morales et al, 1988: pp. 153-155; PEMEX, 1988).

La situación del mercado internacional llevó a PEMEX a cambiar sus políticas de producción a partir de 1983. La administración de la empresa aplicó planes más restrictivos y cautelosos con el fin de lograr ahorros y hacer más eficiente

su desempeño. En materia de producción primaria, PEMEX redujo el número de pozos perforados. Si durante el periodo 1980-1982 se habían perforado 187 pozos de exploración y 842 pozos de desarrollo, para 1986 las nuevas políticas limitaron las perforaciones a 68 y 178 para cada caso. Esto acarreó la reducción de la producción anual a 886 millones de barriles, 116 millones menos con respecto al pico de 1982. Las principales zonas de extracción continuaron dentro de las regiones de Chiapas-Tabasco y la Sonda de Campeche, con la peculiaridad de que ésta se había consolidado definitivamente como la mayor productora del país. En 1986 las 23 plataformas marinas instaladas allí por PEMEX producían 64% de la producción total. Por lo que respecta al gas natural, los volúmenes producidos disminuyeron también de 41.9 millones de m³ en 1983 a 35.5 millones en 1986.

PEMEX redujo, asimismo, los envíos de petróleo al exterior como parte de una estrategia más cuidadosa que contempló precios fijos y topes de exportación, sin embargo, los descalabros del mercado internacional la hicieron disminuir las exportaciones por debajo de las expectativas planeadas. En 1986 el volumen anual de crudo exportado descendió a 470 millones de barriles, una reducción de 12.5% con respecto al año de 1983, año en que PEMEX había alcanzado el nivel de exportaciones más alto hasta entonces.

La capacidad nominal de refinación se mantuvo prácticamente estable, con una tasa anual de variación que en promedio era de 3.7%, mucho menor a la de la década de los setenta que era de 9.1%. De hecho, entre 1983 y 1993 las refinerías de PEMEX sostuvieron una capacidad que no osciló demasiado alrededor de un promedio de 1.5 millones de barriles diarios. No obstante esta pérdida de dinamismo, la empresa siempre pudo cubrir casi la totalidad del consumo interno.

Cabe mencionar que la disminución en la actividad de la industria petrolera nacional fue un fenómeno que obedeció también a las vicisitudes económicas

por la que atravesó el país a principios de los años ochenta. Cuando estalló la crisis de la deuda externa mexicana, provocada por el incremento de las tasas de interés, el gobierno tuvo que implementar una serie de ajustes estructurales para sanear la economía general del país. Estos cambios contemplaron principalmente la modernización del aparato productivo, el incremento del ahorro interno y una mayor apertura hacia el exterior. Con base en este plan general, la industria petrolera experimentó una reorientación que consistió básicamente en la reducción de los programas de inversión y el incremento de la productividad, la rentabilidad y la eficiencia. (Meyer y Morales, 1990: p. 223).

La inestabilidad del mercado petrolero internacional, a la que habría que sumar las contrariedades provocadas por la invasión militar de Irak a Kuwait en 1990, y los efectos de la recesión en la economía mexicana conformaron el marco en que la industria petrolera mexicana se desarrolló durante la primera mitad de la década de 1990. Entre 1987 y 1995 la producción anual de crudo de PEMEX osciló entre los 927 y 955 millones de barriles. Asimismo, las exportaciones de crudo se balancearon entre 491 y 477 millones de barriles, con proporciones respecto a la producción total de 53% y 49%, respectivamente.

La capacidad nominal de refinación de la empresa durante esos años se mantuvo más o menos constante, sin embargo, a partir de 1994 las plantas adquirieron un nuevo impulso que las llevó a procesar 3.7 millones de barriles diarios, más del doble que en los años anteriores. Este repunte se debió a los programas de inversión que dedicaron mayores proporciones del presupuesto a intensificar y mejorar la calidad de los petrolíferos. Aunque no construyó ninguna refinería nueva, PEMEX puso en operación varias plantas dentro de las refinerías establecidas que mejoraron los procesos y reubicó las terminales de almacenamiento.

La modernización de la capacidad de refinación tuvo como objetivos principales, por una parte, procesar grandes cantidades de crudo pesado para transformarlo

en combustibles ligeros que tienen mayor valor agregado; por la otra, lograr una producción de combustibles con una proporción menor de contaminantes. En este sentido, ya desde principios de la década de 1990 PEMEX había comenzado un programa para disminuir la emisión de contaminantes a la atmósfera que contempló la elaboración de gasolinas oxigenadas para los vehículos automotores y el cierre de la planta refinadora de Azcapotzalco con el propósito de mejorar la calidad del aire de la ciudad de México. (PEMEX, 1990-1991).

Si bien PEMEX había logrado por medio de las políticas restrictivas una mayor eficiencia en su desempeño, lo cierto es que atravesaba por un periodo de estancamiento productivo. La experiencia que habían dejado las vicisitudes en la escena petrolera internacional llevó a la empresa a mejorar sus estrategias de comercialización en el exterior por medio de cambios en su estructura corporativa. En 1989 PEMEX creó una empresa filial llamada Petróleos Mexicanos Internacional (PMI) Comercio Internacional, S. A. de C. V., con el objetivo de establecer un marco organizacional moderno y eficiente para la realización de las actividades comerciales internacionales y derivar de éstas el mayor beneficio económico posible. En un principio PMI se encargó únicamente de las exportaciones de petróleo crudo, posteriormente sus operaciones abarcarían también el comercio internacional de productos petrolíferos y petroquímicos. (PEMEX, 1989).

En 1992 PEMEX realizó otra transformación corporativa de gran importancia. La Ley Orgánica de Petróleos Mexicanos y Organismos Subsidiarios dispuso la creación de cuatro organismos descentralizados de carácter técnico, industrial y comercial, con personalidad jurídica y patrimonio propios, los cuales serían coordinados por un corporativo. La nueva organización de la empresa quedó de la siguiente manera:

PEMEX Exploración y Producción (PEP), es el organismo encargado de la exploración y explotación de los yacimientos de petróleo y gas natural, así como de su transporte y almacenamiento en terminales. Sus operaciones se concentran en el noreste y sureste del país, en la Sonda de Campeche y otras partes del Golfo de México. Las actividades de PEP se realizan en cuatro zonas geográficas: región norte, región sur, región marina noroeste y región marina sureste.

PEMEX Refinación se ocupa de los procesos industriales de la refinación, elabora combustibles y otros derivados del petróleo (gasolina, diesel, combustóleo, turbosina, asfaltos y lubricantes) y los almacena, transporta, distribuye y comercializa. Para el transporte de combustibles cuenta con ductos, autos tanque y buques tanque. Se encarga también de la distribución de combustibles automotrices a las gasolineras del territorio nacional.

PEMEX Gas y Petroquímica Básica lleva a cabo el procesamiento, transporte y venta de gas natural y sus líquidos. Comercializa gas natural y gas licuado en todo el país. También elabora y vende diversos productos primarios de la rama de los petroquímicos.

PEMEX Petroquímica realiza procesos industriales petroquímicos diferenciados de los procesamientos básicos del gas natural. Cuenta con cuatro complejos petroquímicos y cuatro unidades petroquímicas. (Shields, 2003: pp. 35-36; PEMEX, 2005).

Con la descentralización administrativa, PEMEX comenzó a intensificar de nuevo las actividades de exploración y explotación de yacimientos con el fin de aumentar la producción. En 1993 PEP reportó que en los últimos tres años había descubierto 38 campos nuevos, cifra que aumentó a 96 considerando los hallazgos realizados desde 1989 y con la cual rebasaba en 80% el número de campos descubiertos en el quinquenio 1984-1988. PEP invirtió alrededor de la

mitad de su presupuesto en actividades de exploración, el desarrollo de campos y en la elevación del potencial de las reservas. Al parecer las expectativas eran muy alentadoras, pues consideró que “la rentabilidad de dichas inversiones era altamente elevada.” Pero fue hasta 1996 que se obtuvieron resultados concretos. En ese año PEP logró una producción de crudo de 1 043 millones de barriles, “el volumen más alto en la historia de Petróleos Mexicanos”. De esta cantidad 74.6% correspondía a las regiones marinas del noroeste y sureste. La calidad de la producción estaba compuesta de 52% de crudo ligero y superligero y el resto de crudo pesado. La producción de gas natural experimentó, asimismo, un crecimiento notable. En 1997 PEP produjo 4.5 millones de pies cúbicos de gas natural, cifra que superó el máximo nivel alcanzado en 1982 de 4.2 millones de pies cúbicos. La mayor parte de la producción se obtuvo de la región sur, Chiapas-Tabasco. (PEMEX, 1993-1996; PEMEX, 2005).

A partir de 1996 la producción anual de crudo se ha incrementado hasta alcanzar, en 2005, la cifra de 1 237 millones de barriles, destacándose en este rubro los campos del complejo Cantarell. Ya desde principios de la década de 1990 Cantarell se había convertido en uno de los principales objetivos para desarrollar volúmenes importantes de crudo, sin embargo fue a partir de 1997 que sus campos se consolidaron como los más importantes de México, pues su producción abarcó una gran proporción de los volúmenes totales. Entre 2000 y 2004 los aportes de Cantarell en la producción de PEP se incrementaron de 47% a más de 61%. (PEMEX, 2005).

Con el incremento de la producción, PMI reactivó sus ventas al extranjero. Entre 1996 y 2004, las exportaciones de crudo se elevaron de 563 a 683 millones de barriles al año. En esos años la proporción promedio de exportaciones con respecto a la producción total representó 53.7%. El crudo de tipo Maya encabezó las mayores ventas con un porcentaje de 87%, el resto correspondió a los crudos de tipo Istmo y Olmeca. Sin embargo, las exportaciones de gas

natural fueron reduciéndose hasta suspenderse en 2003. En el renglón de los petrolíferos y petroquímicos se observaron tendencias diferentes. Mientras que los primeros mostraron un incremento de ventas al exterior moderado, los segundos tendieron a disminuir sustancialmente. (PEMEX, 2005).

La capacidad general de refinación de PEMEX, sin embargo, no mostró la proporción de incremento que las actividades de producción. Entre 1994 y 2004 las seis refinerías de la empresa (Cadereyta, Ciudad Madero, Minatitlán, Salamanca, Salina Cruz y Tula) mantuvieron un ritmo constante que osciló entre 1.4 y 1.3 millones de barriles diarios, tanto en el procesamiento de crudo como en la elaboración de productos petrolíferos. Los principales productos elaborados durante este periodo siguieron siendo los combustibles automotrices (gasolina y diesel) y el combustóleo. En 2004 PEMEX Refinación contaba 77 centros de venta, 6 732 estaciones de servicio y una red de ductos para distribución de crudo y productos petrolíferos de 5 266 kilómetros.

En la actualidad, el perfil de la industria petrolera mexicana en el contexto internacional muestra las siguientes características: por el volumen de sus reservas probadas de crudo (13 401 millones de barriles) y de gas natural (15 billones de pies cúbicos), ocupa respectivamente los lugares 14 y 34 en la lista de países productores. Su producción (3.4 millones de barriles diarios) se sitúa en el sexto lugar mundial, luego de Arabia Saudita (8.9), Rusia (8.8), Estados Unidos (5.4), Irán (3.9) y China (3.5). PEMEX es la tercera empresa productora de petróleo crudo a nivel mundial después de SAUDI ARAMCO (Arabia Saudita) y NIOC (Irán); asimismo, está catalogada como la novena productora de gas natural. Finalmente, sus ventas internacionales ocupan el octavo lugar con 57.9 millones de dólares.

Con el transcurso del tiempo, PEMEX se ha convertido en el pilar económico más importante de México, tanto por su aportación al producto interno bruto como por su participación en las finanzas públicas del gobierno. Los retos

actuales que enfrenta la mayor empresa del país, y por lo tanto de la industria petrolera nacional, corresponden a sus dimensiones: lograr una mayor eficiencia en la administración de sus recursos, incrementar la productividad, consolidar el autoabastecimiento y cumplir con los compromisos impostergables de responsabilidad social y ambiental.

2. 4. Antecedentes y evolución reciente del precio del petróleo

El petróleo crudo, a diferencia de otros productos energéticos como el carbón o el gas natural, se caracteriza por tener unos costos de transporte a largas distancias relativamente bajos. Por este motivo, el mercado de crudo se caracteriza por estar integrado mundialmente, y por lo tanto, shocks de carácter local tienen consecuencias globales.

La Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) controla alrededor de dos tercios de las reservas probadas de petróleo, y entre el 35 y 40 por ciento de la producción de crudo. Con el objetivo de atenuar las grandes fluctuaciones de los precios observados, la OPEP ha adoptado una política intervencionista en el mercado. En particular, a partir de su reunión de marzo del año 2000, la OPEP estableció un mecanismo automático de aumento y disminución de producción basado en una banda de precios, para responder a cambios en las condiciones del mercado del crudo.

De acuerdo a este mecanismo, precios de la canasta OPEP por encima de 28 dólares por barril durante 20 días consecutivos de cotizaciones o precios por debajo de 22 dólares por barril durante 10 días de cotización consecutivos generarían ajustes inmediatos en la producción para tratar que los precios regresen dentro de los límites de esa banda. A pesar de controlar poco más de un tercio de la producción mundial, la OPEP ha constituido tradicionalmente un agente decisivo en la determinación de los precios, al concentrar la mayor parte de la capacidad de producción adicional de crudo. Dentro de la OPEP, Arabia

Saudita es el país que suele mantener la mayor capacidad de producción no utilizada. Desde julio de 2004, la OPEP ha aumentado sucesivamente su cuota oficial de producción, hasta los 27 millones de barriles diarios en noviembre. Sin embargo, estos aumentos de la cuota de producción total para los países miembros (excluido Irak) simplemente han confirmado niveles de producción ya alcanzados en meses anteriores, pues la producción real ha tendido siempre a sobrepasar las cuotas oficiales de producción.

Otra de las características del mercado de petróleo es la sucesión de ciclos de inversión en exploración y refinación. En los años setenta, los países productores crearon un ambiente que fomentó la sobreinversión en infraestructuras para la explotación de materias primas. Aunque este auge llegó a su fin en los años ochenta, la sobrecapacidad de producción acumulada generó un colapso en los precios hasta el final de la década de los noventa. A esto habría que añadir la desregulación de los años noventa, que impulsó a muchas compañías a priorizar la eficiencia sobre la seguridad del flujo de producción, disminuyendo sensiblemente los niveles de capacidad ociosa. Por último, la estricta regulación ambiental y la mayor dificultad de extracción en los nuevos yacimientos han aumentado los costos marginales de producción, aun a pesar de la aparición y uso de nuevas tecnologías extractivas. (Ruiz, 2004: pp. 2-4).

2. 4. 1. Factores condicionantes del incremento del precio del petróleo

Existen similitudes y diferencias entre el reciente aumento del petróleo y el último episodio de ese tipo ocurrido en el año 2000. Tanto entonces como ahora se produjeron notables aumentos de la demanda de petróleo (definida como el consumo de crudo, sin incluir la acumulación de inventarios), especialmente provenientes de los EEUU y del este de Asia. El reciente dinamismo de las economías de Estados Unidos y China, actualmente los dos mayores importadores mundiales de petróleo, ha sido mayor que el del resto de

economías desarrolladas. A pesar de haber aumentado su eficiencia energética respecto a 1980, estos dos países siguen siendo relativamente menos eficientes en el uso de energía, lo cual ha propiciado un aumento del 7,2% en la demanda mundial de crudo desde el año 2001, a pesar del moderado crecimiento en la zona del euro y en Japón. Cabe resaltar que el aumento del consumo en China y Estados Unidos representó el 30% y cerca del 15% del aumento de la demanda total desde el año 2001.

En lo que respecta a la oferta de crudo, existe una marcada diferencia entre los episodios de 2000 y 2004. Mientras que entre 1998 y principios de 2000 los países miembros de la OPEP disminuyeron sensiblemente la producción, en el año 2004 el aumento del precio del petróleo ha coincidido con un aumento de la producción, especialmente en el cartel de la OPEP y Rusia. En el caso de la OPEP, la oferta de crudo ha aumentado sostenidamente desde mediados del año 2002, con niveles de producción notablemente superiores a las cuotas oficiales, especialmente durante los últimos meses. Por ello, si en el año 2000 el diagnóstico era el de un aumento de precios resultado principalmente de una restricción de la producción proveniente de la OPEP, el aumento reciente está más relacionado con un fuerte aumento de la demanda mundial (especialmente de países energéticamente menos eficientes) y a factores de inestabilidad geopolítica en Oriente Medio. Todo esto tuvo lugar además en un contexto en el que tanto los países miembros como los no miembros de la OPEP se encuentran produciendo a niveles cercanos a su capacidad máxima. En los momentos actuales, solamente Arabia Saudita tendría capacidad suficiente para poder aumentar la producción de crudo, aunque no de manera significativa. Asimismo, existen dudas sobre la capacidad de Rusia para poder aumentar sus niveles de exportación, debido a los cuellos de botella existentes en su red de transporte de crudo. Cabe resaltar que el aumento de la producción en Rusia (33,5% de aumento en el tercer trimestre de 2004 respecto al año 2001) contribuyó al 35 por ciento del incremento de la producción mundial de crudo desde el año 2001.

A pesar del aumento de la oferta de crudo, el incremento sostenido de la demanda, junto a los cuellos de botella en el proceso de refinación ha generado una disminución de las existencias de crudo y productos refinados en los principales países consumidores de petróleo –y especialmente en EEUU– hasta niveles por debajo de los rangos habituales. A esto habría que añadir que el nivel óptimo de existencias se encontraría ahora por encima de los niveles habituales, debido al aumento de la volatilidad de los precios del petróleo. (Ruiz, 2004: pp. 4-6)

El aumento de la volatilidad del precio del petróleo podría estar asociado también con periodos en los cuales el precio al contado se sitúa notablemente por encima del precio para entrega futura en el mercado de futuros de crudo. (Pindyck, 2001: Vol. 22(3)).

Otra de las características del aumento de precios de crudo en 2004 ha sido el mantenimiento de largos periodos en el que el precio al contado se situó sensiblemente por encima del precio para entrega a futuro. En circunstancias normales, esto debería dar incentivos a refinerías y consumidores a disminuir sus existencias ante las expectativas de precios futuros por debajo de los de contado. Sin embargo, en un contexto de alta volatilidad, los precios a futuro pueden ser unos pobres indicadores de los movimientos futuros de los precios al contado, y por tanto los operadores de mercado pueden no interpretar un diferencial positivo entre precios al contado y futuros como indicador de una caída futura del precio, especialmente dadas las tensiones geopolíticas y las reducidas existencias. Si las bajas existencias son interpretadas como una señal de exceso de demanda, entonces los precios al contado pueden subir, aumentando el diferencial con los precios a futuro y desincentivando aún más la acumulación de existencias, en un proceso que se refuerza mutuamente. (Farrell et al, 2001: Paper 242).

La disminución de la capacidad excedente de refinación, especialmente en los Estados Unidos, ha originado también un aumento de los diferenciales de precios entre crudos ligeros y “dulces” (con poco contenido de azufre) y crudos pesados y con alto contenido de azufre. Una mayor ligereza del crudo permite extraer un mayor porcentaje de productos destilados ligeros de gran demanda estacional (como gasolinas o combustible para calefacción), lo que en una fase de estrechamiento de la capacidad de refinación no utilizada, ha llevado a un aumento del diferencial de precio entre petróleos ligeros como el West Texas Intermediate o el Brent y petróleos pesados como el Dubai Fateh. Este diferencial pasó de un promedio de alrededor de 17% del precio del crudo Dubai Fateh hasta cerca de 50% a mediados de noviembre de 2004.

Por último, otro de los factores que ha jugado un papel importante en los movimientos del precio del petróleo en el corto plazo ha sido la inestabilidad geopolítica y social en algunas importantes regiones productoras de petróleo, como el Medio Oriente, Nigeria y Venezuela, así como los problemas derivados de las disputas alrededor de la petrolera rusa Yukos. El mercado de futuros, y en especial la evolución de las posiciones largas netas de operadores no comerciales, son un reflejo de la inestabilidad geopolítica y del riesgo percibido por los mercados de una interrupción de parte de los flujos de producción. Durante gran parte del año 2004 las posiciones largas en crudo han sido inusualmente elevadas de acuerdo con los estándares históricos, sólo comparables a las observadas a mediados de 1999, precisamente antes de la subida del precio del año 2000. Este aumento de las posiciones largas en crudo contribuyó a un incremento de los precios futuros más allá de lo que un análisis basado en el comportamiento histórico de la oferta y demanda podría justificar. Paralelamente a estos factores de alcance global, es importante destacar que existen una serie de factores que han presionado más al alza de los precios de los productos refinados en los EEUU que en la zona del euro. A ello ha contribuido la evolución del tipo de cambio del euro frente al dólar, la menor carga impositiva sobre los productos refinados en EEUU –lo cual aumenta el

impacto de un incremento del precio del crudo sobre las gasolinas— así como la falta de capacidad de refino en ese país. En el caso de Japón, además de la apreciación del yen frente al dólar, su mayor capacidad para refinar petróleos pesados como el Dubai ha significado un menor impacto del aumento del precio del petróleo sobre esa región que en los EEUU.

2. 4. 2. Perspectivas del precio del petróleo a corto plazo

En el corto plazo, no se prevén cambios sustanciales que permitan un alivio de las presiones de demanda provenientes de las regiones económicamente más dinámicas. Aunque se contempló una disminución del ritmo de crecimiento mundial para el año 2005, también es cierto que las previsiones de la mayor parte de analistas privados y organismos internacionales apuntaron solo a una moderada desaceleración en los EEUU y en China, los dos principales impulsores del reciente aumento de la demanda de crudo. La Agencia Internacional de la Energía, por ejemplo, proyectó una continuación del incremento de la demanda para 2005, centrada especialmente en China, la cual creció un 10%.

En fechas recientes, si se dirige la mirada a Europa y Estados Unidos, donde la demanda de petróleo ha caído en picada en los últimos meses y en enero registró su mayor descenso interanual de la historia, el sentido común obliga a ponerse bajista. Pero en cambio, si se desvía la vista hacia China, que inauguró 2010 con un incremento de la demanda muy superior al proyectado por los analistas, sería lógico afirmar que toca ponerse alcista. Un mismo momento, dos escenarios distintos.

Por el lado de la oferta, se mantendría la escasa capacidad de producción adicional en los países de la OPEP, calculada en alrededor de 1 millón de barriles diarios (ligeramente superior al 1% de la demanda actual de crudo). Esta capacidad extra de producción es sensiblemente inferior al 5%

considerado como necesario para actuar como amortiguador de las variaciones entre oferta y demanda. Las alternativas principales a la producción de la OPEP serían aumentos de la oferta proveniente de Irak o Rusia. En el caso de Irak, la infraestructura de producción actual no parece representar una opción de incremento de oferta sustancial en el corto plazo, dados los sucesivos conflictos armados desde la década de los ochenta y la ausencia de nuevas perforaciones desde el final de los años setenta. Por su parte, la producción en Rusia ha aumentado notablemente en los últimos años, hasta pasar a ser el segundo exportador de petróleo, sólo por detrás de Arabia Saudita. Sin embargo, los nuevos yacimientos que permitirían continuar la expansión en la producción de crudo se encuentran en regiones con altos costos de explotación (Siberia y mar Caspio), mientras que la infraestructura de producción y especialmente de transporte vienen operando cerca del límite de su capacidad, con poco margen para aumentar el transporte de crudo en el corto plazo.

En resumen, a corto plazo no parece factible esperar una desaceleración significativa en el crecimiento de la demanda de crudo, mientras que la elasticidad de la producción y capacidad de refinación sería relativamente baja. (Ruiz, 2004: p. 7).

2. 4. 3. Perspectivas del precio del petróleo a largo plazo

En el largo plazo, la elasticidad de demanda y oferta es sensiblemente mayor que en el corto plazo. Aunque resulta muy difícil pronosticar la evolución del precio del petróleo a largo plazo, algunas consideraciones apuntarían a precios a finales de la década, que concluye, por encima de 30 dólares en el caso del Brent. En primer lugar, conviene destacar los pronósticos de la Agencia Internacional de la Energía, que apuntan a un aumento sostenido de la demanda de crudo. Asimismo, resulta importante resaltar el cambio en la composición del uso de crudo en relación con los años setenta, cuando un 42% del crudo era utilizado para el transporte y casi un 30% para la generación de

energía, demanda que es relativamente más elástica por la posibilidad de sustitución de combustibles por parte de los generadores de energía. El 92% del incremento del consumo de petróleo entre 1973 y 2002 se ha debido al crecimiento de la demanda del sector transportes, lo cual ha elevado su participación en la demanda total de crudo al 58%. La escasa sustituibilidad en este sector hace que la demanda de petróleo para transporte sea menos elástica que la demanda para generación de energía, lo que haría poco probable una reducción significativa de la demanda como la observada en los años ochenta en respuesta al aumento de los precios.

Un segundo factor a tener en cuenta es que, a pesar del aumento de las reservas probadas en los últimos 10 años, este incremento ha sido menor que la producción y demanda anual, lo que explicaría la caída en el cociente entre reservas probadas y producción anual de 43,1 años en 1993 a 41 en 2003.

En tercer lugar, el aumento de las presiones impositivas y de los costos de exploración (por la relativa inaccesibilidad de los nuevos yacimientos) no ha sido completamente compensado por la caída de los costos de explotación y desarrollo, dando lugar a un aumento del precio necesario para justificar nuevas exploraciones a niveles de alrededor de 30 dólares por barril, 10 dólares más que en la década de los noventa.

En cuarto lugar, conviene destacar que los países exportadores de petróleo dependen de los ingresos por la explotación o carga tributaria sobre el petróleo para financiar una parte sustancial del gasto público. Durante la década de los ochenta y noventa, estos países experimentaron fuertes déficit públicos que sólo se han visto compensados recientemente con el aumento de los precios del crudo. La mayor parte de los países miembros de la OPEP necesitarían precios del crudo cercanos o superiores a los 30 dólares para eliminar su déficit público.

El comportamiento en los últimos meses de los mercados de futuros a largo plazo parecería apuntar a un cambio estructural en el mercado de crudo que implicaría un aumento del precio de equilibrio a largo plazo por encima de los 30 dólares. En particular, todo parece indicar que una parte sustancial del aumento de los precios del petróleo en el mercado spot sería relativamente permanente en el largo plazo. Dos observaciones apoyan esta hipótesis. En primer lugar, los precios del crudo tipo West Texas Intermediate para entrega a 6 ó 7 años (El crudo West Texas Intermediate proporciona los contratos a futuro de mayor horizonte hasta 7 años vista en el mercado NYMEX y mayor liquidez) superaron en julio de 2004 el límite superior de la banda de precios de referencia de la OPEP, situada entre 22 y 28 dólares para la canasta de crudos de referencia de la organización. La experiencia de aumentos y disminuciones de precios desde enero de 1997 hasta enero de 2003 muestra que en ese periodo los precios a futuro de largo plazo se mantuvieron en un rango de entre 17 y 22 dólares por barril de West Texas Intermediate, aun cuando los precios al contado oscilaron en un rango entre 11 dólares a fines de 1998 y 37 a fines del año 2000. Es decir, en estos episodios, el precio de los contratos futuros a largo plazo se mantuvo relativamente inalterado a pesar de la volatilidad experimentada en el corto plazo. (Ruiz, 2004: pp. 7-10)

Por último, estima que el costo marginal de producción –medido como el costo promedio de producción de los productores con mayor costo– habría aumentado desde alrededor de 22 dólares por barril de crudo West Texas Intermediate en 2002 a cerca de 35 dólares en 2004, debido a los mayores costos operativos y de desarrollo, pero, sobre todo, debido a una mayor carga impositiva en los productores y mayores diferenciales de precio debido a la calidad y el aumento de los costes de transporte de crudo. Es importante destacar que el aumento de los precios a futuro de largo plazo ha seguido de cerca la evolución de los costos marginales de producción.

Los argumentos señalados anteriormente apuntarían al fin de la era de precios bajos para la energía, por lo menos a medio plazo. Estos sugieren también las previsiones de la Agencia Internacional de la Energía hasta el año 2030. Según este organismo, los precios reales (en dólares de 2004) del petróleo para los años 2010, 2020 y 2030 se situarían en 27, 31 y 34 dólares, respectivamente. Aunque la previsión de la Agencia Internacional de la Energía para 2010 resulta más optimista que los precios implícitos en el mercado de futuros, conviene destacar la tendencia ascendente de la previsión de precios reales para el largo plazo.

2. 5. Impactos económicos de un aumento del precio del petróleo

Existen varios canales a través de los que un incremento del precio del petróleo puede influir en las variables macroeconómicas. En primer lugar, un aumento del precio del petróleo genera una transferencia de renta de los países importadores a los países exportadores. En la medida en que los países exportadores tienen una propensión al gasto menor que los importadores, la demanda mundial disminuye. Incluso dentro de los países exportadores, se podría producir una disminución de la demanda total según la composición sectorial interna del consumo de petróleo o del efecto del aumento del precio del petróleo sobre los principales socios comerciales. Por ejemplo, en el caso de Canadá y México, el efecto positivo de un aumento del precio del petróleo debido a la mejora de los términos de intercambio podría verse más que compensado por el efecto negativo generado por la caída de la demanda externa proveniente de sus socios comerciales altamente dependientes del petróleo, especialmente los EEUU.

Segundo, el aumento del precio del petróleo genera un aumento de los costos de producción, con presiones a la baja de los beneficios y al alza del nivel de precios. Dado que las necesidades de energía por unidad de producto en los países desarrollados han disminuido, este efecto es notablemente menor que

en las crisis de los setenta y principios de los ochenta. Sin embargo, la intensidad energética del producto en otras regiones emergentes, como América Latina, no ha disminuido significativamente, por lo que el efecto en los países importadores puede ser considerable. El efecto sobre el nivel de precios dependerá también del tono de la política monetaria que acompañe al aumento de precios, del comportamiento de los salarios nominales y de la capacidad de mantener los márgenes de beneficio por parte de las empresas.

Tercero, el precio del petróleo tendrá impacto en los mercados financieros, producto de los cambios reales y esperados de beneficios, política monetaria e inflación. Finalmente, dependiendo de la duración del incremento de precios del petróleo, el cambio en los precios relativos generará incentivos a los productores de energía a aumentar las cantidades producidas. Sin embargo, en el contexto actual de baja capacidad de producción no utilizada, este efecto sólo se produciría a través de inversiones que no influirían en la capacidad de producción en el corto plazo.

En relación con el efecto de un aumento del precio del petróleo sobre la tasa de inflación, resulta conveniente separar los efectos de primera ronda (directos e indirectos) de los efectos de segunda ronda. Un aumento del precio del petróleo afecta directa e inmediatamente al índice de precios al consumidor en la medida que la energía forma parte de la canasta básica de consumo de las familias. En particular, un aumento del precio del crudo en un 10% se traslada en un aumento directo del IPC en un rango de entre 0,08 y 0,23 puntos porcentuales en los países de la OCDE (OCDE, 2004). Por otro lado, el aumento del precio del petróleo tiene un efecto indirecto sobre el IPC a través del encarecimiento de los costos de producción y de la capacidad de los productores de trasladar parte de ese incremento de costos al precio de los productos finales (es decir, los precios del productor). El grado de transmisión de un aumento del precio del petróleo a través de este canal indirecto dependerá del grado de competencia en el mercado y de la posición cíclica de la economía. Este efecto indirecto

sobre la inflación a través de los precios del productor suele aparecer con mayores retrasos que el efecto directo mencionado anteriormente. En cualquier caso, los efectos de primera ronda tienen influencia permanente sobre el nivel de precios, pero sólo una influencia temporal sobre la tasa de inflación.

