

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DEPARTAMENTO DE PARASITOLOGÍA AGRÍCOLA

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN PROTECCIÓN VEGETAL

**PREDICCIÓN DE LA FLUCTUACIÓN POBLACIONAL DE DOS ESPECIES DE
Anastrepha Schiner (DIPTERA:TEPHRITIDAE) EN HUERTOS DE MANGO DE
ACTOPAN, VERACRUZ MEDIANTE MODELOS DE SERIES DE TIEMPO.**

TESIS

**QUE COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
EN PROTECCIÓN VEGETAL**

**PRESENTA:
ALBERTO DELGADO MATUS**

CHAPINGO, MÉXICO. FEBRERO DE 1999.



**DIRECCION ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES**



879631

PREDICCIÓN DE LA FLUCTUACIÓN POBLACIONAL DE DOS ESPECIES DE *Anastrepha* Schiner (DIPTERA:TEPHRITIDAE) EN HUERTOS DE MANGO DE ACTOPAN, VERACRUZ MEDIANTE MODELOS DE SERIES DE TIEMPO.

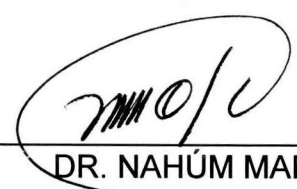
Tesis realizada por Alberto Delgado Matus bajo la dirección del Comité Asesor indicado, aprobado por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN PROTECCIÓN VEGETAL

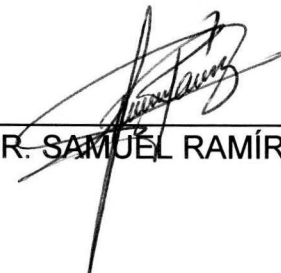
DIRECTOR: _____


M.C. VICTOR MANUEL PINTO

ASESOR: _____


DR. NAHÚM MARBÁN MENDOZA

ASESOR: _____


DR. SAMUEL RAMÍREZ ALARCÓN

33724

PREDICCIÓN DE LA FLUCTUACIÓN POBLACIONAL DE DOS ESPECIES DE *Anastrepha* Schiner (DIPTERA:TEPHRITIDAE) EN HUERTOS DE MANGO DE ACTOPAN, VERACRUZ MEDIANTE MODELOS DE SERIES DE TIEMPO.

El jurado que revisó y aprobó el examen de grado de Alberto Delgado Matus autor de la presente tesis de Maestría en Ciencias en Protección Vegetal estuvo constituido por:

PRESIDENTE: 
M.C. VICTOR MANUEL PINTO

ASESOR: 
DR. NAHÚM MARBÁN MENDOZA

ASESOR: 
DR. SAMUEL RAMÍREZ ALARCÓN

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico brindado para la realización de mis estudios de Maestría en Ciencias en Protección Vegetal.

A la Universidad Autónoma Chapingo por haberme brindado la oportunidad de seguirme superando.

Al M.C. Victor Manuel Pinto por su acertada dirección en la realización de la presente investigación.

Al Dr. Nahúm Marbán Mendoza por su valioso apoyo en la realización de la investigación.

Al Dr. Samuel Ramírez Alarcón por su desinteresada colaboración en la conclusión de este trabajo.

DATOS BIOGRÁFICOS

Alberto Delgado Matus nació en San Francisco Ixhuatán, Oaxaca el 23 de Marzo de 1970. Cursó sus estudios superiores en la Universidad Autónoma Chapingo en la generación 1989-1994, obteniendo el título de Ingeniero Agrónomo especialista en Fitotecnia con la tesis titulada: "Época de cosecha, tiempo de almacenamiento y calidad fisiológica de la semilla de sorgo (*Sorghum bicolor* L. Moench)".

Aún siendo estudiante y posteriormente ya como profesionista, se ha desarrollado en el ámbito de la asesoría técnica y producción de cultivos tropicales, especialmente melón, sandía y mango en la región del istmo de Tehuantepec, Oaxaca.

DEDICATORIA

A mis padres:

Esther Matus Pineda (Q.e.p.d.)

Alberto Delgado Matus

Por deberles la vida y todo lo que soy

A mis hermanos:

Marcia, Juan Carlos, Ulises y Lucía

Por los lazos que nos unen

A mi esposa:

Noemi Vázquez Aguilar

Por el amor que me brindas

A mi hijo:

Carlos Emiliano

Porque eres la fuerza que me impulsa y el amor que me alimenta

A Petrie:

Por los momentos compartidos

ÍNDICE	Página
LISTA DE CUADROS	iv
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE CUADROS DEL APÉNDICE	viii
RESUMEN	x
SUMMARY	xi
I. INTRODUCCIÓN	1
II. REVISIÓN DE LITERATURA	3
2.1. Moscas de la Fruta	3
2.2. Fluctuación de Poblaciones	5
2.3. Tipos de Modelos	6
2.4. Series de Tiempo	7
2.5. Metodología de Box y Jenkins	10
2.5.1. Identificación	11
2.5.2. Estimación	14
2.5.3. Verificación	15
2.5.4. Predicción	16
2.6. Modelos No Estacionales de Series de Tiempo	17
2.6.1. Modelos de Promedios Móviles	17
2.6.2. Modelos Autorregresivos	18
2.6.3. Modelos Mixtos	19
2.7. Modelos Estacionales de Series de Tiempo	20
2.8. Aplicación de modelos de Series de Tiempo en poblaciones biológicas	26
III. MATERIALES Y MÉTODOS	28

3.1. Metodología de captura e identificación de especies de <i>Anastrepha</i>	28
3.2. Obtención de los modelos de Series de Tiempo	30
3.3. Comparación de los Modelos de Series de Tiempo con diversos modelos matemáticos	31
IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	32
4.1. Manejo de los datos para la obtención de los modelos de Series de Tiempo	32
4.2. Población de <i>A. obliqua</i> bajo el escenario temporal sin manejo (OBTSM)	32
4.2.1. Análisis Inicial	32
4.2.2. Identificación de un modelo tentativo	34
4.2.3. Estimación de los parámetros del modelo ARMA (1,2,2,1)	36
4.2.4. Verificación del modelo ARMA (1,2,2,1)	37
4.2.5. Predicción de la serie OBTSM con el modelo ARMA (1,2,2,1)	39
4.3. Población de <i>A. ludens</i> bajo el escenario temporal sin manejo (LUTSM)	41
4.3.1. Análisis Inicial	41
4.3.2. Identificación de un modelo tentativo	43
4.3.3. Estimación de los parámetros del modelo ARMA (2,1,0,1)	44
4.3.4. Verificación del modelo ARMA (2,1,0,1,)	45
4.3.5. Predicción de la serie LUTSM con el modelo ARMA (2,1,0,1)	47
4.4. Población de <i>A. obliqua</i> bajo el escenario riego con manejo (OBRM)	49
4.4.1. Análisis Inicial	49
4.4.2. Identificación de un modelo tentativo	51

4.4.3. Estimación de los parámetros del modelo ARMA (0,0,2,0)	53
4.4.4. Verificación del modelo ARMA (0,0,2,0)	53
4.4.5. Predicción de la serie OBRCM con el modelo ARMA (0,0,2,0)	55
4.5 Población de <i>A. ludens</i> bajo el escenario riego con manejo (LURCM)	57
4.5.1. Análisis inicial	57
4.5.2. Identificación de un modelo tentativo	58
4.5.3. Estimación de los parámetros del modelo ARMA (0,0,0,0)	60
4.5.4. Verificación del modelo ARMA (0,0,0,0)	60
4.5.5. Predicción de la serie LURCM con el modelo ARMA (0,0,0,0)	63
4.6. Búsqueda y aplicación de modelos alternativos para las Series de Tiempo OBTSM, LUTSM, OBRCM y LURCM	64
4.6.1. Modelo alternativo para la serie OBTSM	64
4.6.2. Modelos alternativos para la serie LUTSM	65
4.6.3. Modelo alternativo para la serie OBRCM	68
4.6.4. Modelos alternativos para la serie LURCM	69
V. CONCLUSIONES	72
VI. LITERATURA CITADA	73
VII. APÉNDICE	78

LISTA DE CUADROS

1. Número de adultos de las especies de <i>Anastrepha</i> capturadas durante 79 semanas consecutivas de muestreo en La Jicayana, Veracruz mediante trampas tipo McPhail y que constituyen las series de tiempo	32
2. Valor de los estimadores finales para los parámetros del modelo ARMA (1,2,2,1) con diferenciación no estacional de primer orden y tamaño de estacionalidad de tres (L=3)	36
3. Observaciones finales de la serie OBTSM, predicción a través del modelo ARMA (1,2,2,1) y sus límites de confianza	40
4. Valor de los estimadores finales para los parámetros del modelo ARMA (2,1,0,1) con diferenciación no estacional de primer orden y tamaño de estacionalidad de tres (L=3)	45
5. Observaciones finales de la serie LUTSM, su predicción a través del modelo ARMA (2,1,0,1) y sus límites de confianza	48
6. Valor de los estimadores finales para los parámetros del modelo ARMA (0, 0,2,0) con diferenciación no estacional de primer orden	53
7. Observaciones finales de la serie OBRCM, su predicción a través del modelo ARMA (0,0,2,0) y sus límites de confianza	56

8. Valor de los estimadores finales para los parámetros del modelo ARMA (0, 0, 0,0) con diferenciación no estacional de primer orden	60
9. Observaciones finales de la serie LURCM, predicción a través del modelo ARMA (0,0,0,0) y sus límites de confianza	63
10. Modelos y pronósticos obtenidos y comparados con el índice M.T.D. de la serie OBTSM	65
11. Modelos y pronósticos obtenidos y comparados con el índice M.T.D. de la serie LUTSM	66
12. Modelos y pronósticos obtenidos y comparados con el índice M.T.D. de la serie OBRCM	69
13. Modelos y pronósticos obtenidos y comparados con el índice M.T.D. de la serie LURCM	71

LISTA DE FIGURAS

1. Componentes de una serie de tiempo	9
2. Etapas del proceso iterativo de Box y Jenkins para la construcción de modelos de Series de Tiempo	10
3. Comportamiento original de la serie OBTSM	33
4. FAC de la serie OBTSM	34
5. FAC de la serie OBTSM diferenciada	35
6. FACP de la serie OBTSM diferenciada	36
7. Ajuste del modelo ARMA (1,2,2,1) a la serie OBTSM	37
8. FAC de los residuales del modelo ARMA (1,2,2,1)	38
9. Valores originales, predicciones del modelo ARMA (1,2,2,1) y sus límites de confianza	41
10. Comportamiento original de la serie LUTSM	42
11. FAC de la serie LUTSM	42
12. FAC de la serie LUTSM diferenciada	43
13. FACP de la serie LUTSM diferenciada	43
14. Ajuste del modelo ARMA (2,1,0,1) a la serie LUTSM	45
15. FAC de los residuales del modelo ARMA (2,1,0,1)	46
16. Valores originales, predicciones del modelo ARMA (2,1,0,1) y sus límites de confianza	49
17. Comportamiento original de la serie OBRCM	50
18. FAC de la serie OBRCM	51
19. FAC de la serie OBRCM diferenciada	52
20. FACP de la serie OBRCM diferenciada	52
21. FAC de los residuales del modelo ARMA (0,0,2,0)	54
22. Ajuste del modelo ARMA (0, 0,2,0) a la serie OBRCM	54

23. Valores originales, predicciones del modelo ARMA (0,0,2,0) y sus límites de confianza	57
24. Comportamiento original de la serie OBRCM	58
25. FAC de la serie OBRCM	58
26. FAC de la serie OBRCM diferenciada	59
27. FACP de la serie LURCM diferenciada	60
28. FAC de los residuales del modelo ARMA (0,0,0,0)	61
29. Ajuste del modelo ARMA (0, 0,2,0) a la serie LURCM	62
30. Valores originales, predicciones del modelo ARMA (0,0,0,0) y sus límites de confianza	64
31. Serie OBTSM, predicción mediante el modelo Polinomial de cuarto grado y comparación con el modelo Series de Tiempo	65
32. Serie LUTSM, predicción mediante el modelo Función Racional y comparación con el modelo Series de Tiempo	67
33. Serie LUTSM, predicción mediante el modelo Polinomial de sexto grado y comparación con el modelo Series de Tiempo	67
34. Serie OBRCM, predicción mediante el modelo Polinomial de cuarto grado y comparación con el modelo Series de Tiempo	68
35. Serie LURCM, predicción mediante el modelo Harris y comparación con el modelo Series de Tiempo	70
36. Serie LURCM, predicción mediante el modelo Polinomial de sexto grado y comparación con el modelo Series de Tiempo	70

LISTA DE CUADROS DEL APÉNDICE

A1. Función de Autocorrelación de la serie OBTSM	78
A2. Función de Autocorrelación de la serie OBTSM diferenciada	78
A3. Función de Autocorrelación parcial de la serie OBTSM diferenciada	79
A4. Función de Autocorrelación de residuales para la serie OBTSM	79
A5. Valores originales de la serie OBTSM utilizados para la obtención del modelo ARMA (1,2,2,1)	80
A6. Residuales del modelo OBTSM con ARMA (1,2,2,1)	81
A7. Función de Autocorrelación de la serie LUTSM	82
A8. Función de Autocorrelación de la serie LUTSM diferenciada	82
A9. Función de Autocorrelación parcial de la serie LUTSM diferenciada	83
A10. Función de Autocorrelación de los residuales de la serie LUTSM	83
A11. Valores originales de la serie LUTSM utilizados para la obtención del modelo ARMA (2, 1,0,1)	84
A12. Residuales del modelo LUTSM con ARMA (2,0,1,1)	85
A13. Función de Autocorrelación de la serie OBRCM	86
A14. Función de Autocorrelación de la serie OBRCM diferenciada	86
A15. Función de Autocorrelación parcial de la serie OBRCM	87

A16. Función de Autocorrelación de los residuales de la serie OBRCM	87
A17. Valores originales de la serie OBRCM utilizados para la obtención del modelo ARMA (0,0,2,0)	88
A18. Residuales del modelo OBRCM con ARMA (0,0,2,0)	89
A19. Función de Autocorrelación de la serie LURCM	90
A20. Función de Autocorrelación de la serie OBRCM diferenciada	90
A21. Función de Autocorrelación parcial de la serie LURCM diferenciada	91
A22. Función de Autocorrelación de los residuales de la serie LURCM	91

RESUMEN

Se realizaron muestreos de campo en huertos de mango en la región de Actopan, Veracruz durante 79 semanas consecutivas en la captura de adultos de *Anastrepha obliqua* y *A. ludens* (Diptera:Tephritidae) para utilizar los modelos de series de tiempo bajo la metodología de Box y Jenkins e intentar representar y predecir adecuadamente su comportamiento poblacional con la ayuda del paquete estadístico Statgraphics. Las capturas se realizaron mediante trampas tipo McPhail en dos diferentes escenarios de manejo agrícola: temporal sin manejo y riego con manejo, mismos que constituyeron las series de tiempo. Las primeras 75 observaciones sirvieron para representar el comportamiento poblacional y las cuatro restantes para realizar las predicciones del modelo. Posteriormente, las predicciones obtenidas se compararon con los obtenidos por otros modelos. Se obtuvieron cuatro modelos de series de tiempo, todos de tipo estacional, los cuales se ajustaron bien al comportamiento real de la serie y tres de ellas obtuvieron predicciones buenas de las mismas. En las predicciones comparativas con diversos modelos matemáticos, el polinomial de sexto grado obtuvo resultados igualmente buenos en dos series estudiadas.

PALABRAS CLAVE: *Anastrepha*, modelos matemáticos, predicción poblacional, series de tiempo, Tephritidae.

SUMMARY

Fields samples in mango orchards growing in Actopan region of Veracruz, Mexico were performed weekly during a 79 weeks period to capture adults of *Anastrepha obliqua* and *A. ludens* (Diptera:Tephritidae). This was done to use the Time Series Models under Box and Jenkins methodology to attempt represent and predict the population behavior through the Statgraphics statistical package. Flies capture were done using the McPhail traps under two different crop conditions: rainfall without crop management and irrigation with crop management, each representing the time series. The first 75 observations were used to get the normal population behavior pattern and the remaining four ones to predict behavioral patterns. The predicted population behavioral patterns fly were then compared against other patterns estimated with other models. There were obtained four time series models, all seasonal type, which fully fitted the normal population behavioral pattern and three ones were good to obtain almost exact predictions. On the comparative prediction with different mathematical models, the polynomial of sixth degree were able to obtain good results in two studied series.

Key words: *Anastrepha*, mathematical models, population predictions, time series, Tephritidae.

I. INTRODUCCIÓN

En México existen diversas especies de moscas de la fruta, principalmente las pertenecientes al género *Anastrepha* Schiner (Diptera:Tephritidae) que disminuyen considerablemente la producción y comercialización de frutos de importancia económica para el país como cítricos y mango que contribuyen significativamente a la generación de divisas por concepto de exportaciones.

Debido al alto y variado rango de plantas hospedantes, las moscas de la fruta pueden permanecer todo el año en una misma zona geográfica, pues tienen la habilidad de alimentarse de diversos frutos cultivados y silvestres, por lo que su población disminuye en ciertas épocas del año y se incrementa en otras dependiendo de la disponibilidad de alimentos, condiciones ambientales, presencia o ausencia de enemigos naturales y prácticas de cultivo entre otros factores, haciendo de ésto un fenómeno muchas veces complejo de entender por lo que las estrategias de control pierden valor si no se parte de un conocimiento preciso y detallado de los factores que intervienen e interactúan entre sí para determinar la densidad de población que adquieren las moscas de la fruta a través del tiempo. A pesar de ello, la mayoría de las veces la obtención precisa de esta valiosa información no es posible; sin embargo, la predicción de las poblaciones insectiles, donde el conocimiento anticipado y confiable de la densidad que puede adquirir una población de importancia agrícola, es indudablemente de gran utilidad para tomar todas las medidas necesarias para su manejo y control de manera oportuna y

adecuada, especialmente en aquellos sistemas en donde se pretenda diversificar las estrategias y métodos de control para englobarlas dentro de un manejo integrado de plagas. Una herramienta de gran utilidad para intentar representar los cambios de densidad que experimenta una población a través del tiempo son los diversos modelos matemáticos que se han desarrollado para este fin. Dentro de los existentes, los modelos de series de tiempo, en especial aquellos propuestos por Box y Jenkins, han demostrado su utilidad para la predicción de poblaciones insectiles en base al conocimiento de la densidad que adquirieron en fechas pasadas, ya que dichos modelos son capaces de estimar y pronosticar la densidad poblacional utilizando los datos observados, dentro de límites de confianza en los cuales caerá un valor futuro de la serie con una probabilidad dada, dependiendo del grado de conocimiento que se tenga sobre el fenómeno biológico a estudiar.

En el presente trabajo se plantea la utilización de los modelos de series de tiempo con los siguientes objetivos:

- 1) Aplicar la metodología de Box y Jenkins para la obtención de los modelos de series de tiempo que representen adecuadamente el comportamiento poblacional de las especies *A. obliqua* y *A. ludens*, obtenidas en muestreos de campo en huertos de mango en la región de Actopan, Veracruz durante 79 semanas.
- 2) Determinar si los modelos encontrados son capaces de predecir confiablemente las densidades poblacionales que las moscas tomarán en el futuro bajo las mismas condiciones de campo.

II. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. Moscas de la fruta

Las moscas de la fruta son una plaga que afectan una gran cantidad y diversidad de frutales en todo el mundo, representando un serio problema para la economía de los fruticultores, ya que los daños tanto directos como indirectos ocasionan pérdidas millonarias e incluso pueden llegar a provocar la desaparición de toda una zona frutícola. En este rubro, México no es ajeno al problema, ya que es un país con una extensión aproximada a medio millón de hectáreas dedicadas a la producción de cítricos y mango (Schwentenius y Gómez, 1996) siendo precisamente estos los principales cultivos susceptibles de ser atacados. La principal limitante para el incremento en el volumen de exportación de estos frutos es el ataque constante y significativo de las moscas de la fruta, pues los países importadores imponen severas medidas cuarentenarias para el control de esta plaga, por lo que resalta la importancia en el conocimiento anticipado y preciso de la densidad poblacional de estos insectos para poder establecer las mejores medidas de manejo y control insertadas dentro de un manejo integrado.

Debido a la gran diversidad de climas existentes en México que propician la abundancia de especies vegetales aptas para la alimentación de las moscas de la fruta, además de la gran capacidad de adaptación de las mismas, y a que en muchas ocasiones no se realizan las prácticas de manejo, así como las estrategias adecuadas para evitar su dispersión, estos insectos están distribuidos en casi la totalidad de las entidades federativas

del país excepto en la península de Baja California, así como parte de Sonora, Chihuahua y Coahuila (Aluja, 1993), causando severos daños a frutales de importancia económica para el país, pues impide la libre circulación del producto en los mercados nacionales e internacionales, originando grandes pérdidas monetarias (Piña *et al.*, 1991; Aluja, 1993). Es por ello que en la actualidad existe una campaña nacional contra las moscas de la fruta donde se engloba una serie de actividades que van desde prácticas culturales realizadas por el mismo productor en su propio terreno de cultivo hasta prácticas legales como cuarentenas que en algunas regiones y estados del país ya están dando resultados positivos, como es el caso de la región citrícola de Hermosillo, Sonora, considerada como la única región productora a nivel mundial que está exenta de moscas de la fruta.

Las moscas de la fruta pertenecen al orden Diptera y a la familia Tephritidae. Su extraordinaria capacidad de adaptación al ambiente les permite atacar simultáneamente a varios hospedantes si estos coinciden en su época de fructificación por lo que pueden proliferar en casi cualquier clima: frío, templado, semitropical, tropical y hasta desértico. En el mundo se encuentran reportados más de 4000 especies de estos insectos mientras que en México se conocen más de 100 (Aluja, 1993). Dentro de las especies de mayor presencia e importancia económica en México se encuentran *Anastrepha obliqua*, *A. ludens*, *A. striata* y *A. serpentina*, las cuales tienen preferencia por uno o varios tipos de frutos lo que incrementa su presencia y dificulta su control ya que éstas pueden sobrevivir en una zona frutícola a lo largo de todo el año por la diversidad de especies y variedades tanto cultivadas como silvestres, que les proporcionan alimento en cualquier época disminuyendo su población en ciertas épocas e incrementándolas en otras dependiendo de su interacción con otros factores que limitan o propician su presencia y desarrollo en una zona como son: temperatura, humedad, luz, precipitación pluvial y condiciones físico-químicas del suelo, depredadores,

parasitoides y patógenos, al igual que las actividades agrícolas normales como prácticas culturales, aplicación de productos químicos, entre otros.

2.2. Fluctuación de poblaciones

Dependiendo de las condiciones climáticas de cada región, la fructificación, la duración de la misma, la maduración y la cosecha de los frutos varía y con ello también se encontrarán variaciones en el comportamiento de las poblaciones de las diferentes especies de moscas presentes en cada región geográfica (Ponce, 1996). Sin embargo, también participan otros factores en la fluctuación en densidad y regulación de la población como predación, parasitismo y enfermedades (Knipling, 1979), además de las prácticas normales de cultivo como manejo de plantas hospedantes, aplicación de productos químicos, etc., que lo hace un fenómeno que, aunque natural, muy complicado de entender.

La fluctuación poblacional de animales, es un fenómeno natural que se repite año con año. La mayoría de las especies se caracterizan por presentar una abundancia cíclica de altas a bajas poblaciones y viceversa que permite su predecibilidad con cierta certeza. Los insectos también fluctúan en número año tras año y generación tras generación de tal manera que los especialistas pueden estimar con cierta certidumbre su densidad poblacional en el futuro a través de diversos métodos y herramientas de cálculo aunque la totalidad de factores y la forma en que intervienen en el fenómeno no sean del todo conocidos.

Para poder llevar a cabo eficientemente cualquier programa de manejo, control o erradicación de plagas y moscas de la fruta en particular, se necesitan datos suficientes acerca de la abundancia, distribución, dinámica y fluctuación estacional de sus poblaciones. Sin embargo, una

técnica que en la actualidad ha probado su validez en la predicción de dichos fenómenos son los modelos matemáticos, algunos de ellos con la bondad de poder estimar con gran simplicidad el fenómeno estudiado y a partir de ello tener la capacidad de predicción confiable del fenómeno a estudiar.

2.3. Tipos de modelos

Un modelo es una representación abstracta e imperfecta que trata de imitar un fenómeno de la vida real (Odum, 1971) . La utilidad de los diversos modelos creados para una gran diversidad de objetivos es enorme, ya que permiten una serie de ventajas como las siguientes (Arneson, 1989):

1. Un modelo es una forma muy útil de resumir el conocimiento actual de un sistema.
2. Los modelos permiten realizar estudios a corto plazo.
3. Los modelos permiten la repetición de un evento que ocurre solamente una vez en el sistema real, para estimar la probabilidad de que este ocurre.

De esta manera, los modelos han tenido diversos usos en amplias áreas de la ciencia, desde estudios de simulación de fenómenos económicos hasta biológicos. Los tipos de modelos que se han utilizado para simular la dinámica de poblaciones biológicas datan de varias décadas atrás, existiendo en gran número y variación, dependiendo del objetivo de las mismas. Entre muchos, se pueden citar algunos: la ecuación integral de Alfred Lotka (1932),, el modelo matricial de Leslie (1948), la predicción del crecimiento insectil mediante el cálculo de días grado de desarrollo de Allen (1976); Snyder (1985), así como diversas variantes de regresión logística (Gribko *et al*, 1995). Todos ellos, aunque de formas matemáticas diferentes, han mostrado a fin de cuentas en mayor o menor grado su validez. Para los entomólogos, ha sido una herramienta útil dentro del manejo integrado de plagas ya que con ellos pueden

adquirir con cierta precisión la densidad que alcanzará un insecto plaga y determinar pronta y oportunamente las estrategias adecuadas para su control.

Los diversos modelos matemáticos desarrollados, se clasifican en dos tipos principales: determinísticos, cuyas predicciones son valores fijos y únicos; y los de tipo estocástico que se caracterizan por acompañar sus pronósticos con cierto grado de probabilidad y reflejan de una manera más adecuada la variabilidad inherente al desarrollo de las poblaciones biológicas. A este último tipo pertenecen los modelos de series de tiempo, en especial aquellos popularizados por Box y Jenkins (Chatfield, 1980; Álvarez de Sotres *et al.*, 1983).

