



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DIVISIÓN DE CIENCIAS ECONOMICO-ADMINISTRATIVAS

DOCTORADO EN CIENCIAS EN ECONOMÍA AGRÍCOLA

MODELOS DE PRONÓSTICO DEL PRECIO DEL AZÚCAR EN
MÉXICO

TESIS

Que como requisito parcial para obtener el grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS EN ECONOMÍA AGRÍCOLA

Presenta:

JORGE ANTONIO PERALTA GONZÁLEZ

Bajo la supervisión de:

DIRECTOR: FRANCISCO PÉREZ SOTO, Dr.

CODIRECTOR: CRISTÓBAL M. CUEVAS ALVARADO, Dr.

Chapingo, Estado de México, Noviembre de 2021



APROBADA



MODELOS DE PRONÓSTICO DEL PRECIO DEL AZÚCAR EN MÉXICO

Tesis realizada por **JORGE ANTONIO PERALTA GONZÁLEZ** bajo la supervisión del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

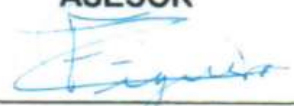
DOCTOR EN CIENCIAS EN ECONOMÍA AGRÍCOLA


DIRECTOR

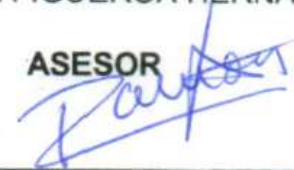
Dr. FRANCISCO PÉREZ SOTO


CODIRECTOR

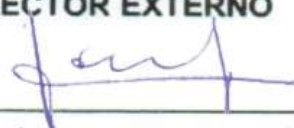
Dr. CRISTÓBAL MARTÍN CUEVAS ALVARADO


ASESOR

Dra. ESTHER FIGUEROA HERNÁNDEZ


ASESOR

Dr. RAMÓN VALDIVIA ALCALÁ


LECTOR EXTERNO

Dr. JOSÉ LUIS ROMO LOZANO

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por otorgarme el financiamiento con el cual pude realizar los estudios de maestría y lograr este objetivo el cual tenía planeado hacer en mi vida, para mejorar en mi nivel académico y para contribuir que sea mejor mi país México.

A la Universidad Autónoma Chapingo, por haberme recibido a realizar los estudios de posgrado; considerándola la mejor universidad de México en su ámbito y no tener comparación alguna con cualquier país en el mundo, para mí siempre será la mejor universidad.

A la División de Ciencias Económico Administrativas (DICEA), al posgrado de la DICEA y al Doctorado en Ciencias en Economía Agrícola, por darme las herramientas con las cuales pueda crear un sinfín de estrategias que pueda utilizar en mi vida.

Al Dr. Francisco Pérez Soto por el inmenso apoyo, asesoramiento, ayuda, conocimientos otorgados, aportes, tiempo y entrega en esta investigación realizada, con la cual cumplo este sueño y objetivo planeado.

A la Dr. Cristóbal Martín Cuevas Alvarado por su apoyo y comentarios sobre el tema de este trabajo de investigación.

Al Dr. Ramón Valdivia Alcalá por su asesoría, comentarios y opinión en el presente trabajo.

A la Dra. Esther Figueroa Hernández por su valiosa participación en la planeación de esta investigación.

DEDICATORIA

A mi padre Miguel Ángel Peralta Buendía y a mi madre María Dolores González Navarro, por siempre darme su apoyo de cualquier medio posible existente, por confiar en mi para poder lograr este objetivo y culminar con éxito esta parte de mi vida que siempre soñe, saben que los amo con todo mi ser y que en mi tendrá siempre un pilar de apoyo.

A mis hermanos Miguel Eduardo Peralta González y Marycarmen Peralta González, por ser los primeros confidentes que tuve, por ser parte de los primeros planes que invente y ser extremadamente diferentes de mí, puesto que en los extremos, siempre encontramos la unión.

A mi familia entera, en la que encabeza mi abuelita Eva Buendía Buendía, a mis abuelos Jorge González y Adela Navarro, a mis tías Trinidad Buendía, Socorro Buendía, Carmen Páez, Erika Peralta, Marisol Peralta, mi primo Orlando Jiménez, su maravillosa familia y a toda la familia Buendía por siempre enseñarme la unión y la familia González por siempre enseñarme la diversión.

A mis sobrinas Victoria y Julia Peralta, por ser un motivo por el cual siempre seguir luchando por un futuro mejor para ellas.

A mis amigos Miroslava Rodríguez, María José Tinoco, Osmar Martínez y Maribel Miranda, por siempre estar juntos, soportarme una y otra vez mis locuras y aunque sé que el destino siempre está en contra nuestra, siempre le ganaremos y estaremos juntos, y nuestra amistad rebasará infinitos.

A todas aquellas personas que ayudaron y que formaron parte de mi vida en todos estos años, Maricruz, Yadira, Gerardo, Abigail, Sonia, Magda, gracias por todo el apoyo brindado.

DATOS BIOGRÁFICOS



Jorge Antonio Peralta González.

Datos personales:

Fecha de nacimiento: 08 de Marzo de 1990

Lugar de nacimiento: Chimalhuacán, Estado de México

Correo electrónico: jorgeaperaltag@gmail.com

CURP: PEGJ900308HMCNR04

RFC: PEGJ900308GG6

Profesión: Licenciado en Economía Agrícola

No. Cartilla Militar: 0100616

Teléfono: 045-55-46-71-72-41

Formación Académica:

Fecha	Institución
2014-2016	Maestría en Ciencias. División de Ciencias Económico Administrativas (DICEA), Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México.
2008-2012	División de Ciencias Económico Administrativas (DICEA), Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México.
2005-2008	Preparatoria Agrícola, Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México.
2002-2005	Secundaria Oficial No. 397 Licenciado Jesús Reyes Heróles. San Vicente, Chicoloapan, Estado de México.

Contenido

Capítulo I. Introducción.....	1
1.1. Justificación.....	4
1.2. Planteamiento del Problema	5
1.3. Objetivo general.....	8
1.3.1. Objetivos específicos	8
1.4. Hipótesis	8
1.5. Estructura del documento	9
Capítulo II. Revisión de literatura.....	10
2.1. Literatura de la metodología Box-Jenkins.....	10
2.2. Literatura sobre aspectos conceptuales de la modelación Box-Jenkins	29
2.3. Situación del mercado nacional e internacional del azúcar.....	46
Capítulo III. Pronóstico econométrico del precio del azúcar en México.....	72
Capítulo IV. Productividad total de los factores en la agroindustria cañera por entidad federativa en México zafras 2010/2011-2019/2020.....	94
Literatura citada.....	111
Anexos	117

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Notación de los modelos $ARIMA(p,d,q)$ y $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$	44
Cuadro 2. Indicadores mundiales de la producción de caña de azúcar	47
Cuadro 3. Indicadores mundiales de la superficie cosechada de caña de azúcar	48
Cuadro 4. Indicadores de productividad de caña de azúcar.....	49
Cuadro 5. Indicadores de la producción de azúcar en el mundo.....	50
Cuadro 6. Indicadores de las exportaciones de azúcar en el mundo	51
Cuadro 7. Indicadores de las importaciones de azúcar en el mundo	52
Cuadro 8. Indicadores de producción de caña de azúcar en México	65
Cuadro 9. Indicadores de superficie cosechada de caña de azúcar en México	66
Cuadro 10. Estructura de la oferta de azúcar en México.....	67
Cuadro 11. Estructura del consumo de azúcar en México	68

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Método de Box-Jenkins en series de tiempo.....	32
--	----

Lista de acrónimos y siglas

Acrónimos y simbología de la modelación estadística

Acrónimo	Descripción
ACF	= Función de Autocorrelación
AR(p)	= Modelo Autoregresivo de Orden p
ARCH	= Proceso de Heterocedasticidad Condicional Autoregresivo
ARIMA	= Modelo Autoregresivo, Integrado y de Promedios Móviles
BIC	= Criterio Bayesiano de Información
EGARCH	= Proceso de Heterocedasticidad Condicional Autoregresivo Generalizado Exponencial
GARCH	= Proceso de Heterocedasticidad Condicional Autoregresivo Generalizado
INPC	= Índice Nacional de Precios al Consumidor
MA(q)	= Modelo de Promedios Mviles de Orden q
MAPE	= Error Porcentual Absoluto Medio
PACF	= Función de Autocorrelación Parcial
PH	= Prueba de estacionariedad de Phillips-Perron
RMSE	= Raíz del Error Cuadrático Medio
SAFEX	= Bolsa Sudafricana de Valores
SARIMA	Modelo Autoregresivo, Integrado y de Promedios Móviles Estacional
d	= Denota el orden de integración de una proceso ARIMA
D	= Denota el orden de integración de un proceso ARIMA estacional (SARIMA)
p	= Denota el orden del termino autoregresivo de un proceso ARIMA
P	= Denota el orden der termino autoregresivo de un proceso ARIMA estacional (SARIMA)
q	= Denota el orden del termino de promedios móviles de un proceso ARIMA
Q	= Denota el orden del termino de promedios móviles de un proceso ARIMA estacional (SARIMA)
B	= Denota el operador de retraso de una serie de tiempo
L	= Denota el operador de rezago de una serie de tiempo
Δ	= Denota el operado de diferencia de una serie de tiempo
Prueba Q	= Estadístico de Ljung-Box

Siglas y abreviaturas

Sigla		Descripción
TMCA	=	Tasa Media de Crecimiento Anual
CEMA	=	Compañía Editorial dl Manual Azucarero
CNIIA	=	Cámara Nacional de las Industrias Azucarera y Alcohólica
CONADESUCA	=	Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar
DOF	=	Diario Oficial de la Federación
FAO	=	Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación
FAOSTAT	=	Estadísticas de la FAO
FIRA	=	Fideicomisos Instituidos en Relación a la Agricultura
ICUMSA	=	Comisión Internacional de Métodos Uniformes de Análisis del Azúcar
IMMEX	=	Industria Manufacturera, Maquiladora y de Servicio de Exportación
INEGI	=	Instituto Nacional de Estadística y Geografía
ISO	=	Organización Internacional del Azúcar
LDSCA	=	Ley de Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar
LIFFE	=	Bolsa de Opciones y Futuros de Londres
NYBOT		Bolsa de Valores de New York (NYBOT)
NYBOT	=	New York Board of Trade/Mercado Bursátil de Nueva York
ODEPA	=	Oficina de Estudios y Políticas Agrarias del Ministerio de Agricultura de Chile
SADER	=	Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural
SAGARPA	=	Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación
SIAP	=	Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera
SIAP	=	Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera
SNIIM	=	Sistema Nacional de Información e Integración de Mercados
TLCAN	=	Tratado de Libre Comercio de América del Norte
TMEC	=	Tratado México-Estados Unidos-Canadá

RESUMEN GENERAL

Modelos de pronóstico del azúcar en México

La caña de azúcar en México, es importante por la superficie cultivada, el empleo generado y su relación con la agroindustria. Entre 2011-2020 su producción creció al 1.3% anual por superficie y no por mejoras tecnológicas. La sobre producción de caña ha causado que el precio de referencia pagado a los abastecedores descienda en algunas zafras y consecuentemente su ingreso y que la productividad en campo y la eficiencia en fábrica se hayan estancado. El objetivo del trabajo fue estimar un modelo de predicción para el periodo enero 1994-diciembre 2020 que mejor pronostique el precio nacional e internacional del azúcar estándar, por ser las variables con la que se determina el precio pagado al productor, además de estimar un modelo para conocer si ha habido mejoras tecnológicas en campo durante el periodo 2011-2020. Se estimaron modelos Box-Jenkins tanto para el precio nacional como el internacional. El modelo que mejor pronosticó el precio nacional del azúcar fue un modelo estacional de doce meses, sin componente autoregresivo, de orden uno para el orden de integración y el componente de promedios móviles tanto en el término estacional como en el no estacional. Para el precio internacional en su término no estacional fue de orden uno en su componente autoregresivo y de integración y en su término estacional fue de orden uno en su componente de integración y de promedios móviles. El error de pronóstico fue 5.8% y 7.2%, respectivamente. El índice de Malmquist, que mide el cambio tecnológico en el campo cañero, mostró que éste se ha estancado. Se concluye que los modelos de pronóstico son los apropiados por su buen desempeño y que el crecimiento de la producción se ha basado en el incremento de la superficie de caña industrializada y no en mejoras tecnológicas.

Palabras clave: agroindustria azucarera, error de pronóstico, productividad total de los factores, cadena de valor del azúcar.

Tesis de Doctorado en Ciencias

Autor: Jorge Antonio Peralta González

Director de Tesis: Francisco Perez Soto, Dr.

Codirector de Tesis: Cristóbal Martín Cuevas Alvarado, Dr.

GENERAL ABSTRACT

Forecast models of the sugar in Mexico

The sugarcane in México is important because of the area cultivated, the employment generated and its relationship with the agroindustry. From 2011 to 2020 its production grew up 1.3% annually by area and not due to technological improvements. The over production of sugarcane has caused that the reference price paid to the growers decreased in some harvests and consequently their income and that field productivity and the efficiency in the sugar mills had stagnated. The objective of this research was to estimate a prediction model for the January 1994-December 2020 period that better predict the national and international gross sugar price because both variables are used to determine the price paid to the growers and also to estimate another model to know if there had been technological improvements at the crop-field during 2011-2020. Box-Jenkins models were estimated for both the national and international sugar price. The model that best predicted the national sugar price was a seasonal model of twelve months, with no autoregressive component order one for both the integration order and the moving average component in both the non-seasonal and seasonal terms. For the international price in its non-seasonal term the integration and the moving average components the order was of one. The prediction error was 5.8% and 7.8%, respectively. The Malmquist index, that measures the technological change in the sugarcane field showed that it has stagnated. It is concluded that the prediction models are appropriated due to their good performance and that the production growth has been based on an increase in the industrialized sugarcane area and not on technological improvements.

Key words: Sugar agroindustry, prediction error, total factor productivity, sugar value chain.

Tesis de Doctorado en Ciencias

Autor: Jorge Antonio Peralta González

Director de Tesis: Francisco Perez Soto, Dr.

Codirector de Tesis: Cristóbal Martín Cuevas Alvarado, Dr.

Capítulo I. Introducción

En México la agroindustria de la caña de azúcar es importante por impactar la economía regional donde se ubica, en lo económico y lo social. De acuerdo con el Comité Nacional para el Desarrollo sustentable de la Caña de Azúcar (CONADESUCA, 2020) el cultivo de la caña de azúcar industrial se desarrolla en quince entidades federativas y a 227 municipios. Por su lado según cifras del Servicio de Información Agroindustrial y Pesquera (SIAP, 2021) la caña participa en promedio con el 6.6% del valor bruto total de la producción agrícola en el periodo 2016 a 2020, tan solo por abajo del maíz grano y el aguacate que aportan el 17.0% y 6.7%, respectivamente (SIAP, 2021). En la zafra 2019/2020 participaron en la producción de caña de azúcar 193,911 productores entre ejidatarios, pequeños productores y arrendatarios en 50 ingenios que operaron en dicha cosecha. En la misma zafra se emplearon 75,743 cortadores de caña (Compañía Editorial del Manual Azucarero, CEMA, 2021).

México, de acuerdo y con el Servicio de Investigación Económica del Departamento de Agricultura de los Estados Unidos (USDA-ERS, 2020) la agroindustria de la caña de azúcar, conformada por aproximadamente 50 ingenios que han operado en el periodo 1995 a 2019, ha garantizado el abasto nacional del azúcar estándar y blanca como producto consumido directamente por el consumidor mexicano, como para la industria que la utiliza como insumo primario en otras actividades como la agroindustria galletera, la refresquera, entre otras. La producción nacional de azúcar en el periodo 2010 – 2019 ha tenido una tasa de crecimiento promedio anual de 3.2% al producir en 2010 un total de 4'825,539 toneladas de azúcar y en 2019 un total de 6'425,919 toneladas de azúcar. Las exportaciones de azúcar de México a Estados Unidos en el periodo 2011-2019 han pasado de 1'504,249 toneladas a 910,476 toneladas; es decir, las exportaciones han tenido una tasa de crecimiento medio anual del -6.1% (USDA, 2020; CONADESUCA, 2019).

Por otro lado, en el caso de las exportaciones de azúcar al mercado de los Estados Unidos, México ha enfrentado la demanda de dumping y la imposición aranceles compensatorios. Los refinadores de Estados Unidos han presionado al Departamento de Comercio de los Estados Unidos para demandar a México con el pretexto de que las

exportaciones mexicanas son realizadas a precios menores a su costo de producción. En el periodo 2008 a 2014 las exportaciones de azúcar de México a los Estados Unidos estuvieron libres de aranceles o barreras. En 2014 se firmaron los acuerdos de suspensión de los aranceles compensatorios en los que México aceptó restricciones tanto en volumen exportado como el tipo de azúcar exportada, se redujo considerablemente la exportación de azúcar refinada que se vendía directamente al consumidor estadounidense, aumentándose la exportación de azúcar cruda, beneficiándose los refinadores, pues compran azúcar cruda, la refinan y añaden de esta forma valor agregado y vendiendo posteriormente la azúcar ya refinada en el mercado estadounidense¹. De esta manera, el país ha enfrentado desde 2014 la incertidumbre respecto a sus exportaciones, aun cuando los acuerdos de suspensión vencieron en 2020 y las negociaciones entre CONADESUCA e industriales azucareros con los representantes de Estados Unidos de momento garantizan la estabilidad de las exportaciones.

Una fuente de incertidumbre que enfrentó la agroindustria cañera de México al inicio de la primera década del siglo XXI fue la expropiación en septiembre de 2001 de 27 ingenios por parte del gobierno federal. Dicha incertidumbre se prolongó por varios años dado el proceso legal de los industriales cañeros contra el acto de expropiación de 2001. El gobierno federal perdió el pleito legal pues durante los años 2003 y 2004, la Suprema Corte de Justicia declaró inconstitucional el decreto de expropiación del gobierno de la administración federal 200 – 2006. A los dueños de los ingenios expropiados les fueron devueltos algunos, principalmente al Grupo Machado. De esta manera, la expropiación de los ingenios y el proceso contra dicho acto expropiatorio generaron incertidumbre que bien pudo haberse reflejado en los precios del azúcar al consumidor.

Una fuente más de incertidumbre en el mercado mexicano del azúcar fue la crisis de 2008/2009. Esta crisis constituyó una fuente de incertidumbre del mercado internacional. En dicho año, los precios de los alimentos alcanzaron sus precios más altos en la historia.

¹ A lo largo del documento se utilizará indistintamente el término azúcar en el sentido de que se está hablando del azúcar base estándar. Como sinónimo de azúcar se usará indistintamente la palabra sacarosa.

Las *commodities* como el azúcar, el café, entre otras fueron, las que más alta volatilidad observaron en sus precios, sobre todo los que cotizan en los mercados de futuros y derivados.

Históricamente, los precios de las materias primas y alimentos observaban desde finales del siglo XIX una caída en los precios, no obstante, la crisis de 2008/2009 mostraron que los precios de los alimentos fueron también altamente susceptibles a las crisis financieras. Este fenómeno inusual en los alimentos se atribuye a que las cadenas de valor de las materias primas y de los alimentos han sufrido la financierización de los mercados agrícolas (Roache, 2010).

En este contexto, si bien los factores descritos anteriormente pueden ser los que se reportan en las referencias como los que han causado variabilidad en los precios del azúcar, al profundizar en el estudio es posible que algunos otros sean tanto o más relevantes que los aquí mencionados. Por ejemplo, el crecimiento de los biocombustibles hace que los mercados de energía afecten los precios de la sacarosa granulada estándar.

Ahora bien, de acuerdo con el CONADESUCA (2020), si bien la agroindustria cañera mexicana ha garantizado el suministro del educorante de caña de azúcar al mercado nacional y cumplimiento de compromisos internacionales durante ya un largo periodo, lo ha hecho porque, por ejemplo, la superficie industrializada de caña de azúcar ha crecido a una tasa anual promedio del 1.5% mientras que el rendimiento en campo y eficiencia en fábrica prácticamente permanecieron estancados. Es decir, la producción de azúcar granulada ha crecido sobre una base extensiva y no sobre una base intensiva basada en mejoras tecnológicas y eficiencia de campo e ingenios cañeros.

En algunos estudios como FIRA (2016) como la agroindustria de la caña de azúcar muestra en general un gran atraso tecnológico. Un indicador que muestra la situación de atraso tecnológico y obsolescencia a la que se enfrentan los ingenios azucareros lo muestra el hecho de que en 24 años han cerrado o dejado de operar 11 ingenios al pasar de 61 que operaron en la zafra 1995/1996 a 50 que operaron en la zafra 2019/2020. Es decir, en ese periodo ha dejado de operar el 18% de la capacidad de molienda de la

agroindustria de la caña de azúcar en México lo que casi un ingenio haya dejado de operar o cerrado cada dos años.

1.1. Justificación²

De acuerdo con el USDA-ERS (2020) en el periodo 2006-2018 el 94.2% del azúcar ofertada en el país fue para consumo humano. El consumo per cápita en el año en el 2014 fue de 47.9 kilogramos, por lo que el país ocupa el cuarto lugar en el consumo de este edulcorante en el mundo (Sánchez, 2017). El azúcar es uno de las principales fuentes de calorías para los consumidores de bajos ingreso, no obstante, los problemas de salud que se le atribuyen a su consumo en exceso a través de las bebidas como refrescos. Por lo tanto, si los precios del azúcar al mayoreo, como los reportados en el Sistema Nacional de Información e Integración de Mercados (SNIIM, 2020), muestran una cierta variabilidad u oscilaciones, entonces los precios al medio mayoreo, precios al menudeo y precios al consumidor también registrarán variaciones. Las oscilaciones de los precios del azúcar en el mercado mexicano también se pueden ver afectados por los precios internacionales indirectamente, pues el precio de referencia que es pagado a los productores de la caña de azúcar, se determina en función del precio de referencia del azúcar a razón de 57% del precio de referencia por kilogramo de azúcar base estándar, pero a la vez el precio de referencia del azúcar estándar el precio de un kilogramo de azúcar estándar se determina como el promedio ponderado del precio nacional del azúcar estándar al mayoreo (en centrales de abasto) y el precio de exportación de azúcar realizada en el ciclo azucarero que se trate. A la vez el precio de exportación de azúcar se determina en función del precio spot y futuros de azúcar estándar contrato 11 y 16 que cotizan en New York, Estados Unidos (FIRA, 2015; p. 11).

De esta manera, los precios del azúcar como un bien de consumo del consumidor de bajos recursos se ve afectado no solo por las fuerzas de la oferta y demanda en el mercado nacional, sino también por fuentes de volatilidad del propio mercado nacional y del sector azucarero, la *financierización* de los mercados agrícolas y los propios mercados internacionales del azúcar (Contrato 11 y 16). El consumidor se verá afectado,

² La azúcar granulada recibe también el nombre de sacarosa o sucrosa. Para evitar la repetición de la misma palabra “azúcar” en un párrafo o renglón continuo se utilizará cuando sea necesario sus sinónimos.

pues si la volatilidad de precios altos del azúcar persiste por un periodo importante, entonces la proporción del gasto dedicada a adquirir este bien básico, se incrementará, con lo cual también se pondría en riesgo el cumplimiento de la autosuficiencia alimentaria o en su caso la seguridad alimentaria, que es una política en la que los gobiernos deben garantizar a su población el acceso a la alimentación.

1.2. Planteamiento del Problema

En el marco de la narrativa anterior, visto como como cadena agroindustrial, que va desde la producción de la caña de azúcar hasta la venta final del azúcar granulado en los mercados nacional e internacional para consumo final o insumo intermedio para otras industrias relacionadas, tal cadena agroindustrial sufre de incertidumbre no solo en el eslabón final de comercialización y distribución. El eslabón de campo es quizás uno de los de mayor riesgo e incertidumbre pues la caña de azúcar esta no solo sometido a riesgos fitosanitarios (plagas y enfermedades) sino a uno de los fenómenos contemporáneos más impredecibles, como lo es el cambio climático. Ello además de la problemática encarada por el ingenio azucarero que como una unidad económica enfrenta problemas de obsolescencia tecnológica, una mala gestión y administración de los recursos e insumos de que dispone. Además de la problemática social y viscisitudes que enfrenta con los abastecedores de caña de azúcar que son propietarios o usufructuarios de la tierra donde la caña de azúcar se cultiva.

La caña de azúcar se caracteriza por ser un cultivo semiperene que es cosechado anualmente en sus distintas fases productivas como la plantilla, soca y resoca. Cada una de estas fases puede ser del régimen de riego o de temporal. Actualmente, uno de los intereses de los abastecedores de caña de azúcar e industriales es planear la superficie de caña de azúcar para evitar que, debido a la sobreoferta de caña de azúcar, como la producción record registrada en 2012, cause que los precios tanto de la caña de azúcar como del azúcar estándar tengan caídas que perjudiquen los ingresos esperados de tales agentes productivos de la agroindustria de la caña de azúcar. La zafra 2012/2013 observó una producción record en toda la historia de la agroindustria azucarera, con una producción de caña de azúcar industrial de 61'438,538 millones de toneladas; la cual fue

superior en un 22.5% al promedio de las últimas 10 zafras 2007/2008-2016/2017 (CONADESUCA, 4º. Informe estadístico del agroindustrial de la caña de azúcar).

Desde el punto de vista de la academia una forma de contribuir a la planificación en la agroindustria de la caña de azúcar en todos sus eslabones, para evitar la sobreoferta de caña de azúcar y por lo tanto forma de azúcar granulada mejor, o la escasez provocada por fenómenos naturales o eventos económicos o sociales, como puede ser las continua toma de ingenios, bloqueo de acceso o salida de dichas plantas fabriles o choques externos como el quebranto bancario de 2008 de Lehman Brother en los Estados Unidos que contagió a los mercados del sector financiero y el sector real de la economía sumiendo a la economía mundial en una crisis económica comparable solo con la gran depresión de 1929 del siglo XX, entre otros tantos fenómenos o eventos, es aportar elementos de análisis como son los modelos de pronóstico comportamiento de los precios fundamentales del azúcar tanto en el mercado internacional y nacional.

El precio fundamental de la azúcar granulada en el mercado internacional es el precio del mercado de futuros del Contrato 11. Este precio se utiliza para determinar el precio del kilo de azúcar estándar y éste posteriormente se usa para determinar el precio de referencia de pago de la tonelada de azúcar, según la metodología para determinar el precio de referencia del azúcar base estándar para el pago de la caña de azúcar que utiliza el CONADESUCA (2018)^{3,4}.

³ Bajo el contrato N°11 se negocia la producción a futuro de azúcar crudo de caña a granel, a precio *free on board* (FOB) o libre a bordo, proveniente de los principales países exportadores entre los que se encuentra México. La Bolsa de Nueva York es la responsable de operar los precios de azúcar centrifugado con un promedio de polarización de 96 grados (referente a la sacarosa que debe contener). La cotización se realiza en centavos americanos por libra inglesa. Cada contrato tiene un volumen de 112,000 libras (50.8 toneladas métricas) y los meses de contrato cotizados son enero, marzo, mayo, julio y octubre. El café y la azúcar son considerados como dos de las materias primas o *commodities* más importantes en la economía mundial (Asociación Bancaria de Guatemala (ABG), 2013).

⁴ Las principales variables en la metodología del CONADESUCA (2018) para el pago del precio del azúcar base estándar para el pago de la caña de azúcar son: 1) Los precios nacionales del azúcar estándar que reporta el Sistema Nacional de Información e Integración de Mercados; 2) Las cotizaciones de los mercados internacionales de azúcar; 3) Mercado Americano Contrato 16 y Mercado Mundial Contrato 11; 4) El tipo de cambio de pesos por dólar; y 5) Análisis del último reporte presentado por CONADESUCA del avance de las exportaciones.

El precio fundamental en el mercado nacional es el precio promedio al mayoreo del azúcar estándar que publica el SNIIM mensualmente para las principales centrales de abasto de las 32 entidades federativas.

Entre las varias metodologías de predicción, pronóstico y análisis están la modelación de la media de las series de tiempo a través de la descomposición clásica de la respectiva serie en sus componentes: regular, estacional, ciclo y aleatorio. Otras metodologías son la modelación de la serie de tiempo a través de promedios móviles, suavizamiento exponencial, el doble exponencial o Holt-Winters, los modelos autoregresivos, los modelos de promedios móviles, los modelos autoregresivos y promedios móviles y los modelos autoregresivos, y promedios móviles (ARMA) que cuando la serie de tiempo bajo estudio necesita ser diferenciada entonces el acrónimo es ARIMA, entre otros. En la mayoría de estos modelos se asume que la media no condicional cambia en el tiempo y se parte del supuesto de homocedasticidad; es decir, que la varianza en el tiempo es constante. Se asume también que los términos de error o perturbación se distribuye normalmente.

Ahora bien, pronosticar nos permite obtener una eficiente y eficaz planeación para contrarrestar la incertidumbre que cualquier sistema económico tiene inherente, ya que permite estimar eventos futuros y poder realizar óptimamente estrategias que permitan atenuar los daños o aumentar los beneficios. Pronosticar permite determinar eventos que no se tienen planeados y de esta forma llevar acciones en el momento adecuado.

Poder conocer el comportamiento de los precios fundamentales del azúcar la producción de un insumo mediante el pronóstico, es crucial para el manejo de los entes económicos, puesto que permite controlar la demanda futura en base a lo que se tiene planeado, permite un mejor manejo de las operaciones optimizando los costos a través de toda la cadena productiva.

La problemática del sector cañero no se limita solo a precios de este edulcorante que se consume directamente a granel por la población en general o que sirve como insumo para otras industrias alimentarias como la refesquera, la panadería y repostería, entre muchas más. Si se analiza como una cadena de valor dicho subsector del edulcorante

de caña, la problemática también se da en el eslabon primario y en el eslabon correspondiente a la planta física de los ingenios donde, como se ha mencionado, se registra poco o nulo cambio tecnológico que efficienten las operaciones unitarias del proceso de transformación del insumo caña de azucar hasta la obtención de la sacarosa cristalizada, situación que se refleja en ineficiencia en campo y planta.

1.3. Objetivo general

Analizar la cadena de valor de la agroindustria azucarera en el eslabon de transformación de la caña de azucar a azúcar cristalizada y en el de comercialización.

1.3.1. Objetivos específicos

- Analizar la eficiencia técnica y cambio tecnológico de la agroindustria de la caña de azúcar en el eslabon de transformación del insumo caña de azucar a sacarosa cristalizada en el periodo 2011/2020 a nivel de entidad federativa.
- Determinar un modelo de pronóstico que proporcione el mejor ajuste de los datos observados del precio nacional e internacional del azúcar en el eslabon de comercialización de agroindustria azucarera.

1.4. Hipótesis

- La eficiencia técnica y cambio tecnológico de la agroindustria de la caña de azucar ha permanecido estancada durante los últimos 10 años, pues el incremento sostenido del suministro de azúcar estándar se debió a un crecimiento extensivo de la producción de la caña de azúcar más que a innovaciones y mejoras tecnológicas en los procesos unitarios de transformación de la caña de azucar a sacarosa granulada.
- El modelo de series de tiempo que mejor ajusta los precios observados del azúcar estándar en el mercado nacional es aquel que ajusta para estacionalidad de la producción de este edulcorante, la presencia de no estacionariedad y presencia de un componente autoregresivo y uno de promedios móviles.

1.5. Estructura del documento

La presente investigación se compone de cinco capítulos uno de los cuales es el de referencias consultadas y un inciso de anexos. El primer capítulo corresponde a la introducción en donde se expone de forma general la problemática abordada por la investigación así como sus antecedentes. Se enuncian también en este capítulo los objetivos e hipótesis del trabajo. En el segundo capítulo se realiza la revisión de literatura concerniente con la temática motivo de la investigación. De gran relevancia resulta la revisión que se realizó sobre las experiencias de la modelación de series de tiempo y la situación del mercado nacional e internacional del azúcar como apoyo a los dos últimos capítulos del trabajo. En el capítulo tres se desarrolló el proceso estadístico de series de tiempo llamado modelo autoregresivo, integrado, de promedios móviles y estacional (SARIMA) por ser el que mejor ajusta a los datos de los precios nacional e internacional del azúcar estándar. El documento incluye un apartado de referencias bibliográficas consultadas para toda la investigación. No obstante, el capítulo tres, así como el cuatro cada uno incluye la literatura citada específicamente para respaldar el tema respectivo. El trabajo cierra con un apartado de anexos en los que se amplía un tema muy particular de alguno de los principales capítulos.