Adicionalmente a los efectos de primera ronda, pueden surgir espirales de aumentos en salarios y precios, autoalimentados por incrementos en las expectativas de inflación futura. Esta segunda ronda de efectos constituye el mayor peligro inflacionista de un aumento de precios del petróleo, pues sus efectos sobre la tasa de inflación son considerablemente más duraderos que los efectos de primera ronda. El surgimiento de estos efectos de segunda ronda dependerá tanto de la posición cíclica de la economía como de la percepción que tengan los agentes de la reacción de las políticas económicas, en particular de la política monetaria. Una espiral de precios y salarios será menos probable en el caso de una fase recesiva del ciclo, puesto que resultará más difícil trasladar un aumento de precios a aumentos salariales en un contexto de alto desempleo.

Asimismo, la aparición de efectos de segunda ronda está asociada a la evolución de las expectativas de inflación futura, que dependerán en gran medida de la credibilidad de la política monetaria de los bancos centrales.

Por último, conviene destacar la asimetría entre los efectos económicos de un aumento y una disminución en el precio del petróleo. Jiménez-Rodríguez y Sánchez (2004) encuentran, para los países de la OCDE, que los efectos de una disminución del precio del petróleo son mucho más pequeños –en valor absoluto– que los efectos de un aumento del precio del crudo. (Ruiz, 2004: pp. 10-11).

2. 6. Impacto de un aumento del precio del petróleo por áreas geográficas

A pesar de que un aumento del precio del petróleo tiene efectos desfavorables sobre el crecimiento y la inflación en la mayor parte de países importadores de crudo, también es cierto que el efecto no es uniforme en todos los países y regiones. Existen varios factores que distribuirían desigualmente el efecto de un aumento del precio del petróleo.

En primer lugar, el grado de eficiencia energética no es homogéneo. Aunque el consumo de petróleo por unidad de PIB en la OCDE haya disminuido a poco más del 50 por ciento de los niveles de 1970, en los países en desarrollo esa intensidad energética ha aumentado en un 20 por ciento en el mismo periodo (OCDE, 2004). Por países, destaca el mayor consumo energético de los EEUU o China, dos de los mayores consumidores de crudo, frente a la de los países de la Unión Europea o Japón.

En segundo lugar, la carga impositiva sobre los productos refinados (especialmente gasolinas) es muy heterogénea en las principales áreas económicas. Mientras en los EEUU los impuestos indirectos constituyen solamente un 25 por ciento del precio de los combustibles para transporte, ese porcentaje aumenta al 53 por ciento en Japón y a un promedio del 67 por ciento en la zona del euro. La mayor carga impositiva actúa como un amortiguador, por lo que, manteniendo otros factores constantes, un aumento del precio del crudo genera un mayor aumento del precio de la gasolina en los EEUU que en la zona del euro o en Japón y, por tanto, un mayor efecto directo sobre el índice de precios.

En tercer lugar, la relativa flexibilidad de los mercados laborales en diferentes áreas geográficas determina tanto la velocidad como la magnitud de los efectos sobre inflación y producción. En la zona del euro, con mercados laborales menos flexibles y por tanto con una mayor inercia inflacionaria que en los

EEUU, los efectos sobre la inflación y el crecimiento aparecerían con retraso respecto a esa región, pero aumentaría el peligro de la aparición de efectos de segunda ronda.

Por último, conviene destacar como un factor importante el grado diferente de penetración de las exportaciones de las principales áreas económicas en los mercados de los países exportadores de crudo, esto es, el grado de reciclaje de los petrodólares a través del comercio exterior.

Un 80 por ciento del aumento de la renta de los países de la OPEP se traslada a un aumento de las importaciones de esos países después de tres años de un aumento del precio del crudo. Se estima que los países de la OPEP, Rusia y Noruega recibirían en 2004 unos ingresos por exportación de petróleo de alrededor de 150 mil millones de dólares más que en el año 2002 (alrededor del 1,5% del valor total de los flujos comerciales mundiales en 2004).

Un aumento del precio del petróleo actúa, por tanto, como una transferencia de gasto de los EEUU hacia Europa. Otra región con poca penetración a los mercados de los principales países exportadores de petróleo es Latinoamérica. Los países de reciente ingreso en la UE no se beneficiarían particularmente del aumento de las importaciones en Rusia, dado el desvío progresivo de sus exportaciones hacia la UE. Situación diferente experimentarían los países de la CEI, con fuertes vínculos comerciales con Rusia. (Barrell, et al, 2004: Paper 242).

Es importante tomar los resultados de estas estimaciones con cautela. En primer lugar, los modelos presentados utilizan supuestos diferentes sobre la reacción de los bancos centrales y la evolución de los tipos de cambio y el ajuste de tipos de interés frente al aumento de precio del petróleo. Segundo, ninguno de los modelos presentados incluye efectos de redistribución de la producción entre sectores. Tercero, algunos modelos, como el AWM (Modelo

para toda la zona del Euro) del BCE (Banco Central Europeo), no incluyen efectos a través de terceros países (BCE (2004)). Cuarto, modelos como el del FMI (Fondo Monetario Internacional) y NIESR (National Institute of Economic and Social Research) otorgan un papel fundamental a la evolución de las expectativas de inflación, las cuales en el modelo del FMI se ven particularmente afectadas por el incremento del precio del petróleo. Quinto, algunas de las simulaciones presentadas, como la de la OCDE incluyen, junto al aumento del precio del petróleo, un incremento proporcional en el precio de otras fuentes energéticas, como el gas y el carbón. (T., Dalsgaard, et al, 2001: Paper 306).

Es posible obtener cuatro conclusiones generales: en primer lugar, la fuerte disparidad en la estimación de los efectos de un aumento del precio del petróleo refleja, no sólo los diferentes supuestos detrás de cada uno de estos modelos, sino también la incertidumbre subyacente en este tipo de ejercicios. Segundo, a excepción del ejercicio de la OCDE, la dirección de los efectos sobre crecimiento e inflación es clara, con un aumento del precio del petróleo afectando negativamente al crecimiento y la inflación. Tercero, en la mayor parte de los casos, los efectos acumulados al tercer año son mayores que en el primer año. Por último, los efectos estimados sobre crecimiento e inflación serían relativamente reducidos, en comparación con la magnitud del shock analizado y con episodios anteriores de naturaleza similar.

2. 7. Diferencias del precio del petróleo de los años setenta y ochenta

Los efectos económicos del aumento del precio del petróleo experimentado desde el año 2002 hasta la fecha serían sensiblemente menores a los ocurridos hace 30 años. En primer lugar, el tamaño del shock es mucho menor, pues si entre 1972 y 1975 el precio del crudo casi se cuadruplicó en términos reales, entre 2002 y la fecha el precio del barril de petróleo ha aumentado un 50%. Por otro lado, las estimaciones del impacto de un aumento del precio del petróleo

presentadas anteriormente sugieren que el efecto de un aumento del precio del petróleo sería hoy considerablemente menor que en los años setenta y ochenta. A estos menores efectos contribuirían cuatro factores principales. Primero, la menor dependencia energética respecto a la década de los años setenta, especialmente en los países industrializados y en China. Segundo, la mayor flexibilidad actual de los mercados de trabajo disminuiría la probabilidad de efectos de segunda ronda sobre la inflación. Tercero, el efecto sobre la inflación sería más reducido debido a la mayor credibilidad de los bancos centrales y a la percepción de los agentes de que la mayor parte de las políticas monetarias persiguen la estabilidad de precios. Este anclaje de las expectativas de inflación tiene también efectos positivos sobre la estabilidad de la producción y el empleo. (Bernanke, 2004).

Por último, el reciclaje de los ingresos adicionales que recibirían los países exportadores de petróleo y su distribución por áreas geográficas constituye también una diferencia importante con los episodios de la década de los setenta y principios de los ochenta. Hace 30 años esos mayores ingresos fueron reciclados principalmente a través del sistema financiero internacional y sólo se reflejaron lentamente en un aumento de las importaciones de los países exportadores de petróleo. Actualmente, la velocidad de gasto de esos ingresos adicionales en bienes y servicios sería el doble que en los años setenta, lo que haría que una proporción mayor se recicle a través del incremento de flujos de importación de los países exportadores de petróleo. Esto generaría una mayor concentración geográfica de este efecto, de acuerdo a los vínculos comerciales de los países exportadores de petróleo, con la zona del euro como uno de los mayores beneficiarios.

A manera de resumen, se puede decir que el aumento de los precios del petróleo en el año 2000 se debió en gran medida a una estrategia de reducción de la oferta por parte de los países de la OPEP. A diferencia de ese episodio, el incremento del precio del petróleo observado en los últimos meses parece

responder a (i) aumentos en la demanda de crudo por el mayor crecimiento global, especialmente en los EEUU y China, dos áreas relativamente menos eficientes en el uso de la energía, (ii) reducción de la capacidad excedente de producción y refinación de petróleo crudo, y (iii) movimientos especulativos resultado de la incertidumbre en Oriente Medio y otras regiones productoras de crudo. Aun si la incertidumbre pudiera revertirse, es poco probable que se resuelva la estrechez entre demanda y oferta en el corto plazo. En particular, se prevé un aumento continuado del consumo mundial de petróleo y, al mismo tiempo, existen dudas sobre la posibilidad de aumentos adicionales de la producción de petróleo en los países de la OPEP –o de las exportaciones, en el caso de Rusia– en el corto plazo. Además, en el largo plazo, la mayor parte de los indicadores apuntarían a un mantenimiento de precios del crudo por encima de los 30 dólares por barril.

El aumento de los precios del petróleo tendría considerablemente menores efectos hoy que en las crisis de los setenta y ochenta por cuatro motivos: (i) una mayor eficiencia energética en la mayoría de zonas, especialmente en los países industrializados; (ii) un mayor grado de flexibilidad en todas las economías, especialmente en los mercados de trabajo; (iii) un mejor anclaje de las expectativas de inflación por la credibilidad de los bancos centrales, y (iv) una mayor velocidad de reciclaje de los ingresos por exportación de petróleo en los países de la OPEP y otros grandes productores como Rusia.

La perspectiva de unos precios elevados del petróleo a medio plazo no tendría un efecto muy intenso sobre el crecimiento y la inflación mundiales, según las simulaciones llevadas a cabo por diferentes organismos, si bien estas difieren de acuerdo a los supuestos subyacentes en cada modelo, aunque coinciden en que los efectos negativos sobre el crecimiento y la inflación acumulados al tercer año del shock serían superiores a los efectos en el primer año. Sin embargo, hay que tener en cuenta que las simulaciones presentadas podrían estar subestimando el impacto negativo del encarecimiento del petróleo a través

de su impacto directo sobre la confianza de los agentes, dadas las conocidas dificultades de los modelos econométricos existentes para captar este tipo de efectos.

Existen diversos modelos para ajustar la distribución; sin embargo, lo que hace interesante la estimación de modelos de riesgo basado en la distribución de valor extremo generalizada (GEV) es que este método se enfoca en los eventos inesperados, anormales o extremos en la gestión del riesgo sin tener en cuenta los eventos esperados, normales o promedios que son incluidos en los modelos tradicionales de riesgo. Los eventos raros y extremos se comportan de manera diferente a la normalidad. Aunque la relación entre las medidas de riesgo y eventos extremos ha sido una preocupación, de bastante tiempo atrás, ninguno de los modelos tradicionales había tratado adecuadamente la modelación de la distribución en las colas. Mediante el uso de GEV se busca capturar las características propias de esta distribución.

La evidencia empírica muestra un comportamiento asimétrico en algunas de series de los retornos activos. La GEV también proporciona un esquema de trabajo conveniente para el tratamiento de las asimetrías en la distribución de las colas. La asimetría es importante en la gestión del riesgo porque las decisiones financieras pueden ser diferentes dependiendo la posición financiera que se analice. (Guerrero, 2008: p. 5).

2. 8. Series de tiempo y teoría de valores extremos: Series de tiempo-Modelos $ARIMA(p,d,q)$

Una gran cantidad de series de tiempo económicas y de tipo financiero exhiben comportamientos no estacionarios con respecto de su media y su varianza. Las consecuencias económicas de no estacionariedad pueden ser severas, llevando a estimadores de mínimos cuadrados, estadísticos de prueba y predicciones no confiables.

Una alternativa ampliamente usada en la práctica es el ajuste de datos económicos usando modelos $ARIMA(p,d,q)$ (Modelos integrados auto-regresivos y promedio móvil), los cuales se discuten brevemente en este capítulo. Una discusión más amplia sobre el tema se puede consultar en Box, Jenkins y Reinsel (1976).

Los modelos $ARIMA(p,d,q)$ están íntimamente relacionados con los procesos $ARMA(p,q)$ por lo se considera pertinente comenzar la discusión con la definición de un proceso $ARMA(p,q)$ estacionario.

Se dice que un modelo una sucesión de variables aleatorias $\{Y_t\}$ siguen un proceso $ARMA(p,q)$ con media μ si obedecen a las ecuaciones en diferencias:

$$(Y_t - \mu) - \phi_1(Y_{t-1} - \mu) - \dots - \phi_p(Y_{t-p} - \mu) = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q},$$

donde $\{Z_t\}$ es un proceso de ruido blanco con media cero y varianza σ^2 .

Alternativamente el modelo puede representarse como

$$\phi(B)Y_t^* = \theta(B)Z_t,$$

donde $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ y $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$ son los polinomios auto-regresivos y de promedio móvil de orden p y q respectivamente y $Y_t^* = Y_t - \mu$. La variable en estas expresiones, B , es un operado de rezago definido como $B^k Y_t = Y_{t-k}$.

Cuando se asume que un proceso estocástico es estacionario, se asume por lo general que es en sentido amplio (débil). Se dice que un proceso estocástico $\{Y_t\}$ es estacionario si cumple las siguientes condiciones:

$$E(Y_t) = \mu \quad (\text{Media constante})$$

$$Cov(y_t, y_{t+s}) = Cov(y_t, y_{t-s}) = \gamma_s \quad (\text{Covarianza depende de } s \text{ y no de } t)$$

Aunque estas condiciones pueden ser anticipadas visualmente con la gráfica de una serie de datos, cabe destacar que para los modelos $ARMA(p, q)$, la condición de estacionariedad depende de los valores que toman los parámetros del modelo. En este caso, se establece a partir de las soluciones que tiene el polinomio auto-regresivo $\phi(B) = 1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \dots - \phi_p z^p = 0$. Si z_1, z_2, \dots, z_p , son las soluciones de polinomio $\phi(B) = 0$, el modelo es estacionario si $|z_i| > 1$, para $i = 1, 2, \dots, p$. Se dice que cuando una solución del polinomio es igual a 1, entonces el modelo posee raíz unitaria y por ende no es estacionario.

La condición de estacionariedad juega un papel central en el análisis de series de tiempo, ya que las propiedades teóricas de los procesos estacionarios sobre inferencia son la base para la selección adecuada de un modelo de series. Una propiedad básica es la representación de promedio móvil de los procesos $ARMA(p, q)$ la cual establece que si $\{Y_t\}$ es un proceso $ARMA(p, q)$ estacionario, este puede representarse como

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j},$$

donde $\{Z_t\}$ es un proceso de ruido blanco con media cero y varianza σ^2 , la serie $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j|$ es absolutamente convergente y $\psi(z) = [\phi(z)]^{-1} \theta(z)$

Una vez establecido un modelo de series de tiempo, es importante establecer el proceso de predicción. Es decir, cuales son las expresiones a varios pasos para predecir valores futuros del fenómeno en estudio. Para un modelo $ARMA(p, q)$, las predicciones a h periodos futuros, \hat{Y}_{t+h} , y su respectivo error cuadrado medio, $ECM(\hat{Y}_{t+h})$, están dadas por:

$$\hat{Y}_{t+h} = \hat{\phi}_1 \hat{Y}_{t+h-1} + \hat{\phi}_2 \hat{Y}_{t+h-2} + \dots + \hat{\phi}_p \hat{Y}_{t+h-p} + \sum_{j=h}^q \hat{\theta}_j (Y_{n+h-j} - \hat{Y}_{n+h-j}), \text{ y}$$

$$ECM(\hat{Y}_{t+h}) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j^2$$

[Ver Brockwell y Davis (2002) Capítulo III].

Aunque Brockwell y Davis (2002), establecen una expresión alternativa para el $ECM(\hat{Y}_{t+h})$, se puede demostrar que esta es equivalente a

$$ECM(\hat{Y}_{t+h}) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j^2.$$

Para una discusión más detallada con respecto a la discusión anterior se recomiendan las referencias Brockwell y Davis (2002) y Box y Jenkins (1976).

Teniendo clara la definición de un modelo $ARMA(p, q)$, podemos definir en general un modelo $ARIMA(p, d, q)$. Se dice que, si d es un entero positivo, el proceso $\{X_t\}$ es in proceso $ARIMA(p, d, q)$ si $Y_t = \nabla^d X_t$ es un proceso $ARMA(p, q)$ estacionario. Donde “ ∇ ” se le conoce como operador diferencia definido como $\nabla^d = (1 - B)^d$. Esta definición implica que una serie de tiempo sigue un modelo $ARIMA(p, d, q)$ si la serie original diferenciada “ d ” veces resulta en un modelo $ARMA(p, q)$ estacionario.

Por lo anteriormente descrito, podemos establecer que un modelo $ARIMA(p, d, q)$ no es estacionario ya que debe diferenciarse “ d ” veces para que lo sea. Ahora, dado que $Y_t = \nabla^d X_t$ es un proceso $ARMA(p, q)$, obedece a la expresión $\phi(B)Y_t = \theta(B)Z_t$, cual implica X_t obedece a la expresión $\phi(B)(1 - B)^d X_t = \theta(B)Z_t$.

Cuando una serie originalmente no es estacionaria, lo importante es establecer las predicciones de la serie original, mas no del proceso estacionario. La

representación general de los modelos $ARIMA(p, d, q)$, dada por $\phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B)Z_t$, nos permite despejar \hat{X}_{t+h} a partir de \hat{Y}_{t+h} . Las expresiones de predicción de \hat{X}_{t+h} y su respectivo $ECM(\hat{X}_{t+h})$ están dadas por:

$$\hat{X}_{t+h} = \sum_{j=1}^{p+d} \hat{\phi}_j^* \hat{X}_{t+h-j} + \sum_{j=h}^q \hat{\theta}_j (X_{n+h-j} - \hat{X}_{n+h-j}), \text{ y}$$

$$ECM(\hat{X}_{t+h}) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j^2$$

Donde los valores de $\hat{\phi}_j^*$, se obtienen del producto entre $\phi(B)(1-B)^d$ y los coeficientes $\hat{\psi}_j$ de la expresión $\psi(z) = [(1-z)^d \phi(z)]^{-1} \theta(z)$. [Ver Brockwell y Davis (2002) Capítulo VI].

Con respecto a series de tiempo económicas y/o financieras, podemos comentar que en general no son estacionarias por lo que los modelos clásicos más apropiados son los modelos $ARIMA(p, d, q)$. Durante el proceso de ajuste de un modelo de este tipo, es importante determinar el número de veces que debe diferenciarse la serie de datos para volverla estacionaria; Aunque muchas veces es evidente a simple vista, existen caso donde se debe probar estadísticamente si se debe o no diferenciar nuevamente. A estas pruebas se les conoce como pruebas de raíces unitarias o de estacionariedad.

2. 8. 1. Pruebas para estacionariedad y no estacionariedad en las series

Considérese una variable económica X_t , que se observa en el tiempo. Al modelo económico que genera a esta serie de tiempo se le identifica como proceso estocástico o proceso aleatorio. Al tratar con X_t , lo que realmente se hace es tomar una muestra de ella a la que habremos de referirnos como una realización del proceso estocástico. (Richard H. et al, 2003).

Para entender las cuestiones econométricas relacionadas con las pruebas de raíces unitarias y la estacionariedad, debe considerarse la descomposición estilizada de la tendencia-ciclo de una serie de tiempo X_t :

$$X_t = TD_t + Z_t$$

$$TD_t = k + \delta t$$

$$Z_t = \theta Z_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

Donde TD_t es una tendencia lineal determinista y X_t es un proceso $AR(1)$. Si $|\theta| < 1$ entonces X_t es $I(0)$ con tendencia determinista TD_t . Si $\theta = 1$, entonces $Z_t = Z_{t-1} + \varepsilon_t = Z_t + \sum_{j=1}^t \theta \varepsilon_j = Z_0 + \sum_{j=1}^t \varepsilon_j$, una tendencia estocástica y X_t es $I(1)$ con deriva. En esta sección se representa al proceso de ruido blanco como $\{\varepsilon_t\}$ y $\{Z_t\}$ es una variable adicional que depende del proceso $\{X_t\}$.

Las pruebas de raíz unitaria autorregresivas están basadas en la prueba de la hipótesis nula de que $\theta = 1$ (diferencia estacionaria) contra la hipótesis alternativa de que $\theta < 1$ (tendencia estacionaria). Se les llama pruebas de raíz unitaria porque bajo la hipótesis nula el polinomio autorregresivo de Z_t , $\theta(z) = (1 - \theta z) = 0$, tiene una raíz igual a la unidad.

La prueba de estacionariedad parte de la hipótesis de que Y_t presenta tendencia estacionaria. Si se toma la primera diferencia de Y_t , ésta se transforma como sigue

$$\Delta Y_t = \delta + \Delta Z_t$$

$$\Delta Z_t = \theta \Delta Z_{t-1} + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$$

Obsérvese que la primera diferencia de Y_t , cuando ésta presenta tendencia estacionaria, produce una raíz unitaria en la media móvil de la representación $ARMA$ de ΔZ_t . Esto es, la representación $ARMA$ para ΔZ_t el modelo $ARMA(1, 1)$ no invertible

$$\Delta Z_t = \theta \Delta Z_{t-1} + \varepsilon_t + \varphi \varepsilon_{t-1}$$

con $\varphi = -1$. Este resultado es conocido como sobrediferencia. Formalmente, la prueba de estacionariedad está basada en la prueba de raíz unitaria de un promedio móvil en ΔZ_t . (Eric Z. y Jiahui W., 2001: pp. 108-109).

2. 9. Pruebas autorregresivas de raíces unitarias

Para ilustrar la importancia estadística asociada con la pruebas autorregresivas de raíces unitarias, partamos del modelo autorregresivo de orden uno AR(1). Esto es,

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ donde } \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

Las hipótesis de interés son

$$H_0: \rho = 1 \text{ (raíz unitaria en } \rho(z) = 0 \Rightarrow X_t \sim I(1)$$

$$H_1: \rho < 1 \Rightarrow X \sim I(0)$$

El estadístico de prueba a emplear es el siguiente:

$$t_{\rho=1} = \frac{\hat{\rho} - 1}{SE(\hat{\rho})}$$

donde $\hat{\rho}$ es el estimador de mínimos cuadrados y $SE(\hat{\rho})$ es el error estándar estimado. La prueba es de un solo lado (prueba de la cola izquierda). Si $\{Y_T\}$ es estacionaria (es decir, $\hat{\rho} < 1$) entonces,

$$\sqrt{T}(\hat{\rho} - \rho) \xrightarrow{d} N\left(0, \left[\sigma^2 \left(\frac{\sigma^2}{1 - \rho^2}\right)\right]^{-1}\right) = N(0, 1 - \rho^2)$$

o

$$\hat{\rho} \overset{A}{\sim} N\left(\rho, \frac{1}{T}(1 - \rho^2)\right)$$

$$\hat{\rho} \stackrel{A}{\sim} N(1, 0)$$

de la expresión anterior se tiene que $t_{\rho=1} \stackrel{A}{\sim} N(0, 1)$. Sin embargo, bajo la hipótesis nula de no estacionariedad el resultado dado arriba evidentemente no tiene ningún sentido. El problema es que bajo la raíz unitaria nula, $\{y_t\}$ es no estacionaria y ergódica, y el momento muestral usual no converge a constantes fijas. Los momentos muestrales de $\{X_t\}$ convergen a la función aleatoria de movimiento Browniano

$$T^{-3/2} \sum_{t=1}^T y_{t-1} \xrightarrow{d} \sigma \int_0^1 W(r) dr$$

$$T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 \xrightarrow{d} \sigma^2 \int_0^1 W(r)^2 dr$$

$$T^{-1} \sum_{t=1}^T y_{t-1} \varepsilon_t \xrightarrow{d} \sigma^2 \int_0^1 W(r) dW(r)$$

donde $W(r)$ representa un movimiento Browniano estándar definido sobre el intervalo unitario. Usando los resultados expuestos Philips demuestra que bajo la hipótesis nula de raíces unitarias $H_0: \rho = 1$. (Eric Zivot and Jiahui Wang, 2001: pp. 110-111).

$$T(\hat{\rho} - 1) \xrightarrow{d} \frac{\int_0^1 W(r) dW(r)}{\int_0^1 W(r)^2 dr}$$

$$t_{\rho=1} \xrightarrow{d} \frac{\int_0^1 W(r) dW(r)}{\left(\int_0^1 W(r)^2 dr\right)^{1/2}}$$

En resumen,

- i. $\hat{\rho}$ es super-consistente; esto es, $\hat{\rho} \xrightarrow{d} \rho$ en vez de la tasa usual $T^{1/2}$.
- ii. $\hat{\rho}$ no se distribuye asintóticamente normal y $t_{\rho=1}$ no es asintóticamente normal estándar.

- iii. La distribución límite de $t_{\rho=1}$ se conoce como distribución Dickey-Fuller (DF), no presenta una forma cerrada en su representación. En consecuencia, los cuantiles de la distribución pueden ser estimados por aproximaciones numéricas o por simulación.
- iv. Dado que el sesgo normalizado $T(\hat{\rho} - 1)$ tiene una distribución límite bien definida que no depende de los parámetros, puede ser usado como una prueba estadística para la hipótesis nula $H_0: \rho = 1$.

2. 10. Modelos ARIMA

Usualmente, antes de analizar un proceso de series de tiempo (suprimir la tendencia, por ejemplo) es natural considerar una generalización de los modelos *ARMA*, los modelos *ARIMA*. Supóngase que $W_t = (1 - B)^d Y_t$ y suponga que W_t es un *ARMA*(p, q), $\phi(B)W_t = \theta(B)Z_t$. Entonces $\phi(B)(1 - B)^d Y_t = \theta(B)Z_t$. El proceso Y_t se dice que es un proceso *ARIMA*(p, d, q), modelo autorregresivo integrado de promedio móvil.

Usualmente, d es un entero pequeño (≤ 3). Es prudente pensar en una diferenciación tipo de transformación de datos.

2. 10. 1. ARIMA estacional

Supóngase que $\{Y_t\}$ exhibe una tendencia estacional, en el sentido de que $Y_t \sim Y_{t-s} \sim Y_{t-2s}, \dots$. Entonces para modelar esto, considere

$$\phi(B)\Phi_p(B^s)(1 - B)^d(1 - B^s)^D Y_t = \theta(B)\Theta_q(B^s)Z_t \quad (1)$$

donde

$$\begin{aligned} \phi(B) &= 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p, \\ \theta(B) &= 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q, \\ \Phi_p(B^s) &= 1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p (B^s)^p, \end{aligned}$$

$$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q (B^s)^Q,$$

tal que $\{Y_t\}$ usualmente se representa por un modelo $SARIMA(p, d, q)X(P, D, Q)_s$. Por supuesto, expandiendo el lado derecho de (1) y expresando $\{Y_t\}$ en términos de un modelo $ARMA$ de orden superior, pero preferimos el modelo $SARIMA$ debido a su interpretación natural.

2. 10. 2. Secuencias estacionarias

Algunas secuencias estacionarias son ejemplos importantes de observaciones dependientes. Para definir una secuencia estacionaria, en principio se requiere la definición de la condición conocida como de dependencia $D(u_n)$, la cual juega un papel importante porque entonces podrá identificarse el máximo para la distribución límite.

Definición (Condición de dependencia $D(u_n)$). Suponga que $\{u_n\}$ es una secuencia real. La condición $D(u_n)$ establece que para cualquier conjunto de enteros $i_1 < i_2 < \dots < i_p$ y $j_1 < j_2 < \dots < j_q$ tal que $j_1 - i_p \geq s \geq 1$, se tiene

$$\left| F_{i_1, i_2, \dots, i_p, j_1, j_2, \dots, j_q}(u_n) - F_{i_1, i_2, \dots, i_p}(u_n) F_{j_1, j_2, \dots, j_q}(u_n) \right| \leq \alpha_{n,s},$$

donde, $\alpha_{n,s}$ es no decreciente en s y

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_{n, [n, \delta]} = 0, \quad \forall \delta > 0.$$

Observe que para secuencias independientes, la condición de dependencia, $D(u_n)$, es trivial con $\alpha_{n,s} = 0$.

Definición (Secuencia estacionaria). Una secuencia y_1, y_2, \dots de variables aleatorias se definen como estacionarias si

$$F_{i_1, i_2, \dots, i_k}(y_1, y_2, \dots, y_k) = F_{i_1+s, i_2+s, \dots, i_k+s}(y_1, y_2, \dots, y_k),$$

para cada par de enteros k y s .

El siguiente teorema proporciona la distribución límite para la máxima de secuencias estacionarias que satisfacen la condición $D(u_n)$. (Castillo et al, 1988: p. 249).

Teorema 1 (Máxima de la distribución límite: La condición $D(u_n)$). Suponga que $\{y_n\}$ es una secuencia estacionaria y suponga que $\{a_n\}$ y $\{b_n\}$ son dos secuencias de números reales tales que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr(a_n + b_n Y_{n:n} \leq y) = F(y),$$

donde, $F(y)$ es una *cdf*. Si se tiene la condición de dependencia $D(u_n)$ para la secuencia $\{U_n = a_n + b_n Y_{n:n}\}$ para cada y , entonces $F(y)$ es una de las distribuciones límite para el caso de independencia. (Castillo et al, 1988: p. 250).

2. 11. El máximo de secuencias estacionarias

Una serie estacionaria Y_1, Y_2, \dots , satisface la condición $D(u_n)$, si $\forall i_1 < \dots < i_p < j_1 < \dots < j_q$ con $j_1 - i_p > l$, se cumple que

$$\left| P(Y_{i_1} \leq u_n, \dots, Y_{i_p} \leq u_n, Y_{j_1} \leq u_n, \dots, Y_{j_q} \leq u_n) - P(Y_{i_1} \leq u_n, \dots, Y_{i_p} \leq u_n) P(Y_{j_1} \leq u_n, \dots, Y_{j_q} \leq u_n) \right| \leq \alpha(n, l_n) \quad (2)$$

donde, $\alpha(n, l_n) \rightarrow 0$ para alguna secuencia l_n de manera que

$$\frac{l_n}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Para secuencias de variables aleatorias independientes, la diferencia de probabilidades en (2), es exactamente cero para cualquier secuencia u_n . Pero en general, se requiere que la condición $D(u_n)$ se cumpla para una secuencia específica de umbrales u_n que incrementan con n . Así para tal secuencia, la condición $D(u_n)$ asegura que para conjuntos de variables que están lo suficientemente separadas, la diferencia de probabilidad expresada en (2) aunque no sea cero, está lo suficientemente cercana a cero para no tener efectos en las leyes límites para las distribuciones de los extremos. Esta condición se resume en el siguiente teorema. (Hernández, 2005: p. 43).

Teorema 2. Sea Y_1, Y_2, \dots , un proceso estacionario y sea $M_n = \text{máx}\{Y_1, \dots, Y_n\}$. Entonces, si $\{a_n > 0\}$ y $\{b_n\}$ son secuencias de constantes tales que

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq z\right) \rightarrow G(z)$$

Donde G es una función de distribución no degenerada, y la condición $D(u_n)$ se satisface con $u_n = a_n z + b_n$ para todo real z y G es un miembro de la familia de distribuciones generalizada de extremos.

El máximo de una serie estacionaria sigue las mismas leyes límites que la serie de variables independientes. Sin embargo, los parámetros de la distribución límite si son afectados por la dependencia en la serie, como lo enuncia el siguiente resultado.