2.4. Series de Tiempo

A una serie de tiempo se le ha definido como el conjunto de observaciones igualmente espaciadas en el tiempo sobre el comportamiento de un fenómeno en particular y cuya característica principal, es que las observaciones son dependientes entre sí (Nelson, 1973; Chatfield, 1980). De manera general, la secuencia de observaciones de una serie son medidas sobre una variable en particular, por ejemplo, y , en los tiempos 1, 2, 3, ...n. Una observación cualquiera y_t ($t=1,2,...n$) tiene una representación en la que se le hace depender explícita o implícitamente de las observaciones que le preceden (Álvarez de Sotres *et al.*, 1983). De esta manera, para predecir los valores futuros de dicha serie se hace necesario representar su comportamiento a través de un modelo matemático, el cual puede ser extendido hacia tiempos futuros (Pinto, 1989) dentro de ciertos límites de confianza en los cuales caerá un valor predicho de la serie con una probabilidad dada (Box y Jenkins, 1970; 1976). Las series de tiempo se examinan con la intención de encontrar un patrón histórico que pueda ser usado para la elaboración de una predicción confiable.

Antes de llegar a la identificación de un modelo, es útil conocer cada uno de los posibles componentes que puede tener una serie de tiempo:

a) Tendencia. Se refiere al movimiento oscilatorio hacia arriba o hacia abajo de una serie sobre un período de tiempo; es decir, la tendencia refleja el incremento o decremento de la serie de tiempo a largo plazo (Figura 1a).

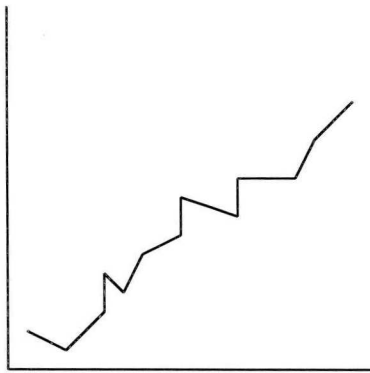
b) Variaciones estacionales. Son patrones en el comportamiento o modelos periódicos, que se completan, en una serie de tiempo dentro del período de un año, y que se repiten anualmente. Dentro de las poblaciones insectiles, estas variaciones son comunes y generalmente son causadas por las condiciones ambientales y las costumbres (Figura 1b).

c) Ciclos. Son los movimientos recurrentes hacia arriba y hacia abajo alrededor de los niveles de tendencia. Estas fluctuaciones pueden tener una duración de varios años (Figura 1c).

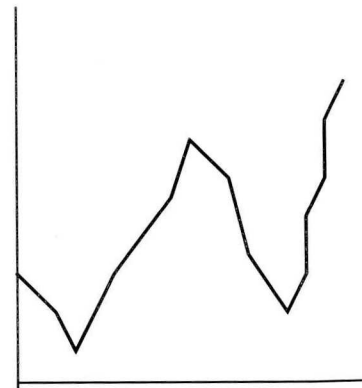
d) Fluctuaciones irregulares. Son movimientos erráticos sin un patrón reconocible o regular. Este tipo de movimientos representa lo que resta de una serie de tiempo después de eliminar la tendencia, los ciclos y las variaciones estacionales (Bowerman y O' Connell, 1979; Chatfield, 1980; Makridakis *et al*, 1983).

Dentro de las diversas técnicas existentes para analizar una serie de tiempo destaca la desarrollada por Box y Jenkins en 1970, que incluye el uso de una serie general de modelos conocidos como ARIMA (Autorregresive Integrated Moving Average), ya que han mostrado flexibilidad para describir y pronosticar el comportamiento de una diversidad de fenómenos que se conducen de una manera similar a una serie de tiempo (Chatfield, 1980; Álvarez de Sotres *et al.*, 1983).

a) Tendencia



b) Variaciones estacionales



c) Ciclos

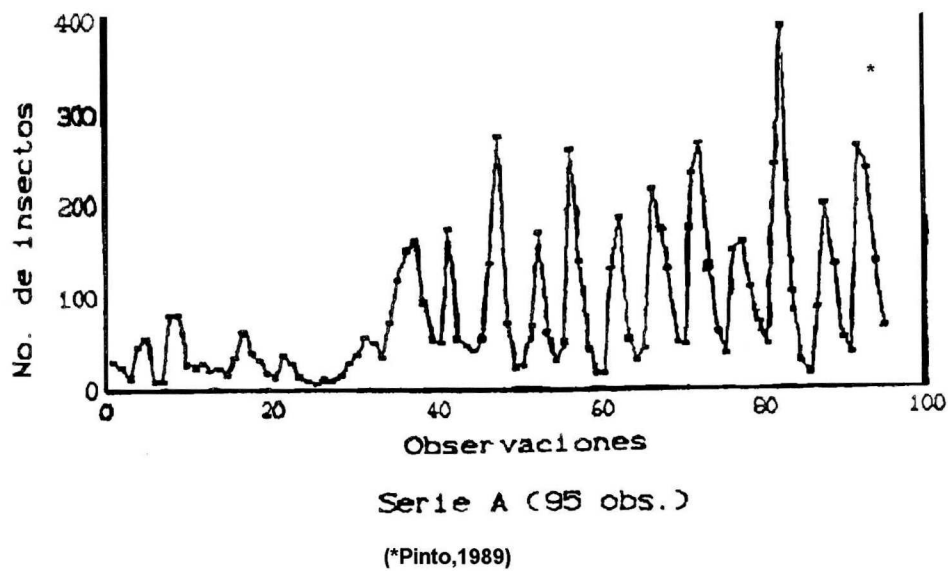


Figura 1. Componentes de una serie de tiempo

Cada uno de estos componentes se pueden dar en una serie de tiempo de manera aislada o combinada.

2.5. Metodología de Box y Jenkins

Los principales objetivos de la metodología desarrollada por Box y Jenkins (1970) son: la de encontrar modelos de series de tiempo que posean una máxima simplicidad y un número mínimo de parámetros concordantes con una adecuada representación del fenómeno estudiado y a partir de ello tener la capacidad de predicción confiable de los valores futuros que dicho fenómeno puede experimentar; es decir, que el cuadrado medio de las desviaciones entre el dato observado y el predicho, sea lo más pequeño posible (Box y Jenkins, 1976; Pankrats, 1983). Para la obtención de los modelos de series de tiempo de acuerdo a la metodología de Box y Jenkins, se desarrolla un proceso iterativo que consta de las siguientes etapas: identificación, estimación, verificación y predicción el cual se encuentra esquematizado de la siguiente forma:

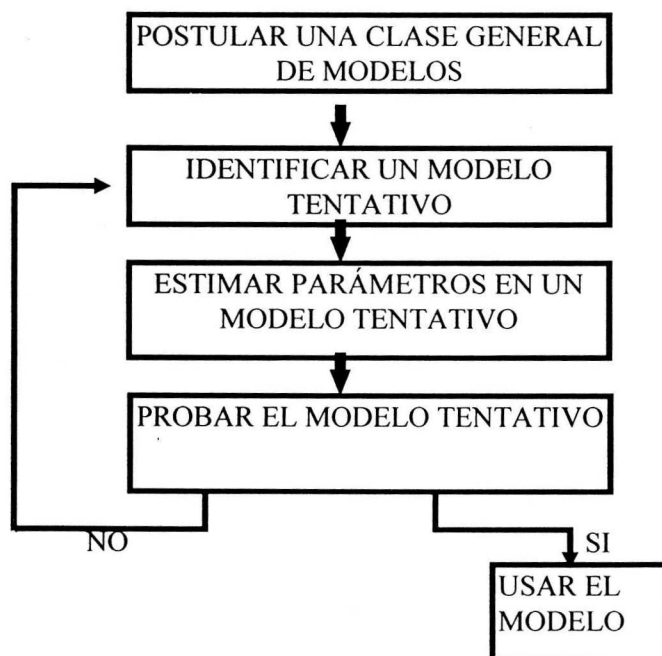


Figura 2. Etapas del proceso iterativo de Box y Jenkins para la construcción de modelos de Series de Tiempo (Box y Jenkins, 1976).

A continuación se señala brevemente cada una de las etapas del proceso, haciendo la aclaración que en el presente trabajo solo se pretende comprender en qué consiste el método para darle una aplicación práctica al estudio de la fluctuación poblacional y posterior predicción de la misma en especies del género *Anastrepha*.

2.5.1. Identificación

La etapa de identificación de un modelo tentativo, es hecha a través del análisis histórico de las observaciones sobre el comportamiento del fenómeno estudiado. Es necesario cuando menos 50 observaciones, siendo preferible el mayor número posible para la mejor identificación del modelo (Nelson, 1973).

El concepto de estacionaridad es importante. Una serie de tiempo estacionaria es aquella que presenta su media, varianza y covarianza constantes en cualquier instante de tiempo (Pankratz, 1983). Dicho de otra manera, el proceso debe de estar en estado de equilibrio estadístico (Álvarez de Sotres *et al*, 1983), por lo tanto una serie estacionaria muestra afinidad con su media, la cual se manifiesta por oscilaciones frecuentes de los valores Z_t alrededor de ella. Por tanto, el primer paso dentro del proceso de identificación, es saber si la serie es estacionaria o no, por lo que los datos son inspeccionados visualmente para observar si la media y la varianza parecen cambiar en el tiempo. Si esto sucede, puede sospecharse que la serie no es estacionaria el cual puede confirmarse por medio de una autocorrelación (Box y Jenkins, 1976).

El no presentarse la estacionaridad de la serie, implica que la distribución de probabilidades de la variable no es la misma para cualesquier tiempo (Bowerman y O'Connell, 1979), siendo necesario entonces transformar

los valores de las observaciones para volver la serie estacionaria. Para lograr que la serie de tiempo posea un comportamiento estacionario, puede utilizarse un procedimiento llamado toma de diferencias (Dy_t) consistente en evaluar las diferencias entre los valores de las observaciones adyacentes de la serie ($y_t - y_{t-1}$) conocidas como diferencias de primer orden. Por ejemplo, si la serie consta de las observaciones $y_1, y_2, \dots, y_n$, los valores transformados (Z_t) por las diferencias de primer orden serán:

$$Z_t = Dy_t = y_t - y_{t-1} \quad t = 2, 3, \dots, n$$

Si a través de este procedimiento los valores transformados $Z_t = Dy_t$ no vuelven la serie estacionaria, pueden tomarse diferencias de segundo orden ($D^2 y_t$), los valores transformados serían:

$$Z_t = D^2 y_t = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} \quad t = 3, 4, \dots, n$$

Una implicación importante de una serie de tiempo estacionaria es que sus relaciones estadísticas no se afectan en el tiempo y una de ellas es medida por ρ_k , que es la autocorrelación entre dos distintas observaciones separadas por un lag (lapso) de k unidades de tiempo, partiendo de que ρ_k es un parámetro adimensional que es estimado por la autocorrelación muestral (r_k) en el lag k , empleando para ello las observaciones originales o transformadas a través de la ecuación siguiente:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^n (z_t - \bar{z})^2}, \quad \text{donde } \bar{z} = \frac{\sum_{t=1}^n z_t}{n - a + 1}$$

Donde $a =$

1. Los valores originalmente observados

2. Los valores producidos por diferencias de primer orden
3. Los valores producidos por diferencias de segundo orden

La gráfica de las r_k conforma a la función de autocorrelación muestral o FAC muestral que estima a la FAC teórica. Esta gráfica presenta en este tipo de series un comportamiento que se utiliza para estimar si la serie cumple con los requisitos para ser considerada estacionaria y mas tarde para identificar un modelo tentativo que pueda representar el comportamiento de la serie de tiempo estudiada.

La FAC teórica de una serie de tipo estacionaria tiene una tendencia de dos tipos:

1. Decrece al incrementarse el lapso k
2. Se “corta” después de un determinado lapso $K = q$.

De este último punto, puede desprenderse que las p_k son iguales a cero para los lapsos de $k > q$. Un método para determinar si $p_k=0$ mediante su estimador r_k es a través de la utilización del estadístico t_{rk} que está basado en la distribución de t . La condicional es:

$$\text{Si } |t_{rk}| = \frac{r_k}{s_{r_k}} \leq 2, \text{ entonces } p_k = 0, \text{ siendo } s_{r_k} = \frac{k-1}{(n-a+1)^{1/2}} \left(1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} r_j^2\right)^{1/2}$$

Si la serie no es estacionaria, entonces no se cumplirá ninguna de las dos tendencias señaladas, esto es, la FAC no se “cortará” ni decaerá rápidamente, siendo posible que lo haga lentamente.

La autocorrelación parcial p_{kk} entre dos observaciones cualesquiera de la serie de tiempo entre las que existe una separación de k unidades de tiempo, es de utilidad para la identificación de un modelo. El parámetro es

estimado por la autocorrelación parcial muestral (r_{kk}) en el lapso K, utilizando las observaciones muestrales de la serie, a través de la siguiente ecuación:

$$r_{kk} = \begin{cases} r_1 & \text{si } k=1 \\ \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_j} & \text{si } k = 2, 3, \dots \end{cases}$$

donde: $r_{kj} = r_{k-1,j} - r_{k-1,k-j}$ para $j = 1, 2, \dots, k-1$

Por otro lado, para determinar cuando las p_{kk} se igualan a cero, se utiliza el estadístico tr_{kk} basado en la distribución de t. Así:

$$\text{si } tr_{kk} \leq 2, \text{ entonces } p_{kk} = 0, \text{ Siendo } tr_{kk} = \frac{r_{kk}}{\frac{1}{(n - \alpha + 1)^{1/2}}}$$

Si se observa que el comportamiento de las FAC y FACP de la serie de tiempo en cuestión observa un comportamiento parecido al de un modelo en particular, puede suponerse con razonable certeza que dicho modelo puede representar de manera adecuada a la serie estudiada y por lo tanto puede usarse para intentar predecir el comportamiento que dicha serie tendrá a posteriori.

2.5.2. Estimación

Después de haber obtenido el modelo tentativo, se hace necesario estimar el valor de sus parámetros a partir de los datos obtenidos. Esta estimación se basa en el criterio de mínimos cuadrados, pudiendo obtenerse a través de diversos programas de cómputo mediante un proceso iterativo de búsqueda para la suma de cuadrados y requieren la introducción de estimadores preliminares de los parámetros desconocidos como valores

iniciales para el cálculo. Estos estimadores preliminares pueden ser obtenidos a través de las relaciones existentes entre las FAC teórica y los parámetros del modelo (Bowerman y O'Connell, 1979).

2.5.3. Verificación

Una vez que los estimadores finales del modelo tentativo han sido obtenidos, se efectúan pruebas de diagnóstico, con el propósito de detectar una posible falta de ajuste y descubrir las causas. El desarrollar pruebas de verificación sirve para determinar la capacidad con que dicho modelo se ajusta a los datos observados de la serie estudiada y en caso de ser necesario sugerir probables mejoras. Para conocer la capacidad de ajuste del modelo obtenido es necesario determinarlo a través del análisis de los residuales, consistente en eliminar las diferencias entre los datos observados y las predicciones de los modelos tentativos. El estadístico de Box y Pierce (Q), ha demostrado ser una prueba efectiva para este propósito, al determinar si las primeras l autocorrelaciones de los residuales son iguales a cero (Box y Pierce, 1970), por medio de la siguiente fórmula:

$$Q = (n-d) \sum_{l=1}^k \rho_l^2(E)$$

donde:

n = Número de observaciones de la serie analizada

d = Es el grado de diferenciación empleado para lograr estacionaridad

$\rho_l^2(E)$ = Es el cuadrado de las autocorrelaciones de los residuales, separados por un lag de l unidades de tiempo.

Cuando el valor de Q es grande, también lo son las autocorrelaciones de los residuales o lo que es lo mismo, un valor grande de Q indica que el modelo es inadecuado. Para ello, es necesario averiguar si el ajuste de un

modelo a los datos es el adecuado, mediante la siguiente prueba de hipótesis:

$$Q < \chi^2_{0.05} \text{ con } (K-n_p) \text{ grados de libertad}$$

Donde:

K = Número de autocorrelaciones de los residuales empleados para la obtención de Q .

n_p = Número de parámetros que deben estimarse en el modelo (Bowerman y O'Connell, 1979).

2.5.4. Predicción

Un modelo apropiado, es aquel que predice valores futuros de una serie de tiempo. Para esto, se supone un tiempo de origen T y se quiere predecir Y_{T+t} , que es el valor de la serie de tiempo, observada en el tiempo $T+t$, de tal manera que la predicción puede hacerse recursivamente por medio de las predicciones para Y_{T+1} , Y_{T+2} , ..., Y_{T+t-1} . En este procedimiento, es permisible que $y_{T+t}(T)$ denote la predicción para Y_{T+t} , lo que es hecho al tiempo de origen T , sustentándose en que $Y_{T+t}(T)$ es función de Y_{T+j} , que es un valor de las series de tiempo y el término de error E_{T+j} . Primero se considera Y_{T+t} . Si $j \leq 0$, entonces Y_{T+t} , el valor actual de la serie de tiempo ya observada se puede utilizar para la predicción. Si $j > 0$, entonces Y_{T+t} , el valor actual de la serie de tiempo, no es utilizado y se usa $Y_{T+j}(T)$, la estimación de los valores observados. Inmediatamente después, se considera el término error E_{T+j} , si $j \leq 0$, se estima E_{T+j} por medio de $Y_{T+j} - Y_{T+j}(T+j-1)$ que es pronóstico de error de un período adelantado. Si $j > 0$, se considera que E_{T+j} es igual a cero (Bowerman y O'Connell, 1979).

Existen dos tipos de modelos y se dividen en dos grupos principales: Estacionales y No Estacionales. Se comenzará por estos últimos.

2.6. Modelos No Estacionales de Series de Tiempo

La clase general de modelos de series de tiempo ARIMA por sus siglas en inglés (Autorregresive Integrated Moving Average Models) que comprende los diversos procesos diseñados por Box y Jenkins, también son conocidos como ARMA (p, d, q), donde:

p = Es el grado de la parte autorregresiva

d= Es el grado de diferenciación

q= Es el grado del proceso de promedios móviles

Si no se diferencia (d=0), los modelos son comunmente referidos como modelos ARIMA (p,q).

2.6.1. Modelos de Promedios Móviles

Un modelo de promedios móviles de orden q o MA (q) se representa de la siguiente manera:

$$Z_t = \mu + E_t - \theta_1 E_{t-1} - \theta_2 E_{t-2} - \dots - \theta_q E_{t-q}$$

La FACP de este tipo de modelos decae de manera rápida de diferentes maneras y su FAC se corta después de un determinado lag $K=q$. Como ejemplo se tiene al modelo de primer orden o MA (1), que se representa:

$$Z_t = \mu + E_t - \theta_1 E_{t-1}$$

La FACP decae de manera exponencial mientras que la FAC se corta después del lag 1. La media del modelo es μ , y se estima por medio de:

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{t=a}^n Z_t}{n-a+1}$$

Otro modelo de promedios móviles de utilidad para representar algunas series de tiempo es el de segundo orden o MA (2):

$$Z_t = \mu + E_t - \theta_1 E_{t-1} - \theta_2 E_{t-2}$$

La FACP de este modelo decae de manera oscilante y/o exponencial mientras que la FAC se corta después del lag 2. La media μ , es calculada de igual manera que en el MA (1) (Nelson, 1973).

2.6.2. Modelos Autorregresivos

El proceso general de los modelos autorregresivos (AR), de orden p , se escribe AR (p):

$$Z_t = \mu + \Phi_1 Z_{t-1} + \Phi_2 Z_{t-2} + \dots + \Phi_p Z_{t-p} + E_t$$

Donde:

Z_t = Serie respuesta o una diferencia de la serie respuesta

μ = Término constante

Φ_1 hasta Φ_p = Parámetro p autorregresivo

E_t = Perturbación independiente o error al azar

$Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p}$ = Valores previos de la serie de tiempo

(Makridakis *et al.*, 1983).

Se denomina “autorregresivo” al modelo porque Z_t , el valor actual de la serie es “regresado” o expresado como una función de $Z_t, Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots$, etc. De estos se sabe que sus FACP se cortan después de un determinado lag $K=p$, y que sus FAC decaen rápidamente de diversas formas.

Así, para un modelo de primer orden AR (1) se tiene:

$$Z_t = \mu + \Phi_1 Z_{t-1} + E_t$$

La FACP de este modelo se corta después del lapso 1, y su FAC disminuye de manera exponencial.

El modelo autorregresivo de segundo orden AR(2) es:

$$Z_t = \mu + \Phi_1 Z_{t-1} + \Phi_2 Z_{t-2} + E_t$$

La FACP, se corta después del lapso 2 y su FAC disminuye de manera oscilante y/o exponencial.

2.6.3. MODELOS MIXTOS

Una extensión de los modelos AR y MA es una clase que tiene términos autorregresivos y de medias móviles. Esto es de la forma general:

ARMA (p,q)

$$Z_t = \mu + \Phi_1 Z_{t-1} + \Phi_2 Z_{t-2} + \dots + \Phi_p Z_{t-p} - \theta_1 E_{t-1} - \theta_2 E_{t-2} - \dots - \theta_q E_{t-q} + E_t$$

Para algunas series de tiempo, la inclusión de términos autorregresivos y de medias móviles, resulta en un modelo más satisfactorio que sólo AR o MA (Nelson, 1973).

Para la identificación de este tipo de modelo tanto sus FAC como sus FACP disminuyen de manera exponencial, hasta cortarse después de un determinado lapso $k = q$ y $k = p$, respectivamente. Un ejemplo de modelos mixtos es el ARMA (1,1):

$$Z_t = \mu + \Phi_1 Z_{t-1} - \theta_1 E_{t-1} + E_t$$

Donde:

$\Phi_1 Z_{t-1}$ = Es el término AR (1)

$\theta_1 E_{t-1}$ = Es el término MA (1)

En este modelo la FAC y la FACP decaen de manera exponencial y la media es estimada por :

$$\mu = Z (1 - \Phi_1)$$

2.7. Modelos Estacionales de Series de Tiempo

También existen modelos desarrollados por Box y Jenkins capaces de representar series que poseen algún tipo de variación estacional, esto es, patrones repetitivos en el comportamiento de las series que suceden cada determinado número de periodos tal como sucede con la dinámica poblacional de insectos.

Para la construcción de estos modelos, se utiliza la misma secuencia de pasos que los utilizados para los modelos no estacionales, o sea: identificación, estimación, verificación y predicción o pronóstico (Box y Jenkins, 1976; Bowerman y O'Connell, 1979). Nuevamente, hay que analizar si la serie de tiempo estudiada es estacionaria o no. Si no son estacionarios, posiblemente con alguna de las transformaciones empleadas con las series no estacionales se pueda lograr la estacionaridad requerida. A pesar de ello, frecuentemente se requiere para este tipo de series de una diferenciación estacional (D_L^D). Para realizarlo de una manera simple, se necesita estar familiarizado con el operador de retroceso (B), que mueve una observación

$(Y_t \text{ o } Z_t)$ o un término de error E_t de la serie por un periodo hacia atrás en el tiempo. Esto es:

$$By_t = y_{t-1}$$

$$Bz_t = z_{t-1}$$

$$BE_t = E_{t-1}$$

De esta manera, si se eleva B a una potencia igual a K , se tiene B^K , que es una observación de la serie de tiempo o término de error atrás en el tiempo por K periodos, es decir:

$$B^K y_t = y_{t-K}; \text{ por ejemplo } B^{12} y_{50} = y_{38}$$

$$B^K z_t = z_{t-K}; \text{ por ejemplo } B^{12} z_{50} = z_{38}$$

$$B^K E_t = E_{t-K}; \text{ por ejemplo } B^{12} E_{50} = E_{38}$$

Si se expresa el operador no estacional $D = (1-B)$ entonces:

$$Dy_t = (1-B)y_t = y_t - By_t = y_t - y_{t-1} \quad y$$

$$D^2 y_t = (1-B)^2 y_t = (1-2B + B^2) y_t$$

$$= y_t - 2By_t + B^2 y_t$$

$$= y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

En general:

$$D^d y_t = (1-B)^d y_t$$

donde d es cualquier grado de diferenciación no estacional requerida para lograr la estacionariedad de la serie.

Entonces para datos que presenten estacionalidad, el operador estacional D , se define como:

$$D_L = (1-B^L)$$

Donde:

L = Es el tamaño de la estacionalidad, en un período de tiempo.

Así tenemos que:

$$D_L y_t = (1-B^L)y_t = y_t - B^L y_t = y_t - y_{t-L}$$

De igual manera:

$$\begin{aligned} D_L^2 y_t &= (1-B^L)^2 y_t = (1-2B^L + B^{2L}) y_t \\ &= y_t - 2B^L y_t + B^{2L} y_t \\ &= y_t - 2y_{t-L} + y_{t-2L} \end{aligned}$$

En general:

$$D_L^D y_t = (1-B^L)^D y_t$$

Donde D es el grado de diferenciación estacional requerida para lograr que la serie sea estacionaria.

Las funciones de autocorrelación muestrales (FAC y FACP) se calculan de la misma manera que en las series no estacionales; de igual forma se aplican las reglas de decisión para determinar cuando estas funciones se cortan. Generalmente, las FAC y FACP de una serie de tiempo estacional se cortan después de un lag que es menor o igual a $2L+2$ y frecuentemente se hace después de un lag menor o igual a $L+2$.

Una vez lograda la estacionaridad de la serie, se procede a la identificación del modelo que pueda representar adecuadamente su comportamiento. Para el estudio de los modelos estacionales debe tenerse en consideración que el modelo mixto no estacional ARMA (p,q) es:

$$Z_t = \mu + \Phi_1 Z_{t-1} + \Phi_2 Z_{t-2} + \dots + \Phi_p Z_{t-p} - \theta_1 E_{t-1} - \theta_2 E_{t-2} - \dots - \theta_q E_{t-q} + E_t$$

Siendo lo mismo:

$$\begin{aligned} Z_t - \Phi_1 Z_{t-1} - \Phi_2 Z_{t-2} - \dots - \Phi_p Z_{t-p} \\ = \mu + E_t - \theta_1 E_{t-1} - \theta_2 E_{t-2} - \dots - \theta_q E_{t-q} \end{aligned}$$

o también:

$$\begin{aligned} Z_t - \Phi_1 B Z_t - \Phi_2 B^2 Z_t - \dots - \Phi_p B^p Z_t \\ = \mu + E_t - \theta_1 B E_t - \theta_2 B^2 E_t - \dots - \theta_q B^q E_t \end{aligned}$$

En general:

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p) Z_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) E_t$$

En donde:

$$\Phi_p(B) = (1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p)$$

es el operador no estacional autorregresivo de orden p, y:

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

es el operador no estacional de promedios móviles de orden q.