Capítulo II. Revisión de literatura

En el presente capítulo se realiza la revisión de las principales referencias relacionadas con la modelación de series de tiempo no estacionarias tipo ARIMA. Igualmente se revisan las referencias relativas a procesos que son no estacionarios y que además presentan estacionalidad; es decir los procesos SARIMA. También se revisan las fuentes y referencias que ayudan a delinear la situación del azúcar tanto en México como en el mundo. Se concluye con una breve revisión de los modelos de programación lineal utilizados en el capítulo cuarto, relativo a la eficiencia pura y el cambio tecnológico en el tiempo.

2.1. Literatura de la metodología Box-Jenkins

Suresh & Krishna (2011) buscan pronosticar el área, la producción y la productividad de la caña de azúcar de Tamilnadu, India; a través del ajuste de un modelo autoregresivo, integrado y promedios móviles (ARIMA), usando una serie de tiempo para el periodo 1950 - 2007. Señalan que la caña de azúcar es un cultivo que juega un papel importante en la economía agrícola e industrial de la India y se resalta que el estado de Tamilnadu en aquel país ocupa el primer lugar en productividad por hectárea con 113.9 tonelada por hectárea. También se menciona que varios estudios han sido realizados para pronóstico de variables de rendimiento, superficie y producción de caña de azúcar con la metodología Box–Jenkins. Se resalta que algunos han comparado el poder de predicción de ARIMA contra la metodología de redes neurales y los modelos estructurales de series de tiempo (ecuaciones simultáneas).

Suresh & Krishna (2011) precisan que para la construcción de los modelos se utilizaron datos para un periodo de 55 años y los datos para dos años (2007 – 2008) para la validación del modelo. Se caracteriza al modelo ARIMA mediante la notación $ARIMA(p,d,q)$ donde p , d , q denotan el orden de la autoregresión, integración (diferenciación) y el orden del término de promedios móviles. Se menciona que en el modelo ARIMA una serie de tiempo es una función lineal de los valores observados rezagados y choques aleatorios. Al respecto se dice que, si la serie de tiempo observada

es estacionaria, entonces el ARIMA carece del término de integración o diferenciación; es decir de d . En este caso el modelo se reduce a un modelo ARMA, cuya notación es:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \omega_1 \varepsilon_{t-1} - \omega_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \omega_q \varepsilon_{t-q}$$

donde Y_t es la variable de respuesta o dependiente en el tiempo t . $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots$, es la variable dependiente en los tiempos $t-1, t-2, t-p$ respectivamente. Estas Y 's son las variables independientes. Los $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ son los coeficientes a estimar. En el caso de ε_t es el termino de error en el tiempo t que representan los efectos de variables no explicadas por el modelo; el supuesto acerca del error son los mismos que para el modelo de regresión estándar. Los términos $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}$ son los términos que representan los efectos de las variables no explicadas por el modelo. Los supuestos para los coeficientes $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p$ que también serán estimados, son también los mismos que para el modelo de regresión estándar.

El primer paso para la estimación del modelo fue la identificación. Suresh & Krishna (2011) checan si la serie de datos es estacionaria. Mencionan que hay dos clases de estacionariedad, la estacionariedad en media y la estacionariedad en la varianza. Para checar la estacionariedad en media se utiliza el examen visual a través de gráficas, la estructura de la autocorrelación y de los coeficientes de autocorrelación parcial. Otra forma de checar para estacionariedad es ajustar para un modelo autoregresivo de primer orden para los datos sin transformar y probar si el coeficiente ϕ_1 es menor que la unidad, Si se encuentra que el modelo es no estacionario, la estacionariedad se consigue al diferenciar la serie.

Si X_t denota la serie original, la diferencia no estacional de primer orden es

$$Y_t = X_t - X_{t-1}.$$

Una vez que se ha identificado si el modelo es no estacionario, se procede a estimar el orden de los parámetros de no estacionariedad (p,q) . En el procedimiento tradicional éstos se obtenían buscando para los coeficientes de autocorrelación y de autocorrelación

parcial significativos. Suresh & Krishna (2011) señalan que no hay reglas estrictas para elegir los valores iniciales de (p, q) y que, aunque los coeficientes de autocorrelación de la muestra son estimaciones pobres de los coeficientes de autocorrelación de la población, todavía se usan como valores iniciales mientras que los modelos finales se logran después de pasar por las etapas repetidamente.

En Suresh & Krishna (2011) respecto a la etapa de la identificación se dice que se eligen provisionalmente uno o más modelos que parecen proporcionar representaciones estadísticamente adecuadas de los datos disponibles para posteriormente obtener estimaciones precisas de los parámetros del modelo por mínimos cuadrados. Los paquetes informáticos estándar como SAS, SPSS, Eviews, RATS y otros están disponibles para encontrar las estimaciones de parámetros relevantes utilizando procedimientos iterativos.

Para la etapa de diagnóstico en el trabajo se señala que una vez que se obtienen diferentes modelos para diversas combinaciones de términos de autoregresión y de promedios móviles individual y colectivamente el mejor modelo que se seleccionará estará en función de las siguientes pruebas de diagnóstico (Suresh & Krishna, 2011):

- a) El más bajo valor del criterio de información de Akaike (AIC)
- b) No significancia para la autocorrelación de los residuales (usando la prueba de Q).
- c) Significancia de los parámetros estimados.

Para el bajo valor del AIC se aclara que es obtenido con la expresión $AIC = (-2\log L + 2m)$, donde $m = p + q$ y L es la función de verosimilitud.

Además, puesto que $-2\log L$ es aproximadamente igual a

$$\{n(1 + \log 2\pi) + n \log \sigma^2\}$$

y si donde σ^2 es el error cuadrático medio (MSE), por lo tanto, el AIC se puede escribir como $AIC = \{n(1 + \log 2\pi) + n \log \sigma^2 + 2m\}$ pero como el primer término de esta ecuación es una constante, la misma se omite mientras se realiza la comparación de los modelos.

Respecto a la insignificancia de las autocorrelaciones de los residuales realizadas con la prueba Q en Suresh & Krishna (2011) se señala que después de que el modelo tentativo ha sido ajustado, es importante checar el desempeño del diagnóstico para probar lo adecuado del modelo y sugerir potenciales mejoras. Una forma de realizarlo es a través del análisis de los residuales. Se menciona también que es efectivo medir lo adecuado que es el modelo en forma global utilizando el estadístico Q de Box-Pierce (una función de autocorrelación de los residuales) cuya distribución aproximada es una Chi-cuadrada que es calculada con la expresión:

$$Q = n \sum r^2(j)$$

donde la sumatoria va de 1 a k siendo k el máximo rezago considerado, n es el número de observaciones en la serie, $r(j)$ es la autocorrelación estimada en el rezago j , k es un entero positivo y usualmente este alrededor de 20. Como se ha dicho, Q sigue una distribución Chi-cuadrada con $(k - m_t)$ grados de libertad donde m_t es el número de parámetros estimados en el modelo.

El estadístico Q se compara con los valores críticos de la distribución Chi-cuadrada. Si el modelo se especifica correctamente, los residuos no deben estar correlacionados y Q debe ser pequeño (es decir, el valor de probabilidad debe ser grande). Un valor significativo indica que el modelo elegido no se ajusta bien.

En el apartado de resultados de Suresh & Krishna (2011) se menciona que se encontró que un modelo $ARIMA(1,1,1)$ fue el más adecuado para el área cultivada de la caña de azúcar en la India y los parámetros estimados fueron

	Parámetro	Error estándar
Constante	0.0047	0.2142
AR(1)	-0.2517	0.1499
MA(1)	-0.7450	0.0049

Para la producción de caña de azúcar se estimó un $ARIMA(1,1,2)$ cuyos parámetros estimados son:

	Parámetro	Error estándar
Constante	0.486	0.206
AR(1)	0.480	5.962
MA(1)	0.519	3.159
MA(2)	0.591	0.039

Para la productividad o rendimiento de la caña de azúcar el modelo fue un *ARIMA*(1,1,1) que es:

	Parámetro	Error estándar
Constante	0.740	0.148
AR(1)	0.998	2.689
MA(1)	0.613	0.151

Mandan (2005) aplicó la metodología de Box-Jenkins para ajustar un modelo *ARIMA* para la producción de la caña de azúcar en la India y posteriormente utilizar el modelo estimado para pronosticar varios periodos hacia adelante fuera del periodo muestral. Se utilizaron datos anuales para el periodo 1950/51 a 2002/03. La India es segundo productor de caña de azúcar después de Brasil. Ambos países producen el 59% de la producción mundial de caña de azúcar (CONADESUCA, 2018). El procedimiento para ajustar el mejor modelo *ARIMA* fue el convencionalmente utilizado por la metodología Box-Jenkins. En el trabajo se calcularon las funciones de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial para los datos. La notación utilizada en el desarrollo de ambos modelos es la de operadores de polinomios de rezago (*L* o *B*). Una vez que en el trabajo de Mandan (2005) se han desarrollado los dos modelos referidos se arriba al modelo para series de datos estacionarios que es el *ARMA*.

El modelo *ARMA* explica mejor el comportamiento de una de serie estacionaria que el componente autoregresivo o de promedios móviles en lo individual. Mandan (2005) señala que, dado que la serie de tiempo de la producción de la caña no es estacionaria, la serie es diferenciada mediante el operador de diferencias con lo cual se obtiene el modelo *ARIMA*.

Mandan (2005) señala que en una serie de tiempo dada es posible identificar los siguientes componentes:

1. Un componente de largo plazo representado por la tendencia, que representa el patrón de la evolución de la serie de tiempo en el largo plazo (Mandan, 2005).
2. Un componente regular de corto plazo cuyo patrón de comportamiento ocurre por lo general cada periodo de s rezagos de la variable, el cual corresponde a la estacionalidad de la serie de tiempo respectiva (Mandan, 2005).
3. Un componente autoregresivo $AR(p)$ de orden p , el cual relaciona cada valor $Z_t = Y_t - (\text{tendencia} - \text{estacionalidad})$ a los p valores previos de Z_t , de acuerdo con la relación lineal $Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t$, donde $\phi_i (i=1,2,\dots,p)$ son parámetros a ser estimados y ε_t es un término residual (Mandan, 2005).
4. Un componente de promedios móviles $MA(q)$ de orden q , el cual relaciona cada valor de Z_t a los q residuales de los previos valores estimados de Z : $Z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$, donde $\theta_i (i=1,2,\dots,q)$ son parámetros a ser estimados (Mandan, 2005).

El modelo $ARIMA(p,d,q)$ identificado de la producción de la caña en la India en el trabajo de Mandal (2005) es $ARIMA(2,1,0)$. Es decir, el modelo para pronosticar la producción de azúcar es un modelo autoregresivo de orden (2) y a cuya serie se le ha aplicado la primera diferencia para hacerla estacionaria. La elección del modelo se basó en el criterio de Información de Akaike (AIC) y en el criterio bayesiano de información (BIC).

De acuerdo con la Tabla 3 de Mandal (2005) la ecuación estimada para pronóstico de la producción de caña de azúcar en la India para el modelo no estacional $ARIMA(2,1,0)$ fue:

$$\hat{Z}_t = 4.6022 + 0.1209Z_{t-1} - 0.6421Z_{t-2}$$

Una vez que se identificó el modelo $ARIMA$ más adecuado Mandal (2005) procedió a pronosticar dentro del periodo muestral y fuera del periodo muestral. El primer tipo de pronóstico se utilizó para generar los intervalos de confianza entre los que se ubica la producción de la caña de azúcar en el periodo de estudio y el segundo para pronosticar tres periodos “hacia adelante” del mismo concepto.

Para evaluar el desempeño del pronóstico se utilizó el error porcentual absoluto medio (MAPE) cuyo valor fue de 6.26. En el estudio este valor del MAPE no se le da ninguna interpretación y solo se dice que “Esta medida indica que la imprecisión del pronóstico es baja” (Mandan, 2005).

Kwamboka *et al.* (2019) ajustaron un modelo SARIMA para pronosticar los rendimientos mensuales de la caña de azúcar en Kenia. Se destaca que una de las etapas de la metodología Box-Jenkins es el análisis preliminar de los datos que implica, en caso de ser necesario, su transformación y su diferenciación. Las transformaciones de los datos, tales como obtener su raíz cuadrada o su logaritmo, ayuda a estabilizar la varianza en una serie donde la variación cambia con el nivel de la serie. La transformación de la serie continúa hasta que no quede ningún patrón obvio de tendencia o estacionalidad.

En la metodología Box-Jenkins la selección del modelo se basa en el uso de gráficas, de los datos transformados y diferenciados, para tratar de identificar un proceso ARIMA potencial que pudiera proveer un buen ajuste de los datos. Estas gráficas son los correlogramas de la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial. En la actualidad cada vez es más común la utilización del criterio de información de Akaike (AIC) y el criterio de información bayesiano (BIC) (Kwamboka *et al.*, 2019). El modelo seleccionado utilizando los criterios de información son aquellos que tengan el menor valor del BIC o AIC entre los modelos ajustados.

Kwamboka *et al.* (2019) indican que para “estimar” cuantas diferencias debían ser aplicadas a la serie de tiempo para eliminar la tendencia y hacerlas estacionarias, además del método gráfico, se utilizó el estadístico de prueba Mann Kendall. El orden del término autoregresivo (p) y el término de promedios móviles (q) fueron “estimados” comparando varios valores del criterio bayesiano de información (BIC) de modelos ARIMA estacionales, seleccionando el modelo con el menor BIC.

El diagnóstico del modelo se mediante la revisión de las gráficas de la autocorrelación de los residuales. La revisión tuvo el propósito de identificar valores grandes de correlación. En el caso de que los valores de correlación fueran pequeños se establecían las bases para elegir el modelo para conducir el pronóstico. Una particularidad que se resalta en el

trabajo de Kwamboka *et al* (2019) es que en el análisis de los residuales se empleó el estadístico de Ljung-Box (S) como una prueba adicional para determinar la idoneidad del modelo. El estadístico de Ljung-Box se calculó con la expresión:

$$S = n(n+2) \sum_{k=1}^L \left[\frac{\hat{e}_k^2}{n-k} \right]$$

donde $\hat{e}_k$ es la autocorrelación estimada de la serie en el rezago k y L . En este caso L es el número de rezagos que se prueba en el análisis de los datos del rendimiento de azúcar.

El modelo identificado del tipo $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ por Kwamboka *et al* (2019) para pronosticar el rendimiento mensual de la caña de azúcar, considerando que la estacionalidad $s = 12$ meses, fue el siguiente:

$$SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s = SARIMA(0, 1, 1)(0, 0, 0)_{12}$$

Es importante mencionar que el modelo seleccionado por Kwamboka *et al* (2019) corresponde a un modelo de promedios móviles de orden uno $MA(1)$ estimado con una serie de tiempo de los rendimientos mensuales de caña de azúcar de Kenia a la que se le aplicó primera diferencia ($d=1$) para hacerla estacionaria; es decir, eliminar su tendencia. El hecho de que la estacionalidad sea $s = 12$ y los datos corresponder a registros mensuales implican que el modelo que la estacionalidad no representa ningún problema para estimar un modelo $ARIMA$ convencional; Es decir uno que se reduzca a un modelo $ARIMA(0, 1, 1)$.

El $ARIMA(1, 1, 0)$ en su expresión algebraica es:

$$\hat{Y}_t = \mu + \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Una vez estimado el parámetro para el modelo $ARIMA(0, 1, 1)$ este el modelo algebraico se puede expresar como:

$$\hat{Y}_t = \mu + \varepsilon_t - 0.664 \varepsilon_{t-1}$$

Taylor y Kingsman (1978) discuten varios aspectos estadísticos de la metodología Box-Jenkins. Señalan que el estudio considera el cierre diario de los precios del azúcar en el London Sugar Market desde enero de 1961 hasta julio de 1973, por lo que se tienen 3,186 precios diarios en la serie de tiempo en total. Realizan un análisis de las cotizaciones diarias del precio del azúcar y se concentra en los problemas, conclusiones y limitaciones de método de Box-Jenkins. Señalan que en el análisis de datos de precios de *commodities* por el método de Box-Jenkins no es fácil y que además contiene varias trampas metodológicas que se deben evitar. Se mencionan cuatro de éstas:

La primera trampa es el uso de datos promedio. Esta trampa se ejemplifica señalando que, si se promedian más de 20 cotizaciones diarias de precios de cierre por mes, se obtiene una autocorrelación espuria en las primeras diferencias (cambios de precios) en el rezago 1 de aproximadamente (+0.25), lo que trae como consecuencia, una secuencia de precios que es realmente una caminata aleatoria que erróneamente se identifica como un proceso estocástico de media móvil. Dado que cualquier autocorrelación espuria es indeseable, la elección de una serie de datos debe restringirse a aquellos para los que se observan los precios a intervalos igualmente espaciados del tiempo operativo del sistema, como los precios de cierre diarios (Taylor y Kingsman, 1978).

Una segunda trampa es que los cambios de precio, o los cambios en el logaritmo del precio, no se distribuyen normalmente como se supone generalmente en la teoría de series de tiempo. Señalan que está bien documentado que las distribuciones de muestra observadas tienen muchas más observaciones en las colas y el centro, y menos intermedias que la distribución normal. Esta propiedad de “cola larga” puede aumentar el error de muestreo de los coeficientes de autocorrelación y un coeficiente aparentemente significativo a menudo se debe a dos grandes cambios de precios separados por coincidencia.

Una tercera trampa es que no se aprecia bien que la variación de los cambios de precio (o precio de registro) está lejos de ser constante en el tiempo. Esta propiedad de las series de precios de *commodities* es de crucial importancia debido a la suposición central en el análisis de series de tiempo de Box-Jenkins de que la varianza de los residuos del modelo es constante.

De acuerdo con esa trampa, la inestabilidad de la variación de los cambios de precios hace que el análisis de autocovarianza se vuelva ineficiente. Los coeficientes de autocorrelación no resumen igualmente las interrelaciones de todos los cambios de precios, sino que enfatizan demasiado las relaciones cuando la varianza es más alta. Este hecho se ejemplifica de la siguiente manera: los datos sobre el azúcar tuvieron una variación de cambio de precio excepcionalmente alta para 1963 y 1972, por lo que, sí se calculaba una función de autocorrelación para todo el período, no se describían los 121 años de cambios de precio, sino predominantemente los dos años de alta variación del precio. Por lo tanto, asumir una varianza constante y aplicar los métodos de Box-Jenkins a series que presenten esa “trampas” es claramente inapropiado sin alguna transformación para estabilizar la varianza (Taylor y Kingsman, 1978).

La cuarta y última trampa es la posibilidad de pasar por alto el termino constante c , que por lo general es la media, en el modelo de Box-Jenkins.

$$\phi(B)\Phi(B^s)\Delta^D\Delta_s^{Ds}z_t = c + \theta(B)\Theta(B^s)u_t$$

Taylor y Kingsman (1978) consideran que éste es un aspecto, particularmente importante, ha sido totalmente descuidado en trabajos de investigación de las series de tiempo, puesto que en una base de cambio de precio diario c generalmente es pequeño, siempre se ha ignorado; pero una pequeña tendencia diaria persistente que se agrava durante varias semanas c puede volverse muy significativa.

Taylor and Kingsman (1978), también mencionan que una característica de la metodología Box-Jenkins es transformar los datos básicos para acercarse lo más posible a una situación de un modelo de varianza residual constante. Esta transformación se realiza a través de los procedimientos propuestos en uno de los artículos de Box y Cox de 1964, pero se señala que desafortunadamente, la distribución de los cambios de precios está lejos de ser normal para cualquier transformación, por lo que estos procedimientos de estimación se vuelven computacionalmente difíciles. También se señala que muchas veces las transformaciones de las variables no tienen un significado económico; Fama (1965) expresó argumentos económicos plausibles para la transformación logarítmica, no obstante, aunque el uso de la transformación logarítmica

ayuda al análisis de series de precios de los *commodities*, no resuelve totalmente el problema de la no homogeneidad de la varianza.

Taylor and Kingsman (1978) explican el procedimiento Box-Jenkins, señalando que el mismo consiste de tres etapas (identificación, estimación y pronóstico) y que la etapa de transformación de los datos es opcional. En el apartado se muestra, según Taylor and Kingsman (1978), que un modelo del tipo

$$\phi(B)\Phi(B^s)\Delta^D\Delta_s^{Ds}z_t = c + \theta(B)\Theta(B^s)u_t$$

se puede reducir a un modelo

$$\phi(B)(\log z_t - \log z_{t-1}) = c + \theta(B)u_t$$

si como en la serie de datos del precio del azúcar analizado por los autores, se cumple que no hay presencia de estacionalidad y por lo tanto solo es necesario aplicar la primera diferencia a la serie como tal; es decir ($d = 1$) pues ($D = 0$).

Ahora bien Taylor & Kingsman (1978) argumentan que teniendo en cuenta los efectos de la no normalidad de los valores de serie de tiempo, la hipótesis de valores cero para los coeficientes de autocorrelación no puede ser rechazada y dado que con el análisis de la serie de tiempo del azúcar encontraron que todos los coeficientes son pequeños, insignificamente diferentes de cero, solo una caminata aleatoria es el único modelo de Box-Jenkins soportado por las funciones de autocorrelación de la muestra. Por lo tanto, al sustituir los polinomios (triviales) indicados $\phi(B) = \theta(B) = 1$ la ecuación $\phi(B)(\log z_t - \log z_{t-1}) = c + \theta(B)u_t$ se simplifica a:

$$\log z_t - \log z_{t-1} = c + u_t$$

donde el estimado de c es simplemente la media del logaritmo del cambio del precio. De esta manera, usando a Box-Jenkins para pronosticar, por lo tanto, s periodos, es simplemente

$$\log \hat{z}_{t+s} = \log z_t + s\hat{c}$$

Finalizan el análisis del modelo de Box-Jenkins probando la significancia de c , que substituyen por μ , que ordinariamente denota a la media y tiene propiedades deseables desde el punto de vista estadístico.

Si las constantes (una por contrato de azúcar) son insignificanamente diferentes de cero, entonces, desde un punto de vista estadístico, el precio evoluciona completamente sin orden. Sin embargo, si las constantes son significativas, entonces la estimación y el pronóstico de las tendencias de precios es un ejercicio necesario y valioso, tanto para productores como para fabricantes y especuladores. El modelo bajo consideración es (Taylor and Kingsman, 1978):

$$\log z_t = \log z_{t-1} + \mu + u_t$$

Ahora bien, se afirma que el procedimiento habitual de los investigadores ha sido ignorar μ y concluir que los precios siguen una caminata aleatoria sin tendencia. No obstante, al considerar μ para cada contrato está practica es un error y, en consecuencia, un modelo más relevante es la fluctuación aleatoria sobre una tendencia cambiante; porque por ejemplo, las tendencias de los precios pueden considerarse como una consecuencia de que los participantes del mercado cambien su evaluación de la próxima oferta y demanda.

Taylor and Kingsman (1978) proponen una alternativa de proceso estocástico al de Box – Jenkins. Afirman que en su análisis demostraron que hay tendencias en las series de precios del azúcar que difieren de un año a otro, pero no es irracional suponer que la tendencia de los precios cambia más de una vez al año. Sin embargo, se puede objetar que la tendencia de si los precios cambia varias veces al año, la función de autocorrelación teórica ya no es cero en absoluto, lo que contradice sus conclusiones. Por lo tanto, presentan un proceso estocástico alternativo a la caminata aleatoria y evalúan qué tan grandes son los coeficientes de autocorrelación teóricos para este proceso. El modelo de proceso estocástico con tendencia cambiante se define de la siguiente manera.

- Se supone que en cada día de negociación de un contrato existe una pequeña probabilidad, igual a $(1 - p)$, de que se “circule” nueva información por el mercado, causando un cambio en la tendencia de los precios (Taylor and Kingsman, 1978).
- Se supone además que cada tendencia es independiente de todos los valores pasados y se extrae de la misma distribución de probabilidad, que tiene media cero y varianza v^2 ; entonces la tendencia del precio ahora tiene un subíndice y el modelo es (Taylor and Kingsman, 1978):

$$\log z_t = \log z_{t-1} + \mu_t + u_t$$

donde $\mu_t = \mu_{t-1}$ con probabilidad p que es igual a algún nuevo valor con probabilidad $1 - p$.

Señalan que, si la transformación logarítmica se retiene, se requiere una varianza constante en la derivación de la función de autocorrelación teórica. Después se dice que si se denota la varianza de los residuales u_t por σ^2 y se asume que tienen media cero, entonces la función de autocorrelación teórica del proceso estocástico es:

$$\rho_i = \frac{p^i v^2}{v^2 + \sigma^2}$$

De aquí, si la relación $v : \sigma$ es pequeña, entonces la función de autocorrelación teórica es insignificante y no se identificará inspeccionando los coeficientes de la muestra individualmente. En consecuencia, para una relación pequeña, no hay contradicción entre esta fórmula y los coeficientes observados.

De esta manera Taylor & Kingsman (1978) señalan que este nuevo modelo, que permite explícitamente la existencia de tendencias en las series de precios de los *commodities*, es un modelo factible de movimientos de precios a corto plazo. Su ventaja metodológica es que elimina la contradicción entre los resultados de estudios anteriores de movimientos de precios a corto plazo y los estudios económicos o de comportamiento a más largo plazo. Concluyen afirmando que una vez que han demostrado la existencia de tendencias de precios en una serie de precios de *commodities*, una tarea importante es

identificar estas tendencias a medida que ocurren y luego pronosticar los precios futuros, lo cual, aseguran Taylor & Kingsman (2013) no es una tarea difícil.

Las razones para la anterior conclusión es que los métodos estadísticos se pueden aplicar a los datos de precios pasados; pues, por ejemplo, el suavizado exponencial adaptativo se ha utilizado para proporcionar pronósticos que se pueden convertir en decisiones de compra rentables. A finales de la década de los años setenta, se estaba desarrollando un nuevo sistema de pronóstico, basado en los supuestos del proceso estocástico alternativo de precios y que se debería tener en cuenta que el enfoque de Box-Jenkins no es útil, porque sus modelos no se adaptan a los cambios en el valor de la tendencia de los precios (Taylor and Kingsman, 1978).

Russo *et al* (2013) analizan el empleo de los modelos *ARIMA* con propósito de predicción para el estado de Sergipe en Brasil. El análisis se realiza, se declara en el trabajo, como análisis descriptivo de los datos mediante gráficos y tablas, verificando la presencia de autocorrelación. Para ello también se utilizan modelos *ARIMA* para determinar el mejor pronóstico para el corto plazo de la caña de azúcar, utilizando el error porcentual medio absoluto (MAPE) para elegir el mejor modelo para la serie de datos bajo estudio. Brasil ocupa el primer lugar en producción de caña de azúcar en el mundo (CONADESUCA, 2018).

Russo *et al* (2013) expone en primer lugar lo que llama “*Concepciones teóricas*” donde define los conceptos de lo que es una serie de tiempo, autocorrelación, proceso estacionario y proceso no estacionario, modelo autoregresivo, modelo de promedios móviles, modelo ARMA y modelo ARIMA. La definición del modelo $ARIMA(p,d,q)$ se da en su forma general, según la expresión:

$$Y_t = \frac{\Theta_q(B)a_t}{\Phi_p(B)(1-B)^d}$$

donde d denota al orden de integración o diferenciación, $\Theta(B)a_t$ denota a la parte autoregresiva del modelo que tiene q parámetros, $\Phi_p(B)$ la parte de promedios móviles con p parámetros y B es el operador de rezago. Es de esperar que un modelo

ARMA/ARIMA sea lo más parsimonioso posible, es decir con el menor número posible de parámetros.

Una vez definidos algunos conceptos relevantes en la estimación del modelo ARIMA Russo *et al* (2013) enuncian los pasos de la metodología Box – Jenkins de forma muy breve; estos pasos son, como se sabe: *identificación, estimación, chequeo* del modelo y la etapa final sería la utilización del modelo con propósitos de *pronóstico*.

En el análisis descriptivo también se probó la hipótesis de normalidad de los datos con los estadísticos de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk concluyendo que no se puede rechazar la hipótesis de no normalidad de los datos. También se menciona que algunas correlaciones de las funciones de autocorrelación y la de autocorrelación parcial de algunos de los rezagos de los datos de la serie bajo estudio están fuera de los límites de control, lo que indica que los datos observados están autocorrelacionados, evento que se confirma al analizar los correlogramas Russo *et al.* (2013).

Russo *et al* (2013) concluyen que el mejor modelo para predecir la producción de caña en el estado de Sergipe, Brasil, es el modelo *ARIMA*(2,1,0) cuyos parámetros estimados fueron 0.39729 y 0.44002 con un error estándar de 0.1004 y 0.1131 respectivamente.

Alonso y Arcila (2013) estudian los efectos de la estacionalidad en el mercado internacional del azúcar. Señala que uno de los mercados más distorsionados es el mercado del azúcar, sea esta azúcar refinada o azúcar cruda. Las distorsiones se dan a nivel de los mercados domésticos por gobiernos vía regulaciones. En el ámbito internacional se distinguen dos mercados: el regulado y el libre. El regulado depende de acuerdos bilaterales y cuotas establecidas. El mercado libre funciona como un mercado de excedentes en el que productores y consumidores transan azúcar sin estar cubiertos por cuotas o acuerdos administrativos. Las operaciones en este mercado internacional libre se llevan a cabo principalmente en dos mercados de intercambio de *commodities*: el de Nueva York y el de Londres. El mercado de Nueva York se especializa en transar azúcar crudo, mientras que el de Londres lo ha hecho en azúcar refinado. Ambos se caracterizan por permitir el encuentro de la oferta excedentaria y la demanda. Por lo tanto,

es de esperar que estos últimos mercados respondan a los comportamientos de productores, consumidores y especuladores

Para argumentar su estudio Alonso y Arcila (2013) indican que, como se sabe, los productos y *commodities* agrícolas presentan en general un comportamiento estacional dependiendo de la época de cosecha y remarcando: en el caso del azúcar, pocos trabajos documentan o discuten la existencia de estacionalidad y el carácter de la misma.

Indican que Brasil concentra el 51,49% de las exportaciones y junto con otros nueve países exportadores concentra el 83.6% de las exportaciones mundiales de azúcar. El hecho de que Brasil domine el mercado mundial de las exportaciones y que este país experimente estaciones en las zonas productoras de azúcar hace pertinente estudiar posibles comportamientos estacionales en el mercado internacional del libre de azúcar.

Alonso y Arcila (2013) tienen como objetivo caracterizar el comportamiento estadístico de las series mensuales de los precios del azúcar crudo y refinado, realizar un diagnóstico del comportamiento estacional estocástico y no estocástico y estacionario de las series así como construir un modelo univariado para generar pronósticos de los precios, el cual es comparado con un modelo ARIMA en el que no se realiza el análisis de estacionalidad.

Alonso y Arcila (2013) describen las características y las diferencias entre la estacionalidad no estocástica y la estocástica, asociada a la presencia de raíces unitarias estacionales en las series de tiempo. En el segundo apartado se desarrolla el tema y se dice que el proceso generador de datos (DGP, Data Generating Process) convencionalmente se estudia detectando sus componentes: tendencia, estacionalidad, ciclo y componente aleatorio). Acerca de la estacionalidad se señala que esta puede ser determinística o estocástica y que de modelar la estacionalidad es emplear variables dummy, modelos autorregresivos de media móvil estacionales (*SARIMA*) o la integración estacional, y posteriormente modelar un modelo *SARIMA*.