Teorema 3. Sea Y_1, Y_2, \dots un proceso estacionario y Y_1^*, Y_2^*, \dots una secuencia de variables independientes con la misma distribución marginal. Se define

$$M_n = \text{máx}\{Y_1, \dots, Y_n\}$$

y

$$M_n^* = \text{máx}\{Y_1^*, \dots, Y_n^*\}$$

Bajo condiciones de regularidad adecuada

$$P\left(\frac{M_n^* - b_n}{a_n} \leq z\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} R_1(z)$$

para las secuencias normalizadas $\{a_n > 0\}$ y $\{b_n\}$ donde R_1 es una función de distribución no degenerada sí y solo sí

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq z\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} R_2(z)$$

donde,

$$R_2(z) = R_1^\theta(z) \tag{3}$$

para una constante θ con $0 < \theta \leq 1$.

El teorema (3) implica que si el máximo de una serie estacionaria converge, lo cual sucede de acuerdo al teorema (2) si se satisface la condición $D(u_n)$, entonces la distribución límite está relacionada con la distribución límite de la serie independiente a través de la ecuación (3). La cantidad θ se define como el índice extremo, el cual mide la dependencia temporal a corto rango de un proceso, y en particular indica la tendencia de los extremos a ocurrir en conglomerados. (Hernández, 2005: pp. 43-45).

2. 12. Modelo extremo univariado

Supóngase que $\{Y_n, n \geq 1\}$ representa una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución común

$F(y)$. Haciendo $M_n = V_{i=1}^n X_i = V_{1 \leq i \leq n} Y_i = \text{Máx}\{Y_1, \dots, Y_n\}$. La función de distribución de M_n es $F^n(y)$, esto es,

$$P[M_n \leq y] = P\left\{\bigcap_{i=1}^n [Y_i \leq y]\right\} = \prod_{i=1}^n P[Y_i \leq y] = F^n(y)$$

si existe un secuencia de constantes normalizadas $\{a_n > 0\}$, $\{b_n \in R\}$, $n \geq 1$ de manera que $(M_n - b_n)/a_n$ converge en distribución, entonces,

$$P[(M_n - b_n)/a_n \leq y] = F^n(a_n y + b_n) \rightarrow G(y) \quad (4)$$

débilmente cuando $n \rightarrow \infty$, donde se supone que G es una función de distribución no degenerada y a_n y b_n son funciones de n . Esta última ecuación se conoce con el nombre de postulado de estabilidad y, se dice que $F \in D(G)$ si se cumple la existencia de las constantes normalizadas.

Tomando logaritmos y expandiendo (4), se obtiene la siguiente expresión equivalente para ésta, misma que indica que la convergencia ocurre si y solo si

$$n[1 - F(a_n y + b_n)] \rightarrow -\log G(y)$$

para y de manera que $G(y) > 0$.

Bajo la teoría expuesta por Fisher y Tippett (1928) y Gnedenko (1943), se dice que para alguna distribución G no degenerada, G es del mismo tipo de cualquiera de una de las siguientes distribuciones de valor extremo:

$$G(y) = \Phi(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ \exp\{-y^{-\alpha}\}, & y \geq 0 \end{cases}$$

para algún $\alpha > 0$;

$$G(y) = \Psi(y) = \begin{cases} \exp\{-(-y)^\alpha\}, & y < 0 \\ 1, & y \geq 0 \end{cases}$$

y

$$G(y) = \Lambda(y) = \exp\{-e^{-y}\}, \quad y \in R$$

Φ_α , Ψ_α y Λ , se definen como las distribuciones de valor extremo de tipo I, II y III, o bien como las distribuciones de tipo Gumbel, Fréchet y Weibull, respectivamente. También puede observarse que, cada una de estas distribuciones puede aparecer como un límite en la ecuación (4). (Sidney, 1987: p. 38).

Los tres tipos de funciones de valor extremo, mencionadas, pueden combinarse dentro de la función de distribución de valor extremo generalizada. Esto es, si se sabe que G está definida por alguna de los tres tipos de distribuciones límite desarrolladas por Tippett (1928) y Gnedenko (1945) entonces, éstas pueden ser combinadas dentro de la función de distribución de valor extremo generalizada

$$F(y; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left[- \left\{ 1 - \xi \frac{(y - \mu)}{\sigma} \right\}^{\frac{1}{\xi}} \right] \quad -\infty < y \leq \mu + \left(\frac{\sigma}{\xi} \right) \text{ cuando } \xi > 0 \quad (5)$$

$$\mu + \left(\frac{\sigma}{\xi} \right) \leq y < \infty, \text{ cuando } \xi < 0$$

y es válida en el rango $\{y : 1 - \xi(y - \mu)/\sigma > 0\}$, μ es un parámetro dimensional o de localización, $\sigma > 0$ es un parámetro de escala y ξ es un parámetro de forma. Para $\xi = 0$ la distribución estará limitada hacia arriba y hacia abajo por lo que se tendrá la distribución de valor extremo tipo I o distribución Gumbel. Para

Para $\xi > 0$, la distribución tiene un límite superior finito en $\mu + \sigma/\xi$ por lo que se identifica la distribución de valor extremo de tipo II o Fréchet. Para $\xi < 0$, la distribución tiene un límite inferior en $\mu + \sigma/\xi$ y cola superior densa, lo que permite identificar la distribución de valores extremos de tipo III o Weibull. (Kotz et al, 2000: pp. 3-4).

Para el estudio de valores máximos es común expresar la distribución de valores extremos como

$$Pr\{Y \leq y\} = \exp \left[- \left(1 + \xi \frac{y-\mu}{\sigma} \right)_+^{-1/\xi} \right] \quad (6)$$

La notación de la ecuación (6) sigue la convención $y_+ = \max(y, 0)$ y se destina para indicar que el rango de la distribución se define por $1 + \xi \frac{y-\mu}{\sigma} > 0$. En otras palabras, $y > \mu - \frac{\sigma}{\xi}$ donde $\xi > 0$, $y < \mu - \frac{\sigma}{\xi}$ donde $\xi < 0$. (Coles et al, 1994: Vol. 5, 221-239).

La distribución (6) incluye los tres tipos de distribuciones de valor extremo pero en una forma que facilita la estimación de los parámetros a través de las técnicas automatizadas como la de máxima verosimilitud.

2. 13. Nivel de retorno

El nivel de retorno se deriva de la distribución de valores extremos generalizada, estableciendo la función de distribución acumulada igual a la *probabilidad/cuantil* deseada, $1 - p$; y luego se resuelve para el nivel de retorno. Para la distribución de valor extremo generalizada dada en (5), el nivel de retorno, Z_p , está dado por la siguiente ecuación. (Guilleland et al, 2005: p. 3).

$$Z_p = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left[1 - (-\log(1-p))^{-\xi} \right], & \text{para } \xi \neq 0. \\ \mu - \sigma \log(-\log(1-p)), & \text{para } \xi = 0. \end{cases}$$

Para modelos estacionarios, la distribución se parametriza usando (Z_p, μ, σ, ξ) . La expresión anterior es tal $F(Z_p) = 1 - p$, donde F es la función de distribución de valor extremo generalizada, p es la probabilidad en la cola superior correspondiente al cuantil Z_p . Si la probabilidad es cero, entonces Z_p es el punto extremo superior $\mu - \sigma/\xi$, y σ se restringe al eje negativo (Weibull). Si la probabilidad es uno, entonces Z_p es el punto más bajo $\mu - \sigma/\xi$, y σ se restringe al eje positivo. (Smith, 1985: 72, 67–90).

2. 13. 1. Valor de retorno en el tiempo

Supóngase que estamos interesados en el nivel de retorno y_n para n -años, es decir, el cuantil $(1 - 1/n)$ de la distribución máxima anual. Esto viene dado por la solución de la ecuación (6), esto es

$$\exp \left[- \left(1 + \xi \frac{y - \mu}{\sigma} \right)_+^{-1/\xi} \right] = 1 - \frac{1}{n}$$

donde, $\left(1 - \frac{1}{n} \right) \approx \exp \left(-\frac{1}{n} \right)$, esto conduce a

$$\left(1 + \xi \frac{y - \mu}{\sigma} \right)_+^{-1/\xi} = \frac{1}{n},$$

de esta manera

$$y_n = \mu + \sigma \frac{n^\xi - 1}{\xi}.$$

Un método para la estimación de y_n consiste simplemente en sustituir los estimadores de máxima verosimilitud $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$ para los parámetros

desconocidos (μ, σ, ξ) , creando así un estimador de máxima verosimilitud para y_n . La varianza de y_n se puede estimar a través la aproximación de la función delta, es decir, define un vector de derivadas parciales

$$g(\mu, \sigma, \xi) = \left(\frac{\partial y_n}{\partial \mu}, \frac{\partial y_n}{\partial \sigma}, \frac{\partial y_n}{\partial \xi} \right)$$

sustituyendo \hat{g} por $g(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$, y también remplacemos H para la matriz de información esperada para $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$, entonces la varianza de y_n es aproximadamente

$$\hat{g} \cdot H^{-1} \cdot \hat{g}^T \quad (7)$$

y la raíz cuadrada de (7) es una aproximación del error estándar. (Bärbel et al, 2001: p. 28).

2. 14. Leyes límite para el caso univariado

Un aspecto simplificado de la representación multivariada es que cada componente marginal del vector (6), debe ser una distribución univariada límite del tipo de valor extremo. Así, la base del método de análisis es una extensión de la ecuación (5) para la distribución conjunta asintótica de las estadísticas de orden de los valores grandes r para una muestra de q variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, donde r es fija y $q \rightarrow \infty$. Suponga que Y_1, Y_2, \dots, Y_q están idéntica e independientemente distribuidas, entonces $M_{q,j}$ representa la j -ésima estadística más grande de las Y_1, Y_2, \dots, Y_q . De esta manera, entonces, la función de distribución conjunta para las r estadísticas de orden grandes (r fija) para $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_r$, es

$$\begin{aligned}
& P \left\{ \frac{M_q^{(1)} - b_q}{a_q} < y_1, \frac{M_q^{(2)} - b_q}{a_q} < y_2, \dots, \frac{M_q^{(r)} - b_q}{a_q} < y_r \right\} \\
& \rightarrow \sum_{s_1=0}^1 \sum_{s_2=0}^{2-s_1} \dots \sum_{s_{r-1}=0}^{r-1-s_1-\dots-s_{r-2}} \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)^{s_1}}{s_1!} \dots \frac{(\lambda_r - \lambda_{r-1})^{s_{r-1}}}{s_{r-1}!} e^{-\lambda_r} \quad (8)
\end{aligned}$$

De la ecuación (8) se deduce, que la densidad límite conjunta de las r estadísticas de orden grandes está definida por

$$f(y_1, y_2, \dots, y_r; \mu, \sigma, \xi) = \sigma^{-r} \exp \left\{ - \left[1 - \xi \left(\frac{y_r - \mu}{\sigma} \right) \right]^{1/\xi} + \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right) \sum_{j=1}^r \log \left[1 - \xi \left(\frac{y_j - \mu}{\sigma} \right) \right] \right\}$$

válida sobre el rango $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_r$, de manera que $1 - \xi(y_j - \mu)/\sigma > 0$ para $j = 1, \dots, r$.

Para estimar los parámetros μ , σ y ξ los datos se subdividen en N subsecuencias compuestas por las observaciones contenidas en cada año del calendario. Para cada año las r estadísticas de orden independientes más grandes se extraen y se asume que tienen una distribución límite conjunta de valor extremo generalizada. (Tawn, 1988: pp. 227-229).

2. 15. Estimación por máxima verosimilitud

Supóngase que se tienen las observaciones Y_1, \dots, Y_N las cuales son datos que provienen de una distribución de valor extremo generalizada. Considérese, por ejemplo, un año como la unidad de tiempo, y Y_1, \dots, Y_N representan los valores del máximo anual para cada N años. La correspondiente log-verosimilitud es

$$l_y(\mu, \sigma, \xi) = -N \log \sigma - \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_i \log \left(1 + \xi \frac{y_i - \mu}{\sigma} \right) - \sum_i \left(1 + \xi \frac{y_i - \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi}$$

donde $1 + \xi(Y_i - \mu)/\sigma > 0$ para cada i .

Los estimadores de máxima verosimilitud son los valores de los parámetros desconocidos que maximizan la función de verosimilitud. (Smith, 2003: p. 15).

3. MATERIALES Y MÉTODOS

3. 1. Análisis de los datos

Con el fin de poder dar extensión a los conceptos previamente establecidos en los capítulos anteriores y, que en conjunto permitan establecer algún criterio de estudio de los valores máximos (cotizaciones máximas al cierre) en los mercados internacionales, para algunos tipos de petróleo que se extraen en México (Istmo y Olmeca), en este apartado se exponen los materiales y métodos con que se tratan y analizan, los datos correspondientes a los precios mencionados, desde una perspectiva de las series de tiempo y la teoría de los valores extremos.

La información de las series de tiempo estudiadas se obtuvo del Software Económica, el cual es un conjunto de herramientas para análisis de inversiones en acciones. Se obtuvieron 4081 observaciones, diarias, que van del 24 de junio de 1993 al 14 de mayo de 2009 (ver ANEXOS A y B). Este conjunto de datos se definió eliminando los días en que PEMEX no cotizó.

Para hacer uso de la información correspondiente a los precios mencionados, se realizó un examen minucioso de éstos, con el fin de determinar la posible presencia de desórdenes o datos que sobrestimen los precios nomiales con que se está trabajando. También, detectar, en lo posible, si las series de tiempo motivo de análisis, presentan alguna tendencia o están afectadas por cambios recurrentes en su registro.

3. 2. Estacionariedad de los datos

Para resolver este problema, o por lo menos comprender sus posibles efectos, se probó si las series son estacionarias. La verificación de la estacionariedad es un factor importante para pronosticar: nos señala la clase de proceso que se

tendrá que construir en nuestros modelos, para realizar predicciones precisas. La prueba empleada para medir la estacionariedad corresponde a la prueba de Dickey-Fuller, prueba econométrica que permitió probar si los conjuntos de datos, de las series temporales, tienen un autorregresivo de raíz unitaria.

Para la aplicación de la prueba de estacionariedad de las series, se realizó una transformación de las variables y, se tomó la primera diferencia de las variables transformadas por logaritmos naturales, logrando con ello conducir los datos a una distribución simétrica, y más cercana a la distribución normal. De este modo, se facilitó la aplicación de algunas técnicas de inferencia estadística, que permitirían llevar a cabo los procesos de análisis posteriores.

3. 3. Ajuste de modelos ARIMA

Con los datos transformados, se llevó a cabo un ajuste de modelos autorregresivos del tipo ARIMA: en particular dos modelos AR(1). Estos modelos no poseen las características pertinentes para realizar, en un sentido estricto, interpretación alguna de los patrones de comportamiento que siguen las series analizadas, por esta razón a estos modelos se les aplicó una transformación exponencial que permitiera contar con un ajuste a los datos reales (datos no transformados ni deiferenciados). A través de este proceso, se retornó a las unidades y magnitud en que se encuentran los datos originales.

Con los datos proporcionados por las transformaciones exponenciales, se llevó a cabo el ajuste de la tendencia y, con los nuevos precios obtenidos, se formaron subconjuntos de 30 datos: partiendo del supuesto de que en promedio un mes tiene 30 días. Para cada subconjunto se estimó el cuantil 90% como nuevo precio mensual promedio y, además considerado como el valor máximo de cada subconjunto de datos. Con ellos se formaron las nuevas series de precios que facilitarían el ajuste de la distribución de valor extremo generalizado.

3. 4. Ajuste de la distribución de valor extremo generalizada

Los nuevos precios conformados por los cuantiles 90%, integraron un nuevo grupo de 136 datos. Con ellos se llevó a cabo el cálculo de los estimadores de los parámetros de la distribución de valor extremo generalizada (GEV). Los estimadores corresponden al parámetro de localización μ , al parámetro de escala σ , y al parámetro de forma ξ . Este último parámetro, por su valor estimado permitió determinar que dentro de la familia de valor extremo generalizado, los datos analizados para ambas series de tiempo, ajustan una distribución de tipo Fréchet.

3. 5. Bondad de ajuste para las distribuciones

Se verificó el ajuste de las distribuciones de valor extremo generalizada para los nuevos precios conformados por los cuantiles 90%. La prueba empleada corresponde a la Prueba de Bondad de Ajuste de Kolmogorov-Smirnov. Esta prueba se utiliza para probar la hipótesis acerca de la distribución de la población, de la cual se extrae una variable aleatoria. La hipótesis nula para la prueba de bondad de ajuste es que la distribución de la población es una distribución dada frente a la alternativa de que los datos no se ajustan a la distribución dada.

La prueba se realizó con el programa de cómputo EasyFit y, los resultados señalan el no rechazo de la hipótesis nula, tanto para la distribución de los precios tipo Istmo como para la de los precios tipo Olmeca.

El ajuste de las distribuciones también se verificó a través del contraste entre las funciones de distribución empírica (CDFE) y la función de distribución acumulada ajustada (CDFA). Para ambas distribuciones de valor extremo generalizadas, las pruebas de bondad de ajuste fueron contundentes al igual que con la prueba Kolmogorov-Smirnov. El contraste gráfico para la prueba se realizó con el programa MATLAB 7.0 y con el programa R 2.10.0 para Windows.

Con este último programa, se trazaron, además, los gráficos de probabilidad, cuantiles, niveles de retorno y de densidad.

3. 6. Rango de movimiento de los precios y niveles de retorno

Aunado a lo antes expuesto, se estimaron, para algunos periodos (meses considerados en el periodo) y niveles de retorno (o precios del petróleo que pudieran ocurrir en el número de meses especificado), las probabilidades de que se obtengan precios de petróleo por encima de los ya estimados y el número de veces que este precio pudiese ocurrir. Así mismo, se estiman los intervalos de confianza correspondientes a cada precio estimado. Los cálculos se realizaron para los precios de cada tipo de petróleo usando el programa EXCEL de Windows 7.0.

Por último, se llevó a cabo la selección del rango de movimiento de los precios del petróleo y la estabilidad en las medidas de riesgo, para ello se estableció la relación funcional entre la función de excesos empírica promedio y el umbral (precio de petróleo). Los comportamientos para los precios de ambos tipos de petróleo son similares, excepto por alguna diferencia en el valor superior del intervalo de movimiento. El umbral estimado, en ambos casos, se emplea como criterio único para estimar las probabilidades de que ocurran precios por encima de los umbrales (o precios) establecidos. Los cálculos y trazos de la relación funcional señalada se realizó con el paquete 'extRemes' del programa R 2.10.0 para Windows.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4. 1. Comportamiento no estacional y estacionalización de las series

Los datos, tanto para los precios del petróleo tipo Istmo como para el del tipo Olmeca, provienen de series de tiempo no estacionarias (ver Figura 1a y 1b). Ambas series presentan variaciones a lo largo del tiempo, con patrones de comportamiento ascendentes no estables e incluso, casi al final de las series, con una caída drástica en muy corto tiempo generada por una disminución en la demanda de este bien y el efecto de las variables naturales y económico-sociales y de mercado, fundamentalmente.

Figura 1a. Precios del petróleo tipo Istmo. Cotizaciones máximas diarias en dólares por barril.

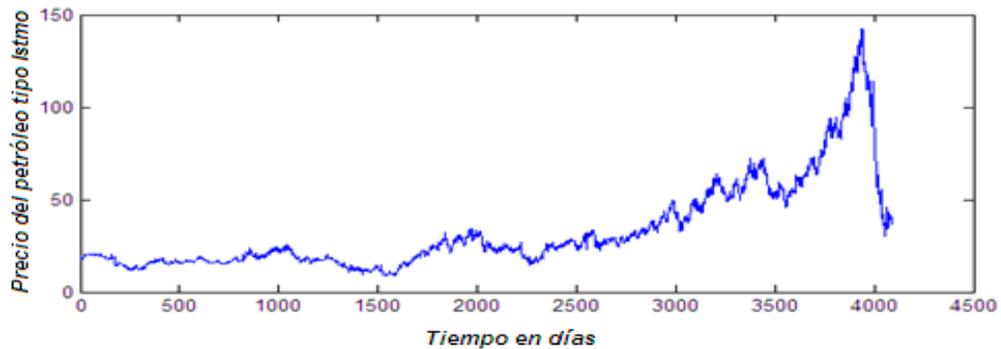
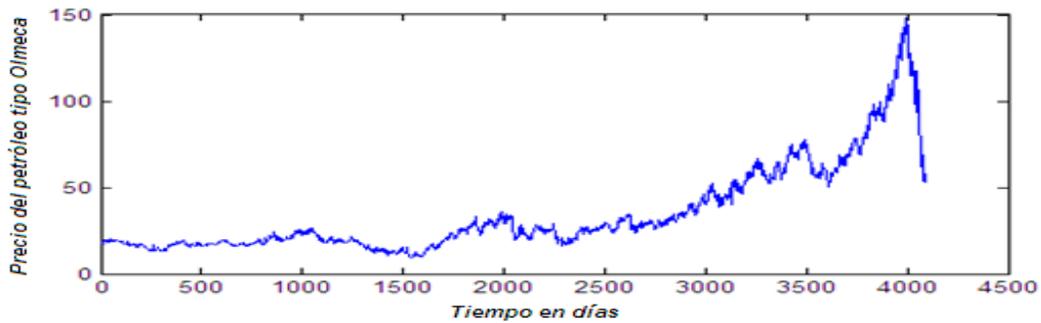


Figura 1b. Precios del petróleo tipo Olmeca. Cotizaciones máximas diarias en dólares por barril.



Para las series de tiempo expuestas la estacionariedad se logró mediante transformaciones logarítmicas (logaritmos naturales) y la primera diferencia de éstos. Las pruebas estadísticas que se emplean para verificar la estacionariedad, a los datos diferenciados, corresponden a la prueba de raíces unitarias de Dickey-Fuller: Rho, Tau y F, las cuales se basan en la hipótesis $H_0: \rho = 1$ (Y_t tiene raíz unitaria) vs $H_1: \rho < 1$. La prueba mencionada, se realizó, usando el Sistema de Análisis Estadístico SAS 9.0, con un nivel de significancia del 5% (95% de confianza), arrojando valores críticos para Rho, Tau y F menores que éste. Bajo estas condiciones se rechazó la hipótesis nula concluyéndose que ninguna de las series posee raíz unitaria (ver ANEXOS C D). Gráficamente, la estacionariedad de las series se presenta en las Figuras 2a y 2b. Ambas series, mantienen en el tiempo una media y varianza constantes (figuras trazadas con el programa de cómputo MATLAB 7.0).

Figura 2a. Estacionariedad de la serie de tiempo de los precios del petróleo tipo Istmo, mediante la primera diferencia del logaritmo natural.

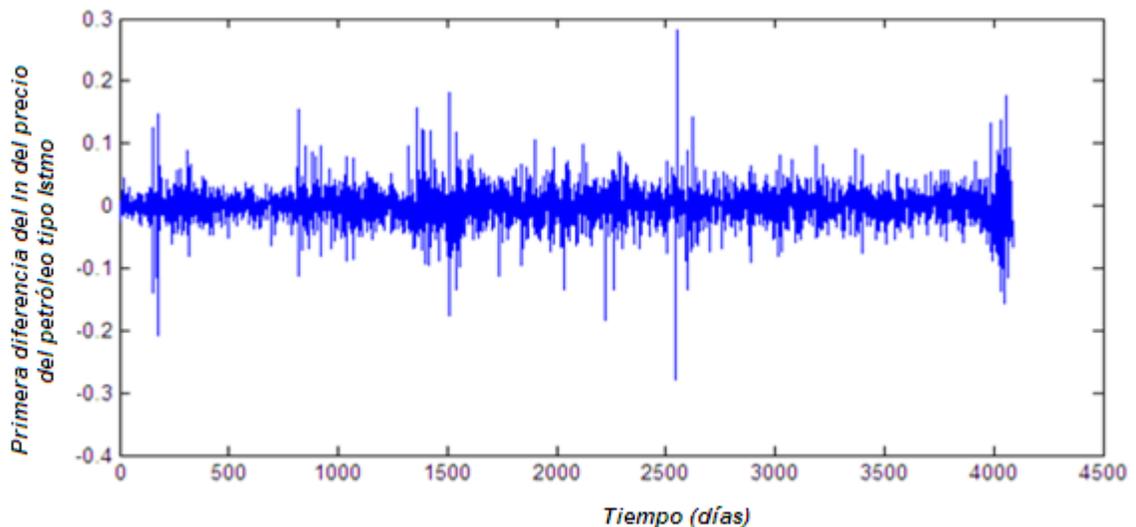
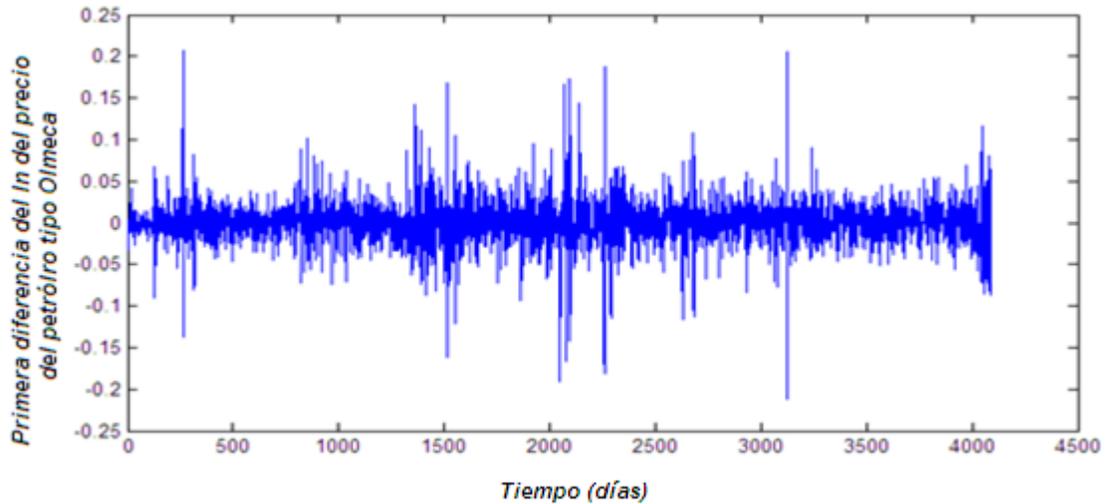


Figura 2b. Estacionariedad de la serie de tiempo de los precios del petróleo tipo Olmeca, mediante la primera diferencia del logaritmo natural.



Cuando se ha logrado la estacionariedad de las series con los datos transformados, éstos se emplearon para ajustar modelos de series de tiempo autoregresivos de orden uno: AR (1).

El modelo estimado para el caso de los precios por barril (en dólares) petróleo tipo Istmo, es el que se expone a continuación

$$y_{t+1} = \text{Exp}\{(-0.07185) \ln(y_t) + 0.07185 \ln(y_{t-1})\},$$

para el precio del petróleo tipo Olmeca, el modelo es el siguiente

$$y_{t+1} = \text{Exp}\{(-0.08235 + 1) \ln(y_t) + 0.08235 \ln(y_{t-1})\}.$$

Modelos que no se emplearon para realizar pronóstico alguno, sino para extraer de ellos información que facilite y de mayor soporte a las estimaciones que se realizarán adelante (los modelos se ajustaron con el Sistema de Análisis Estadístico SAS 9.0 ®).

Una vez ajustados estos modelos, (ver Anexos E y F), se pudo obtener un suavizamiento en las series de tiempo reduciendo la variabilidad y permitiendo obtener una mayor precisión en los estimadores y por tanto un mejor ajuste en los modelos.

Para la aplicación de la teoría de valores extremos y método de estimación en ésta, en las series, una vez que se ajustaron los modelos de tipo autoregresivo de orden uno, se formaron grupos de 30 datos, en cada caso, considerando que un mes tiene, en promedio, 30 días. Para cada grupo se estimó el cuantil 90%, considerado como el valor máximos de grupo en la serie. Éstos, se agruparon formando una nueva serie con la que se realizó la estimación de los parámetros de la distribución de valor extremo generalizada, obtenidos con el software MATLAB V.7.0 ® (ver Anexo G).

4. 2. Cálculo de la distribución límite de los extremos

Los datos graficados y que se muestran en las Figuras 3a y 3b, representan subconjuntos formados por los cuantiles 90%, en el tiempo, tomados de manera mensual y, constituyen la fuente de datos para calcular la distribución límite de los extremos o máximos ante la hipótesis de que los parámetros de este tipo de modelos están relacionados con el comportamiento de la cola de la función de distribución.

En principio, la atención se centra en los cuantiles de los precios del petróleo tipo Istmo (Figura 3a), los cuales siguen un comportamiento semejante a la serie de tiempo de la cual se extrajeron. Para la serie de tiempo correspondiente a los precios del petróleo tipo Olmeca, el proceso fue similar al del petróleo tipo Istmo y, se nota que su patrón de comportamiento también se asemeja a la serie original (Figura 3b).

Figura 3a. Precios del petróleo tipo Istmo, obtenidos mediante el agrupamiento mensual de los datos diarios y el cálculo de su cuantil 90%.

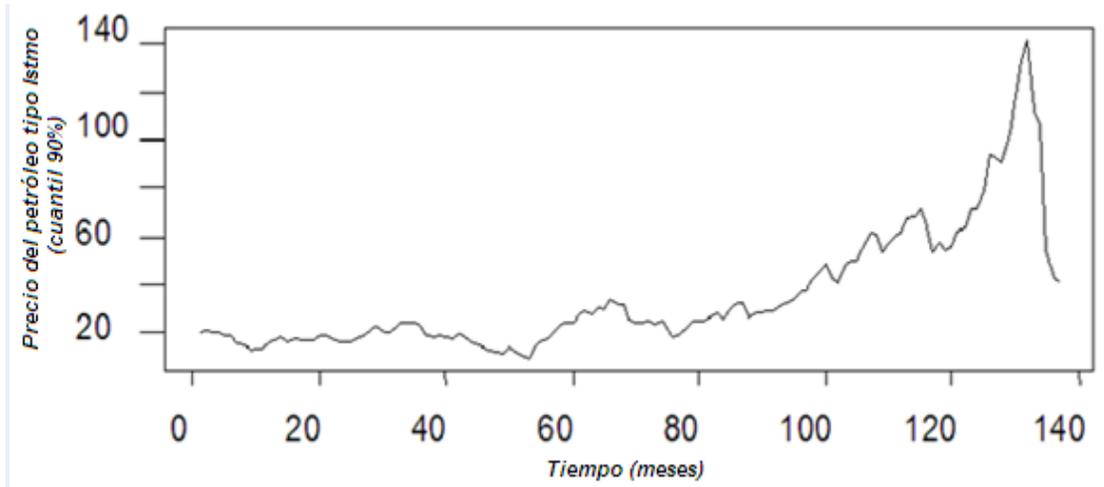
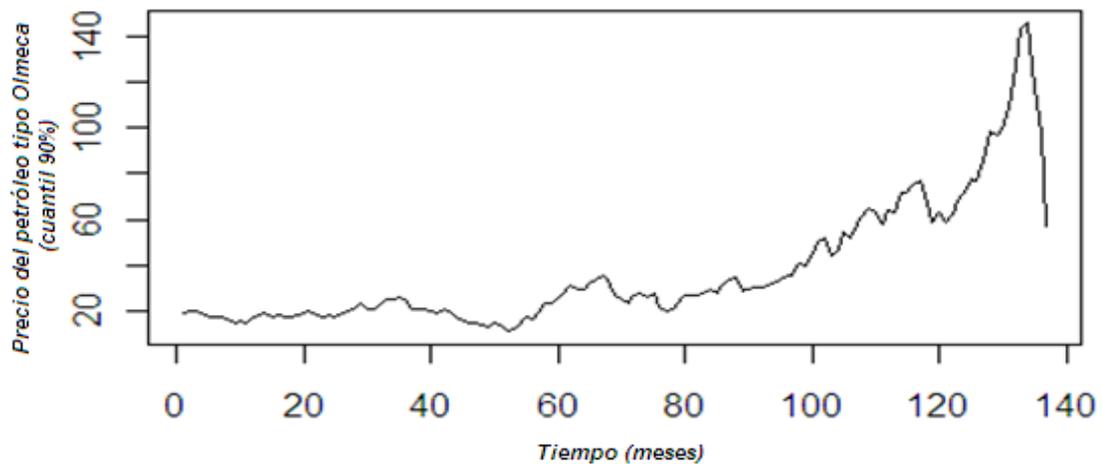


Figura 3b. Precios del petróleo tipo Olmeca, obtenidos mediante el agrupamiento mensual de los datos diarios y el cálculo de su cuantil 90%.