Para las series estacionarias que poseen variación estacional, se recomienda utilizar a:

$$\Phi_P(B^L) = (1 - \Phi_{1,L} B^L - \Phi_{2,L} B^{2L} - \dots - \Phi_{P,L} B^{PL})$$

que es el operador estacional autorregresivo de orden P, y:

$$\theta_Q(B^L) = (1 - \theta_{1,L} B^L - \theta_{2,L} B^{2L} - \dots - \theta_{Q,L} B^{QL})$$

es el operador estacional de promedios móviles de orden Q

Al combinar los cuatro operadores señalados da como resultado al modelo general multiplicativo estacional, que es:

$$\Phi_p(B) \Phi_P(B^L) Z_t = \mu + \theta_q(B) \theta_Q(B^L) E_t \quad \text{o,}$$

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p) \times (1 - \Phi_{1,L} B^L - \Phi_{2,L} B^{2L} - \dots - \Phi_{P,L} B^{PL}) z_t \\ = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \times (1 - \theta_{1,L} B^L - \theta_{2,L} B^{2L} - \dots - \theta_{Q,L} B^{QL}) E_t$$

Este modelo también es conocido como ARMA (p,P,q,Q). Para la identificación de una forma en particular de este modelo que sepa describir el comportamiento de una serie estacional, se debe determinar qué tipo de operadores, tanto de tipo estacional como no estacional se incluyen en el modelo así como el orden de cada operador. Se puede comparar el comportamiento de las funciones de autocorrelación de la serie observada (FAC y FACP muestrales) con las FAC y FACP teóricas de las diversas formas en que se puede representar el modelo general multiplicativo estacional. Sin embargo, dada su dificultad práctica, el enfoque empleado es normalmente intuitivo, realizándose a través del desarrollo de diversas interacciones durante el proceso de búsqueda, empleando a las FAC y FACP muestrales de la serie para identificar los componentes del presunto modelo. Posteriormente, se procede al análisis de los residuales del modelo escogido para verificar su capacidad de ajuste. Si el análisis de residuales no indican que el modelo sea el apropiado, se procede al análisis de otro modelo (Nelson, 1973).

Los lineamientos generales para la identificación y el orden de operadores en el modelo general ARMA (p,P,q, Q) son:

- 1) Si la FAC de la serie decae rápidamente y su FACP se corta después de un lapso marcadamente menor que L (igual o menor a 2), de tal forma que se debe usar cierto orden del operador autorregresivo no estacional.
- 2) Si la FAC de la serie observada decae rápidamente y la FACP se corta después de un lapso cercano o igual a L, L+1, L+2, 2L, 2L+1 ó 2L+2, por lo que la presencia del operador estacional autorregresivo puede ser adecuada si no aparecen autocorrelaciones grandes manifestándose en forma de picos

en los lapsos marcadamente menores a L (probablemente en los lapsos 1 y/o 2). Por el contrario, si se observa la presencia de los picos señalados, puede ser conveniente la inclusión de alguna forma de operadores autorregresivos, ya que los lapsos de la FACP en que ocurren los picos pueden dar idea del orden u órdenes del operador estacional o de los operadores del producto combinado.

3) Si la FACP de la serie estudiada decae rápidamente y la FAC se corta después de un lapso sustancialmente menor que L (probablemente menor o igual a 2), entonces, puede ser adecuada la inclusión de algún orden del operador no estacional de promedios móviles.

4) Si la FACP de la serie observada decae de manera rápida y su FAC se corta después de un lapso cercano o igual a L , $L+1$, $L+2$, $2L$, $2L+1$ ó $2L+2$, la inclusión del operador estacional de promedios móviles puede ser conveniente si no existen picos en los lapsos marcadamente menores que L . Sin embargo, si existe presencia de los picos, puede ser adecuada la inclusión de alguna combinación de promedios móviles.

5) Si tanto la FAC como la FACP de la serie observada decaen rápidamente, entonces, la utilización de alguna forma combinada de todos los operadores podría ser la apropiada.

Después de que el modelo general ha sido tentativamente identificado, se continúa con los siguientes pasos del proceso: estimación, verificación y predicción de la misma manera que se realiza para las series de tiempo no estacionales (Nelson, 1973).

2.8. Aplicación de modelos de Series de Tiempo en poblaciones biológicas

Originalmente, los modelos de series de tiempo se diseñaron y utilizaron para el estudio y predicción de comportamientos de fenómenos de índole física y económica. Sin embargo, posteriormente mostraron su utilidad para el estudio de poblaciones biológicas (Anderson, 1980; Pankratz, 1983; Cadena, 1983). A continuación se señalan algunos de ellos:

Garsd y Howard (1981, 1982) describieron y analizaron el movimiento poblacional de *Microtus californicus* mediante observaciones realizadas durante un lapso de 21 años en Carolina del Norte. A través de ellos cuantificaron la estacionalidad y relacionaron las fluctuaciones poblacionales de esta especie con las variables físicas de la comunidad. De igual manera, Montañéz (1997), utilizó la metodología de Box y Jenkins para predecir la productividad de zacate salado (*Distichis spicata* L.) en el lago de Texcoco. Sus parámetros indicaron que los valores futuros son parcialmente determinados por valores pasados y dependientes del factor de intervención, la inundación, la cual provoca un fuerte cambio de nivel cuando se presenta.

Con esta misma metodología, Mawby y Gold (1984) determinaron la dependencia existente en las dimensiones tiempo y espacio de la presencia de poblaciones de *Dendroctonus frontalis*, mediante observaciones mensuales tomadas durante un periodo de 18 años en el Este de los Estados Unidos. Dicho estudio encontró que la presencia de poblaciones de *D. frontalis* se presentaban marcadamente cada 2 a 3 años, de tal manera que era necesario emplear un modelo que incluyese un componente estacional de ese tamaño para poder representar adecuadamente su comportamiento.

También se encuentran reportados algunos trabajos acerca del estudio de poblaciones entomológicas como a continuación se señala:

Infante *et al* (1983) y Álvarez de Sotres *et al.*, (1983) emplearon la metodología de Box y Jenkins para obtener modelos de series de tiempo que representaran adecuadamente la fluctuación poblacional de dos especies de dípteros: *Oxysarcodexia ventricosa* e *Hidrotea sp.* De igual manera Turchin y Taylor (1992), trabajaron con modelos de Series de Tiempo de 14 diferentes especies de insectos y 22 especies de vertebrados hallando lo siguiente: a las 14 especies insectiles estudiadas las clasificaron como: irregulares (una), exponenciales (tres), oscilaciones decrecientes (seis), cíclica corta (una), oscilaciones casi periódicas (dos) y caótica (una). Respecto a los vertebrados estudiados, tres especies mostraron oscilaciones inestables, seis como exponenciales decrecientes, 11 como oscilaciones decrecientes y dos con una dinámica casi periódica. A su vez Pinto (1989), halló dos modelos, ambos de tipo estacional y con solamente dos parámetros cada uno de ellos para representar y además predecir correctamente el comportamiento observado en sus respectivas poblaciones del insecto *Zabrotes subfasciatus* Boh., criado bajo dos condiciones de laboratorio durante un periodo de 18 meses realizando observaciones periódicas cada 5 días.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Metodología de captura e identificación de especies de *Anastrepha*

Con el objeto de determinar la fluctuación poblacional de especies de *Anastrepha* bajo condiciones de campo, se utilizaron trampas tipo McPhail para la captura de los tefrítidos bajo dos condiciones de manejo agrícola:

- 1) Mango de temporal sin manejo
- 2) Mango de riego con manejo

El área experimental donde se desarrolló el presente trabajo se encuentra insertada dentro de una superficie sembrada de 36 ha de mango cultivar manila con una edad que oscila entre los 13 y 17 años y una altura promedio de 10 m en la unidad de riego “La Jicayana” del municipio Emiliano Zapata perteneciente a la región de Actopan, Veracruz, cuyas coordenadas geográficas son 19° 25' Latitud Norte y 96° 34'40" Longitud Oeste y una altura de 250 msnm (INEGI, 1973). Al norte colinda con el río “Los metates” y huertos de mango en producción del área denominada “Tasajera”, al este por monte, además de huertos de mango en producción, al oeste por monte y huertos de mango en producción y al sur por monte (Juárez, 1997) así como diversos frutales silvestres y cultivados, principalmente cítricos (*Citrus spp*), papaya (*Carica papaya*), mamey (*Calocarpum sapota*) y chicozapote (*Manilkara zapota*).

El propósito de la toma de datos bajo estos dos sistemas de producción fue el de experimentar diferencias en sus respectivas densidades de población

y con ello probar si los modelos matemáticos de Box y Jenkins podrían representar y predecir adecuadamente la fluctuación poblacional de las moscas de la fruta bajo diferentes condiciones de campo.

El experimento retomó parte de la toma de datos realizada por Juárez (1997) en la misma unidad experimental y bajo las mismas condiciones de manejo agrícola, realizándose en total 79 tomas de datos semanales consecutivas, durante el periodo de Enero de 1996 a Agosto de 1997.

Se seleccionaron cuatro árboles de mango por cada escenario y una trampa tipo McPhail por árbol, cebados cada una con 250 ml de la mezcla o solución atrayente + bórax + agua purificada a una concentración de 0.88% de i.a. y 30 g de bórax por litro de agua, el cual era previamente disuelto mediante ebullición y posteriormente combinada con la dosis señalada del atrayente comercial (Juárez, 1995). El fagoatrayente utilizado fue el de la marca comercial Bayer®, el cual está constituido por aminoácidos derivados de la hidrólisis de diversas proteínas vegetales y de acuerdo a Juárez (1997) es el más eficiente para la captura de individuos del género *Anastrepha*.

Las trampas fueron colocadas en el tercio medio de la altura del árbol tratando de que no se obstruyera el libre paso del aire para lograr capturar la mayor cantidad posible de individuos. Semanalmente se colectaron las moscas capturadas, al mismo tiempo que las trampas se abastecieron nuevamente con el atrayente preparado previamente y posteriormente lavadas perfectamente en su parte externa para impedir que el posible atrayente derramado accidentalmente sobre la superficie del mismo interfiriera de manera significativa en la captura. Después de todo este proceso, las trampas eran colocadas nuevamente en los mismos árboles, a la misma altura e igual posición para la siguiente toma de datos.

El número de días entre cada muestreo se hicieron en base a los estudios realizados por Aluja, *et al.*, 1987; Salas, 1993, que determinaron que un tiempo mayor de exposición a los siete días de los atrayentes a los factores ambientales, conducen a una disminución de la eficiencia de los mismos.

Las especies capturadas se colocaron en frascos previamente etiquetados con alcohol etílico al 70% para su conservación y posterior identificación, mismas que se realizaron en el laboratorio de Taxonomía de Insectos del Departamento de Parasitología Agrícola, con la ayuda del microscopio compuesto y de acuerdo con la clave de identificación de especies de *Anastrepha* Schiner de Hernández-Ortíz (1992).

Posterior a su identificación, se procedió a seleccionar a las dos especies con mayor número de individuos presentes durante todo el proceso de muestreo; dichas especies fueron *Anastrepha obliqua* y *Anastrepha ludens*.

3.2. Obtención de los modelos de Series de Tiempo

Para la evaluación e interpretación de los datos, se utilizó el índice de captura Moscas por trampa por día (M. T. D.) que mide la relación entre el número total de moscas capturadas y las trampas revisadas por días de exposición y que fue propuesto por el Comité Multidisciplinario Internacional (Celedonio, 1991) siendo hoy de uso común para la medición de la densidad poblacional de tefrítidos mediante la uniformización de los datos independientemente del número de trampas revisadas (DGSV, 1994). De acuerdo a este sistema, se determinó la fluctuación de la densidad adquirida para cada una de las especies seleccionadas, mismas que conformaron las series de tiempo, se procedió a su análisis para la obtención de los modelos de series de tiempo que pudieran representar más adecuadamente su comportamiento a partir de las primeras 75 observaciones e hicieron los

pronósticos más confiables de sus densidades futuras al compararse con las cuatro observaciones restantes. Para lograr lo anterior, se utilizó el paquete estadístico para computadoras Statgraphics versión 7.1 que contiene un programa muy versátil para la obtención de los modelos buscados.

3.3. Comparación de los Modelos de Series de Tiempo con diversos modelos matemáticos

Con la intención de comparar los resultados producidos por los Modelos de Series de Tiempo a la vez de buscar nuevas alternativas de predicción, con los mismos datos utilizados para Series de Tiempo, se obtuvieron a través de diversos modelos matemáticos nuevos pronósticos con la ayuda del paquete estadístico Curve Expert.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Manejo de los datos para la obtención de los modelos de series de tiempo

En el Cuadro 1 se muestran las especies del género *Anastrepha* así como el número de individuos capturados durante el tiempo de muestreo en La Jicayana, Veracruz.

Cuadro 1. Número de adultos de las especies de *Anastrepha* capturadas durante 79 semanas consecutivas de muestreo bajo dos ambientes de manejo en La Jicayana, Veracruz mediante trampas tipo McPhail y que constituyen las series de tiempo.

Especie	Temporal sin manejo	Riego con manejo	Total
<i>A. obliqua</i>	776	1816	2592
<i>A. ludens</i>	237	285	522

4.2. Población de *A. obliqua* bajo el escenario temporal sin manejo (OBTSM)

4.2.1. Análisis Inicial

La gráfica de la serie real (Figura 3) sugiere una probable no estacionariedad de la misma, es decir, sus propiedades estadísticas como media y varianza no son las mismas en cualquier instante de tiempo, lo cual se corrobora al obtener la Función de Autocorrelación (FAC) en la Figura 4, cuyos

valores se encuentran en el Cuadro 1 del Apéndice (A) los cuales denotan autocorrelaciones estadísticamente diferentes de cero en los lags uno y dos lo que obligó a la búsqueda de algún tipo de diferenciación para tratar de volver la serie estacionaria. Dicha búsqueda consistió en probar diferentes grados tanto de diferenciación estacional como de diferenciación no estacional así como distintas combinaciones entre ellas. Finalmente, la diferenciación no estacional de primer orden ($d=1$) fue la que mostró mayor utilidad para lograr la estacionaridad de la serie real, esto es:

$$Z_t = Dyt = y_t - y_{t-1}$$

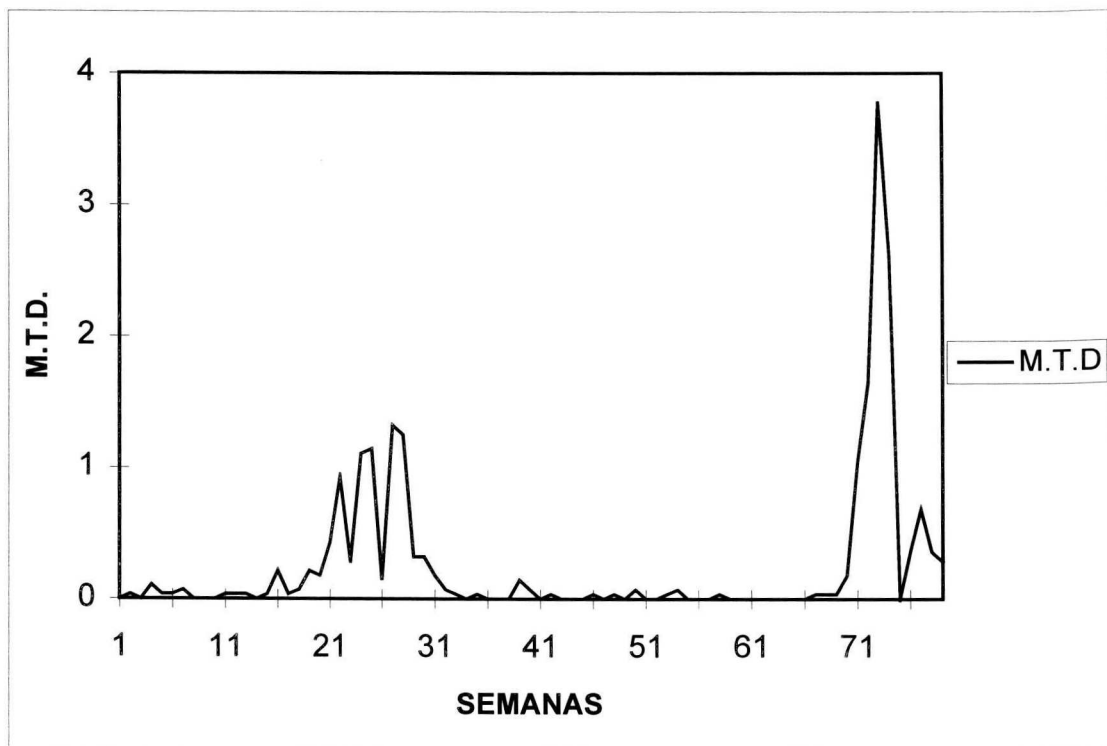


Figura 3. Comportamiento real de la serie OBTSM.

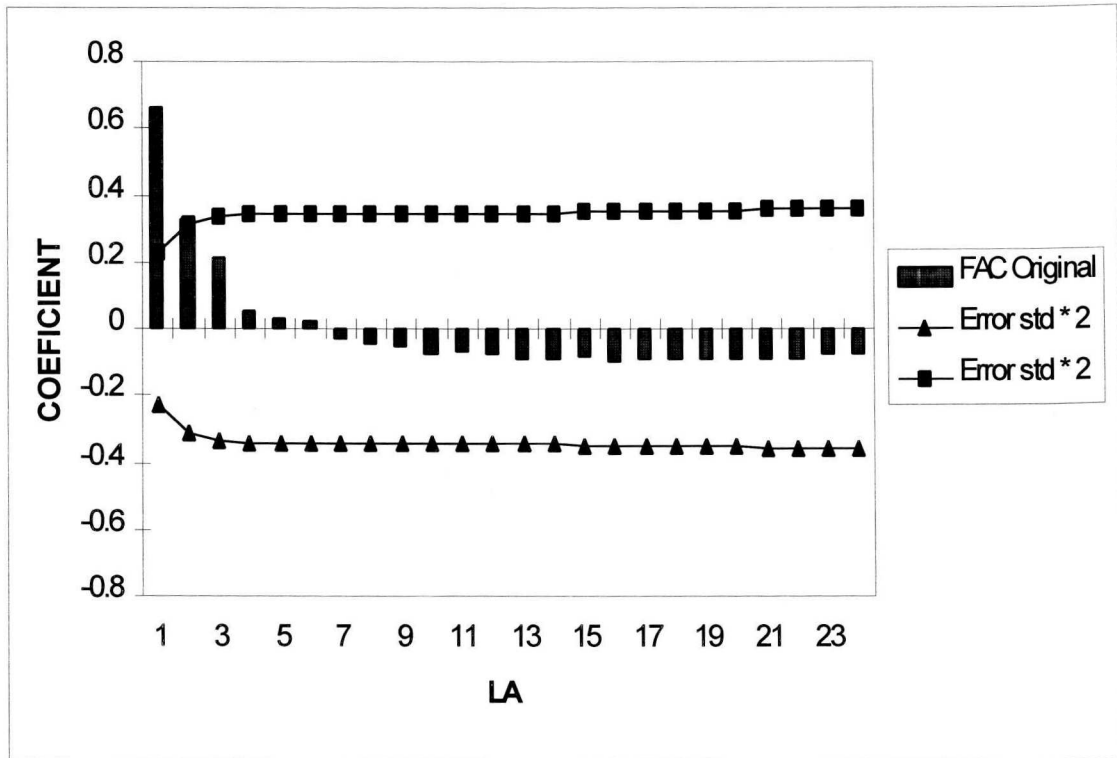


Figura 4. FAC de la serie OBTSM.

4.2.2. Identificación de un modelo tentativo

El comportamiento de la FAC diferenciada (Figura 5,Cuadro A2) y Función de Autocorrelación Parcial (FACP) diferenciada (Figura 6,Cuadro A3) sirvieron para la identificación de un modelo tentativo. Para ello se utilizaron una gran variedad de modelos diferentes incluyendo tanto aquellos de tipo estacional como de tipo no estacional, optando finalmente por un modelo estacional con un ARMA (1,2,2,1) con una toma de diferencias no estacional de primer orden y un tamaño de estacionalidad de tres, es decir:

$$\begin{aligned} (1 - \Phi_1 B) \times (1 - \Phi_{1,3} B^3 - \Phi_{2,3} B^{(2)(3)}) Z_t \\ = \delta + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) \times (1 - \theta_{1,3} B^3) E_t \end{aligned}$$

donde:

Φ_1 = Operador no estacional autorregresivo de primer orden

B = Operador de retroceso

$\Phi_{1,3}$ = Operador estacional autorregresivo de primer orden y con tamaño de estacionalidad de 3 (L=3)

$\Phi_{2,3}$ = Operador estacional autorregresivo de segundo orden y tamaño de estacionalidad de 3 (L=3)

Z_t = Valor de la serie en el tiempo t

δ = Constante del modelo

θ_1 = Operador no estacional de promedios móviles de primer orden

θ_2 = Operador no estacional de promedios móviles de segundo orden

$\theta_{1,3}$ = Operador estacional de promedios móviles de primer orden y estacionalidad de 3 (L = 3)

E_t = Término de error en el tiempo t (residual)

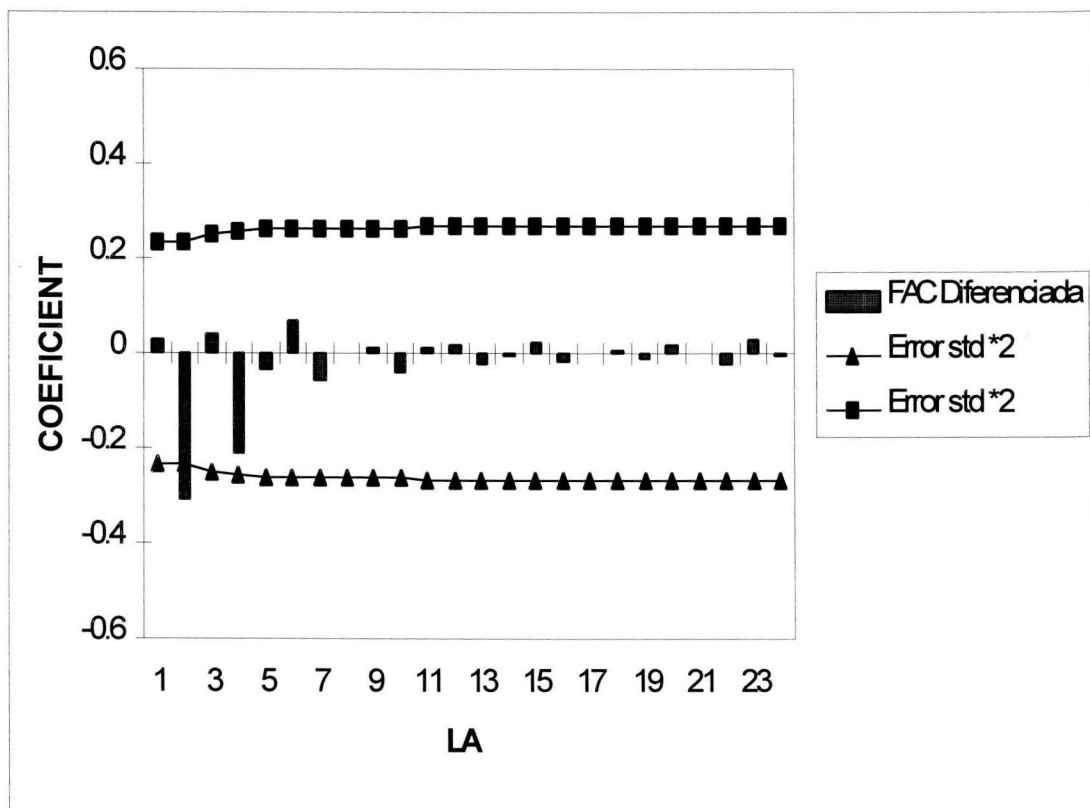


Figura 5. FAC de la serie OBTSM diferenciada.

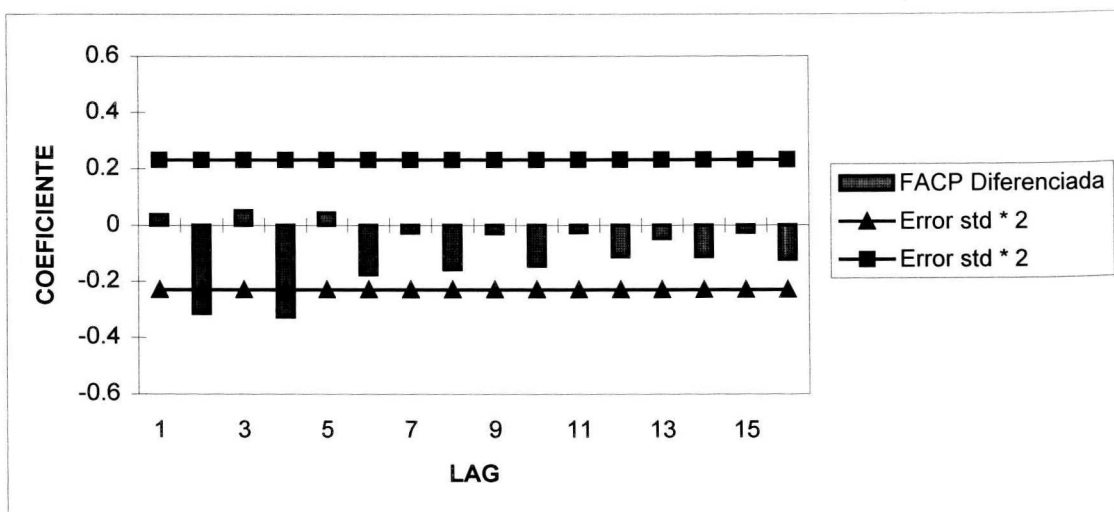


Figura 6. FACP de la serie OBTSM diferenciada.

4.2.3. Estimación de los parámetros del modelo ARMA (1,2,2,1)

En el Cuadro 2 se señala el valor de los estimadores finales que corresponden a los parámetros del modelo estacional ARMA (1,2,2,1); de igual manera se señala el valor de la media y la constante del modelo (δ) obtenidos a través del paquete computacional Statgraphics.

Cuadro 2. Valor de los estimadores finales para los parámetros del modelo ARMA (1,2,2,1) con diferenciación no estacional de primer orden y tamaño de estacionalidad de tres ($L=3$).

Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de T	Valor de P
Φ_1	0.14233	0.18302	0.77766	0.43951
$\Phi_{1,3}$	0.03597	7.88574	0.00456	0.99637
$\Phi_{2,3}$	0.09764	2.23492	0.04369	0.96528
θ_1	0.28139	0.15683	1.79418	0.07730
θ_2	0.84030	0.13358	6.29077	0.0
$\theta_{1,3}$	-0.24472	7.88187	-0.03105	0.97532
Media	0.00980	0.00326	3.00532	0.00373
δ	0.00728			

4.2.4. Verificación del modelo ARMA (1,2,2,1)

El proceso de verificación del modelo se realizó mediante el análisis de los residuales que se obtuvieron del proceso de ajuste entre los valores observados de la serie OBTSM y los valores producidos por el modelo tentativo. De esta manera, a través de la Figura 7 puede observarse la similitud en comportamiento entre el modelo escogido y la serie original. Para corroborar la eficiencia del modelo, a través de la FAC de los residuales se observa que todos los valores son estadísticamente ceros (Figura 8, Cuadro A4), pues todos los lags están dentro de la banda que señala los límites que los lags no deben rebasar para considerarse estadísticamente iguales a cero lo que confirma una nula correlación y por lo tanto el modelo parece ser adecuado.