Si el proceso generador de datos de la serie de tiempo se comporta como un proceso estacional estacionario, entonces el mismo puede ser representado con modelos $SARMA(p, q)(P, Q)_s$ que toma la siguiente estructura (Alonso y Arcila, 2013):

$$\Phi(L^s)\phi(L)y_t = \Theta(L^s)\theta(L)e_t$$

donde L representa el operador de rezagos y $\Phi(\cdot)$, $\phi(\cdot)$, $\Theta(\cdot)$ y $\theta(\cdot)$ representan polinomios en el operador de rezagos. En el caso de datos mensuales, se tendrá que $s = 12$. Por ejemplo, el si se tiene un modelo $SARMA(1,1)(1,1)_{12}$ implicará un proceso como el siguiente (Alonso y Arcila, 2013):

$$\begin{aligned}\Phi(L^s)\phi(L)y_t &= \Theta(L^s)\theta(L)e_t \\ (1 - \Phi_1 L^{12})(1 - \phi_1 L)y_t &= (1 - \Theta_1 L^{12})(1 - \theta_1 L)e_t \\ y_t &= \phi_1 y_{t-1} + \Phi_1 y_{t-12} + \phi_1 \Phi_1 y_{t-13} + e_t + \Theta_1 e_{t-12} + \theta_1 e_{t-1} + \Theta_1 \theta_1 e_{t-13}\end{aligned}$$

Ahora bien, se señala que en caso de existir una estacionalidad estocástica no estacionaria, la opción de modelaje más sencilla corresponde a un proceso $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$:

$$\Phi(L^s)\phi(L)\Delta_s^D \Delta^d y_t = \Theta(L^s)\theta(L)e_t$$

donde $\Delta_s^D = (1 - L^s)^D$. Por ejemplo, en el caso de un $SARIMA(1,0,1)(1,1,1)_{12}$ se tendría el siguiente proceso (Alonso y Arcila, 2013):

$$\begin{aligned}\Phi(L^s)\phi(L)\Delta_s^D \Delta^d y_t &= \Theta(L^s)\theta(L)e_t \\ (1 - \Phi_1 L^{12})(1 - \phi L)\Delta_{12}\Delta y_t &= (1 - \Theta_1 L^{12})(1 - \theta_1 L)e_t \\ (1 - \Phi_1 L^{12})(1 - \phi L)(1 - L^{12})y_t &= (1 - \Theta_1 L^{12})(1 - \theta_1 L)e_t \\ z_t &= \phi_1 z_{t-1} + \Phi_1 z_{t-12} + \phi_1 \Phi_1 z_{t-13} + e_t + \Theta_1 e_{t-12} + \theta_1 e_{t-1} + \Theta_1 \theta_1 e_{t-13}\end{aligned}$$

donde $z_t = (1 - L^{12})y_t = y_t y_{t-12}$. En este caso, la serie con la que se trabaja ha sufrido una diferenciación o integración estacional en el mismo orden de la serie.

Alonso y Arcila (2013) analizan la evidencia de que en la producción de los *commodities*, y en específico del azúcar existe estacionalidad. Se señala que se entiende como estacionalidad el comportamiento de los precios de los *commodities* que implica una propensión en la conducta de los precios para tener el mismo comportamiento años tras año. Esa conducta se puede explicar por el período de plantación y recolección de la caña de azúcar, el clima, el consumo, etc. Se menciona que diversos autores han

documentado la estacionalidad en el comportamiento de los precios en mercados tanto de activos financieros como de *commodities*.

Diversos autores han documentado la estacionalidad en el comportamiento de los precios en mercados tanto de activos financieros como de *commodities*. Por ejemplo, Lakonishok y Smidt (1988) proveen evidencia de varias anomalías en los retornos estacionales del índice industrial Dow Jones. Los autores encuentran evidencia de estacionalidad semanal y mensual (Alonso y Arcila, 2013).

Pechrová & Šimpach (2017) modelan el precio del azúcar de remolacha azucarera para la Republica Checa. Inician argumentando que el sector de la producción de azúcar y por lo tanto el insumo básico, la remolacha azucarera, son los productos más regulados en la Unión Europea. El objetivo de su investigación fue modelar los precios al consumidor del azúcar utilizando métodos econométricos y pronosticar su comportamiento un año adelante.

Pechrová & Šimpach (2017) indican que para modelar el precio al consumidor del azúcar se eligió la metodología Box-Jenkins. Señalan que el pronóstico un periodo adelante del periodo muestral se realiza en base al conocimiento de la tendencia estocástica. El modelo se construyó en varios pasos. En primer lugar, se realizó la prueba de la raíz unitaria a la serie de tiempo. Se usó la prueba de Dickey-Fuller aumentado para tres casos: con una constante y una tendencia, solo con constante y el caso de sin constante y si n tendencia. La prueba de Dickey-Fuller (DF) con constante y con tendencia se calcula con la expresión:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

donde ΔY_t es la primera diferencia de la serie de tiempo examinada, t es la variable de tendencia, ε_t es un término de error de ruido blanco, m es el máximo del número de rezagos de la variable dependiente y α y β son parámetros (β_1 representa la constante).

La metodología de Box-Jenkins se utilizó para elaborar un modelo con procesos autoregresivos (AR) y un proceso de promedios móviles (MA). El diagnóstico del tipo de

modelo se realizó con la función de autocorrelación (ACF) y la función de autocorrelación parcial (PACF), las cuales se graficaron para determinar qué proceso generó la serie de tiempo y cuál es el orden (p) del AR y el orden (q) del proceso MA. Como se sabe si la serie es no estacionaria se obtiene la diferencia de d^{th} orden. Si la serie de tiempo incluye todos los procesos entonces se está en presencia de un modelo $SARIMA(p, d, q)$, es decir (Pechrová & Šimpach, 2017):

$$Y_t = \beta + \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \delta_j \varepsilon_{t-j}$$

donde α y δ son parámetros y β es la constante. Cuando existen un término estacional, los modelos son formulados como $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$. También se probó si la serie tenía presencia de heterocedasticidad condicional autoregresiva (efecto ARCH). La hipótesis nula es que la varianza del término estocástico es constante y finita. La prueba utilizó los valores críticos de Fisher y χ^2 que rechaza la hipótesis nula cuando el valor calculado excede los valores tabulados. Finalmente, la normalidad se probó usando la prueba de Jarque-Bera (J-B) con la hipótesis nula de que los residuos se distribuyen normalmente. El valor calculado de la prueba se compara con el valor crítico de la distribución J-B. Si el valor excede la tabla uno, se rechaza la hipótesis nula (Pechrová & Šimpach, 2017).

En Pechrová & Šimpach (2017) se indica que al utilizar la prueba aumentada de Dickey – Fuller sin tendencia y constante se encontró que la serie de tiempo fue no estacionaria al 5% de nivel de significancia. Después de aplicar la primera diferencia a la serie se tenía una serie estacionaria. Del análisis de la función de autocorrelación y de la función de autocorrelación parcial mostró que para capturar el proceso estocástico subyacente en la serie de tiempo estudiado fue un $ARIMA(1,1,1)$ sin constante.

El modelo fue seleccionado en base en los criterios de información: el criterio de información de Akaike (AIC), criterio bayesiano de información de Schwarz (SBIC) y el criterio de información de Hannan-Quinn (H-QIC). Otros estadísticos para evaluar el

modelo fueron el coeficiente de determinación (R^2), el coeficiente de determinación ajustado ($\text{adj-}R^2$) y el estadístico de Durbin-Watson (D-W) (Pechrová & Šimpach, 2017).

Variable	Coeficiente	Error estándar	Valor de t
IMP	3.2877	0.2878	11.4218
AR(1)	0.8347	0.1612	5.1779
MA(1)	-0.7386	0.1963	-3.7626
R^2	0.4297	AIC	1.4399
Adj. R^2	0.4236	SBCI	1.4911
D-W	2.0662	H-QIC	1.4606

El diagnóstico de los residuales del modelo $ARIMA(1,1,1)$ son mostrados en la Tabla 3 del trabajo, los cuales se muestran a continuación. Para probar sobre la correlación serial se aplicó la prueba de multiplicadores de Breusch-Godfrey (B-G).

Prueba de B-G para correlación serial de los residuales			
Estadístico F	1.1507	Prob. $F(2,185)$	.0.3187
Obs* R^2	0.7245	Prob. χ^2	0.6961

También se probó si hay heterocedasticidad condicional en los residuales (efecto ARCH)

Prueba de heterocedasticidad de los residuales (ARCH)			
Estadístico F	1.9048	Prob. $F(1,187)$	0.1692
Obs* R^2	1.9058	Prob. χ^2	0.1674

De acuerdo con Pechrová & Šimpach (2017) el modelo cumple con todos los requisitos econométricos y puede usarse para predicciones. Destaca la mención de respecto a los determinantes del precio, algunas investigaciones han demostrado que el precio global del azúcar es independiente del nivel de las reservas mundiales de azúcar. Pero que, sin embargo, los precios al consumidor del azúcar dependen de la situación del mercado, pues los precios de los productores agrícolas se reflejan en los precios al consumidor del azúcar.

2.2. Literatura sobre aspectos conceptuales de la modelación Box-Jenkins

Originalmente, la metodología de Box y Jenkins involucró tres pasos iterativos: selección de modelos, estimación de parámetros y comprobación del modelo. El desarrollo reciente de esta metodología ha agregado una etapa preliminar de preparación de datos y una

etapa final de la aplicación del modelo que está pronosticando. La preparación de datos en este sentido implica transformaciones y diferenciación por si los datos en estudio requieren que se haga para satisfacer las suposiciones de Box y Jenkins antes de modelar.

Las series de tiempo se analizaron por Box y Jenkins (Enders, 2015) mediante la construcción de ecuaciones en diferencias, agregándole un componente aditivo aleatorio que se le denominó ruido blanco. En estos modelos se estudió los medios en los cuales se presenta la estacionalidad de la serie, y de este modo se determina el esquema que debe seguirse para estimar los parámetros del modelo en particular.

La selección de modelos implica el uso de gráficos y herramientas de selección de modelos, como los Criterios de información de Akaike y los Criterios de información bayesianos, para identificar el modelo que mejor se ajusta a los datos. La estimación de parámetros significa encontrar los valores de los coeficientes del modelo que mejor se ajustan a los datos. La verificación del modelo significa probar supuestos para identificar áreas de inadecuación del modelo que en este caso implica probar si los residuos son ruido blanco. Una vez que el modelo ha sido seleccionado, estimado y verificado, finalmente se usa para pronosticar.

Una serie temporal Y_t es una función de cuatro componentes; tendencia (T_t), estacional (S_t), cíclico (C_t) y un componente aleatorio ε_t . La representación general de serie de tiempo es (Cryer, 2008):

$$Y_t = f(T_t, S_t, C_t, \varepsilon_t)$$

Y_t puede ser aditivo:

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$$

o multiplicativo:

$$Y_t = T_t * S_t * C_t * \varepsilon_t$$

Los componentes cíclicos solo se pueden observar cuando el período es largo. Más a menudo en un período de tiempo más corto, el componente cíclico se oculta en la tendencia y, por lo tanto, se modela junto con la tendencia.

Gujarati (2002) menciona los pasos generales del modelo Box-Jenkins (BJ), considera cuatro esenciales, los cuales son:

Paso 1. Identificación. Es decir, encontrar los valores apropiados de p , d y q . En seguida se verá la forma como el correlograma y el correlograma parcial ayudan en esta labor.

Paso 2. Estimación. Tras identificar los valores apropiados de p y q , la siguiente etapa es estimar los parámetros de los términos autorregresivos y de promedios móviles incluidos en el modelo. Algunas veces, este cálculo se efectúa mediante mínimos cuadrados simples, pero otras hay que recurrir a métodos de estimación no lineal (en parámetros) (Gujarati, 2002).

Paso 3. Examen de diagnóstico. Al tener seleccionado el modelo ARIMA y teniendo estimados sus parámetros, se tratará de analizar si el modelo seleccionado se ajusta a los datos de forma buena, ya que sería posible que pudiera existir otro modelo ARIMA que también lo haga. Una simple prueba del modelo seleccionado es ver si los residuales estimados a partir de este modelo son de ruido blanco; si lo son, aceptamos el ajuste particular; si no lo son, debemos empezar de nuevo. Por tanto, la metodología BJ es un proceso iterativo, como se muestra en la Figura 1 (Enders, 2015; Gujarati, 2002).

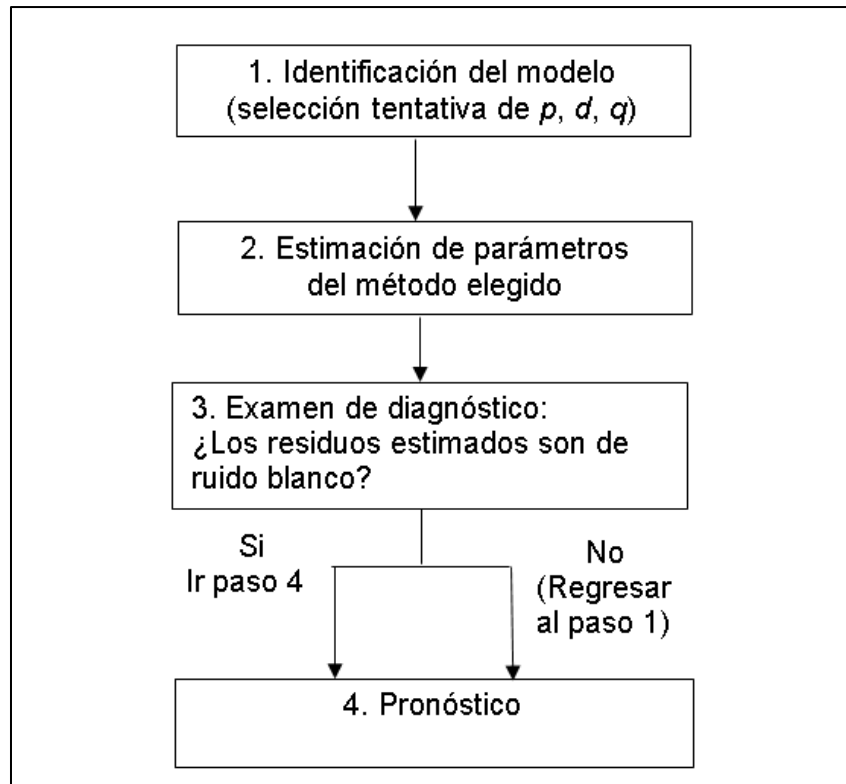


Figura 1. Método de Box-Jenkins en series de tiempo

Fuente: Enders (2015) y Gujarati (2002).

Paso 4. Pronóstico. Una razón de la popularidad del proceso de construcción de modelos ARIMA es su éxito en el pronóstico. En muchos casos, los pronósticos obtenidos por este método son más confiables que los obtenidos de modelos econométricos tradicionales, en particular en el caso de pronósticos de corto plazo (Gujarati, 2002).

Las herramientas principales en la identificación son la función de autocorrelación (FAC), la función de autocorrelación parcial (FACP) y los correlogramas resultantes, que son simplemente los gráficos de FAC y de FACP respecto de la longitud del rezago. La autocorrelación parcial ρ_{kk} mide la correlación entre observaciones (series de tiempo) separadas k periodos y mantiene constantes las correlaciones en los rezagos intermedios (es decir, rezagos menores de k). En otras palabras, la autocorrelación

parcial es la correlación entre Y_t y Y_{t-k} después de eliminar el efecto de las Y intermedias (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Mandal, 2005).

Otro aspecto relevante en Box - Jenkins es la estacionalidad, ya que muchas series de tiempo presentan un comportamiento estacional, como las ventas de tiendas departamentales en días festivos, el consumo estacional de helado, los viajes durante días festivos nacionales, etc. Si, por ejemplo, disponemos de la información trimestral de ventas de las tiendas departamentales, estas cifras mostrarán picos en el cuarto trimestre, por ejemplo. En tales situaciones, es posible eliminar la influencia estacional al tomar diferencias trimestrales de orden cuatro de las cifras de ventas y luego decidir qué clase de modelo ARIMA ajustar (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Mandal, 2005).

Si la serie es débilmente estacionaria, se procede con la identificación; caso contrario, la serie debe ser transformada en estacionaria. Asumiendo que se cuenta con series estacionarias, la identificación tiene por objeto determinar el tipo de modelo a aplicar (AR, MA ó ARMA) y el orden de los parámetros " p " y " q ". Para ello se examinan los gráficos de las funciones de autocorrelación (FAC) y autocorrelación parcial (FACP) con el fin de identificar qué componentes autorregresivos o de media móvil utilizar en la estimación del modelo. Tras la identificación del modelo, se estiman los coeficientes que mejor ajustan al modelo ARIMA mediante máxima verosimilitud o mínimos cuadrados ordinarios. En la Verificación, se revisa que los residuos sean independientes entre sí y cuenten media y varianzas constantes en el tiempo (es decir, ruido blanco). Si la estimación no es adecuada, se reinicia el proceso verificando la estacionalidad de la serie. Al final se realizan las predicciones y se evalúa la capacidad predictiva del modelo estimado (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Mandal, 2005).

Por consiguiente, sí se debe diferenciar una serie de tiempo d veces para hacerla estacionaria y luego aplicarle el modelo ARMA(p, q), se dice que la serie de tiempo original es ARIMA(p, d, q), es decir, es una serie de tiempo autorregresiva integrada de promedios móviles, donde " p " denota el número de términos autorregresivos, " d " el número de veces que la serie debe diferenciarse para hacerse estacionaria y " q " el número de términos de promedios móviles. Así, una serie de tiempo ARIMA(2, 1, 2) tiene que diferenciarse una

vez ($d = 1$) antes de que se haga estacionaria, y la serie de tiempo estacionaria (en primeras diferencias) puede modelarse como un proceso ARMA(2, 2), es decir, tiene dos términos AR y dos términos MA. Desde luego, si $d = 0$ (es decir, si para empezar la serie es estacionaria), ARIMA ($p, d = 0, q$) = ARMA (p, q). Si se tiene un proceso ARIMA ($p, 0, 0$) significa un proceso estacionario AR (p) puro; un ARIMA ($0, 0, q$) significa un proceso estacionario MA(q) puro. Con los valores de p, d y q sabemos de qué proceso se está haciendo el modelo (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Mandal, 2005).

El punto importante es que, para utilizar a Box-Jenkins, debemos tener una serie de tiempo estacionaria o una serie de tiempo que sea estacionaria después de una o más diferenciaciones (Gujarato, 2002).

La razón para suponer estacionariedad se explica de la siguiente manera: El objetivo de BJ (Box-Jenkins) es identificar y estimar un modelo estadístico que se interprete como generador de los datos muestrales. Entonces, si se va a pronosticar con este modelo estimado, se debe suponer que sus características son constantes a través del tiempo y, en particular, en periodos futuros. Así, la sencilla razón para requerir datos estacionarios es que todo modelo que se infiera a partir de estos datos pueda interpretarse como estacionario o estable en sí mismo, y proporcione, por consiguiente, una base válida para pronosticar (Enders, 2015; Gujarati, 2002).

El modelo ARIMA consiste de dos especificaciones: la especificación de la parte autoregresiva de la serie de tiempo y la especificación de la parte de promedios móviles (MA) (Enders, 2015; Gujarati, 2002).

Una serie de tiempo en el periodo t puede ser explicada por rezagos de ella misma (análisis univariado de series de tiempo).

Sí se utiliza la letra X indexada con t , la representación de un proceso autoregresivo de orden uno, de orden dos, de orden tres y de orden p es (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang. 2008):

AR(1):

$$X_t = \mu + \vartheta_1 X_{t-1} + w_t$$

AR(2):

$$X_t = \mu + \vartheta_1 X_{t-1} + \vartheta_2 X_{t-2} + w_t$$

AR(3):

$$X_t = \mu + \vartheta_1 X_{t-1} + \vartheta_2 X_{t-2} + \vartheta_3 X_{t-3} + w_t$$

AR(p):

$$X_t = \mu + \vartheta_1 X_{t-1} + \vartheta_2 X_{t-2} + \dots + \vartheta_p X_{t-p} + w_t$$

El modelo AR(p) se puede expresar como:

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^p \vartheta_i X_{t-i} + w_t$$

donde $\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_p$ son los parámetros del modelo, μ es una constante (media) y w_t es el término aleatorio y además $i = 1, 2, \dots, p$.

Una serie de tiempo se puede descomponer como la sucesión de choques estocásticos en el que los errores rezagados están premultiplicados por un parámetro.

De esta manera si utilizamos a la letra X indexada con t, la representación de un proceso de promedios móviles de orden uno, de orden dos, de orden tres y de orden p es:

MA(1):

$$X_t = \mu + w_t - \theta_1 w_{t-1}$$

MA(2):

$$X_t = \mu + w_t - \theta_1 w_{t-1} - \theta_2 w_{t-2}$$

MA(3):

$$X_t = \mu + w_t - \theta_1 w_{t-1} - \theta_2 w_{t-2} - \theta_3 w_{t-3}$$

MA(p):

$$X_t = \mu + w_t - \theta_1 w_{t-1} - \theta_2 w_{t-2} - \dots - \theta_p w_{t-p}$$

El modelo AR(p) se puede expresar como:

$$X_t = \mu + w_t - \sum_{i=1}^p \theta_i w_{t-i}$$

donde $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ son los parámetros del modelo, μ es una constante (media), w_t es el término aleatorio en su forma contemporánea y además $i = 1, 2, \dots, p$ (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang, 2008).

Los modelos ARMA y ARIMA son comúnmente expresados en notación “backshift” B es el operador de rezago (backshift operator). Este opera sobre las series de tiempo y significa retrasar un periodo una serie de tiempo. Por ejemplo, si se representa la serie de tiempo como X_t , entonces (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang, 2008):

$$BX_t = X_{t-1}$$

$$B^2 X_t = X_{t-2}$$

$$Bw_t = w_{t-1}$$

$$B^2 w_t = w_{t-2}$$

$$BX_{t-1} = X_{t-2}$$

$$B^2 X_{t-1} = X_{t-3}$$

Por lo que; B^k quiere decir rezagar k veces la serie de tiempo, el error, etc.

$$B^k X_t = X_{t-k}$$

$$B^k X_{t-1} = X_{t-1-k}$$

$$B^k w_t = w_{t-k}$$

$$B^k w_{t-2} = w_{t-2-k}$$

Como un operador en las series de tiempo, el operador de rezago B , obedece a ciertas leyes del álgebra.

Sean $\{Y_t\}$ y $\{X_t\}$ dos series de tiempo y además sean b , c y d constantes.

$$B(X_t + Y_t) = B(X_t) + B(Y_t) = BX_t + BY_t = X_{t-1} + Y_{t-1}$$

$$B^j B^k X_t = B^{j+k} X_t = X_{t-j-k}$$

$$BcX_t = cBX_t = cX_{t-1}$$

$$Bc = c$$

En este último caso “ c ” es una constante que no cambia en el tiempo, por lo tanto el operador B no tiene efecto sobre la misma (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang, 2008).

Las reglas anteriores provienen de la definición de que:

$$BX_t = X_{t-1}$$

Las reglas anteriores pueden ser usadas de forma combinada. Por ejemplo:

$$B(bX_t + cY_t + d) = B(bX_t) + B(cY_t) + Bd = bBX_t + cBY_t + d = bX_{t-1} + cY_{t-1} + d$$

$$B(C + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1}) = C + \phi_1 Z_{t-2} + \phi_2 Z_{t-3} + a_{t-1} - \theta_1 a_{t-2}$$

En la mayoría de las referencias modernas de series de tiempo y en particular de la metodología ARIMA es más común utilizar la letra L del vocablo en inglés *Lag* cuya traducción es rezago o retraso (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang, 2008).

Es común que el modelo $ARMA(p, q)$ y el modelo $ARIMA(p, d, q)$ sean expresados en forma compacta mediante el operador de rezago polinomial.

Un polinomial de rezago es un polinomial involucrando potencias de B . Por ejemplo se puede tener las siguientes expresiones (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang, 2008):

$$a) 1 - B$$

$$\text{b) } 2 + 3B + 4B^2$$

$$\text{c) } b + cB + dB^2$$

$$\text{d) } bB + cB^3 + dB^5$$

Un polinomial de rezago representa operaciones realizadas sobre series de tiempo. Por ejemplo:

$$\text{a) } (1 + B)Z_t = (1)(B) + BZ_t = Z_t + Z_{t-1}$$

$$\text{b) } (2 + 3B + 4B^2)Z_t = 2Z_t + 3BZ_t + 4B^2Z_t = 2Z_t + 3Z_{t-1} + 4Z_{t-2}$$

$$\text{c) } (b + cB + dB^2)Z_t = bZ_t + cZ_{t-1} + dZ_{t-2}$$

$$\text{d) } (bB + cB^3 + dB^5)Z_t = bZ_{t-1} + cZ_{t-3} + dZ_{t-5}$$

Los polinomios de rezago pueden ser tratados como como polinomiales o como operaciones de series de tiempo. Es decir, B puede ser visto como un número o como la operación de rezago ($BZ_t = Z_{t-1}$) (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang. 2008).

Los polinomios de rezago obedecen las reglas usuales de algebra. Se pueden sumar, multiplicar, etc.

Al usar B antes del valor de una serie de tiempo X_t o de un término de error w_t significa mover ese elemento un tiempo atrás. Por ejemplo: $BX_t = X_{t-1}$.

El proceso autoregresivo de orden uno AR(1) puede expresarse en términos de los polinomios de rezago como sigue (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang. 2008):

AR(1):

$$X_t = \mu + w_t + \phi_1 X_{t-1}$$

Pasando a la izquierda el término que contiene la serie de tiempo rezagada un periodo y dejando del lado derecho solo la constante μ y el término estocástico w_t tenemos:

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} = \mu + w_t$$

De esta manera:

$$(1 - B\phi_1)X_t = \mu + w_t +$$

Un proceso autoregresivo de orden uno AR(2) puede representarse como:

$$X_t = \mu + w_t + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2}$$

Si se mueven a la izquierda los terminos que contienen a los rezagos de la serie de tiempo dejando del lado derecho solo la constante y el termino de error tendremos:

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} = \mu + w_t$$

De aquí es posible observar que para el AR(2) es posible expresar el lado derecho en terminos de los polinomios de rezago B como sigue:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)X_t = \mu + w_t$$

Por lo que expresando como polinomios de rezago el proceso autoregresivo de orden general, el modelo AR(p) es (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang. 2008):

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + w_t$$

El cual puede ser expresado en polinomios de rezago si se pasan los términos de rezago de la serie X_t a la izquierda dejando del lado derecho solo a μ y a w_t .

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_p X_{t-p} = \mu + w_t$$

De esta manera el polinomial de un proceso AR(p) es:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)X_t = \mu + w_t$$

La Formulación General del Proceso Autoregresivo; tendría una notación general de:

$$\Phi(B)X_t = \mu + w_t$$

Para casos específicos siempre será necesario especificar cuál es el orden p del proceso autoregresivo. Ahora bien, respecto al proceso de promedios móviles y los polinomios de rezago se tiene lo siguiente (Enders, 2015; Gujarati, 2002; Cryer & Chang. 2008).

Un proceso de promedios móviles de orden uno MA(1) es:

$$X_t = \mu + w_t - \theta_1 w_{t-1}$$

Del cual su polinomial es expresado como:

$$X_t = \mu + (1 - \theta_1 B)w_t$$

El factor $(1 - \theta_1 B)$ es llamado el polinomio de promedios móviles (MA) y es denotado como $\Theta(B)$. El proceso de promedios móviles de orden q MA(q) puede en forma de polinomios de rezago se expresa como sigue:

$$X_t = \mu + w_t - \theta_1 w_{t-1} - \theta_2 w_{t-2} - \dots - \theta_q w_{t-q}$$

Siendo su expresión polinomial la que sigue:

$$X_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)w_q$$

Pasando a la izquierda a μ :

$$X_t - \mu = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)w_q$$

O lo que es lo mismo:

$$(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)w_q = X_t - \mu$$

La notación general para el polinomial de un proceso de promedios móviles es:

$$\Theta(B)w_t = X_t - \mu$$

Para casos específicos siempre será necesario especificar cuál es el orden q del proceso de promedios móviles. Una vez que se ha definido como el proceso $AR(p)$ y $MA(p)$ pueden ser expresados en términos de polinomios de rezago, siendo solo necesario aclarar el respectivo orden de p y q , es posible expresar un modelo estacionario ARMA en términos de ambas especificaciones.

Una serie de tiempo que puede expresar como un proceso autoregresivo de orden p , $AR(p)$, y un proceso de promedios móviles de orden q , $MA(q)$, tendrá la siguiente expresión cuando p y q toman distintos valores que indican el orden del proceso, respectivamente. Si $p = 1$ y $q = 1$ entonces tendremos el proceso. $ARMA(1,1)$ (Gujarati, 2002; Pecar, 2017):

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + w_t - \theta_1 w_{t-1}$$

Si $p = 2$ y $q = 2$ entonces tendremos el proceso. $ARMA(2,2)$:

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + w_t - \theta_1 w_{t-1} - \theta_2 w_{t-2}$$

De esta manera una serie de tiempo que sigue un proceso $AR(p)$ y un proceso $MA(q)$ tendrá la siguiente especificación:

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + w_t - \theta_1 w_{t-1} - \dots - \theta_q w_{t-q}$$

El modelo $ARMA(p,q)$ en forma de polinomios de rezago, tendría un modelo $ARMA(1,1)$ que puede expresarse en términos de polinomios de rezago como sigue (Gujarati, 2002; Pecar, 2017):

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + w_t - \theta_1 w_{t-1}$$

Pasando la parte autoregresiva al lado izquierdo se tendría:

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} = \mu + w_t - \theta_1 w_{t-1}$$

Si se aplica el operador de rezago a los términos rezagado se obtiene:

$$X_t - \phi_1 B X_t = \mu + w_t - \theta_1 B w_t$$

Si se factoriza:

$$(1 - \phi_1 B) X_t = \mu + (1 - \theta_1 B) w_t$$

De manera general un modelo ARMA (p,q) se tendría (Enders, 2015; Pecar, 2017):

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + w_t - \theta_1 w_{t-1} - \dots - \theta_q w_{t-q}$$

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = \mu + w_t - \theta_1 w_{t-1} - \dots - \theta_q w_{t-q}$$

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) X_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) w_t$$

De esta manera el proceso $ARMA(p, q)$ en forma de polinomios se representa como:

$$\Phi(B) X_t = \mu + \Theta(B) w_t$$

Un modelo ARIMA estacional (seasonal ARIMA) esta formado por la inclusión de un término adicional, que es precisamente la parte periódica estacional del modelo. Este modelo es denotado como sigue (Pecar, 2017; Gujarati, 2002; Ruiz *et al.*, 2011):

$$ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$$

donde

- p = El orden del termino autoregresivo AR no estacional
- d = El orden de la diferenciación no estacional
- q = El orden del término de promedios móviles no estacional
- P = El orden del termino autoregresivo AR estacional
- D = El orden de la diferenciación estacional
- Q = El orden del término de promedios móviles estacional

El primer término entre paréntesis es la parte no estacional del modelo mientras el segundo término entre paréntesis es la parte estacional. La representación más formal

del modelo ARIMA estacional es la siguiente (Russo *et al.*, 2013; Enders; 2015; Pecar, 2017):

$$\Phi(B^S)\varphi(B)(y_t - \mu) = \Theta(B^S)\vartheta(B)\alpha_t$$

donde

- S = Número de periodos por estación (temporada)
- y_t = Son las observaciones de la serie de tiempo en t
- α_t = Es el término de ruido blanco
- μ = Es la media de la serie de tiempo
- φ = Son los parámetros Autoregresivos no estacionales
- Φ = Son los parámetros autoregresivos estacionales
- Θ = Son los parámetros de promedios móviles estacionales
- ϑ = Son los parámetros de promedios móviles no estacionales
- B = Es el operador de rezago

Uno de los retos al estudiar los procesos no estacionarios estacionales es la compleja notación que se utiliza en la literatura especializada. Por ejemplo, la notación en el desarrollo del modelo $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ es abstracta. Aún el modelo $SARIMA(1,1,1)(1,1,1)_{12}$, que es uno de los más sencillos de la familia de modelos SARIMA requiere un aparatoso despliegue de notación que, sin embargo, ayuda a entender la compleja notación de la literatura concerniente a la modelación de series de tiempo Box-Jenkins. En el Cuadro 1 se muestra cada uno de los componentes de modelo completo SARIMA que dependiendo del orden de (p,d,q) , (P,D,Q) y s puede cualesquiera de los modelos explicados anteriormente, Por ejemplo si se tiene un modelo $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ del tipo $SARIMA(1,0,0)(0,0,0)$ con $s=0$ entonces el modelo correspondiente es un modelo autoregresivo de orden 1; es decir, $AR(p) = AR(1)$.

Cuadro 1. Notación de los modelos $ARIMA(p,d,q)$ y $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$

Modelo u operador	Notación	Proceso/Operador	Polinomio de rezago
Autoregresivo estacional	$\Phi_P(B^s)$	$\Phi_1 x_{t-s} + \Phi_2 x_{t-2s} + \dots + \Phi_P x_{t-Ps} + \varepsilon_t$	$1 + \phi_1 B^s + \phi_2 B^{2s} + \dots + \phi_P B^{Ps}$
Promedios móviles estacional	$\Theta_D(B^s)$	$\varepsilon_t - \Theta_1 \varepsilon_{t-s} - \Theta_2 \varepsilon_{t-2s} - \dots - \Theta_Q \varepsilon_{t-Qs}$	$1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_Q B^{Qs}$
Autoregresivo no estacional	$\phi(B)$	$\mu + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_P x_{t-P}$	$1 + \phi_1 B + \phi_2 B^2 + \dots + \phi_P B^P$
Promedios móviles no estacional	$\theta(B)$	$\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$	$1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$
Diferencias proceso estacional	∇_s^D	$(1 - B^s)^D$	
Diferencias proceso no estacional	∇^d	$(1 - B)^d$	

Fuente: elaboración propia.