Los valores de los parámetros ajustados por máxima verosimilitud, para la función de valor extremo generalizada (Calculados con los programas MATLAB 7.0 ®), para ambos tipos de petróleo, se resumen en el Cuadro 1a y Cuadro 1b (ver anexo G). En ambos casos, se observa que el parámetro de forma es mayor que 0.5 ($\xi > 0.5$), por lo que los estimadores obtenidos por máxima verosimilitud en la función son totalmente regulares y sus propiedades asintóticas aplican. De hecho, el valor estimado para el parámetro de forma es $\xi = 0.5337$ para los precios del petróleo tipo Istmo y de $\xi = 0.5905$ para el tipo Olmeca. Los valores del parámetro son mayores que cero, por lo que indican

que se está ante una distribución de tipo Fréchet, para ambos casos, una distribución de cola pesada que decae polinomialmente de manera tal que los valores máximos se obtienen con una mayor probabilidad a diferencia de si la distribución presentara una cola ligera.

Cuadro 1a. Estimaciones de parámetros de ajuste para la distribución GEV por el método de máxima verosimilitud para los precios de petróleo tipo Istmo, con la serie transformada.

Parámetros	Estimadores de máxima verosimilitud (mle)	Error estándar	Intervalo de confianza
μ	21.7848	1.0070	[19.8106, 23.7583]
σ	10.2871	0.9939	[8.5118, 12.4301]
ξ	0.5337	0.0881	[0.3609, 0.7061]

Considerando los estimadores de los parámetros del Cuadro 1a, la función de valor extremo generalizada se representa de la siguiente manera

$$Pr\{Y \leq y\} = \exp \left[- \left(1 + \xi \frac{y - \mu}{\sigma} \right)_+^{-1/\xi} \right]$$

$$= \exp \left[- \left(1 + 0.5337 \frac{y - 21.7838}{10.2871} \right)^{-1/0.5337} \right]$$

Cuadro 1b. Estimaciones de parámetros de ajuste para la distribución de la GEV por el método de máxima verosimilitud para los precios de petróleo tipo Olmeca, con la serie transformada.

Parámetro	Estimadores de máxima verosimilitud (mle)	Error estándar	Intervalo de confianza
μ	22.3542	0.9925	[20.4089, 24.2994]
σ	10.2232	1.0214	[8.4050, 12.4346]
ξ	0.5905	0.0876	[0.4190, 0.7622]

Para el caso del precio del petróleo tipo Olmeca, el ajuste del modelo es como sigue

$$\begin{aligned}
 Pr\{Y \leq y\} &= \exp \left[- \left(1 + \xi \frac{y - \mu}{\sigma} \right)_+^{-1/\xi} \right] \\
 &= \exp \left[- \left(1 + 0.5905 \frac{y - 22.3542}{10.2232} \right)^{-1/0.5905} \right]
 \end{aligned}$$

El soporte de la distribución de valor extremo generalizada GEV depende de los valores de los parámetros estimados por el método de máxima verosimilitud, con intervalos de confianza del 95%.

En las Figuras 4a y 4b (trazadas con MATLAB 7.0 ®), de izquierda a derecha, se ha trazado un histograma a escala de los datos, sobrepuesta a éste la función de densidad de probabilidad (PDF) para el modelo establecido de la distribución de valor extremo generalizada (GEV). Este histograma se escala de modo que la suma de las alturas de las barras sea 1, para hacerlo comparable con la PDF. Ambas figuras proporcionan un indicador apropiado del ajuste de la GEV. En la figura de la derecha, se contrasta el ajuste a los datos en términos de la probabilidad acumulada, por superposición de la función de distribución acumulada empírica (CDFE), representada por la curva dentada y la función de distribución acumulada ajustada (C DFA) de valor extremo generalizada estimada por la curva continua. En este caso el ajuste que se ha realizado es apropiado para ambas series de tiempo, pues no existen deslices que manden señales diferentes a las esperadas.

Figura 4a. Histograma y función de densidad superpuestas figura del lado izquierdo, al lado derecho se exponen la CDF empírica y la CDF ajustada, correspondientes a los precios de petróleo, para la serie de tiempo transformada, tipo Istmo.

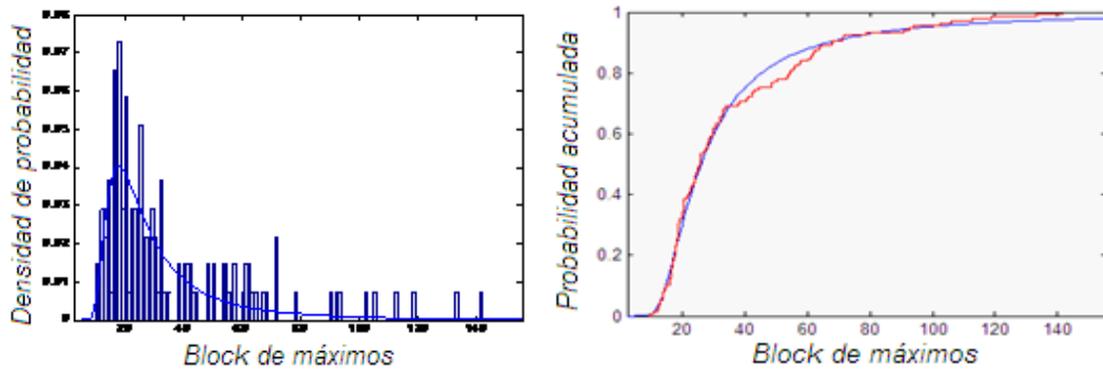
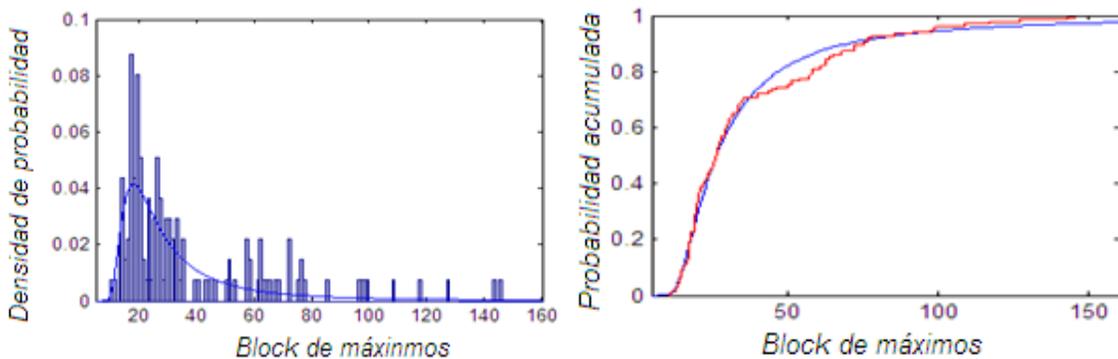
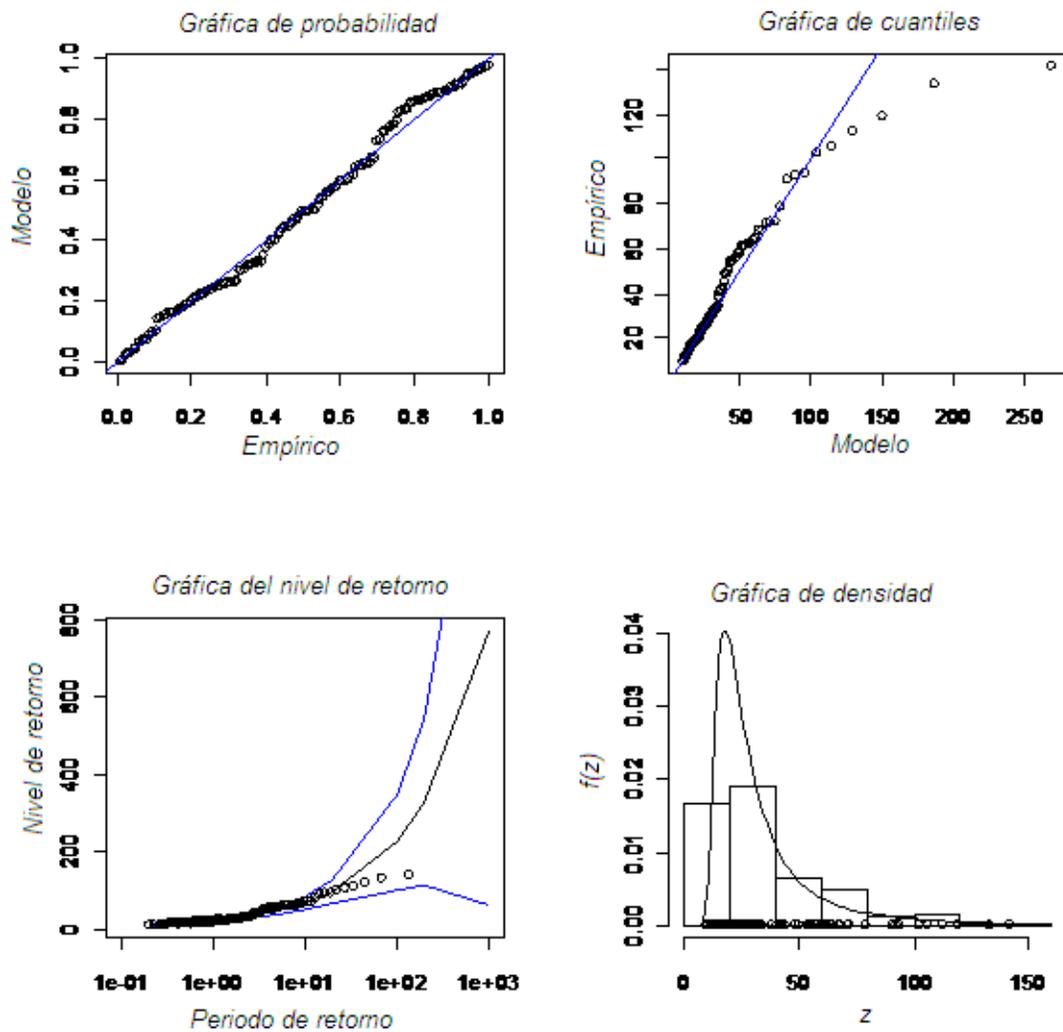


Figura 4b. Histograma y función de densidad superpuestos figura del lado izquierdo, al lado derecho se exponen la CDF empírica y la CDF ajustada, correspondientes a los precios de petróleo, para la serie de tiempo transformada, tipo Olmeca.



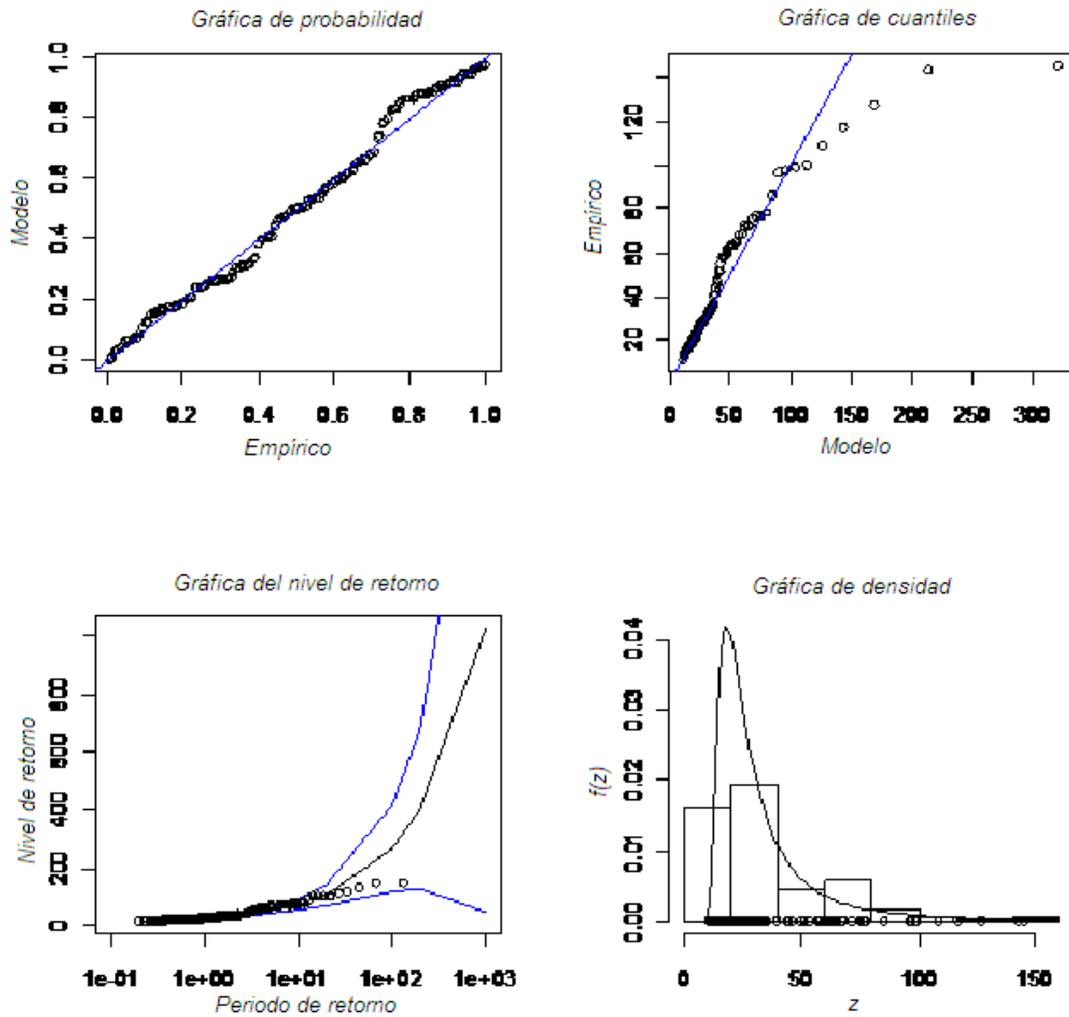
El grado de ajuste que ofrece el modelo a los datos observados también se evalúa de forma gráfica en las Figuras 5a y 5b (trazadas con el paquete 'extRemes' del software R 2.10.0 ®), para los precios de petróleo tipo Istmo y tipo Olmeca, respectivamente. Las gráficas cuantil-cuantil representan los datos observados, en este caso cuantiles 90%, que definen el nuevo precio, frente a los valores predichos por el modelo. Además, permite observar qué tan aproximada se encuentra la distribución del conjunto de datos analizados de la distribución modelada; en este caso la de valor extremo generalizada (GEV).

Figura 5a. Gráficos de diagnóstico de ajuste a los datos mensuales de los cuantiles 90% de los precios de petróleo del tipo Istmo a la distribución *GEV*. Gráficos de cuantiles y nivel de retorno para los precios de petróleo tipo Istmo, con la serie transformada. Desde la parte superior izquierda abajo a la derecha; la probabilidad, cuantiles, nivel de retorno e histograma con la función de densidad sobrepuesta.



En la misma figura, se muestra la cercanía o alejamiento de los datos respecto de la distribución normal marcada por la línea recta que se encuentra en la figura y que sirve como referencia para visualizar, en nuestro caso, que la distribución presenta una cola pesada hacia la derecha. De la misma figura, se desprende que el modelo caracteriza adecuadamente los valores extremos de los precios, considerados éstos como block de máximos seleccionados dentro de la teoría de valores extremos.

Figura 5b. Gráficos de diagnóstico de ajuste a los datos mensuales de los cuantiles 90% de los precios de petróleo del tipo Olmeca a la distribución *GEV*. Gráficos de cuantiles y nivel de retorno para los precios de petróleo tipo Olmeca, con la serie transformada. Desde la parte superior izquierda abajo a la derecha; la probabilidad, cuantiles, nivel de retorno e histograma con la función de densidad sobrepuesta.



4. 3. Prueba de bondad de ajuste para la GEV

De forma numérica (bajo el juego de hipótesis de que, H_0 : Los datos siguen una distribución de valor extremo generalizada vs H_1 : Los datos no siguen la distribución especificada. La prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS) se compara con el valor teórico de referencia ($KSteor$) de forma que si KS es menor que éste no puede rechazarse la idoneidad del modelo, aceptando éste como válido o bien con el valor crítico y el nivel de significancia al que se realiza la prueba.

Los resultados de la prueba se muestran en el Cuadro 2a y 2b (elaborados con el software EasyFit 5.3 ®), para los precios del petróleo tipo Istmo y en el 2b para los precios del petróleo tipo Olmeca, respectivamente, a diferentes niveles de significancia en la prueba y en todos los casos se acepta la hipótesis nula para el petróleo tipo Istmo, no así para el de tipo Olmeca pues al 20% se rechaza la hipótesis nula. En términos generales, se concluye que los datos de los precios de los dos tipos de petróleo siguen una distribución de valor extremo generalizada.

Cuadro 2a. Prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para la distribución de valor extremo generalizada: precio de petróleo tipo Istmo.

Kolmogorov-Smirnov (K-S)					
Tamaño de la muestra	137				
Estadística	0.08242				
Valor P	0.29345				
Rango	16				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	0.09167	0.10449	0.11602	0.12969	0.13917
Rechazar?	No	No	No	No	No

Cuadro 2b. Prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para la distribución de valor extremo generalizada: Precio de petróleo tipo Olmeca.

Kolmogorov-Smirnov (K-S)					
Tamaño de la muestra	137				
Estadística	0.09198				
Valor P	0.18496				
Rango	16				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	0.09167	0.10449	0.11602	0.12969	0.13917
Rechazar?	Sí	No	No	No	No

4. 4. Cálculo de la probabilidad de los niveles de retorno

Normalmente, cuando se consideran los valores extremos de una variable al azar, el interés se centra en determinar los niveles de retorno del evento extremo en estudio. El nivel de retorno de un evento extremo se define como el valor, Z_t , de manera que hay una probabilidad p de que Z_t sea superada en algún periodo determinado, o, alternativamente, el nivel que se espera que se supere en promedio una vez cada $(1/R_m)$ periodos: $((1/R_m))$ se refiere a menudo como la probabilidad del periodo de retorno. Si p es la probabilidad de que una variable y supere un valor dado de Y en un cierto lapso, el periodo de retorno representa el número de unidades de tiempo que transcurrirán en promedio entre dos oportunidades en la que la variable supere dicho valor, es decir, $p = P(y \geq Y) = 1/R_m$. Por lo tanto, es equivalente especificar un periodo de retorno o recurrencia, por ejemplo, de 10 meses o una probabilidad de 0.1 (el periodo de retorno, R_m , de una determinada valor extremo, se define como la inversa de la probabilidad de que dicha valor sea excedido en un periodo cualquiera).

En el análisis estadístico consiste en hallar la función que mejor represente el comportamiento de la variable aleatoria y , para luego asignar a cada valor de Y una probabilidad o un periodo de recurrencia: $P(Y \geq y) = 1 - P(Y < y)$.

Lo anterior, se evalúa desde el punto de vista de las Figuras 5a y 5b. En estas figuras, en la esquina inferior izquierda, se expone la relación funcional que guardan el nivel y el periodo de retorno, dado en meses, tanto para el precio del petróleo tipo Istmo como para el precio del petróleo tipo Olmeca, respectivamente. Las figuras, contienen un intervalo de confianza de 95% dentro del cual se encuentran los niveles de retorno esperados mismos que envían señales positivas de que el proceso de análisis se ha manejado de manera apropiada en ambos casos. En los Cuadros 3a y 3b, se presentan de manera numérica los resultados de las Figuras 5a y 5b. En éstos, los niveles de

retorno son crecientes a medida que el periodo de retorno aumenta. A cada nivel de retorno se asocia la probabilidad de que ese nivel sea excedido en ese periodo. Por ejemplo, la probabilidad de que \$25.95 (dólares por barril) sea excedido, en el periodo de retorno 2 (dos meses), es de 0.50; en el periodo de retorno 5 (cinco meses) se espera un precio de \$45.42 y la probabilidad de que éste sea excedido es de 0.20, etc., en el caso del petróleo tipo Istmo. Para el precio de petróleo tipo Olmeca, el nivel de retorno en el periodo 2 (dos meses), es de \$26.54 y la probabilidad de que éste sea superado es de 0.50. En el periodo 5 (cinco meses), se espera tener un precio de \$47.02 y la probabilidad de que este sea excedido es de 0.20.

En cada caso, también se ha estimado el número de eventos que superarán a cada nivel de retorno: cada uno de los precios estimados ocurrirá solamente una vez en el periodo de análisis que le corresponde. Se incluyen además los intervalos de confianza para cada nivel de retorno, mostrando, por ejemplo para el periodo de retorno 2 (dos meses), en el Cuadro 3a, que la variación del precio para el petróleo tipo Istmo esperado, podría fluctuar entre \$23.53 y \$28.78, aunque se tiene un nivel de confianza del 95% de que la mejor estimación que se obtiene para el periodo mencionado es de \$25.95. En el mismo periodo, Cuadro 3b, para el precio del petróleo tipo Olmeca, el intervalo de confianza es [\$23.53, \$28.78]. En este caso, la mejor estimación corresponde a un precio de \$26.54.

Cuadro 3a. Nivel de retorno asociado al periodo de retorno (meses), probabilidad p y número de eventos esperados que superan al nivel de retorno estimado, para la serie transformada correspondiente a los precios de petróleo tipo Istmo.

Periodo de retorno (R_m)	Nivel de retorno (Z_t)	$\Pr\{Y > y(p)\} = p, p = 1/R_m$	No. de eventos esperados (R_m)(p)	Intervalos de confianza para el nivel de retorno
2	25.95	0.50	1	[23.53, 28.78]
5	45.43	0.20	1	[39.39, 54.14]
10	66.55	0.10	1	[54.72, 86.53]
15	82.79	0.07	1	[65.49, 114.12]
20	96.54	0.05	1	[74.10, 139.05]
25	108.73	0.04	1	[81.41, 159.41]
30	119.79	0.03	1	[87.84, 190.79]

A diferencia de los niveles de retorno esperados en el precio del petróleo tipo Istmo, los niveles de retorno asociados a los precios del petróleo tipo Olmeca son mayores pero con igual probabilidad de ocurrencia y con intervalos de confianza más abiertos, esto refleja una mayor inestabilidad en los límites superior e inferior en que oscilan los niveles de retorno.

El Cuadro 3b. Nivel de retorno asociado al periodo de retorno (meses), probabilidad p , número de eventos esperados que superan al nivel de retorno estimado e intervalos de confianza, para la serie transformada correspondiente a los precios de petróleo tipo Olmeca.

Periodo de retorno (R_m)	Nivel de retorno (Z_t)	$\Pr\{Y > y(p)\} = p, p = 1/R_m$	No. de eventos esperados (R_m)(p)	Intervalos de confianza para el nivel de retorno
2	26.53	0.50	1	[24.12, 29.41]
5	47.02	0.20	1	[40.54, 56.55]
10	70.43	0.10	1	[57.20, 92.93]
15	89.00	0.07	1	[69.30, 124.88]
20	105.07	0.05	1	[79.19, 154.31]
25	119.51	0.04	1	[87.71, 362.81]
30	132.78	0.03	1	[95.27, 208.42]

La manera como hasta ahora se han efectuado los cálculos para los niveles de retorno, deja algunas dudas respecto de si los intervalos de confianza representan un buen indicador para tomar como estimados los niveles de

retorno que se exponen en los Cuadros 3a y 3b. Esto porque al observar los intervalos de confianza, después del periodo de retorno 20, en ambos casos, se observa una cierta inestabilidad por lo que se deben de tomar los niveles de retorno estimados con reserva. La causa que genera la inestabilidad corresponde al hecho de que al ir aumentando R_m , la matriz generada para realizar los cálculos se transforma en una matriz que tiende a ser o es singular.

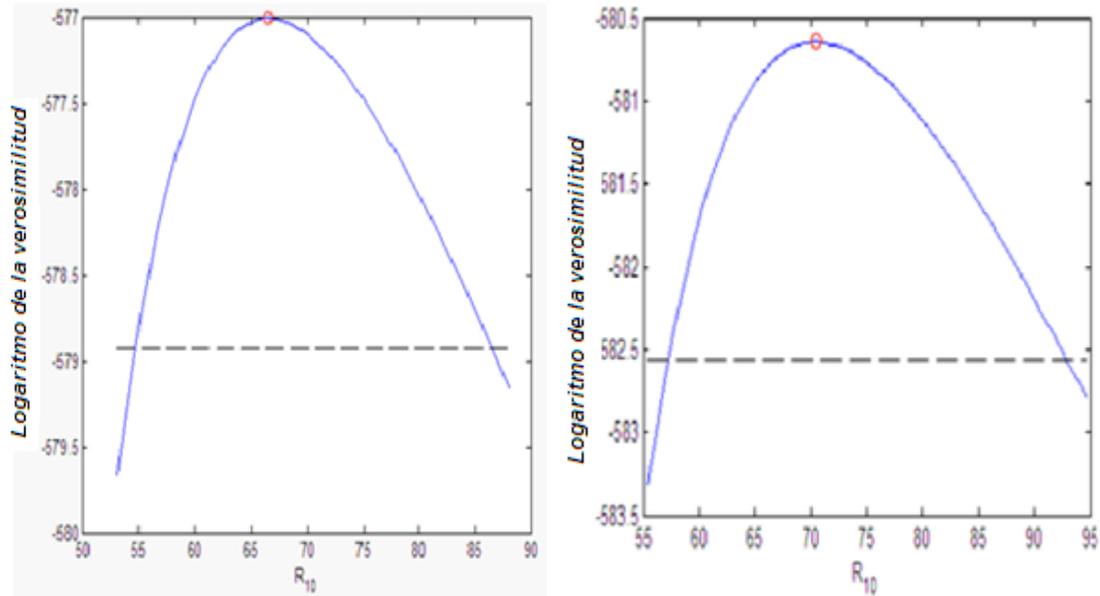
El estimar el límite inferior de R_m conlleva a un problema de optimización no lineal con restricciones de desigualdad no lineales. Para encontrar el valor más pequeño de R_m , es necesario que se tenga claro que el objetivo a minimizar es precisamente R_m , el cual es igual a la inversa de la CDF evaluada por $p = 1 - 1/R_m$. Con esto, se genera una función contenedora que estima a R_m .

Para realizar la optimización se requiere de una función que defina la restricción, esto es, que el logaritmo de la verosimilitud sea menor que el valor crítico. La función de restricción debe devolver valores positivos cuando la restricción se viola. Para lograr lo anterior, se genera una función anónima, utilizando datos simulados y el valor de la verosimilitud crítico de inicio. Para lograr eficiencia en los cálculos, se utiliza el algoritmo de escala mediana que facilita el realizar la optimización restringida. También, para obtener el límite superior de confianza para R_m en el intervalo de confianza, simplemente se invierte el signo en la función objetivo.

La aplicación del procedimiento en esta investigación, a manera de ilustración, se efectúa sólo para el caso de R_{10} , para los precios de los dos tipos de petróleos, no registrándose los valores para el resto de las R_m pues los resultados obtenidos coinciden exactamente con los expuestos en los Cuadros 3a y 3b. Esto es, se estima el intervalo de confianza (el valor crítico que determina el intervalo se basa en una aproximación *chi-cuadrada*, con nivel de confianza de 95%) utilizando un método basado en riesgo. Se parte del

supuesto de que este método, generalmente, produce resultados más exactos que si se utilizara la matriz de covarianzas de los parámetros estimados.

Figura 6a y 6b. De izquierda a derecha. Optimización del proceso en R_{10} , para los precios de petróleo tipo Istmo y Olmeca, respectivamente. La línea continua es el perfil de la verosimilitud, la línea discontinua representa el intervalo de confianza y el círculo en la parte superior, en la curva, define el máximo en la función, R_{10} .



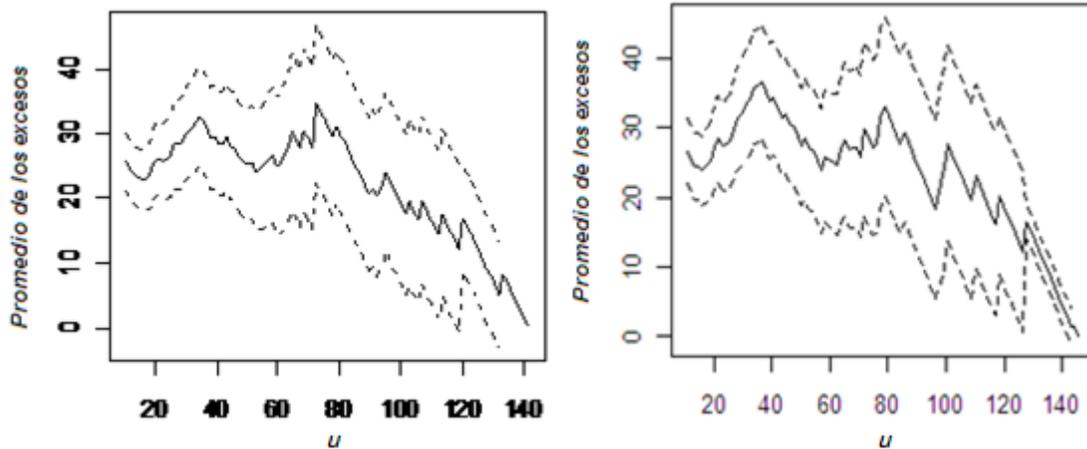
Los resultados obtenidos para R_{10} , sólo a manera de ejemplo, se presentan en las Figuras 6a para el precio de petróleo tipo Istmo y, 6b para el tipo de petróleo Olmeca. En estas figuras, se muestra el intervalo de confianza para R_{10} con límites inferior y superior [\$53.72, \$86.53], respectivamente, y un valor máximo esperado en el precio del petróleo tipo Istmo de \$66.55 y para el Olmeca de \$70.43. Estos resultados dan fortaleza a los expuestos en los Cuadros 3a y 3b. Esto no salva la inconsistencia que se presenta en los intervalos de confianza y, por tanto no debe perderse de vista, en las gráficas, como se van abriendo de manera inconsistente los intervalos de confianza. Esto es, los niveles de retorno que se obtienen después del periodo de retorno 20 deben tomarse con precaución (cálculos realizados con el software MATLAB 7.0 ®).

4. 5. Selección del umbral y estabilidad en las medidas de riesgo con la distribución GEV

Si se elige un umbral demasiado alto (quizá el cuantil 99%), no se tendrán suficientes excesos, y por tanto, se tendrán problemas para tener buenos estimadores de los parámetros en la función de valor extremo generalizada y, en consecuencia, las varianzas de los estimadores serán altas. Por el contrario, si el umbral es demasiado bajo, la distribución de valor extremo no puede tener un buen ajuste para los excesos sobre el umbral y habrá sesgo en las estimaciones.