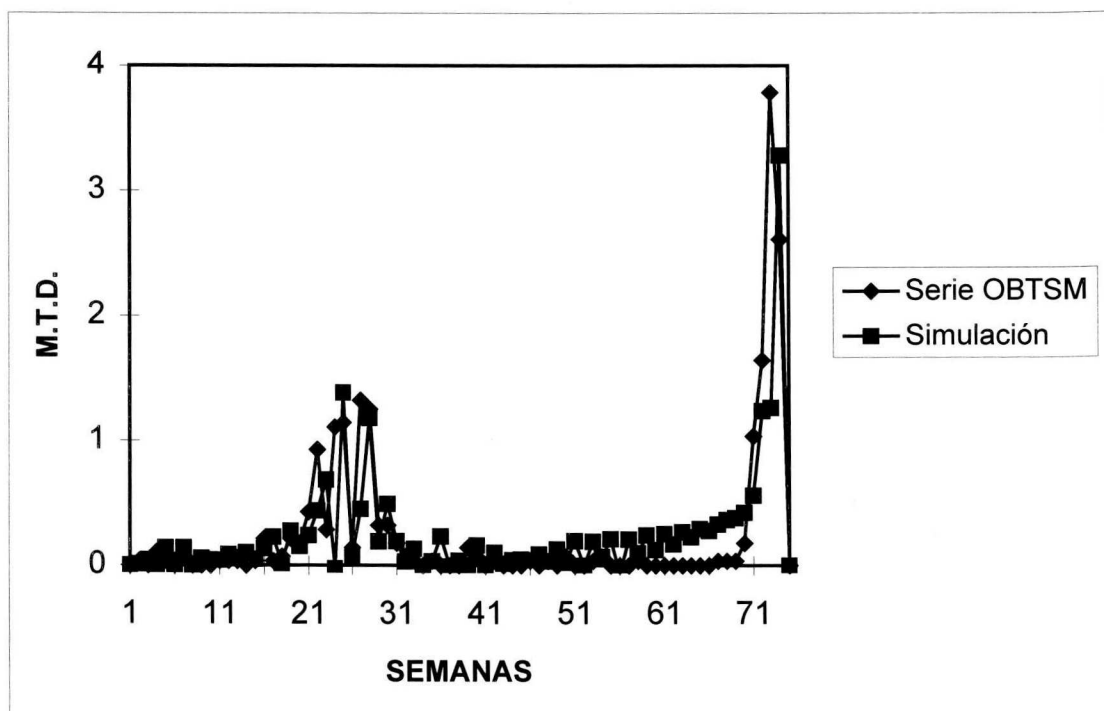


Figura 7. Ajuste del modelo ARMA (1,2,2,1) a la serie OBTSM.

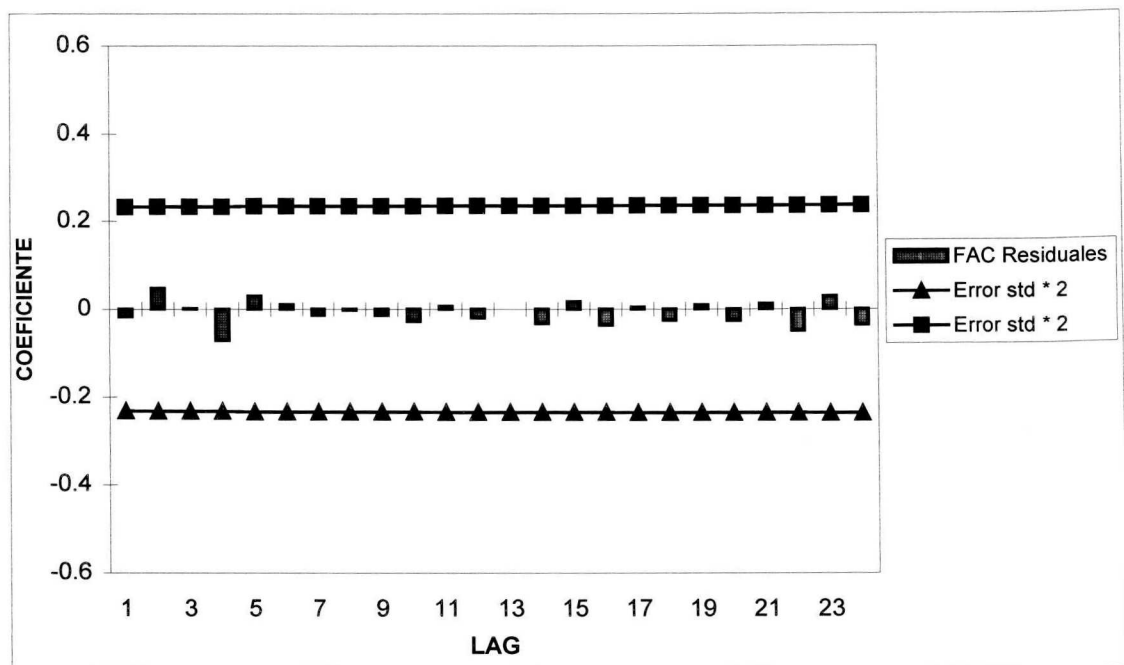


Figura 8. FAC de los residuales del modelo ARMA (1,2,2,1).

Sin embargo, se aplicó otra prueba más para reconfirmar la veracidad del modelo estimado denominada prueba de Ji cuadrada de Box y Pierce (Box y Pierce, 1970) mediante la siguiente fórmula:

$$Q = (n-d) \sum_{l=1}^k r^2_l(E)$$

y la siguiente regla de decisión:

Si $Q < \chi^2_{0.05}$ con $K-np$ grados de libertad se acepta el modelo

donde Q es el cuadrado de las primeras 20 autocorrelaciones de los residuales = 0.1609293, multiplicado por el valor de $n-d$ que es el número de observaciones consideradas para el modelo menos el grado de diferenciación = 75-1;

y $\chi^2_{0.05}$ con $K-np$ grados de libertad es la prueba de Ji cuadrada al 95% de confiabilidad con 20 (número de residuales involucrados en la prueba) menos

el número de estimadores de los parámetros involucrados en el modelo =7, (Cuadro 2) por lo tanto se tienen 20-7 grados de libertad.

Al aplicar la regla de decisión del estadístico de Box y Pierce se concluye:

Como $Q=11.91 < X^2_{0.05} = 22.40$, el modelo escogido es correcto.

4.2.5. Predicción de la serie OBTSM con el modelo ARMA (1,2,2,1)

Una vez comprobada la utilidad del modelo estimado para representar adecuadamente el comportamiento de la serie original, el último paso del proceso de modelos de series de tiempo, es el de predecir los valores futuros que se realiza al obtener la ecuación del modelo en función de los valores originales y_t con el modelo ARMA (1,2,2,1:

$$\begin{aligned} (1 - \Phi_1 B)(1 - \Phi_{1,3}B^3 - \Phi_{2,3}B^{(2)(3)})Z_t \\ = \delta + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)(1 - \theta_{1,3}B^3)E_t \end{aligned}$$

pero : $Z_t = y_t - y_{t-1}$ (por la diferenciación utilizada)

$$\begin{aligned} \text{entonces: } (1 - \Phi_1 B)(1 - \Phi_{1,3}B^3 - \Phi_{2,3}B^{(2)(3)}) y_t - y_{t-1} \\ = \delta + (1 - \theta_{1,3}B^3 - \theta_1 B + \theta_1 \theta_{1,3}B^4 - \theta_2 B^2 + \theta_2 \theta_{1,3}B^5)E_t \end{aligned}$$

desarrollando:

$$\begin{aligned} (1 - \Phi_1 B) (y_t - \Phi_{1,3}B^3 y_t - \Phi_{2,3}B^6 y_t - y_{t-1} + \Phi_{1,3}B^3 y_{t-1} + \Phi_{2,3}B^6 y_{t-1}) \\ = \delta + E_t - \theta_{1,3}B^3 E_t - \theta_1 B E_t + \theta_1 \theta_{1,3}B^4 E_t - \theta_2 B^2 E_t + \theta_2 \theta_{1,3}B^5 E_t \end{aligned}$$

que significa:

$$\begin{aligned} y_t - \Phi_{1,3} y_{t-3} - \Phi_{2,3} y_{t-6} - y_{t-1} + \Phi_{1,3} y_{t-4} + \Phi_{2,3} y_{t-7} \\ - \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_1 \Phi_{1,3} y_{t-4} + \Phi_{2,3} y_{t-7} + \Phi_1 y_{t-2} - \Phi_1 \Phi_{1,3} y_{t-5} - \Phi_1 \Phi_{2,3} y_{t-8} \\ = \delta + E_t - \theta_{1,3} E_{t-3} - \theta_2 E_{t-1} + \theta_1 \theta_{1,3} E_{t-4} - \theta_2 E_{t-2} + \theta_2 \theta_{1,3} E_{t-5} \end{aligned}$$

despejando y_t :

$$y_t = \Phi_{1,3} y_{t-3} + \Phi_{2,3} y_{t-6} + y_{t-1} - \Phi_{1,3} y_{t-4} - \Phi_{1,3} \Phi_{2,3} y_{t-7} \\ + \Phi_{1,3} y_{t-1} - \Phi_{1,3} \Phi_{1,3} y_{t-4} - \Phi_{2,3} y_{t-7} - \Phi_{1,3} y_{t-2} + \Phi_{1,3} \Phi_{1,3} y_{t-5} + \Phi_{1,3} \Phi_{2,3} y_{t-8} \\ + \delta + E_t - \theta_{1,3} E_{t-3} - \theta_1 E_{t-1} + \theta_1 \theta_{1,3} E_{t-4} - \theta_2 E_{t-2} + \theta_2 \theta_{1,3} E_{t-5}$$

Mediante esta ecuación, el valor estimado de los parámetros y la constante del modelo (Cuadro 2), los valores de la serie original (Cuadro A5) y de los residuales (Cuadro A6), pudieron obtenerse las predicciones y compararlos con los últimos cuatro valores de la serie.

Los valores predichos por el modelo ARMA (1,2,2,1) (Cuadro 3) señalan un comportamiento con valores superiores al de los valores originales, aunque gráficamente (Figura 9) se observa un comportamiento similar y más aún para las observaciones 76, 77 y 78; además de que las cuatro observaciones pronosticadas se encuentran dentro del rango impuesto por los límites de confianza, lo cual indica confiabilidad del modelo ARMA (1,2,2,1) para pronosticar los valores de la serie OBTSM.

Cuadro 3. Observaciones finales de la serie OBTSM, predicción a través del modelo ARMA (1,2,2,1) y sus límites de confianza.

Observación	M.T.D.	Predicción	Límite Inferior	Límite Superior
76	0.357	0.9658	0.1425	1.7891
77	0.678	1.2643	0.1779	2.3506
78	0.357	0.6419	-0.4444	1.7283
79	0.285	0.9930	-0.1012	2.0873

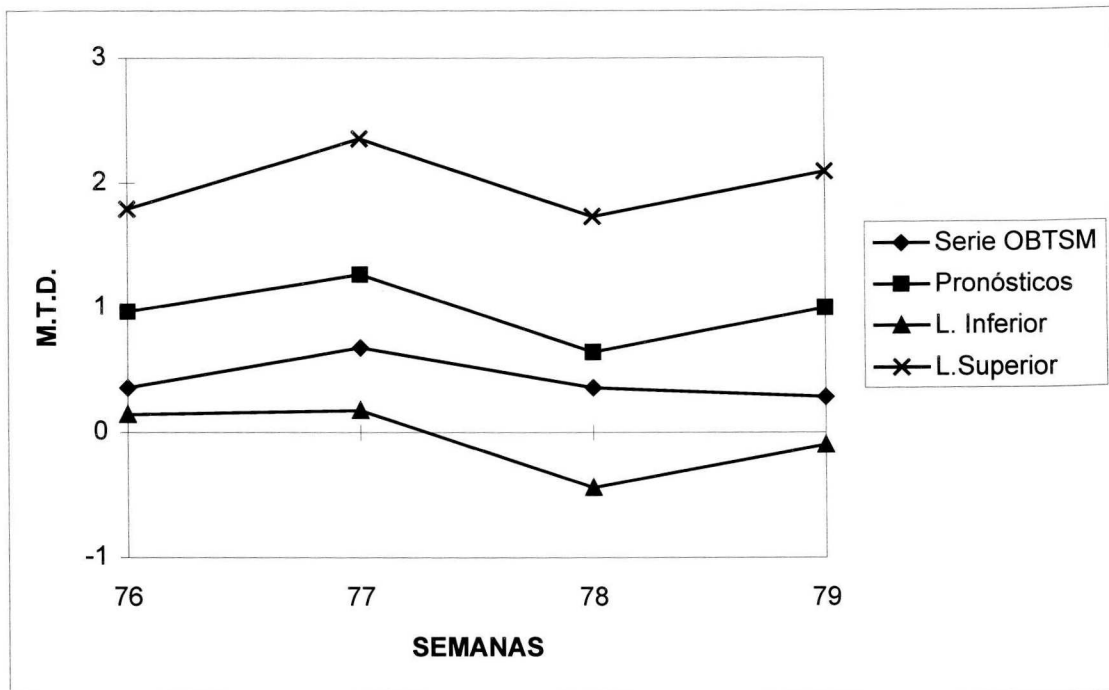


Figura 9. Valores originales, predicciones del modelo ARMA (1,2,2,1) y sus límites de confianza.

4.3. Población de *A.ludens* bajo el escenario temporal sin manejo (LUTSM)

4.3.1. Análisis Inicial

A través de la Figura 10, se observa el comportamiento fluctuacional de la población de *A. ludens* a través de las 79 observaciones, lo cual proporciona una idea del tipo de modelo a elegir para poder representar el comportamiento y a posteriori poder estimar con cierta confiabilidad el comportamiento futuro de la serie. De igual manera, la FAC de la serie mostrada en la Figura 11, (Cuadro A7) reflejan autocorrelaciones estadísticamente diferentes de cero particularmente en los lags uno, dos y seis, por lo que la serie es considerada no estacionaria, de tal manera que para lograr la estacionaridad se buscaron diversos grados de diferenciación, obteniendo finalmente una diferenciación no

estacional de primer orden, además de un componente estacional de tamaño 3 (L=3). La representación de la diferenciación es:

$$Z_t = Dy_t = y_t - y_{t-1}$$

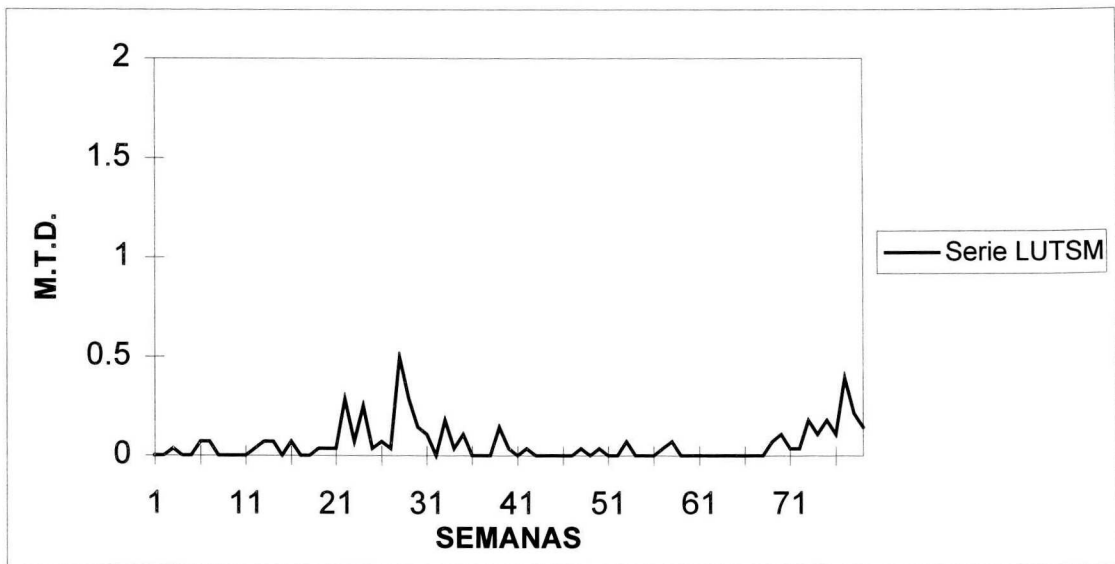


Figura 10. Comportamiento real de la serie LUTSM.

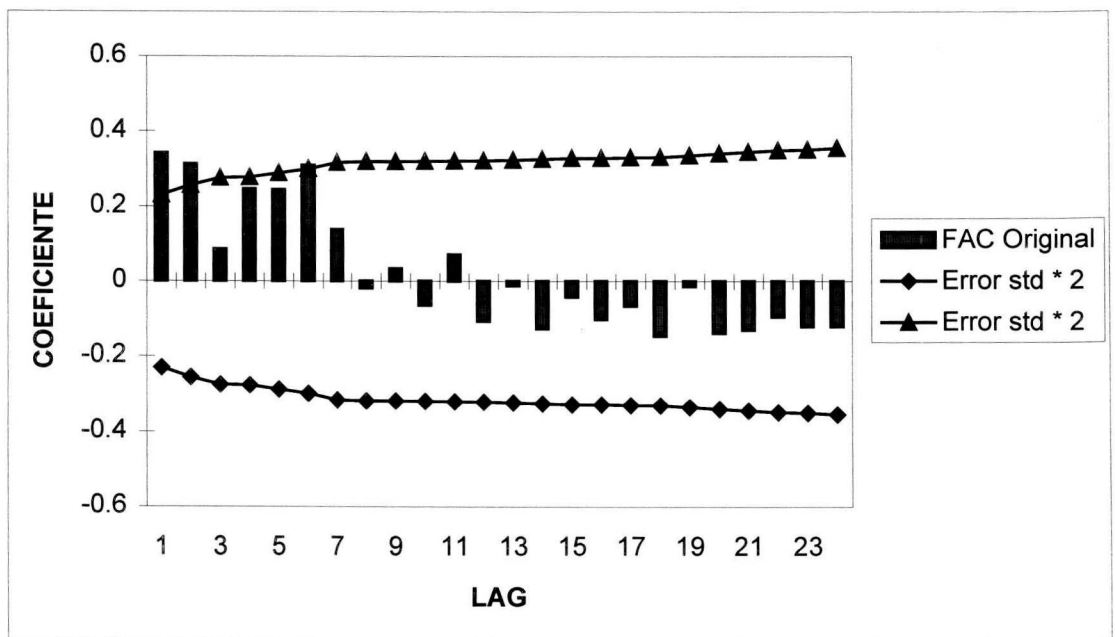


Figura 11. FAC de la Serie LUTSM.

4.3.2. Identificación de un modelo tentativo

Para la obtención del modelo tentativo fue necesario apoyarse en los resultados arrojados por las FAC y FACP de la serie diferenciada reflejadas en las Figuras 12 y 13 respectivamente (Cuadros A8 y A9); en ellas se observa que la FAC se corta a partir del lag tres, lo cual coincide con el tamaño de la estacionalidad, aunque previamente se dio un corte después del lag uno.

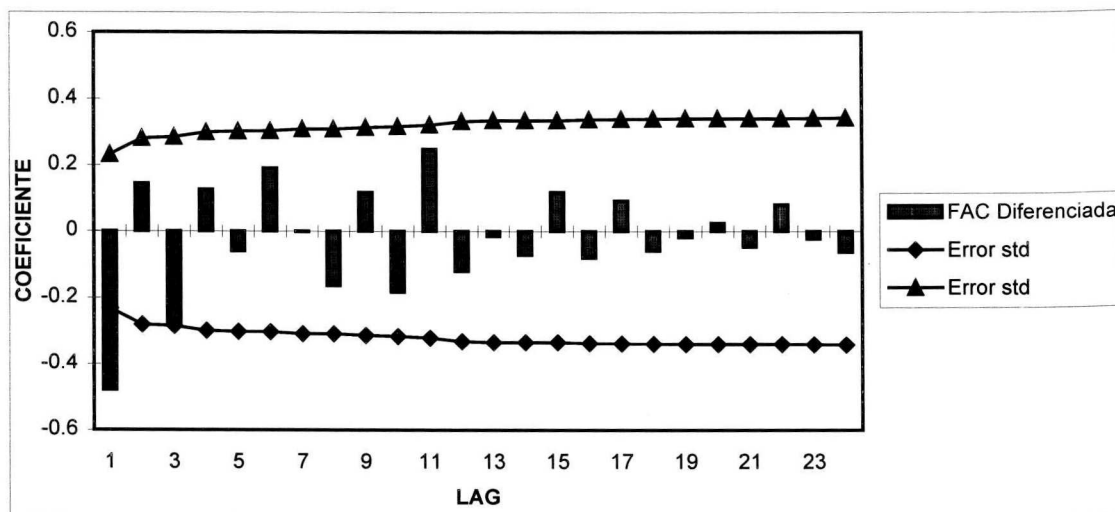


Figura 12. FAC de la serie LUTSM diferenciada.

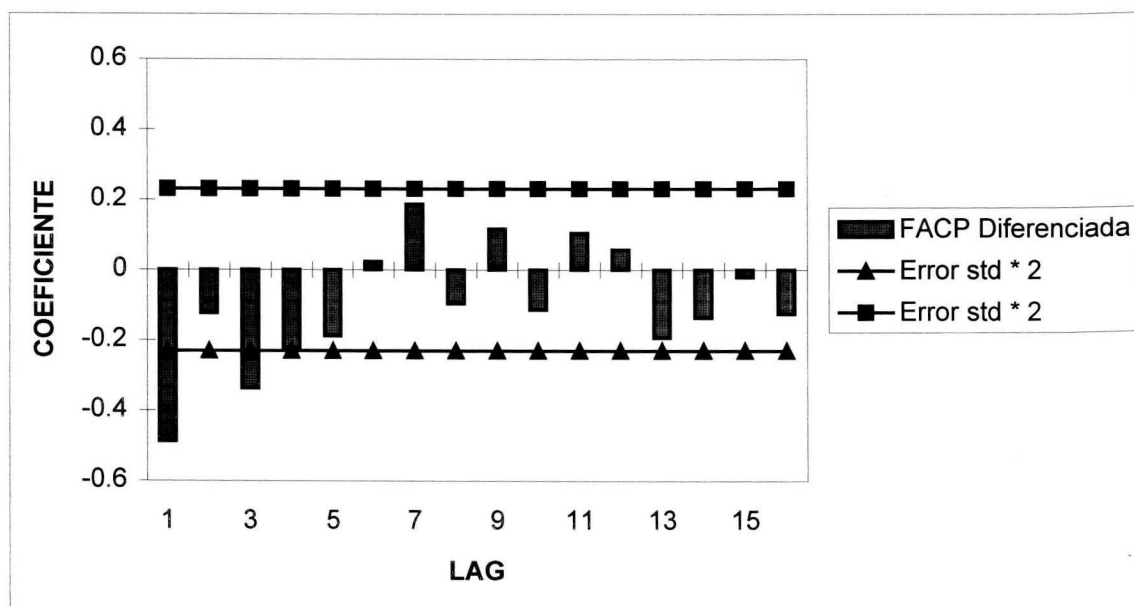


Figura 13. FACP de la serie LUTSM diferenciada.

Después de diversas combinaciones entre operadores estacionales y no estacionales de promedios móviles, se obtuvo el modelo más adecuado para la serie LUTSM de la forma estacional ARMA (2,1,0,1), o sea:

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2) \times (1 - \Phi_{1,3} B^3) Z_t = \delta + (1 - \theta_{1,3} B^3) E_t$$

donde:

Φ_1 = Operador no estacional autorregresivo de primer orden

B = Operador de retroceso

Φ_2 = Operador no estacional autorregresivo de orden 2

$\Phi_{1,3}$ = Operador estacional autorregresivo de orden 1 y con tamaño de estacionalidad de 3 ($L=3$)

Z_t = Valor de la serie en el tiempo t

δ = Constante del modelo

$\theta_{1,3}$ = Operador estacional de promedios móviles de primer orden y estacionalidad de 3 ($L = 3$)

E_t = Término de error en el tiempo t (residual).

4.3.3. Estimación de los parámetros del modelo ARMA (2,1,0,1)

En el Cuadro 4 se reportan los estimadores finales correspondientes a los parámetros del modelo ARMA (2,1,0,1) de la serie LUTSM, los cuales fueron obtenidos a través del paquete estadístico Statgraphics.

Cuadro 4. Valor de los estimadores finales para los parámetros del modelo ARMA (2,1,0,1) con diferenciación no estacional de primer orden y tamaño de estacionalidad de tres (L=3).

Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de T	Valor de P
Φ_1	-0.69352	0.11452	-6.05598	0.0
Φ_2	-0.43042	0.13896	-3.09734	0.00282
$\Phi_{1,3}$	-0.53720	0.19613	-2.73901	0.00784
$\theta_{1,3}$	-0.00593	0.26092	-0.02271	0.98195
Media	0.00159	0.00284	0.56000	0.57729
δ	0.00520			

4.3.4. Verificación del modelo ARMA (2,1,0,1)

El ajuste entre los valores de la serie original y la predicha por el modelo ARMA (2,1,0,1) señalado en la Figura 14, muestra un alto grado de similitud entre ambas el cual es indicativo de la validez del modelo.