El modelo completo que presentan que presentan Box & Jenkins (1976) es el siguiente:

$$\Phi_P(B^s)\phi(B)\nabla_s^D\nabla^d x_t = \Theta_Q(B^s)\theta(B)\varepsilon_t$$

donde la notación correspondiente es la definida en el desarrollo de los respectivos modelos autoregresivos y promedios móviles en los apartados anteriores de este capítulo.

Para evaluar que tan asertivos son los pronósticos con los métodos mencionados anteriormente se utilizan las medidas de los errores de pronóstico. Un error de pronóstico se puede definir como la comparación entre el valor pronosticado y el valor real observado. Existen varios indicadores para realizar la evaluación del desempeño de los diferentes modelos. Los más comunes son los que se mencionan a continuación.

La desviación media absoluta mide la dispersión del error de pronóstico; es decir, el tamaño del error en unidades y es el valor absoluto de la diferencia entre el valor real de la variable observada y el valor pronosticado de la variable dividido entre el número de periodos (Taylor III, 2016):

$$MAD = \frac{\sum |real - pronóstico|}{n}$$

De acuerdo con Taylor (2016, p. 736) este indicador es la suma acumulada de los errores del pronóstico realizado y evalúa el potencial sesgo del pronóstico.

$$CFE = \sum e_t$$

donde e_t = valores reales de la variable observada menos valores predichos o pronosticados.

Un valor positivo de CFE relativamente grande indica que el pronóstico es probablemente más bajo que la variable real observada o que se tiene un sesgo bajo. Un valor negativo grande de CFE implica que el pronóstico es consistentemente más alto que la variable real observada o que se tiene un sesgo alto. Además, cuando los errores de cada período son escrutados y parece haber una preponderancia de valores positivos, esto muestra que el pronóstico es consistentemente menor que el real, y viceversa.

El error promedio del pronóstico está cercanamente relacionado con el CFE y se calcula promediando el error acumulativo sobre el número de períodos de tiempo.

$$AE = \frac{\sum e_t}{n}$$

donde n es el número de observaciones.

El error promedio se interpreta de manera similar al error acumulativo. Un valor positivo indica un sesgo bajo y un valor negativo indica un sesgo alto. Un valor cercano a cero implica falta de sesgo.

Otra medida de la precisión del pronóstico relacionada con el error es el error cuadrático medio (MSE). Con el MSE, cada valor de error individual se eleva al cuadrado, y luego estos valores se suman y promedian (Taylor III, 2016):

$$MSE = \frac{\sum e_t^2}{n}$$

El MSE es una medida de dispersión del error de pronóstico. Esta medida maximiza el error al elevarlo al cuadrado, penalizando aquellos periodos donde la diferencia fue más alta a comparación de otros. Es recomendable el uso del MSE para periodos con desviaciones pequeñas.

El error porcentual medio absoluto (MAPE) proporciona la desviación en términos porcentuales y no en unidades como las medidas anteriores. El MAPE es el promedio del error absoluto o diferencia entre el valor real de la variable observada y el pronosticado y el cual se expresa como un porcentaje de los valores reales (Taylor III, 2016).

2.3. Situación del mercado nacional e internacional del azúcar

Para la producción de la caña de azúcar en el mundo se tiene que la base de datos de cultivos de FAOSTAT (2021) reporta como productores de caña de azúcar a 107 países. No obstante, son 16 países los que producen el 89.1% de la producción mundial de caña de azúcar y los restantes 91 países tan solo el contribuyen con el 10.9%. Brasil es el mayor productor de caña de azúcar con el 34.6% de la producción mundial de este cultivo agroindustrial como se puede apreciar en el Cuadro 2.

Cuadro 2. Indicadores mundiales de la producción de caña de azúcar

País	Producción	%	Producción (ton)		TMCA
	(ton)		2000	2019	
1 Brasil	604.4	34.6	326	753	4.50
2 India	320.6	18.4	299	405	1.61
3 Taiwán	105.3	6.0	71	110	2.31
4 China	104.2	6.0	68	109	2.51
5 Tailandia	81.0	4.6	54	131	4.77
6 Pakistán	57.8	3.3	46	67	1.95
7 México	52.1	3.0	44	59	1.57
8 Colombia	35.0	2.0	34	33	-0.20
9 Australia	32.8	1.9	38	32	-0.86
10 Estados Unidos	29.5	1.7	36	29	-1.15
11 Indonesia	26.9	1.5	24	29	1.04
12 Filipinas	23.8	1.4	21	21	-0.13
13 Guatemala	23.2	1.3	17	29	3.01
14 Argentina	21.1	1.2	18	18	-0.22
15 Sudáfrica	19.0	1.1	24	19	-1.06
16 Cuba	18.2	1.0	36	9	-7.24
17 Otros	190.8	10.9	166	206	1.14
18 Mundo	1,745.8	100.0	1,324	2,059	2.35

Nota: ton = toneladas.

Fuente: Elaborado con base en FAOSTAT (2021).

Respecto a la superficie cosechada de caña de azúcar en el mundo, esta se muestra en el Cuadro 3.

Como se observa, es Brasil, India y Taiwan los que tiene una mayor superficie cosechada de caña de azúcar. En el mismo cuadro se muestra la tasa media de crecimiento anual de la superficie cosechada de caña de azúcar y es Brasil donde tal indicador es mayor, pues entre el 2000 y el 2019 creció en 3.0%.

En el caso de la productividad de la caña de azúcar en el mundo esta se muestra en el Cuadro 4.

Cuadro 3. Indicadores mundiales de la superficie cosechada de caña de azúcar

País	Superficie	%	Superficie (ha)		TCMA
	(ha)		2000	2019	
1 Brasil	8,074,125	32.1	4,804,511	10,081,170	3.98
2 India	4,614,587	18.4	4,219,700	5,061,090	0.96
3 Taiwán	1,525,034	6.1	1,223,294	1,422,655	0.80
4 China	1,511,071	6.0	1,184,880	1,414,002	0.93
5 Tailandia	1,207,735	4.8	913,639	1,835,085	3.74
6 Pakistán	1,072,552	4.3	1,009,800	1,039,777	0.15
7 México	710,191	2.8	618,282	795,984	1.34
8 Colombia	403,790	1.6	406,012	457,783	0.63
9 Australia	402,525	1.6	419,000	433,154	0.18
10 Estados Unidos	372,194	1.5	417,760	369,560	-0.64
11 Indonesia	415,399	1.7	365,962	443,569	1.02
12 Filipinas	400,937	1.6	383,824	379,253	-0.06
13 Guatemala	226,059	0.9	182,000	270,144	2.10
14 Argentina	345,229	1.4	280,000	476,176	2.83
15 Sudáfrica	288,212	1.1	322,858	298,611	-0.41
16 Cuba	521,332	2.1	1,040,900	209,419	-8.09
17 Otros	3,188,883	12.7	2,814,275	3,212,264	0.70
18 Mundo	25,139,674	100.0	20,606,697	28,199,696	1.66

Fuente: Elaborado en base a FAOSTAT (2021).

Como se puede observar en el Cuadro 4 Brasil es el que mayores rendimientos tiene entre todos los países en promedio para el periodo 2000/2019. De esto, una consecuencia es que es el propio Brasil el país que mayor cantidad de azúcar produce.

En cuanto a los indicadores de la producción de azúcar en el mundo en el Cuadro 5 se puede observar la producción de azúcar estándar por país.

Cuadro 4. Indicadores de productividad de caña de azúcar

País	Rendimiento (ton/ha)			TCMA %
	2000/2019	2000	2019	
1 Brasil	74.5	67.9	74.7	0.01
2 India	69.2	70.9	80.1	0.77
3 Taiwán	70.7	78.6	66.5	-0.32
4 China	68.8	57.6	77.4	0.62
5 Tailandia	66.0	59.2	71.4	0.42
6 Paquistán	53.6	45.9	64.3	0.97
7 México	73.4	71.3	74.5	0.08
8 Colombia	87.2	83.6	71.4	-1.05
9 Australia	81.6	91.1	74.8	-0.45
10 Estados Unidos	79.2	86.4	78.4	-0.05
11 Indonesia	65.3	65.3	65.6	0.03
12 Filipinas	59.2	55.3	54.6	-0.42
13 Guatemala	101.6	90.9	107.7	0.30
14 Argentina	63.2	65.7	37.1	-2.77
15 Sudáfrica	66.0	74.0	65.2	-0.06
16 Cuba	35.9	35.0	41.7	0.79
17 Otros	56.0	54.8	55.9	-0.01

Fuente: Elaborado en base a FAOSTAT (2021).

También como se puede observar en el Cuadro 5 Brasil ocupa el primer lugar en la producción mundial de azúcar al aportar el 19.9% de la producción mundial. México se ubica en séptimo lugar con el 3.6% de la producción. Destaca el hecho de que Estados Unidos y México como socios comerciales que continuamente han tenido diferencias en cuanto a los volúmenes comercializados de azúcar entre ambos países, aún con el Tratado de Libre comercio de América del Norte (TLCAN) y su versión renegociada, el Tratado México-Estados Unidos-Canadá (TMEC), ocupen la sexta y séptima posiciones como productores de azúcar en el mundo, respectivamente. Las tasas medias de crecimiento negativas las tuvieron Cuba con el -5.0% y Sudáfrica con -1.43% (FAOSAT, 2021).

Cuadro 5. Indicadores de la producción de azúcar en el mundo

País	Producción (miles de ton)	%	2000/01 (miles de ton)	2018/19 (miles de ton)	TCMA (%)
1 Brasil	31,987	19.9	17,100	34,200	3.72
2 India	24,474	15.2	20,480	33,830	2.68
3 Unión Europea	18,556	11.6	22,124	20,300	-0.45
4 China	11,171	7.0	6,849	10,800	2.43
5 Tailandia	8,639	5.4	5,107	14,100	5.49
6 Estados Unidos	7,626	4.7	7,956	8,148	0.13
7 México	5,844	3.6	5,220	6,386	1.07
8 Australia	4,738	3.0	4,162	4,800	0.75
9 Paquistán	4,453	2.8	2,648	6,525	4.86
10 Rusia	3,753	2.3	1,550	6,400	7.75
11 Colombia	2,364	1.5	2,225	2,400	0.40
12 Guatemala	2,349	1.5	1,632	2,700	2.69
13 Sudáfrica	2,274	1.4	2,895	2,200	-1.43
14 Filipinas	2,228	1.4	1,805	2,300	1.28
15 Turquía	2,212	1.4	2,756	2,600	-0.31
16 Argentina	2,005	1.2	1,540	1,820	0.88
17 Egipto	1,803	1.1	1,400	2,435	2.96
18 Cuba	1,766	1.1	3,500	1,320	-5.00
19 Japón	834	0.5	722	850	0.86
20 R. Dominicana	512	0.3	470	600	1.29
21 Canadá	105	0.1	121	125	0.17
22 Otros	20,868	13.0	18,502	23,412	1.25
23 Mundo	160,562	100.0	130,764	188,251	1.94

Fuente: Elaborado en base a FAOSTAT (2021).

En el Cuadro 5 se aprecia como en el periodo 2000/01-2018/19 las mayores tasas de crecimiento en la producción de azúcar se registraron en Rusia con el 7.75% y Tailandia con el 5.49%. En el mismo periodo para México dicho indicador fue del 1.07%.

En el mercado mundial del azúcar las importaciones e importaciones conforman un flujo de intercambios que es muy importante. El azúcar es uno de los llamados *commodities* que son motivo de un intenso comercio en los mercados internacionales de tales bienes. Las exportaciones mundiales de azúcar las

determinan principalmente diez países al contribuir con el 81.4% de las exportaciones al resto del mundo según se puede observar en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Indicadores de las exportaciones de azúcar en el mundo

	País	Exportaciones (miles de ton)	%	2000/01 (miles de ton)	2018/19 (miles de ton)	TCMA (%)
1	Brasil	21,197	41.0	7,700	23,600	1.06
2	Tailandia	6,008	11.6	3,394	11,000	1.07
3	Australia	3,622	7.0	3,056	3,700	1.01
4	Unión Europea	3,440	6.7	7,253	3,000	0.95
5	India	2,267	4.4	1,360	6,000	1.09
6	Guatemala	1,661	3.2	1,190	1,888	1.03
7	Cuba	1,134	2.2	2,932	580	0.91
8	México	987	1.9	155	1,503	1.13
9	Sudáfrica	875	1.7	1,580	900	0.97
10	Colombia	868	1.7	965	700	0.98
11	Argentina	325	0.6	189	150	0.99
12	Filipinas	221	0.4	88	220	1.05
13	Rusia	206	0.4	260	690	1.06
14	R. Dominicana	204	0.4	185	200	1.00
15	Egipto	201	0.4	84	200	1.05
16	Estados Unidos	182	0.4	128	45	0.94
17	Turquía	147	0.3	826	260	0.94
18	China	128	0.2	129	100	0.99
19	Otros	7,997	15.5	6,841	8,066	1.01
20	Mundo	51,670	100.0	38,315	62,802	1.03

Fuente: ERS-USDA (2021).

En el periodo 2000/01-2018/19 en promedio Brasil ha sido el principal exportador de azúcar al resto del mundo satisfacer el 41.0% de la demanda mundial del resto del mundo por exportaciones seguido por Tailandia con el 11.6%. En dicho periodo México satisfecho el 1.5% de la demanda mundial por exportaciones.

Respecto a las tasas de crecimiento de las exportaciones de azúcar por país también en el Cuadro 2.5 se observa que las mismas crecieron para el mundo como un todo en un 1.03% siendo México donde la tasa de crecimiento fue la mayor en dicho periodo al crecer en 1.13%.

El azúcar como materia prima para otros procesos productivos o para consumo directo es motivo de importaciones entre una multitud de países. No obstante, solo unos cuantos son los que satisfacen su demanda interna de este edulcorante con la importación de volúmenes importantes de azúcar y por lo tanto tienen cierta influencia en el mercado mundial de este insumo tal como se muestra en el Cuadro 7.

Cuadro 7. Indicadores de las importaciones de azúcar en el mundo

País	Importaciones (miles de ton)	%	2000/01 (miles de ton)	2018/19 (miles de ton)	TCMA (%)
1 Unión Europea	3,101	6.6	3,262	1,400	-4.59
2 China	2,674	5.7	1,083	4,000	7.53
3 Estados Unidos	2,603	5.5	1,443	3,052	4.25
4 Rusia	2,290	4.8	5,650	300	-15.05
5 Japón	1,341	2.8	1,486	1,306	-0.71
6 Canadá	1,221	2.6	1,211	1,250	0.18
7 Egipto	1,072	2.3	946	830	-0.72
8 Sudáfrica	332	0.7	260	715	5.78
9 Paquistán	320	0.7	1,100	10	-22.98
10 México	240	0.5	43	89	4.12
11 Colombia	158	0.3	15	280	17.66
12 Otros	32,834	69.4	23,872	39,285	2.81
13 Mundo	47,307	100.0	40,371	52,517	1.47

Fuente: ERS-USDA (2021).

En el cuadro es posible observar que la Unión Europea, China y los Estados Unidos son los tres mayores importadores de azúcar.

Ahora bien, un aspecto fundamental en la economía es como se determina el precio del azúcar en el mercado internacional. Al respecto se tiene que uno de los mercados más complejos en su funcionamiento en el entorno internacional es el mercado azucarero. Este mercado es uno de los más distorsionados debido a las prácticas proteccionistas de países como Estados Unidos y Japón o de bloques económicos como la Unión Europea, que tratan de salvaguardar a sus productores domésticos de la competencia internacional o considerar el edulcorante como estratégico para su seguridad alimentaria. El precio del azúcar estándar y la refinada no los determinan las fuerzas de mercado de oferta y demanda en el mercado

internacional donde debieran concurrir libremente países con excedentes de este bien básico y países con déficits de este edulcorante. El precio se determina mediante acuerdos internacionales entre países productores y demandantes pero principalmente en los mercados que negocian contratos de futuros de este bien, en los que compradores y vendedores no buscan determinar un precio de equilibrio en el marco de la libre competencia, sino protegerse y transferir el riesgo mediante coberturas. El riesgo es causado por causas como el clima prevaleciente en los países productores de caña de azúcar, motivaciones políticas, estructuras monopólicas u oligopólicas en los mercados internacionales, entre otras. No obstante, el riesgo es causado muchas veces por la especulación con los precios del azúcar y el arbitraje. El arbitraje es una práctica perniciosa consistente en sacar provecho de una diferencia de precio entre dos o más mercados: realizar una combinación de transacciones complementarias que capitalizan el desequilibrio de precios. La utilidad se logra debido a la diferencia de precios de los mercados.

Ahora bien, en el micrositio de la Organización Internacional del Azúcar (ISO, 2021) se dice que esta organización es el único organismo intergubernamental dedicado a mejorar las condiciones del mercado mundial del azúcar a través de debates, análisis, estudios especiales, estadísticas transparentes, seminarios, conferencias y talleres. La actitud proactiva de incluir etanol de cultivos de azúcar en nuestras actividades ya a mediados de los años 90 ayudó a promover el papel cada vez más importante de los biocombustibles en la combinación energética del futuro en todo el mundo.

La ISO tiene su sede en Londres, los 87 estados miembros de la ISO representan (según datos de 2019):

- 87% de la producción mundial de azúcar
- 68% del consumo mundial de azúcar
- 92% de las exportaciones mundiales
- 38% de las importaciones mundiales

La ISO existe para administrar el Acuerdo Internacional del Azúcar (ISA) de 1992. Vale la pena recalcar que en ningún momento en el micrositio de la ISO se menciona que tal organización regulara los volúmenes comercializados internacionalmente de azúcar o regulara el precio de dicha mercancía o ayudara a mitigar la volatilidad de los mercados azucareros.

El Convenio Internacional de la Azúcar es una serie de acuerdos internacionales que operan de forma continua o intermitente desde 1903 para regular la parte de los mercados internacionales del azúcar que no están sujetas a los acuerdos del azúcar regionales y especificados. El primer Convenio Internacional de la Azúcar se hizo en Bruselas en 1902. Entró en vigor en 1903. El acuerdo prohibía la exportación y subsidios a la producción. Los miembros también se comprometían a no importar la azúcar subsidiada a los países no miembros. Este acuerdo expiró en 1918 (DI, 2021).

El Plan Chadbourne que regulaba la producción de azúcar y la exportación con el fin de eliminar los excedentes de azúcar se hizo en 1931 y expiró en 1935. En 1937 se firmó un nuevo acuerdo internacional del azúcar, pero se dio por terminado en 1940 como resultado de la Segunda Guerra Mundial (LAWI, 2021).

Después de la guerra, nuevamente se firmó un acuerdo que entró en vigor en 1953 y expiró en 1958. El acuerdo de 1958 fue seguido por el acuerdo de 1968, que existió desde 1969 hasta 1973. El acuerdo de 1974 operó hasta 1976, y fue reemplazado por el acuerdo de 1977 que funcionó entre 1978 y 1984. El acuerdo de 1984 entró en vigor en 1985 y operó sobre una base anual y fue reemplazado por el acuerdo de 1987 que dio paso al acuerdo actualmente vigente que se firmó en 1992 y entró en vigor en 1993 (LAWI, 2021).

La Organización Internacional Del Azúcar (ISO) se creó en virtud del acuerdo de 1968. Es el órgano encargado de administrar los contratos del azúcar, y funciona principalmente como un coordinador y agencia de recolección de datos. La ISO tiene su sede en Londres, Reino Unido ((DI, 2021).

Los objetivos del Acuerdo Internacional del Azúcar son:

1. Asegurar una mayor cooperación internacional en relación con los asuntos mundiales del azúcar y cuestiones conexas (DI, 2021).
2. Proporcionar un foro para consultas intergubernamentales sobre el azúcar y sobre las formas de mejorar la economía mundial del azúcar (DI, 2021).
3. Facilitar el comercio recopilando y proporcionando información sobre el mercado mundial del azúcar y otros edulcorantes (DI, 2021).
4. Fomentar una mayor demanda de azúcar, especialmente para usos no tradicionales (DI, 2021).

Como se aprecia también, entre los objetivos del Acuerdo Internacional del Azúcar no está considerado ningún mecanismo para la regulación del mercado del azúcar ni de precios o cantidades de esta materia prima.

México es miembro tanto miembro de la Organización Internacional del Azúcar como signatario del Acuerdo Internacional del Azúcar. El documento del Acuerdo Internacional está disponible en el micro sitio de la Secretaría de Relaciones Exteriores de México (SRE, 2021).

Como mencional las referencias anteriores, en el mercado mundial de azúcar aproximadamente un 70% de la producción se destinan al consumo interno, mientras que el 30% restante se destina al comercio internacional.

Como también se ha mencionado, una proporción relevante del azúcar se comercializa entre países que cuentan con acuerdos comerciales y por lo tanto en dichas transacciones aplican las regulaciones contempladas en los respectivos acuerdos. Los remanentes de azúcar no transadas en tales acuerdos se comercializan a nivel internacional por medio de transacciones de mercado.

El azúcar restante que se comercializa fuera de los acuerdos entre países o bloques económicos a través de contratos basados en los precios determinados en el mercado de productos derivados (opciones, futuros, entre otros). Las operaciones de los mercados de productos derivados son normadas por cada una de las bolsas

donde se comercializan los diferentes instrumentos. Estas fijan el punto de entrega, la calidad del producto transado y las fechas, entre otros.

Los mercados de derivados financieros y el mercado físico del azúcar están estrechamente relacionados ya que quienes operan en el mercado físico generalmente utilizan los instrumentos financieros para cubrir sus posiciones y disminuir su riesgo. Esta técnica se conoce como cobertura (*hedging*) y consiste en transferir el riesgo de pérdida debido a movimientos adversos de precios, a través de la compra o venta de contratos en el mercado de futuros (ODEPA, 2003).

Un mecanismo del mercado internacional donde se definen los precios del azúcar internacional es el del mercado de futuros del azúcar. En los mercados de productos derivados se transan instrumentos financieros tales como futuros, opciones, entre otros. Estas transacciones ocurren en las bolsas de diversos países y sólo en contadas ocasiones se lleva a cabo un intercambio físico de producto dentro de este tipo de mercado.

De acuerdo con ODEPA (2003) son cinco los principales contratos de mercados de futuros con los que se transan las operaciones comerciales del azúcar. Estos contratos son:

1. Contrato N°5 de la Bolsa de Opciones y Futuros de Londres (LIFFE) (ODEPA, 200).
2. Contrato de Futuros N° 11 de la Bolsa de Futuros de Nueva York (ODEPA, 2003).
3. Contrato de Futuros N°14 de la Bolsa de Futuros de Nueva York (ODEPA, 2003).
4. Contrato Futuro de Azúcar de Brasil (ODEPA, 2003)
5. Contrato Futuro de Azúcar de Japón (ODEPA, 2003)

Los cinco contratos son relevantes para el comercio internacional del azúcar, por lo que brevemente se describen tomando como base a ODEPA (2003) pero verificando su actualidad con referencias adicionales (Chen, 2020; O'Hara, 2016).

Uno de los mercados donde se determina el precio del azúcar es mediante el Contrato No. 5 de la bolsa de opciones y futuros de Londres. El contrato de futuro N° 5 es un instrumento financiero transado en la Bolsa de Opciones y Futuros de Londres (London International Financial Futures and Options Exchange, LIFFE), mediante el cual se comercializa compromisos de vender o comprar a un precio determinado un tipo estandarizado de azúcar refinada (“white”) de remolacha o de caña.

El azúcar transado bajo este tipo de contrato debe ser azúcar blanca cristalizada de remolacha o de caña, debe presentar un promedio de polarización de 99,8 grados, una humedad máxima de 0,06% y un máximo de 45 unidades de color definidos por la Comisión Internacional de Métodos Uniformes de Análisis del Azúcar (ICUMSA). Debe estar envasada en bolsas de yute forradas en propileno, de 50 kilogramos netos. Las cotizaciones de este contrato son diarias y el instrumento es transado en dólares de los Estados Unidos por tonelada (ICUMSA, 2005).

Al ser el Contrato N°5 un instrumento estandarizado transado únicamente en un mercado de compromisos o posiciones, no es necesario que exista un intercambio físico de productos, ya que las posiciones de venta o compra se pueden cancelar a un mínimo costo de transacción, al tomar posiciones contrarias por la misma cantidad de contratos.

El mercado del contrato N°5 es de carácter más bien tradicional ya que es el más usado en coberturas (hedging) por productores y consumidores de azúcar refinado a diferencia de lo que ocurre, por ejemplo, con el contrato N°11 de la bolsa de Nueva York donde existe una mayor presencia de “especuladores” (ODEPA, 2003) como expone a continuación.

De acuerdo con Chen (2020) El Sugar No. 11 es un contrato de futuros para la entrega física de azúcar de caña en bruto. El contrato de futuros de Sugar No. 11 se considera el punto de referencia para el comercio de azúcar en bruto en todo el mundo. La producción de azúcar se concentra en áreas tropicales y subtropicales, por lo que el desempeño del contrato Sugar No. 11 también puede usarse como un

punto de referencia para países que son grandes productores. De esta manera Invertir en un contrato de futuros de Sugar No. 11 es una forma en que los productores, procesadores y especuladores negocian futuros de azúcar.

El contrato Sugar No. 11 también suele llamársele Sugar #11 o futuros de Sugar No. 11 o a veces se denomina con el código de mercancía SB (Chen, 2020).

Chen (2020) y señala que un contrato de futuros es un método de compra o venta de productos básicos a un precio preestablecido y fechas de entrega estandarizadas. Los inversores pueden vender (una posición corta) o comprar (una posición larga) dependiendo de su visión de la dirección del precio de la materia prima.

Además, si bien existen otros futuros de azúcar como los futuros de azúcar blanco y los futuros de azúcar blanco en contenedores. El Sugar No. 11 es el producto sin refinar, similar a un barril de petróleo crudo por lo cual es más barato de transportar que los productos de la azúcar refinada, por lo que los procesadores y refinadores generalmente comercializan con el contrato Sugar No. 11, mientras que los usuarios finales del producto refinado son el objetivo de los otros contratos de azúcar. Como resultado, Sugar No. 11 es el contrato que demuestra con mayor claridad la oferta y la demanda de azúcar a nivel mundial (Chen, 2020; O'Hara, 2016).

Por las características del instrumento de mercado de futuros contrato Sugar No. 11 la negociación de contratos de futuros puede ser extremadamente arriesgada, ya que los precios de los futuros pueden oscilar enormemente y como resultado, la volatilidad o las fluctuaciones de los precios de los futuros de Sugar No. 11 significa que los inversionistas podrían perder toda su inversión.

Especificaciones del contrato Sugar No. 11 son las siguientes: un contrato Sugar No. 11 representa 112,000 libras de azúcar de caña en bruto. La calidad aceptable para la entrega es azúcar de caña centrífuga cruda basada en una polarización promedio de 96 grados. Esto solo significa que el azúcar se ha procesado a través de una centrífuga de cierta manera (Inversiopedia, 2021).

Los meses de entrega del contrato de futuros de Sugar No. 11 son los siguientes: Marzo (H); Mayo (K); Julio (N), y Octubre (V) (Inversiopedia, 2021).

El contrato Sugar No.11 incluye los costos de envío al barco del comprador en un puerto dentro del país que vende el azúcar, un tipo de envío llamado libre a bordo (FOB). El comprador es responsable de los costos de descarga cuando se realiza la entrega física del producto físico. Desde una perspectiva comercial, la fluctuación mínima del precio en el contrato Sugar No. 11 es 1/100 centavo por libra o \$11.20 dólares, y no hay límite de precio diario (Inversiopedia, 2021).

Bajo el contrato Sugar No. 11 se transa azúcar cruda de caña a granel, a precio FOB, proveniente de 28 países productores: Argentina, Australia, Barbados, Belice, Brasil, Colombia, Costa Rica, República Dominicana, El Salvador, Ecuador, Islas Fiji, la Antilla Francesa, Guatemala, Honduras, India, Jamaica, Malawi, Isla Mauricio, México, Nicaragua, Perú, Filipinas, Sudáfrica, Suazilandia, Taiwán, Tailandia, Trinidad, Estados Unidos y Zimbabue (ODEPA, 2003; Chen, 2020).

Hay ciertos factores que influyen la forma estandarizada del contrato Sugar No. 11 como se explica a continuación. El contrato de precios de futuros se ve afectado por el consumo mundial de azúcar de caña en bruto y sus primos refinados. Esto significa que los inventarios globales de azúcar, cruda y refinada, impactan el precio diario del contrato. Además, como el azúcar es un producto blando que se cultiva en lugar de extraerse como se haría con la plata o el petróleo, el clima regional y las condiciones de crecimiento pueden impulsar las fluctuaciones de los precios del Azúcar No. 11, ya que eventualmente afectarán el rendimiento de la cosecha (O'Hara, 2016).

Además de lo anterior, hay algunos factores menos obvios que pueden influir en el instrumento financiero Sugar No. 11. Por ejemplo, las acciones gubernamentales como regular el contenido de azúcar o cambiar el etiquetado de los productos, en particular en mercados grandes como los Estados Unidos, pueden impactar el precio. Además, la utilización del azúcar sin refinar en la creación de biocombustibles ha creado un vínculo interesante entre el etanol, el maíz y el Sugar

No. 11, lo que sugiere que el azúcar algún día puede ser considerado más un producto de biocombustible que un producto alimenticio (Cheng, 2020). A manera de resumen y como señala ODEPA (2003), en el mercado del contrato Sugar No. 11 se mueven grandes volúmenes de azúcar lo que se traduce en una mayor liquidez que en el contrato N°5. Lo anterior se explica principalmente porque el mercado de transacciones de azúcar crudo es más grande que el de azúcar refinado y, por otra parte, porque hay un gran número de “especuladores” que participan en este mercado, tomando posiciones basadas más en sus expectativas de movimientos de precios y de posibilidades de arbitraje y menos en incentivos de manejar riesgo (O’Hara, 2016; Chen, 2020)

Por otro lado, bajo el contrato N°14 se transa azúcar cruda de caña a granel, a precio CIF más impuestos (“duty paid”), desde puertos designados de los Estados Unidos, tales como New York, Baltimore, New Orleans, Galveston y Savannah. Al igual que en el contrato N° 11, para el contrato N°14 la Bolsa de Nueva York opera en base a precios de azúcar centrifugada con un promedio de polarización de 96 grados. Los meses de cotización de este contrato son enero, marzo, mayo, julio, septiembre y noviembre (ODEPA, 2003).

Éste es un contrato cuya transacción es casi de uso exclusivo para comercializadores interesados en los movimientos de precio del mercado interno norteamericano. La azúcar comercializada en este contrato proviene de la producción interna de azúcar de caña y de las cuotas de importación de azúcar cruda que tiene el gobierno americano para azúcar proveniente de países tales como Australia, México, Colombia, Fiji, entre otros. El precio al cual se transa este contrato se obtiene a partir del precio de soporte o sustentación que fija el gobierno más los costos de flete, ya que el precio de este contrato refleja el valor de azúcar cruda puesta en las refinerías de Estados Unidos. El precio de este contrato es usado como referencia para fijar los precios en las transacciones de producto físico de azúcar de Estados Unidos (Chen, 2020; Gudoshnikov *et al*, 2004)

Bajo el contrato futuro de azúcar, de la Bolsa de Mercaderías y Futuros de Sao Paulo, se comercializa azúcar cristal especial, con un mínimo de 99.7 grados

polarización, un máximo de 0.1% de humedad, de 150 unidades de color ICUMSA y un máximo de 0.07% de cenizas. Este azúcar es transada internamente y debe ser entregada en el Municipio de Sao Paulo (ODEPA).

Las cotizaciones de este instrumento se realizan en reales brasileños y los meses de contrato que se cotizan son marzo, mayo, agosto, octubre y diciembre. El Centro de Estudios Avanzados en Economía Aplicada de la Escuela de Agricultura “Luiz de Quieroz”, entidad independiente, es quien fija el precio bajo el cual se transa físicamente el azúcar de los contratos futuros. El precio se calcula a partir de las transacciones de azúcar disponible en el Estado de Sao Paulo y se llama indicador de precio de azúcar disponible (ODEPA, 2003; Gudoshnikov *et al*, 2004).

