



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DEPARTAMENTO DE ZOOTECNIA

**COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA ESTIMAR CURVAS DE
LACTANCIA EN DIFERENTES GENOTIPOS BOVINOS**

T E S I S

**QUE COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE**

**MAESTRO EN CIENCIAS
EN PRODUCCIÓN ANIMAL**

P R E S E N T A

ENRIQUE GENARO MARTÍNEZ GONZÁLEZ

Bajo la supervisión de: José Guadalupe García Muñiz, Ph. D.



**Noviembre de 2005
Chapingo, Estado de México**

COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA ESTIMAR CURVAS DE LACTANCIA EN DIFERENTES GENOTIPOS BOVINOS

Tesis realizada por Enrique Genaro Martínez González bajo la dirección del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN PRODUCCIÓN ANIMAL

DIRECTOR:

Ph. D. José Guadalupe García Muñiz

ASESOR:

Ph. D. Rafael Nuñez Domínguez

ASESOR:

Ph. D. Rufino López Ordaz

ASESOR:

Ph. D. Rodolfo Ramírez Valverde

A. T 3288

DEDICATORIA

A mis padres, Mario y Cecilia, porque ambos son mi más grande orgullo y siempre me han motivado para seguir adelante...

A mis hermanas Isabel, Angélica, Daniela y Esmeralda, quienes siempre logran arrancarme una sonrisa, las quiero mucho...

A mi hermano Alejandro, porque además del lazo de sangre que nos une, es y será siempre mi mejor amigo. Muchas gracias por todo...

A ti, porque siempre has estado junto a mí.

Genaro

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por haberme dado la oportunidad de cumplir una meta más en mi vida.

A la Universidad Autónoma Chapingo y al Posgrado en Producción Animal, por darme la oportunidad de realizar los estudios de Maestría.

Al Ph. D. José Guadalupe García Muñiz, por su valiosa y acertada dirección en la realización del presente trabajo.

Al Ph. D. Rafael Núñez Domínguez, por su valiosa colaboración, apoyo y asesoramiento en la presente investigación.

Al Ph. D. Rufino López Ordaz, por su invaluable asesoramiento en la realización del presente trabajo.

Al Ph. D. Rodolfo Ramírez Valverde, por sus acertadas observaciones e invaluable sugerencias que enriquecieron y mejoraron el trabajo.

A todos mis amigos del Posgrado en Producción Animal. Muchas gracias por su amistad y por todos los momentos agradables que juntos vivimos.

Enrique

DATOS BIOGRÁFICOS

1. DATOS PERSONALES

Nombre: Enrique Genaro Martínez González

Fecha de Nacimiento: 13 de octubre de 1979

Lugar de origen: Santa Ma. Tenexpam, Huitzo, Etlá, Oaxaca

Profesión: Ingeniero Agrónomo Zootecnista

Cédula profesional: 3788516

2. FORMACIÓN ACADÉMICA

1985-1991 Escuela Primaria “Francisco Sarabia”, Santa María Tenexpam, Huitzo, Etlá, Oaxaca.

1991-1994 Escuela Secundaria Técnica No. 74 “Rufino Tamayo”, San Pablo Huitzo, Etlá, Oaxaca.

1994-1997 Preparatoria Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, Estado de México.

1997-2001 Departamento de Zootecnia de la Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, Estado de México.

2003-2005 Maestría en Producción Animal en el Departamento de Zootecnia de la Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo Estado de México.

ÍNDICE

DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTOS	IV
DATOS BIOGRÁFICOS	V
LISTA DE CUADROS	VII
LISTA DE FIGURAS	VII
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 2. ECUACIONES PARA AJUSTAR CURVAS DE LACTANCIA EN ANIMALES DOMÉSTICOS: UNA REVISIÓN DE LITERATURA	3
ECUACIONES PARA ESTIMAR PRODUCCIÓN DE LECHE	3
COMPARACIÓN DE ECUACIONES	12
FACTORES QUE AFECTAN LA CURVA DE LACTANCIA	17
LITERATURA CITADA	26
CAPÍTULO 3. COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA ESTIMAR CURVAS DE LACTANCIA EN DIFERENTES GENOTIPOS BOVINOS.....	32
RESUMEN.....	33
SUMMARY	34
INTRODUCCIÓN	35
MATERIALES Y MÉTODOS	36
RESULTADOS	43
DISCUSIÓN	49
LITERATURA CITADA	58
APÉNDICES	62
APÉNDICE 1. PROGRAMAS EN SAS UTILIZADOS PARA AJUSTAR LAS ECUACIONES EVALUADAS.	62
APÉNDICE 2. PROGRAMAS EN SAS UTILIZADOS PARA OBTENER LOS LUGARES JERÁRQUICOS DE LOS CUADRADOS MEDIOS DE RESIDUALES DE LAS ECUACIONES EVALUADAS.	81
APÉNDICE 3. VALORES PROMEDIO DEL ESTADÍSTICO DURBIN-WATSON PARA 16 ECUACIONES EN DIFERENTES GENOTIPOS.....	82

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1. Ecuaciones para estimar la curva de lactancia de animales domésticos.....	5
Cuadro 2. Duración promedio de la lactancia y frecuencia de medición de la producción de leche (PL) para cada genotipo.	37
Cuadro 3. Descripción de las ecuaciones comparadas en los diferentes genotipos.	39
Cuadro 4. Valores para considerar autocorrelación de acuerdo con el valor del estadístico de Durbin-Watson.....	42
Cuadro 5. Jerarquización de 16 ecuaciones para predecir curvas de lactancia en diferentes genotipos.....	44
Cuadro 6. Porcentajes de lactancias con autocorrelación positiva para 16 ecuaciones en diferentes genotipos.....	46
Cuadro 7. Porcentajes de lactancias con por lo menos una producción de leche diaria negativa, para 16 ecuaciones en diferentes genotipos.	48
Cuadro 8. Porcentajes de lactancias con producción de leche predicha extrema en el día del pico de producción, para 16 ecuaciones en diferentes genotipos.	50

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Producción de leche estimada en vacas Suizo Americano (n=827). .	56
Figura 2. Producción de leche estimada con la ecuación de Schaeffer <i>et al.</i> , (1977) a través de genotipos.	57

CAPÍTULO 1. Introducción

La producción de leche (PL) es una característica económicamente importante, no sólo en bovinos lecheros, sino también en los bovinos para carne. Se han propuesto diversos modelos matemáticos para describir la PL a través de la lactancia en animales domésticos.