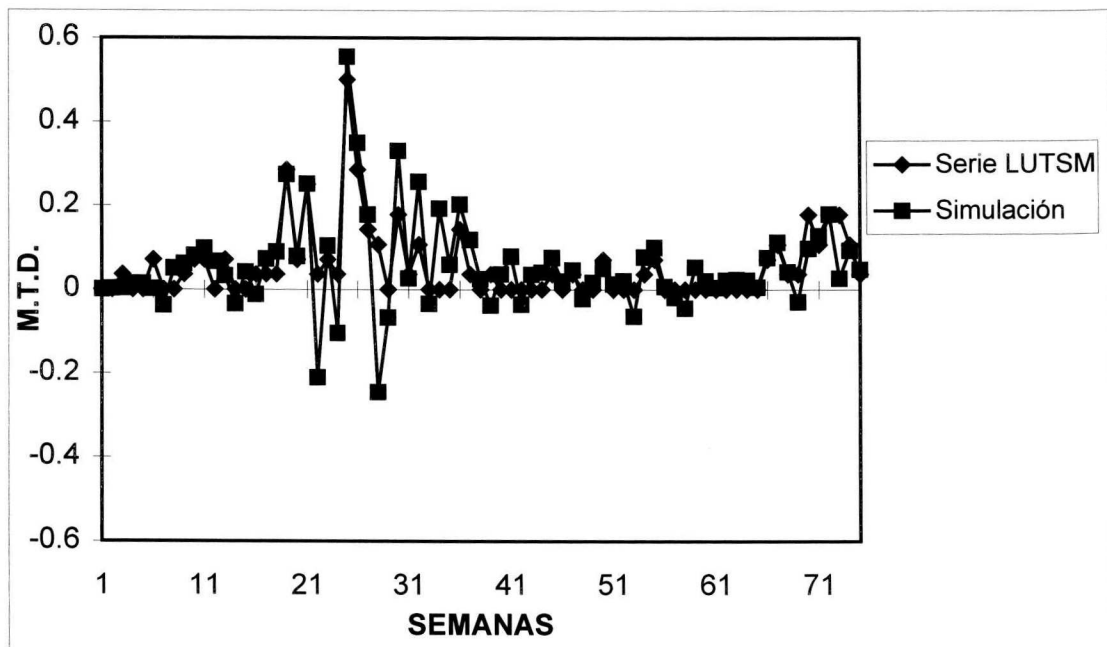


Figura 14. Ajuste del modelo ARMA (2,1,0,1) a la serie LUTSM.

Para corroborar lo anterior se recurrió al análisis de los residuales que se obtuvieron a partir de las diferencias de los valores observados de la serie LUTSM y los valores producidos por el modelo tentativo al observarse en la Figura 15, Cuadro A10, que todas las FAC son estadísticamente iguales a cero o lo que es lo mismo, no existe correlación entre ellos.

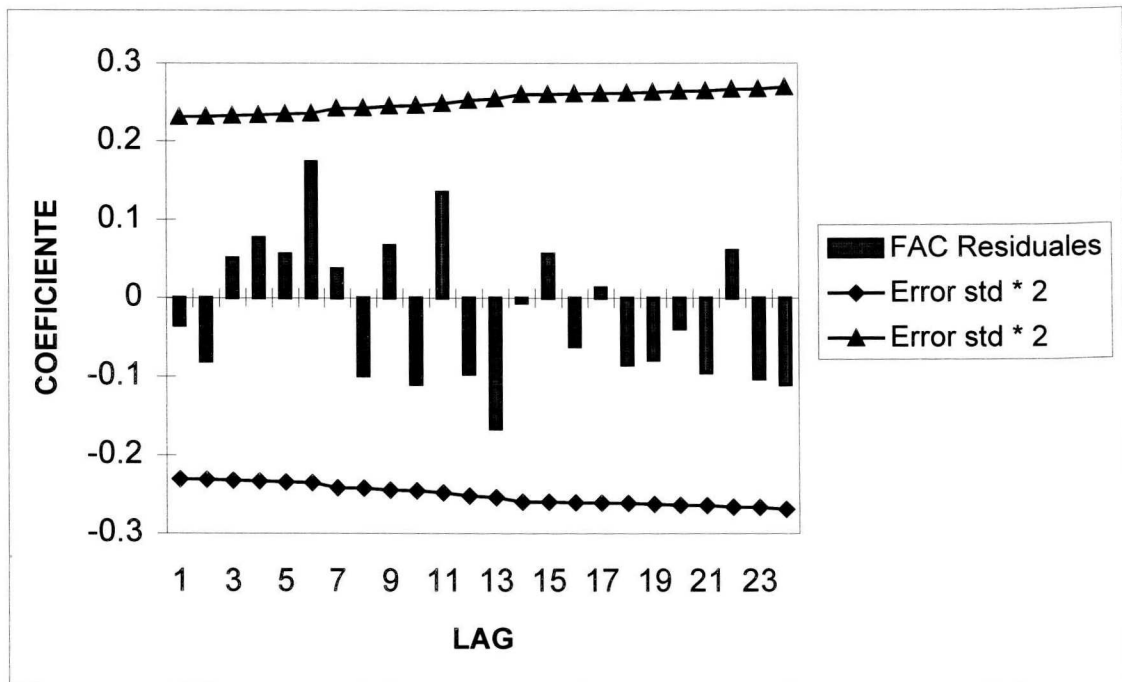


Figura 15. FAC de los residuales del modelo ARMA (2,1,0,1).

La prueba definitiva se desarrolló al obtener el valor del estadístico de Box y Pierce mediante la fórmula:

$$Q = (n-d) \sum_{l=1}^k r^2_l / (E)$$

Los valores obtenidos de cada uno de los componentes de la fórmula se señalan a continuación:

$$Q = (75-1) \times (0.1547573) = \text{cuadrado de las 20 autocorrelaciones de los}$$

residuales) = 11.452

$\chi^2_{0.05} (20-5) \text{ g.l.} = 25$

Aplicando la regla de decisión:

Como $Q = 11.452 < \chi^2_{0.05}$ con 15 g.l. = 25, por lo tanto se acepta el modelo propuesto.

4.3.5. Predicción de la serie LUTSM con el modelo ARMA (2,1,0,1)

Después de que el modelo estacional ARMA (2,1,0,1) mostró su capacidad para representar adecuadamente el comportamiento poblacional de la serie LUTSM, el siguiente paso consistió en obtener la ecuación del modelo de predicción en función de los valores originales y_t para poder estimar sus valores futuros:

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2) \times (1 - \Phi_{1,3} B^3) Z_t = \delta + (1 - \theta_{1,3} B^3) E_t$$

pero : $Z_t = y_t - y_{t-1}$ (por la diferenciación utilizada)

$$\begin{aligned} \text{entonces:} \quad & (1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2) \times (1 - \Phi_{1,3} B^3) y_t - y_{t-1} \\ & = \delta + (1 - \theta_{1,3} B^3) E_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{multiplicando:} \quad & (1 - \Phi_{1,3} B^3 - \Phi_1 B + \Phi_1 \Phi_{1,3} B^4 - \Phi_2 B^2 + \Phi_2 \Phi_{1,3} B^5) y_t - y_{t-1} \\ & = \delta + (1 - \theta_{1,3} B^3) E_t \end{aligned}$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} & y_t - \Phi_{1,3} B^3 y_t - \Phi_1 B y_t + \Phi_1 \Phi_{1,3} B^4 y_t - \Phi_2 B^2 y_t + \Phi_2 \Phi_{1,3} B^5 y_t \\ & - y_{t-1} + \Phi_{1,3} B^3 y_{t-1} + \Phi_1 B y_{t-1} - \Phi_1 \Phi_{1,3} B^4 y_{t-1} + \Phi_2 B^2 y_{t-1} - \Phi_2 \Phi_{1,3} B^5 y_{t-1} \\ & = \delta + E_t - \theta_{1,3} B^3 E_t \end{aligned}$$

de otra manera:

$$\begin{aligned}
& y_t - \Phi_{1,3}y_{t-3} - \Phi_1y_{t-1} + \Phi_1\Phi_{1,3}y_{t-4} - \Phi_2y_{t-2} + \Phi_2\Phi_{1,3}y_{t-5} \\
& - y_{t-1} + \Phi_{1,3}y_{t-4} + \Phi_1y_{t-2} - \Phi_1\Phi_{1,3}y_{t-5} + \Phi_2y_{t-3} - \Phi_2\Phi_{1,3}y_{t-6} \\
& = \delta + E_t - \theta_{1,3}E_{t-3}
\end{aligned}$$

despejando y_t :

$$\begin{aligned}
y_t &= \Phi_{1,3}y_{t-3} + \Phi_1y_{t-1} - \Phi_1\Phi_{1,3}y_{t-4} + \Phi_2y_{t-2} - \Phi_2\Phi_{1,3}y_{t-5} \\
&+ y_{t-1} - \Phi_{1,3}y_{t-4} - \Phi_1y_{t-2} + \Phi_1\Phi_{1,3}y_{t-5} - \Phi_2y_{t-3} + \Phi_2\Phi_{1,3}y_{t-6} \\
&+ \delta + E_t - \theta_{1,3}E_{t-3}
\end{aligned}$$

Mediante esta ecuación, el valor estimado de los parámetros y la constante del modelo (Cuadro 4), así como los valores del índice M.T.D. de la serie LUTSM (Cuadro A11) y de los residuales (Cuadro A12), se obtuvieron las predicciones para los cuatro valores restantes de la serie estudiada (Cuadro 5).

Cuadro 5. Observaciones finales de la serie LUTSM, su predicción a través del modelo ARMA (2,1,0,1) y sus límites de confianza.

Observaciones	M.T.D.	Predicción	Límite Inferior	Límite Superior
76	0.107	0.1055	-0.0491	0.2602
77	0.393	0.1157	-0.0460	0.2775
78	0.214	0.1009	-0.0700	0.2718
79	0.143	0.1409	-0.0306	0.3124

En la gráfica correspondiente (Figura 16), se observa una similitud de comportamiento entre los pronósticos y el M.T.D. al menos para las observaciones 76, 78 y 79 ya que se encuentran dentro de la franja que marcan los límites inferior y superior de dicha gráfica; más aún, los últimos dos pronósticos cada vez se acercan más al valor real del índice M.T.D., lo que sugiere que de agregar subsecuentes observaciones reales en vez del predicho exista un mayor apego entre el valor pronosticado y el valor real.

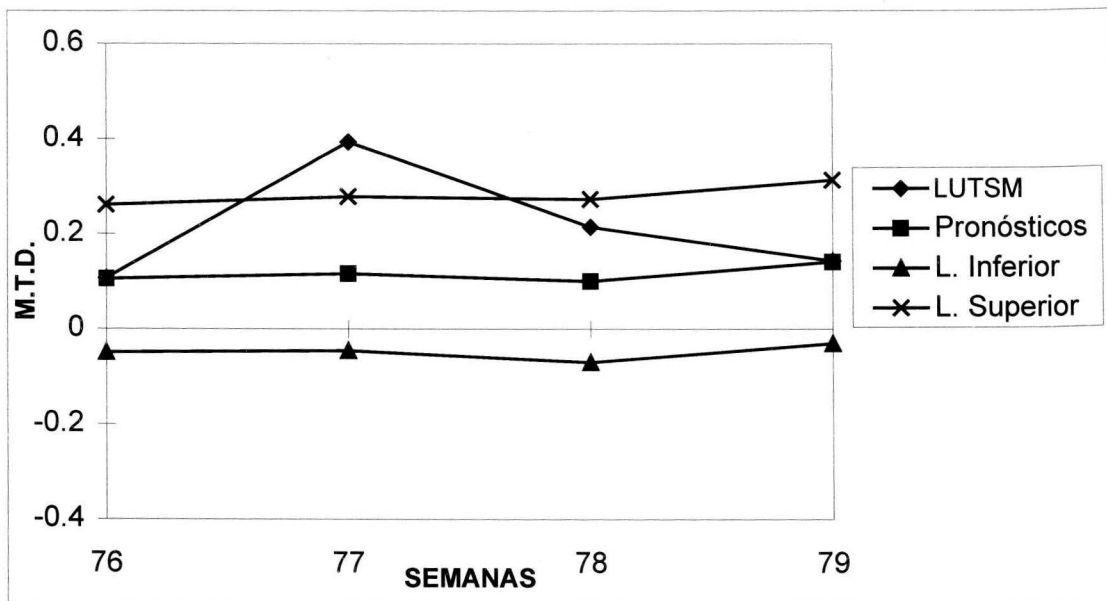


Figura 16. Valores originales, predicciones del modelo ARMA (2,1,0,1) y sus límites de confianza.

4.4. Población de *A. obliqua* bajo el escenario riego con manejo (OBRCM)

4.4.1. Análisis Inicial

La serie de tiempo OBRCM representada en la Figura 17, muestra el comportamiento de la población en sus 79 observaciones y con ella se pretende identificar un modelo que demuestre la capacidad de poder representar adecuadamente su comportamiento y posteriormente estimar sus valores futuros.

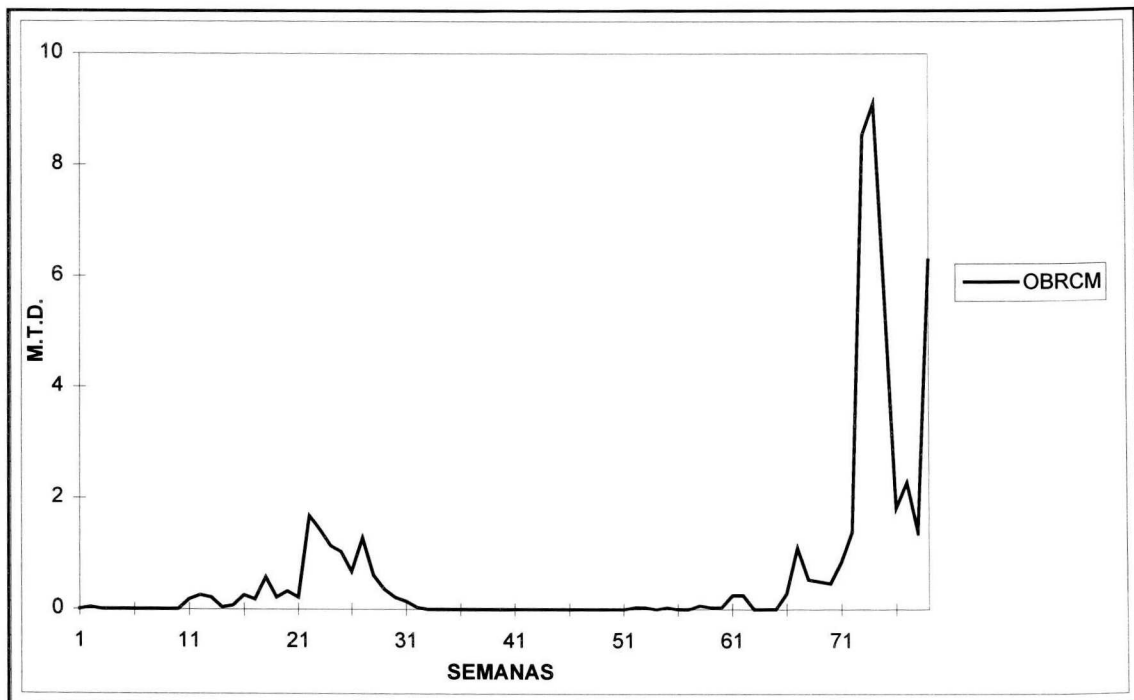


Figura 17. Comportamiento original de la serie OBRM.

La FAC de esta serie (Figura 18, Cuadro A13) muestra a los lags uno y dos con autocorrelaciones estadísticamente diferentes de cero ya que rebasan claramente los límites marcados en la gráfica, por lo que puede considerarse de inicio a la serie como no estacionaria. Para lograr la estacionaridad requerida se buscaron diversos grados de diferenciación, optando finalmente por una diferenciación no estacional de primer orden, representado de la siguiente manera:

$$Z_t = Dyt = y_t - y_{t-1}$$

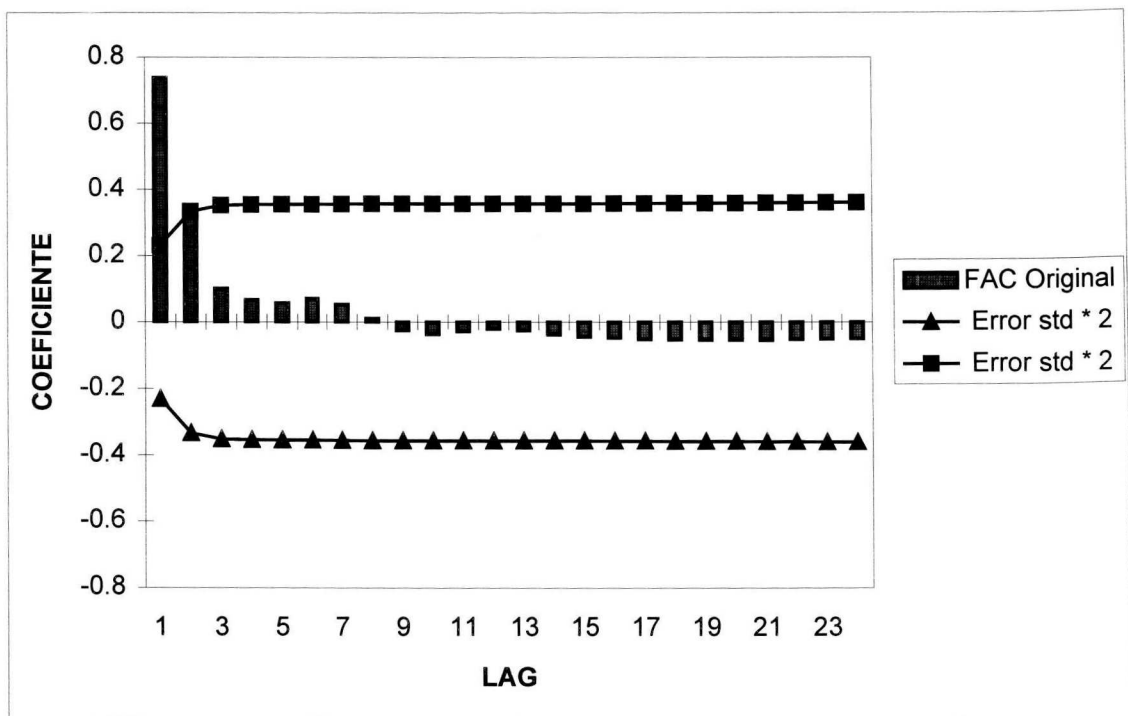


Figura 18. FAC de la serie OBRCM.

4.4.2. Identificación de un modelo tentativo

Para la identificación de un modelo tentativo, fue necesario recurrir a la información de la FAC y FACP diferenciada contenida en las Figuras 19 y 20 respectivamente (Cuadros A14 y A15); en la primera, se observa un corte después del lag dos de la misma manera que en la FACP diferenciada lo que hace suponer la inclusión de algún parámetro estacional o no estacional de grado dos.

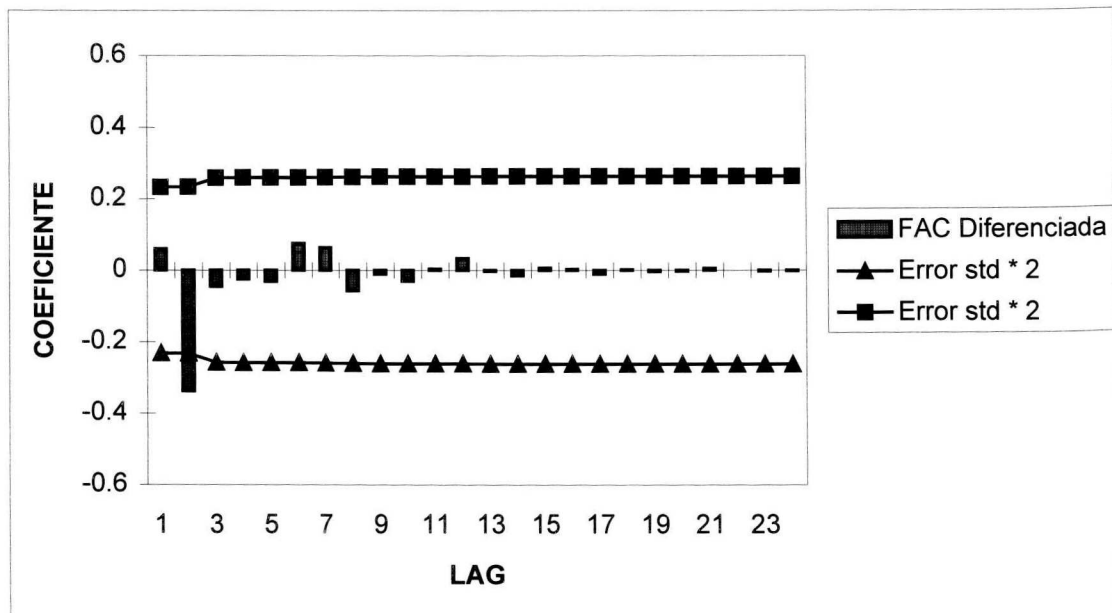


Figura 19. FAC de la serie OBRCM diferenciada.

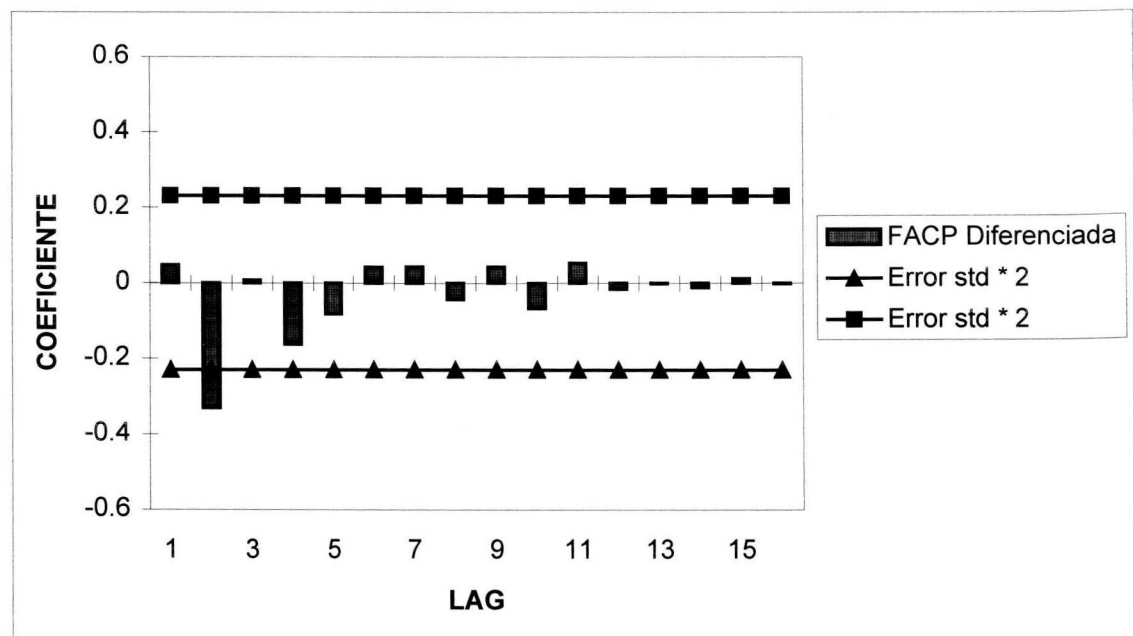


Figura 20. FACP de la serie OBRCM diferenciada.

Dentro de muchos modelos de prueba tanto de forma estacional como de forma no estacional que se utilizaron para intentar representar adecuadamente la serie estudiada, se eligió un modelo tentativo con la forma

estacional ARMA (0,0,2,0) . Su representación matemática:

$$Z_t = \delta + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) E_t$$

donde:

Z_t = Valor de la serie en el tiempo t

δ = Constante del modelo

θ_1 = Operador no estacional de promedios móviles de primer orden

θ_2 = Operador no estacional de promedios móviles de segundo orden

E_t = Término de error en el tiempo t (residual)

4.4.3. Estimación de los parámetros del modelo ARMA (0,0,2,0)

Mediante el uso del paquete estadístico Statgraphics se obtuvieron los estimadores finales correspondientes al modelo estacional ARMA (0,0,2,0), los cuales están reportados en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Valor de los estimadores finales para los parámetros del modelo ARMA (0, 0,2,0) con diferenciación no estacional de primer orden.

Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de T	Valor de P
θ_1	-0.05842	0.11370	-0.51385	0.60895
θ_2	0.37445	0.11335	3.30359	0.00150
Media	0.07824	0.7511	1.04156	0.30115
δ	0.07824			

4.4.4. Verificación del modelo ARMA (0,0,2,0)

Mediante el análisis de los residuales se obtuvo el ajuste entre los valores observados de la serie OBRM y los valores producidos por el modelo escogido (Figura 21, Cuadro A16). En ella se observa que todos los lags se

vuelven estadísticamente ceros lo cual es un indicativo de la buena adecuación del modelo hacia la serie OBRCM.

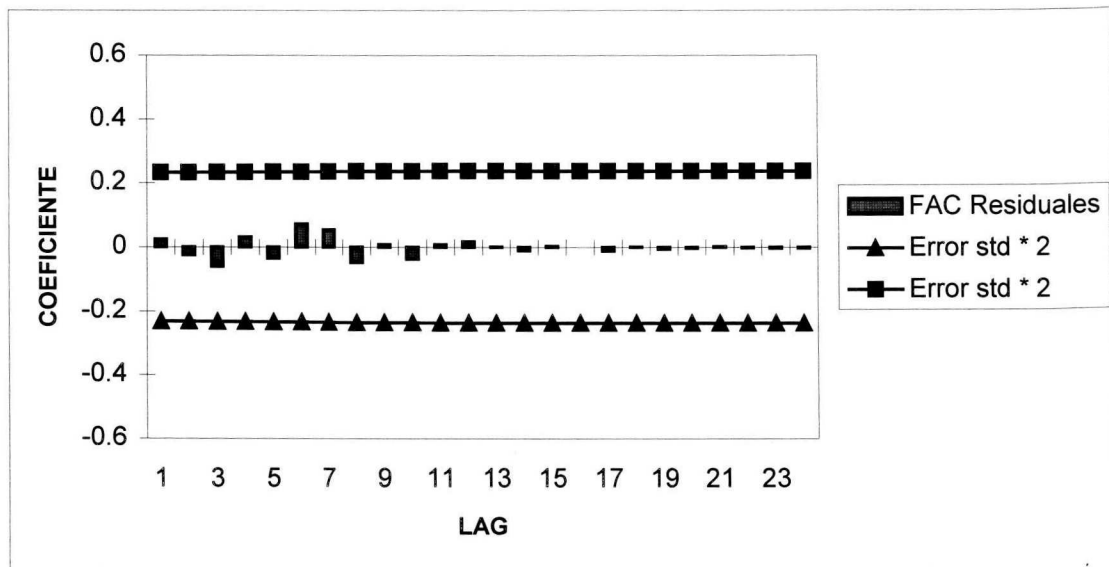


Figura 21. FAC de los residuales del modelo ARMA (0,0,2,0).

De igual manera, en la Figura 22 se observa que la capacidad de ajuste de dicho modelo hacia la serie estudiada es casi total.