De manera similar a lo que ocurre en la Bolsa de Londres, si al momento de realizarse el intercambio físico del producto, quien vende no puede entregar el azúcar en Sao Paulo, al precio fijado se le debe sumar el costo del flete desde el punto donde efectivamente se realizó la entrega a donde debiera haber sido. No obstante, a pesar de que existe un indicador de precio de azúcar disponible para el mercado de futuros en Brasil, el precio al cual se realizan las exportaciones de azúcar brasileña se calcula en base al cierre del contrato futuro más cercano de la azúcar blanca de la Bolsa de Londres. A este valor se le suma un premio o descuento que es fijado por el mercado según el abastecimiento mundial, la calidad del producto, entre otros factores que pudieran incidir en el mercado del azúcar (ODEPA, 2003; Gudoshnikov *et al*, 2004).

Para Japón en la bolsa “The Tokyo Grain Exchange”, se transan contratos de compra y venta futuros de azúcar cruda. El azúcar comercializado mediante estos contratos debe tener 96 grados de polarización, debe provenir de Australia, Brasil, Taiwán, Fiji, Filipinas, Sudáfrica o Tailandia y debe ser entregada en determinados puertos de Japón (Tokyo, Chiba, Yokohama, Kawasaki, Kinuura, Shimizu, Nagoya, Izumisano, Osaka, Kobe, Uno, Shimonoseki, Moji, Hakata o Hosojima). Los meses de cotización de estos contratos son enero, marzo, mayo, julio, septiembre y noviembre y se realizan en yenes japoneses por cada 1, 000 kilogramos. Este

mercado de futuros es poco relevante para países como Chile, México y en general América Latina (ODEPA, 2003; Gudoshnikov *et al*, 2004).

Así como existen mercados de futuros en los que se determina el precio del azúcar, también existen los llamados mercados de físicos de azúcar donde se determina el llamado precio spot. En el mercado de físicos del azúcar existe un intercambio físico del producto entre compradores y vendedores. En este caso, el azúcar comercializado puede ser cruda o refinada y de una gran variedad de calidades, cantidades, puertos de entrega, entre otros aspectos.

Dentro de este mercado los términos del intercambio son establecidos mediante el acuerdo entre productor y vendedor. Al momento de fijar el precio, ellos pueden utilizar como referencia el precio del azúcar en cualquiera bolsa internacional donde se transan instrumentos financieros de este producto. No obstante, normalmente se toma como referencia el valor de la primera posición del contrato No. 5 de la bolsa de Londres más una prima o descuento en el caso de azúcares refinadas, mientras que en el caso de azúcar cruda se toma como referencia el valor del contrato No. 11 de la Bolsa de Nueva York (ODEPA, 2003; Gudoshnikov *et al*, 2004).

El comprador regularmente paga por el costo del flete, el seguro, y prima. La prima o descuento corresponde a un valor especificado en el contrato el cual está ligado a ciertas exigencias que puede imponer el oferente y/o demandante. El valor de la prima o descuento se ve afectado por los costos implícitos de la transacción, la rápida disponibilidad de producto, la flexibilidad en la fecha y volumen de entrega, la calidad del producto, la flexibilidad que otorga comprar en ciertos mercados, y otros factores. El que el valor de la prima se vea afectado por la disponibilidad de producto se debe a que si, por ejemplo, la zafra brasileña está próxima a realizarse, la prima debiera bajar o traducirse en un descuento ya que habrá un gran volumen disponible para ser comercializado. Bajo este escenario, dado que el precio de adquisición del producto en Brasil disminuya, esta disminución sólo se reflejaría de manera imperfecta en el movimiento de precio del futuro No. 5. (ODEPA, 2003; Gudoshnikov *et al*, 2004). La mayor parte del azúcar en el mercado de físicos, es vendida en una de las siguientes formas: como un contrato a futuro (forward) con

un precio fijo, algunas veces conocido como “outright price basis”, o como contrato a futuro (forward) con órdenes ejecutables entregadas por el vendedor. Por ejemplo, la mayor parte del azúcar proveniente de Europa, Brasil y América Central es vendida utilizando órdenes ejecutables. La mayor parte de azúcar blanca es comercializada bajo contratos de precio fijo. Los países del Medio Oriente y del norte de África normalmente compran bajo este esquema. Sin embargo, a pesar de que el azúcar es comprado a precio fijo puede ser que normalmente el precio sea fijado usando el precio de futuros disponibles como estándar de comparación y los términos de entrega probablemente coincidan con los términos de entrega del contrato futuro más cercano (ODEPA, 2003; Gudoshnikov *et al*, 2004).

En el caso de la determinación del precio del azúcar en México este sigue un procedimiento, el cual se describe a continuación. El precio del azúcar estándar en México fue un precio controlado durante muchos años y finalmente se liberó en 1995/1996. Se asume que desde entonces lo determinan libremente las fuerzas de mercado de oferta y demanda. Con la expedición de la Ley de Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar de 2005 se creó el Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar en 2008. Entre las funciones asignadas al CONADESUCA desde su entrada en funciones le correspondió estimar un precio de referencia del azúcar base estándar para el pago de la caña de azúcar. El precio estimado es por lo tanto un precio de referencia para el pago a los productores del insumo fundamental de la agroindustria azucarera que es la caña de azúcar y en ningún momento un precio de referencia para el precio de venta del azúcar al consumidor final. El texto de este apartado está adaptado de CONADESUCA (2016).

La metodología utilizada por el CONADESUCA para el cálculo del referido precio de referencia considera como precio nacional al mayoreo al precio que reporta el Sistema Nacional de Información en Integración de Mercados (SNIIM) de 23 centrales de abasto que se agrupan en seis zonas geográficas. En el segundo paso para el cálculo del precio de referencia se calcula el precio simple mensual que se construye considerando los precios frecuentes diarios de azúcar estándar

reportados por el SNIIM en las centrales de abasto que comprende a cada región. En un tercer paso, el precio promedio simple mensual de cada región se ponderará con base en la población de las Entidades Federativas que integran dicha región con respecto a la población total nacional, de acuerdo con la información más reciente del Censo de Población y Vivienda o del Conteo de Población y Vivienda, elaborados por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) (CONADESUCA, 2018).

Finalmente, el precio nacional del azúcar estándar al mayoreo para el pago de la caña se calculará descontando el 6.4% al precio promedio simple de los precios reportados por el SNIIM en las centrales de abasto que comprende a cada región.

Para el caso del precio promedio de las exportaciones de azúcar realizadas en el respectivo ciclo azucarero se considera la información de ICE Futures de la Bolsa de Valores de New York (NYBOT), el cual se exporta a través de tres modalidades: a) cuando se exporta a Estados Unidos; b) cuando se exporta mediante la empresa IMMEX; y, c) Cuando se exporta a el resto del mundo. Una empresa IMMEX es aquella que pertenece a la Industria Manufacturera, Maquiladora y de Servicio de Exportación (Mones, 2019).

Ambos precios, tanto el precio de referencia del azúcar base estándar para el mercado de exportación como el precio de referencia del azúcar del mercado nacional se publican en el mes de octubre de cada año en el Diario Oficial de la Federación por la autoridad competente que suele ser la Secretaria de Economía (CONADESUCA, 2016).

Finalmente, para poder dar soporte argumentativo a los dos últimos capítulos es necesario revisar los principales trabajos que dan contexto a la producción de caña de azúcar que sirve como insumo para la producción del azúcar base estandar en México.

Como se ha mencionado, el insumo básico para obtener el azúcar granulado es la caña de azúcar la cual después de ser cosechada en las áreas de influencia de los

ingenios azucareros, es transportada a los patios de dichas unidades productivas es sometida a un proceso de molienda cuyo producto final es el azúcar estándar y el azúcar refinada.

De acuerdo con el SIAP (2021) en el periodo 2000-2019 fueron 15 entidades en las que se produjo caña de azúcar siendo el primer productor Veracruz al producir el 36.5% del total de caña de azúcar como se puede observar en el Cuadro 8.

Cuadro 8. Indicadores de producción de caña de azúcar en México

Estado	Producción (ton)	%	2000	2019	TCMA
			(ton)		%
Veracruz	18,920,109	36.5	17,090,124	21,788,889	1.3
Jalisco	6,393,830	12.3	5,025,039	8,003,734	2.5
San Luis Potosí	3,795,004	7.3	3,138,395	4,397,348	1.8
Oaxaca	3,484,523	6.7	2,358,050	3,890,992	2.7
Tamaulipas	3,087,008	6.0	1,663,063	3,141,533	3.4
Chiapas	2,636,402	5.1	2,041,984	3,239,984	2.5
Nayarit	2,327,786	4.5	1,616,454	2,253,364	1.8
Morelos	1,885,208	3.6	1,418,360	2,190,641	2.3
Tabasco	1,809,555	3.5	1,573,131	2,324,964	2.1
Puebla	1,649,370	3.2	1,379,743	1,830,260	1.5
Sinaloa	1,524,588	2.9	1,951,584	391,015	-8.1
Quintana Roo	1,447,109	2.8	1,115,299	1,862,108	2.7
Michoacán	1,413,986	2.7	1,140,061	1,378,922	1.0
Colima	957,167	1.8	673,305	1,202,475	3.1
Campeche	483,507	0.9	188,800	984,622	9.1
México	12,074	0.0		13,493	
País	51,827,226	100.0	42,373,391	58,894,344	1.7

Fuente: Elaborado con base a SIAP (2021).

Respecto a la superficie de la caña de azúcar se tiene que la mayor superficie cosechada de caña de azúcar, en un periodo de 20 años que va de 2000-2019, se ha observado en el estado de Veracruz participando, en promedio, con el 37.7% del total según se aprecia en el Cuadro 9.

En el Cuadro 9 se observa también que el segundo estado con la mayor proporción de superficie cosechada en el periodo 2000-2019 es Jalisco con el 30.3 y en tercer lugar se encuentra San Luis Potosí con el 9.1%.

Cuadro 9. Indicadores de superficie cosechada de caña de azúcar en México

Estado	Cosechada (ha)	%	2000	2019	TCMA
			(ha)		%
1 Veracruz	266,880	37.7	250,830	290,914	0.78
2 Jalisco	72,758	10.3	63,537	85,466	1.57
3 San Luis Potosí	64,225	9.1	68,773	74,676	0.43
4 Oaxaca	56,070	7.9	36,114	59,283	2.64
5 Tamaulipas	47,217	6.7	24,808	49,950	3.75
6 Chiapas	29,523	4.2	23,206	34,178	2.06
7 Nayarit	30,083	4.3	25,907	30,576	0.88
8 Morelos	16,263	2.3	14,654	20,101	1.68
9 Tabasco	30,277	4.3	25,799	38,133	2.08
10 Puebla	13,952	2.0	11,809	16,639	1.82
11 Sinaloa	17,713	2.5	26,434	4,618	-8.77
12 Quintana Roo	25,411	3.6	19,653	33,045	2.77
13 Michoacán	15,910	2.3	13,026	14,582	0.60
14 Colima	10,891	1.5	8,819	13,212	2.15
15 Campeche	9,786	1.4	4,913	16,065	6.43
16 México	118	0.0		131	
País	707,077	100.0	618,282	781,568	1.24

Fuente: Elaborado con base a SIAP (2021).

En términos de la tasa de crecimiento de la superficie cosecha se observa que el mayor crecimiento se dio en Campeche con el 6.43% al pasar de 4,913 hectáreas cosechadas en el 2000 a 16,065 hectáreas cosechadas en el 2019.

Un hecho que llama la atención acerca de la superficie cosechada en el periodo 2000-2019 es que uno de los estados con vocación agrícola es que en el periodo referido la superficie cosechada en dicha entidad decreció en -8.77%, lo que implica que la agricultura de Sinaloa ésta cambiando su patrón de cultivos hacia otros cultivos más rentables o que las superficies de siembre de caña de azúcar de los ingenios que han cerrado en la entidad, como el ingenio Los Mochis, en Sinaloa.

La forma en que se estima la oferta total para un periodo determinado de azúcar, o cualquier otro bien o mercancía, es agregando los saldos del periodo previo a la producción e importaciones del periodo en cuestión. En el Cuadro 10 se observa la

evolución de la estructura de la oferta de azúcar estándar durante el periodo 2000-2020⁵.

Cuadro 10. Estructura de la oferta de azúcar en México

Año	Saldo inicial	Producción	Importación	Oferta
	(miles ton)			
2000	941	4,979	37	5,957
2001	1,063	5,220	43	6,326
2002	1,548	5,169	52	6,769
2003	1,172	5,229	63	6,464
2004	1,194	5,330	327	6,851
2005	1,237	6,149	268	7,654
2006	1,965	5,604	240	7,809
2007	1,294	5,633	474	7,401
2008	1,718	5,852	226	7,796
2009	1,975	5,260	159	7,394
2010	623	5,115	861	6,600
2011	973	5,495	307	6,774
2012	806	5,351	505	6,662
2013	1,024	7,393	230	8,646
2014	1,548	6,383	139	8,069
2015	881	6,344	136	7,361
2016	859	6,484	88	7,431
2017	1,099	6,315	98	7,512
2018	1,062	6,370	234	7,666
2019	1,478	6,811	90	8,380
2020	1,239	5,595	82	6,916
Promedio	1,224	5,813	222	7,259
%	16.9	80.1	3.1	100.0
TCMA (%)	1.38	0.58	4.04	0.75

Fuente: Elaborado con base en ERS-USDA (2021).

La forma en que se contabiliza el consumo el consumo de la oferta total de azúcar es considerando su ingesta directamente como edulcorante, otros tipos de

⁵ Los datos de la estructura de la oferta de azúcar en México corresponden al año fiscal de los Estados Unidos que se define como el periodo de tiempo transcurrido entre el mes de octubre del año calendario en curso y el mes de septiembre del año calendario siguiente. Dado que la fuente consultada no contiene la información por mes de la oferta de azúcar en México no fue posible ajustar los datos por año calendario y se adaptaron los datos para el análisis por año calendario. Se considera el año calendario como aquel transcurre del mes de enero al mes de diciembre de un periodo dado.

consumos como su utilización en las industrias de la panadería y repostería, la industria refresquera, entre otros, además de considerar su exportación como un consumo. En el Cuadro 11 se muestra la estructura del consumo del azúcar y algunos indicadores que ayudan a visualizar su comportamiento en el periodo 2000-2020.

Cuadro 11. Estructura del consumo de azúcar en México

Año	Consumo			Total
	Humano	Otro (miles de ton)	Exportac.	
2000	4,193	124	300	4,617
2001	4,227	134	146	4,508
2002	4,721	170	390	5,280
2003	4,808	127	36	4,972
2004	5,075	208	13	5,296
2005	4,980	266	120	5,367
2006	5,025	305	817	6,146
2007	4,843	368	151	5,362
2008	4,802	391	639	5,831
2009	4,993	366	1,300	6,659
2010	4,354	271	709	5,333
2011	3,950	293	1,469	5,712
2012	4,135	344	929	5,408
2013	4,287	384	1,973	6,644
2014	4,098	324	2,511	6,933
2015	4,408	337	1,442	6,187
2016	4,387	390	1,207	5,983
2017	4,515	397	1,234	6,145
2018	4,228	482	1,099	5,809
2019	4,092	460	2,204	6,756
2020	4,101	352	1,212	5,665
Promedio	4,487	309	948	5,744
%	78.1	5.4	16.5	100.0
TCMA (%)	0.34	4.69	5.92	1.10

Fuente: Elaborado con base en ERS-USDA (2021).

Ahora bien, la forma en que se determina el precio del azúcar en México es muy relevantes por lo que en este apartado se revisa brevemente este aspecto.

De esta manera, como se sabe una de las variables más difíciles de obtener de los distintos bienes o servicios es determinar el mecanismo de transmisión de precios en la respectiva cadena de valor. Es común aceptar que teóricamente el proceso de formación de precios se inicia con el precio al productor. El proceso de acopio, almacenamiento y general servicios que dan un valor agregado al insumo primario y su transporte a los centro de acopio o unidades productivas para su transformación, en este caso los ingenios azucareros, harán que los precios del producto final o intermedio, como lo es la azúcar estándar granel en este caso o azúcar refinada, reflejaran los costos en que se ha incurrido para la transformación del insumo o materia prima a un producto de consumo final o bien intermedio que servirá como materia prima para otros procesos productivos, más un margen de utilidad para los agentes participantes en el proceso de transformación. En el caso del azúcar granulada, estándar o refinada, que se obtiene al final del proceso de refinación en los ingenios azucareros corresponde al precio al medio mayoreo.

Una vez que el azúcar granulado sale de los almacenes de los ingenios azucareros hacia las centrales de abasto del país. Una vez que los volúmenes respectivos de azúcar se hallan en las bodegas o almacenes de las centrales de abasto se habrá formado un nuevo precio que refleja los costos de transporte, manejo y demás costos de carga, descarga, combustible, mano de obra, entre otros, más un margen de utilidad. Este precio corresponde al precio al mayoreo del azúcar.

En el continuo de la cadena de valor una vez que el azúcar es comprado en las centrales de abasto por los medio mayoristas y por otros agentes que venden en mercados locales, tianguis, mercados sobre ruedas, tiendas de abarrotes y demás expendios al menudeo, etc., se tendrá un nuevo precio que incluirá un nuevo margen de utilidad correspondiente a los agentes minoristas. Este precio corresponde al precio al menudeo y será un precio mayor que los anteriores.

Si bien la secuencia de precios al productor, precios al mayoreo, precios al medio mayoreo y precios al menudeo se esperaría que se relejen exclusivamente los costos de producción en que se incurre en cada etapa productiva y de los respectivos márgenes de utilidad de los agentes que intervienen en cada eslabón

de la cadena de valor, en general esto en la práctica no ocurre así. En el mercado del azúcar como de cualquier otro mercado se observa la existencia de intermediarios correspondientes a los llamados coyotes, acaparadores, comisionistas, especuladores y toda una gama de agentes que provocan que el precio del azúcar, como bien final para consumo final o insumo intermedio para otros procesos productivos, sea un precio distorsionado y sea más de alto de lo que debiera ser en la libre competencia en la que a los mercados concurren compradores y vendedores que definan los respectivos precios de equilibrio en competencia perfecta.

En la Figura 1 se puede observar el comportamiento del precio nominal y precio real al mayoreo del azúcar estándar y de la refinada. El precio corresponde al precio anual promedio. En la corrida respectiva de los modelos SARIMA se utilizará el precio mensual del azúcar estándar⁶.

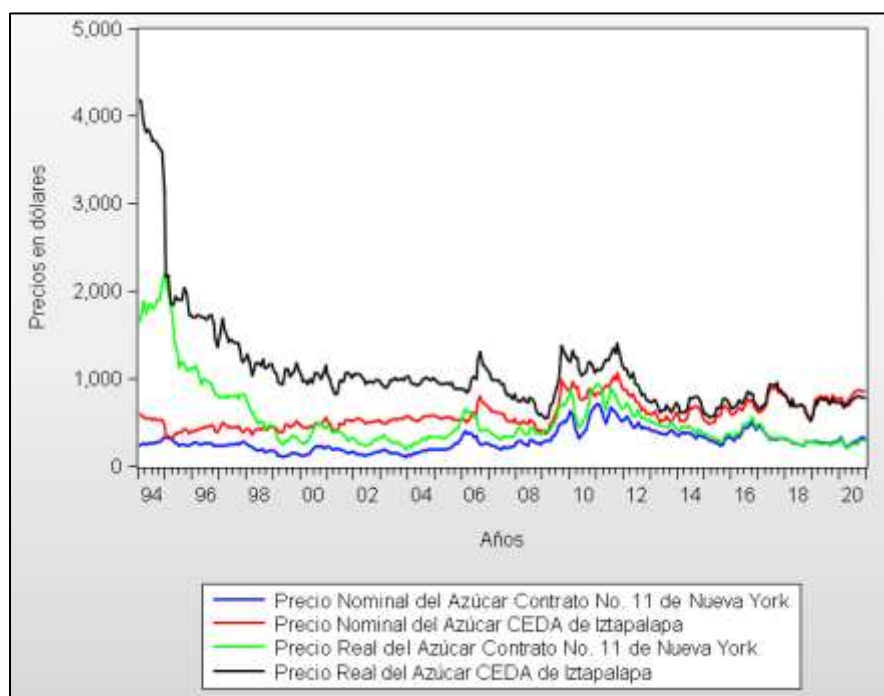


Figura 1. Comportamiento de los precios del azúcar estándar
Fuente: Elaborado con base a ERS-USDA (2021).

⁶ Las series de los precios nominales y reales del azúcar de México se incluyen en los Anexos.

En el periodo 1994-2020, correspondiente a 27 años y al periodo de vigencia del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN), se observa que los precios reales han estado, en general, por arriba de los precios nominales tanto del azúcar estándar como de la refinada. Se observa como a partir de mediados del año 2007 y hasta 2020 los dos precios de ambos tipos de azúcar son más volátiles que en los años precedentes. Entre los años 2010 y 2011 los precios alcanzan su máximo, lo cual coincide con la crisis inmobiliaria y de los bancos de los Estados Unidos, pero dados los fuertes vínculos comerciales de las economías de América del Norte los problemas domésticos que afecten a la economía de Estados Unidos se transmitirán a la economía mexicana vía el efecto *spillover* o efecto derrame. En la gráfica se aprecia como los precios nominales como los precios reales en el largo plazo han tendido a converger.

En la figura también es posible apreciar que en el 2013 los precios del azúcar alcanzan nuevamente un mínimo para casi de inmediato iniciar un nuevo ascenso que se vio exacerbado en el 2020 dada la crisis sanitaria que durante dicho año se vivió.

La tasa de crecimiento media anual del precio real del azúcar estándar fue de 0.91% mientras que la del precio real del azúcar refinada fue de 0.97%.

Capítulo III. Pronóstico econométrico del precio del azúcar en México

PRONÓSTICO ECONOMÉTRICO DEL PRECIO DEL AZÚCAR EN MÉXICO

RESUMEN

En México la agroindustria de la caña de azúcar ha garantizado que en el periodo 2010/2019 la producción de azúcar base estandar haya crecido al 3.2% anualmente al producir en 2010 un total de 4'825,539 toneladas de azúcar y en 2010 un total de 6'425,919 en 2019 y por lo tanto que el país sea autosuficiente en este edulcorante. El precio de referencia de la caña de azúcar pagado al productor se basa en el precio internacional del precio de futuros del Contrato 11 del mercado de Nueva York. El objetivo de la investigación fue estimar un modelo de pronóstico del precio nacional e internacional para pronosticar el precio del azúcar estándar. La metodología utilizada..... Se identificó que el precio nacional sigue el comportamiento de un modelo autoregresivo integrado y promedios móviles estacional (SARIMA). Los resultados mostraron que para el precio nacional el mejor modelo de pronóstico fue un modelo de promedios móviles con un orden de integración de uno tanto en su componente no estacional como en el estacional y un componente estacional de 12 rezagos $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$. El precio internacional sigue un proceso $SARIMA(1,1,0)(0,1,1)_{12}$. La evaluación del desempeño de ambos modelos con el error porcentual medio absoluto (MAPE) mostro que el pronóstico realizado con el primer modelo en promedio fue erróneo en 5.8% mientras que para el segundo en 7.2%. Se concluye que la modelación SARIMA describe adecuadamente los precios nacional e internacional del azúcar estándar lo cual esta en acorde con los modelos de pronóstico de otras investigaciones.

Palabras clave: agroindustria de la caña de azúcar, mercado de futuros, precio de futuros del azúcar, Contrato No. 11, bondad de ajuste, caminata aleatoria

INTRODUCCIÓN

En México la agroindustria de la caña de azúcar es importante por impactar la economía regional donde se desarrolla en lo económico, social y ambiental. De acuerdo con el Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar el cultivo de la caña de azúcar industrial se desarrolla en quince entidades federativas y a 227 municipios (CONADESUCA, 2020). Según cifras del Servicio de Información Agroindustrial y Pesquera (SIAP, 2021) la caña de azúcar participó en promedio con el 6.6% del valor bruto total de la producción agrícola en el periodo 2016 a 2020, tan solo por abajo del maíz grano y el aguacate que aportaron el 17.0% y 6.7%, respectivamente. En la zafra 2019/2020 participaron en la producción de caña de azúcar 193,911 productores entre ejidatarios, pequeños productores y arrendatarios en 50 ingenios que operaron en dicha cosecha. En la misma zafra se emplearon 75,743 cortadores de caña (CEMA, 2021).

México, de acuerdo el Servicio de Investigación Económica del Departamento de Agricultura de los Estados Unidos (USDA-ERS, 2020) la agroindustria de la caña de azúcar, conformada por aproximadamente 50 ingenios que operaron en el periodo 1995 a 2019, garantizó el abasto nacional del azúcar estándar y blanca como producto consumido tanto directamente por los mexicanos, como por la industria que la utiliza como insumo primario en otras actividades como la agroindustria galletera, la refresquera, entre otras. La producción nacional de azúcar en el periodo 2010 – 2019 tuvo una tasa de crecimiento promedio anual de 3.2% al producir en 2010 4'825,539 toneladas de azúcar y en 2019 6'425,919 toneladas. Las exportaciones de azúcar de México a Estados Unidos en el periodo 2011-2019 pasaron de 1'504,249 toneladas a 910,476; es decir, las exportaciones tuvieron una tasa de crecimiento medio anual en el periodo del -6.1% (ERS-USDA, 2020; CONADESUCA, 2020).

En el caso de las exportaciones de azúcar al mercado de los Estados Unidos, México enfrentó la demanda de dumping y la imposición aranceles compensatorios. Los refinadores de Estados

1 Unidos presionaron al Departamento de Comercio de los Estados Unidos para demandar a México
2 con el pretexto de que las exportaciones mexicanas se venden a precios menores a su costo de
3 producción. En el periodo 2008 a 2014 las exportaciones de azúcar de México a los Estados Unidos
4 estuvieron libres de aranceles o barreras. En 2014 se firmaron los acuerdos de suspensión de los
5 aranceles compensatorios en los que México aceptó restricciones tanto en volumen exportado como
6 el tipo de azúcar exportada, se redujo considerablemente la exportación de azúcar refinada que se
7 vendía directamente al consumidor estadounidense, aumentándose la exportación de azúcar cruda,
8 beneficiándose a los refinadores, pues compran azúcar cruda, la refinan y añaden de esta forma
9 valor agregado y la venden posteriormente la azúcar ya refinada en el mercado estadounidense. De
10 esta manera, el país ha enfrentado desde 2014 incertidumbre respecto a sus exportaciones, aun
11 cuando los acuerdos de suspensión vencieron en 2020 y las negociaciones entre CONADESUCA
12 e industriales azucareros con los representantes de Estados Unidos de momento garantizan la
13 estabilidad de las exportaciones (CEMA, 2021).

14 En el periodo 2006-2018 el 94.2% del azúcar ofertada en el país fue para consumo humano
15 (USDA-ERS, 2020). El consumo per cápita en el año en el 2014 fue de 47.9 kilogramos, por lo que
16 México ocupa el cuarto lugar en el consumo de este edulcorante. El azúcar es una de las principales
17 fuentes de calorías para los consumidores de bajos ingreso, no obstante, los problemas de salud
18 que se le atribuyen a su consumo en exceso a través de las bebidas como refrescos. Por lo tanto, si
19 los precios del azúcar al mayoreo, como los reportados en el Sistema Nacional de Información e
20 Integración de Mercados (SNIIM, 2020), muestran una cierta variabilidad u oscilaciones, entonces
21 los precios al medio mayoreo, precios al menudeo y precios al consumidor también registraran
22 variaciones. Las oscilaciones de los precios del azúcar en el mercado mexicano también se pueden
23 ver afectados por los precios internacionales indirectamente, pues el precio de referencia que se
24 paga a los productores de la caña de azúcar, se determina en función del precio de referencia del

azúcar a razón de 57% del precio de referencia por kilogramo de azúcar base estándar, pero a la vez el precio de referencia del azúcar estándar el precio de un kilogramo de azúcar estándar se determina como el promedio ponderado del precio nacional del azúcar estándar al mayoreo (en centrales de abasto) y el precio de exportación de azúcar registrado en el ciclo azucarero que se trate. A la vez el precio de exportación de azúcar se determina en función del precio spot y futuros de azúcar estándar contrato 11 y 16 que cotizan en Nueva York, Estados Unidos (CONADESUCA, 2018; Fideicomisos Instituidos en Relación a la Agricultura, FIRA, 2016; p. 11).

Actualmente, uno de los intereses de los abastecedores de caña de azúcar e industriales es planear la superficie de caña de azúcar para evitar que, debido a la sobreoferta de este insumo, como la producción record registrada en 2014, cause que los precios tanto de la caña de azúcar como del azúcar estándar tengan caídas que perjudiquen los ingresos esperados de tales agentes productivos de la agroindustria de la caña de azúcar. La zafra 2012/2013 observó una producción record en toda la historia de la agroindustria azucarera con una producción de caña de azúcar industrial de 61'438,538 millones de toneladas; la cual fue superior en un 22.5% al promedio de las últimas 10 zafas 2007/2008-2016/2017 (CONADESUCA, 2021; CEMA, 2021).

En este contexto hay preocupación por una caída en los precios pagados a los productores por causa de la sobreproducción. El objetivo de la investigación es estimar un modelo que mejor ajuste los precios del azúcar base estándar considerando sus características de los procesos productivos específicamente su estacionalidad cada año.

MATERIALES Y MÉTODOS

La presente investigación se basó en la utilización de series de tiempo y de números índices. La definición de las variables utilizadas en el estudio son las que se muestran en el Cuadro 1. El periodo de estudio es del mes de enero de 1994 a diciembre de 2020. Es decir, el periodo muestral comprende 327 observaciones mensuales

Cuadro 1. Definición de las variables del estudio.

Variable	Descripción	Unidades	Escala
PNAC11	Precio nominal del azúcar estándar contrato #11	US\$/ton [†]	Discreta
PNAMIZ	Precio nominal del azúcar estándar al mayoreo en la Central de Abasto de Iztapalapa, Ciudad de México	US\$/ton [‡]	Discreta
TCN	Tipo de cambio nominal pesos por dólar estadounidense	MX\$/USMX	Discreta
INPCMIX	Índice nacional de precios al consumidor de México	Adimencional/ Porcentual	Discreta
CPIUS	Índice de precios al consumidor de Estados Unidos	Adimencional/ Porcentual	Discreta

[†]MX\$ = pesos mexicanos [‡]US\$ = dólares estadounidenses.

Fuente: elaboración propia con base a ERS-USDA (2020) y Banco de México (2021).

Los índices de precios al consumidor se utilizaron para deflactar las dos series de precios del azúcar, respectivamente. El tipo de cambio de pesos por dólar se utilizó para convertir las series de precios del azúcar en México en dólares. La fuente de los datos son las indicadas en el Cuadro 2.

Cuadro 2. Fuentes de las variables de la investigación.

Variable	Referencia	Año
PNAC11	Economic Research Service-United States Department of Agriculture (ERS-USDA). Sugar and Sweeteners Yearbook Tables. Table 03b	2021
PNAMIZ	Economic Research Service-United States Department of Agriculture. Sugar and Sweeteners Yearbook Tables. Table 54	2021
TCN	Banco de México (B de M)	2021
INPCMIX	Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI)	2021
CPIUS	Organization for Economic Cooperation and Development (OCDE).	OECD

Fuente: elaboración propia.

El análisis del proceso productivo de la caña de azúcar y el análisis exploratorio de los datos mostró que la producción de caña de azúcar es marcadamente estacional en las últimas 10 zafas (2010/2011 a 2019/2020) y el análisis visual de variables como la producción de azúcar de caña, los precios nacional e internacional de este *commodity* manifiesta algunas características de las

series de tiempo. Por ejemplo, las series de ambos precios en términos reales no tienen un patrón bien definido de comportamiento, pues en cortos periodos crecen, pero para otro periodo descienden bruscamente, aunque durante todo el periodo de estudio que va de enero de 1994 a diciembre de 2020 se nota una tendencia descendente tal como se observa en la Figura 1.