Una característica común en los sistemas de PL, particularmente en bovinos de doble propósito, es la falta de registros de producción. Difícilmente se puede realizar un análisis adecuado de la productividad de estos sistemas, si no se dispone del registro de las salidas de leche del mismo. Los sistemas de PL en el trópico se basan en animales de diferentes genotipos, provenientes principalmente de cruzamientos entre razas *Bos taurus* x *Bos indicus*. Estas diferencias en la proporción de genes europeos o cebuínos provoca variabilidad en los niveles de PL.

La descripción apropiada de las curvas de lactancia permite entender mejor los sistemas de producción, proporciona información útil en el desarrollo de las estrategias de selección, y ayuda a determinar estrategias óptimas de producción y manejo para mejorar la eficiencia y rentabilidad de los sistemas de producción, así como modificar genéticamente la curva de lactancia (Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000).

Sin embargo, la información es escasa cuando se habla de bovinos productores para carne, así como para animales de doble propósito en los trópicos, y es

muy probable que el ajuste de las ecuaciones tradicionalmente evaluadas en razas especializadas en la PL, no sea el mismo en los genotipos que comúnmente se encuentran en el trópico.

En el Capítulo 2 se presenta una revisión de literatura que contiene información referente a las ecuaciones más utilizadas para estimar PL en animales domésticos, investigaciones en las cuales se han realizado comparaciones de ecuaciones para estimar PL, así como los diversos factores que afectan la curva de lactancia. Finalmente, en el Capítulo 3 se presenta el artículo científico derivado de la comparación de 16 ecuaciones para estimar curvas de lactancia de bovinos Suizo Americano (SA), *Bos indicus* (BI), y diversas proporciones de BI y *Bos taurus* (BT) ($\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ BT, $\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT, $\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT).

CAPÍTULO 2. Ecuaciones para ajustar curvas de lactancia en animales domésticos: Una revisión de literatura

Ecuaciones para estimar producción de leche

Una característica común en los sistemas de producción de leche (PL), particularmente en bovinos de doble propósito, es la falta de registros de producción. Difícilmente se puede realizar un análisis adecuado de la productividad de estos sistemas, si no se dispone del registro de las salidas de leche del mismo. La PL es una característica económicamente importante, no sólo en bovinos lecheros, sino también en los bovinos para carne. Se han propuesto diversos modelos matemáticos para describir la PL a través de la lactancia en animales domésticos.

La ecuación utilizada más ampliamente es la función gama incompleta propuesta por Wood (Wood, 1967). Sin embargo, se han desarrollado ecuaciones alternativas como consecuencia de la falta de ajuste de la ecuación de Wood para medir la PL en ciertas condiciones y por la dificultad de interpretación biológica de sus parámetros (Ramírez *et al.*, 1998; Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000). Aunque la mayoría de las ecuaciones son en realidad modificaciones de la ecuación propuesta por Wood (Schaeffer *et al.*, 1977; Cobby y Le Du, 1978; Wilmink, 1987).

Recientemente se han propuesto nuevas ecuaciones para ajustar curvas de lactancia en mamíferos, que no son reparametrizaciones de la ecuación de Wood (Ali y Schaeffer, 1987; Cobuci *et al.* 2000; Jamrozik *et al.* 2002), cuyos atributos son su capacidad para describir un amplio rango de formas de curvas de lactancia en diferentes condiciones ambientales y de manejo. El Cuadro 1 presenta algunas de las ecuaciones utilizadas en diversos estudios para ajustar la curva de lactancia en diferentes especies de animales domésticos. Las primeras ecuaciones propuestas por Brody *et al.* (1923) y Gaines (1927; citado por Meráz, 2001) describen la fase reductiva de la curva de lactancia; sin embargo, no consideran la tasa de crecimiento inicial al pico de producción.

En 1950, Sikka propuso una función parabólica exponencial, que proyecta una curva tipo campana, esta ecuación presenta un buen ajuste en la primera etapa de la lactancia; sin embargo, presenta algunos problemas para ajustar la PL cerca del área del pico de producción (Papajcsik y Boderó, 1988; Scherchand *et al.* 1995). La ecuación propuesta por Wood (1967) fue la primera que describió la curva de lactancia en forma completa, razón por la cual ha sido la más utilizada en la comparación de ecuaciones en varias especies animales. Sin embargo, esta ecuación presenta algunas limitaciones como: 1) la producción de curvas atípicas debido a valores negativos de los parámetros b o c (Strandberg y Lundberg, 1991); 2) la pendiente pronunciada en la curva de PL al inicio y final de la lactancia; 3) la alta correlación de sus parámetros, y 4) la difícil interpretación biológica de sus parámetros.

Cuadro 1. Ecuaciones para estimar la curva de lactancia de animales domésticos.