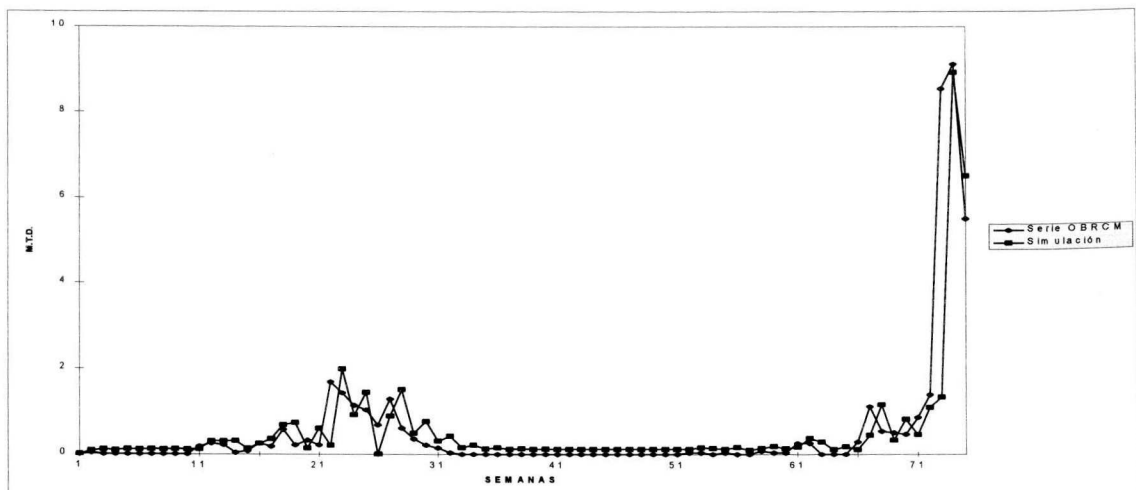


Figura 22. Ajuste del modelo ARMA (0,0,2,0) a la serie OBRCM.

A pesar de ello, se recurrió a probar el estadístico de Box y Pierce (1970) para corroborar la fidelidad del modelo al comportamiento de la serie OBRCM de la siguiente manera:

$$Q = (n-d) \sum_{l=1}^k sr^2(E)$$

$$Q = (0.0307302) (75-1) = 2.2740$$

$$X^2_{0.05} \text{ con } 20-3 \text{ g.l.} = 27.60$$

Regla de decisión:

Si $Q < X^2_{0.05}$ se acepta el modelo

Como $Q = 2.2740 < X^2_{0.05}$ con 17 g.l. = 27.60 por lo tanto, el modelo escogido para la serie OBRCM es correcto.

4.4.5. Predicción de la serie OBRCM con el modelo ARMA (0,0,2,0)

Posterior a haber comprobado que el modelo tentativo logró representar adecuadamente el comportamiento de la serie OBRCM, se procedió al último paso dentro del proceso descrito por Box y Jenkins (1970) para la obtención de los modelos de series de tiempo que consiste en la predicción de los valores futuros. Para lograr lo anterior se obtuvo la ecuación en función de los valores originales y_t , esto es:

$$Z_t = \delta + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) E_t$$

pero como

$$Z_t = y_t - y_{t-1} \quad (\text{por la diferenciación utilizada})$$

entonces:

$$y_t - y_{t-1} = \delta + E_t - \theta_1 E_{t-1} - \theta_2 E_{t-2}$$

despejando

$$Y_t = Y_{t-1} + \delta + E_t - \theta_1 E_{t-1} - \theta_2 E_{t-2}$$

Mediante esta ecuación, el valor estimado de los parámetros y la constante del modelo (Cuadro 6) así como los valores reales de la Serie

OBRCM (Cuadro A18) se obtuvieron los cuatro valores predichos así como sus límites de confianza (Cuadro 7, Figura 23). En ella se observa que los pronósticos no fueron acertados y ni siquiera cercanos puesto que el M.T.D. original estuvo fuera de los límites inferior y superior que marca el modelo salvo para la última observación en la que prácticamente coincidió el pronóstico con el índice señalado, aunque quizá puedan mejorarse los pronósticos adicionando los valores observados al modelo en vez de trabajar con los valores predichos (Pinto, 1989).

A pesar de que tres de los cuatro pronósticos no pudieron determinar con precisión los valores futuros, desde el punto de vista práctico es suficiente para determinar medidas de control adecuadas contra las moscas de la fruta pues tanto el índice M.T.D. original como las predicciones, rebasan por mucho el umbral económico de acción que exigen los países consumidores de mango Mexicano.

Es importante señalar de que no por el hecho de que el modelo elegido para esta serie no haya logrado las predicciones esperadas, ello haga perder la validez de los modelos de Series de Tiempo, quizá solo sea necesario ampliar el número de tomas de datos, así como de mayor experiencia en su uso para lograr mejores resultados .

Cuadro 7.Observaciones finales de la serie OBRCM, su predicción a través del modelo ARMA (0,0,2,0) y sus límites de confianza.

Observaciones	M.T.D.	Predicción	Límite Inferior	Límite Superior
76	1.821	5.4505	3.6212	7.2797
77	2.286	5.9036	3.2400	8.5672
78	1.393	5.9819	3.0390	8.9247
79	6.286	6.0601	2.8623	9.2578

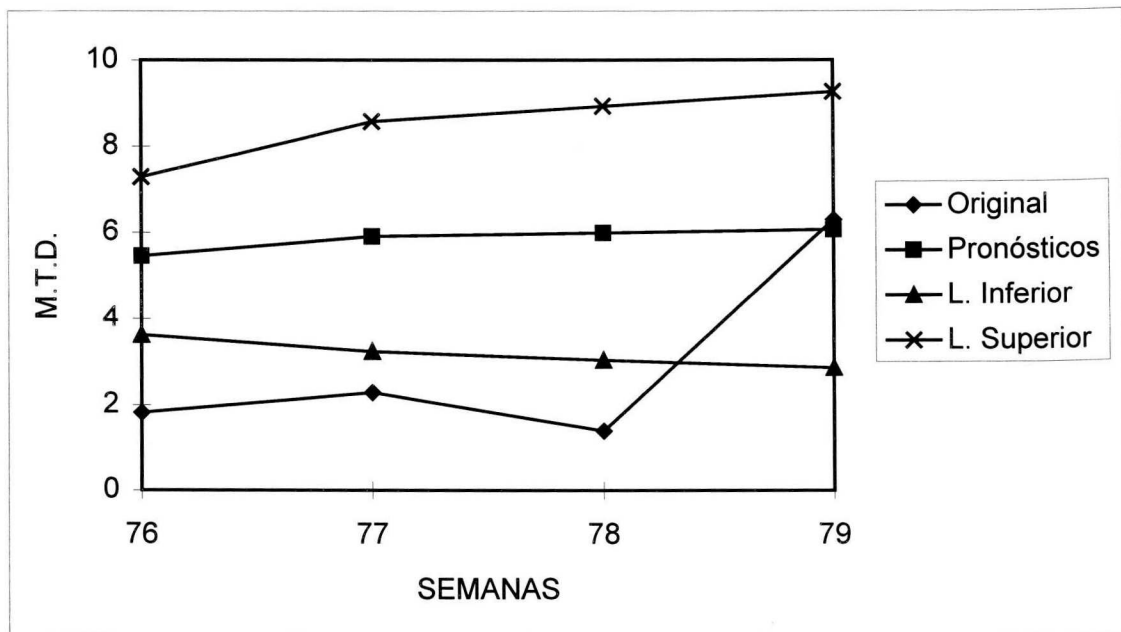


Figura 23. Valores reales, predicciones del modelo ARMA (0,0,2,0) y sus límites de confianza.

4.5. Población de *A. ludens* bajo el escenario riesgo con manejo (LURCM)

4.5.1. Análisis Inicial

En la Figura 24 se visualiza el comportamiento original de la serie LURCM a través de sus 79 observaciones que sirve de base para encontrar el modelo adecuado que pueda representar adecuadamente su comportamiento. De igual manera, en la FAC de esta serie (Figura 25, Cuadro A19) se observa que los primeros cuatro lags presentan autocorrelaciones estadísticamente diferentes de cero por lo que se considera originalmente a la serie como no estacionaria, de tal manera que se hizo necesaria la búsqueda de diversos grados de estacionalidad, encontrando tras de varios intentos que la más adecuada fue una diferenciación no estacional de primer grado ($d=1$) y sin tamaño de estacionalidad definido. Su representación es:

$$Z_t = Dy_t = y_t - y_{t-1}$$

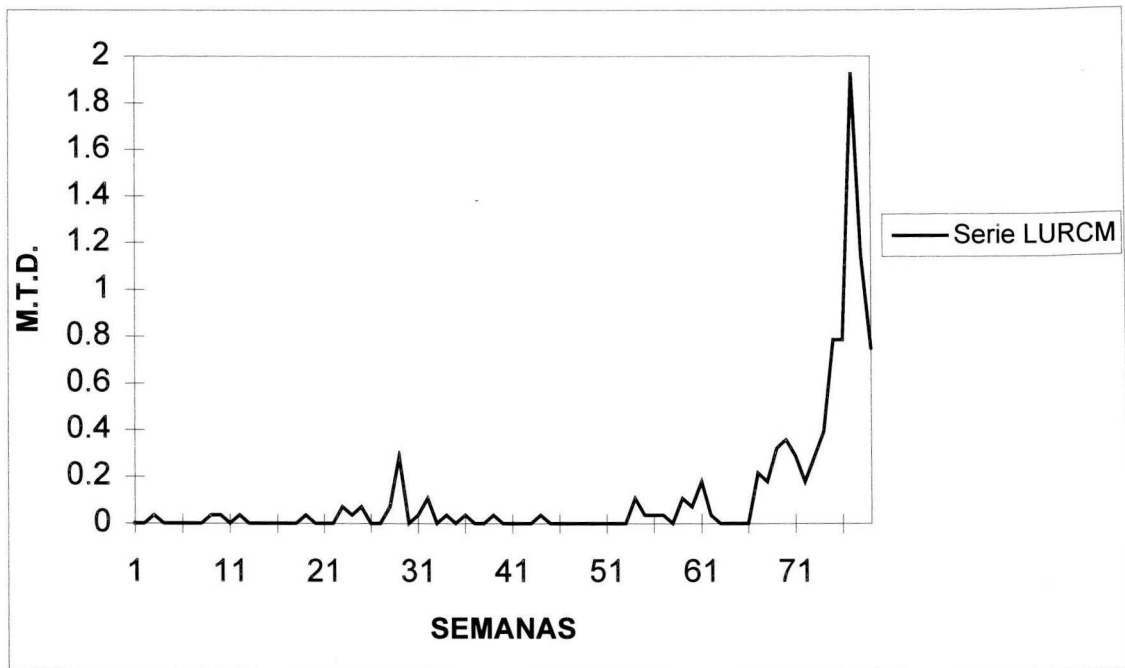


Figura 24. Comportamiento original de la serie LURCM.

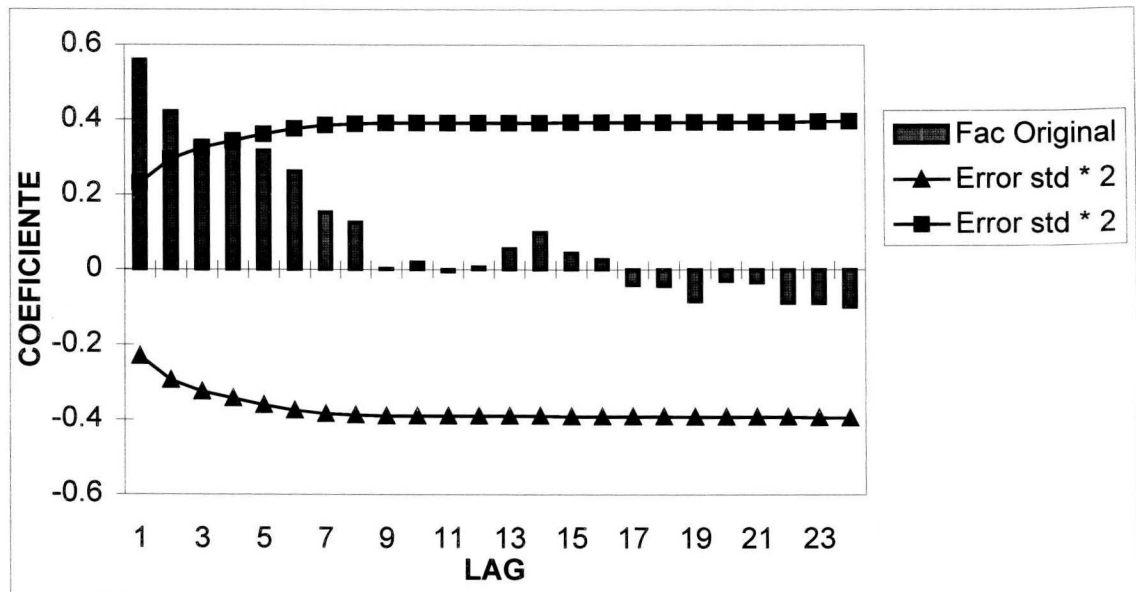


Figura 25. FAC de la serie LURCM.

4.5.2. Identificación de un modelo tentativo

Al estudiar el comportamiento de la FAC diferenciada (Figura 26,

Cuadro A20), se nota que aunque aún existen pequeños picos en los lags uno, seis y ocho, la gráfica mejoró sensiblemente pues el total de las autocorrelaciones diferenciadas se hacen estadísticamente ceros; de igual manera, la FACP diferenciada (Figura 27, Cuadro A21) presenta igual comportamiento para todos sus lags. Por tal motivo, tentativamente se consideró no necesaria la utilización de parámetro alguno dentro del modelo para adecuar la correcta representación de los datos, o sea un modelo con ARMA (0,0,0,0); sin embargo, se utilizó el mismo procedimiento que en las anteriores series, tal y como lo marca el protocolo de Series de Tiempo de Box y Jenkins (1970). De acuerdo al modelo general multiplicativo estacional, su representación matemática es:

$$Z_t = \delta$$

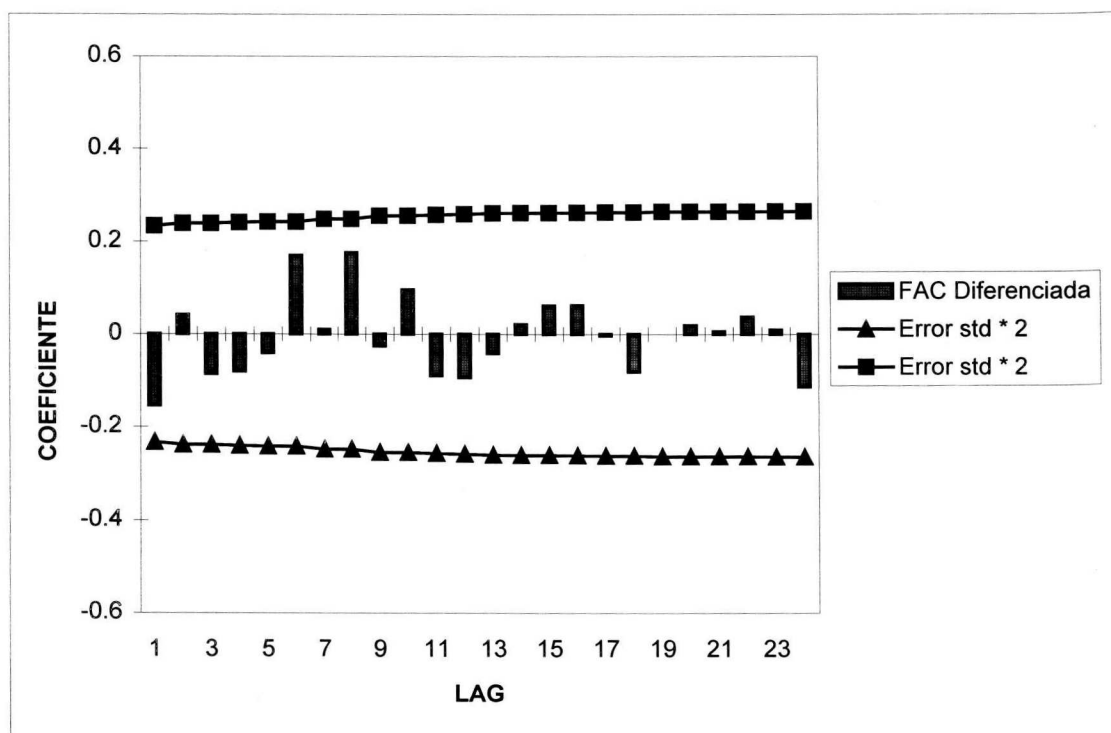


Figura 26. FAC de la serie LURCM diferenciada.

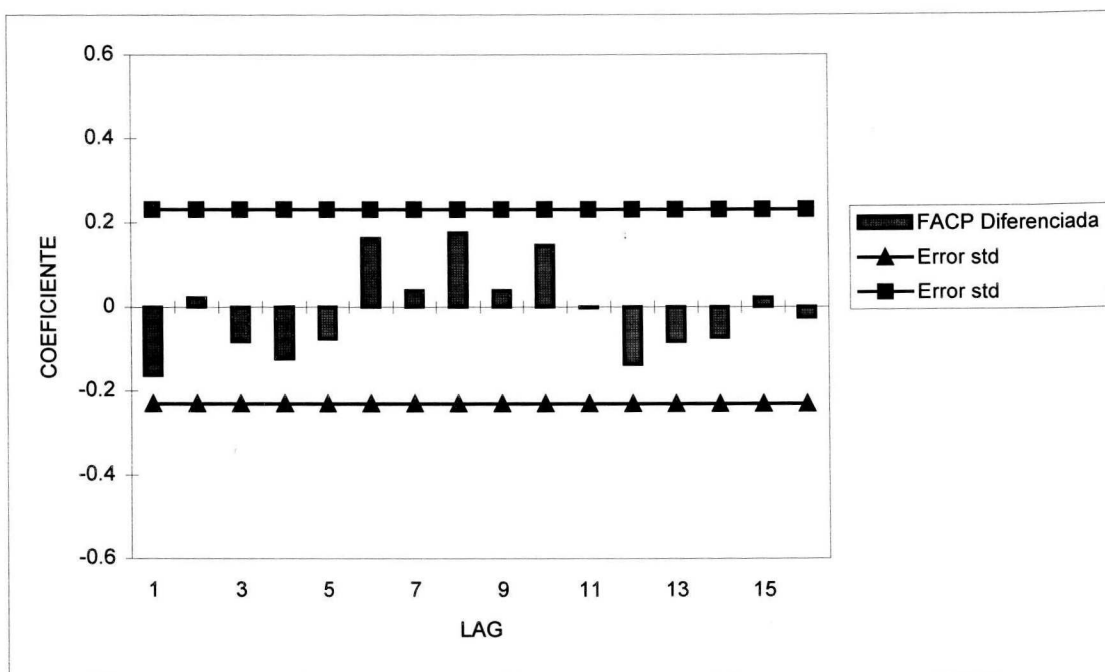


Figura 27. FACP de la serie LURCM diferenciada.

4.5.3. Estimación de los parámetros del modelo ARMA (0,0,0,0)

Los estimadores finales para los parámetros del modelo ARMA (0,0,0,0) se muestran en el Cuadro 8 obtenidos a través del paquete computacional Statgraphics.

Cuadro 8. Valor de los estimadores finales para los parámetros del modelo ARMA (0, 0, 0,0) con diferenciación no estacional de primer orden.

Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de T	Valor de P
Media	0.01062	0.00964	1.10149	0.27430
δ	0.01062			

4.5.4. Verificación del modelo ARMA (0,0,0,0)

El proceso de verificación se obtuvo al realizar el ajuste entre los valores

observados de la serie LURCM y los valores producidos por el modelo ARMA (0,0,0,0), obteniéndose de ello los residuales de la serie (Figura 28, Cuadro A22).

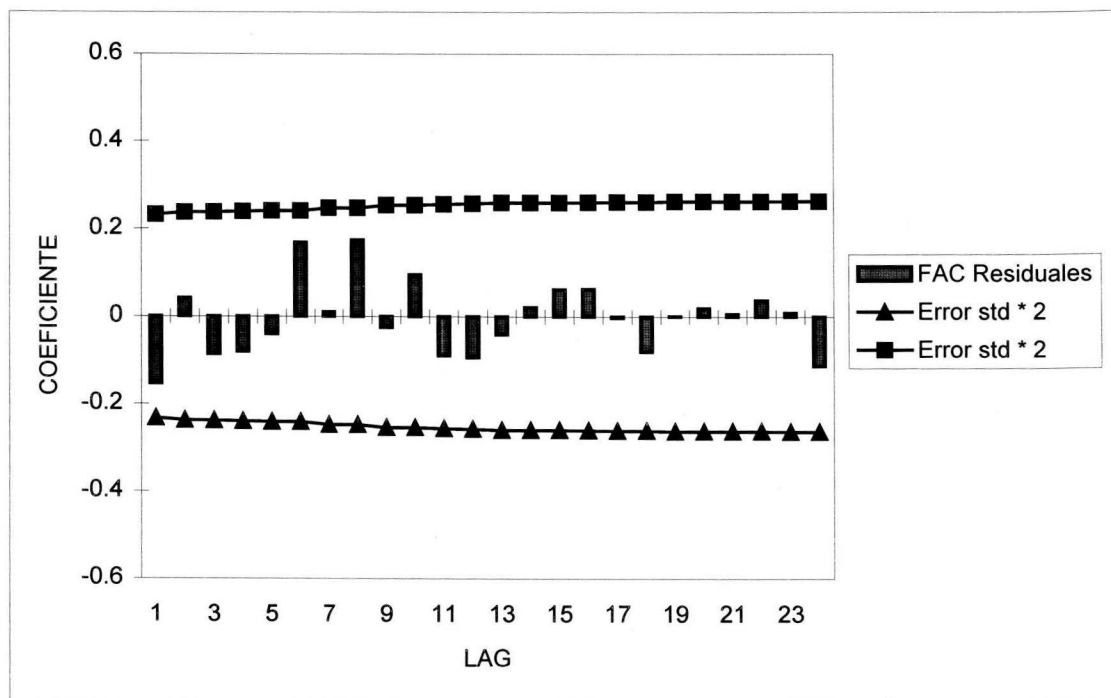


Figura 28. FAC de los residuales del modelo ARMA (0,0,0,0).

De esta manera, se observa que todos los lags se vuelven estadísticamente ceros lo cual es un indicativo de la buena adecuación del modelo hacia la serie OBRCM. De igual manera, en la Figura 29 se observa que la capacidad de ajuste de dicho modelo hacia la serie estudiada es casi total.

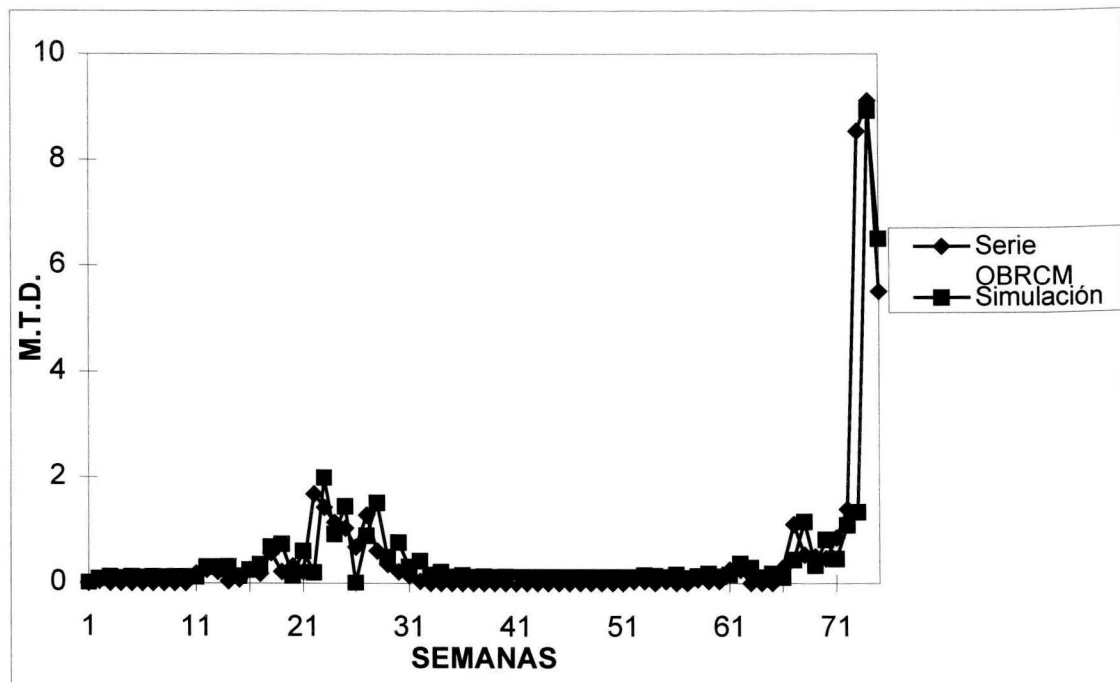


Figura 29. Ajuste del modelo ARMA (0,0,0,0) a la serie LURCM.

Como última verificación, se aplicó la prueba estadística de Ji cuadrada de Box y Pierce considerada por Nelson (1973) como la más confiable. La fórmula, el procedimiento y los resultados se muestran a continuación:

$$Q = (n-d) \sum_{l=1}^k s_l^2 / (E)$$

donde:

$$Q = (75-1) (0.1431186) = 10.590776$$

$$X_{0.05}^2 \text{ con } 20\text{-}1\text{g.l.} = 30.1$$

Aplicando la regla de decisión:

Si $Q < X_{0.05}^2$ con 19 g.l. se acepta el modelo, por tanto:

Como $Q = 10.59 < X^2 = 30.1$, el modelo escogido para la serie LURCM es considerado correcto para la representación adecuada del comportamiento de

su población.

4.5.5. Predicción de la serie LURCM con el modelo ARMA (0,0,0,0)

Después de haber comprobado que el modelo escogido ARMA (0,0,0,0) pudo representar adecuadamente el comportamiento de la serie original, se procedió a obtener la ecuación del modelo de predicción a partir del modelo validado que representa a la serie LURCM para obtener los pronósticos (y_t) de los últimos cuatro valores de la misma serie de la siguiente forma:

$$Z_t = \delta$$

pero $Z_t = y_t - y_{t-1}$

entonces: $y_t - y_{t-1} = \delta$

despejando y_t : $y_t = \delta + y_{t-1}$

Mediante esta ecuación, se sustituyó el valor estimado de la constante (Cuadro 8) y los valores de la serie original (Cuadro A23) y así se obtuvo cada una de las predicciones requeridas para luego ser comparadas con los valores reales de la serie. De esta manera, los valores pronosticados por el modelo ARMA (0,0,0,0) (Cuadro 9), mostraron un buen ajuste a la serie original (Figura 30) excepto para el pronóstico de la semana 77 que predijo un índice M.T.D. muy inferior al real.

Cuadro 9. Observaciones finales de la serie LURCM, predicción a través del modelo ARMA (0,0,0,0) y sus límites de confianza.