El comportamiento, ver Figura 7a, de la curva interna dentada para el tipo de petróleo tipo Istmo, inicia con una tendencia de ajuste lineal partiendo de un umbral mínimo de aproximadamente $u = 8$ y un umbral máximo $u = 70$, (la linealidad de la función mencionada $e(u)$ conforma la base para seleccionar el umbral basándose en la gráfica de los excesos empírica promedio $e_n(u)$). En este rango del umbral, se concluye que la función presenta excesos positivos ($\xi > 0$). A medida que aumenta el umbral, después del $u = 70$, el intervalo de confianza se abre, más que al inicio, y la función se revierte siguiendo una tendencia negativa, sugiriendo con ello la presencia de excesos negativos ($\xi < 0$). En este último caso, el parámetro ξ presenta una mayor volatilidad debido a la menor precisión ocasionada por el menor número de rendimientos que superen el umbral (u). En la Figura 7b, la situación es muy similar a la de la Figura 7a, sólo que en este caso los umbrales se definen, aproximadamente por $u = 8$ y $u = 80$, siendo este rango donde $\xi > 0$ y por lo tanto se presentan excesos positivos. Después de $u = 80$, la función decrece y los excesos que se observan son negativos (Cálculos realizados con el paquete 'extRemes' del software R 2.10.0 ®).

Figura 7a y 7b. De izquierda a derecha, la función de la promedio muestral de los excesos para el precio del petróleo tipo Istmo y tipo Olmeca. En el eje y se encuentra el promedio muestral de los excesos. En el eje x el umbral.



Las líneas irregulares externas, superior e inferior son las bandas de confianza estimadas. La curva interna dentada, la función de excesos, se encuentra siempre dentro de dichas bandas lo que permite asegurar que los excesos sobre los precios del petróleo tipo Istmo y tipo Olmeca se encuentran en un proceso controlado y por tanto, las u mencionadas pueden ser opciones plausibles de umbrales (precios) asociados al promedio muestral de los excesos. El cambio de pendiente en las funciones, podría sugerir la estimación de un nuevo umbral, pues lo que se busca es que estas variaciones de las funciones no sean muy marcadas.

4. 6. Probabilidad esperada de los precios por encima de los umbrales, bajo el criterio de la GEV ajustada

En el Cuadro 4a, se presenta una lista de precios que podrían presentarse en los mercados internacionales para los tipos de petróleo analizados en esta investigación. En la primera columna, los precios que se exponen se presentan en términos de los umbrales establecidos en el apartado anterior, de 10 a 70 dólares, por barril, para el precio del petróleo tipo Istmo y de 10 a 80, dólares, para el de tipo Olmeca: En las columnas dos y tres, se presentan las probabilidades de contar con precios por arriba de los ya establecidos en la

función de los excesos promedios vs el umbral. Esto es, la probabilidad de tener un precio que supere los 10 dólares es de 0.997 para el petróleo tipo Istmo y, de 0.999 para el precio del petróleo tipo Olmeca y, en el caso extremo que señala la función exceso de los promedios, un precio de 70 y 80 dólares, para los tipos de petróleo señalados, las probabilidades de ocurrencia son de 0.0911, para el petróleo tipo Istmo, y 0.080, para el petróleo tipo Olmeca, respectivamente, probabilidades por demás bajas.

La trascendencia de los resultados expuestos en Cuadro 4a, permite realizar algunos comentarios finales. Para precios próximos al umbral más bajo la probabilidad de obtener un precio por encima del ya establecido es en términos generales alto. A medida que el precio que se ha fijado aumenta, la probabilidad de obtener un precio que supere a éstos tiende a disminuir de manera paulatina, lo que conduce a pensar que la fijación de los precios a futuro debe manejarse con prudencia y reserva, pues cada vez es más incierto obtener precios elevados para cualquiera de los tipos de petróleo aquí analizados.

Cuadro 4a. Cálculo de las probabilidades de ocurrencia para los precios del petróleo tipo Istmo y Olmeca por arriba de los precios establecidos.

Precio (Dólares por Barril)	$P(Y>y)=1-P(Y<y)$	$P(Y>y)=1-P(Y<y)$
10.00	0.997191	0.999754
15.00	0.895036	0.922002
20.00	0.698674	0.722197
25.00	0.527116	0.544322
30.00	0.401979	0.416232
35.00	0.313339	0.326377
40.00	0.249848	0.262293
45.00	0.203373	0.215399
50.00	0.168552	0.180184
55.00	0.141884	0.153109
60.00	0.121053	0.131854
65.00	0.104492	0.114860
70.00	0.091119	0.101055
75.00	0.080170	0.089682
80.00	0.071094	0.080196

4. 7. Comentarios finales

Cuando los precios del petróleo tienden a la alza, existe un debate encendido sobre los roles relativos de los fundamentos económicos y la especulación a la hora de fijar los precios del petróleo. Si bien los precios del petróleo ya han caído del pico que alcanzaron, no debe olvidarse ese debate, ya que tiene profundas consecuencias políticas que los funcionarios del gobierno harían mal en ignorar.

Mientras que muchos participantes del mercado petrolero han culpado a la especulación, la mayoría de los economistas defiende cómo se desempeñaron los mercados petroleros y apuntan a los fundamentos económicos. Un argumento que utilizan los economistas es que los precios más elevados se deben al dólar débil. Como el petróleo se cotiza en dólares, un dólar débil hace que el petróleo resulte más económico a los usuarios de otros países, lo que aumenta la demanda global.

Un segundo argumento es que los precios más altos del petróleo se deben a las tasas de interés más bajas y a previsiones de precios más elevados a largo plazo. Eso supuestamente reduce la oferta al alentar a los productores a almacenar petróleo bajo tierra y bombearlo más tarde.

Un tercer argumento es que si ha de culparse a la especulación por los aumentos de precios, debería haberse producido un incremento en los inventarios de petróleo, porque los especuladores no consumen petróleo, sino que lo almacenan para una venta posterior. Dado que no se ha producido un incremento en los inventarios, no hubo ninguna especulación.

Los tres argumentos son débiles. El precio del petróleo ha aumentado mucho más de lo que ha caído el dólar. Eso significa que los precios del petróleo crecieron en otros países, lo que debería haber reducido, no aumentado, la

demanda. Es más, son los altos precios del petróleo los que debilitaron al dólar, no de manera inversa. Esto es porque los altos precios del petróleo hacen subir la inflación, agravan el déficit comercial de los países y acrecentan la posibilidad de una recesión, al actuar como un impuesto al gasto de los consumidores. Por otro lado, la subida de los precios del petróleo en realidad ofrece a los productores independientes un incentivo para fomentar la producción.

Finalmente, el argumento del almacenamiento no reconoce los diferentes tipos de inventarios. En consecuencia, los precios especulativos récord probablemente hayan hecho que los operadores de combustible marítimo liberaran inventario, pero esas remesas pueden haber sido compradas por especuladores que hoy son arrendatarios activos de capacidad de almacenamiento comercial. La implicación es que los especuladores pueden hacer subir los precios y aumentar sus inventarios aunque los inventarios comerciales totales no sufran demasiados cambios.

Por otra parte, la especulación del mercado petrolero puede haber inducido una "especulación en eco", a través de la cual los usuarios finales compran productos refinados con anticipación para protegerse de alzas de precios futuras. Luego aceptan entregas en sus instalaciones de manera que los inventarios refinados totales aumentan, sin que ese aumento forme parte de los inventarios comerciales reportados.

Demostrar que la especulación es responsable de los precios más altos siempre resulta difícil, porque tiende a producirse en un contexto de fundamentos fuertes. Sin embargo, existe una evidencia considerable que indica claramente una especulación rampante en los mercados petroleros de hoy. En cuanto a los fundamentos del mercado, no se han producido cambios en las condiciones de demanda y oferta que expliquen la magnitud del salto no anticipado de los precios del petróleo. Es más, el comportamiento real de los precios del petróleo es consistente con la especulación.

A pesar del tamaño del mercado petrolero, la especulación puede mover los precios debido a la falta de elasticidad de la demanda y la oferta. Los cambios en la demanda de petróleo son lentos como consecuencia de la inercia actitudinal y la tecnología fija, mientras que ajustar la producción lleva tiempo. Estas características hacen que el mercado petrolero sea vulnerable a la especulación.

Estas compras especulativas apenas pueden registrarse en los inventarios, porque las compras son pequeñas comparadas con el mercado general, y por los muchos márgenes de acomodamiento del sistema de almacenamiento global. Como resultado, los precios altos impulsados por la especulación pueden persistir un tiempo considerable antes de que los fundamentos económicos los hagan bajar, como finalmente parece estar ocurriendo. (Palley, 2009).

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5. 1. Conclusiones

- 1) Los modelos de valores extremos obtenidos en esta investigación se ajusta a la detección de la estacionariedad, ya que la misma permite definir de manera apropiada las distribuciones de densidad que habrán de emplearse en las etapas de contraste y validación de los modelos estimados. El análisis de estacionariedad define, en esta investigación, el punto de partida y guía de los resultados de las estimaciones. En principio, mediante una transformación logarítmica de las series analizadas y el ajuste de un par de modelos autorregresivos. Los modelos estimados, permiten retornar, a través de su ajuste, a los datos originales con fines de interpretación.
- 2) En el ajuste de la función de valor extremo generalizado, se usaron los datos ajustados que proporcionaron las transformaciones exponenciales, de las cuales se extrajeron 137 cuantiles 90% con los que se estimaron los parámetros de la función mencionada.
- 3) En la estimación de los parámetros de la distribución de valor extremo generalizada, destaca el parámetro de forma de la función como guía en la determinación del comportamiento del precio de los tipos de petróleo aquí analizados. Se nota bajo el signo y magnitud de este estimador el sesgo que presenta la función de densidad con cola pesada hacia la izquierda con ($\xi > 0$) y que la identifica con una distribución de tipo Fréchet, indicando la tendencia a la baja de los precios y una marcada variabilidad en los niveles de retorno a medida que se aumentan los periodos de retorno.

- 4) Para contar con la certeza de que los niveles de retorno estimados son apropiados y pueden emplearse como instrumentos de política económica, se obtuvo la maximización del logaritmo de la verosimilitud de la distribución de valor extremo generalizada en la búsqueda del intervalo de confianza apropiado para los parámetros del modelo. El intervalo se basa en una aproximación de la distribución Chi-cuadrada, con nivel de confianza de 95%. De esta manera se constató la eficacia de las estimaciones de los niveles de retorno obtenidos, aunque con limitantes en la amplitud del periodo de retorno.

- 5) En la estimación de los umbrales, se recurrió a la función promedio de los excesos en la que se relacionan el promedio muestral de los excesos como una función del umbral. Esta función a diferencia del proceso de optimización en la fijación de los extremos de los niveles de retorno, establece que los retornos positivos se encuentran en un intervalo aproximado, para el petróleo de tipo Istmo, de $8 \leq u \leq 70$ y $8 \leq u \leq 80$, para los precios del petróleo de tipo Olmeca. Rebasar estos intervalos en la fijación de los precios conduce a cálculos sobrestimados que afectan las reservas presupuestarias de la federación.

5. 2. Recomendaciones

- 1) Siempre que se analicen series de tiempo de manera univariada, es fundamental que se revise el patrón de comportamiento de éstas, así como la definición de su función de densidad con el objeto de evitar estimaciones impropias de sus momentos, estimadores y sobre todo, si se pretenden usar para fines predictivos, evitar caer en errores de estimación por emplear funciones de densidad que no modelen de manera apropiada los datos en cuestión.

- 2) En cuanto a los resultados que se obtengan en el proceso de estimación, análisis e interpretación, debe verificarse en lo posible que éstos conlleven al cumplimiento de los objetivos e hipótesis que se hayan planteado. Sólo de esta manera, podrán generarse recomendaciones acordes a la problemática que se pretenda resolver.

- 3) Es de importancia vital que se respeten, como se muestra en esta investigación, los resultados obtenidos pues el éxito de propuestas futuras en la fijación de los precios, por parte de los tomadores de decisiones en el congreso, sólo podrá alcanzarse si se realizan estudios formales que puedan apegarse a las expectativas futuras que puedan ofrecer los mercados internacionales.

6. BIBLIOGRAFÍA

Bärbel, F. y Holger, R. (2001). *Extreme Values in Finance, Telecommunications and the Environment.* CHAPMAN & HALL/CRC.

Barrell, R. y Pomerantz, O. (2004). *Oil Prices and the World Economy, NIESR Discussion Paper 242.*

Bernanke, B. (2004). *Oil and the Economy. Discurso Pronunciado en Darton College, Albany, Georgia, EEUU.*

Box, G. E. P., y Jenkins G. M. (1976). *Time Series Analysis Forecasting and Control,* San Francisco: Holden-Day.

Brockwell, P. y Davis, R. (2002). *Introduction to Time Series and Forecasting (Cap. III y VI). Springer Texts in Statistics. Springer Editorial*

Castillo, E. et al. (1988). *Extreme Value and Related Models with Applications in Engineering and Science. A John Wiley & Sons, INC., Publication.*

Castillo, E. (1988). *Extreme Value Theory in Engineering. Statistical Modeling and Decision Science. Academic Press, INC.*

Celis, S. L. (1988). *La industria petrolera en México. Una Crónica I: de los inicios a la expropiación, Petróleos Mexicanos, México. P. 211 y pp. 323-324.*

Coles S. y Tawn, J. A. and Smith R. L. (1994). *A Seasonal Markov Model for Extremely Low Temperatures. Envirometrics, Vol. 5, 221-239 (1994).*

EasyFit Software 5. 3. (2004-2010). *MathWave Technologies. <http://www.mathwave.com/es/home.html>.*

Economatica (Software). <http://www.economatica.com/support/manual/espanhol/manual.htm>. 2001-2008 Kellogg School of Management, Northwestern University. México 52, 55, 5525 2518. info@economatica.com.mx.

Farrell, G., B. Kahn y F. Visser, (2001). *Price Determination in International Oil Markets: Developments and Prospects*, South African Reserve Bank Quarterly Bulletin, March.

Gálvez, A. (1988). *La Industria Petrolera en México. Una Crónica III: Crisis del Crecimiento y Expansión de Petróleos Mexicanos (1970-1988)*, Petróleos Mexicanos, México. p. 118.

Gilleland, E., Katz, R. Young, G. (2004). *Extreme Value Toolkit: Package 'extRemes'*.

Gilleland, E. y Katz, R. W. (2005). *Analyzing Seasonal to Interannual Extreme Weather and Climate Variability with the Extremes Toolkit*. Research Applications Laboratory, National Center for Atmospheric Research.

Guerrero, Ch. G. (2008). *Evaluación del Desempeño de Modelos VaR Usando la Teoría de Valores Extremos en Mercados Emergentes y Desarrollados*. p-5. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias Económicas.

EasyFit 5.3 (software) (2010). MathWave Technologies Ltd.

Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.

Harris, R. et al, (2003). *Applied Time Series Modelling and Forecasting*. John Wiley & Sons Ltd.

Hernández, A. (2005). *Distribución Límite de los Extremos del Modelo T-Student Truncado para Datos de Lluvia Diaria. Universidad Simón Bolívar. Tesis Doctoral.*

Kotz, S. y Nadarajah, S. (2000). *Extreme Value Distributions. Theory and Applications. Imperial College Press.*

Lavín, J. D. (1979). *Petróleo: pasado, presente y futuro de una industria mexicana, FCE, México. pp. 251-252.*

Matlab 7.0 (Software), (2010). *The Language of Technical Computing. Copyright 1984-2004, The MathWorks, Inc.*

MathWorks INC. (1994.2010). *Acelerating the pace of engineering and science and science. Statistics Toolbox 7. 4. <http://www.mathworks.com/products/statistics/demos.html?file>*

Mariel, L. F. (2009). *<http://www.ref.PEMEX.com/octanaje/23explo.htm>*

Meyer, L. y Morales I. (1990). *Petróleo y nación (1900-1987): la política petrolera en México, FCE, SEMIP, México. p. 82-89.*

Meyer, L. y Morales, I. (1990). *Petróleo y nación (1900-1987): la política petrolera en México, FCE, SEMIP, México. p 183 y p. 223.*

Meyer, L. y Morales I. (1990). *Petróleo y nación (1900-1987): la política petrolera en México, FCE, SEMIP, México. p. 116 y pp. 120-123.*

Morales, I. et al, (1988). *La formación de la política petrolera en México, 1970-1986, El Colegio de México, México, 1988. pp. 153-155; PEMEX, Agenda Estadística, 1988.*

Organización de Países Exportadores (OPEP), (2009). *Economía. Exportación de Crudo. Reservas Petrolíferas.*
<http://html.rincondelvago.com/oPEP.html>

Ophélimos, (2009). *Comunidad Económica en Red.*
<http://blog.pucp.edu.pe/item/18049>.

Palley I. T. (2009). *El Impacto de la Especulación sobre el Precio del Petróleo.*
<http://www.perueconomico.com/ediciones/29-2009-jan/articulos/284-el-impacto-de-la-especulacion-sobre-el>.

PEMEX, Memoria de Labores, 1974.

PEMEX, Memoria de Labores, 1977.

PEMEX, Agenda Estadística, 1988; PEMEX, Memoria de Labores, 1981.

PEMEX, Memoria de Labores, 1982

PEMEX, Memoria de Labores, 1990-1991

PEMEX, Memoria de Labores, 1989.

PEMEX, Memoria de Labores, 1993, 1996; PEMEX, Anuario Estadístico, 2005.

PEMEX, Anuario Estadístico, 2005.

PEMEX, Anuario Estadístico, 2005.

Pindick, R. (2001). *The Dynamics of Commodity Spot and Futures Markets: a Primer. The Energy Journal, Vol. 22(3).*

Powell, J. R. (1956). *The Mexican petroleum industry, 1938-1950, University of California Press, Berkeley. p. 42-43.*

R (Software) version 2.10.0 (2009-10-26). Copyright (C) 2009 The R Foundation for Statistical Computing. Package 'extRemes' April 25, 2010. <http://cran.r-project.org/web/packages/extRemes/extRemes.pdf>

“Realizaciones en Petróleos Mexicanos durante el periodo 1947-1952”, mecanografiado, México, 1952. p. VI.

Ruiz, Juan, (2004). *Causas y Consecuencias de la Evolución reciente del precio del Petróleo. MPRA (Munich Personal RePEc Archive).*

Ruiz, N. y Víctor, M. (1988). *La Industria Petrolera en México. Una Crónica II: gestación y consolidación de Petróleos Mexicanos (1938-1970), Petróleos Mexicanos, México. p. 290.*

Sidney, I. Resnick, (1987). *Extreme Values, Regular Variation and Point Processes.*

Shields, D. (2003). *PEMEX: un futuro incierto, Planeta, México, 2003. pp. 35-36; PEMEX, Anuario Estadístico, 2005. p. 35-36.*

Smith, R. L. (1985). *Maximum likelihood Estimation in a Class of Non-Regular Cases. Biometrika, 72, 67–90.*

Smith, R. L. (2003). *Statistics of Extremes, with Applications in Environment, Insurance, and Finance.*

Tawn, J. A. (1988). *An Extreme Value Theory Model for Dependent Observations. Journal of Hydrology.* 101 (1988) 227-250.

Statistical Analysis System (SAS). 2003. *SAS for Forecasting Time Series, Second Edition.* Cary, NC: SAS Institute Inc. SAS Institute Inc. ISBN 1-59047-182-2 and John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-39566-8.

T. Dalsgaard, C. André, y Peter, R. (2001). *Standard Shocks in the OECD Interlink Model, OECD Economics Department Working. Paper 306.*

Wang, Q. J. (1996). *Using Partial Probability Weighted Moments to Fit the Extreme Value Distributions to Censored Samples. Water Resources Research, Vol. 32, No. 6, Pages 1767-1771, June 1996.*

Zivot, E. y Wang, J. (2009). *Modelling Financial Time Series with S-PLUS.*

7. ANEXOS

7. 1. Anexo A: Serie de tiempo correspondiente a los precios del petróleo tipo Istmo

19.04	14.28	12.61	12.49	16.39	18.35	18.35	15.81	15.97	15.97	16.32	16.35	16.88	20.14
19.05	14.18	12.20	12.91	15.97	17.52	17.52	16.32	16.27	18.27	16.32	16.61	16.99	19.06
19.00	14.16	12.29	12.67	16.20	17.64	17.64	16.57	16.76	18.51	16.39	16.63	17.05	17.03
19.15	14.40	12.18	12.65	16.51	17.53	17.53	16.82	17.09	18.40	16.61	16.70	17.01	17.33
19.00	14.40	12.27	12.90	16.74	17.26	17.26	16.77	17.01	18.21	16.21	16.75	17.26	18.20
18.62	15.36	12.70	12.95	16.50	16.96	16.96	17.27	17.00	18.55	16.06	16.48	16.97	18.46
18.18	14.76	12.70	12.91	16.37	16.39	16.39	17.53	16.46	18.36	15.96	15.72	17.05	18.40
18.18	14.84	12.16	12.76	15.83	16.50	16.50	17.54	16.83	17.81	15.92	15.33	17.29	18.17
18.53	14.83	12.03	12.30	15.98	16.08	16.08	17.47	16.82	17.81	15.73	15.64	17.44	18.49
18.30	15.05	11.88	12.33	16.26	16.41	16.41	17.07	16.60	18.30	15.90	15.53	17.85	19.01
18.09	15.27	11.70	12.47	16.26	15.99	15.99	17.21	16.26	18.69	15.68	15.71	18.01	18.75
18.18	15.95	11.96	12.46	16.42	15.72	15.72	16.77	16.43	19.00	15.68	15.86	17.48	18.51
18.41	16.05	11.98	12.79	16.22	15.01	15.01	16.77	16.75	19.06	15.84	15.64	17.52	18.81
18.44	15.89	12.39	12.90	16.26	15.08	15.08	16.69	16.86	19.05	15.95	15.81	17.49	19.30
17.83	15.66	12.22	12.33	16.11	15.55	15.55	16.20	16.87	18.78	15.71	15.73	17.44	19.40
17.95	15.61	12.23	13.47	16.09	15.75	15.75	16.30	17.09	18.94	15.78	15.43	17.44	19.87
17.54	15.65	11.95	12.44	15.70	15.43	15.43	16.30	16.88	18.82	15.66	15.04	17.67	20.48
18.08	15.70	11.86	13.22	16.12	15.77	15.77	16.28	16.72	19.10	15.82	15.13	17.99	21.44
17.54	15.78	12.08	13.73	16.25	15.72	15.72	16.01	16.61	19.06	15.77	15.40	17.94	21.93
17.98	15.99	11.84	13.49	16.09	15.79	15.79	16.01	16.54	19.12	15.43	15.50	18.11	20.43
17.70	15.99	11.84	13.28	16.35	15.71	15.71	16.32	16.69	18.69	15.41	15.40	18.11	20.53
17.95	15.83	12.15	13.50	16.41	15.72	15.72	16.60	16.54	18.47	15.42	15.28	18.72	20.95
18.43	15.71	12.38	13.55	17.21	15.67	15.67	16.60	16.53	19.05	15.39	15.59	18.55	21.41
18.77	15.47	13.10	12.49	17.14	15.73	15.73	16.60	16.61	18.95	15.93	15.76	18.58	20.98
18.58	15.32	13.17	12.70	17.86	15.93	15.93	16.60	16.76	18.88	15.93	15.79	18.99	20.67
18.42	15.26	13.15	12.65	17.82	15.79	15.79	16.37	17.13	18.20	15.86	15.69	19.24	20.19
18.14	15.43	12.60	12.98	17.18	15.70	15.70	16.59	17.13	18.34	15.94	15.35	18.72	20.17
18.47	15.46	12.67	12.98	16.96	15.58	15.58	16.30	17.12	18.04	15.97	15.39	18.40	20.89
18.28	15.08	12.21	13.88	16.82	15.32	15.32	15.50	16.95	18.16	16.00	15.60	17.56	21.17
20.73	14.73	12.41	13.98	16.86	14.93	14.93	15.37	16.59	18.52	15.96	15.62	17.04	20.79
18.04	14.72	12.79	14.03	16.58	14.93	14.93	15.44	16.76	18.67	15.97	15.56	16.61	21.16
17.81	14.81	13.10	13.89	16.76	15.05	15.05	15.33	16.93	18.44	15.90	15.67	16.96	21.16
18.11	14.55	12.78	13.90	16.26	15.43	15.43	15.60	16.75	18.60	16.01	15.73	17.31	21.30
18.05	14.11	13.03	14.22	16.97	15.43	15.43	15.60	16.60	18.63	16.00	15.84	17.53	20.51
18.40	14.72	12.85	14.21	17.22	15.29	15.29	15.35	16.55	18.44	16.09	15.90	17.30	22.59
18.66	14.45	12.93	14.43	17.20	15.76	15.76	15.31	16.79	18.33	16.08	16.03	17.16	23.66
18.65	14.80	12.77	14.71	17.19	15.98	15.98	15.37	16.74	17.93	15.73	16.37	16.96	22.59
18.40	14.69	13.04	15.03	16.72	15.87	15.87	15.20	16.83	17.77	15.68	16.31	17.22	23.20
18.46	14.38	13.64	15.06	16.58	15.87	15.87	15.18	16.57	17.36	15.76	16.12	16.72	22.56
18.46	14.02	13.44	14.82	16.93	15.84	15.84	15.39	16.29	17.36	15.85	16.01	16.72	22.48
18.25	14.02	13.37	15.10	17.60	16.15	16.15	15.47	16.21	17.46	16.04	16.17	16.37	21.49
18.63	13.84	13.37	15.49	17.91	16.57	16.57	15.74	16.46	17.57	16.39	16.22	16.52	21.34
19.03	14.17	14.18	16.06	17.76	16.47	16.47	15.60	16.18	17.55	16.48	16.18	16.70	21.72
18.89	13.98	14.35	15.77	17.98	16.33	16.33	15.93	16.31	17.80	16.59	16.14	16.62	22.32
18.76	14.01	14.19	15.35	17.67	16.23	16.23	15.93	16.38	17.93	16.87	16.58	16.67	21.80
18.82	13.96	13.93	15.31	17.19	16.48	16.48	15.89	16.47	17.75	17.03	16.21	16.55	21.84
19.24	14.35	13.50	14.95	17.15	16.48	16.48	15.89	16.74	17.82	15.97	16.37	16.55	20.40
19.19	14.06	13.37	15.27	17.05	16.12	16.12	16.08	16.59	17.58	15.90	16.73	16.65	20.41
18.76	13.98	12.76	15.60	17.25	15.86	15.86	16.12	17.22	17.47	15.87	16.34	16.70	19.28
15.25	14.11	12.72	15.38	17.42	15.34	15.34	16.12	17.22	17.52	15.97	16.20	16.73	19.09
15.26	13.75	12.86	15.36	17.24	15.29	15.29	15.74	17.09	17.54	16.18	16.04	16.30	19.34
17.66	13.50	12.38	15.76	17.19	15.15	15.15	15.80	17.03	17.69	16.22	16.08	17.34	19.52
17.66	13.50	12.33	16.18	17.53	15.24	15.24	16.03	17.50	17.62	16.69	16.20	17.10	19.50
14.44	13.50	12.12	16.20	17.88	15.44	15.44	16.14	17.67	17.47	16.45	16.67	17.08	19.71
14.38	12.70	12.12	16.04	18.40	15.68	15.68	16.04	17.60	16.85	16.33	16.63	16.97	19.69
14.34	12.89	12.41	16.19	18.74	15.82	15.82	15.77	17.63	16.65	16.49	16.57	16.87	19.25
14.15	13.05	12.41	16.62	18.30	15.60	15.60	16.17	17.63	16.08	16.51	16.48	19.69	19.50
14.32	12.54	12.43	16.53	18.30	15.66	15.66	16.17	17.77	16.16	16.52	16.71	19.92	19.82

19.81	19.79	23.51	23.29	16.50	16.29	17.20	17.00	12.65	12.52	11.63	12.00	9.75	15.53
19.83	19.67	23.23	23.11	16.17	16.92	17.19	16.81	12.56	11.41	11.68	12.09	9.84	15.77
19.17	19.65	23.96	23.85	16.33	16.40	17.50	16.93	12.69	11.53	10.69	11.59	10.00	15.99
18.84	19.93	23.98	23.40	16.42	16.87	17.24	17.01	12.94	12.18	10.75	11.48	10.01	15.76
20.54	20.05	23.06	23.09	16.34	17.24	17.23	16.73	12.98	12.44	11.13	11.50	10.29	15.44
20.59	20.13	22.84	22.96	16.74	17.83	17.22	16.22	13.02	12.39	11.13	11.30	10.13	15.54
21.11	20.81	21.94	22.62	16.79	17.99	17.50	16.24	12.79	12.90	11.16	11.00	9.70	16.23
20.81	20.96	21.53	22.40	17.12	17.27	17.74	16.29	13.06	12.68	10.99	10.84	9.89	16.19
20.08	20.76	21.28	22.27	17.02	17.27	17.88	16.25	13.00	12.89	10.95	11.08	9.54	16.32
20.08	20.64	21.10	22.24	16.71	17.22	18.14	16.23	12.59	12.99	11.16	11.27	9.22	16.58
19.54	21.28	21.05	22.15	16.71	17.43	18.74	16.21	11.99	12.65	11.16	11.27	9.21	16.58
19.09	21.76	21.13	21.94	17.17	17.10	19.14	16.59	11.93	12.34	11.12	10.49	9.28	15.91
18.24	21.33	21.99	22.51	17.82	16.89	19.09	16.47	11.83	12.34	11.31	10.16	9.48	15.85
18.04	20.74	21.89	22.87	17.71	17.00	18.99	16.45	11.87	12.91	11.40	9.50	9.46	16.02
18.19	20.84	21.83	22.16	17.35	16.69	19.69	16.36	11.70	12.65	11.59	9.80	9.46	15.52
18.84	20.57	22.63	22.06	17.49	17.30	20.71	16.41	10.95	12.13	11.21	9.66	9.01	15.10
18.12	20.17	22.85	20.23	17.55	17.34	19.84	16.41	10.82	11.04	11.45	9.46	9.12	15.57
18.43	20.21	22.59	21.85	17.45	17.68	19.88	16.27	11.82	11.04	11.42	8.92	9.50	15.43
18.61	20.57	22.31	21.09	17.95	17.16	20.13	15.59	11.85	10.53	11.91	8.92	9.20	15.33
18.58	20.83	22.89	20.23	17.76	16.82	19.97	15.60	11.72	10.57	11.88	9.01	9.42	14.57
18.40	20.90	22.25	20.43	17.04	16.74	19.93	15.55	13.70	9.91	12.53	9.16	9.76	14.17
18.40	20.89	22.40	20.45	16.76	16.94	19.16	15.55	13.12	9.91	12.98	8.97	10.01	14.40
18.29	22.15	22.73	19.87	16.78	17.13	18.41	15.47	12.79	10.39	12.50	8.67	9.99	14.57
18.55	21.99	21.62	19.93	16.87	17.26	18.29	14.86	14.46	9.73	12.30	8.87	9.81	14.45
20.08	22.15	22.12	20.16	16.87	17.41	18.70	14.80	14.39	9.74	12.70	8.94	9.73	14.62
19.31	22.57	22.22	20.92	17.58	17.54	18.37	14.67	13.78	10.98	12.42	9.06	10.00	15.08
18.64	22.46	22.22	20.26	17.76	17.98	18.36	14.81	13.11	11.92	12.59	8.97	10.36	14.82
18.52	22.81	22.28	20.57	18.73	17.81	18.27	14.50	12.85	11.88	12.71	8.94	10.76	14.49
18.22	23.22	23.10	19.84	18.75	18.03	18.91	14.36	13.06	11.39	13.09	8.50	10.68	14.49
18.08	23.71	23.56	19.36	18.59	18.55	18.48	14.34	12.87	11.71	13.69	8.53	10.95	13.93
18.09	23.30	23.39	18.80	18.55	18.61	18.46	14.34	12.34	11.60	13.81	8.90	11.02	14.20
18.88	21.74	24.21	18.85	19.39	18.14	18.79	14.23	12.14	11.73	13.93	9.10	11.85	15.05
19.20	21.93	24.20	19.06	18.92	17.75	18.13	14.43	12.46	11.89	14.05	10.23	11.51	15.62
19.14	22.47	23.83	18.80	18.55	17.18	18.30	14.51	12.37	12.09	14.21	8.94	11.80	15.74
19.72	22.01	22.95	18.21	19.06	17.34	18.80	14.32	12.05	11.99	13.82	8.86	11.76	15.66
19.39	21.96	21.86	17.88	18.81	17.67	18.63	14.07	12.30	11.50	13.89	8.96	11.78	15.03
19.62	22.24	22.21	18.29	18.67	17.88	18.69	13.72	12.82	11.69	14.07	8.76	12.49	15.66
19.55	22.91	22.98	18.11	18.67	17.84	18.43	13.23	12.94	11.60	14.31	9.03	12.53	15.83
19.59	23.12	24.13	18.41	18.13	17.85	18.06	14.56	12.47	11.65	13.52	8.81	12.71	16.08
19.58	22.89	24.17	18.68	17.46	17.76	18.15	14.79	12.59	11.67	13.67	9.36	13.01	15.77
19.73	23.36	24.61	17.81	18.26	17.90	18.49	15.12	12.11	11.60	13.46	9.49	12.90	15.80
19.89	23.12	24.86	17.55	18.10	17.89	18.12	15.62	11.29	12.49	13.60	9.59	12.72	15.60
18.37	22.65	24.35	17.99	18.09	17.21	18.16	14.95	11.49	12.36	13.60	9.89	12.68	15.21
20.19	22.59	23.60	18.11	17.46	17.32	18.16	14.63	12.98	12.26	12.56	10.14	13.75	15.32
20.74	23.32	25.51	18.67	17.23	17.09	18.38	14.08	12.97	11.63	12.46	9.89	14.10	15.66
20.59	23.62	25.51	18.32	16.73	16.95	18.81	13.93	12.90	11.07	12.54	10.14	14.38	15.77
19.92	23.62	23.36	18.72	15.85	17.39	18.17	14.13	12.08	11.38	12.54	10.65	14.48	15.71
19.88	24.16	23.54	19.33	15.73	17.20	17.97	14.26	13.61	11.54	12.36	10.87	14.55	15.89
19.36	23.76	23.69	18.84	15.71	17.29	17.74	14.19	13.50	11.10	11.63	11.49	14.46	16.12
19.62	22.48	24.15	18.96	15.56	17.29	17.10	14.01	12.95	11.34	11.83	10.96	13.71	16.97
19.86	23.35	24.15	18.24	16.25	17.43	17.38	13.71	13.14	12.04	11.29	10.08	13.55	17.07
19.36	24.32	24.10	18.11	15.93	17.48	17.46	13.55	12.98	12.10	11.22	9.95	14.29	17.32
19.10	24.03	23.93	17.96	16.08	17.21	17.24	13.68	13.00	11.91	12.01	9.87	14.17	17.32
18.62	23.87	24.62	18.09	16.43	17.45	17.19	13.50	13.12	12.00	11.69	9.87	14.58	17.66
18.66	24.07	24.48	18.09	16.05	17.29	17.19	13.29	13.18	11.59	12.03	9.99	14.30	17.67
18.70	24.44	24.80	17.82	16.11	17.27	17.27	13.86	12.93	11.59	12.33	9.50	14.71	17.00
18.92	24.52	24.53	17.39	16.05	17.27	16.89	13.73	12.76	11.59	11.93	10.05	15.18	17.79
19.52	24.34	24.18	16.57	16.36	17.38	16.96	13.56	12.65	11.92	14.31	10.02	15.73	17.65