Ecuación ¹	Referencia	Observaciones
$Y_t = ae^{-bt}$	Brody <i>et al.</i> (1923)	
$Y_t = ae^{-bt} - ae^{-ct}$	Brody <i>et al.</i> (1924)	
$Y_t = ae^{-bi}$	Gaines (1927), citado por Meráz (2001)	
$Y_t = ae^{(bt+ct^2)}$	Sikka (1950)	
$Y_t = ate^{-bt}$	Vujicic y Bacic (1961)	
$Y_t = \frac{t}{(a + bt + ct^2)}$	Nelder (1966)	
$Y_t = at^b e^{-ct}$	Wood (1967)	
$Y_t = me^{-ct}(1 - e^{-a(t-a)})$	McMillan <i>et al.</i> (1970); citado por Leon-Velarde <i>et al.</i> (1995)	m = parámetro asociado con el potencial de producción diaria de leche máximo.
$Y_t = a + bt - ct^2$	Dave (1971)	
$Y_t = a(t_i - t_0)^b e^{-c(t_i - t_0)}$	Schaeffer <i>et al.</i> (1977)	t_0 = tiempo de la producción inicial.

¹ Y_t = Producción de leche al día t de lactancia; e = base de los logaritmos naturales; t = día de lactancia; a , b y c son los parámetros a estimar.

Cuadro 1. Ecuaciones para estimar la curva de lactancia de animales domésticos (continuación).

Ecuación ¹	Referencia	Observaciones
$Y_t = a - bt - ae^{-ct}$	Coby y Le Du (1978)	
$Y_t = a - bt$	Madalena <i>et al.</i> (1979)	
$Y_t = a + bt + ct^2$	Gaskins y Anderson (1980)	
$Y_t = at^{mc}e^{-ct}$	Dhanoa (1981)	m = tiempo requerido para alcanzar la máxima PL.
$Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$	Singh y Gopal (1982)	
$Y_t = W_i at^b e^{-ct}$	Rowlands <i>et al.</i> (1982)	W_i = Efecto de la i -ésima semana de muestreo en un periodo de 12 meses.
$Y_t = \frac{t}{ae^{ct}}$	Jenkins y Ferrel (1984)	
$Y_t = at^b e^{-ct} [1 + u \sin(t) + v \cos(t)]$	Grossman <i>et al.</i> (1986)	t = día del año.
$Y_t = ae^{[e^{(G_0-bt)}]} e^{-ct}$	Emmans y Fisher (1986)	G_0 = medida de la madurez del potencial secretor de leche en el momento del apareamiento. b = tasa de madurez del potencial secretor de leche.
$Y_t = a + bt + ce^{-0.05 t}$	Wilmink (1987)	

¹ Y_t = Producción de leche al día t de lactancia; e = base de los logaritmos naturales; t = día de lactancia; a , b , c y d son los parámetros a estimar.

Cuadro 1. Ecuaciones para estimar la curva de lactancia de animales domésticos (continuación).

Ecuación ¹	Referencia	Observaciones
$Y_t = a + b\left(\frac{t}{305}\right) + c\left(\frac{t}{305}\right)^2 + d \ln\left(\frac{305}{t}\right) + f \ln\left(\frac{305}{t}\right)^2$	Ali y Schaeffer (1987)	
$Y_t = \sum_{i=1}^n \{a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i(t - c_i))]\}$	Grossman y Koops (1988)	n = número de fases; $\tanh$ = tangente hiperbólica para cada fase i .
$Y_t = e^{\left(a - bt_1 - ct_1^2 - \frac{d}{t}\right)}$	Morant (1989) y Gnanasakthy	Cuatro parámetros
$Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)} [1 - f((t-150)/100)] + c[(t-150)/100]^2 + \left(\frac{d}{t}\right)$	Morant (1989) y Gnansakthy	Cinco parámetros
$\log(Y_t) = a + bt + ct^2 + \left(\frac{d}{t}\right) + ft^3 - gt^4$	Morant (1989) y Gnanasakthy	Seis parámetros
$Y_t = a_0 t^{a_1} e^{-a_2 t} + b_0 \sin\left[\frac{2\pi(t + k - b_i)}{365}\right] + SC_1[t - (d + C_0)]$	Strandberg (1991) y Lundberg	a_0 = nivel de la curva de lactancia k = día calendarizado de parto b_0 = amplitud C_0 = número de días después de la concepción, cuando la preñez empieza a afectar la curva C_1 = cambio lineal de la producción para la preñez d = día de la lactancia cuando ocurre la preñez (días abiertos). $S = 0$ para $(t < -1)$, $(t+1)^2$; 4 para $(-1 < t < 1)$; 1 para $(t > 1)$

¹ Y_t = Producción de leche al día t de lactancia; e = base de los logaritmos naturales; t = día de lactancia; a , b , c , d , f y g , son los parámetros a estimar.

Cuadro 1. Ecuaciones para estimar la curva de lactancia de animales domésticos (continuación).

Ecuación ¹	Referencia	Observaciones
$Y_t = a\{1/[1 + b/(c + t)]\}e^{-dt}$	Rook <i>et al.</i> (1993)	
$Y_t = a + bt^{0.5} + c \ln(t)$	Guo y Swalve (1995)	
$Y_t = ae[b(1 - e^{-ct})/c - dt]$	Dijkstra (1997), citado por Val-Arreola <i>et al.</i> (2004)	
$Y_t = \left(\frac{Y_p}{t_1}\right)t - \left(\frac{Y_p}{t_1}\right)\ln\left[\frac{(e^t + e^{t_1})}{1 + (e^t + e^{t_1})}\right] + b_3 \ln\left[\frac{(e^t + e^{(t_1+p)})}{1 + (e^t + e^{(t_1+p)})}\right]$	Grossman <i>et al.</i> (1999)	t_1 = tiempo de transición del aumento de la producción a una producción constante; Y_p = nivel de producción constante, b_3 = tasa de decline en producción, del final de la producción constante al final de la lactación. P= persistencia de producción.
$Y_t = a\left[1/\left(1 + \frac{1-b}{b}e^{-ct}\right) - 1/\left(1 + \frac{1-d}{d}e^{-ft}\right)\right](1 - e^{-gt})$	Pollot (2000), citado por Val-Arreola <i>et al.</i> (2004)	
$Y_t = a - bt + c \ln(t)$	Cobuci <i>et al.</i> (2000)	
$Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$	Jamrozik <i>et al.</i> (2002)	
$Y_t = a + b\left[\frac{t - t_{\min}}{t_{\max} - t_{\min}}\right] + ce^{-0.05t}$	Odegard <i>et al.</i> (2003)	$t_{\min}$ son los días al primer muestre; $t_{\max}$ son los días a la última pesada.
$Y_t = a + b\left(\frac{t}{305}\right) + c\left(\frac{t}{305}\right)^2 + d \ln\left(\frac{305}{t}\right)$	Odegard <i>et al.</i> (2003)	
$Y_t = a + bt + ce^{-0.1t}$	Macciota <i>et al.</i> (2005)	

¹ Y_t = Producción de leche al día t de lactancia; e = base de los logaritmos naturales; t = día de lactancia; Z_0 es el intercepto; P_i es el término que considera la duración y el día de la lactancia, y a, b, c, d, f y g son los parámetros a estimar.