Observaciones	M.T.D.	Predicción	Límite Inferior	Límite Superior
76	0.786	0.7966	0.6313	0.9620
77	1.928	0.8072	0.5734	1.0411
78	1.143	0.8179	0.5314	1.1043
79	0.75	0.8285	0.4978	1.1592

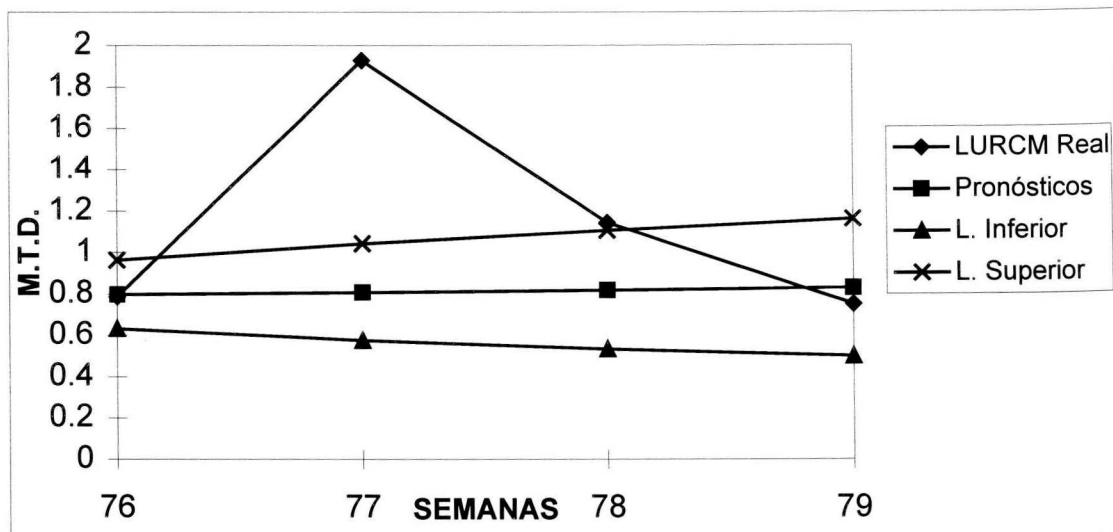


Figura 30. Valores originales, predicciones del modelo ARMA (0,0,0,0) y sus límites de confianza.

4.6. Búsqueda y aplicación de modelos alternativos para las Series de Tiempo OBTSM, LUTSM, OBRCM y LURCM

Posteriormente a haber obtenido los modelos de Series de Tiempo que se ajustaran al comportamiento de cada una de las series estudiadas y consecuentemente obtenido sus predicciones, se utilizaron diversos modelos matemáticos a través del paquete estadístico Curve Expert para compararlos con los primeros y así determinar cual de ellos muestra mayor capacidad de predicción.

4.6.1. Modelo alternativo para la serie OBTSM

Después de haber probado diversos modelos matemáticos que pudieran ajustarse a los datos de la serie, se encontró que el Modelo Polinomial de 4º grado fue el que logró mejor proximidad al índice M.T.D. real (Cuadro 10, Figura 31). Sin embargo, al comparar los resultados obtenidos con los de Series de Tiempo, se comprobó que este último tipo de modelos (Series de Tiempo) obtuvo las mejores predicciones de la serie.

Cuadro 10. Modelos y pronósticos obtenidos y comparados con el índice M.T.D. de la serie OBTSM.

No. de semana	M.T.D. Real	Series de Tiempo ARMA(1,2,2,1) PRONOSTICOS	Modelo Polinomial de 4º grado $y=a+bx+cx^2+dx^3+ex^4$ PRONOSTICOS
76	0.357	0.9658	2.2075
77	0.678	1.2643	2.5144
78	0.357	0.6419	2.8469
79	0.285	0.9930	3.2061

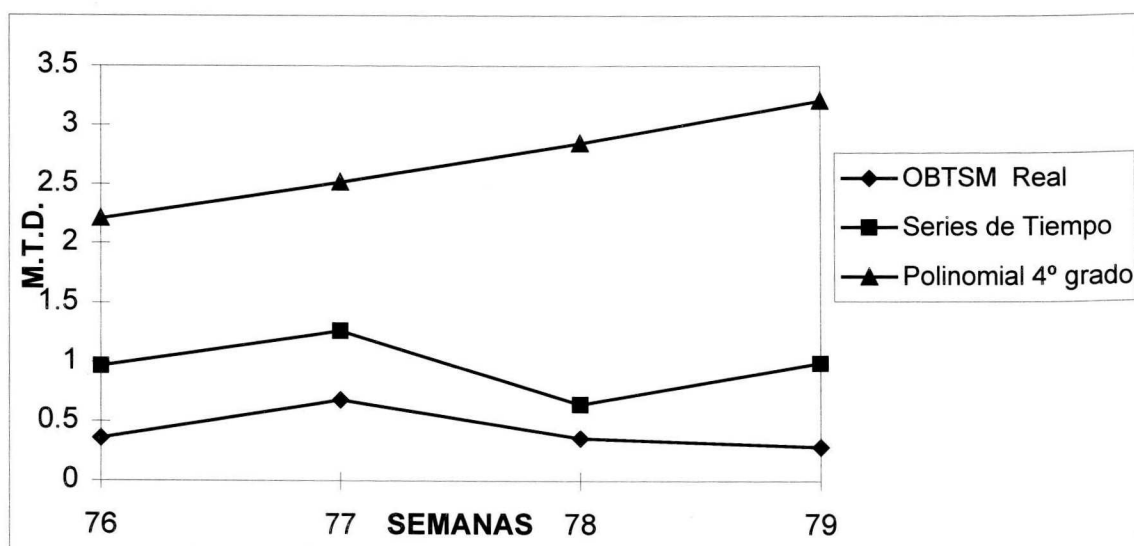


Figura 31. Serie OBTSM, predicción mediante el modelo Polinomial de cuarto grado y comparación con el modelo Series de Tiempo.

4.6.2. Modelos alternativos para la serie LUTSM

En la búsqueda del mejor modelo de predicción para la serie LUTSM, se obtuvieron los denominados Modelo de Función Racional y Modelo Polinomial de 6º grado como los mejores prospectos a representar y predecir la serie LUTSM (Figuras 32 y 33). Sin embargo, al confrontarlos con el índice M.T.D.

original y a su vez compararlos con los pronósticos obtenidos mediante Series de Tiempo (Cuadro 11), se observa que el modelo Función Racional tiene un pobre ajuste respecto al índice M.T.D. original; por el contrario, el modelo Polinomial de 6° grado se ajusta muy bien a los valores dados por el índice M. T. D. real e incluso es ligeramente superior al modelo de Series de Tiempo para las observaciones 77 y 78. Con estos resultados se desprende que los modelos de Series de Tiempo son de gran utilidad para el pronóstico de poblaciones futuras; sin embargo, no hay que descartar la posibilidad de utilizar otro tipo de modelos que puedan representar de igual o mejor manera una serie. Por ello, la elección del tipo de modelo a utilizar, depende en gran medida del grado de conocimiento y experiencia que se tenga acerca del fenómeno a estudiar.

Cuadro 11. Modelos y pronósticos obtenidos y comparados con el índice M.T.D. de la serie LUTSM.

No. de semana	Índice M.T.D. Real	Series de Tiempo ARMA (2,1,0,1) PRONÓSTICOS	Modelo Polinomial de 6° grado $y=a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+gx^6$ PRONÓSTICOS	Modelo Función Racional $y=a+bx/1+cx+dx^2$ PRONÓSTICOS
76	0.107	0.1055	0.1906	0.0045
77	0.393	0.1157	0.2276	0.0044
78	0.214	0.1009	0.2708	0.0043
79	0.143	0.1409	0.3207	0.0042

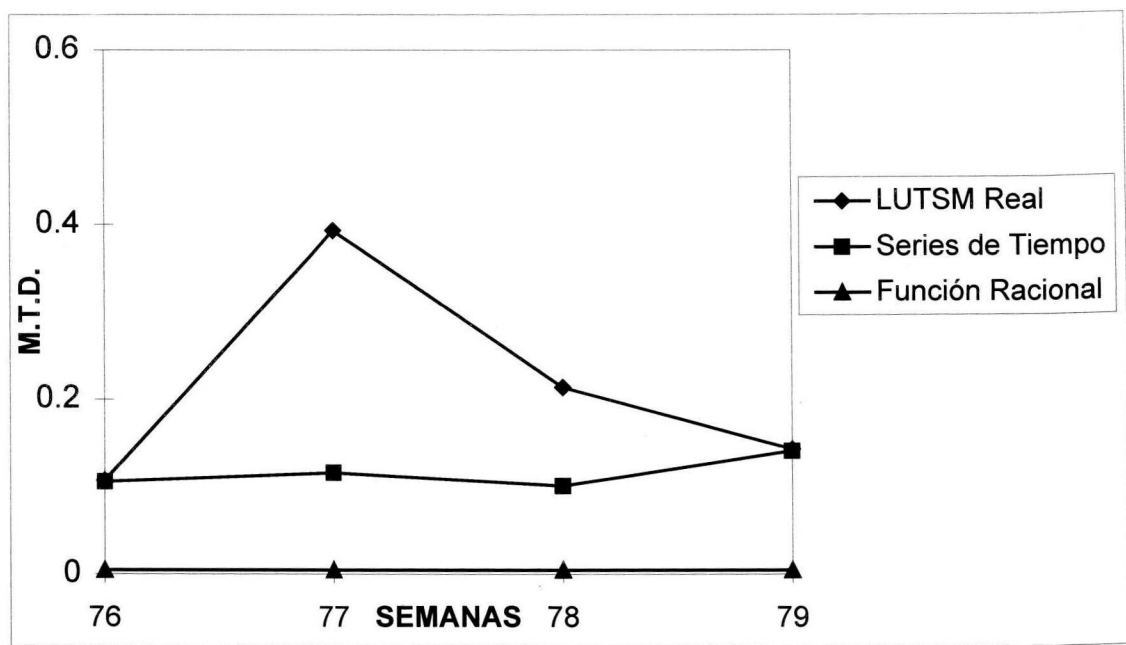


Figura 32. Serie LUTSM, predicción mediante el modelo Función Racional y comparación con el modelo Series de Tiempo.

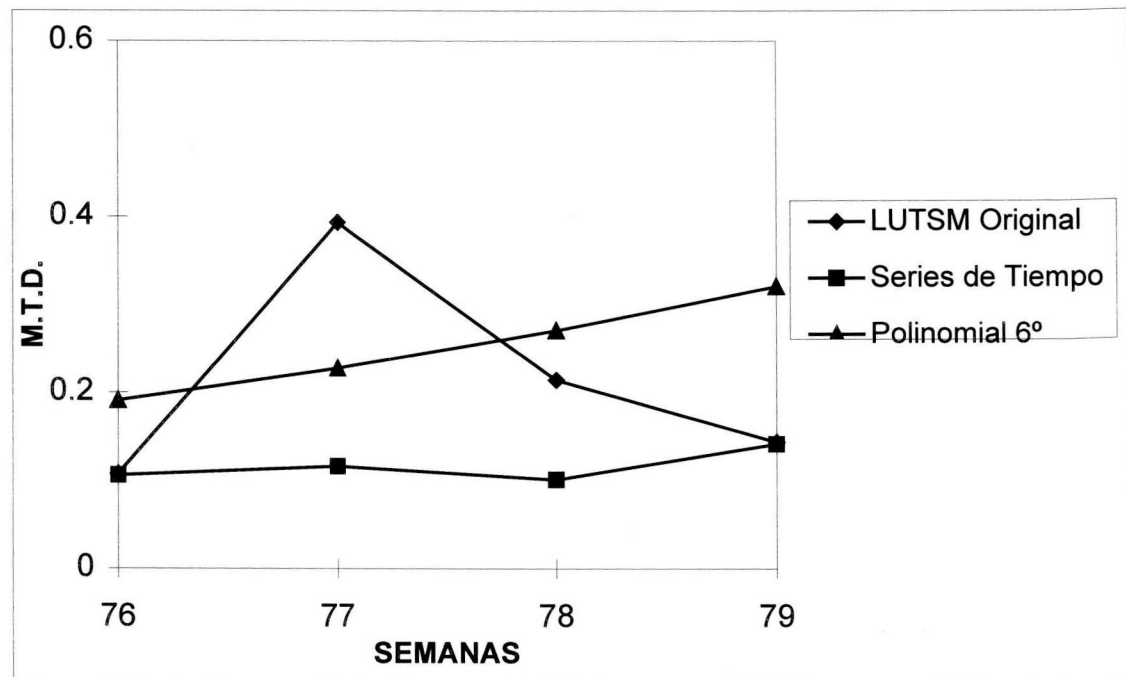


Figura 33. Serie LUTSM, predicción mediante el modelo Polinomial de sexto grado y comparación con el modelo Series de Tiempo.

4.6.3. Modelo alternativo para la serie OBRCM

En la búsqueda de un modelo alternativo para la correcta predicción de los últimos cuatro valores de la serie OBRCM, se encontró al modelo Polinomial como el más viable, por lo que se buscaron diferentes grados de potenciación para el mismo, encontrando finalmente que el de cuarto grado obtenía mejores resultados (Figura 34); sin embargo, al cotejarlo con el índice M. T. D. real (Cuadro 12), se observó una discrepancia total e incluso más alejada de la realidad que los pronósticos obtenidos por el modelo de Series de Tiempo que tampoco obtuvo buenas en tres de las cuatro observaciones.

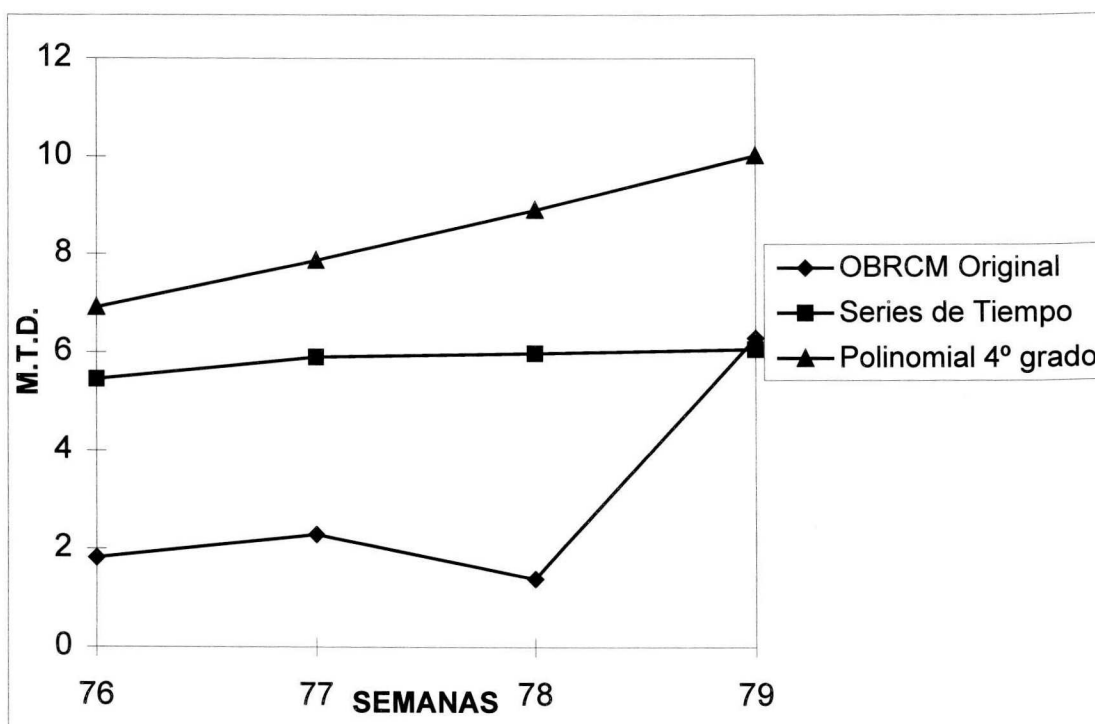


Figura 34. Serie OBRCM, predicción mediante el modelo Polinomial de cuarto grado y comparación con el modelo Series de Tiempo.

Cuadro 12. Modelos y pronósticos obtenidos y comparados con el índice M.T.D. de la serie OBRCM.

No. de semana	Índice M.T.D. Real	Series de Tiempo ARMA (0,0,2,0) PRONÓSTICOS	Modelo Polinomial de 4º grado $y=a+bx+cx^2+dx^3+ex^4$ PRONÓSTICOS
76	1.821	5.4505	6.9077
77	2.286	5.9036	7.8620
78	1.393	5.9819	8.8958
79	6.286	6.0601	10.0127

4.6.4. Modelos alternativos para la serie LURCM

Dentro de los diversos modelos alternativos buscados (no menos de 10) para predecir con confiabilidad los últimos cuatro valores de la serie LURCM, se seleccionaron a dos tipos de modelos, conocido el primero como Modelo Harris y al segundo como Modelo Polinomial (Figuras 35 y 36 respectivamente). Sin embargo, al confrontar los pronósticos del primer modelo con el índice M.T.D. de la serie (Cuadro 13), se observa que existe una discrepancia muy grande entre lo pronosticado y lo real, de tal manera que dicho modelo queda excluido totalmente de toda posibilidad de utilización. Por el contrario, el Modelo Polinomial de 6º grado muestra mayores virtudes al respecto ya que solamente en el segundo pronóstico (al igual que el modelo de Series de Tiempo) existe desfase respecto del dato real mientras que el resto observa buen grado de ajuste.

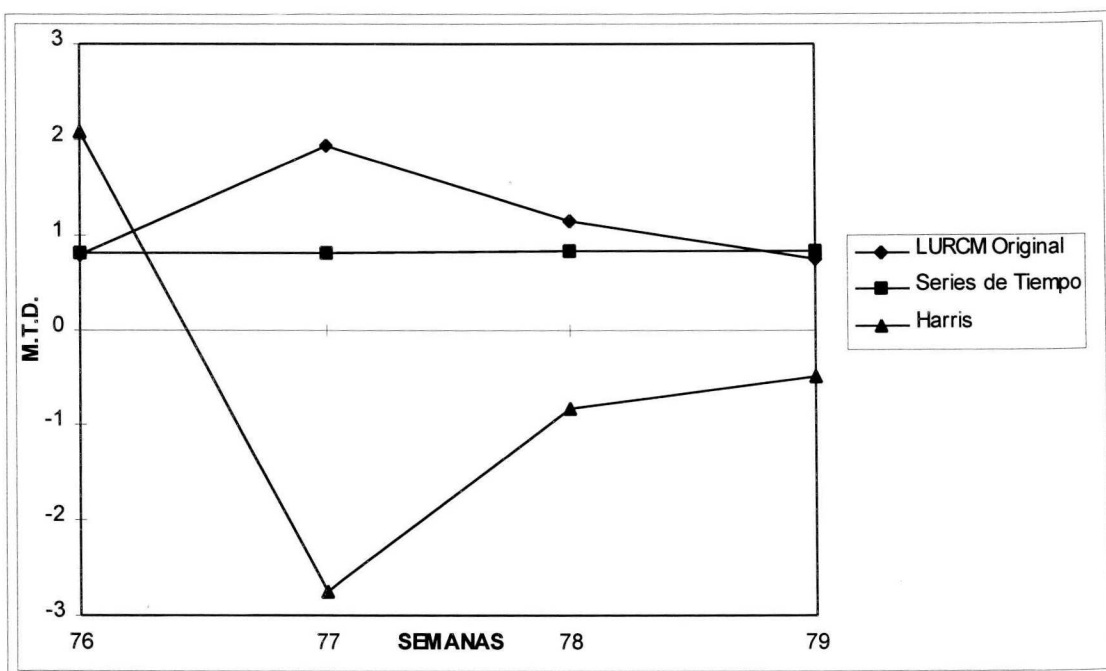


Figura 35. Serie LURCM, predicción mediante el modelo Harris y comparación con el modelo Series de Tiempo.

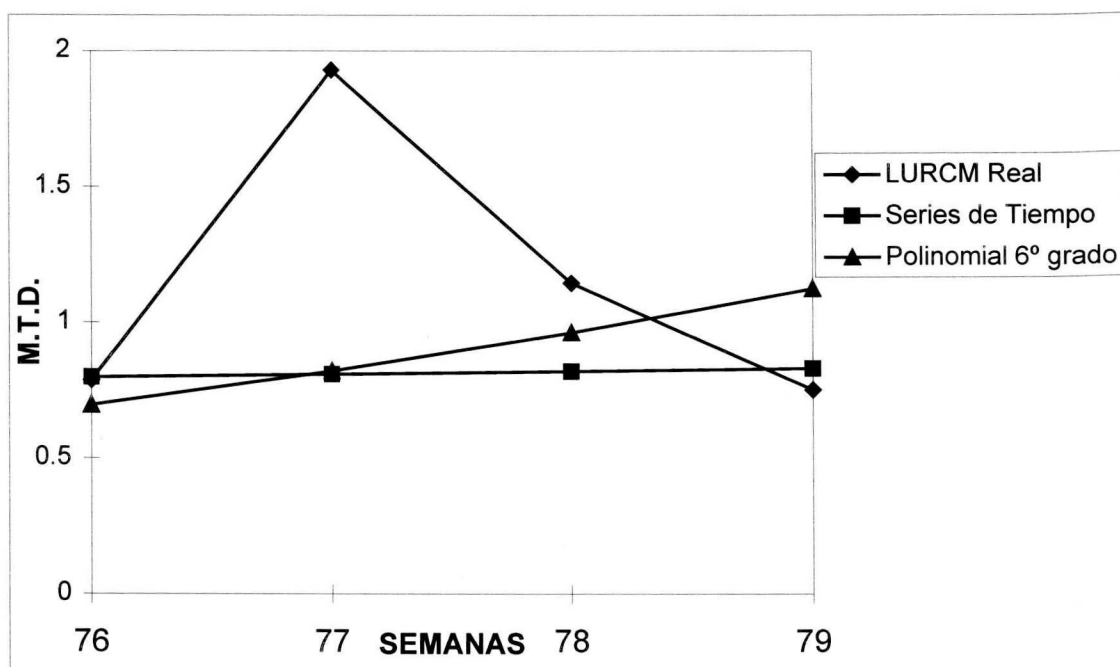


Figura 36. Serie LURCM, predicción mediante el modelo Polinomial de sexto grado y comparación con el modelo Series de Tiempo.

Cuadro 13. Modelos y pronósticos obtenidos y comparados con el índice M.T.D. de la serie LURCM.

No. de semana	Índice M.T.D. Real	Serie de Tiempo ARMA (0,0,0,0) PRONÓSTICOS	Modelo Polinomial 6º grado $y=a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+gx^6$ PRONÓSTICOS	Modelo Harris $y=1/(a+bx^c)$ PRONÓSTICOS
76	0.786	0.7966	0.6952	2.0717
77	1.928	0.8072	0.8191	-2.7593
78	1.143	0.8179	0.9608	-0.8335
79	0.750	0.8285	1.1226	-0.4928

Haciendo un análisis de los resultados obtenidos de los modelos alternativos se observa que solamente en dos de las cuatro series probadas (LUTSM y LURCM) pudo encontrarse pronósticos confiables y ambos del tipo Polinomial de 6º grado. De igual manera, los modelos de Series de Tiempo probados mostraron el mismo grado de adecuación para las mismas series que el caso anterior; sin embargo, las Series de Tiempo ofrecen mayores virtudes que los modelos polinomiales ya que estos últimos carecen de sensibilidad y flexibilidad en cuanto a manipulación de variables para obtener nuevas alternativas, cosa que las Series de Tiempo sí lo permiten en la medida que el investigador tenga mayor experiencia en el manejo de dichos modelos así como conocimiento del fenómeno a estudiar.

V. CONCLUSIONES

1. Los cuatro modelos de Series de Tiempo con ARMA (1,2,2,1), (2,1,0,1), (0,0,2,0) y (0,0,0,0) estimados para representar a las series OBTSM, LUTSM, OBRCM y LURCM respectivamente, lograron ajustarse bien al comportamiento original de sus poblaciones.
2. Los modelos de Series de Tiempo con ARMA (1,2,2,1), (2,1,0,1) y (0,0,0,0) estimados para predecir a las series OBTSM, LUTSM y LURCM lograron pronósticos acertados respecto a los datos reales.
3. Dentro de los diversos modelos alternativos explorados, el de tipo Polinomial de sexto grado utilizado para pronosticar los valores de las series LUTSM y LURCM obtuvieron predicciones bastante cercanas a los reales y casi comparables a los obtenidos por los modelos de Series de Tiempo.
4. Los modelos de Series de Tiempo mostraron a diferencia de los modelos alternativos una alta flexibilidad y capacidad de adecuación ante los movimientos poblacionales.
5. La experiencia y el conocimiento previo por parte del investigador respecto al fenómeno biológico a estudiar, son condiciones necesarias para un óptimo aprovechamiento y utilización de los modelos de Series de Tiempo.
6. Se sugiere ampliar por el mayor tiempo posible la base de datos para obtener predicciones más confiables.

VI. LITERATURA CITADA

Aluja, S. M. 1993. Manejo Integrado de la mosca de la fruta. Ed. Trillas. 251 p.

Aluja, S. M. H. Cabrera M., E. Ríos E., J. Guillén, H. Celedonio H., J. Hendrichs, P. Liedo., 1987. A survey of the economically important fruit flies (Diptera:Tephritidae) present in Chiapas and a few other fruit growing regions in México. Programa de la mosca del mediterráneo. DGSV-SARH, Tapachula, Chiapas, México. *Florida entomologist* 70 (3):320-328.

Álvarez de Sotres, O.; J. Vera G. y S. Infante G. 1983. Modelos estocásticos para el pronóstico de poblaciones de insectos. *Folia Entomológica Mex.* 56: 85-102.

Allen, J. C. 1976. A modified Sine Wave Method for Calculating Degree Days. *Environmental Entomology* 5 (3): 389-395. New York.

Anderson, O. D. 1980. Time Series: Proceedings of The International Conference held at Nottingham University. March. 1979. North-Holland. The Netherlands. pp. 47-73.

Arneson, P. A. 1989. Principios para modelar sistemas en manejo integrado de plagas. Parasitología Agrícola. Universidad Autónoma Chapingo, México. 70 p.