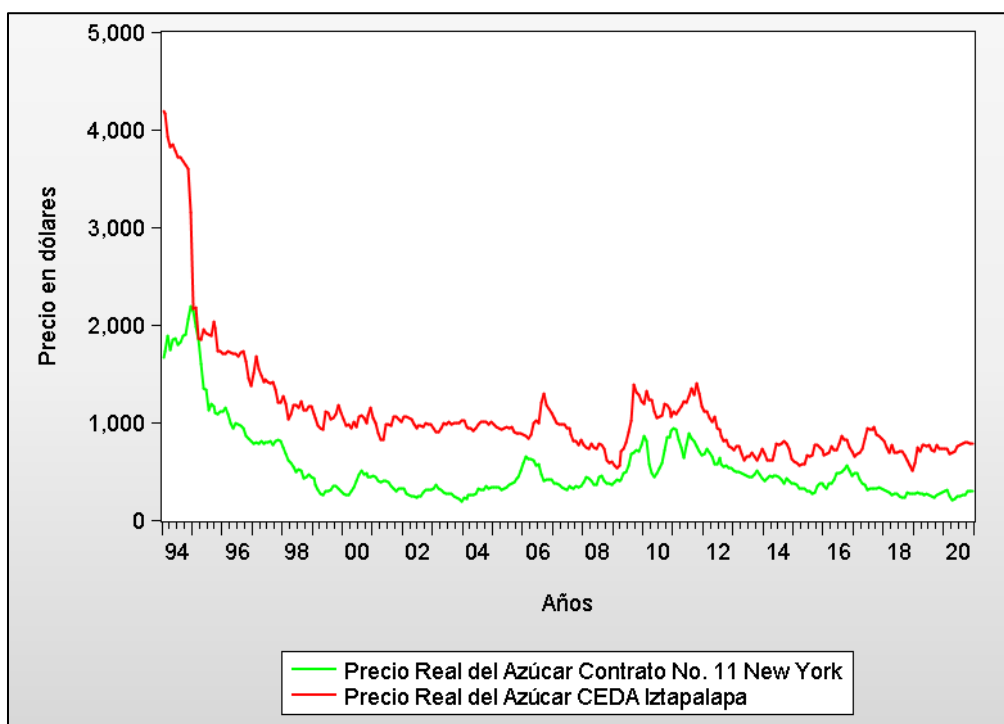


Figura 1. Comportamiento de los precios del azúcar estandar.

Fuente: elaboración propia.

En base en lo anterior y en la revisión de estudios existentes sobre el tema se optó por estimar un modelo que considera las características del proceso productivo como de sus respectivas series de tiempo que es un modelo del tipo Box-Jenkins (Ali, Badar & Fatima, 2015; Alonso & Arcila, 2013; Godana, Ashebir & Yirtav, 2014; Gudoshnikov, Jolly & Spence 2004; Kwamka, Orwa & Muga, 2019; Manoj & Madhu, 2012; Mwangi, Ongala & Orwa, 2017).

La metodología Box-Jenkins es un procedimiento bien establecido y secuencial por etapas para identificar el mejor modelo que ajuste a los datos de los que se dispone con propósito de predicción

1 y pronóstico. Estas etapas son: identificación del modelo (selección tentativa), estimación de los
2 parámetros, evaluación de diagnóstico (¿son los residuos ruido blanco?) y pronóstico (Box &
3 Jenkins, 1976; Brooks. 2019; Taylor & Kingsman, 1978; Ruiz, Hernández & Zulueta, 2011).

4 El paso crucial en la metodología Box-Jenkins es el de la identificación del número de términos
5 autoregresivos $AR(p)$, número de diferencias necesarias para hacer estacionaria la serie respectiva
6 (d), así como el número de términos de promedios móviles $MA(q)$ a incluir. Las herramientas para
7 poder tomar la decisión sobre el orden de los términos (p, d, q) que mejor ajusten los datos han
8 sido la función de autocorrelación muestral y la función de autocorrelación parcial cuyos valores
9 gráficamente, es decir a través del correlograma, identifican las regularidades de los valores
10 empíricos que al ser comparados contra unos patrones teóricos de dichas funciones bien
11 establecidos, ayudan a determinar cuál es el mejor modelo ARIMA/SARIMA (Hernández &
12 Zulueta, 2011).

13 En la práctica, la utilización de las funciones de autocorrelación muestral y parcial así como el
14 correlograma para identificar algún proceso $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ ha resultado en un proceso
15 tedioso que no siempre permite identificar el mejor modelo que ajuste los datos de los que se
16 dispone y por lo tanto con buenos pronósticos. Al respecto Brooks & Wichmann (2019) señalan
17 que, si bien el correlograma ayuda a identificar la estructura de los datos, por ejemplo, un modelo
18 ARMA, es difícil determinar precisamente el orden apropiado que mejor ajusta a los datos
19 disponibles.

20 Uno de los notables avances del software que en la actualidad se utiliza para identificar el orden
21 de los modelos de series no estacionarios y estacionales, específicamente el modelo SARIMA, es
22 que prueban todas las combinaciones de (p, d, q) y (P, D, Q) que mejor ajustan la estructura de
23 los datos. Por lo general, en las series de tiempo económicas el orden de cada uno los términos

1 (p, d, q) y (P, D, Q) es de (1) o (0), y en raras ocasiones de (2). Esto reduce considerablemente el
2 tiempo de procesamiento electrónico para identificar automáticamente el orden de los componentes
3 del modelo $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ y de esta manera permite es posible concentrarse en el
4 análisis de los resultados y lo robusto del pronóstico de corto plazo que se obtiene con el modelo
5 identificado automáticamente. Se evita por tanto, la incertidumbre de si el modelo se identificó
6 utilizando “manualmente” el correlograma, las funciones de autocorrelacion muestral y parcial, los
7 criterios de información como el de Akaike, entre otros, es el correcto y ajusta de forma robusta la
8 estructura de los datos del periodo muestral (Russo *et al.*, 2013; Pechrová & Šimpach, 2017,
9 Nijman & Beetsma, 1991).

10 Un criterio a tener cuenta en el ajuste de modelos como el SARIMA es recordar que dichos
11 modelos no están basados en una teoría económica que ayude a su interpretación utilizando los
12 parámetros estimados, como es corriente hacerlo al modelar por ejemplo funciones de demanda y
13 oferta mediante el modelo clásico de regresión lineal. Los modelos de este tipo tienen una
14 estructura *ad hoc*, es decir, atórica en el sentido de la economía, pero tienen una firme base
15 estadística, y su fin último es el pronóstico el cual, en su caso, de haber logrado ajustar el modelo
16 correctamente, debe ser robusto y arrojar buenos pronósticos dentro y fuera del periodo muestral.

17 En el contexto de la narrativa anterior en la presente investigación para identificar el orden de
18 cada uno de los términos mencionados se optó por utilizar el software TRAMO/SEATS. TRAMO
19 es el acronimo en ingles de “Time series Regression with ARIMA noise, Missing values and
20 Outliers” y SEATS es el de “Signal Extraction in ARIMA Time Series”. Estos dos softwares son
21 de libre acceso y corren en la interfaz de algunos paquetes econométricos comerciales. En este caso
22 se corrieron dentro del software Econometric Views (Eviews 9.0) lo que facilitó en gran medida

1 su utilización pues su manejo es através de menus más que de comandos con una sintaxis
2 complicada.

3 De esta manera, con el uso del TRAMO/SEAT se evitó el complejo desarrollo de la
4 identificación del proceso estocástico generador de las realizaciones del precio del azúcar del
5 Contrato 11 y del precio del azúcar en la Centaral de Abastos de la Ciudad de México mediante las
6 funciones de autocorrelación y el correlograma.

7 Una vez que se estimo el modelo SARIMA que mejor ajustó los datos de los precios del azúcar
8 se procedió a realizar el pronóstico con los mismos y a la evaluación del desempeño del modelo
9 mediante un indicador de error de pronóstico. Un error de de pronóstico se define como la
10 comparación entre el valor pronosticado y el valor real observado. Existen varios indicadores para
11 realizar la evaluación del desempeño de los diferentes modelos. Los más comunes son la desviación
12 absoluta media (MAD), la suma acumulada de los errores de pronóstico (CFE), el error cuadrático
13 medio (MSE), el error porcentual medio absoluto (MAPE), entre otros. En la investigación se
14 utilizó el MAPE el cual es el error absoluto o diferencia entre el valor real de la variable observada
15 y el pronosticado y proporciona la desviación en términos porcentuales y no en unidades de la
16 variable evaluada, lo que facilita enormemente su interpretación.

17 Como paso previo para evitar el problema de la regresión espuria y conocer si la serie de tiempo
18 del precios del azúcar estándar de la CEDA de la Ciudad de México y el precio del azúcar del
19 Contrato No. 11 son o no estacionarias, se utilizó la prueba de la raíz unitaria mediante la prueba
20 aumentada de Dickey-Fuller utilizando el software EvIEWS 9. Para ello se encontraron los valores
21 de tau (τ), incluyendo solo el intercepto en la ecuación de regresión.

RESULTADOS Y DISCUSION

Prueba de la raíz unitaria

Los resultados de la prueba de la raíz unitaria para el precio real al mayoreo del azúcar en la Central de abastos de la Ciudad de México (PRAMIZ) se presentan a continuación tanto para la realización del contraste en los niveles del precio como de su primera diferencia.

En el Cuadro 3 Se presentan los valores de tau τ , los niveles de confianza y la conclusión respectiva para el precio real azúcar en la Central de Abastos de la Ciudad de México.

Cuadro 3. Pruebas de contraste en niveles del PRAMIZ.

Regresión aumentada	Tau τ	1%	5%	10%	Conclusión
Completa	-4.0155	-3.9868	-3.4238	-3.1349	Estacionaria
Sin tendencia	-2.4955	-3.4504	-2.8703	-2.5715	No Estacion.
Sin deriva ni tendencia	-0.1744	-2.5721	-1.9418	-1.6160	No estación.

Fuente: Elaborado en base a las salidas del Eviews 9.

En el cuadro 3, se observa como al ajustar para los tres casos de la ecuación aumentada es posible que alguno la serie de tiempo sea estacionaria en niveles como ocurre en este caso al considerar la ecuación de regresión aumentada completa pues el valor de tau (τ) es más negativo que los tres valores de los niveles de confianza usuales mientras que en los otros dos casos la serie de tiempo del PRAMIZ son no estacionarios.

Finalmente, en el Cuadro 4 se presentan las pruebas de contraste de la raíz unitaria para el precio PRAMIZ en primeras diferencias.

Cuadro 4. Pruebas de contraste en primeras diferencias del precio PRAMIZ.

Regresión aumentada	Tau τ	1%	5%	10%	Conclusión
Completa	-15.649	-3.9868	-3.4238	-3.1349	Estacionaria
Sin tendencia	-15.659	-3.4504	-2.8703	-2.5715	Estacionaria
Sin deriva ni tendencia	-15.678	-2.5721	-1.9418	-1.6160	Estacionaria

Fuente: Elaborado en base a las salidas del Eviews 9.

Del cuadro anterior se puede concluir que en primeras diferencias la serie del precio de maíz en la Central de Abastos (PNAMIZ) es estacionaria.

La prueba de la raíz unitaria para el precio del Contrato No. 11 el análisis es análogo al anterior por lo que solo se muestra la prueba de contraste de la raíz unitaria en primeras diferencias tal como se exhibe en el Cuadro 5.

Cuadro 5. Pruebas de contraste primeras diferencias precio azúcar No. #11

Regresión aumentada	Tau τ	1%	5%	10%	Conclusión
Completa	-12.3157	-3.9869	-3.9869	-3.1349	Estacionaria
Sin tendencia	-12.3353	-3.4505	-2.8703	-2.5715	Estacionaria
Sin deriva ni tendencia	-12.3544	-2.5721	-1.9418	-1.6160	Estacionaria

Fuente: Elaborado en base a las salidas del Eviews 9.

En el cuadro 5 se observa el estadístico τ en los tres casos de la regresión aumentada es más negativo que cualesquiera de los tres niveles de confianza usuales; por lo tanto en los tres caso se rechaza la hipótesis nula de que las primeras diferencias del precio del azúcar Contrato #11 son no estacionarias a favor de la hipótesis alternativa de que dicho precio es estacionario. Por lo tanto, la primera diferencia de los precios del contrato azúcar #11 no tienen el problema de la raíz unitaria.

Identificación y estimación de los modelos

Una vez que se identificaron que clase de modelo ajusta mejor los datos de los precios del azúcar mediante el TRAMO/SEAT se programaron las instrucciones para su estimación mediante el procedimiento PROC ARIMA del sistema SAS 9 mediante máxima verosimilitud.

Los parámetros estimados para el modelo $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ correspondiente al precio real del azúcar en la Central de Abastos son los que se muestran en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Parámetros del modelo $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$.

Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Retardo
MA1,1	-0.21697	0.05587	-3.88	1
MA2,1	0.88954	0.04426	20.10	12
Varianza estimación				7724.129
Error estandar estimación				87.88702
Criterio información de Akaike (AIC)				3687.506
Criterio de información de Schwarz (SBC)				3694.985
Número de residuales				311

Fuente: Elaboración propia en base a la salida del SAS 9.

Del cuadro 6 de los parámetros estimados se observa que tanto el parámetro del componente no estacional (MA1,1) como del componente estacional (MA2,1) son estadísticamente significativos de acuerdo con el valor del estadístico de t . El SAS considera en su estimación de los parámetros un nivel de confianza del 95%

En su forma algebraica el correspondiente modelo $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ se denota como:

$$x_t = x_{t-1} + x_{t-12} - x_{t-13} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Theta_1 \varepsilon_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 \varepsilon_{t-13}$$

Este modelo con los parámetros ya estimados puede escribirse como:

$$x_t = x_{t-1} + x_{t-12} - x_{t-13} + \varepsilon_t - (-0.21697)\varepsilon_{t-1} - 0.88954\varepsilon_{t-12} + (-0.21697)(0.88954)\varepsilon_{t-13}$$

Al simplificar se obtiene finalmente la ecuación de pronóstico estimada:

$$x_t = x_{t-1} + x_{t-12} - x_{t-13} + \varepsilon_t + 0.21697\varepsilon_{t-1} - 0.88954\varepsilon_{t-12} - 0.193\varepsilon_{t-13}$$

Para evaluar el desempeño del pronóstico realizado para el modelo SARIMA estimado para el precio real del azúcar en la CEDA de la Ciudad de México se utilizó el error porcentual medio absoluto (MAPE). Como se mencionó anteriormente el MAPE proporciona la desviación en términos porcentuales y no en unidades. El MAPE estimado fue del 5.78%. Esto se interpreta como que el pronóstico realizado por el modelo estimado en promedio es erróneo en 5.78%. El valor mínimo del MAPE fue de 0.008% y el máximo de 50.2%.

Bajo esta narrativa de la evaluación del pronóstico realizado con el modelo SARIMA estimado es necesario comentar que dicha metodología de Box-Jenkins es para pronóstico de muy corto plazo, por lo que si los datos son manuales quizás el modelo debe utilizarse para pronóstico del precio real, en este caso del azúcar de la Central de abastos para un mes.

En la Figura 2 se muestra el comportamiento del precio real del azúcar de la Central de Abastos observado contra el pronosticado.

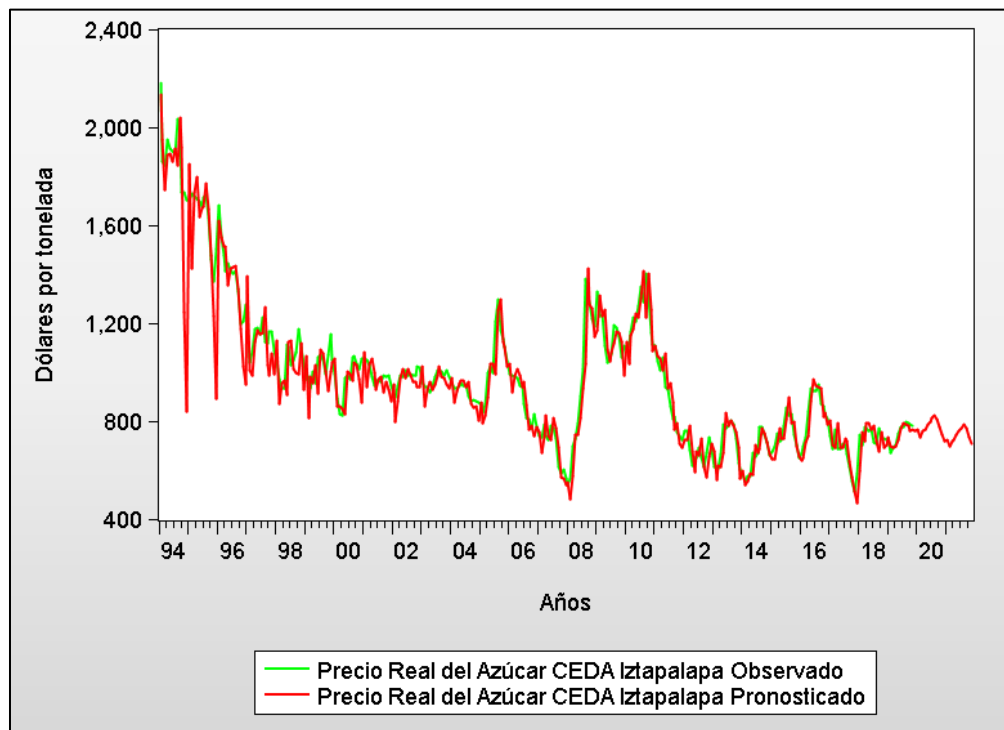
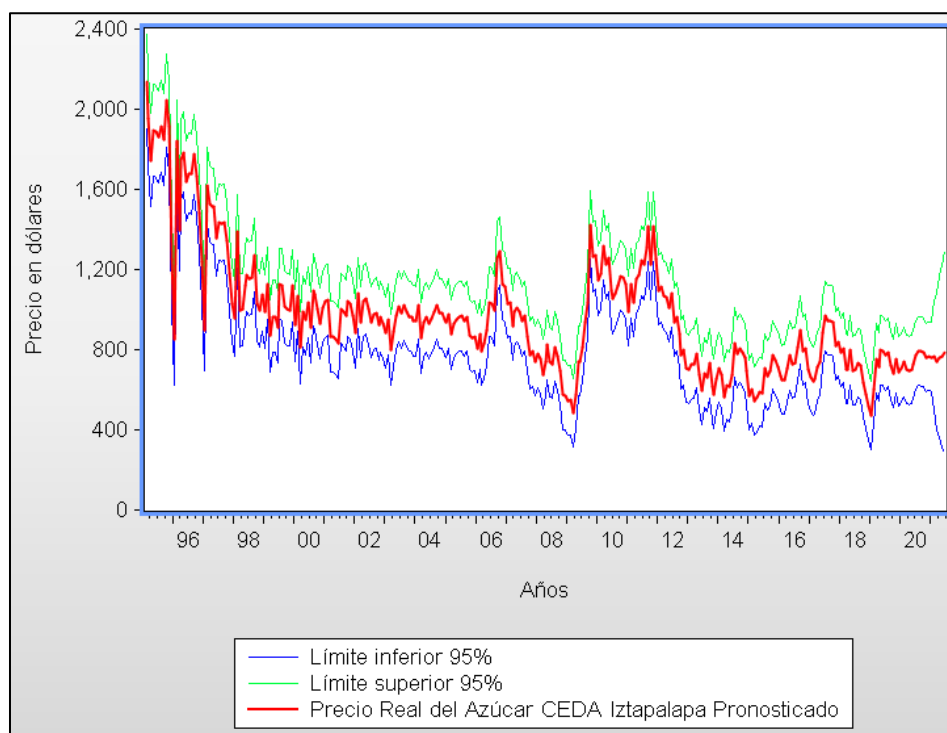


Figura 2. Precio real del azúcar CEDA Ciudad de México pronosticado contra el observado.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura se observa que el precio real sigue muy de cerca al precio observado excepto para los años entre 1994 y 1996. Ambos precios en el largo plazo muestran una tendencia de un descenso sostenido.

1 En la Figura 3 se exhibe el comportamiento del precio pronosticado del azúcar en la Central de
2 Abasto.



3
4 **Figura 3. Comportamiento del precio del azúcar pronosticado de la CEDA de Ciudad de**
5 **México.**

6 Fuente: Elaboración propia.

7 En la figura se observa como los límites inferior y superior que caen fuera del periodo muestral
8 se aplian rápidamente respecto al precio pronosticado fuera del periodo muestral. Como se ha
9 mencionado el pronóstico con la metodología Box-Jenkins permite pronosticar en el muy corto
10 plazo. De esta manera si la regularidad temporal de los datos es mensual, el pronóstico puede ser
11 de uno o dos meses hacia adelante.

12 En el caso del análisis SARIMA para el precio del azúcar del Contrato 11 el análisis es análogo
13 al anterior. Al realizar la corrida con el TRAMO/SEAT el modelo SARIMA identificado para dicho
14 precio fue el $SARIMA(1,1,0)(0,1,1)_{12}$.

La interpretación del modelo $SARIMA(1,1,0)(0,1,1)_{12}$ es que el orden de integración de ambas partes es uno, mientras que la parte no estacional solo tiene un componente autoregresivo de orden uno y carece de componente de promedios móviles. La parte estacional del modelo carece de término autoregresivo y su componente de promedios móviles es de orden uno. El término de estacionalidad es de 12 rezagos. Al correr el programa SAS con las instrucciones para estimar el modelo $SARIMA(1,1,0)(0,1,1)_{12}$ los parámetros estimados son los mostrados en Cuadro 7.

Cuadro 7. Parámetros del modelo $SARIMA(1,1,0)(0,1,1)_{12}$.

Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Retardo
MA1,1	0.78600	0.04283	18.35	12
AR1,1	0.35216	0.05342	6.59	1
Varianza estimación				2316.826
Error estándar estimación				48.13342
Criterio información de Akaike (AIC)				3305.861
Criterio de información de Schwarz (SBC)				3313.36
Número de residuales				311

Fuente: Elaboración propia en base a la salida del SAS 9.

Del cuadro se puede observar que tanto el parámetro estimado del término de promedios móviles (MA1,1) como el correspondiente al término autoregresivo ambos son significativos al 95% de confianza, dado que valor de t es alto.

Al evaluar el desempeño del pronóstico realizado para el modelo SARIMA estimado para el precio del Contrato 11 del azúcar utilizando el error porcentual medio absoluto (MAPE) este resultado es del 7.2%. Esto se interpreta como que en pronóstico realizado por el modelo estimado para el precio del Contrato 11 en promedio es erróneo en 7.2%. El valor máximo del MAPE es 34.2% y el mínimo de 0.01%.

En la Figura 4 se puede observar el comportamiento del precio real del azúcar del Contrato 11 contra su precio pronosticado.

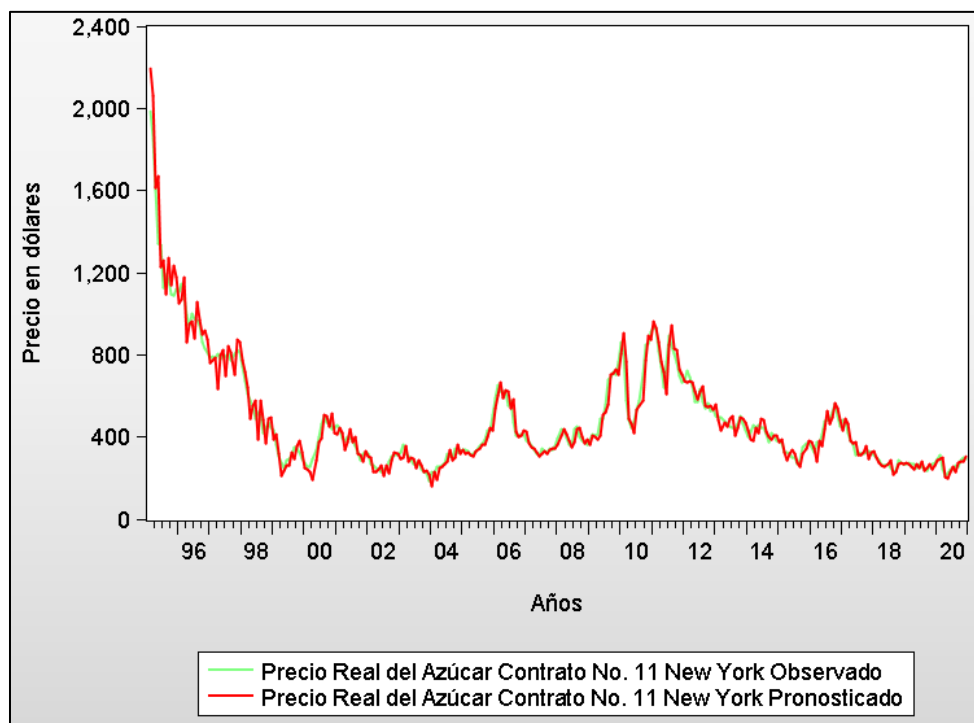


Figura 4. Precio real del azúcar Contrato 11 pronosticado contra el observado.

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, el pronóstico del precio real del azúcar del Contrato 11 sigue muy de cerca al precio en términos constantes al observado.

En la Figura 4 se muestra como se comporta el precio del azúcar del Contrato 11 dentro de los límites del intervalo de confianza dentro del periodo muestral.

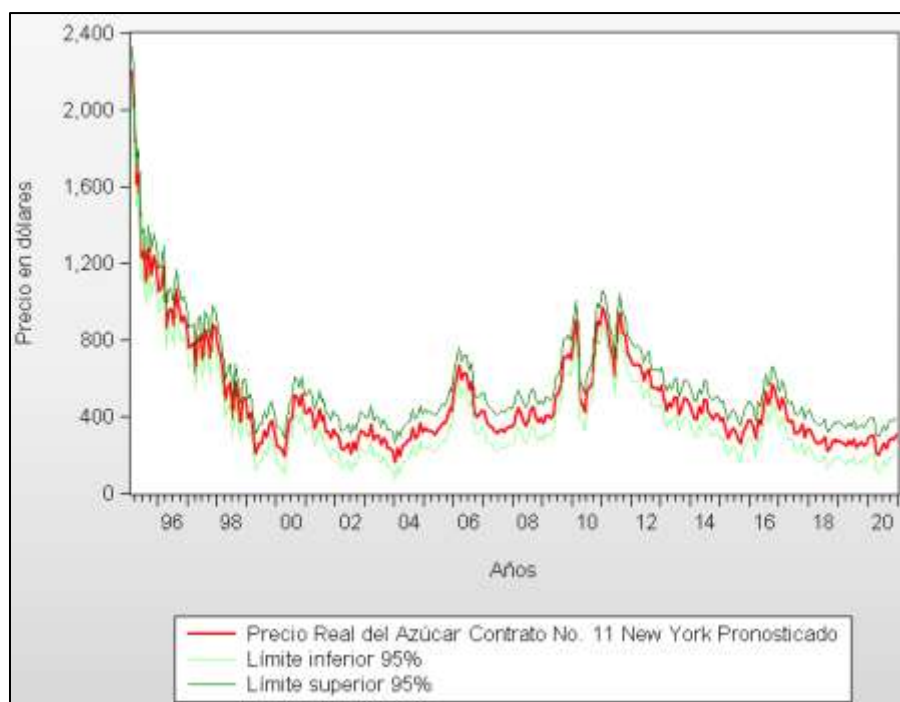


Figura 5. Comportamiento del precio del azúcar Contrato 11 pronosticado de Nueva York.

Fuente: Elaboración propia.

Al comparar los resultados con los de otras investigaciones se encuentra que la mayoría de los respectivos trabajos utilizando modelos tipo Box-Jenkins con propósitos de pronóstico solo ajustan para para la parte no estacional y para la parte estacional de dichos modelos son muy escasas las fuentes.

Cuadro 8. Comparación de modelos ajustados con modelos Box-Jenkins.

Producto	Término modelo Box-Jenkins		Error de Pronóstico	Autor
	Estacional (p, d, q)	No estacional (P, D, Q) _s		
1. Precio azúcar estándar				
- CEDA Ciudad de México	(0,1,1)	(0,1,1) ₁₂	5.78%	
- Contrato No. 11	(1,1,0)	(0,1,1) ₁₂	7.2%	
2. Caña de azúcar				
- Superficie	(1,1,1)	N.A [†]	4.0%	Suresh & Krishna (2011)
- Productividad	(1,1,1)	N.A [†]	0.4%	
- Producción	(2,1,2)	N.A [†]	6.8%	
3. Precio manzana				

- CEDA Ciudad de México	(2,1,0)	(1,1,0) ₁₂	2.0%	Ruiz <i>et al.</i> (2019)
-------------------------	---------	-----------------------	------	---------------------------

† No aplica. Error de pronóstico fuera de periodo muestral para dos observaciones anuales.

Fuente: elaboración propia.

Como se puede observa el error de pronóstico aunque en la investigación resulta ser de 5.78 y 7.2%, que es un pronóstico dentro del periodo muestral, puede considerarse alto comparado el estudi de Ruiz *et al.* (2019) y el de Suresh & Krishna (2011).

CONCLUSIONES

El crecimiento sostenido de la producción de caña de azúcar de forma extensiva durante ya más de diez años en algunas zafras como 2013/2014 ha provocado un aumento sostenido también del azúcar estándar causando que su precio nominal descienda. Como el precio de referencia que se paga a los productores de caña de azúcar y que determina el CONADESUCA es en función del precio promedio observado en las principales Centros de Distribución del edulcorante del país causa que si el precio del azúcar es bajo tambien lo será el precio de referencia pagado por los ingenios azucareros para la zafra posterior. Como tambien el precio de referencia pagado por la caña de azucar es en función del precio de mercado de futuros de Nueva York, llamado precio del azúcar del Contrato No. 11, causa que si alguno de los dos precios, o ambos, descienden el precio de referencia tambien bajara, lo cual causará que el ingreso del productor cañero caiga. Esto es, por lo tanto, una preocupación para abastecedores de caña de azúcar. El disponer de modelos de pronóstico para evitar variaciones bruscas de los precios de referencia de la caña de azucar es una alternativa que ayuda a la planeación en base a conocer de antemano los precios estimados del azucar y evitar que un exceso de producción de caña de azucar pueda hacer variar a la baja bruscamente el precio de referencia de las zafras posteriores. Como se ha visto un modelo de pronóstico, que dadas las características de estacionalidad de la producción de caña de azucar y de sacarosa granulada, que ajusta bien los datos de precios son los modelos de series de tiempo tipo

SARIMA, los cuales como se ha visto al evaluar el desempeño del pronóstico de los modelos identificados utilizando el error porcentual medio absoluto o MAPE fue satisfactorio pues el mismo fue del 5.78% para el modelo $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ estimado para el precio real del azúcar en la Central de Abastos de Iztapalapa en la Ciudad de México y del 7.2% para el modelo $SARIMA(1,1,0)(0,1,1)_{12}$ para el precio real del precio del azúcar del Contrato No. 11 que cotiza en el mercado de futuros de New York.

LITERATURA CITADA

- Ali, S. B., N. and H. Fatima. 2015. Forecasting production and yield of sugarcane and cotton crops of Pakistan for 2013-2030. Sarhad Journal of Agriculture 1: 1-9.
<https://researcherslinks.com/current-issues/Forecasting-Production-and-Yield-of-Sugarcane-and-Cotton-Crops-of-Pakistan-for-2013-2030/14/1/68> (Consultado: agosto 2021).
- Alonso, J. C. y A. M. Arcila. 2013. Empleo del comportamiento estacional para mejorar el pronóstico de un commodity: el caso del mercado internacional del azúcar. Estudios Gerenciales 129: 406-415. DOI: 10.1016/j.estger.2013.11.006
- BM (Banco de México). 2021. Tipo de cambio promedio del periodo - (CF86).
<https://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?sector=6&accion=consultarCuadro&idCuadro=CF86&locale=es>. (Consultado: octubre 2021).
- Brooks, C. & R. Wichmann. 2019. Eviews guide to accompany introductory econometrics for finance. 4th edition. Henley Business School, University of Reading, UK: 123 p.
- Brooks, C. 2019. Introductory econometrics for finance. Cambridge, University Press. NY, USA. 891 p. DOI: 10.1017/9781108524872

Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar (CONADESUCA). 2017. 4º. Informe estadístico de la agroindustria de la caña de azúcar. <https://www.gob.mx/conadesuca/documentos/dieproc-informes-estadisticos-del-sector-agroindustrial-de-la-cana-de-azucar-en-mexico> (Consultado: septiembre 2021).

Compañía Editorial del Manual Azucarero (CEMA). 2021. Manual azucarero mexicano. [Publicación Anual]. <https://www.manualazucarero.com/> (Consultado: octubre 2021).

CONADESUCA. 2016. Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar. Metodología para determinar el precio de referencia del azúcar base estándar para el pago de la caña de azúcar. <http://www.conadesuca.gob.mx/politica%20comercial/Metodologia%20Vigente%20de%20Precio%20de%20Referencia-OCTUBRE2016.pdf> (Consultado: mayo de 2021).

ERS-USDA Economic Research Service-United States Department of Agriculture (2021). Sugar and Sweeteners Yearbook Tables. Disponible en <https://www.ers.usda.gov/data-products/sugar-and-sweeteners-yearbook-tables/sugar-and-sweeteners-yearbook-tables/#Sugar%20and%20Sweeteners%20in%20Mexico> (Consultado: enero 2021).