Con base en la ecuación propuesta por Wood (1967) se generaron varias ecuaciones en un intento por resolver las limitantes que ésta presenta en el ajuste de curvas de lactancia (Schaeffer *et al.*, 1977; Dhanoa, 1981; Rowlands *et al.*, 1982; Jenkins y Ferrel, 1984). En la reparametrización propuesta por Schaeffer *et al.* (1977) se asumió que la PL en el día del parto es igual a cero, por lo que se integra el tiempo de la PL inicial (t_0). En un intento por disminuir significativamente la correlación entre los parámetros de la ecuación de Wood, Dhanoa (1981) incluyó el término m , donde m es el tiempo requerido para alcanzar el pico de producción. Posteriormente, Rowlands *et al.* (1982) adicionaron a la ecuación de Wood (1967) el término W_i , que se refiere al efecto de la i -ésima semana de muestreo en un periodo de 12 meses.

Dave (1971), y Gaskins y Anderson (1980) propusieron la utilización de ecuaciones cuadráticas para estimar las curvas de lactancia de búfalos y bovinos productores de carne, respectivamente. Para búfalos en la India Singh y Gopal (1982) propusieron una función logarítmica con un término cuadrático.

Guo y Swalve (1995) generaron, una ecuación con tres parámetros, la cual se caracteriza por presentar cuadrados medios de residuales (CMRs) bajos, aunque con una alta multicolinealidad, y se ha utilizado para estimar los cambios de peso vivo de las vacas durante la lactancia (Quinn *et al.*, 2005).

Wood (1967) no consideró en su ecuación un ajuste por el efecto de la estacionalidad en los partos, por lo cual Grossman *et al.* (1986) adicionaron los

términos de seno, coseno y día del año, con la finalidad de explicar los efectos de la estacionalidad en la curva de lactancia (Cuadro 1).

Emmans y Fisher (1986) propusieron un modelo más elaborado que consideró el desarrollo del potencial de secreción de leche de la glándula mamaria, de importancia particular en las primeras etapas de la lactancia (Oldham y Emmans, 1989). Strandberg y Lundberg (1991) incluyeron en su ecuación un término que consideró el efecto de la estación de producción y la etapa de gestación (Cuadro 1). Coby y Le Du (1978) propusieron una ecuación que presenta una disminución lineal. Wilimink (1987) modificó la ecuación de Coby y Le Du (1978), adicionando el término -0.05 , que está relacionado con el pico de PL aproximadamente a los 50 días.

Odegard *et al.* (2003) modificaron esta ecuación introduciendo los términos t_{max} y t_{min} , para realizar un ajuste de acuerdo con el largo de lactancia real. Macciota *et al.* (2005) modificaron de nueva cuenta esta ecuación sustituyendo el término -0.05 por -0.1 .

Grossman y Koops (1988) propusieron la ecuación difásica, que considera la PL como resultado de la acumulación de fases de la lactancia. Con esta ecuación se disminuye la inclinación exagerada al inicio y final de la curva de PL, además de que presenta parámetros fáciles de interpretar y ayuda a entender la biología de la lactancia.

Morant y Gnanasakthy (1989) incluyeron un parámetro extra, el cual trata de explicar la caída después del pico de producción, aunque existe dificultad en su estimación con pocas mediciones de PL. Además, esta ecuación presenta correlaciones muy bajas entre sus parámetros y esto permite una descripción menos sesgada del modelo de PL, que se confirma con el valor del estadístico de Durbin-Watson (Ruíz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000). Cobuci *et al.* (2000) propusieron una ecuación con tres parámetros, la cuál presentó un buen ajuste de curvas de lactancia en vacas Guzerat.

Además, se han propuesto ecuaciones de cuatro o cinco parámetros como el polinomio de Legendre de cuarto grado (Jamrozik *et al.*, 2002) y la regresión polinomial de Ali y Schaeffer (1987); ambas ecuaciones se han utilizado extensamente en modelos de regresión aleatoria y estimación de covarianzas en estudios de evaluación genética de animales. Además, se han utilizado para comparar diferencias en la flexibilidad de los modelos, debido al número de parámetros y el grado de correlación entre sus términos (Macciota *et al.*, 2005). Odegard *et al.* (2003) modificaron la ecuación de Ali y Schaeffer (1987) eliminando un parámetro de dicha ecuación, fundamentalmente para solucionar problemas de convergencia.

Comparación de ecuaciones

En las últimas décadas, se han realizado varios estudios para comparar la bondad de ajuste de distintas ecuaciones. En estos estudios la ecuación más ampliamente evaluada ha sido la de Wood (1967). Dichas evaluaciones se han realizado con información de producción de leche de varias especies animales como bovinos lecheros (Papajcsik y Boderó, 1988; Strandberg y Lunsberg, 1991; Leon-Velarde *et al.*, 1995; Sherchand *et al.*, 1995), bovinos productores de carne (Ramírez-Valverde *et al.*, 1998; Ramírez-Valverde *et al.* 2004; Jenkins y Ferrel, 1984), ovinos (Groenewald *et al.* 1995; Ruíz *et al.*, 2000), caprinos (Williams, 1993) y cérvidos (Landete-Castillejos y Gallego, 2000), mismas que han dado resultados diversos en la bondad de ajuste de dichas ecuaciones.