- Bowerman, B. L. y R. T. O'Connell. 1979. Time-Series Analysis Forecasting. Duxbury Press. Belmont, California. pp 125-144.
- Box, G. E. P. y G. M. Jenkins. 1970. Time Series Analysis, Forecasting and Control. Holden Day. San Francisco.
- Box, G. E. P. y G. M. Jenkins. 1976. Time Series Analysis, Forecasting and Control. Holden Day. San Francisco. 575 p.
- Box, G. E. P. y D. A. Pierce. 1970. Distribution of residuals autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series model. *Journal of the American Statistical Association*. 70: 70-79.
- Cadena M, J. A. 1983. Predicción de precios usando la metodología de Box y Jenkins. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Chapingo, México.
- Celedonio H., H. 1991. Organización y manejo de una red de trampas Mcphail para campañas de manejo integrado de moscas de la fruta. Memoria del V curso internacional sobre moscas sobre moscas de la fruta (CICMF) Módulo III. Programa Moscamed DGSV-SARH. Metapa, Chiapas México. pp 42-51.
- Chatfield, C. 1980. The Analysis of Time Series. An Introduction. Chapman and Hall. London, England. 268 p.
- DGSV. 1994. Tecnovanguardia para el control de moscas de la fruta. *Fitófilo* No. 87. SAGAR. 53 p.
- Garsd, A. y W. E. Howard. 1981. A 19-year study of microtine population fluctuation using time-series analysis. *Journal Animal Ecology* 62:930-937.

- Garsd, A. y W. E. Howard. 1982. Microtine population fluctuations: An ecosystem approach based on time-series analysis. *Journal Animal Ecology* 51:225-234
- Gribko, L. S., Andrew M. Liebhold, and Michael E. Hohn. 1995. Model to Predict Gypsy Moth (Lepidoptera: Lymantriidae). Defoliation Using Kriging and Logistic Regression. *Environ entomol.* 24 (3): 529-537.
- Hernández-Ortíz V. 1992. El género *Anastrepha* Schiner en México (Diptera: Tephritidae). Taxonomía, distribución y sus plantas huéspedes. Instituto de Ecología Pub. No. 33. Xalapa, Veracruz. 162 p.
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e informática. 1973. Carta Topográfica Cardel E14B38, Veracruz
- Infante Gil, S., O. Álvarez de Sotres y J. Vera Graziano. 1983. Una aplicación de Series de Tiempo para poblaciones naturales de insectos. Memorias del V Congreso Nacional sobre Estadísticas Agropecuarias y Forestales. SARH. México, D. F. pp 321-333.
- Juárez G., J. C., 1995. Evaluación de cuatro proteínas hidrolizadas comerciales atrayentes de *Anastrepha obliqua* (Maq) en condiciones controladas. Tesis profesional. Universidad veracruzana. Xalapa, Veracruz. pp 23-28.
- Juárez G., P. 1997. Evaluación de fagoatrayentes para la captura de *Anastrepha spp* en mango en la región de Actopan, Veracruz, México. Tesis de Maestría. Departamento de Parasitología Agrícola. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. pp. 51-56.

- Knipling, E. F. 1979. The basic principles of insect population suppression and management. U. S. Department of Agriculture, Agriculture Handbook No. 512. pp 17-21, 91-97.
- Leslie, P. H. 1948. Some further notes on the use of matrices in population mathematics. *Biometrika*. 35 (3): 213-222.
- Lotka, A. J. 1932. Contribution to the mathematical theory of capture. I. Conditions for capture. *Proc. Nat. Acad. Sci.* 8(2) 339-345.
- Makridakis, S.; S. C. Wheelwright y V. E. McGee. 1983. Forecasting: Methods and applications. Second edition. Wiley. New York. 542 p.
- Mawby, W. D. y H. J. Gold. 1984. A reference curve and space-time series analysis of the regional population dynamics of the Southern Pine Beetle (*Dendroctonus frontalis* Zimm). *Res. Pop. Ecolol.* 26:261-274.
- Montañez C., P. 1997. Predicción de productividad de zacate salado (*Distichlis spicata* (L.) Greene var mexicana Beetle) con la metodología de Box-Jenkins. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Montecillo, México.
- Nelson, C. R. 1973. Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting. Holden day Inc. San Francisco.
- Odum, E. P. 1971. Fundamentals of Ecology. W. B. Saunders. Third edition. Philadelphia. 574 p.
- Pankrats, A. 1983. Forecasting with univariate Box-Jenkins models. Concepts and cases. Wiley. New York. 562 p.

- Pinto, V. M. 1989. Predicción de la fluctuación poblacional de *Zabrotes subfasciatus* Boh (Coleoptera: Bruchidae) a través de modelos de series de tiempo. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Maestría en Ciencias. Chapingo, México.
- Piña A., J. J., J. Magaña F. y S. Venegas S. 1991. Identificación, distribución y fluctuación de las moscas de la fruta en el cultivo de mango (*Mangifera indica* L) en el Valle de Apatzingán, Michoacán. SARH. Programa de Sanidad Vegetal. Michoacán, México.
- Ponce S., J. 1996. Moscas de la fruta (Diptera:Tephritidae) en huertos de mango del valle de Apatzingán, Michoacán, México. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México.
- Salas F., F., 1993. Especies de *Anastrepha* Schiner (Diptera:Tephritidae) en cítricos (*Citrus spp*) y su fluctuación poblacional en Martínez de laTorre, Veracruz. Tesis Profesional. Chapingo, México. 96 p.
- Schwentesius, R. R.; M. A. Gómez C. 1996. El modelo neoliberal y la desmodernización de la agricultura mexicana. El caso de la naranja. CIESTAAM. Universidad Autónoma Chapingo, México. p.10.
- Snyder, R. L. 1985. Hand Calculating Degree Days. *Agricultural and Forest Meteorology* 35:353-358.

VII. APÉNDICE

Cuadro A1. Función de Autocorrelación para la serie OBTSM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.65940	0.11547	2	0.32452	0.15789
3	0.21005	0.16654	4	0.05105	0.17004
5	0.02948	0.17024	6	0.02308	0.17031
7	-0.02882	0.17035	8	-0.04283	0.17042
9	-0.05612	0.17056	10	-0.07784	0.17081
11	-0.07229	0.17128	12	-0.07512	0.17169
13	-0.09074	0.17212	14	-0.08990	0.17276
15	-0.08618	0.17338	16	-0.09532	0.17395
17	-0.09431	0.17465	18	-0.09182	0.17533
19	-0.09268	0.17597	20	-0.08800	0.17661
21	-0.09304	0.17720	22	-0.09159	0.17785
23	-0.07930	0.17848	24	-0.07936	0.17895

Cuadro A2. Función de Autocorrelación diferenciada de la serie OBTSM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.02645	0.11625	2	-0.31058	0.11633
3	0.03890	0.12704	4	-0.21201	0.12720
5	-0.03376	0.13189	6	0.06582	0.13201
7	-0.05692	0.13245	8	-0.00107	0.13278
9	0.01197	0.13278	10	-0.03980	0.13279
11	0.01237	0.13296	12	0.01890	0.13297
13	-0.02480	0.13301	14	-0.00378	0.13307
15	0.02135	0.13307	16	-0.01736	0.13312
17	-0.00124	0.13315	18	0.00636	0.13315
19	-0.00866	0.13315	20	0.01767	0.13316
21	-0.00205	0.13319	22	-0.02498	0.13319

Cuadro A3. Función de Autocorrelación parcial de la serie OBTSM diferenciada.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.65940	0.11547	2	-0.19512	0.11547
3	0.15261	0.11547	4	-0.22413	0.11547
5	0.20989	0.11547	6	-0.15623	0.11547
7	0.06234	0.11547	8	-0.09495	0.11547
9	0.04107	0.11547	10	-0.08313	0.11547
11	0.03928	0.11547	12	-0.07695	0.11547
13	0.00316	0.11547	14	-0.05005	0.11547
15	0.00628	0.11547	16	-0.06847	0.11547
17	0.00591	0.11547	18	-0.05680	0.11547
19	0.00087	0.11547	20	-0.05430	0.11547
21	-0.02144	0.11547	22	-0.03339	0.11547
23	-0.01158	0.11547	24	-0.04880	0.11547

Cuadro A4. Función de Autocorrelación de residuales de la serie OBTSM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	-0.01768	0.11625	2	0.04743	0.11628
3	0.00179	0.11655	4	-0.07097	0.11655
5	0.02984	0.11713	6	0.01061	0.11723
7	-0.01385	0.11724	8	-0.00234	0.11727
9	-0.01375	0.11727	10	-0.02721	0.11729
11	0.00628	0.11737	12	-0.01932	0.11738
13	0.00010	0.11742	14	-0.03299	0.11742
15	0.01734	0.11755	16	-0.03595	0.11758
17	0.00445	0.11773	18	-0.02526	0.11773
19	0.00971	0.11780	20	-0.02624	0.11782
21	0.01248	0.11789	22	-0.04922	0.11791
23	0.02914	0.11819	24	-0.03578	0.11829

Cuadro A5. Valores originales de la serie OBTSM utilizados para la obtención del modelo ARMA (1,2,2,1).

Fecha	M.T.D.	Fecha	M.T.D.	Fecha	M.T.D.
1	0	26	0.142	51	0.0
2	0.036	27	1.321	52	0.0
3	0	28	1.250	53	0.036
4	0.107	29	0.321	54	0.071
5	0.036	30	0.321	55	0.0
6	0.036	31	0.178	56	0.0
7	0.071	32	0.071	57	0.0
8	0	33	0.036	58	0.036
9	0	34	0.0	59	0.0
10	0	35	0.036	60	0.0
11	0.036	36	0.0	61	0.0
12	0.036	37	0.0	62	0.0
13	0.036	38	0.0	63	0.0
14	0	39	0.143	64	0.0
15	0.036	40	0.071	65	0.0
16	0.214	41	0	66	0.0
17	0.036	42	0.036	67	0.036
18	0.071	43	0.0	68	0.036
19	0.214	44	0.0	69	0.036
20	0.178	45	0.0	70	0.178
21	0.428	46	0.036	71	1.036
22	0.928	47	0.0	72	1.642
23	0.285	48	0.036	73	3.785
24	1.107	49	0.0	74	2.607
25	1.142	50	0.071	75	0.0

Cuadro A6. Residuales del modelo OBTSM con ARMA (1,2,2,1).

Residual (E_t)	Valor	Residual (E_t)	Valor	Residual (E_t)	Valor
1	--	26	0.0737194	51	-0.195323
2	0.0261698	27	0.870242	52	-0.000292
3	-0.0421603	28	0.0724131	53	-0.154102
4	0.113866	29	0.129588	54	-0.001976
5	-0.105377	30	-0.171923	55	-0.212129
6	0.0816303	31	-0.0158084	56	-0.060610
7	-0.0680988	32	0.0405584	57	-0.208535
8	-0.0091521	33	-0.0968067	58	-0.063663
9	-0.0571441	34	0.0156763	59	-0.243382
10	-0.0426444	35	0.0033709	60	-0.12422
11	-0.0058135	36	-0.0232531	61	-0.253066
12	-0.0518782	37	0.0070445	62	-0.17009
13	-0.0255658	38	-0.0375138	63	-0.267433
14	-0.101313	39	0.143635	64	-0.225651
15	-0.0134001	40	-0.0905311	65	-0.292835
16	0.0782603	41	0.028054	66	-0.278106
17	-0.189737	42	-0.066772	67	-0.293781
18	0.0554959	43	-0.0164703	68	-0.327638
19	-0.060193	44	-0.0442812	69	-0.344851
20	0.0259532	45	-0.0495445	70	-0.246405
21	0.187823	46	-0.0067387	71	0.474335
22	0.489484	47	-0.0902223	72	0.404433
23	-0.40309	48	-0.0039774	73	2.52241
24	1.1325	49	-0.131252	74	-0.674272
25	-0.241022	50	0.0476538	75	-0.651156

Cuadro A7. Función de Autocorrelación de la serie LUTSM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.34097	0.11547	2	0.31252	0.12819
3	0.8510	0.13798	4	0.24571	0.13868
5	0.24395	0.14436	6	0.30860	0.14976
7	0.13784	0.15801	8	-0.01952	0.15961
9	0.03305	0.15964	10	-0.06525	0.15973
11	0.07113	0.16009	12	-0.10720	0.16051
13	-0.12726	0.16146	14	-0.12737	0.16279
15	-0.04212	0.16411	16	-0.10217	0.16426
17	-0.06652	0.16510	18	-0.16655	0.16546
19	-0.17928	0.16768	20	-0.15919	0.17022
21	-0.17022	0.17219	22	-0.09560	0.17442
23	-0.16097	0.17512	24	-0.16087	0.17708

Cuadro A8. Función de Autocorrelación de la serie LUTSM diferenciada.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	-0.47901	0.11625	2	0.14413	0.14041
3	-0.27904	0.14240	4	0.12649	0.14960
5	-0.05991	0.15104	6	0.19029	0.15136
7	-0.00258	0.15456	8	-0.16382	0.154556
9	0.11760	0.15689	10	-0.18314	0.15808
11	0.24820	0.16092	12	-0.12070	0.16601
13	-0.01542	0.16719	14	-0.07200	0.16721
15	0.11876	0.16763	16	-0.08008	0.16876
17	0.09222	0.16928	18	-0.05905	0.16995
19	-0.01893	0.17023	20	0.02423	0.17026
21	-0.04741	0.17031	22	0.07981	0.17048
23	-0.02380	0.17099	24	-0.06330	0.17103

Cuadro A9. Función de Autocorrelación parcial de la serie LUTSM diferenciada.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.34097	0.11547	2	0.22207	0.11547
3	-0.08750	0.11547	4	0.20950	0.11547
5	0.16000	0.11547	6	0.12839	0.11547
7	-0.05645	0.11547	8	-0.19584	0.11547
9	0.04610	0.11547	10	-0.15864	0.11547
11	0.02595	0.11547	12	-0.13747	0.11547
13	-0.12505	0.11547	14	0.10292	0.11547
15	0.03480	0.11547	16	-0.05247	0.11547
17	0.03650	0.11547	18	-0.07811	0.11547
19	-0.03560	0.11547	20	-0.09048	0.11547
21	-0.12076	0.11547	22	0.04353	0.11547
23	-0.08592	0.11547	24	-0.03914	0.11547

Cuadro A10. Función de Autocorrelación de los residuales de la serie LUTSM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	-0.03562	0.11547	2	-0.08122	0.11562
3	0.05070	0.11637	4	0.07666	0.11667
5	0.05592	0.11734	6	0.17339	0.11769
7	0.08672	0.12105	8	-0.09947	0.12120
9	0.06670	0.12228	10	-0.11008	0.12277
11	0.13473	0.12408	12	-0.09675	0.12601
13	-0.16640	0.12700	14	-0.00610	0.12987
15	0.05625	0.12988	16	-0.06214	0.13020
17	0.01280	0.13060	18	-0.08511	0.13061
19	-0.07892	0.13135	20	-0.03931	0.13198
21	-0.09541	0.13214	22	0.06053	0.13305
23	-0.10309	0.13342	24	-0.11046	0.13448

Cuadro A11. Valores originales de la serie LUTSM utilizados para la obtención del modelo ARMA (2,1,0,1).

Fecha	M.T.D.	Fecha	M.T.D.	Fecha	M.T.D.
1	0.0	26	0.071	51	0.0
2	0.0	27	0.036	52	0.0
3	0.036	28	0.50	53	0.071
4	0.0	29	0.285	54	0.0
5	0.0	30	0.143	55	0.0
6	0.071	31	0.107	56	0.0
7	0.071	32	0.00	57	0.036
8	0	33	0.178	58	0.071
9	0	34	0.036	59	0.0
10	0	35	0.107	60	0.0
11	0.0	36	0.0	61	0.0
12	0.036	37	0.0	62	0.0
13	0.071	38	0.0	63	0.0
14	0.071	39	0.143	64	0.0
15	0.0	40	0.036	65	0.0
16	0.071	41	0.0	66	0.0
17	0.0	42	0.036	67	0.0
18	0.0	43	0.0	68	0.0
19	0.036	44	0.0	69	0.071
20	0.036	45	0.0	70	0.107
21	0.036	46	0.0	71	0.036
22	0.285	47	0.0	72	0.036
23	0.071	48	0.036	73	0.178
24	0.250	49	0.0	74	0.107
25	0.036	50	0.036	75	0.178

Cuadro A12. Residuales del modelo LUTSM con ARMA (2,0,1,1).

Residual (E_t)	Valor	Residual (E_t)	Valor	Residual (E_t)	Valor
1	--	26	-0.075384	51	-0.01188
2	-0.009785	27	-0.027092	52	-0.01188
3	0.024017	28	0.059118	53	-0.01188
4	-0.040169	29	0.218328	54	0.095118
5	-0.019594	30	-0.251824	55	-0.05996
6	-0.011882	31	-0.037150	56	-0.02709
7	-0.011882	32	0.066830	57	-0.01882
8	-0.011882	33	-0.103672	58	-0.04788
9	0.024118	34	-0.001196	59	0.087406
10	-0.004169	35	-0.040170	60	-0.02496
11	-0.047882	36	0.016406	61	0.087406
12	0.016406	37	-0.040170	62	-0.13096
13	-0.040169	38	-0.019594	63	-0.07830
14	-0.019594	39	0.024118	64	-0.01959
15	-0.011882	40	-0.040169	65	-0.01188
16	-0.011882	41	-0.019594	66	-0.01188
17	-0.011882	42	-0.011882	67	0.202118
18	-0.111882	43	-0.011882	68	-0.00204
19	0.024118	44	0.024118	69	0.123406
20	-0.04017	45	-0.040170	70	0.054752
21	-0.019594	46	-0.019594	71	-0.07517
22	-0.011882	47	-0.011882	72	-0.13509
23	0.059118	48	-0.011882	73	0.07298
24	-0.031672	49	-0.011882	74	0.118254
25	0.015620	50	-0.011882	75	0.40404

Cuadro A13. Función de Autocorrelación de la serie OBRCM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.73703	0.11547	2	0.34792	0.16679
3	0.10076	0.17620	4	0.06734	0.17697
5	0.05783	0.17731	6	0.07094	0.17756
7	0.05385	0.17794	8	0.01093	0.17816
9	-0.02634	0.17816	10	-0.03724	0.17822
11	-0.02837	0.17832	12	-0.02077	0.17838
13	-0.02621	0.17841	14	-0.03836	0.17846
15	-0.04513	0.17857	16	-0.04831	0.17873
17	-0.05307	0.17890	18	-0.05396	0.17911
19	-0.05501	0.17933	20	-0.05480	0.17955
21	-0.05539	0.17977	22	-0.05265	0.18000
23	-0.05168	0.18021	24	-0.05084	0.18040

Cuadro A14. Función de Autocorrelación de la serie OBRCM diferenciada.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.05980	0.11625	2	-0.33723	0.11666
3	-0.04539	0.12917	4	-0.02493	0.12938
5	-0.03149	0.12945	6	0.07482	0.12955
7	0.06333	0.13013	8	-0.05736	0.13055
9	-0.01072	0.13089	10	-0.03009	0.13090
11	0.00326	0.13099	12	0.03283	0.13099
13	-0.00311	0.13111	14	-0.01498	0.13111
15	0.00640	0.13113	16	0.00240	0.13113
17	-0.01029	0.13113	18	0.00152	0.13115
19	-0.00363	0.13115	20	-0.00273	0.13115
21	0.00539	0.13115	22	-0.00019	0.13115
23	-0.00252	0.13115	24	-0.00156	0.13115

Cuadro A15. Función de Autocorrelación parcial de la serie OBRCM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.73703	0.11547	2	-0.42754	0.11547
3	0.13345	0.11547	4	0.14954	0.11547
5	-0.18353	0.11547	6	0.18818	0.11547
7	-0.10576	0.11547	8	-0.06108	0.11547
9	0.09490	0.11547	10	-0.09924	0.11547
11	0.04493	0.11547	12	-0.00265	0.11547
13	-0.06993	0.11547	14	0.04522	0.11547
15	-0.03701	0.11547	16	-0.02805	0.11547
17	0.00790	0.11547	18	-0.03043	0.11547
19	-0.01584	0.11547	20	0.00026	0.11547
21	-0.02999	0.11547	22	-0.00159	0.11547
23	-0.01644	0.11547	24	-0.01931	0.11547

Cuadro A16. Función de Autocorrelación de los residuales de la serie OBRCM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.02349	0.11625	2	-0.02490	0.11631
3	-0.06046	0.11638	4	0.03126	0.11681
5	-0.03515	0.11692	6	0.07201	0.11706
7	0.05429	0.11766	8	-0.04809	0.11800
9	0.00751	0.11826	10	-0.03728	0.11827
11	0.00808	0.11843	12	0.01717	0.11844
13	0.00052	0.11847	14	-0.01103	0.11847
15	0.00265	0.11848	16	0.00043	0.11848
17	-0.01177	0.11848	18	0.00079	0.11850
19	-0.0645	0.11850	20	-0.00315	0.11850
21	0.00227	0.11851	22	-0.00214	0.11851
23	-0.00281	0.11851	24	-0.00338	0.11851

Cuadro A17. Valores originales de la serie 0BRCM utilizados para la obtención del modelo ARMA (0,0,2,0).

Fecha	M.T.D.	Fecha	M.T.D.	Fecha	M.T.D.
1	0.0	26	0.678	51	0.0
2	0.036	27	0.1.285	52	0.036
3	0.0	28	0.607	53	0.036
4	0.0	29	0.357	54	0.0
5	0.0	30	0.214	55	0.036
6	0.0	31	0.143	56	0.0
7	0.0	32	0.036	57	0.0
8	0.0	33	0.0	58	0.071
9	0.0	34	0.0	59	0.036
10	0.0	35	0.0	60	0.036
11	0.178	36	0.0	61	0.250
12	0.250	37	0.0	62	0.250
13	0.214	38	0.0	63	0.0
14	0.036	39	0.0	64	0.0
15	0.071	40	0.0	65	0.0
16	0.250	41	0.0	66	0.286
17	0.178	42	0.0	67	1.107
18	0.571	43	0.0	68	0.536
19	0.214	44	0.0	69	0.50
20	0.321	45	0.0	70	0.464
21	0.214	46	0.0	71	0.857
22	1.678	47	0.0	72	1.393
23	1.428	48	0.0	73	8.536
24	1.143	49	0.0	74	9.107
25	1.035	50	0.0	75	5.50

Cuadro A18. Residuales del modelo OBRCM con ARMA (0,0,2,0).

Residual (E_t)	Valor	Residual (E_t)	Valor	Residual (E_t)	Valor
1	--	26	-0.328076	51	-0.114369
2	-0.0422359	27	0.39473	52	-0.078401
3	-0.111768	28	-0.902145	53	-0.116481
4	-0.0875212	29	-0.127724	54	-0.136788
5	-0.114974	30	-0.55158	55	-0.078604
6	-0.105291	31	-0.164837	56	-0.160907
7	-0.115195	32	-0.382144	57	-0.097989
8	-0.110557	33	-0.153633	58	-0.061762
9	-0.114911	34	-0.212353	59	-0.14632
10	-0.112921	35	-0.123357	60	-0.092814
11	0.0633329	36	-0.150544	61	0.086397
12	-0.0522189	37	-0.115632	62	-0.118038
13	-0.0874702	38	-0.127851	63	-0.288898
14	-0.270679	39	-0.114064	64	-0.105551
15	-0.0601751	40	-0.119446	65	-0.180281
16	-0.0029243	41	-0.113969	66	0.178773
17	-0.172939	42	-0.116304	67	0.664814
18	0.325963	43	-0.114171	68	-0.621135
19	-0.519036	44	-0.115119	69	0.170991
20	0.181144	45	-0.114241	70	-0.356809
21	-0.390171	46	-0.114668	71	0.399637
22	1.47639	47	-0.114314	72	0.30081
23	-0.56059	48	-0.114494	73	7.19683
24	0.222347	49	-0.114352	74	0.184942
25	-0.409138	50	-0.114427	75	-1.0012

Cuadro A19. Función de Autocorrelación de la serie LURCM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.55949	0.11547	2	0.42235	0.14724
3	0.33296	0.16260	4	0.34278	0.17145
5	0.31762	0.18035	6	0.26228	0.18766
7	0.15364	0.19249	8	0.12642	0.19412
9	0.00218	0.19521	10	0.01956	0.19521
11	-0.00647	0.19524	12	0.00652	0.19524
13	0.05623	0.19524	14	0.09995	0.19546
15	0.04468	0.19614	16	0.02693	0.19628
17	-0.04183	0.19632	18	-0.04500	0.19644
19	-0.08575	0.19658	20	-0.03064	0.19667
21	-0.03556	0.19673	22	-0.08933	0.19682
23	-0.09091	0.19736	24	-0.09987	0.19791

Cuadro A20. Función de Autocorrelación de la serie LURCM diferenciada.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	-0.15418	0.11625	2	0.04085	0.11898
3	-0.08607	0.11917	4	-0.08056	0.12001
5	-0.04022	0.12073	6	0.16897	0.12091
7	0.00972	0.12406	8	0.17477	0.12407
9	-0.02519	0.12736	10	0.09529	0.12743
11	-0.08893	0.12838	12	-0.09337	0.12921
13	-0.04153	0.13012	14	0.02076	0.13030
15	0.06136	0.13035	16	0.06202	0.13074
17	-0.00353	0.13113	18	-0.08073	0.13113
19	0.00027	0.13180	20	0.01832	0.13180
21	0.00535	0.13184	22	0.03699	0.13184
23	0.00864	0.13198	24	-0.11340	0.13199

Cuadro A21. Función de Autocorrelación parcial de la serie LURCM diferenciada.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	0.55949	0.11547	2	0.15913	0.11547
3	0.06755	0.11547	4	0.14723	0.11547
5	0.06896	0.11547	6	0.00045	0.11547
7	-0.09475	0.11547	8	-0.00474	0.11547
9	-0.16853	0.11547	10	0.02188	0.11547
11	-0.01432	0.11547	12	0.03225	0.11547
13	0.12900	0.11547	14	0.11403	0.11547
15	-0.03588	0.11547	16	-0.03196	0.11547
17	-0.11611	0.11547	18	-0.10437	0.11547
19	-0.03214	0.11547	20	-0.01166	0.11547
21	0.02750	0.11547	22	-0.02225	0.11547
23	0.06815	0.11547	24	-0.01351	0.11547

Cuadro A22. Función de Autocorrelación de los residuales de la serie LURCM.

Lag	Estimador	Error Std.	Lag	Estimador	Error Std.
1	-0.15418	0.11625	2	0.04085	0.11898
3	-0.08607	0.11917	4	-0.08056	0.12001
5	-0.04022	0.12073	6	0.16897	0.12091
7	0.00972	0.12406	8	0.17477	0.12407
9	-0.02519	0.12736	10	0.09529	0.12743
11	-0.08893	0.12838	12	-0.09337	0.12921
13	-0.04153	0.13012	14	0.02076	0.13030
15	0.06136	0.13035	16	0.06202	0.13074
17	-0.00353	0.13113	18	-0.08073	0.13113
19	0.00027	0.13180	20	0.01832	0.13180
21	0.00535	0.13184	22	0.03699	0.13184
23	0.00864	0.13198	24	-0.11340	0.13199