18.24	21.81	24.58	27.71	30.38	32.16	32.17	24.09	24.48	22.23	18.70	16.51	24.48	25.05
18.09	21.57	24.96	25.85	30.42	32.79	31.08	23.79	24.65	23.21	18.50	16.40	23.29	25.22
18.42	20.79	24.60	25.27	29.62	33.90	31.37	23.70	24.90	23.18	18.67	15.64	21.90	25.18
18.50	19.29	23.82	24.93	29.13	34.26	30.51	23.85	24.96	23.33	18.45	15.74	22.85	25.20
18.73	19.71	23.82	25.51	30.12	32.44	28.54	23.99	25.10	23.68	18.69	16.23	23.16	24.49
18.15	20.63	23.53	25.30	30.21	33.62	27.78	24.00	26.16	23.24	18.78	17.01	24.32	24.63
18.22	21.30	22.85	24.60	31.01	31.93	26.03	23.30	26.16	23.31	18.54	17.09	24.63	25.20
18.13	20.76	22.74	23.81	31.02	31.10	26.27	22.56	25.75	23.80	17.97	17.33	24.85	25.41
18.99	21.05	22.23	24.09	29.67	31.62	25.88	22.92	25.46	23.55	17.26	17.81	24.77	25.87
18.85	20.67	22.64	24.47	30.06	33.28	25.06	23.10	24.23	23.65	17.12	17.40	25.03	25.50
18.72	20.30	23.73	24.03	29.87	34.13	26.12	23.83	23.34	23.14	16.94	16.91	24.83	25.92
18.84	20.36	24.23	23.05	30.71	33.49	25.93	23.57	23.34	22.99	16.82	17.38	25.18	25.92
19.24	20.57	24.54	23.33	30.54	33.92	24.71	24.39	24.99	22.19	17.02	18.57	25.49	25.92
19.09	21.47	25.63	23.09	30.54	31.53	24.10	23.73	24.93	22.78	18.03	18.31	25.95	26.20
18.66	21.47	25.63	22.33	30.54	29.69	24.77	23.48	24.95	23.51	19.02	18.27	25.64	24.93
18.60	21.40	26.48	21.16	29.67	28.82	25.49	23.29	24.51	22.89	18.03	17.98	25.07	24.49
18.82	21.18	26.65	21.53	28.19	28.89	24.78	22.84	24.87	23.20	18.53	17.82	24.59	24.95
18.96	19.96	26.85	22.91	28.40	28.92	21.66	21.46	24.95	23.70	16.54	18.46	24.90	24.85
18.99	19.94	27.03	22.85	27.63	27.67	21.92	21.62	24.41	22.84	14.47	19.76	24.54	24.67
19.67	20.86	26.61	22.94	27.58	28.10	22.02	21.81	24.27	23.46	15.03	18.93	24.86	24.63
19.73	21.12	26.91	23.25	28.42	29.72	22.66	21.31	25.07	23.53	14.83	19.32	25.78	25.54
19.88	21.71	26.01	23.64	29.32	29.65	22.61	21.13	25.84	23.03	15.71	19.34	25.55	25.08
19.77	21.61	25.49	24.64	29.00	29.13	22.01	21.61	25.90	23.62	15.38	19.57	25.79	24.59
19.80	22.16	25.42	24.47	27.92	28.07	22.87	21.37	25.45	23.62	15.38	18.92	25.99	25.02
19.75	23.02	25.87	23.84	28.82	28.39	23.11	22.16	25.64	23.92	15.38	18.27	26.78	24.67
20.16	23.41	26.33	22.65	28.53	29.31	23.88	22.99	25.07	23.96	15.93	18.65	25.48	25.29
20.00	23.20	25.66	23.43	28.01	30.64	24.06	23.32	23.84	24.57	16.74	18.70	24.98	25.29
20.19	23.72	25.40	23.73	26.49	30.58	23.90	22.00	23.71	25.09	16.45	18.13	25.36	24.83
20.06	23.99	26.91	24.94	26.01	33.54	23.12	21.75	22.97	24.81	15.89	19.33	25.24	25.01
19.98	24.13	26.50	24.85	26.11	32.22	23.22	21.76	23.18	24.81	16.63	19.23	24.41	25.80
19.48	24.63	25.99	24.96	25.39	30.31	24.84	21.03	23.46	25.45	17.27	19.66	24.30	25.64
18.74	23.96	26.76	25.97	25.60	30.49	24.97	21.68	24.02	25.88	16.82	20.42	24.09	26.12
19.43	24.50	27.34	26.64	25.74	30.83	25.54	22.69	23.99	27.07	16.76	20.47	24.00	26.90
19.75	25.16	27.40	26.14	25.17	30.21	25.54	22.73	22.52	25.91	15.88	21.24	23.54	27.15
19.75	24.31	28.19	27.12	25.70	31.14	25.59	22.53	22.24	24.64	16.40	21.19	24.06	27.61
20.54	24.89	28.11	27.62	26.03	32.20	24.70	22.62	22.90	23.61	15.67	21.79	22.95	27.70
19.87	24.89	28.16	27.98	26.68	31.41	25.58	23.84	22.49	23.53	15.35	21.87	23.47	27.67
20.40	24.89	27.56	27.68	27.77	30.92	27.48	23.54	22.66	22.40	15.62	22.37	23.30	26.77
20.40	24.52	27.54	27.21	26.82	31.45	27.55	23.81	22.66	18.64	15.29	22.26	23.38	26.23
21.06	23.22	27.54	28.41	27.11	30.52	26.41	24.20	23.44	18.80	16.45	22.23	22.80	26.80
21.18	23.59	27.87	28.15	28.39	30.68	24.95	23.62	24.46	19.34	16.40	22.58	22.69	26.43
21.69	24.53	28.74	26.73	29.40	30.51	25.06	23.35	23.59	19.62	16.48	22.61	22.67	26.07
22.18	24.59	28.70	26.87	29.12	30.24	25.39	23.17	23.40	20.12	16.33	23.24	22.31	26.61
22.61	25.39	28.46	28.05	29.95	29.74	24.56	22.71	22.78	19.89	15.92	23.14	22.20	26.68
22.34	24.84	28.15	28.67	29.74	29.93	24.31	22.70	22.45	19.37	16.62	23.16	22.62	26.66
22.64	25.09	28.39	28.32	29.95	30.43	23.92	21.72	22.15	18.94	18.12	23.72	23.55	25.60
22.70	24.68	29.63	28.32	30.12	30.16	25.15	22.16	21.84	19.47	18.14	23.37	23.98	26.24
22.32	23.82	29.63	28.26	30.23	30.90	26.60	24.47	21.65	19.18	17.78	23.11	24.20	26.96
22.12	23.76	29.46	27.42	30.48	30.99	25.87	24.40	20.98	19.22	17.23	23.66	23.62	27.42
22.00	24.12	30.23	28.56	29.61	31.52	25.64	24.45	20.82	19.23	18.65	24.12	23.56	27.59
22.66	24.68	32.34	28.64	30.27	31.74	26.61	24.67	21.66	19.33	18.12	24.53	24.05	27.50
22.59	25.24	29.40	27.71	29.72	32.70	26.52	23.63	22.21	20.16	19.36	25.09	23.99	27.57
22.74	25.05	29.85	27.88	31.46	32.31	25.71	24.20	22.33	19.19	19.24	26.04	24.70	26.70
22.50	24.73	29.56	28.16	31.39	32.62	24.91	23.81	22.89	18.95	18.99	25.81	24.53	27.57
22.67	24.53	29.71	28.03	31.61	32.96	24.85	23.55	22.59	18.70	17.74	25.06	24.71	26.85
22.51	24.08	29.14	28.41	32.16	32.09	24.52	23.23	22.88	18.47	17.86	24.41	24.85	26.88
22.54	24.34	28.12	27.12	31.92	32.09	23.98	23.96	22.49	17.99	17.36	25.03	24.96	27.35
22.00	24.34	28.26	30.17	32.16	32.09	24.09	24.27	21.97	18.65	16.54	24.26	24.99	27.29

27.45	25.62	32.75	26.48	28.70	29.52	28.70	34.00	37.65	47.93	34.90	46.04	50.36	62.06
28.67	26.39	33.41	28.14	29.23	29.03	28.89	33.82	37.09	46.95	35.70	46.57	51.24	60.55
28.67	26.48	33.16	28.51	28.52	30.28	30.00	34.62	37.93	47.23	34.86	46.96	53.39	59.56
28.67	28.17	32.79	28.59	28.69	30.12	29.70	35.46	38.24	48.05	36.59	46.43	54.10	59.27
28.08	28.29	33.64	28.82	29.06	29.91	29.73	36.13	38.25	48.54	36.40	48.02	53.90	58.80
28.21	28.79	32.02	29.11	28.91	29.45	29.82	36.17	38.56	47.42	38.23	50.49	53.10	57.62
28.35	28.78	30.02	28.22	26.85	27.51	30.56	36.58	38.56	47.43	38.08	50.33	54.06	57.82
28.53	28.62	30.27	26.48	26.68	27.64	31.38	36.58	39.51	48.83	38.60	49.27	53.97	59.73
28.43	30.08	27.69	27.34	26.12	27.87	31.65	36.82	40.44	48.28	38.96	50.32	54.58	57.41
27.57	30.48	26.92	26.95	26.23	28.00	31.87	37.02	40.43	49.75	39.21	48.11	53.15	61.38
27.57	30.48	25.96	26.45	26.37	28.01	31.75	37.76	40.96	48.65	40.42	47.88	52.04	60.82
27.66	30.66	24.31	25.73	26.78	27.60	32.26	38.28	39.83	49.30	40.74	47.73	51.60	61.93
27.66	30.07	26.08	26.63	26.83	28.52	32.16	38.25	40.02	46.71	40.74	45.67	53.88	61.73
27.62	29.48	28.46	26.82	26.35	28.45	32.88	37.16	40.69	44.96	40.57	44.44	53.74	59.54
27.62	30.21	24.87	26.63	25.66	28.89	31.31	38.12	40.64	45.72	39.15	45.51	54.71	59.78
27.43	31.60	26.46	27.27	25.05	28.18	32.13	37.75	40.96	44.27	38.43	44.98	56.06	59.13
27.99	30.93	26.50	26.17	24.50	29.77	32.78	36.51	41.28	43.45	40.18	43.82	55.45	60.18
27.72	29.78	27.45	26.49	24.66	29.40	33.03	38.52	42.12	44.79	40.47	45.64	54.89	61.08
27.45	29.02	26.35	27.57	24.40	29.60	32.28	38.07	42.90	42.54	41.10	45.97	53.99	59.86
27.73	30.28	25.45	27.69	24.57	29.59	33.28	38.09	42.39	43.44	41.10	46.67	55.67	58.48
27.62	22.89	26.10	27.59	24.57	30.45	33.87	35.74	42.72	43.11	40.78	47.96	54.77	57.49
26.33	30.36	25.13	27.64	25.59	30.60	33.30	35.68	42.84	41.58	39.34	47.13	53.04	56.15
26.01	30.84	24.37	27.64	26.04	30.49	33.13	36.30	44.15	42.71	40.00	48.57	53.31	54.95
26.22	31.53	24.50	27.21	26.05	30.86	33.03	38.72	43.42	42.00	39.38	46.00	52.31	54.90
25.94	31.81	25.40	27.30	26.39	31.29	33.53	38.69	42.47	41.23	38.59	46.41	52.73	54.23
25.17	31.79	24.08	27.90	27.07	30.53	33.64	35.36	41.52	40.13	38.42	44.17	51.91	56.81
24.98	31.92	24.71	28.30	27.19	29.39	33.83	34.64	40.21	39.84	38.82	45.65	52.16	56.60
25.68	31.99	24.78	28.43	27.57	29.55	33.91	35.36	39.11	39.81	37.34	43.97	53.14	55.81
25.63	31.33	25.55	28.29	28.06	29.78	34.70	33.70	39.06	39.44	37.43	45.23	53.14	55.24
25.97	30.39	26.26	28.61	28.21	29.78	34.18	34.14	38.40	41.75	37.43	44.51	53.14	57.14
25.76	31.26	26.79	28.02	28.23	29.73	34.21	34.95	38.15	41.88	39.11	45.69	54.17	55.61
24.69	29.72	26.21	28.51	27.45	30.33	33.42	34.86	39.64	42.11	39.27	46.86	54.95	55.20
23.91	29.63	24.33	28.92	28.94	29.93	34.05	34.02	39.87	42.48	39.58	46.42	55.77	53.65
23.44	30.50	23.34	28.36	29.91	29.88	33.41	34.17	39.03	42.58	40.08	45.15	56.48	53.39
23.27	30.64	23.20	27.30	29.81	31.39	32.15	34.37	38.95	42.53	40.82	43.56	57.05	53.14
23.47	30.41	22.55	27.08	29.73	31.04	31.82	35.57	38.13	43.25	40.87	43.25	55.99	55.32
25.20	29.77	22.71	27.53	29.71	31.02	31.66	35.69	37.88	40.01	40.91	43.22	53.14	52.78
23.38	30.50	23.20	27.34	29.48	31.65	32.51	34.63	39.79	36.91	40.98	43.22	53.34	53.70
22.72	30.97	22.98	26.92	28.63	31.91	31.94	35.04	38.29	34.58	40.98	42.30	53.34	53.95
22.68	31.26	22.95	27.09	28.23	32.26	30.95	34.28	39.10	34.02	44.09	42.21	58.69	53.21
22.51	31.77	26.48	27.43	28.09	31.97	30.60	34.46	39.86	34.63	44.45	43.22	58.69	53.54
23.31	31.33	24.79	27.36	28.02	32.05	30.64	34.08	39.57	33.10	44.85	43.63	58.69	53.59
23.15	31.99	25.74	28.97	28.35	31.19	31.20	33.04	41.25	33.72	45.63	44.14	58.69	53.59
23.44	31.94	26.32	28.71	28.15	32.55	32.41	32.34	41.39	34.27	45.46	45.10	61.09	53.59
23.67	32.26	25.97	29.32	27.89	32.63	33.22	33.27	42.87	32.63	46.73	45.36	60.64	52.91
24.51	31.71	26.53	28.86	27.44	33.59	33.79	35.07	43.78	33.21	47.47	45.44	57.81	53.11
23.91	32.54	26.49	28.50	26.85	33.19	33.02	34.97	44.25	33.88	47.40	46.37	57.63	52.11
24.14	31.02	26.81	28.54	26.38	33.14	32.35	35.06	44.54	36.75	47.50	46.42	59.60	51.25
24.57	33.08	27.12	29.16	26.96	32.14	32.34	36.08	45.47	36.58	48.43	48.45	59.91	50.74
24.69	32.71	26.81	29.13	26.61	31.59	33.37	35.67	45.82	38.41	48.38	48.37	59.88	50.83
24.70	33.48	27.20	28.14	26.53	31.24	33.21	36.15	44.52	37.84	47.35	49.79	61.45	49.77
24.98	32.94	27.13	28.03	27.75	30.71	33.22	36.72	44.46	37.72	48.17	49.55	61.40	48.88
25.10	33.55	26.50	28.13	27.81	29.65	32.61	36.35	44.89	35.80	48.43	48.56	60.47	50.19
24.63	32.86	25.95	28.22	28.21	29.67	33.49	36.38	44.54	35.70	48.55	47.55	60.42	49.29
25.00	32.66	26.49	27.94	28.38	29.67	33.27	37.69	45.27	35.70	49.56	48.80	60.42	50.31
24.76	32.25	26.60	28.20	28.55	29.96	33.33	37.49	46.25	33.19	49.78	48.42	63.08	51.16
25.11	32.82	28.08	29.01	28.56	29.02	33.77	37.86	46.97	33.96	49.92	50.07	63.99	50.88
25.61	32.50	28.08	28.91	29.01	29.32	33.76	38.23	47.57	35.05	48.82	50.13	61.81	50.82

50.77	49.48	66.58	70.37	50.89	47.52	63.34	65.89	71.97	86.45	94.79	120.20	121.60	64.31
50.22	50.41	65.66	71.31	50.59	46.30	61.66	66.99	73.17	85.60	91.15	118.20	117.50	59.48
49.15	51.42	62.81	70.86	51.02	47.24	62.33	66.79	73.18	84.80	92.85	118.60	115.00	56.94
49.24	51.42	62.61	70.05	53.11	47.24	62.33	66.11	73.18	83.50	93.27	121.10	114.10	59.38
50.32	52.42	61.94	72.55	53.58	45.64	62.33	67.04	73.18	86.69	96.12	121.60	115.30	62.68
50.32	52.42	63.54	71.88	54.09	46.66	60.12	66.54	74.09	84.42	94.65	123.00	111.00	60.32
52.60	52.42	62.21	71.61	51.90	45.46	60.56	67.87	74.09	83.40	97.83	127.90	110.25	62.20
52.70	53.78	63.28	69.42	52.24	46.87	60.53	68.84	74.09	84.40	96.84	124.90	109.10	57.72
51.88	53.78	63.64	69.60	52.22	46.27	61.98	68.10	77.15	89.31	97.55	125.60	112.40	63.10
53.72	54.08	62.04	68.37	51.40	48.55	61.37	69.07	74.91	88.49	94.97	126.80	110.80	58.04
52.46	55.01	63.71	67.52	52.67	49.42	60.08	69.90	74.08	88.49	99.13	123.00	109.90	52.95
54.37	55.67	63.76	66.02	53.61	49.41	58.23	70.33	74.07	87.55	99.83	125.90	109.40	53.37
54.50	56.63	64.81	64.83	52.52	50.45	57.73	70.17	76.48	87.55	100.10	122.60	111.40	54.47
54.25	55.68	65.24	66.02	53.58	48.81	57.86	70.89	75.39	87.49	102.30	124.00	111.90	51.16
54.02	54.78	64.48	66.80	54.83	51.34	58.51	70.62	74.06	86.99	102.90	123.80	117.10	48.14
52.22	53.61	64.53	67.08	53.34	52.46	60.26	70.89	74.01	86.99	104.30	120.80	110.30	52.23
52.45	54.34	70.01	67.08	52.85	51.85	60.05	72.16	73.59	89.41	104.70	118.40	111.00	47.44
51.65	53.70	64.98	65.77	52.97	53.76	61.25	71.83	73.59	89.41	100.20	124.50	111.70	48.15
51.70	55.67	64.86	65.37	53.51	53.27	61.24	71.21	75.21	91.48	100.20	133.70	113.90	48.15
51.14	56.86	62.87	64.35	50.35	53.60	62.20	71.52	73.24	91.48	101.90	130.80	111.20	48.15
51.21	56.01	62.92	63.39	50.77	52.25	59.13	72.54	74.23	91.48	96.00	127.90	111.20	48.15
51.36	57.56	64.39	64.28	51.29	53.87	59.13	71.54	75.30	90.99	96.00	132.90	106.70	55.27
51.13	57.35	62.85	64.04	53.06	54.01	58.44	70.34	76.96	90.99	96.00	133.50	105.90	48.15
53.35	54.82	60.96	63.89	51.57	51.86	58.11	68.39	77.71	94.33	94.95	131.30	105.30	48.15
53.80	56.99	61.56	62.99	51.47	52.94	57.44	71.87	80.31	94.54	95.88	130.20	103.70	48.15
54.70	55.43	62.30	62.02	52.25	51.72	57.14	70.34	81.54	93.49	100.40	129.80	102.30	48.15
54.59	58.06	62.24	61.86	52.21	51.80	58.46	72.22	81.54	91.23	101.50	132.10	102.10	43.51
56.51	57.90	61.58	61.86	55.28	53.19	57.18	71.95	82.03	91.23	99.44	128.20	97.96	40.20
57.24	58.36	61.36	61.86	57.09	52.70	57.58	73.07	80.45	91.26	96.35	131.20	98.56	40.64
56.59	60.43	63.08	58.60	58.25	52.33	58.09	71.46	79.74	89.55	95.65	133.20	96.64	37.62
57.96	60.97	63.65	56.60	59.26	53.27	59.04	71.71	78.31	87.41	99.64	132.60	96.64	35.00
57.23	61.45	63.50	57.18	57.80	54.35	59.93	70.05	80.77	88.63	98.66	130.10	89.82	37.52
57.00	60.64	65.38	56.15	57.61	54.73	59.63	66.93	83.44	87.04	100.60	135.70	92.63	37.11
57.54	60.87	65.85	56.47	57.63	55.80	62.20	67.48	83.70	86.00	103.20	136.50	94.05	38.53
57.50	60.64	66.33	56.93	57.63	54.70	62.11	67.12	85.40	84.82	102.90	136.90	99.91	42.17
57.38	61.59	67.66	54.80	57.63	56.10	63.56	66.08	81.33	85.33	104.80	138.10	114.10	36.03
57.46	61.60	67.98	53.02	56.36	56.46	62.94	66.01	86.09	83.56	104.30	140.90	104.60	38.44
57.64	61.48	67.62	54.21	56.36	55.91	63.32	65.60	87.66	83.56	104.40	142.40	105.90	37.09
59.03	63.06	67.58	52.71	56.13	54.48	62.42	66.57	87.66	83.56	105.90	141.90	105.90	33.86
59.80	63.70	68.84	53.69	57.24	55.39	62.58	66.94	86.73	84.14	107.80	138.50	105.90	33.66
61.08	63.35	68.63	54.22	57.58	56.49	62.40	65.42	89.02	84.98	108.60	132.90	105.90	30.22
60.38	65.36	67.54	56.08	56.51	56.25	62.10	65.25	88.47	86.55	108.40	132.50	97.81	31.73
60.07	66.95	67.19	55.85	57.12	54.58	62.02	64.67	88.24	87.39	110.10	138.30	94.32	31.73
57.83	66.10	67.91	56.21	57.11	54.23	62.22	63.43	86.69	87.24	110.80	141.40	89.59	33.44
58.60	66.98	69.07	54.22	56.02	54.25	62.57	63.78	89.63	86.08	112.70	141.80	88.63	35.72
60.44	68.41	71.39	52.07	56.19	54.74	63.72	63.78	89.63	86.08	112.70	135.60	84.99	34.03
60.63	65.15	71.11	53.22	56.20	54.20	63.82	63.78	87.06	86.08	110.40	132.00	84.98	34.03
59.79	64.28	69.98	53.88	55.11	53.90	64.15	63.78	87.45	84.25	113.10	126.70	84.10	40.61
60.02	66.70	69.87	53.42	54.73	53.33	64.69	63.78	88.63	82.89	113.10	125.80	80.31	45.22
57.07	65.83	67.74	53.76	54.76	53.42	62.82	67.25	88.63	84.12	109.50	128.70	76.16	45.58
57.32	72.11	67.69	52.41	55.25	53.46	63.56	67.29	93.78	87.37	108.50	124.90	77.50	40.60
56.95	69.35	67.28	51.15	55.25	55.83	62.57	67.88	93.86	89.11	110.00	121.10	73.90	40.86
55.16	67.26	67.20	52.03	54.98	56.54	63.80	68.43	93.86	88.05	113.50	122.00	68.68	39.04
54.68	65.13	66.74	52.10	52.47	57.41	65.54	69.41	93.86	88.86	116.20	119.60	67.51	39.04
54.70	64.89	68.10	52.56	49.78	58.74	66.32	70.00	93.86	90.90	118.00	121.80	67.01	39.04
53.87	64.31	69.20	53.40	50.14	59.53	67.27	70.41	88.81	90.89	119.00	118.90	70.54	38.00
53.13	65.22	67.96	52.11	50.02	62.12	67.71	70.62	88.69	90.89	120.90	124.10	66.52	35.86
51.06	66.32	69.69	52.11	49.58	63.24	66.98	69.75	86.45	93.62	118.60	121.10	62.96	36.59

7. 2. Anexo B: Serie de tiempo correspondiente a los precios del petróleo tipo Olmeca

17.39	15.70	13.99	13.44	17.24	19.16	16.60	16.67	18.89	16.84	17.73	17.93	19.93	20.46
17.67	15.60	13.56	13.83	16.87	18.35	17.09	16.92	19.15	16.91	17.76	17.99	18.53	19.80
17.55	15.60	13.63	13.61	17.07	18.46	17.34	17.44	19.03	17.15	17.85	17.95	19.19	19.33
17.55	15.86	13.51	13.56	17.30	18.36	17.52	17.73	18.78	16.75	17.89	18.20	18.87	20.96
18.76	15.86	13.61	13.84	17.46	18.11	17.46	17.64	19.14	16.61	17.62	17.91	19.10	20.96
17.15	16.77	14.03	13.87	17.25	17.80	18.06	17.65	19.03	16.65	16.94	17.99	19.16	21.51
16.89	16.18	13.60	13.82	17.18	17.25	18.22	17.14	18.39	16.56	16.60	18.22	18.93	21.28
16.85	16.26	13.52	13.69	16.71	17.32	18.24	17.49	18.39	16.40	16.90	18.38	19.25	20.68
16.96	16.26	13.36	13.24	16.88	16.95	18.18	17.39	18.81	16.58	16.79	18.79	19.73	20.68
16.83	16.51	13.20	13.27	17.15	17.20	17.76	17.26	19.25	16.37	16.94	18.94	19.54	20.24
17.73	16.72	13.10	13.43	17.15	16.79	17.88	16.90	19.50	16.37	17.09	18.44	19.27	19.77
16.84	17.39	13.30	13.44	17.27	16.46	17.46	17.09	19.58	16.49	16.90	18.52	19.55	18.91
17.00	17.49	13.30	13.79	17.07	15.78	17.44	17.41	19.61	16.58	16.89	18.51	20.01	18.70
16.83	17.33	13.71	13.92	17.11	15.83	17.39	17.50	19.38	16.35	16.81	18.48	20.09	18.77
16.38	17.09	13.54	13.33	16.97	16.17	16.96	17.52	19.56	16.42	16.53	18.48	20.50	19.43
16.40	17.03	13.56	14.48	16.94	16.40	17.03	17.74	19.41	16.31	16.14	18.64	20.98	18.72
16.34	17.08	13.32	13.36	16.55	16.10	17.03	17.54	19.69	16.45	16.22	19.01	21.82	19.02
16.59	17.13	13.23	14.19	16.91	16.44	16.93	17.36	19.66	16.39	16.47	18.99	22.15	19.18
16.23	17.22	13.38	14.72	17.02	16.43	16.64	17.28	19.79	16.06	16.55	19.15	20.87	19.15
16.52	17.42	13.13	14.48	16.96	16.50	16.66	17.22	19.35	16.02	16.46	19.15	21.15	18.94
16.39	17.42	13.12	14.29	17.18	16.21	17.07	17.34	19.12	16.05	16.35	19.61	21.62	18.94
16.60	17.25	13.38	14.51	17.20	16.22	17.30	17.19	19.79	16.00	16.66	19.50	22.11	18.85
17.08	17.14	16.46	14.57	17.93	16.13	17.30	17.16	19.61	16.56	16.83	19.52	21.73	19.07
17.26	16.88	14.35	13.51	17.99	16.28	17.30	17.24	19.50	16.56	16.81	19.94	21.44	20.46
17.06	16.73	14.43	13.70	18.68	16.48	17.29	17.39	18.82	16.48	16.71	20.00	20.92	19.66
16.83	16.72	14.44	13.65	18.65	16.33	17.15	17.76	18.95	16.55	16.38	19.61	20.86	19.08
16.67	16.89	13.90	13.92	18.23	16.24	17.26	17.76	18.68	16.62	16.41	19.27	21.53	19.00
16.68	16.92	13.88	13.92	18.06	16.13	17.05	17.75	18.80	16.65	16.63	18.45	21.78	18.74
16.55	16.56	13.44	14.69	18.03	15.88	16.27	17.54	19.14	16.62	16.61	17.93	21.43	18.64
16.48	16.20	13.64	14.87	18.02	15.48	16.14	17.22	19.29	16.63	16.56	17.24	21.77	18.64
16.30	16.17	14.08	14.91	17.73	15.48	16.20	17.42	19.10	16.56	16.71	17.64	21.77	19.40
16.19	16.29	14.38	14.79	17.89	15.63	16.09	17.59	19.22	16.65	16.77	18.28	21.88	19.70
16.32	16.03	14.05	14.81	17.41	16.03	16.34	17.42	19.23	16.66	16.90	19.18	20.98	19.65
16.41	15.61	14.26	15.13	17.97	16.03	16.33	17.24	19.09	16.72	16.97	18.45	23.23	20.22
16.68	16.05	14.06	15.15	18.10	15.89	16.07	17.16	18.97	16.72	17.08	18.14	24.29	19.96
16.88	15.79	14.15	15.35	18.07	16.35	16.01	17.37	18.60	16.37	17.42	18.12	23.19	20.18
16.85	16.12	13.98	15.65	18.04	16.59	16.07	17.39	18.46	16.32	17.36	18.29	23.71	20.16
16.66	16.01	14.31	15.98	17.49	16.55	15.93	17.43	18.02	16.40	17.20	17.74	23.07	20.44
16.65	15.72	14.76	15.98	17.36	16.55	15.87	17.19	18.02	16.49	17.07	17.23	22.82	20.37
16.48	15.37	14.70	15.68	17.70	16.52	16.05	16.93	18.13	16.67	17.23	16.93	21.84	20.52
16.47	15.35	14.62	15.95	18.39	16.83	16.17	16.85	18.23	16.99	17.28	17.06	21.63	20.67
16.87	15.17	14.63	16.36	18.70	17.24	16.42	17.09	18.09	17.05	17.24	17.24	22.00	19.47
17.18	15.48	15.25	16.92	18.62	17.06	16.25	16.81	18.33	17.05	17.20	17.19	22.68	20.96
16.98	15.31	15.38	16.66	18.89	16.92	16.53	16.91	18.47	17.25	17.51	17.36	22.20	21.48
16.98	15.32	15.22	16.31	18.57	16.81	16.53	17.00	18.31	17.38	17.24	17.17	22.21	21.14
17.13	15.26	14.97	16.24	18.07	17.05	16.49	17.08	18.38	16.61	17.39	17.30	21.00	20.48
17.43	15.72	14.52	15.88	18.03	17.05	16.49	17.33	18.15	16.53	17.72	17.33	20.99	20.45
17.20	15.44	14.35	16.20	17.96	16.78	16.75	17.19	18.04	16.50	17.36	17.40	19.89	19.98
16.66	15.39	13.74	16.49	18.13	16.54	16.80	17.85	18.07	16.63	17.22	17.45	19.76	20.15
16.66	15.51	13.70	16.30	18.29	16.02	16.80	17.90	18.09	17.28	17.06	17.60	19.97	20.40
16.67	15.16	13.82	16.28	18.12	15.99	16.38	17.79	18.22	17.33	17.13	18.52	20.19	19.93
16.67	14.91	13.38	16.65	18.00	15.76	16.46	17.69	18.17	17.79	17.24	18.62	20.17	19.73
16.35	14.91	13.33	17.08	18.34	15.85	16.69	18.19	17.99	17.55	17.75	18.65	20.41	19.25
15.89	14.91	13.07	17.09	18.70	16.16	16.81	18.35	17.37	17.44	17.68	18.67	20.41	19.25
15.83	14.11	13.07	16.92	19.22	16.43	16.71	18.29	17.19	17.59	17.53	18.70	19.95	19.31
15.81	14.32	13.33	17.04	19.57	16.57	16.46	18.32	16.62	17.60	17.45	20.43	20.15	19.53
15.61	14.38	13.33	17.43	19.13	16.37	16.89	18.23	16.68	17.67	17.67	20.74	20.46	20.11
15.77	13.89	13.38	17.38	19.13	16.42	16.90	18.36	16.84	17.50	17.82	20.95	20.45	20.37