El criterio principal de comparación de ecuaciones, ha sido principalmente a través de la magnitud del valor de los CMRs, aunque también se han usado la desviación estándar de los residuales, el coeficiente de determinación en correlación múltiple (R^2), la suma de cuadrados de los residuales, los porcentajes de curvas “atípicas” (producciones extremas) y de estimaciones de PL negativas, y los casos con autocorrelación positiva (con base en los valores del estadístico de Durbin-Watson).

En la década de los 80 se publicaron varios estudios en los cuales se compararon distintas ecuaciones (Dhanoa *et al.*, 1981; Schneeberger, 1981;

Grossman y Koops, 1988; Papajcsik y Boderó, 1988). La ecuación más estudiada fue la de Wood (1967), además de las propuestas por los autores que realizaban la investigación. Generalmente, la ecuación propuesta por Wood (1967) ocupó un lugar intermedio en las evaluaciones, mientras que las ecuaciones con mejor ajuste fueron las propuestas por los autores responsables de la investigación, utilizando el criterio de los CMRs (Dhanoa *et al.*, 1981; Grossman y Koops, 1988; Papajcsik y Boderó, 1988), con excepción de las lactancias que se presentaban en verano, donde la ecuación de Wood presentó un mejor ajuste (Papajcsik y Boderó, 1988),

Strandberg y Lundberg (1991) evaluaron la ecuación propuesta por ellos (que incluyó el efecto de la gestación) y presentó un mejor ajuste que la ecuación propuesta por Wood (1967), de acuerdo con la suma de los CMRs. En vacas Angus y Angus*Holstein la mejor ecuación fue la de Wood ponderada, y la peor fue la de Jenkins y Ferrel (1984), de acuerdo con el promedio de los residuales (Hohenboken *et al.*, 1992). En vacas Angus, Pardo Suizo y sus cruza, Ramírez *et al.* (1998) encontraron que la ecuación de Wood tuvo un mejor ajuste que la de Sikka (1950), Nelder (1966), y Jenkins y Ferrel (1984), de acuerdo con los CMRs, aunque hubo diferencias dentro de cada genotipo.

Por su parte, Scherchand *et al.* (1995), en vacas Holstein, encontraron que la ecuación de Grossman y Koops (1988), presentó el mejor ajuste en todas las lactancias de acuerdo con el criterio de los CMRs; los ajustes más pobres se

presentaron con la ecuación de Wood (1967) y Nelder (1966); además, la ecuación de Sikka (1950) se eliminó del estudio al presentar un ajuste muy pobre, comparada con las otras ecuaciones.

Perochón *et al.* (1996) encontraron que la ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989) de seis parámetros reparametrizada con efectos de estación y preñez, presentó mejor ajuste que la de Wood (1967), Coby y Le Du (1978), Morant y Gnanasakthy (1989), y Rook *et al.* (1993), en curvas de lactancia de vacas Holstein, Montbéliarde, Holstein francesa y sus cruzas. White *et al.* (1999) encontraron en vacas Holstein que el modelo Cubic Splines fue dos veces más preciso que la ecuación de Wood (1967), aunque este modelo tiene el inconveniente de que requiere equipo de cómputo más sofisticado para su ajuste.

Friggens *et al.* (1999) concluyeron que la ecuación de Emmans y Fisher (1986), ajustó mejor los datos estimados a los observados que la de Wood (1967) en vacas lecheras. Con información de PL de vacas Holstein, Olori *et al.* (1999) encontraron que la ecuación de Ali y Schaeffer (1987) presentó mejor ajuste que la de Guo y Swalve (1995), mientras que la ecuación de Wood (1967) mostró los peores ajustes.

Vargas *et al.* (2000) en bovinos lecheros, encontraron que la ecuación de Grossman *et al.* (1999) presentó los mejores ajustes, medidos por el coeficiente de determinación, desviación estándar del error, el estadístico de Durbin-

Watson y el número de casos con autocorrelación positiva, mientras que los peores ajustes se presentaron con la ecuación de Wood (1967).

Ramírez *et al.* (2004) en vacas Angus, Suizo Europeo y sus cruza, concluyeron que las ecuaciones de Sikka (1950) y Wood (1967) presentaron de manera consistente el mejor comportamiento de ajuste, en cualquier frecuencia de medición (26, 13, 7 y 4 mediciones de PL durante la lactancia) y genotipo estudiado. Val-Arreola *et al.* (2004) realizaron un estudio en México, con bovinos lecheros, en donde compararon la bondad de ajuste de las ecuaciones propuestas por Dijkstra (1997), Pollot (2000), Gaines (1927) y Rook (1993); y concluyeron que la mejor ecuación para describir la curva de lactancia fue la propuesta por Dijkstra (1997), ya que fue la que mejor ajustó la información de producción de leche en los sistemas evaluados (intensivo y extensivo), además de presentar la ventaja adicional que la producción total de leche por lactancia es relativamente fácil de calcular, así como el fin de la lactancia.

Macciota *et al.* (2005) estudiaron las diferentes formas de las curvas de lactancia, en función de los signos de los parámetros, compararon las ecuaciones de Wood (1967), Wilmink (1987), Ali y Schaeffer (1987) y el polinomio de Legendre de cuarto grado (Kirkpatrick *et al.*, 1990; citado por Macciota *et al.*, 2005), y encontraron que las ecuaciones de cuatro o cinco parámetros como la de Ali y Schaeffer (1987) y el polinomio de cuarto grado, respectivamente, fueron los más flexibles, y produjeron un mayor número de

formas en las curvas de lactancia que las ecuaciones de tres parámetros como las de Wood (1967) y Wilmink (1987).