Fideicomisos Instituidos en Relación a la Agricultura. 2016. FIRA. Panorama agroalimentario. Azúcar. Morelia, Michoacán, México. https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/61947/Panorama_Agroalimentario_Azucar_2015.pdf (Consultado: mayo 2020).

Godana, A. A. & T. G. Yirtav. (2014). Statistical analysis of domestic price volatility of sugar in Ethiopia. American Journal of Theoretical and Applied Statistics 6: 177-183. DOI: 10.11648/j.ajtas.20140306.12

Gudoshnikov, S.; L. Jolly & D. Spence. 2004. The world sugar market. CRC Press, Washington, D.C. & Woodhead Publishing Limited, Cambridge. England, UK. 343 p.

- 1 Kwamka, L., G. O. Orwa & Z. M. Muga. 2019. Forecasting monthly sugar cane yields using Box
2 Jenkin's predictive models in Kenya. International Journal of Statistics and Applied
3 Mathematics 6: 147-151. <http://ir.jooust.ac.ke:8080/xmlui/handle/123456789/9499>
4 (Consultado: diciembre 2020).
- 5 Manoj, K. & M. Anand.2012. An application of time series ARIMA forecasting model for
6 predicting sugarcane production in India. Studies in Busine and Economics 1: 81-94.
7 <http://eccsf.ulbsibiu.ro/articole/vol91/918kumar&anand.pdf> (Consultado: enero 2021).
- 8 Mwanga D., L. Ongala & G. Orwa. 2017. Modeling sugarcane yields in the Kenya sugar industry:
9 A SARIMA model forecasting approach. International Journal of Statistics and Applications
10 6: 280-288. DOI: 10.5923/j.statistics.20170706.02
- 11 Nijman, T. E. and R. Beetsma. 1991. Empirical tests of a timple pricing model for sugar futures.
12 Annales d'Économie et de Statistique. 10-12 (24): 121-131. DOI: 10.2307/20075845
- 13 Pechrová, M. & O Šimpach. 2017. Modelling the development of the consumer price of sugar. In
14 Králové H. (Ed). Proceedings of the 35th International Conference Mathematical Methods in
15 Economics, pp. 527–531.
16 [http://www.ondrejsimpach.wz.cz/publikace/konference_CPCI_SCOPUS/MME_2017/Pech](http://www.ondrejsimpach.wz.cz/publikace/konference_CPCI_SCOPUS/MME_2017/Pechrova_Simpach_MME_2017.pdf)
17 [rova_Simpach_MME_2017.pdf](http://www.ondrejsimpach.wz.cz/publikace/konference_CPCI_SCOPUS/MME_2017/Pechrova_Simpach_MME_2017.pdf) (Consultado: noviembre 2020).
- 18 Ruiz, H., J. A., G. Barrios P. & A. A. Gomez G. 2019. Análisis del precio de la manzana mediante
19 un modelo SARIMA. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas 2: 225-237.
- 20 Ruiz, R., J.; R. G. E. Hernández. & R. Zulueta R. 2011. Análisis de series de tiempo en el pronóstico
21 de la producción de caña de azúcar. Terra Latinoamericana. 1: 103-109.
22 <http://www.scielo.org.mx/pdf/tl/v29n1/2395-8030-tl-29-01-00103.pdf> (Consultado: enero
23 2021).

1 Russo, S. L, M. Gomes, I. A., L. V. Santana & J. P. Fabris J. 2013. Employment of ARIMA models
2 for prediction of Sugarcane in Sergipe, Brazil. Australian Journal of Basic and Applied
3 Sciences, 7(11): 139-147. <http://www.ajbasweb.com/.../139-147.pdf> (Consultado: enero
4 2020).

5 Servicio de Información Agroindustrial y Pesquera (SIAP) (2021). Anuario Estadístico de la
6 Producción Agrícola. <https://nube.siap.gob.mx/cierreagricola/> (Consultado: octubre 2021).

7 SNIIM (Servicio Nacional de Información e Integración de Mercados). 2021. Anuarios
8 Estadísticos de Mercados Nacionales. <http://www.economia-sniim.gob.mx/nuevo/>
9 (Consultado: mayo 2021).

10 Suresh, S., K. K. & R. Krishna P. 2010. Forecasting sugarcane yield of Tamilnadu using ARIMA
11 Models. Sugar Tech 1: 23-26. DOI: 10.1007/s12355-011-0071-7

12 Taylor, S. J. & B. G. Kingsman. 1978. Non-Stationary in sugar price. The Journal of the
13 Operational Research Society, Vol. 29(10): 971-980. DOI: 10.1057/jors.1978.210.

Capitulo IV. Productividad total de los factores en la agroindustria cañera por entidad federativa en México zafras 2010/2011-2019/2020

Productividad total de los factores en la agroindustria cañera por entidad federativa en México zafras 2010/2011-2019/2020

Total factor productivity in the sugarcane agroindustry by state in Mexico harvests 2010/2011-2019/2020

Resumen

En México en el periodo 2011/2020 la producción de caña de azúcar molida neta creció 1.1%, la superficie industrializada 1.5%, el rendimiento en campo -0.4% y la eficiencia en fábrica -0.2%. Es decir, la producción de caña de azúcar ha crecido de forma extensiva por superficie y no por cambio tecnológico. El objetivo del trabajo fue verificar empíricamente si el cambio tecnológico y la eficiencia técnica se han estancado o existido incluso una regresión tecnológica a nivel de las 15 entidades federativas productoras de caña de azúcar para el periodo 2011/2020. La metodología utilizada ha sido el índice de Malmquist que se puede descomponer en varios indicadores. Los resultados muestran que, en promedio, el indicador de cambio en la eficiencia técnica entre periodos fue de 1.001, el indicador de cambio tecnológico de 1.002 y el indicador de cambio en la productividad total de los factores de 1.0021. Incluso en el cambio entre zafras 2015/2016 a 2016/2017 existió una regresión tecnológica pues los indicadores fueron 0.998, 0.969 y 0.967, respectivamente. Como conclusión se puede afirmar que efectivamente el crecimiento de la producción de caña de azúcar ha sido por un crecimiento extensivo en superficie y que la productividad en campo y la eficiencia en fábrica se han estancado e incluso se han registrado en algún momento regresión tecnológica.

Palabras clave: productividad total de los factores, índice de Malmquist, análisis de datos envolventes, ingenios azucareros

Summary

In Mexico during the 2011/2020 period, the production of net ground sugar cane grew 1.1%, the industrialized area 1.5%, the field yield -0.4% and the factory efficiency -0.2%. In other words, sugarcane production has grown extensively by area and not by technological change. The objective of the work was

to empirically verify if technological change and technical efficiency have stagnated or even existed a technological regression at the level of the 15 states that produce sugar cane for the period 2011/2020. The methodology used has been the Malmquist index, which can be broken down into several indicators. The results show that, on average, the indicator of change in technical efficiency between periods was 1,001, the indicator of technological change of 1,002 and the indicator of change in total factor productivity of 1,0021. Even in the change between harvests 2015/2016 to 2016/2017 there was a technological regression as the indicators were 0.998, 0.969 and 0.967, respectively. As a conclusion, it can be stated that indeed the growth of sugarcane production has been due to an extensive growth in surface area and that field productivity and factory efficiency have stagnated and even technological regression has been registered at some point.

Keywords: total factor productivity, Malmquist index, data envelopment analysis, sugarcane mills.

Introducción

En México la producción del azúcar base estándar en la última década de 2011 a 2020 ha crecido a una tasa promedio anual del 1.7% mientras que la producción de caña de azúcar industrializada lo ha hecho en 10.7% (CONADESUCA, 2020a). Esto ha permitido garantizar la autosuficiencia de este bien básico que es consumido como edulcorante por la toda la población, sea de altos o bajos ingresos y que es importante también como insumo intermedio para la industria refresquera, panificadora, entre otras. En la actualidad a nivel de entidad federativa Veracruz tiene 18 de los 50 ingenios azucareros que operaron en la zafra 2019/2020 y la mayor superficie cosechada de caña industrializada en la misma zafra (CONADESUCA, 2020b).

El CONADESUCA (2020a, p. 24) señala que durante el periodo 2007-2018, la superficie cosechada e industrializada de caña de azúcar observó una tasa de crecimiento media anual de 1.5%, mientras que el rendimiento en campo y la eficiencia en fábrica prácticamente permanecieron estancados, lo que implica que la producción de azúcar creció de manera extensiva y no por incremento de la productividad del campo cañero o los ingenios azucareros.

En el contexto de la narrativa anterior la presente investigación tiene como objetivo analizar la evolución de la eficiencia técnica, el cambio tecnológico y la productividad total de los factores en el cultivo de la

caña de azúcar para el periodo de zafra 2010/2011 a 2019/2020 con el propósito de verificar empíricamente si efectivamente el crecimiento sostenido del azúcar estándar puede ser atribuido a un crecimiento extensivo más que a una incorporación de mejoras tecnológicas y mejor administración de los insumos en los eslabones del proceso productivo implicados en la obtención de dicho edulcorante.

Materiales y métodos

La información utilizada en la presente investigación se obtuvo principalmente de CONADESUCA (2020a), CONADESUCA (2020B), SIAP (2021) y de la CEMA (2017). El software utilizado para realizar la estimación de los índices de Malmquist fue el CRAN-R 4.0. El conjunto de datos utilizado para correr los modelos de programación lineal del DEA a partir de los que se obtienen los índices de la TFP para cada Unidad de Toma de Decisiones (UDM), es un conjunto de datos de panel balanceado del cual su dimensión temporal corresponde a 10 periodos que van de la zafra 2010/2011 a la zafra 2019/2020 mientras que su dimensión transversal corresponde a las 15 entidades federativas (UDM) en las que se cultiva la caña de azúcar en México. La definición de las variables utilizadas en el estudio, sus unidades y si las mismas corresponden a un producto o a un insumo se muestran en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Variables utilizadas en el estudio

Variable	Descripción	Unidades	Tipo
PTABEST	Azúcar producida total base estándar	Toneladas	Producto
GELECT	Generación de energía eléctrica	MW-h	Producto
GEVAP	Generación de vapor	Toneladas	Producto
VACARRE	Vehículos de acarreo	Camión	Insumo
CORTAD	Cortadores	Personas	Insumo
ENTOCO	Energía total consumida	MW-h	Insumo
KARBET	Kilos de azúcar recuperable base estándar teórico	kg/tCB	Insumo
CAMOLBR	Caña molida bruta	Toneladas	Insumo
SUPCIND	Superficie de caña industrializada	Hectáreas	Insumo
TINETZA	Tiempo neto de zafra	Horas	Insumo

Nota: MW-h = Megavatio-hora

kg/tCB = kilogramos de azúcar por tonelada de caña bruta

Fuente: elaborado con base en CONADESUCA (2020).

Las unidades de las variables utilizadas corresponden a las definidas en CONADESUCA (2020) excepto para la variable energía total consumida (ENTOCO). En caso de la variable ENTOCO se han agregado las

variables de bagazo neto producido (toneladas), petróleo total consumido (litros) y la energía eléctrica adquirida a la Comisión Federal de Electricidad (CFE) para poder expresar en una sola variable las fuentes de energía que se utilizan para operar las calderas y equipo físico relacionado con la molienda de la caña. Se parte del supuesto que todo el bagazo neto se utiliza como combustible en la molienda de la caña. El procedimiento para la agregación fue el siguiente. Para la conversión del bagazo a energía eléctrica se tomó el bagazo obtenido por hectárea y se multiplicó por la superficie total cosechada para obtener el bagazo total por estado. Al bagazo total se le resto el bagazo empacado y vendido para tener el bagazo total neto. De acuerdo a SENER (2017) una tonelada de bagazo equivale a 1'684,990 kilocalorías (kcal) lo que a su vez equivale a 7,054.7161 megajoules (MJ). Por lo tanto al multiplicar la cantidad de bagazo por esta cantidad se obtiene la equivalencia de toneladas de bagazo en MJ. Dado que se conoce que un MJ equivale a 0.277778 kilovatios-hora (kWh) al realizar la respectiva multiplicación se obtuvo la equivalencia de bagazo quemado en energía eléctrica. Para el caso del petróleo SENER (2017) señala que un barril de petróleo equivale a 158.9872 litros, por lo que se convirtió el petróleo total consumido en cada entidad federativa durante la respectiva zafra a barriles de petróleo. Análogamente, SENER (2017) indica que un barril de petróleo de 158.9872 litros equivale a 1'469,600 kcal, por lo que convirtieron los barriles de petróleo consumidos a kcal. Dado que el factor de conversión de una kcal a MJ es de 0.0042 se procedió a convertir las kcal a MJ, con lo cual, de manera similar al caso del bagazo, se convirtieron los MJ a kWh. Finalmente, para facilitar la interpretación de la energía total consumida así como la energía eléctrica generada en cada entidad estas variables se expresaron en megavatios hora (MW-h).

En relación a la variable llamada kilos de azúcar recuperable base estándar (KARBE) es una variable que utiliza el CONADESUCA para definir el precio de referencia por tonelada de caña de azúcar. En CEDRSSA (2019) se hace una explicación más amplia de cómo se utiliza el KARBE para definir tal precio de referencia pagado al productor de caña de azúcar mientras que en CONADESUCA (2016, pp. 521, 526-527) se explica con detalle la fórmula técnica para obtener el KARBE.

Como se ha mencionado, la metodología utilizada para cuantificar la productividad total de los factores es el método del índice de Malmquist. La descripción que se hace a continuación del procedimiento se basa en

como Färe *et al.* (1994), Coelli *et al.* (2005) y Coelli & Prasada (2000). El enfoque del índice de Malmquist se basa en el análisis envolvente de datos (DEA) para construir una frontera de producción por “trozos” para cada año del conjunto de datos. El DEA se basa en la programación lineal, que utiliza datos de cantidades de insumos y productos, en este caso de un grupo de 15 entidades federativas, para construir una superficie lineal por “trozos” sobre los puntos de datos. Esta superficie de frontera es construida por la solución de una secuencia de problemas de programación lineal para cada estado en el periodo muestral 2010/2011 – 2019/2020. El grado de ineficiencia técnica de cada estado, la distancia entre el punto de datos observados y la frontera, es producida como un subproducto de la construcción del procedimiento de la construcción de la frontera Coelli & Prasada (2000).

El DEA puede ser orientado al insumo u orientado al producto. En el caso del DEA orientado al insumo, el método del DEA busca el máximo incremento proporcional, manteniendo constante los niveles de los productos constantes para cada estado. En el caso del DEA orientado al producto se busca el incremento máximo proporcional en la producción de los productos con los niveles de los insumos constantes. Ambas medidas proveen los mismos puntajes de eficiencia técnica cuando se aplica una tecnología con rendimientos constantes a escala (CRS), pero son diferentes cuando se asumen rendimientos variables a escala (VRS) (Coelli *et al.*, 2005; Coelli & Prasada, 2000). En el presente trabajo se asumen rendimientos constantes a escala y se ha elegido el DEA orientado al producto porque se considera que en la agricultura usualmente se busca maximizar el producto dado un conjunto de insumos más que el caso contrario.

De esta manera, dados los datos de N entidades federativas en un periodo particular de tiempo, entonces el problema de programación lineal que se debe resolver para el i -ésimo estado bajo el DEA orientado al producto se plantea como sigue:

$$\begin{aligned} & \max_{\phi, \lambda} \phi \\ \text{Sujeto a } & -\phi y_i + Y\lambda \geq 0 \\ & x_i - X \geq 0 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

1 donde

y_i es un vector $M \times 1$ de las cantidades de producto para el i -ésimo estado

x_i es un vector $K \times 1$ de las cantidades de insumos para el i -ésimo estado

Y es una matriz $N \times M$ de las cantidades de productos de todos los N estados

X es una matriz $N \times K$ de las cantidades de insumos de todos los N estados

λ es un vector $N \times 1$ de los ponderadores

ϕ es un escalar

2 En este problema de programación lineal ϕ un valor mayor que la unidad o igual a la unidad y $(\phi - 1)$ es

3 el incremento proporcional en los productos que podrían obtenerse por el i -ésimo estado si todas las

4 cantidades de insumos se mantienen constantes. Se puede observar también que la relación $1/\phi$ define un

5 puntaje de eficiencia técnica que varía entre cero y la unidad. Este problema de programación lineal se

6 resuelve N veces, es decir, una vez para cada país en el periodo muestral. La solución de cada problema

7 de programación lineal produce un vector de valores para ϕ y λ . El vector de parámetros ϕ proporciona

8 información sobre el puntaje de eficiencia técnica para el i -ésimo estado y el vector λ provee información

9 sobre los países de comparación de la i -ésima entidad federativa ineficiente, Los estados que sirven como

10 comparación son las entidades federativas eficientes que ayudan a definir la frontera eficiente contra la cual

11 se proyectan el i -ésimo país ineficiente (Coelli & Prasada, 2000).

12 Ahora bien, el índice Malmquist de la productividad total de los factores se define utilizando las funciones

13 de distancia, Las funciones de distancia describen una tecnología de producción multiproducto y

14 multiinsumo sin la necesidad de especificar un objetivo de comportamiento, tal como la minimización de

15 costos o la maximización de ganancias. Ambos tipos de funciones se pueden definir como sigue. Una

16 función de distancia de los insumos caracteriza a la tecnología de producción buscando mínima una

17 contracción del vector de insumos, dado el vector de productos. La función de distancia de los productos

18 considera una expansión proporcional máxima, dado el vector de insumos (Coelli & Prasada, 2000).

Una función de distancia de los productos se puede caracterizar como sigue. Una tecnología de producción puede ser definida usando un conjunto de productos, $P(x)$, la cual representa el conjunto de todos los vectores de productos, y , el cual puede ser producido usando el vector de insumos, x . Es decir,

$$P(x) = \{y : x \text{ can produce } y\}$$

La función de distancia de los insumos es definida sobre el conjunto de insumos, $P(x)$, como:

$$d_o(x, y) = \min\{\delta : (y/\delta) \in P(x)\}$$

De acuerdo con (Coelli & Prasada, 2000), la función de distancia, $d_o(x, y)$, tomara un valor menor o igual a la unidad si el vector de productos, y , es un elemento del conjunto de producción, $P(x)$. Adicionalmente, la función de distancia tomara un valor de la unidad si y estará localizado sobre el borde exterior del conjunto de producción factible, y tomara un valor mayor que uno si y está localizado fuera pero por encima del conjunto de producción factible. El método del DEA es comúnmente usado para calcular tales medidas de distancia, las cuales se describen de manera muy breve a continuación.

El índice de la productividad total de los factores de Malmquist mide el cambio de la TFP entre dos puntos de datos; por ejemplo, los de un país en particular en dos períodos de tiempo adyacentes, calculando la relación de las distancias de cada punto de datos en relación con una tecnología común. De acuerdo a Fare *et al.* (1994), el índice de cambio de la PTF de Malmquist (orientado al producto) entre el período s (el período base) y el período t está dado por:

$$m_o(y_s, x_s, y_t, x_t) = \left[\frac{d_o^s(y_t, x_t)}{d_o^s(y_s, x_s)} \times \frac{d_o^t(y_t, x_t)}{d_o^t(y_s, x_s)} \right]^{1/2}$$

donde la notación $d_o^s(x_t, y_t)$ representa la distancia desde la observación del período t hasta la tecnología del período s . Un valor m_o mayor que 1 indicara un crecimiento positivo de la TFP desde el periodo s hasta el periodo t mientras que un valor menor que la unidad indica una declinación de la TFP. Es importante observar que la expresión anterior en la práctica es la media geométrica de dos índices de la TFP.

1 El primer índice es evaluado con respecto a la tecnología del periodo s y el segundo índice se evalúa con
 2 respecto a la tecnología del periodo t (Coelli & Prasada, 2000).

3 Una forma equivalente de expresar el índice de Malmquist de la TFP es

$$4 \quad m_o(y_s, x_s, y_t, x_t) = \frac{d_o^t(y_t, x_t)}{d_o^s(y_s, x_s)} \left[\frac{d_o^s(y_t, x_t)}{d_o^t(y_t, x_t)} \times \frac{d_o^s(y_s, x_s)}{d_o^t(y_s, x_s)} \right]^{1/2}$$

5 donde la relación que multiplica a la expresión entre corchetes mide el cambio en la medida orientada al
 6 producto de la eficiencia técnica de Farrell (1957) entre los periodos s y t . Es decir, el cambio en la
 7 eficiencia es equivalente a la relación de la eficiencia técnica en el periodo t y la eficiencia en el periodo s
 8 . La parte entre corchetes es una medida del cambio técnico, que es también la media geométrica del cambio
 9 en la tecnología entre los dos periodos, evaluado en x_t y también en x_s .

10 Ahora bien, en Coelli & Prasada (2000), quienes citan a Färe *et al.* (1994) y dado que en este estudio se
 11 cuenta con datos de panel las medidas de distancias para el índice Malmquist de la TFP son calculados
 12 usando programas lineales similares a los modelos DEA: para el i -ésimo estado, se calculan cuatro funciones
 13 de distancia con el propósito de medir en cambio en la TFP entre dos periodos, s y t . Esto requiere la
 14 resolución de cuatro problemas de programación lineal. Los referidos problemas de programación lineal
 15 son:

$$(1) \quad \begin{aligned} [d_o^t(y_t, x_t)]^{-1} &= \max_{\phi, \lambda} \phi \\ \text{Sujeto a} \\ -\phi y_{it} + Y_1 \lambda &\geq 0 \\ x_{it} - X_t \lambda &\geq 0 \\ \lambda &\geq 0 \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} [d_o^s(y_s, x_s)]^{-1} &= \max_{\phi, \lambda} \phi \\ \text{Sujeto a} \\ -\phi y_{is} + Y_s \lambda &\geq 0 \\ x_{is} - X_s \lambda &\geq 0 \\ \lambda &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [d_o^s(y_s, x_s)]^{-1} = \max_{\phi, \lambda} \phi \\
& \text{Sujeto a} \\
(3) \quad & -\phi y_{is} - Y_s \lambda \geq 0 \\
& x_{is} - X_s \lambda \geq 0 \\
& \lambda \geq 0
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
& [d_o^s(y_t, x_t)]^{-1} = \max_{\phi, \lambda} \phi \\
& \text{Sujeto a} \\
(4) \quad & -\phi y_{it} - X_s \lambda \geq 0 \\
& x_{it} - X_s \lambda \geq 0 \\
& \lambda \geq 0
\end{aligned}$$

Como se puede observar en (3) y (4), donde los puntos de producción son comparados con tecnologías de diferentes periodos de tiempo no es necesario que el parámetro ϕ sea mayor o igual a 1, como debe ser cuando se calculan las eficiencias técnicas estándar orientadas a los resultados. Los puntos de datos pueden estar por arriba de la frontera de producción, lo cual ocurre más probablemente en el problema de programación lineal (4) donde un punto de producción del período t se compara con la tecnología en un período anterior, s . Si el progreso técnico ha ocurrido entonces un valor de ϕ menor que la unidad es posible. También debe observarse que podría ocurrir que en el modelo (3) si ocurre una regresión tecnológica, lo cual sin embargo es menos probable.

Ahora bien un tópico importante es el de las propiedades de los rendimientos a escala de la tecnología son muy importantes en la medida de la TFP. En primer lugar, en la presente investigación se utilizan rendimientos constantes a escala debido a que en la mayoría de los casos se utilizan datos agregados a nivel estado, excepto en Campeche, Colima, Quintana Roo donde solo opera un ingenios azucarero durante el periodo de estudio y por lo tanto los datos del respectivo ingenio corresponden a los datos estatales. En segundo lugar, se utilizan rendimientos constantes a escala dado que este supuesto es aplicable tanto a nivel empresa como a datos agregados (Coelli & Prasada, 2000).

Resultados y discusión

El análisis preliminar de las tasas de crecimiento medio anual de algunos de los indicadores de productividad más usuales en la evaluación del desempeño de la agroindustria de la caña de azúcar a nivel estatal en el periodo de zafas 2010/2011-2019/2020 se muestran en el Cuadro 2.

Cuadro 2. Tasas de crecimiento de la productividad de algunas variables de la agroindustria de la caña de azúcar por estado

Entidad	Superficie industrializada (%)	Rendimiento de campo (%)	Caña molida bruta (%)	Azúcar estándar (%)	Eficiencia en fábrica (%)	Rendimiento de fábrica (%)
Campeche	8.46	1.69	10.29	8.45	-0.194	-1.639
Chiapas	0.79	0.86	1.66	1.12	-0.169	-0.497
Colima	2.66	0.29	2.96	3.51	0.233	0.536
Jalisco	2.16	2.08	4.28	4.31	0.009	0.026
Michoacán	2.31	-0.18	2.13	1.70	-0.018	-0.428
Morelos	1.15	-0.10	1.06	1.38	0.468	0.313
Nayarit	0.77	1.16	1.94	1.17	-0.005	-0.749
Oaxaca	1.16	0.58	1.75	-0.28	-0.419	-1.978
Puebla	1.04	-0.09	0.95	0.54	0.187	-0.361
Quintana Roo	2.28	-7.01	-4.89	-6.90	-1.184	-2.025
San Luis P.	0.14	-4.68	-4.55	-5.98	-0.279	-1.497
Sinaloa	-9.28	-1.17	-10.34	-10.51	-0.089	-0.123
Tabasco	2.56	2.70	5.34	4.33	0.189	-0.929
Tamaulipas	1.02	-3.13	-2.14	-3.16	-0.555	-1.023
Veracruz	1.85	-0.54	1.30	-0.10	-0.284	-1.370
Nacional	1.52	-0.41	1.11	0.17	-0.152	-0.917

Fuente: elaborado con base en CONADESUCA (2020b)

En el cuadro es posible observar los siguientes hechos a nivel nacional en el periodo de estudio. La superficie industrializada de caña de azúcar creció sostenidamente en 1.52% en contraste con el rendimiento en campo que decreció en -0.41%. Las tasas de crecimiento de la producción de caña molida bruta y del azúcar base estándar también crecieron en 1.108% y 0.166%, respectivamente. Un hecho que destaca es que dos de los indicadores parciales de productividad considerados más importantes tuvieron una tasa de crecimiento negativa: la eficiencia en fábrica decreció en -0.152% mientras que el rendimiento en fábrica lo hizo en -0.917%. El hecho de considerar tres dígitos decimales para estos indicadores es debido a lo sensible que resulta para el análisis del desempeño de la productividad en la agroindustria cañera.

Por entidad federativa, Veracruz confirma lo que se señala en CONADESUCA (2020b, p. 24): la producción de la caña de azúcar, y consecuentemente la producción de azúcar granulada estándar, ha crecido sostenidamente, al menos para el periodo 2011 a 2020 de manera extensiva. Es decir, su crecimiento ha

estado basado en la superficie sembrada y por lo tanto la cosechada de caña de azúcar. Los indicadores de innovaciones y cambio tecnológico han incluso registrado un decrecimiento, por ejemplo, también en Veracruz el rendimiento en campo de caña de azúcar ha decrecido en -0.54 % en promedio por año. Sinaloa es un caso extremo pues todos sus indicadores han decrecido en el periodo de estudio. Esto es reflejo de que en dicho estado en el periodo de estudio dejaron de operar dos ingenios azucareros: el ingenio Los Mochis dejó de operar en la zafra 2014/2015 y en la zafra 2013/2014 dejó de operar el ingenio Avance Regional (La Primavera). Finalmente, Campeche se destaca porque la tasa de crecimiento de la superficie industrializada de caña de azúcar se incrementó en 8.46% cada año.

Respecto al indicador utilizado en el análisis anterior vale la pena comentar lo siguiente. Como se puede observar, el análisis con la tasa media de crecimiento anual permite visualizar si la variable respectiva creció o decreció en términos de productividad, pero no permite separar en una medida única el desempeño de la unidad de toma de decisiones, en este caso la respectiva entidad federativa, en términos de la eficiencia técnica y del cambio tecnológico. Esta situación, como se verá más adelante, es superada al utilizar el análisis de datos envoltantes aplicado a datos de panel.

Ahora bien, los resultados que se han obtenido del conjunto de datos de panel balanceados de las zafras 2010/2011-2019/2020 para los 15 estados en los que se produce caña para la producción de azúcar como edulcorante se presentan a continuación. En el Cuadro 3 se muestran los estadísticos descriptivos de las variables utilizadas en la investigación.

Cuadro 3. Estadísticos descriptivos de las variables de panel del estudio

Variable		Media	Desv. estándar	Valor mínimo	Valor máximo
PTABEST	Total	394,341	527,877	25,799	2,628,598
	Entre		537,419	66,392	2,216,537
GELECT	Total	69.4	111.0	5.4	652.3
	Entre		109.0	14.2	449.6
GEVAP	Total	1,866,331	2,666,168	133,641	13,500,000
	Entre		2,722,152	381,758	11,300,000
VACARRE	Total	1,089	1,705	84	7,735

	Entre		1,736	191	7,204
CORTAD	Total	4,857	8,319	13	37,597
	Entre		8,508	876	34,888
ENTOCO	Total	297,000,000	902,000,000	419,474	4,180,000,000
	Entre		919,000,000	5,679,461	3,600,000,000
KARBET	Total	112.920	10.953	83.694	139.091
	Entre		10.437	94.940	136.176
CAMOLBR	Total	3,505,829	4,790,749	264,043	23,700,000
	Entre		4,884,633	719,076	20,200,000
SUPCIND	Total	51,065	73,725	2,984	332,186
	Entre		75,763	9,505	312,950
TINETZA	Total	278,604	335,737	36,416	1,796,221
	Entre		342,785	68,991	1,444,790

1 Fuente: elaboración propia con base a la salida del CRAN-R.

2 Dado que se trata de un conjunto de datos balanceado el número total de observaciones es 150 para 15
3 unidades de sección transversal (N) y 10 períodos de tiempo (T). Las unidades de sección transversal
4 corresponden a las 15 entidades federativas en las que se cultiva la caña de azúcar y los 10 periodos de
5 tiempo corresponden a las 10 zafas del estudio; es decir, de la zafra 2010/2011 a la zafra 2019/2020. Por
6 lo tanto, en el Cuadro 3 se deberían mostrar tres tipos diferentes de estadísticos descriptivos: los estadísticos
7 "Totales" basados en las 150 observaciones; los estadísticos "Entre" que son las estadísticos de resumen de
8 las variables de los 15 estados; y los estadísticos "Dentro de" que representan las mediciones de los 10
9 períodos de tiempo. No obstante dado que los estadísticos descriptivos "Entre" en ocasiones presentan
10 valores promedio negativos no se incluyen en el cuadro. Esto ocurre normalmente en datos de panel y no
11 porque el procedimiento de cálculo sea erróneo, no obstante para el presente estudio estos estadísticos no
12 revisten interés.

13 Ahora bien, como se ha mencionado el índice de Malmquist se puede descomponer en varios indicadores:
14 el indicador de cambio en la eficiencia técnica, el indicador de cambio tecnológico (o cambio de la frontera
15 eficiente de producción) y el indicador de la productividad total de los factores. Estos tres indicadores se
16 pueden calcular tanto para el cambio entre periodos (entre zafas) y para cada año para cada una de las
17 unidades de toma de decisiones, que en este caso corresponden a las 15 entidades federativas donde se
18 cultiva la caña de azúcar.

1 En el Cuadro 4 se muestran resultados del cambio entre periodos para los tres indicadores en que se
2 descompone el índice de Malmquist.

3 **Cuadro 4. Cambio entre periodos del índice de Malmquist**

Cambio entre zafras	Cambio en la eficiencia técnica (%)	Cambio tecnológico (%)	Cambio en la productividad total de los factores (%)
2010/11-2011/12	0.9	4.5	5.5
2011/12-2012/13	-0.7	7.4	6.7
2012/13-2013/14	0.9	-3.6	-2.7
2013/14-2014/15	0.1	7.1	7.2
2014/15-2015/16	0.0	12.2	12.2
2015/16-2016/17	-0.2	-3.1	-3.3
2016/17-2017/18	0.2	-5.5	-5.3
2017/18-2018/19	0.0	6.2	6.2
2018/19-2019/20	-0.2	-5.8	-5.9
Promedio	0.1	2.0	2.1

4 Fuente: elaboración propia con base en la salidad del CRAN-R.

5 Como se puede observar, el cambio promedio en la eficiencia técnica entre periodos fue de 0.1%, del cambio
6 tecnológico de 2.0% y de la productividad total de los factores del 2.1%. En el caso del cambios tecnológico
7 si bien se observan los más grandes cambios, por ejemplo el cambio entre la zafra 2014/15 a la zafra 2015/16
8 que fue del 12.2%, tambien se dan regresiones tecnológicas como se observa, por ejemplo, entre las zafras
9 2018/19 y 2019/20, donde la reversión tecnológica fue del -5.8%.