20.25	24.52	24.41	17.54	19.10	18.20	17.69	13.51	13.03	12.52	12.95	10.96	16.51	18.74
20.24	24.91	25.09	17.68	18.60	18.48	17.81	13.63	13.01	11.54	12.53	11.12	16.73	19.02
20.49	25.26	24.67	17.79	19.04	18.23	17.85	13.85	13.60	11.59	12.41	11.16	16.50	19.05
20.63	24.36	24.29	17.70	19.40	18.22	17.56	13.91	13.82	11.98	12.41	11.44	16.22	19.29
20.69	24.04	24.19	18.13	19.78	18.23	17.04	13.95	13.58	11.98	12.19	11.00	16.31	18.74
21.39	23.16	23.88	18.17	19.93	18.56	17.06	13.69	14.25	12.00	11.91	10.58	16.99	18.75
21.53	22.76	23.74	18.49	19.25	18.76	17.08	13.95	13.86	11.93	11.77	10.76	16.91	18.72
21.37	22.52	23.64	18.36	19.25	18.87	17.04	13.91	14.25	11.89	12.01	10.41	17.09	19.57
21.25	22.34	23.58	18.14	19.20	19.15	17.01	13.49	14.24	12.09	12.19	10.09	17.31	19.44
21.79	22.29	23.52	18.03	19.42	19.71	17.00	12.89	13.77	12.09	12.22	10.07	17.21	19.27
22.28	22.35	23.32	18.43	19.12	20.11	17.40	12.87	13.43	12.07	11.40	10.13	16.54	19.40
21.89	23.20	23.89	19.05	18.91	20.08	17.25	12.78	13.43	12.25	11.11	10.30	16.46	19.81
21.36	23.15	24.25	18.99	19.03	19.97	17.24	12.81	14.00	12.37	10.55	10.35	16.58	19.65
21.48	23.06	23.56	18.64	18.70	20.67	17.18	12.63	13.83	12.47	10.79	10.35	16.09	19.38
21.23	23.90	23.59	18.83	19.28	21.70	17.21	11.94	13.29	12.11	10.69	9.94	15.71	19.33
20.73	24.07	23.42	18.89	19.31	20.81	17.21	11.75	12.18	12.35	10.51	10.04	16.18	19.55
20.79	23.81	23.39	18.80	19.64	20.88	17.10	12.73	12.18	12.30	10.04	10.40	16.00	19.69
21.16	23.51	22.63	19.28	19.20	21.16	16.41	12.85	11.65	12.67	10.04	10.12	15.88	19.73
21.44	24.06	21.79	19.11	18.87	20.96	16.41	12.75	11.69	12.64	10.19	10.34	15.14	20.38
21.50	23.55	21.95	19.01	18.84	20.91	16.33	14.70	10.99	13.35	10.20	10.66	14.77	20.44
21.48	23.66	21.95	18.72	19.04	20.18	16.33	14.16	10.99	13.68	9.98	10.92	15.01	20.59
22.78	23.92	21.38	18.74	19.22	19.45	16.31	13.73	11.41	13.24	9.79	10.90	15.19	20.47
22.62	22.98	21.42	18.83	19.35	19.31	15.70	15.42	10.85	13.00	9.96	10.70	15.10	20.53
22.74	23.38	21.59	18.84	19.43	19.69	15.61	15.35	10.95	13.42	10.01	10.58	15.29	20.47
23.15	23.45	22.22	19.53	19.57	19.40	15.51	14.74	11.98	13.14	10.10	10.84	15.72	20.89
23.45	23.45	21.68	19.72	20.00	19.39	15.63	14.10	13.02	13.30	10.00	11.18	15.46	20.72
23.79	23.55	21.99	20.67	19.85	19.30	15.33	13.82	12.93	13.40	10.01	11.56	15.16	20.93
24.23	24.70	21.32	20.69	19.16	19.93	15.23	14.04	12.44	13.85	9.54	11.51	15.16	20.81
24.69	24.85	20.88	20.69	19.66	19.49	15.22	14.20	12.71	14.49	9.60	11.76	14.37	20.72
24.37	24.73	20.29	20.47	19.77	19.49	15.22	13.65	12.57	14.61	9.96	11.78	14.61	20.23
22.64	25.55	20.41	21.31	19.27	19.77	15.11	13.45	12.71	14.76	10.17	12.63	15.54	19.49
22.88	25.52	20.61	20.89	18.88	19.11	15.27	13.75	12.83	14.87	11.30	12.30	16.12	20.19
23.44	25.14	20.36	20.56	18.31	19.27	15.39	13.69	12.20	15.04	10.01	12.61	16.25	20.50
23.00	24.27	19.79	21.02	18.45	19.76	15.19	13.34	12.92	14.66	9.91	12.58	16.18	21.10
22.98	23.16	19.46	20.82	18.77	19.60	14.95	13.55	12.44	14.71	10.00	12.61	15.80	21.24
23.22	23.51	19.88	20.68	18.97	19.62	14.61	14.18	12.65	14.89	9.89	13.33	16.18	20.72
23.90	24.27	19.70	20.68	18.98	19.35	14.15	14.30	12.56	15.11	10.16	13.39	16.28	21.25
24.10	25.30	19.94	20.13	18.95	19.00	15.43	13.87	12.58	14.36	9.96	13.56	16.52	21.25
23.89	25.33	20.21	19.59	18.88	19.09	15.67	14.00	12.60	14.63	10.48	13.88	16.25	21.92
24.38	25.75	19.37	20.28	18.98	19.43	15.99	13.55	12.52	14.39	10.62	13.81	16.28	21.93
24.13	25.98	19.15	20.09	18.89	19.06	16.50	12.85	13.38	14.47	10.69	13.60	16.07	22.48
23.86	25.46	19.55	20.27	18.31	19.14	15.83	12.99	13.25	14.47	10.96	13.55	15.70	23.10
23.82	24.79	19.68	19.64	18.43	19.13	15.59	13.91	13.19	13.47	11.17	14.59	15.83	23.44
24.54	26.41	20.17	19.42	18.24	19.36	15.03	14.35	12.66	13.38	10.89	14.94	16.13	23.25
24.85	26.41	19.80	18.90	18.07	19.82	14.89	14.30	12.15	13.40	11.27	15.20	16.26	23.48
24.85	24.61	20.87	18.07	18.46	19.18	15.08	13.28	12.42	13.40	11.72	15.35	16.20	23.51
25.40	24.74	20.74	17.94	18.28	18.99	15.20	14.85	12.62	13.23	11.94	15.20	16.35	22.96
25.01	24.90	20.94	17.90	18.39	18.81	15.13	14.75	12.23	12.49	12.52	15.15	16.57	22.74
23.83	25.32	20.36	17.73	18.39	18.20	14.95	14.21	12.46	12.70	12.04	14.43	17.41	22.68
24.60	25.32	19.67	18.33	18.41	18.44	14.62	14.32	13.10	12.16	11.19	14.28	17.52	23.41
25.60	25.34	19.58	18.10	18.48	18.56	14.49	14.18	13.18	12.05	11.07	15.01	17.73	23.34
25.28	25.27	19.39	18.20	18.21	18.38	14.65	14.24	12.99	12.83	10.99	14.91	17.73	23.47
25.16	25.92	19.53	18.54	18.45	18.25	14.50	14.39	13.07	12.53	10.99	15.37	18.21	23.20
25.33	25.81	19.53	18.23	18.28	18.25	14.24	14.46	12.44	12.85	11.13	15.03	18.22	23.35
25.69	26.12	19.31	18.30	18.25	18.39	14.81	14.20	12.44	13.21	10.65	15.47	17.71	23.18
25.78	25.86	18.79	18.26	18.26	17.80	14.59	14.29	12.44	12.78	11.20	15.95	18.41	23.22
25.62	25.50	18.02	18.56	18.37	17.85	14.42	13.97	12.72	15.11	11.20	16.47	18.28	22.82
24.82	24.62	17.90	18.51	18.19	17.88	13.55	13.96	12.47	12.85	10.91	16.27	18.87	22.65

18.74	22.42	25.77	26.68	31.21	34.42	32.52	23.18	26.64	25.40	20.22	17.88	24.16	25.93
19.02	21.67	25.49	26.16	30.32	35.55	32.75	23.06	26.84	25.31	20.40	17.18	22.88	25.86
19.05	20.17	24.78	25.88	29.84	35.90	31.89	23.04	26.89	25.46	20.18	17.29	23.72	25.90
19.29	20.60	24.78	26.43	30.76	34.10	26.35	23.47	27.05	25.66	20.41	17.77	24.09	25.21
18.74	21.73	24.38	26.20	30.88	35.22	25.94	23.33	28.15	25.23	20.51	18.51	25.22	25.35
18.75	22.32	23.68	25.59	31.68	32.95	24.30	22.78	28.17	25.29	20.30	18.59	25.60	25.92
18.72	21.85	23.58	24.74	31.73	32.09	24.27	22.06	27.81	25.80	19.72	18.84	25.80	26.10
19.57	22.12	23.07	25.01	30.61	32.67	24.04	22.10	27.55	25.56	18.87	19.30	25.76	26.54
19.44	21.67	23.45	25.41	31.03	34.40	23.34	22.12	26.40	25.66	18.78	18.90	26.03	26.16
19.27	21.26	24.55	24.99	30.85	35.17	23.67	22.64	25.62	25.16	18.58	18.37	25.87	26.56
19.40	21.33	25.05	24.00	31.66	34.47	23.32	22.99	25.62	25.02	18.42	18.87	26.16	26.56
19.81	21.58	25.36	24.25	31.53	34.79	22.28	23.71	27.10	24.24	18.62	19.94	26.47	26.64
19.65	22.48	26.35	24.00	31.53	32.63	21.65	23.16	27.03	24.82	19.62	19.72	26.95	26.91
19.38	22.45	26.35	23.22	31.53	30.83	21.74	23.11	27.08	25.52	20.63	19.63	26.66	25.67
19.33	22.37	27.30	22.05	30.61	29.92	22.25	22.88	26.74	24.99	19.65	19.37	26.09	25.21
19.55	22.17	27.40	22.41	29.69	30.01	21.59	22.59	27.08	25.30	20.14	19.21	25.62	25.66
19.69	20.96	27.62	23.81	29.87	30.06	19.30	21.41	27.16	25.77	18.15	19.83	25.93	25.54
19.73	20.98	27.85	23.69	29.09	28.80	19.64	20.97	26.65	25.06	16.19	21.21	25.34	25.37
20.38	21.87	27.50	23.74	29.11	29.25	19.68	20.78	26.46	25.61	16.68	20.29	25.54	25.33
20.44	22.19	27.76	24.21	29.88	30.95	20.10	20.39	27.28	25.74	16.57	20.66	26.41	26.25
20.59	22.74	27.05	24.58	30.73	30.89	20.19	20.16	27.92	25.24	17.50	20.68	26.18	25.82
20.47	22.64	26.50	25.54	30.40	30.36	19.87	20.13	27.92	25.79	17.20	20.87	26.43	25.36
20.53	23.32	26.43	25.43	28.95	29.38	20.39	20.03	27.43	25.79	17.20	20.24	26.58	25.75
20.47	24.19	26.88	24.80	29.82	29.68	20.48	20.56	27.59	25.74	17.20	19.57	27.35	25.38
20.89	24.61	27.34	23.79	29.47	30.52	21.27	21.11	27.08	25.77	17.67	19.97	26.20	26.01
20.72	24.40	26.71	24.52	28.93	31.81	21.73	21.42	25.80	26.39	18.45	20.01	25.65	26.01
20.93	24.88	26.42	24.79	27.53	31.75	21.84	20.43	25.68	26.95	18.15	19.48	25.95	25.54
20.81	25.18	27.94	26.00	26.99	34.70	21.23	19.98	24.83	26.68	17.64	20.64	25.85	25.73
20.72	25.14	27.55	25.92	27.08	33.26	21.35	19.89	25.14	26.68	18.37	20.55	24.97	26.48
20.23	25.54	27.01	26.04	26.46	31.43	22.27	19.26	25.55	27.29	18.85	20.99	24.81	26.35
19.49	24.92	27.74	27.04	26.68	31.61	22.48	19.40	26.14	27.71	18.40	21.74	24.60	26.77
20.19	25.50	28.19	27.72	26.81	31.85	22.79	20.21	26.08	28.86	18.34	21.77	24.53	27.56
20.50	26.20	28.27	27.24	26.28	31.26	26.92	20.57	24.63	27.70	17.48	22.54	24.16	27.80
21.10	25.33	29.16	28.22	26.89	32.16	22.81	20.32	24.33	26.45	17.99	22.45	24.66	27.24
21.24	25.89	29.08	28.74	27.13	33.08	22.04	20.30	24.99	25.37	17.23	23.07	23.55	27.70
20.72	25.89	29.15	29.09	27.88	32.39	22.53	21.11	24.83	25.26	16.94	23.14	24.06	27.67
21.25	25.89	28.53	28.74	28.87	32.04	24.31	21.27	24.91	24.18	17.22	23.66	23.91	27.48
21.25	25.56	28.48	28.28	27.95	32.58	24.64	21.14	24.91	20.42	16.87	23.54	24.05	27.06
21.92	24.28	28.48	29.62	28.25	31.64	24.37	21.37	25.63	20.63	18.02	23.55	23.46	27.53
21.93	24.64	28.80	29.42	29.45	31.80	23.72	21.21	26.57	21.18	17.95	23.87	23.39	27.25
22.48	25.61	29.61	28.04	30.41	31.60	23.74	21.11	25.64	21.38	18.04	23.94	23.33	26.85
23.10	25.66	29.63	28.18	30.12	31.60	24.06	20.83	25.44	21.88	17.97	24.57	23.01	27.37
23.44	26.45	29.50	29.36	30.92	31.13	23.46	20.46	24.80	21.57	17.57	24.47	22.86	27.44
23.25	25.93	29.19	29.98	30.80	31.35	23.41	20.48	24.47	21.05	18.18	24.47	23.25	27.40
23.48	26.19	29.49	29.70	31.00	31.83	22.67	23.66	24.19	20.67	19.39	25.05	24.13	26.38
23.51	25.74	30.68	29.70	31.18	31.57	23.71	24.11	23.95	21.17	19.63	24.76	24.63	27.06
22.96	24.92	30.70	29.37	31.31	32.32	24.52	26.22	23.79	20.87	19.31	24.51	24.89	27.72
22.74	24.75	30.51	28.80	31.55	32.37	24.18	26.17	23.09	20.87	18.79	25.00	24.35	28.19
22.68	25.16	31.26	29.65	30.76	32.98	24.06	26.26	22.98	17.42	20.09	25.40	24.27	28.46
23.41	25.70	33.40	29.69	31.31	33.18	28.62	26.55	23.74	21.01	19.60	25.83	24.76	28.37
23.34	26.29	30.43	28.59	30.80	34.20	24.83	25.65	24.32	21.78	20.88	25.96	24.66	28.41
23.47	26.15	30.89	28.81	32.83	33.78	24.51	26.18	24.41	20.85	20.76	27.04	25.37	27.57
23.20	25.74	30.41	29.16	32.78	33.97	24.10	25.90	24.93	20.68	20.47	26.75	25.22	28.41
23.35	25.46	30.61	29.03	33.15	34.17	23.82	25.68	24.69	20.49	19.22	26.12	25.35	27.73
23.18	24.97	30.05	29.42	33.71	33.35	23.55	25.38	24.96	20.19	19.27	25.24	25.52	27.81
23.22	25.26	29.06	28.22	33.48	33.35	23.26	26.03	24.60	19.73	18.91	26.03	25.63	28.22
22.82	25.26	29.16	31.03	33.69	33.35	23.30	26.35	24.12	20.41	18.05	25.21	25.67	28.17
22.65	25.46	28.59	31.16	33.69	33.52	25.86	26.49	24.39	20.44	18.02	25.34	25.76	28.31

29.47	27.31	34.64	29.26	30.49	29.79	31.25	36.47	39.89	50.09	40.44	51.13	57.05	62.69
29.47	27.44	34.51	29.60	29.89	30.87	31.04	37.36	40.22	50.92	41.91	50.55	57.67	62.13
29.47	29.04	33.06	29.71	30.04	30.89	31.06	38.01	40.26	51.28	41.80	52.31	57.55	61.89
28.91	29.42	33.78	29.87	30.40	30.67	31.17	38.12	40.57	50.04	43.70	54.17	56.67	60.59
29.04	29.75	33.41	30.20	30.15	30.27	31.89	38.49	40.59	50.05	43.58	54.34	57.63	60.86
29.16	29.80	31.15	29.38	28.17	28.35	32.63	38.49	41.51	51.48	44.25	53.22	57.59	62.51
29.32	29.56	31.34	26.26	28.00	28.40	32.88	38.65	42.37	51.07	44.34	54.05	58.30	60.38
29.21	30.94	28.89	28.48	27.47	28.69	33.07	38.97	42.34	52.49	44.60	51.93	56.99	64.33
28.38	31.33	28.22	28.10	27.59	28.92	32.90	39.65	42.86	51.48	45.94	51.72	55.68	63.76
28.39	31.33	27.36	27.56	27.48	28.93	33.44	40.21	41.91	52.08	46.12	51.38	55.30	64.81
28.47	31.48	25.58	26.92	27.69	28.46	33.30	40.16	42.02	49.58	46.12	49.72	57.37	64.54
28.45	31.17	27.22	27.83	27.75	29.38	34.05	39.17	42.77	47.93	45.97	48.39	57.38	62.43
28.42	30.36	29.32	27.99	27.30	29.35	32.74	39.96	42.68	48.45	44.79	49.37	58.31	62.56
28.42	31.00	26.11	27.80	26.57	29.71	33.80	39.74	42.97	47.02	44.00	48.81	59.52	62.10
28.25	32.35	27.66	28.39	26.02	29.52	34.40	38.49	43.23	46.24	45.76	47.69	58.87	63.05
28.77	31.78	27.75	27.43	25.48	31.11	34.75	40.43	44.10	47.34	45.98	49.57	58.65	63.74
28.57	30.72	28.61	27.77	25.57	30.77	33.99	39.93	44.86	45.33	46.57	49.97	57.41	62.62
28.34	29.84	27.67	28.91	25.35	30.89	34.84	39.05	44.47	45.92	46.54	50.58	59.29	61.50
28.50	31.05	26.64	28.91	25.54	30.85	35.49	38.76	44.70	45.71	46.36	51.96	58.44	60.54
28.40	30.69	27.26	28.81	25.53	31.64	34.99	38.68	44.81	44.19	44.87	51.20	56.74	59.17
27.12	31.15	26.27	28.81	26.56	31.87	34.76	38.21	46.02	45.01	45.38	52.30	57.00	57.95
26.81	31.70	25.58	28.92	26.97	31.74	34.59	40.58	45.52	44.36	44.97	49.96	56.04	57.88
26.98	32.33	25.62	28.33	26.98	32.11	35.01	40.55	44.54	43.57	44.15	50.20	56.47	57.49
26.77	32.67	26.41	28.53	27.39	32.43	35.22	37.31	43.52	42.32	43.84	48.32	55.73	59.77
25.99	32.52	25.32	29.06	28.00	31.84	35.46	36.66	42.33	42.27	44.28	49.60	55.80	59.73
25.74	32.74	25.71	29.59	28.09	30.51	35.57	37.23	41.12	42.61	42.86	48.17	56.86	59.07
25.54	32.72	25.83	29.70	28.56	30.57	36.27	35.83	41.09	42.39	42.97	49.36	56.86	58.35
25.43	32.23	26.47	29.45	29.01	30.95	35.76	36.06	40.56	44.56	42.97	48.66	56.86	60.25
25.75	31.33	27.23	29.77	29.23	30.95	35.76	36.91	40.18	44.67	44.57	49.70	57.94	58.69
25.76	32.09	27.67	29.22	29.18	31.51	34.98	36.76	41.62	44.98	44.76	50.62	58.58	58.32
25.47	30.71	27.18	29.64	28.47	31.21	35.64	36.05	41.96	45.23	45.04	50.40	59.51	56.88
24.72	30.59	25.43	30.08	29.91	31.06	35.07	36.08	41.45	45.39	45.49	49.06	60.23	56.56
24.18	31.40	24.51	29.42	30.88	32.78	33.88	36.23	41.26	45.31	46.22	47.48	60.37	56.50
24.14	31.54	24.44	28.60	30.78	32.31	33.47	37.41	40.55	46.11	46.35	47.13	59.47	58.63
24.17	31.38	23.75	28.28	30.78	32.26	33.26	37.48	40.29	45.77	46.37	47.04	56.86	56.32
25.66	30.74	23.85	28.68	30.73	32.80	34.13	36.49	42.14	42.68	46.48	47.04	56.76	57.12
24.18	31.38	24.58	28.61	30.51	33.15	33.63	36.85	40.82	40.29	46.48	46.43	56.76	57.45
23.45	31.88	24.38	28.17	29.67	33.36	32.85	36.20	41.43	39.78	49.40	46.27	62.14	56.93
23.40	32.12	24.34	28.40	29.25	33.31	32.33	36.33	42.18	40.32	49.88	47.04	62.14	56.68
23.34	32.62	26.26	28.69	29.11	33.26	32.36	35.94	42.06	38.83	40.35	47.52	62.14	56.99
24.12	32.29	26.22	28.69	28.99	32.47	32.88	34.90	43.63	39.31	49.56	47.95	62.14	56.99
24.09	32.85	26.97	30.20	29.33	33.57	34.15	34.21	43.86	39.97	49.48	48.75	64.83	56.99
24.33	32.80	27.55	30.03	29.23	33.71	34.98	35.02	45.22	38.43	50.63	49.37	64.19	56.46
24.60	33.19	27.38	30.61	28.91	34.61	35.54	36.91	46.17	38.86	51.55	49.44	61.55	56.57
25.35	33.57	27.92	30.17	28.46	34.22	34.84	36.79	46.71	39.46	51.36	50.15	61.13	55.53
24.85	33.44	27.89	30.71	27.90	34.10	34.18	36.93	46.88	42.60	51.41	50.18	63.17	54.64
25.00	32.98	28.07	30.83	27.33	33.37	34.15	37.90	47.77	42.46	52.42	52.07	63.71	53.98
25.45	33.80	28.48	30.42	27.88	32.75	35.08	37.42	48.18	44.24	52.51	51.93	63.56	54.01
25.65	33.49	28.18	30.41	27.57	32.45	35.09	38.07	46.93	43.70	51.48	53.22	64.89	53.03
25.66	34.24	28.47	29.51	27.43	31.96	34.91	38.62	47.33	43.61	52.18	53.14	64.96	53.49
25.88	33.83	28.35	29.30	28.54	30.86	34.35	38.33	47.54	42.63	52.49	52.14	64.24	52.24
26.04	34.31	27.79	29.42	28.69	30.89	35.08	38.19	47.27	42.46	52.64	51.35	64.20	52.49
25.63	33.83	27.32	29.61	29.06	30.89	34.99	39.42	47.90	42.46	53.61	52.30	64.20	53.46
25.95	33.94	27.75	29.26	29.22	31.22	35.10	39.40	48.86	39.32	54.01	52.09	66.50	54.34
25.69	33.50	27.87	29.50	29.37	30.36	35.46	39.72	49.63	40.06	54.32	53.46	66.92	53.97
26.04	34.14	29.11	30.28	29.33	30.51	35.60	40.12	50.20	40.75	53.34	53.77	64.95	53.87
26.51	33.79	29.18	30.24	29.77	30.04	35.74	39.62	50.73	40.77	50.64	54.06	64.87	53.78
26.60	34.08	26.26	30.03	30.33	30.16	35.85	39.08	50.00	41.11	50.85	54.82	63.61	53.37

52.30	56.39	68.38	76.19	56.10	51.79	68.14	72.30	78.29	90.02	98.15	123.60	123.20	64.60
52.40	56.39	68.14	75.43	58.19	51.79	68.14	71.57	78.29	88.60	96.68	126.00	120.60	62.04
53.55	57.43	67.35	77.86	58.32	50.73	68.14	72.38	78.29	91.65	101.30	126.40	119.90	64.47
53.55	57.43	68.94	77.22	58.82	51.75	65.77	71.97	78.78	89.43	99.91	127.90	121.00	67.90
55.75	57.43	67.58	76.92	56.72	50.62	66.23	73.23	78.78	88.39	103.00	132.90	116.60	65.52
55.84	58.64	68.31	74.58	57.04	52.11	66.23	74.33	78.78	89.32	102.00	129.90	116.00	67.40
55.06	58.64	69.10	74.75	56.99	51.56	67.47	74.57	81.93	94.32	102.70	130.70	114.60	63.51
57.03	58.95	67.51	73.47	56.14	53.88	66.88	74.52	79.71	93.55	100.10	132.00	117.90	68.81
55.86	59.90	69.29	72.65	57.40	54.70	65.60	75.50	78.86	93.55	104.30	128.20	116.40	63.92
57.75	60.58	69.38	71.23	58.27	54.66	63.89	75.93	78.97	92.61	105.00	131.20	115.50	58.93
58.05	61.45	70.18	69.98	57.17	55.56	63.48	75.88	81.45	92.61	105.30	128.20	115.00	59.43
57.90	60.32	70.50	71.11	58.37	53.80	63.58	76.60	80.42	92.54	107.40	129.60	116.80	57.20
57.73	59.36	69.79	71.94	59.54	56.36	64.22	76.25	79.10	92.00	108.20	129.60	117.30	57.20
56.01	58.19	69.83	72.16	58.04	57.45	65.94	76.78	79.00	92.00	109.60	129.40	122.70	54.06
56.09	59.02	70.01	72.16	57.42	56.87	65.58	77.93	78.64	94.14	110.00	126.60	115.90	57.60
55.20	58.40	70.26	71.01	57.54	58.77	66.80	77.53	78.63	94.14	105.50	123.80	116.50	52.70
55.23	60.50	70.06	70.60	58.21	58.30	66.72	76.98	80.25	96.22	105.50	129.80	117.20	53.40
54.88	61.77	68.09	69.41	55.32	58.60	67.57	77.29	78.20	96.22	107.20	139.10	119.30	53.40
54.86	60.88	68.31	68.19	55.75	57.29	64.75	78.39	79.16	96.22	101.30	136.30	116.80	53.40
55.03	62.40	69.79	69.23	56.32	58.73	64.75	77.53	80.26	96.53	101.30	133.40	116.80	53.40
54.74	62.09	68.38	68.94	58.04	58.80	64.04	76.45	81.94	96.53	101.30	138.20	112.30	61.30
56.89	59.54	66.36	69.19	56.74	56.60	63.68	74.33	82.62	97.00	100.30	139.40	111.40	53.40
57.33	61.45	66.91	68.13	56.69	57.73	62.96	77.49	85.23	99.46	101.20	137.10	110.90	53.40
58.31	60.12	67.62	66.89	57.51	56.50	62.59	75.91	85.64	98.42	105.50	135.70	109.10	53.40
58.64	62.64	67.61	66.65	57.45	56.60	63.73	77.69	85.64	96.23	104.70	135.30	107.80	53.40
60.62	62.53	67.13	66.65	60.09	58.10	62.55	77.37	86.91	96.23	104.40	137.60	107.40	48.26
61.31	62.93	67.02	66.65	61.93	57.63	62.98	78.52	85.40	96.19	101.30	134.00	103.30	46.04
60.69	64.95	68.71	63.49	63.14	57.31	63.54	76.95	84.66	94.60	100.70	137.00	103.80	46.69
62.01	65.49	69.35	61.58	64.12	58.33	64.36	77.17	83.36	92.46	104.70	139.10	101.50	43.60
61.39	66.07	69.18	62.14	62.65	59.43	65.32	75.54	85.76	93.76	103.80	138.60	94.51	40.93
61.15	65.35	70.91	61.24	62.48	59.74	65.16	72.35	88.39	92.10	105.80	136.10	93.72	43.38
61.58	65.62	71.39	61.47	62.51	60.69	67.65	72.83	88.85	91.03	108.30	141.70	97.45	42.91
61.64	65.42	71.92	61.99	62.51	59.58	67.44	72.49	90.51	89.97	108.00	142.40	98.76	44.54
61.44	66.31	73.26	59.90	62.51	61.10	68.89	71.45	86.54	90.54	109.80	142.60	104.30	48.75
61.53	67.08	73.56	58.11	61.18	61.48	68.24	71.46	91.31	88.86	109.30	143.80	117.20	41.66
61.83	66.94	72.96	59.33	61.18	61.04	68.79	71.05	92.77	88.86	109.50	146.70	109.10	44.24
63.04	68.55	72.89	57.85	60.92	59.51	68.10	71.93	92.77	88.86	111.00	148.40	110.30	43.27
63.82	69.13	74.02	58.72	61.96	60.43	68.11	72.34	91.91	89.51	112.90	147.50	110.30	40.26
65.03	68.85	73.84	59.08	62.08	61.52	67.80	70.86	94.21	90.52	113.80	144.20	110.30	40.26
64.32	70.80	72.74	60.95	61.29	61.28	67.40	70.62	93.63	91.93	113.50	138.80	110.30	36.31
64.00	72.53	72.38	60.78	61.85	59.64	67.23	70.10	93.40	92.82	115.10	138.40	103.20	37.93
61.92	71.59	73.10	61.09	61.94	59.52	67.51	68.96	93.70	92.69	115.70	144.60	99.64	37.93
62.85	72.47	74.29	59.07	60.90	59.58	67.93	68.98	94.32	91.93	117.70	147.00	94.38	39.05
64.50	73.97	76.66	56.93	61.02	60.03	69.11	68.98	94.32	91.93	117.80	147.50	93.51	41.24
64.85	70.99	76.29	58.05	61.03	59.40	69.23	68.98	92.11	91.93	115.50	141.40	85.83	39.67
63.98	70.32	75.14	58.77	59.85	59.13	69.58	68.98	92.41	89.26	118.20	137.80	89.67	39.67
64.73	72.12	75.16	58.36	59.34	58.70	70.04	68.98	93.52	88.29	118.10	132.60	88.97	48.18
61.82	71.19	72.89	58.82	59.34	58.75	68.33	72.66	93.52	89.51	114.60	131.70	85.23	50.60
62.00	72.11	72.87	57.49	59.79	58.87	69.15	72.78	98.47	92.83	113.30	134.70	81.14	51.18
61.66	74.80	72.59	56.34	59.79	61.10	68.10	73.38	98.62	94.57	115.10	131.00	82.34	46.24
59.85	72.72	72.67	57.30	59.47	61.86	69.29	73.96	98.62	93.52	118.50	127.20	78.73	46.44
59.37	70.76	72.12	57.40	56.93	62.76	71.12	75.06	98.62	94.35	121.30	128.20	73.61	44.74
59.39	70.35	73.42	57.50	54.15	64.18	71.78	75.61	98.62	96.41	123.20	125.80	72.36	44.74
58.64	69.68	74.59	57.40	54.61	64.78	72.70	76.00	93.92	96.36	124.10	127.90	71.83	44.74
57.87	70.70	73.28	57.27	54.49	67.34	73.01	76.17	91.85	96.36	126.10	124.90	75.52	43.97
55.98	71.79	75.06	57.27	54.10	68.54	72.25	75.30	91.80	99.06	123.60	124.90	71.44	42.11
54.45	72.05	75.72	56.02	52.00	68.73	71.29	77.52	91.80	100.00	125.30	127.00	67.89	42.53
55.47	71.12	76.63	55.69	50.79	67.18	72.43	78.65	90.80	96.44	123.20	127.40	69.47	40.60