Además de los estudios que se han realizado con vacas lecheras, existen diversas investigaciones en cabras (Williams, 1993), ovejas (Groenewald *et al.* 1995; Ruíz *et al.* 2000) y venados (Landete-Castillejos y Gallego, 2000). En el caso de las cabras de la raza Shinfield, la ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989) de seis parámetros fue la que presentó mejor ajuste, comparada con la misma ecuación de cuatro parámetros, y finalmente, la ecuación de Grossman y Koops (1988) y Wood (1967) presentaron los peores ajustes en lactancias de 70 días (Williams, 1993).

Akpa *et al.* (2001) caracterizaron la forma de la curva de lactancia en cabras Sokoto Rojo utilizando la ecuación de Wood (1967) y encontraron que el pico de PL se alcanzó entre las dos y cinco semanas posparto, y después se presentó una disminución en la producción hasta el final de la lactancia. También concluyeron que el rebaño y la estación de parto afectaron los parámetros a y c de la curva, mientras que el número de parto afectó sólo al parámetro a ($P < 0.05$), y ningún factor afectó el valor del parámetro b de la ecuación ($P > 0.05$).

En un estudio realizado con ovejas Merino, Groenewald *et al.* (1995) compararon la bondad de ajuste de las ecuaciones de Wood (1967), Morant y Gnanasakthy (1989, de cuatro parámetros), y la de Grossman y Koops (1988), y

encontraron que la ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989) fue la que presentó el mejor ajuste de acuerdo con los CMRs. Así mismo, aún cuando la ecuación de Grossman y Koops (1988) presentó los valores más bajos de los CMRs, fue la peor en la predicción de la PL, ya que en la mayoría de los casos estimó lactancias irreales. De manera similar, Ruíz *et al.* (2000) en ovejas Latxa, encontraron que la ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989) presentó el mejor ajuste de acuerdo con los valores de mínimos cuadrados del error, suma de los CMR's, número de casos con autocorrelación positiva y el estadístico Durbin y Watson.

Por su parte, Landete-Castillejos y Gallego (2000), con información de PL de venados, concluyeron que las ecuaciones de Sikka (1950), Wood (1967), Dave (1971) y Coby y Le Du (1978) estimaron curvas de lactancia 'típicas', mientras que las ecuaciones de Nelder (1966), Brody *et al.* (1923), y Jenkins y Ferrel (1984) estimaron curvas de lactancia 'atípicas'.

Factores que afectan la curva de lactancia

La PL es afectada por varios factores, incluyendo: 1) propios del animal (genotipo), 2) fisiológicos (número de parto, edad al parto, edad del animal, preñez, etc.), 3) ambientales (año de parto, estación de parto), 4) manejo general (nutrición, duración de la lactancia, frecuencia de medición, etc.), y 5) estado general de salud del animal.

Factores genéticos

En algunas investigaciones han concluido que el genotipo de la vaca afecta la PL y la forma de la curva de lactancia (Grossman y Koops, 1988; Strandberg y Lundberg, 1991; Hohenboken *et al.*, 1992; Vargas *et al.*, 2000; Meráz, 2001; Osorio-Arce y Segura-Correa, 2005). Sin embargo, otros autores mencionan que el genotipo no influye en la PL (Kress *et al.*, 1996) o en la forma de la curva (Grossman *et al.*, 1986).

Grossman y Koops (1988) encontraron que la PL inicial, al pico y total fueron mayores en vacas Holstein que en vacas Mouse-Rhine-Yssel (11.0 vs 8.3, 17 vs 14.2 y 4288.8 vs 3718.8 kg, respectivamente), cuando se estimaron en la segunda fase de la ecuación difásica. Meráz (2001) encontró que el genotipo influyó ($P<0.05$) en la PL total de vacas Angus, Suizo y su cruza, al ajustar las curvas de lactancia con las ecuaciones de Sikka (1950) y Wood (1967). Del mismo modo, Osorio-Arce y Segura-Correa (2005) encontraron que la PL por lactancia y al pico de producción fueron mayores ($P<0.05$) en vacas Holstein*Cebú que en vacas Holstein*Sahiwal.

Para el caso de bovinos productores de carne, Kress *et al.* (1996) encontraron que la PL por lactancia de vacas Tarentaise y Hereford fueron similares ($P>0.05$), aunque las primeras produjeron en promedio tres kg más de leche. Grossman *et al.* (1986) observaron que el genotipo de la vaca no fue

significativo ($P>0.05$) para el valor de los parámetros a , b , c , u y v de la ecuación difásica propuesta por Grossman y Koops (1988), por lo que la forma general de la curva de lactancia de vacas Guernsey, Holstein y sus cruzas no fue diferente.

Factores fisiológicos

Número de parto y edad de la vaca

El número de lactancia o parto afecta la forma de la curva de lactancia en bovinos (Schneeberger, 1981; Grossman y Koops, 1988; Tekerli *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000) y ovinos (Ruíz *et al.*, 2000). Estos investigadores encontraron que al aumentar el número de lactancia, disminuye el porcentaje de curvas “atípicas” (producciones extremas de leche), las pendientes de la curva antes y después del pico (parámetros b y c) son más grandes y, en consecuencia, se observa una menor persistencia. También disminuyen los días al pico de producción y la PL total aumenta con el número de parto o lactancia.

El efecto del número de parto en el inicio y pico de PL se puede atribuir a que las vacas de primer parto no han terminado su desarrollo corporal, por lo que primero satisfacen sus requerimientos de mantenimiento y crecimiento, y luego los de producción, razón por la cual tienen una menor PL (Osorio-Arce y Segura-Correa, 2005). En ganado de carne Hohenboken *et al.* (1992) y Kress *et*

al. (1996) también observaron este fenómeno, ya que las vacas de mayor edad produjeron más leche que las vacas más jóvenes.

Gestación

Strandberg y Lundberg (1991) reportaron que la preñez afecta la PL después del día 160, estimando una disminución de 0.1 kg de leche por día de gestación.