10 Por entidad federativa el cambio promedio en los tres indicadores en que se descompone el índice de
11 Malmquist se exhiben en el Cuadro 5.

12 **Cuadro 5. Índice de Malmquist por entidad federativa**

Unidad de toma de decisiones	Cambio en la eficiencia técnica (%)	Cambio tecnológico (%)	Cambio en la productividad total de los factores (%)
Campeche	0.0	3.0	3.0
Chiapas	0.0	1.7	1.7
Colima	0.0	0.0	0.0
Jalisco	0.0	3.3	3.3
Michoacán	0.0	-0.3	-0.3
Morelos	0.0	0.2	0.2

Nayarit	0.0	2.1	2.1
Oaxaca	-0.3	1.2	0.9
Puebla	0.0	1.5	1.5
Quintana Roo	0.0	-1.0	-1.0
San Luis P.	0.0	0.4	0.4
Sinaloa	0.0	12.5	12.5
Tabasco	2.0	2.4	4.4
Tamaulipas	0.0	1.1	1.1
Veracruz	0.0	2.4	2.4
Nacional	0.1	2.0	2.1

Fuente: elaboración propia con base en la salidad del CRAN-R.

Como se observa en el cuadro, a diferencia de la tasa media de crecimiento anual que solo permite visualizar la productividad para cada variable a la vez, los indicadores en que se descompone el índice de Malmquist permiten sintetizar en un solo un porcentaje la eficiencia técnica, el cambio tecnológico y la productividad total de los factores para diez variables, de la cuales tres son consideradas como productos y siete como insumos. El indicador de cambio en la eficiencia tecnológica muestra que en general durante periodo 2010/11 – 2019/20 se estanco en 13 de las 15 entidades en las que se cultiva caña de azúcar, siendo su valor en tales estados de 0.0%. En Oaxaca, dicho indicador incluso observo un retroceso. Llama la atención el estado de Tabasco donde la eficiencia técnica creció en 2.0%.

En el caso del indicador de cambio tecnológico muestra que en 12 de las 15 entidades federativas donde hay caña de azúcar mostró un incremento en las mejoras tecnológicas e innovaciones. No obstante, en en el periodo de estudio dos estados mostraron una regresión tecnológica: Michoacán y Quintana Roó donde el indicador de cambio tecnológico fue de -0.3% y -1.0%, respectivamente.

Conclusiones

Como se ha podido mostrar el análisis de la eficiencia técnica, el cambio tecnológico y la productividad total de los factores a través de datos de panel y estimados con el metodo no paramétrico de analisis de datos envolventes permite conocer como cambian tales indicadores tanto a través del tiempo, como para las unidades de toma de decisiones en dicho periodo de varios insumos como para varios productos. En la investigación se ha encontrado que la afirmación de que el crecimiento sostenido de la caña de azúcar de

azúcar se ha debido al crecimiento (extensivo) en superficie exclusivamente y que el cambio tecnológico en campo como en fábrica se ha estancado no es del todo correcto. Tres de los indicadores en que se decompone el índice de Malmquist han permitido ubicar en que periodo entre zafras la eficiencia técnica, el cambio tecnológico y la productividad total de los factores han crecido, tenido un retroceso o estancarse. De forma análoga, dicha metodología ha permitido encontrar detectar que estados ha habido mejoras de la eficiencia técnica, mejoras tecnológicas e innovaciones y crecimiento de la productividad total de los factores. A nivel entidad federativa como se observa, en general y en la práctica la eficiencia técnica se estanco para casi todos los estados e incluso se dio un retroceso en Oaxaca. En casi todos los estados existio cambio tecnológico e incorporación de innovaciones a los procesos productivos, excepto en Michoacán y Quintana Roo, donde se dió una regresión tecnológica de -0.1 y -0.3%, respectivamente. En términos de los tres indicadores Colima fue la única entidad donde existio un estancamiento pues los mismo son iguales a cero. Sinaloa, si bien no tuvo mejoras en su eficiencia técnica, muestra una gran incorporación de tecnología e innovaciones pues su índice de cambio tecnológico en el periodo de estudio fue del 12.5%.

Literatura consultada

CEDERSSA (2019). Centro de Estudios para el Desarrollo Rural sustentable y la Soberanía Alimentaria. Determinación del precio de la caña de azúcar al productor. Cámara de Diputados. http://www.cedrssa.gob.mx/files/b/9/87nota_precio_ca%C3%B1a.pdf.

CEMA. 2017. Compañía Editora del Manual Azucarero Mexicano. Manual azucarero mexicano. Editado por Cía Editora del Manual Azucarero, S. A. de C. V., Ciudad de México, México. 487 pp.

Coelli, T. J. & Prasada, R. D. S. (2000). Total factor productivity growth in agriculture: a Malmquist index analysis of 93 countries. *Agricultural Economics*, 1980–2000. 32(1), 115-134. doi: 10.1111/j.0169-5150.2004.00018.x

Coelli, T. J.; Prasada, R. D. S.; O'Donnell, C. J & Batesse, G. E. (2005). An introduction to efficiency and productivity analysis. (Second ed.). Springer.

CONADESUCA (2016). Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar. Informe estadístico del sector agroindustrial de la caña de azúcar en México. Zafras 2008-2009/2014-2015. Ciudad

de México, México.

http://www.cndsca.gob.mx/documentos%20de%20interes/Informe%20Estad%C3%ADstico%20del%20Sector%20Agroindustrial%20de%20la%20Ca%C3%B1a%20de%20Az%C3%BAcar%20en%20M%C3%A9xico%20Zafra%202015_2016.pdf

CONADESUCA. 2020a. Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar. Programa Institucional 2020-2024 del Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar. Ciudad de México, México.

CONADESUCA. 2020b. Comité Nacional para el Desarrollo sustentable de la Caña de Azúcar (2020). 7° Informe Estadístico del Sector Agroindustrial de la Caña de Azúcar en México, zafras 2010-2011/2019-2020. Ciudad de México, México.

Fáre, R.; Grosskopf, S.; Norris, M. & Zhang, Z. (1994). Productivity growth, technical progress and efficiency changes in industrialised countries. *American Economic Review* 84(1), 66–83. doi: 10.2307/2117971

Fáre, R.; Grosskopf, S.; Norris, M. & Zhang, Z. (1994). Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrializes countries. *The American Economic Review*. 84(1): 66-83. doi: 10.2307/2117971

Farrell, M. J. 1957. The Measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*. 120(3): 253-290.

SIAP. 2020. Servicio de Información Agroindustrial y Pesquera. Anuario estadístico de la producción agrícola. <https://nube.siap.gob.mx/cierreagricola/>.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

Literatura citada

- ABG (Asociación Bancaria de Guatemala). (2013). Sector Azucarero. Disponible en <https://abg.org.gt/pdfs/marzo2013/SECTOR%202%20AZUCAR%20MARZO%202013.pdf>.
- Ali, S., Badar, N. and Fatima, H. (2015) Forecasting Production and Yield of Sugarcane and Cotton Crops of Pakistan for 2013-2030. *Sarhad Journal of Agriculture*, 31(1): 1-10.
- Alonso, J. C. y Arcila, A. M. (2013). Empleo del comportamiento estacional para mejorar el pronóstico de un *commodity*: el caso del mercado internacional del azúcar. *Estudios Gerenciales* 29(129): 406-415
- BM. Banco de México (2021). Tipo de cambio promedio del periodo - (CF86). Disponible en <https://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?sector=6&accion=consultarCuadro&idCuadro=CF86&locale=es>
- Box, G. E. P. & Jenkins, W. M. (1976). Time series analysis. Forecasting and control. Holden-Day, Oakland, CA: 589 pp.
- Box, G. E. P., and G. M. Jenkins (1975) Time Series Analysis: Forecasting and Control. Revised edition, Holden-Day, San Francisco.
- Brooks, C. & Wichmann, R. (2019). Eviews guide to accompany introductory econometrics for finance. 4th edition. Henley Business School, University of Reading, UK: 123 pp.
- Brooks, C. (2019). Introductory econometrics for finance. Wiley. [Fourth edition]. Business and Economics <http://eccsf.ulbsibiu.ro/articole/vol91/918kumar&anand.pdf>
- Cervantes Osornio, R. (2010) Redes neuronales artificiales para estimar y predecir variables climatológicas relacionadas con la evapotranspiración de referencia.
- Chen, J. (2020). Investopedia. Sugar No.11. <https://www.investopedia.com/terms/s/sugar-11.asp>
- Comité Nacional para el Desarrollo sustentable de la Caña de Azúcar-CONADESUCA (2017). 4º. Informe estadístico del agroindustrial de la caña de azúcar, ciudad de México.

- Comité Nacional para el Desarrollo sustentable de la Caña de Azúcar -CONADESUCA (2017). Listado De municipios asociados a la producción de caña de azúcar. Disponible en: [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/256397/Listado de municipios asociados a producci n de az car.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/256397/Listado_de_municipios_asociados_a_produccion_de_azucar.pdf). Consultado el 18 de septiembre de 2017.
- Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar (CONADESUCA) (2020). 7º informe estadístico. [http://conadesuca.gob.mx/DocumentosExternos/7 Informe Estadistico.pdf](http://conadesuca.gob.mx/DocumentosExternos/7_Informe_Estadistico.pdf)
- Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar (CONADESUCA) (2018). Metodología para determinar el precio de referencia del azúcar base estándar para el pago de la caña de azúcar. [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/394401/Metodologia_Vigente_d e_Precio_de_Referencia-SEPTIEMBRE2018__1_.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/394401/Metodologia_Vigente_de_Precio_de_Referencia-SEPTIEMBRE2018__1_.pdf)
- Commodity price volatility: a GARCH application. *Applied Economics Letters*, Vol. 8(9): 593-598.
- Compañía Editorial del Manual Azucarero (CEMA). (2021). Manual azucarero mexicano. [Publicación Anual].
- CONADESUCA (2018). Caña de azúcar. Estadísticas internacionales de producción. Disponible en <https://www.siiiba.conadesuca.gob.mx/siiaca/Consulta/verDoc.aspx?num=1048>
- CONADESUCA (2016). Comité Nacional para el Desarrollo Sustentable de la Caña de Azúcar. Metodología para determinar el precio de referencia del azúcar base estándar para el pago de la caña de azúcar. Recuperado de <http://www.conadesuca.gob.mx/politica%20comercial/Metodologia%20Vigente%20de%20Precio%20de%20Referencia-OCTUBRE2016.pdf>
- Cryer, J. D. & Chan K. S. (2008). *Time series analysis with application in R*. [2nd edition]. Springer.
- Derecho Internacional (DI) (2021). Convenio Internacional del Azúcar, 1968. Nueva York, 3 y 24 de diciembre de 1968. Disponible en

<https://www.dipublico.org/11032/convenio-internacional-del-azucar-1968-nueva-york-3-y-24-de-diciembre-de-1968/>

Enders, W. (2015). Applied econometrics time series. Wiley [4th edition].

ERS-USDA (2021). Economic Research Service-United States Department of Agriculture. Sugar and Sweeteners Yearbook Tables. Disponible en <https://www.ers.usda.gov/data-products/sugar-and-sweeteners-yearbook-tables/sugar-and-sweeteners-yearbook-tables/#Sugar%20and%20Sweeteners%20in%20Mexico>

Fideicomisos Instituidos en Relación a la Agricultura. 2016. FIRA. Panorama agroalimentario. Azúcar. 2015. Morelia, Michoacán, México.

Fidel Herrera. Portal del Futuro. México, DF. Senado de la Republica. 2002. Página 170.

Godana, A. A., Ashebir, & A. Yirtav, T. G. (2014). Statistical analysis of domestic price volatility of sugar in Ethiopia. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics* 3(6): 177-183.

Gujarati, D. N. (2002). Basic econometric. [4th. Ed.]. McGraw-Hill/Irwin. 1003 pp.

Gudoshnikov, S.; Jolly, L. & Spence, D. (2004). The world sugar market. CRC Press, Washington, D.C. & Woodhead Publishing Limited, Cambridge. England: 343 pp.

International Commision for Uniform Methods of Sugar Analysis (ICUMSA). Libro de métodos 2005. New York: Bartens, The Sugar and Sweetener Publisher, 2005. 390 pp.

INEGI (2021). Instituto Nacional de Estadística y Geografía. Índice nacional de precios al consumidor y sus componentes. Disponible en https://www.inegi.org.mx/app/tabulados/default.aspx?nc=ca55_2018

Intercontinental Exchange Inc. (2012). ICE Futures US Sugar No. 11 and Sugar No. 16. Retrieved 11-9-2013, 2013, from https://www.theice.com/publicdocs/ICE_Sugar_Brochure.pdf.

ISO (2021). International Sugar Organization. <https://www.isosugar.org/>

Inversiopedia (2021). Azúcar No.11. Definición Financiera. Disponible en <https://inversiopedia.com/azucar-no-11/>

Jai, D., S. & Thomson, F. (2018). Financierización: guía básica. Transnational Institute, FUHEM Ecosocial y ATTAC España: 50 pp. Recuperado de

<https://www.fuhem.es/wp-content/uploads/2018/04/Financierizacion-guia-basica.pdf>

- Jordaan, H., Grove, B., Jooste, A. and Alemu, Z.G. (2007). Measuring the price volatility of certain field crops in South Africa using ARCH/GARCH approach. *Agrekon* 46(): 306-322.
- Kwamka, L., Orwa, G. O. & Muga, Z. M. (2019). Forecasting monthly sugar cane yields using Box Jenkin's predictive models in Kenya. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics* 4(6): 147-151.
- Lakonishok, J. y Smidt, S. (1988). Are seasonal anomalies real? A ninety-year
- Lamaa, A., Jhab, G. K., Paula, R. K. & Gurung, B. (2015). Modelling and forecasting of price volatility: an application of GARCH and EGARCH models. *Agricultural Economics Research Review*, Vol. 28(1): 73-82.
- MacKinnon, J. G. (1996). Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests. *Journal of Applied Econometrics*. Vol. 11(6): 601-618.
- Mandal, B., N. (2005). Forecasting sugarcane production in India with ARIMA model. *Inter Stat*.
- Manoj, Kumar and Madhu, Anand (2012). An application of time series ARIMA forecasting model for predicting sugarcane production in India.
- Mones, M. (2019). IMMEX: ¿Qué es y cómo Funciona? Comercio y Aduanas. <https://www.comercioyaduanas.com.mx/comercioexterior/immex-que-es/>
- Mwanga D., Ong'ala J. and Orwa G. (2017). Modeling sugarcane yields in the Kenya sugar industry: A SARIMA model forecasting approach. *International Journal of Statistics and Applications*. Vol. 7(6): 280-288
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heterokedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, Vol 59(2): 347-370.
- O'Hara, I. M. (2016). The sugarcane industry, biofuel, and bioproduct perspectives. Chapter 1 in Ian M. O'Hara & Sagadevan G. Mundree (Eds.). *Sugarcane-based biofuels and bioproducts*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ: 407 pp.
- O'Hara, I. M. (2016). The sugarcane industry, biofuel, and bioproduct perspectives. In Ian M. O'Hara & Sagadevan G. Mundree (Eds.) *Sugarcane-based biofuels and bioproducts* (p. 11). John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey: 407 pp.

- ODEPA (2003). Oficina de Estudios y Políticas Agrarias del Ministerio de Agricultura de Chile. Mercado del azúcar y precios de referencia para la aplicación de banda de precios. Informe Final. Pontificia Universidad Católica de Chile. Recuperado de <https://www.odepa.gob.cl/odepaweb/servicios-informacion/publica/Estudio-Mercado-Azucar-PUC.pdf>
- OECD (2021). Organization for Economic Co-operation and Development, Consumer Price Index: All Items for the United States. <https://fred.stlouisfed.org/series/USACPIALLMINMEI>
- Pecar, B. (2017). Box-Jenkins ARIMA modelling in Excel. Amazon electronic book. 78 pp.
- Pechrová, M. & Šimpach, O. (2017), Modelling the development of the consumer price of sugar, *Proceedings of the 35th International Conference Mathematical Methods in Economics*, Hradec Králové (Editor), pp. 527–531.
- Pérez, Ramírez, F. O. (2006). Modelación de la volatilidad y pronóstico del precio del café. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín* 5(9): 45-58.
- perspective. *Review of Financial Studies*, Vol .1(4): 403-425.
- Plataforma Digital de Economía, Derecho y otras Ciencias Sociales y Humanas (LAWI) (2021). Acuerdo Internacional del Azúcar. Disponible en <https://leyderecho.org/acuerdo-internacional-del-azucar/>
- Pop, L. R., Rovinaru, M. & Rovinaru, F. (2013). The challenges of sugar market: an assessment from the prices volatility perspective and its implications for Romania. *Procedia Economics and Finance* 5(5): 605-614.
- Ruiz, R., J.; Hernández. R. G. E. & Zulueta R., R. (2011). Análisis de series de tiempo en el pronóstico de la producción de caña de azúcar. *Terra Latinoamericana*. Vol. 29(1): pp. 103-109.
- Russo, S. L, Gomes, M., I. A., Santana, L. V. & Fabris J. P. () Employment of ARIMA models for prediction of Sugarcane in Sergipe, Brazil. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 7(11): 139-147.
- Servicio de Información Agroindustrial y Pesquera (SIAP) (2021). Anuario Estadístico de la Producción Agrícola. <https://nube.siap.gob.mx/cierreagricola/>

- SNIIM (2021). Sistema Nacional de Información e Integración de Mercados.
<http://www.economia-sniim.gob.mx/nuevo/>
- SRE. Secretaria de Relaciones Exteriores de México. Acuerdo Internacional del Azúcar.
Recuperado de <https://aplicaciones.sre.gob.mx/tratados/ARCHIVOS/CONVENIO-AZUCAR.pdf>
- Suresh, K. K. & Krishna, P., S. R. (2011). Forecasting sugarcane yield of Tamilnadu using ARIMA models. *Sugar Tech*, 13(1):23–26,
- Suresh, K. K. and Krishna, P. S. R (2011). Forecasting sugarcane yield of Tamilnadu using ARIMA models. *Sugar Tech* 13(1):23–26. DOI 10.1007/s12355-011-0071-7.
- Taylor III, B. W. (2016). Introduction to management science. Pearson [12th edition].
- Taylor, S. J. & Kingsman, B. G. (1978). Non-Stationary in sugar price. The Journal of the Operational Research Society, Vol. 29(10): 971-980.
- Yang, J., Haigh, M. S. & Leatham, D. J. (2001). Agricultural liberalization policy and

Anexos

Anexo A. Precios anuales nominal y precio real al mayoreo del azúcar estándar y refinada

Año	PNAE (MX\$/ton)	PNAR (MX\$/ton)	PRAES (MX\$/ton)	PRARE (MX\$/ton)
1994	1,819	2,037	12,671	14,193
1995	2,395	2,660	12,362	13,729
1996	3,260	3,605	12,520	13,847
1997	3,517	4,198	11,200	13,366
1998	3,867	4,409	10,622	12,110
1999	4,267	4,993	10,052	11,762
2000	4,500	5,010	9,683	10,781
2001	4,498	5,353	9,099	10,828
2002	4,999	5,818	9,627	11,206
2003	5,691	6,668	10,484	12,283
2004	6,260	6,814	11,016	11,990
2005	5,987	6,715	10,132	11,363
2006	6,902	8,187	11,271	13,370
2007	6,350	7,561	9,973	11,875
2008	5,293	6,461	7,908	9,653
2009	8,664	9,603	12,293	13,625
2010	10,694	12,367	14,569	16,848
2011	11,585	12,579	15,262	16,572
2012	9,697	11,836	12,271	14,977
2013	7,167	8,309	8,736	10,128
2014	8,007	9,215	9,383	10,799
2015	9,203	10,563	10,500	12,051
2016	12,584	13,441	13,962	14,913
2017	14,827	16,253	15,514	17,006
2018	13,014	15,067	12,981	15,029
2019	14,604	16,314	14,055	15,702
2020	17,229	19,616	16,037	18,260
Promedio	7,662	8,728	11,636	13,269
TCMA	9.03	9.10	0.91	0.97

La definición de las variables:

PNAE	=	Precio Nominal Azúcar Estándar
PNAR	=	Precio Nominal Azúcar Refinada
PRAES	=	Precio Real Azúcar Estándar
PRARE	=	Precio Real Azúcar Refinada

Anexo B. Derivación del modelo algebraico del proceso SARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂

En la revisión de literatura pocas veces se reporta la forma algebraica que tiene un modelo del tipo ARIMA y su variante SARIMA. En este anexo se deriva la forma algebraica que tiene un modelo SARIMA del tipo que fue identificado por el TRAMO/SEAT para el precio del azúcar en la Central de Abastos de la Ciudad de México a partir el modelo general de Box-Jenkins.

Como se menciona en el tercer capítulo el modelo general de Box-Jenkins (1976) es el siguiente:

$$\Phi_p(B^s)\phi(B)\nabla_s^D\nabla^d x_t = \Theta_Q(B^s)\theta(B)\varepsilon_t$$

donde la descripción notación de la forma compacta del modelo general es:

Notación	Descripción del modelo/operador compacto
$\Phi_p(B^s)$	Modelos autoregresivo estacional
$\Theta_D(B^s)$	Modelo de promedios móviles estacional
$\phi(B)$	Modelo autoregresivo no estacional
$\theta(B)$	Modelo de promedios móviles no estacional
∇_s^D	Operador de diferencias del proceso estacional
∇^d	Operador de diferencias del proceso no estacional

Además

P	Orden del componente autoregresivo estacional
p	Orden del componente autoregresivo no estacional
D	Orden del componente de promedios móviles estacional
d	Orden del componente de promedios móviles no estacional
s	Indica el número de rezagos que tiene el componente estacional
B	Operador de rezago
∇	Operador de diferencias
Φ	Símbolo que denota al modelo autoregresivo estacional más no tiene ninguna función como operador
Θ	Simbolo que denota al modelo de promedios móviles y no tiene ninguna función como operador
ϕ	Símbolo que denota al modelo autoregresivo no estacional y no tiene ninguna función como operador
θ	Símbolo que denota al modelo de promedios móviles no estacional

En la revisión de literatura se encontró que el modelo autoregresivo, integrado y promedios móviles estacional suele denotarse según el contexto y autor. Por ejemplo si el orden de los términos autoregresivos, de promedios móviles y el orden de integración tanto en la parte no estacional como en la estacional son todos iguales a la unidad y además la estacionalidad de cada año, por ejemplo, la producción de azúcar estándar se da en la época de mayor molienda de caña de azúcar que son los meses de marzo y abril entonces la estacionalidad corresponderá a 12 meses, por lo tanto el indicador s de estacionalidad será $s = 12$. De esta manera el modelo SARIMA se denota como:

$$SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s = SARIMA(1,1,1)(1,1,1)_s$$

En la notación del modelo general de Box-Jenkins este modelo tendría la siguiente apariencia:

$$\Phi_p(B^s)\phi(B)\nabla_s^D\nabla^d x_t = \Theta_Q(B^s)\theta(B)\varepsilon_t$$

que con los valores anteriores se denota:

$$\Phi_1(B^{12})\phi(B)\nabla_{12}^1\nabla^1x_t = \Theta_1(B^{12})\theta(B)\varepsilon_t$$

Debe destacarse que los términos de orden del modelo autoregresivo y de promedios móviles no estacional, p y q , respectivamente, es común que no se coloquen en el modelo general Box-Jenkins. No obstante si estos denotadores de orden se colocaran en dicho modelo este tendría la siguiente apariencia:

$$\Phi_p(B^s)\phi_p(B)\nabla_s^D\nabla^d x_t = \Theta_q(B^s)\theta_q(B)\varepsilon_t = \Phi_1(B^{12})\phi_1(B)\nabla_{12}^1\nabla^1 x_t = \Theta_1(B^{12})\theta_1(B)\varepsilon_t$$

En este contexto, la obtención del modelo algebraico identificado por el TRAMO/SEAT para el precio real del azúcar en la Central de abasto de la Ciudad de México (PRAIZT) fue el $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s = SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_s$ es obtenido a través del procedimiento que sigue.

El modelo del PRAIZT carece de término autoregresivo tanto en su parte no estacional como en la estacional y ambos términos de promedios móviles son de orden uno mientras que el orden de integración para ambas partes también son de orden uno y la parte estacional es $s = 12$.

La derivación algebraica del modelo $SARIMA(0,1,1)\times(0,1,1)_{12}$ sigue a Cryer & Chan (2008, p. 236).

Observe que $p = P = 0$, es decir que el modelo carece de términos autoregresivos, por lo que el modelo general se reduce a:

$$\nabla_s^D\nabla^d x_t = \Theta_q(B^s)\theta_q(B)\varepsilon_t$$

Ahora bien, se tiene que $d = D = 1$ y $s = 12$

$$\begin{aligned}\nabla_s^D\nabla^d x_t &= (1-B^s)^D(1-B)^d x_t = (1-B^{12})^1(1-B)^1 x_t = \\ &= [(1)(1) + (1)(-B) + (-B^{12})(1) + (-B^{12})(-B)]x_t = [1-B-B^{12}+B^{13}]x_t = \\ &= x_t - Bx_t - B^{12}x_t + B^{13}x_t = \\ &= x_t - x_{t-1} - x_{t-12} + x_{t-13}\end{aligned}$$

En resumen:

$$\nabla_s^D \nabla^d x_t = x_t - x_{t-1} - x_{t-12} + x_{t-13}$$

Al realizar las operaciones con la parte derecha de la expresión que quedo al eliminar la parte autoregresiva estacional y la no estacional de la expresión general se procede como sigue. Dado que $d = Q = 1$ implica que la parte no estacional y la parte estacional de la parte de promedios móviles son de orden uno. Tomando lo que corresponde a la parte de orden uno de los términos de promedios móviles cuadro principal se tiene:

$$\begin{aligned} \Theta_Q(B^s)\theta_q(B)\varepsilon_t &= \Theta_1(B^{12})\theta_1(B)\varepsilon_t = (1 - \Theta_1 B^{12})(1 - \theta_1 B)\varepsilon_t = \\ &= [(1)(1) + (1)(-\theta_1 B) + (-\Theta_1 B^{12})(1) + (-\Theta_1 B^{12})(-\theta_1 B)]\varepsilon_t = \\ &= [1 - \theta_1 B - \Theta_1 B^{12} + \Theta_1 B^{12}\theta_1 B]\varepsilon_t = [1 - \theta_1 B - \Theta_1 B^{12} + \Theta_1 \theta_1 B^{13}]\varepsilon_t = \\ &= \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Theta_1 \varepsilon_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 \varepsilon_{t-13} \end{aligned}$$

Igualando los resultados del lado izquierdo con los de la parte derecha se tiene:

$$x_t - x_{t-1} - x_{t-12} + x_{t-13} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Theta_1 \varepsilon_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 \varepsilon_{t-13}$$

Resolviendo para x_t se obtiene modelo SARIMA que subyace detras de los resultados que reportan los software estadísticos como SAS.

$$x_t = x_{t-1} + x_{t-12} - x_{t-13} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Theta_1 \varepsilon_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 \varepsilon_{t-13}$$

Observe que el lado derecho corresponde al proceso generador de las realizaciones de la serie de tiempo x_t .

Anexo C. Programas SAS

Los programas SAS con los que se generaron los modelos SARIMA correspondientes al precio del azúcar Contato 11 y al precio del azúcar en la CEDA Iztapalapa en la Ciudad de México son los descritos a continuación.

```
data azucar;
input x;
xlog=log(x);
date = intnx( 'month', '31jan1994'd, _n_ );
format date monyy.;
cards;
4191.388414
4164.581032
3925.521511
3825.433927
3854.857786
3780.082201
3718.907058
3722.230351
3676.702889
3640.370101
3596.185109
3148.426047
2163.297996
2180.059741
1862.767318
1842.225702
1948.605135
1912.962341
1900.333193
1894.092951
2035.267279
1970.24302
1735.171632
1734.185187
1702.049692
1700.27328
1731.474566
1718.865391
1708.290152
1699.876332
1676.562582
1714.222192
1723.782234
```

1626.716543
1460.349241
1370.004018
1500.276771
1683.657224
1548.675967
1475.824561
1413.721652
1443.823867
1417.936231
1402.71325
1411.253304
1329.798847
1197.926292
1206.012023
1274.719397
1196.769068
1038.329357
1086.746895
1176.444099
1180.15411
1153.70407
1223.68176
1124.997805
1118.879056
1163.960081
1163.353817
1085.367637
1046.387883
968.8297745
936.4757778
933.235019
1110.925979
1104.646537
1029.688267
1048.277747
1079.723673
1177.794796
1095.970904
1035.011622
973.1801418
981.4918955
935.4363452
1001.427293
952.856582
1060.602875
1072.276733

1047.68354
994.4499014
1071.346329
1153.658795
1048.17194
994.5047971
889.8548574
827.4793765
824.8796658
974.4901476
985.0378808
969.6033744
1060.666761
1063.51945
1034.252678
1011.505355
1054.018074
1056.241991
1049.839152
1028.109428
982.2827782
946.2442901
964.8774322
967.9607716
959.9161784
986.9953378
983.720101
984.7571575
944.663748
907.801535
899.2371505
942.4403347
988.1108471
982.3765471
1009.261983
984.2214252
989.7071221
988.7385169
987.6107665
1023.563829
1017.440963
958.7624923
939.8071931
938.2997911
918.1809926
944.3802713
981.841057

1007.551903
1005.854629
1002.399499
985.8278873
1009.829734
982.9394932
957.7380292
934.6017055
933.4967117
945.7197866
956.1761634
943.6101745
950.3052448
904.2513335
882.2491037
887.5234207
882.2188005
877.3652928
866.2606043
836.000023
870.4838168
995.1049128
1023.997328
996.9481727
1208.140255
1299.773271
1171.689017
1135.160482
1100.898046
1047.217174
992.5145293
986.3129114
981.3282935
975.5407603
945.5015315
937.7586704
872.8172949
815.1957373
805.4902745
771.7009959
827.5727097
774.7821051
737.3225306
736.704706
786.1393996
739.7436287
726.0221195

783.8035361
771.176577
730.0997387
615.4671326
585.6010167
603.3588027
565.3483791
537.1326107
563.1877557
698.3721754
731.380494
792.8922445
901.9807016
1014.091781
1384.180773
1310.553456
1278.985777
1217.709693
1189.163651
1327.257633
1229.019037
1236.145396
1105.908794
1041.488279
1056.294345
1077.53244
1193.978959
1180.04595
1144.536844
1062.457166
1107.593945
1090.441093
1121.986162
1167.130474
1222.282099
1208.561936
1271.740253
1350.610878
1289.117761
1400.505119
1298.316303
1161.088522
1113.593618
1107.281273
1045.662951
1010.328311
1062.579148

940.1390998
930.9001749
858.8285648
809.8301637
820.6711291
755.4844372
738.8758941
723.5382017
760.9330673
762.4689508
683.3941978
615.8937218
648.7906064
648.6188957
694.273158
650.4001387
615.437491
670.9933891
733.686872
681.3735871
614.045316
612.3310744
609.656836
663.336986
787.3976579
768.920253
782.7715086
804.0712506
786.1194285
727.0902868
628.308827
604.4501747
580.0368519
555.4577855
574.7998963
574.2465767
669.6608725
656.9327352
668.9364912
774.1432743
776.2987441
747.0931349
711.4570006
658.2017234
675.440223
695.3900801
750.9283372

719.4504642
723.1593666
780.0783299
855.6679173
824.3194949
826.9539436
744.5231163
701.5421473
650.4318129
671.285738
696.9002207
731.9732409
841.8799043
936.5727966
926.0684947
924.1061969
951.6918455
869.6530102
861.9129836
830.5075814
805.789609
737.6258677
689.203315
764.8613945
688.4525122
684.6643308
705.9838114
702.6387353
668.2205772
612.7783148
555.0609053
512.1978024
586.8400355
746.2738261
704.2815702
774.8968509
771.4724649
760.8599554
764.4197872
715.3567698
708.3394792
771.1060549
728.419363
726.7457905
723.9102347
727.2290809
673.2713936

```
694.2948305
705.1785825
752.405918
776.2867649
776.9814309
798.1161816
793.2912454
788.9873475
782.0475623
```

```
;
```

```
/*-- Modelo estacional para el precio del azúcar CEDA Iztapalapa --*/
```

```
proc arima data=azucar;
  identify var=x(1,12);
  estimate q=(1)(12) noint method=ml;
  forecast id=date interval=month printall out=b;
run;
proc print data =b;
var forecast x l95 u95 ;
run;
```