43.25	53.33												
46.77	53.29												
45.06	53.46												
48.78	49.25												
48.67	50.73												
46.37	49.75												
47.66	49.75												
45.78	52.55												
46.20	52.55												
45.01	50.94												
45.05	52.33												
46.83	54.11												
46.39	56.55												
46.08	56.45												
44.64	58.67												
43.14	58.08												
42.50	60.45												
43.59	59.52												
42.57	60.41												
39.75	59.33												
39.27	60.15												
43.79													
43.49													
39.95													
42.79													
44.55													
46.24													
46.28													
43.64													
44.98													
47.86													
46.01													
47.92													
47.28													
46.41													
43.94													
47.42													
47.56													
47.56													
49.19													
50.03													
51.40													
52.46													
54.14													
53.93													
52.99													
54.20													
52.94													
49.24													
49.72													
50.04													
54.12													
54.54													
53.84													
52.14													
55.68													
53.25													
52.74													

7. 3. Anexo C: Prueba de raíces unitarias. Precios del petróleo tipo Istmo

Dickey-Fuller tests (UNIT ROOTS)
El Proc ARIMA

Nombre de la variable = xISTMO
Media de series de trabajo 0.000152
Desviación estándar 0.028339
Número de observaciones 4086

Autocorrelaciones

Retardo	Covarianza	Correlación	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	Error Std.
0	0.00080309	1.00000												*****										0
1	-0.0000577	-0.07179												* .										0.015644
2	-0.0000320	-0.03984												* .										0.015725
3	1.2468E-6	0.00155												. . .										0.015749
4	-5.5489E-6	-0.00691												. . .										0.015749
5	0.00001058	0.01318												. . .										0.015750
6	-0.0000261	-0.03252												* .										0.015753
7	3.4673E-6	0.00432												. . .										0.015769
8	-5.2658E-6	-0.00656												. . .										0.015769
9	-0.0000112	-0.01390												. . .										0.015770
10	4.81373E-6	0.00599												. . .										0.015773
11	-3.9303E-6	-0.00489												. . .										0.015774
12	0.00001944	0.02421												. . .										0.015774
13	-0.0000114	-0.01415												. . .										0.015783
14	-6.693E-6	-0.00833												. . .										0.015786
15	0.00003718	0.04629												. *										0.015787
16	0.00002032	0.02530												. *										0.015820
17	-9.3135E-6	-0.01160												. . .										0.015830
18	-3.8258E-6	-0.00476												. . .										0.015832
19	-7.3369E-6	-0.00914												. . .										0.015833
20	-6.5162E-6	-0.00811												. . .										0.015834
21	-1.8307E-6	-0.00228												. . .										0.015835
22	9.38767E-6	0.01169												. . .										0.015835
23	0.00002696	0.03357												. *										0.015837
24	-0.0000179	-0.02224												. . .										0.015855

El Proc ARIMA Autocorrelaciones inversas

Retardo	Correlación	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	0.07876												. **										
2	0.04479												. *										
3	0.00497												. . .										
4	0.00863												. . .										
5	-0.00711												. . .										
6	0.03050												. *										
7	0.00476												. . .										
8	0.01150												. . .										
9	0.00993												. . .										
10	-0.00454												. . .										
11	0.00465												. . .										
12	-0.02193												. . .										
13	0.00817												. . .										
14	-0.00191												. . .										
15	-0.04735												* .										
16	-0.03114												* .										
17	0.00430												. . .										
18	0.00571												. . .										
19	0.01069												. . .										
20	0.00943												. . .										
21	-0.00296												. . .										
22	-0.01547												. . .										
23	-0.03293												* .										
24	0.01505												. . .										

El Proc ARIMA
Autocorrelaciones parciales

Retardo	Correlación	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	-0.07179											* .											
2	-0.04523											* .											
3	-0.00472											. .											
4	-0.00901											. .											
5	0.01195											. .											
6	-0.03154											* .											
7	0.00060											. .											
8	-0.00904											. .											
9	-0.01489											. .											
10	0.00257											. .											
11	-0.00479											. .											
12	0.02281											. .											
13	-0.01107											. .											
14	-0.00839											. .											
15	0.04340											. *											
16	0.03227											. *											
17	-0.00474											. .											
18	-0.00187											. .											
19	-0.01025											. .											
20	-0.01070											. .											
21	-0.00197											. .											
22	0.01177											. .											
23	0.03573											. *											
24	-0.01527											. .											

Comprobación de autocorrelación del ruido blanco

Para retardo	Chi-cuadrado	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelaciones-----					
6	32.81	6	<.0001	-0.072	-0.040	0.002	-0.007	0.013	-0.033
12	36.50	12	0.0003	0.004	-0.007	-0.014	0.006	-0.005	0.024
18	49.68	18	<.0001	-0.014	-0.008	0.046	0.025	-0.012	-0.005
24	57.54	24	0.0001	-0.009	-0.008	-0.002	0.012	0.034	-0.022

Pruebas aumentadas de la raíz unidad de Dickey-Fuller

Tipo	Retardos	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Media cero	1	-4793.10	0.0001	-48.89	<.0001		
	2	-4865.95	0.0001	-38.97	<.0001		
	3	-5064.64	0.0001	-33.54	<.0001		
	4	-4732.75	0.0001	-29.33	<.0001		
	5	-5939.66	0.0001	-27.49	<.0001		
	6	-5919.39	0.0001	-25.23	<.0001		
	7	-6539.89	0.0001	-23.66	<.0001		
	8	-8116.02	0.0001	-22.50	<.0001		
Media simple	1	-4793.67	0.0001	-48.88	<.0001	1194.74	0.0010
	2	-4867.28	0.0001	-38.97	<.0001	759.45	0.0010
	3	-5067.18	0.0001	-33.54	<.0001	562.55	0.0010
	4	-4736.26	0.0001	-29.32	<.0001	429.98	0.0010
	5	-5947.19	0.0001	-27.49	<.0001	377.90	0.0010
	6	-5930.09	0.0001	-25.23	<.0001	318.33	0.0010
	7	-6556.74	0.0001	-23.66	<.0001	279.97	0.0010
	8	-8148.53	0.0001	-22.50	<.0001	253.20	0.0010
Tendencia	1	-4793.66	0.0001	-48.88	<.0001	1194.45	0.0010
	2	-4867.26	0.0001	-38.97	<.0001	759.27	0.0010
	3	-5067.13	0.0001	-33.54	<.0001	562.42	0.0010
	4	-4736.21	0.0001	-29.32	<.0001	429.88	0.0010
	5	-5947.09	0.0001	-27.49	<.0001	377.81	0.0010
	6	-5929.91	0.0001	-25.23	<.0001	318.26	0.0010
	7	-6556.49	0.0001	-23.66	<.0001	279.91	0.0010
	8	-8147.98	0.0001	-22.50	<.0001	253.14	0.0010

7. 4. Anexo D: Pruebas para raíces unitarias. Precios del petróleo tipo Olmeca

Dickey-Fuller tests (UNIT ROOTS)
Proc ARIMA
Nombre de la variable = zOLMECA

Media de series de trabajo 0.000261
Desviación estándar 0.025427
Número de observaciones 4086
Valores ausentes en series de trabajo 3

Autocorrelaciones

Retardo	Covarianza	Correlación	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	Error Std.
0	0.00064654	1.00000												*****										0
1	-0.0000533	-.08249											** .											0.015644
2	-0.0000191	-.02961											* .											0.015750
3	8.79082E-6	0.01360											. .											0.015764
4	-1.6167E-6	-.00250											. .											0.015767
5	0.00001009	0.01561											. .											0.015767
6	-0.0000187	-.02891											* .											0.015771
7	8.80432E-6	0.01362											. .											0.015784
8	2.1995E-6	0.00340											. .											0.015786
9	6.73711E-6	0.01042											. .											0.015787
10	-8.6725E-6	-.01341											. .											0.015788
11	0.00001291	0.01997											. .											0.015791
12	-2.5317E-6	-.00392											. .											0.015797
13	-2.5628E-6	-.00396											. .											0.015797
14	4.86132E-6	0.00752											. .											0.015798
15	6.91965E-6	0.01070											. .											0.015799
16	6.52503E-7	0.00101											. .											0.015800
17	0.00002739	0.04236											. *											0.015800
18	-6.6306E-6	-.01026											. .											0.015828
19	-0.0000190	-.02940											* .											0.015830
20	6.06616E-6	0.00938											. .											0.015843
21	-2.1256E-6	-.00329											. .											0.015844
22	-6.9781E-6	-.01079											. .											0.015845
23	5.52024E-6	0.00854											. .											0.015846
24	-4.1536E-6	-.00642											. .											0.015848

El Proc ARIMA Autocorrelaciones inversas

Retardo	Correlación	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	0.08461												. **										
2	0.03483												. *										
3	-0.00870												. .										
4	0.00129												. .										
5	-0.01500												. .										
6	0.02802												. *										
7	-0.01310												. .										
8	-0.00413												. .										
9	-0.01154												. .										
10	0.00891												. .										
11	-0.02151												. .										
12	0.00443												. .										
13	0.00082												. .										
14	-0.00850												. .										
15	-0.01655												. .										
16	-0.00875												. .										
17	-0.04252												* .										
18	0.00877												. .										
19	0.02721												. *										
20	-0.00106												. .										
21	0.00410												. .										
22	0.01126												. .										
23	-0.00750												. .										
24	0.00629												. .										

El Proc ARIMA
Autocorrelaciones parciales

Retardo	Correlación	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	-0.08249											**	.										
2	-0.03666											*	.										
3	0.00811											.	.										
4	-0.00175											.	.										
5	0.01611											.	.										
6	-0.02669											*	.										
7	0.01007											.	.										
8	0.00326											.	.										
9	0.01255											.	.										
10	-0.01196											.	.										
11	0.01955											.	.										
12	-0.00282											.	.										
13	-0.00236											.	.										
14	0.00602											.	.										
15	0.01282											.	.										
16	0.00196											.	.										
17	0.04505											.	*										
18	-0.00375											.	.										
19	-0.02817											*	.										
20	0.00263											.	.										
21	-0.00283											.	.										
22	-0.01237											.	.										
23	0.00868											.	.										
24	-0.00638											.	.										

Comprobación de autocorrelación del ruido blanco

Para retardo	Chi-cuadrado	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelaciones-----					
6	36.61	6	<.0001	-0.082	-0.030	0.014	-0.003	0.016	-0.029
12	40.30	12	<.0001	0.014	0.003	0.010	-0.013	0.020	-0.004
18	48.86	18	0.0001	-0.004	0.008	0.011	0.001	0.042	-0.010
24	53.77	24	0.0005	-0.029	0.009	-0.003	-0.011	0.009	-0.006

Pruebas aumentadas de la raíz unidad de Dickey-Fuller

Tipo	Retardos	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Media cero	1	-4749.17	0.0001	-48.69	<.0001		
	2	-4622.02	0.0001	-38.39	<.0001		
	3	-4650.64	0.0001	-32.94	<.0001		
	4	-4266.77	0.0001	-28.77	<.0001		
	5	-5113.39	0.0001	-26.94	<.0001		
	6	-4687.99	0.0001	-24.53	<.0001		
	7	-4495.87	0.0001	-22.77	<.0001		
	8	-3994.03	0.0001	-21.12	<.0001		
Media simple	1	-4751.07	0.0001	-48.70	<.0001	1185.61	0.0010
	2	-4625.89	0.0001	-38.40	<.0001	737.24	0.0010
	3	-4657.49	0.0001	-32.95	<.0001	542.71	0.0010
	4	-4276.08	0.0001	-28.78	<.0001	414.17	0.0010
	5	-5131.71	0.0001	-26.95	<.0001	363.14	0.0010
	6	-4710.59	0.0001	-24.55	<.0001	301.25	0.0010
	7	-4525.26	0.0001	-22.79	<.0001	259.60	0.0010
	8	-4024.84	0.0001	-21.13	<.0001	223.31	0.0010
Tendencia	1	-4751.23	0.0001	-48.69	<.0001	1185.35	0.0010
	2	-4626.19	0.0001	-38.39	<.0001	737.08	0.0010
	3	-4658.02	0.0001	-32.94	<.0001	542.59	0.0010
	4	-4276.78	0.0001	-28.78	<.0001	414.09	0.0010
	5	-5133.17	0.0001	-26.95	<.0001	363.07	0.0010
	6	-4711.99	0.0001	-24.54	<.0001	301.19	0.0010
	7	-4526.87	0.0001	-22.78	<.0001	259.55	0.0010
	8	-4026.67	0.0001	-21.13	<.0001	223.26	0.0010

7. 5. Anexo E: Estimación del modelo autorregresivo AR(1). Precios del petróleo tipo Istmo

El Proc ARIMA
Estimación preliminar

Estimadores
autorregresivos
iniciales

Estimación

1 -0.07179

Estimador de término constante 0.000163
Est. de la varianza del ruido blanco 0.000799

Estimación por mínimos cuadrados condicional

Iteración	SSE	MU	AR1,1	Constante	Lambda	R Crit
0	3.2645	0.00015	-0.07179	0.000163	0.00001	1
1	3.2645	0.00015	-0.07189	0.000165	1E-6	0.000115
2	3.2645	0.00015	-0.07189	0.000165	1E-7	2.02E-8

Resumen de la optimización de la estimación ARIMA

Método de estimación	Cuadrados mínimos condicionales
Parámetros estimados	2
Criterios de terminación	Cambio relativo máximo en los estimadores
Valor de terminación de la iteración	0.001
Valor de los criterios	1.595E-7
Criterios alternativos	Cambio relativo en una función objetiva
Valor de los criterios alternativos	2.72E-16

El Proc ARIMA

Resumen de la optimización de la estimación ARIMA

Valor absoluto máximo del gradiente	1.724E-6
Cambio de R-cuadrado desde la última iteración	2.02E-8
Función objetiva	Suma de los residuales cuadrados
Valor de la función objetiva	3.264502
Coefficiente Lambda de Marquardt	1E-7
Valor de perturbación para el cálculo de derivadas por métodos numéricos	0.001
Iteraciones	2

Estimación por mínimos cuadrados condicional

Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr > t	Retardo
MU	0.0001538	0.0004126	0.37	0.7094	0
AR1,1	-0.07189	0.01562	-4.60	<.0001	1

Constante Estimación 0.000165
Varianza Estimación 0.000799
Error estand Estimación 0.028273
AIC -17542.7
SBC -17530
Número de residuales 4086

* AIC y SBC no incluyen determinante de la log.

Correlations of Parameter Estimates

Parámetro	MU	AR1,1
MU	1.000	-0.001
AR1,1	-0.001	1.000

El Proc ARIMA

Autocorrelation Check of Residuals

Para retardo	Chi-cuadrado	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelaciones-----					
6	13.17	5	0.0218	-0.003	-0.045	-0.002	-0.006	0.011	-0.032
12	16.53	11	0.1225	0.002	-0.007	-0.014	0.005	-0.003	0.023
18	30.75	17	0.0214	-0.013	-0.006	0.048	0.028	-0.010	-0.006
24	38.54	23	0.0223	-0.010	-0.009	-0.002	0.014	0.033	-0.020
30	70.27	29	<.0001	-0.001	0.059	-0.033	-0.032	0.029	-0.035
36	78.67	35	<.0001	-0.001	-0.012	-0.035	-0.025	0.004	-0.000
42	90.21	41	<.0001	0.002	0.037	0.014	-0.001	0.019	-0.030
48	110.48	47	<.0001	0.018	0.061	-0.002	0.020	0.019	-0.008

Superficie SSE en los estimadores cercanos de la cuadrícula:
AR1,1 (XITSMO)

MU (XITSMO)	-0.07689	-0.07189	-0.06689
-0.0048462	3.3830	3.3819	3.3808
0.0001538	3.2646	3.2645	3.2646
0.0051538	3.3830	3.3819	3.3809

Modelo para la variable XITSMO

Media estimada 0.000154

Factores autoregresivos

Factor 1: 1 + 0.07189 B**(1)

El Proc ARIMA

Estimación por mínimos cuadrados condicional

Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr > t	Retardo
MU	0.0001550	0.0003944	0.39	0.6944	0
AR1,1	-0.07519	0.01565	-4.81	<.0001	1
AR1,2	-0.04538	0.01565	-2.90	0.0038	2

Constante Estimación	0.000174
Varianza Estimación	0.000798
Error estand Estimación	0.028247
AIC	-17549.1
SBC	-17530.1
Número de residuales	4086

* AIC y SBC no incluyen determinante de la log.

Correlations of Parameter Estimates

Parámetro	MU	AR1,1	AR1,2
MU	1.000	-0.001	-0.001
AR1,1	-0.001	1.000	0.073
AR1,2	-0.001	0.073	1.000

Autocorrelation Check of Residuals

Para retardo	Chi- cuadrado	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelaciones-----					
6	5.16	4	0.2717	-0.000	-0.001	-0.005	-0.009	0.011	-0.032
12	8.64	10	0.5667	0.001	-0.009	-0.014	0.005	-0.004	0.023
18	22.04	16	0.1419	-0.011	-0.004	0.047	0.028	-0.008	-0.006
24	29.18	22	0.1398	-0.011	-0.009	-0.001	0.013	0.033	-0.017
30	59.17	28	0.0005	-0.001	0.056	-0.032	-0.031	0.027	-0.037
36	68.00	34	0.0005	-0.001	-0.015	-0.035	-0.025	0.002	0.000

El Proc ARIMA

Autocorrelation Check of Residuals

Para retardo	Chi- cuadrado	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelaciones-----					
42	79.22	40	0.0002	0.003	0.037	0.015	-0.000	0.020	-0.027
48	99.66	46	<.0001	0.019	0.061	-0.000	0.023	0.017	-0.007

Modelo para la variable XITSMO

Media estimada 0.000155

Factores autoregresivos

Factor 1: 1 + 0.07519 B**(1) + 0.04538 B**(2)

7. 6. Anexo F: Estimación del modelo autorregresivo AR(1). Precios del petróleo tipo Olmeca

El Proc ARIMA
Estimación preliminar

Estimadores
autorregresivos
iniciales

Estimación

1 -0.07009

Estimador de término constante 0.000353
Est. de la varianza del ruido blanco 0.000637

Estimación por mínimos cuadrados condicional

Iteración	SSE	MU	AR1,1	Constante	Lambda	R Crit
0	2.6014	0.00033	-0.07009	0.000353	0.00001	1
1	2.6014	0.00033	-0.07009	0.000353	1E-6	0.000014

Resumen de la optimización de la estimación ARIMA

Método de estimación	Cuadrados mínimos condicionales
Parámetros estimados	2
Criterios de terminación	Cambio relativo máximo en los estimadores
Valor de terminación de la iteración	0.001
Valor de los criterios	0.000063
Criterios alternativos	Cambio relativo en una función objetiva
Valor de los criterios alternativos	1.84E-10
Valor absoluto máximo del gradiente	0.001415

El Proc ARIMA

Resumen de la optimización de la estimación ARIMA

Cambio de R-cuadrado desde la última iteración	0.000014
Función objetiva	Suma de los residuales cuadrados
Valor de la función objetiva	2.601392
Coefficiente Lambda de Marquardt	1E-6
Valor de perturbación para el cálculo de derivadas por métodos numéricos	0.001
Iteraciones	1

Estimación por mínimos cuadrados condicional

Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr > t	Retardo
MU	0.0003298	0.0003690	0.89	0.3715	0
AR1,1	-0.07009	0.01561	-4.49	<.0001	1

Constante Estimación 0.000353
Varianza Estimación 0.000637
Error estand Estimación 0.025238
AIC -18470.4
SBC -18457.8
Número de residuales 4086

* AIC y SBC no incluyen determinante de la log.

Correlations of Parameter Estimates

Parámetro	MU	AR1,1
MU	1.000	0.000
AR1,1	0.000	1.000

El Proc ARIMA
Autocorrelation Check of Residuals

Para retardo	Chi-cuadrado	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelaciones-----					
6	7.45	5	0.1893	-0.002	-0.032	0.014	0.000	0.011	-0.023
12	9.77	11	0.5514	0.011	0.009	0.008	-0.005	0.017	0.000
18	18.20	17	0.3765	-0.006	0.009	0.010	0.008	0.041	-0.008
24	22.78	23	0.4737	-0.027	0.002	-0.001	-0.016	0.007	-0.008
30	31.87	29	0.3255	-0.001	0.024	-0.014	-0.031	-0.021	0.006
36	51.40	35	0.0364	-0.015	-0.011	0.002	-0.062	-0.021	-0.009
42	67.08	41	0.0062	0.030	0.021	-0.024	0.031	-0.009	-0.030
48	78.88	47	0.0025	-0.005	0.036	-0.008	0.001	0.038	0.007

Superficie SSE en los estimadores cercanos de la cuadrícula:
AR1,1 (ZOLMECA)

MU (ZOLMECA)			
-0.07509	-0.07009	-0.06509	
-0.0046702	2.7195	2.7184	2.7173
0.0003298	2.6015	2.6014	2.6015
0.0053298	2.7195	2.7184	2.7173

Modelo para la variable ZOLMECA

Media estimada 0.00033

Factores autoregresivos

Factor 1: 1 + 0.07009 B**(1)

El Proc ARIMA
Estimación por mínimos cuadrados condicional

Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr > t	Retardo
MU	0.0003305	0.0003572	0.93	0.3549	0
AR1,1	-0.07236	0.01564	-4.63	<.0001	1
AR1,2	-0.03260	0.01567	-2.08	0.0375	2

Constante Estimación	0.000365
Varianza Estimación	0.000636
Error estand Estimación	0.025228
AIC	-18472.8
SBC	-18453.8
Número de residuales	4086

* AIC y SBC no incluyen determinante de la log.

Correlations of Parameter Estimates

Parámetro	MU	AR1,1	AR1,2
MU	1.000	0.000	-0.001
AR1,1	0.000	1.000	0.070
AR1,2	-0.001	0.070	1.000

Autocorrelation Check of Residuals

Para retardo	Chi- cuadrado	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelaciones-----					
6	3.21	4	0.5236	0.000	0.001	0.012	-0.001	0.012	-0.022
12	5.56	10	0.8509	0.011	0.008	0.009	-0.004	0.017	0.000
18	13.87	16	0.6081	-0.005	0.010	0.011	0.008	0.041	-0.008
24	18.18	22	0.6950	-0.026	0.001	-0.002	-0.016	0.007	-0.008
30	27.07	28	0.5142	-0.001	0.023	-0.015	-0.030	-0.022	0.004
36	47.25	34	0.0649	-0.016	-0.012	0.001	-0.063	-0.020	-0.011

El Proc ARIMA

Autocorrelation Check of Residuals

Para retardo	Chi- cuadrado	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelaciones-----					
42	62.04	40	0.0143	0.029	0.021	-0.023	0.030	-0.010	-0.028
48	73.58	46	0.0060	-0.006	0.035	-0.007	0.002	0.038	0.008

Modelo para la variable ZOLMECA

Media estimada 0.000331

Factores autoregresivos

Factor 1: 1 + 0.07236

7. 7. Anexo G: Programa para la obtención de los estimadores de máxima verosimilitud para la distribución de valor extremo generalizada (programación en MATLAB 7.0)

```
y=[VECTOR DE DATOS]
```

```
[ParamEsts,paramCIs] = gevfit(y);
```

```
kMLE = paramEsts(1)      % Shape parameter
sigmaMLE = paramEsts(2)  % Scale parameter
muMLE = paramEsts(3)    % Location parameter
```

```
kCI = paramCIs(:,1)
sigmaCI = paramCIs(:,2)
muCI = paramCIs(:,3)
[nll,acov] = gevlike(paramEsts,y);
paramSEs = sqrt(diag(acov))
```

%COMPROBACIÓN VISUAL DEL AJUSTE

```
lowerBnd = muMLE-sigmaMLE./kMLE;
```

```
ymax = 1.1*max(y);
bins = floor(lowerBnd):ceil(ymax);
h = bar(bins,histc(y,bins)/length(y),'histc');
set(h,'FaceColor',[.9 .9 .9]);
ygrid = linspace(lowerBnd,ymax,160);
line(ygrid,gevpdf(ygrid,kMLE,sigmaMLE,muMLE));
xlabel('Block Maximum'); ylabel('Probability Density');
xlim([lowerBnd ymax]);
```

```
[F,yi] = ecdf(y);
plot(ygrid,gevcdf(ygrid,kMLE,sigmaMLE,muMLE),'-');
hold on; stairs(yi,F,'r'); hold off;
xlabel('Block Maximum'); ylabel('Cumulative Probability');
%legend('Fitted Generalized Extreme Value CDF','Empirical CDF','location','so
%utheast');
xlim([lowerBnd ymax]);
```

%ESTIMACIÓN POR EL MÉTODO DE CUANTILES

```
R10MLE = gevinv(1-1./10,kMLE,sigmaMLE,muMLE)
```

```
nllCritVal = gevlike([kMLE,sigmaMLE,muMLE],y) + .5*chi2inv(.95,1)
```

```
sigmaGrid = linspace(1, 2.5, 110);
muGrid = linspace(2.4, 4);
nllGrid = zeros(length(sigmaGrid),length(muGrid));
R10Grid = zeros(length(sigmaGrid),length(muGrid));
for i = 1:size(nllGrid,1)
    for j = 1:size(nllGrid,2)
        nllGrid(i,j) = gevlike([kMLE,sigmaGrid(i),muGrid(j)],y);
        R10Grid(i,j) = gevinv(1-1./10,kMLE,sigmaGrid(i),muGrid(j));
    end
end
%nllGrid(nllGrid>gevlike([kMLE,sigmaMLE,muMLE],y)+6) = NaN;
%contour(muGrid,sigmaGrid,R10Grid,6.252:.724:12.768,'LineColor','r');
%hold on
```

```

%contour(muGrid,sigmaGrid,R10Grid,[7.7 11.32],'LineWidth',2,'LineColor','r');
%contour(muGrid,sigmaGrid,nllGrid,[172.75 173.45:1:177.45],'LineColor','b');
%contour(muGrid,sigmaGrid,nllGrid,[nllCritVal nllCritVal],'LineWidth',2,'Line
%Color','b');
%hold off
%axis([2.4 4 1 2.5]);
%xlabel('mu'); ylabel('sigma');

CIobjfun = @(params) gevinv(1-1./10,params(1),params(2),params(3));

CIconfun = @(params) deal(gevlike(params,y) - nllCritVal, []);

opts = optimset('Algorithm','active-set', 'Display','notify', 'MaxFunEvals',
500, ...
'RelLineSrchBnd',.1, 'RelLineSrchBndDuration',Inf);
[params,R10Lower,flag,output] = ...
fmincon(CIobjfun,paramEsts,[],[],[],[],[],[],[],CIconfun,opts);

CIobjfun = @(params) -gevinv(1-1./10,params(1),params(2),params(3));
[params,R10Upper,flag,output] = ...
fmincon(CIobjfun,paramEsts,[],[],[],[],[],[],[],CIconfun,opts);
R10Upper = -R10Upper;

R10CI = [R10Lower, R10Upper]

plot(ygrid,gevcdf(ygrid,kMLE,sigmaMLE,muMLE),'-');
hold on;
stairs(yi,F,'r');
plot(R10CI([1 1 1 1 2 2 2 2]), [.88 .92 NaN .9 .9 NaN .88 .92],'k-')
hold off;
xlabel('Block Maximum'); ylabel('Cumulative Probability');
legend('Fitted Generalized Extreme Value CDF','Empirical CDF', ...
'R_{10} 95% CI','location','southeast');
xlim([lowerBnd ymax]);

```

%PERFIL DE VEROSIMILITUD PARA UN CUANTIL

```

R10grid = linspace(R10CI(1)-.05*diff(R10CI), R10CI(2)+.05*diff(R10CI), 51);
Plobjfun = @(params) gevlike(params,y);

Lprof = nan(size(R10grid));
params = paramEsts;
[dum,peak] = min(abs(R10grid-R10MLE));
for i = peak:1:length(R10grid)
    PLconfun = ...
        @(params) deal([], gevinv(1-1./10,params(1),params(2),params(3)) - R
10grid(i));
    [params,Lprof(i),flag,output] = ...
        fmincon(Plobjfun,params,[],[],[],[],[],[],[],PLconfun,opts);
end
params = paramEsts;
for i = peak-1:-1:1
    PLconfun = ...
        @(params) deal([], gevinv(1-1./10,params(1),params(2),params(3)) - R
10grid(i));
    [params,Lprof(i),flag,output] = ...
        fmincon(Plobjfun,params,[],[],[],[],[],[],[],PLconfun,opts);
end
plot(R10grid,-Lprof,'-', R10MLE,-gevlike(paramEsts,y),'ro', ...
[R10grid(1), R10grid(end)], [-nllCritVal,-nllCritVal],'k--');
xlabel('R_{10}'); ylabel('Log-Likelihood');
legend('Profile likelihood','MLE','95% Conf. Limit');

```