Factores ambientales

Año de parto y época de parto

El año de parto es una fuente de variación difícil de explicar, cuyo efecto se debe a factores de manejo, ambientales y sus interacciones, que generalmente están confundidos en diversos estudios de este tipo (Osorio-Arce y Segura-Correa, 2005).

En diversos estudios han concluido que la estación y el año de parto de las vacas afectan significativamente la PL y la forma de la curva de lactancia (Schneeberger, 1981; Ferris *et al.*, 1985; Grossman *et al.*, 1986; Grossman y Koops, 1988; Strandberg y Lundberg, 1991; Kress *et al.*, 1996, Ibáñez *et al.*, 1999; Ruiz *et al.*, 2000; Tekerli *et al.*, 2000; García y Holmes, 2001).

En el estudio de Osorio-Arce y Segura-Correa (2005) con ganado de doble propósito en clima tropical, el año de parto tuvo efecto en todos los parámetros de la curva de lactancia, mientras que la época de parto sólo tuvo efecto

($P < 0.05$) en el pico de producción, aunque se observó una tendencia a que las vacas paridas en los meses lluviosos iniciaran lactancias con niveles de PL mayores que las vacas paridas en las épocas secas y de nortes.

Schneeberger (1981) y Tekerli *et al.* (2000) al estimar la PL en vacas Suizo y Holstein, respectivamente, observaron que las vacas que parieron durante el invierno comparadas con las vacas que parieron en verano, produjeron más leche al inicio de la lactancia, un elevado pico de PL y una rápida tasa de disminución después del pico de producción, por consiguiente, la persistencia en invierno fue menor que en verano, debido probablemente a diferencias en la alimentación. En Nueva Zelanda, se encontraron diferencias en la forma de la curva de lactancia de vacas Holstein paridas en primavera y otoño (García y Holmes, 2001).

Factores de manejo

Nutrición

Wood (1967) concluyó que cuando la alimentación no varía significativamente, la forma de la curva de lactancia se ajusta mejor a los datos observados. Las desviaciones de la curva de lactancia esperada se pueden atribuir a los cambios en disponibilidad y movilización de energía. Por otro lado, Groenewald *et al.* (1995) concluyen que la adición de metionina al alimento no afectó la PL de ovejas Merino. Además del efecto que produce el tipo de alimento ofrecido a

los animales, el sistema de alimentación genera cambios en la PL de las vacas. Además, la PL con base en el pastoreo no permite a las vacas con altos niveles de producción inicial mantenerla durante toda la lactancia (Osorio-Arce y Segura-Correa, 2005).

Duración de la lactancia

La mayoría de los trabajos realizados con ganado lechero considera un largo de lactancia de 305 días, con un rango de 210 a 510 días; mientras que para ganado productor de carne normalmente se considera un promedio de 220 días, con un rango de 180 a 270 días.

En diversos estudios (Grossman y Koops, 1988; Grossman *et al.*, 1999; Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000; García y Holmes, 2001) se ha demostrado que la duración de la lactancia afecta significativamente ($P < 0.05$) la PL, la forma de la curva y la capacidad de ajuste de las ecuaciones usadas para estimar las curvas de lactancia.

García y Holmes (2001) concluyeron que al incrementarse la duración de la lactancia de vacas lecheras, la PL se incrementa. Ruiz *et al.* (2000) también reportan que periodos largos de lactancia de ovejas Latxa están asociados con alta PL y que la duración óptima de la lactancia estuvo influenciada por el manejo, el ambiente y aspectos económicos de la explotación.

Vargas *et al.* (2000) estimaron la curva de lactancia de vacas lecheras con nueve ecuaciones, reportaron que con lactancias largas (101-200 y 201-305 días) las ecuaciones de Grossman y Koops (1988) y Grossman *et al.* (1999) estimaron mejor la PL que con otras ecuaciones. En contraste, las ecuaciones propuestas por Rook (1993), Wilmink (1987) y Wood (1967) estimaron mejor la PL con lactancias cortas (menos de 200 días). Estos autores concluyeron que al reducir la duración de la lactancia las autocorrelaciones positivas se reducen considerablemente, por lo que la jerarquización de las ecuaciones puede cambiar.

Frecuencia de medición de la producción de leche

La PL varía de acuerdo con la etapa de lactancia, por lo que se requiere conocer cuántas mediciones deben tomarse para estimar curvas de lactancia en bovinos para carne. La PL generalmente se expresa en lactancias de aproximadamente 205 días. Los intervalos entre mediciones utilizados por los investigadores han fluctuado desde 1, 7, 14, 21 días, hasta una sola medición durante la lactancia. Sin embargo, el más usado es a través de mediciones mensuales.

Weigel *et al.* (1992) concluyeron que la ecuación difásica reparametrizada ajusta mejor los datos estimados a los observados (reduce los CMRs), y que su séptimo parámetro es más fácil de obtener con datos diarios o semanales, mientras que mediciones mensuales de PL pueden no proporcionar suficiente

información para su estimación. Ruiz *et al.* (2000) indicaron que el parámetro d de la ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989) es difícil de estimar cuando los registros de PL son mensuales; coincidiendo con Groenewald *et al.* (1995), en la estimación de curvas de lactancia en ovejas Merino, quienes encontraron que el ajuste de la ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989) de cuatro parámetros, se afectó debido a que las 10 mediciones de PL no fueron suficientes para estimar los parámetros de la ecuación.

María y Gabiña (1992) evaluaron cinco métodos de simplificación de cantidad de registros de ordeña, encontrando que dos mediciones durante la lactancia (al primer y tercer mes después del parto) presentan un buen comportamiento para la estimación de la curva de lactancia. Ramírez *et al.* (2004) sugieren el registro catorcenal de PL durante la lactancia, para obtener predicciones adecuadas de las curvas de lactancia en bovinos para carne.

Ecuación de ajuste utilizada

Grossman y Koops (1988) concluyeron que la producción inicial de vacas Friesian Holandesas y Meuse-Rhine-Yssel, estimadas con las ecuaciones propuestas por Wood (1967), y Grossman y Koops (1988) variaron significativamente con la ecuación (0 vs 23.8 kg). Además, Weigel *et al.* (1992) mencionaron que con el uso de la hormona somatotropina bovina (bST), la ecuación propuesta por Wood (1967) es inadecuada para estimar la PL, ya que

ésta sólo puede estimar un pico de PL y con la aplicación de la hormona después de la mitad de la lactancia puede producirse otro pico de producción, por lo que la ecuación difásica (Grossman y Koops, 1988) con un parámetro más (exponente del día de lactancia) estima mejor la PL.

Estado de salud del animal

Las vacas enfermas, generalmente presentan una disminución en el consumo de alimento, lo cual a su vez provoca una disminución en la PL. Togashi y Lin (2003) mencionaron que la producción diaria de leche determina la forma de la curva de lactancia en la vaca lechera y está afectada por diversos factores, entre ellos el peso corporal y el estado de salud.

Romero (2005) concluyó que el estado de salud durante los primeros 100 días posparto es un factor que influye en los parámetros de la curva y la PL acumulada a diferentes días de lactancia. En promedio se produce hasta 30% más leche con vacas sanas que con vacas enfermas (se consideraron enfermas aquellas vacas que presentaron algún trastorno metabólico: cetosis, acidosis y desplazamiento de abomaso, mastitis, retención de placenta, problemas de patas y quistes ováricos, durante los primeros 100 días posparto).

Literatura citada

- Akpa G. N., E. O. Asiribo, O. O. Oni, and J. P. Alawa. 2001. The influence of non-genetic factors on the shape of lactation curves in Red Sokoto goats. *Animal Science* 72:233-239.
- Ali T. E., and L. R. Schaeffer. 1987. Accounting for covariance among test day milk yields in dairy cows. *Can. J. Anim. Sci.* 67:637-644.
- Brody, S., A. D. Ragsdale, and C. W. Turner. 1923. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. *J. Gen. Physiol.* 5:441-444.
- Brody, S., C. W. Turner, and A. C. Ragsdale. 1924. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. *J. Gen. Physiol.* 6:541-545.
- Cobuci A. J., R. F. Euclydes, Silva V. R., Teodoro, R. L., Savio, L. P., and S. M. Almeida. 2000. Lactation curve in Guzera breed. *Rev. bras. zootec.*, 29(5):1332-1339.
- Coby, J. M. and Y. L. P. Le Du. 1978. On fitting curves to lactation data. *Anim. Prod.* 26 :127-133.
- Dave, B. K. 1971. First lactation curve of the Indian water buffalo. *NJKVV Research J.* 5:93-98.
- Dhanao, M. S. 1981. A note on an alternative form of the lactation model of Wood. *Anim. Prod.* 32 :349-351.
- Emmans, G. C., and C. Fisher. 1986. Problems in Nutritional Theory. *In: Nutrient Requirements of Poultry and Nutritional Research.* C. Fisher and K. N. Boorman (ed.) Butterworths, London, Engl. pp 9-39.
- Ferris, N. C., I. L. Mao, and C. R. Anderson. 1985. Selecting for lactation curve and milk yield in dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 68:1438-1448.
- García, S. C., and C. W. Holmes. 2001. Lactation curves of autumn- and spring-calving cows in a pasture-based dairy system. *Livest. Prod. Sci.* 68:189-203.

- Gaskins, T. C., and D. C. Anderson. 1980. Comparison of lactation curves in Angus-Hereford, Jersey-Angus and Simmental-Angus cows. *J. Anim. Sci.* 50:828-832.
- Groenewald, P. C. N., A. V. Ferreira, H. J. van der Merwe, and S. C. Slippers. 1995. A mathematical model for describing and predicting the lactation curve of Merino ewes. *Anim. Sci.* 61:95-101.
- Grossman, M., A. L. Kuck, and H. W. Norton. 1986. Lactation curves of purebred and crossbred dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 69:195-203.
- Grossman, M., and W. J. Koops. 1988. Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 71:1598-1608.
- Grossman, M., S. M. Hartz, and W. J. Koops. 1999. Persistency of lactation yield: A novel approach. *J. Dairy Sci.* 82:2192-2197.
- Guo, Z., and H. H. Swalve. 1995. Modelling of the lactation curve as a sub-model in the evaluation of test day records. *Bulletin No.* 11:15-21.
- Hohenboken, W. D., A. Dudley, and D. E. Moody. 1992. A comparison among equations to characterize lactation curves in beef cows. *Anim. Prod.* 55:23-28.
- Ibáñez, M. A., M. J. Carabaño, and R. Alenda. 1999. Identification of sources of heterogeneous residual and genetic variances in milk yield data from the Spanish Holstein-Friesian population and impact on genetic evaluation. *Livest. Prod. Sci.* 59:33-49.
- Jamrozik, J., L. R. Schaeffer, and K. A. Weigel. 2002. Estimates of genetic parameters for single-and multiple-country test-day models. *J. Dairy Sci.* 85:3131-3141.
- Jenkins, T. G., and G. L. Ferrel. 1984. A note on lactation curves of crossbred cows. *Anim. Prod.* 39:479-482.
- Kress D. D., D. E. Doornbos, D. C. Anderson, and K. C. Davis. 1996. Genetic components for milk production of Tarentaise, Hereford, and Tarentaise x Hereford cows. *J. Anim. Sci.* 74:2344-2348.

- Landete-Castillejos, T., and L. Gallego. 2000. Technical note: The ability of mathematical models to describe the shape of lactation curves. *J. Anim. Sci.* 78:3010-3013.
- León-Velarde, C. U., I McMillan, R. D. Gentry, and J. W. Wilton. 1995. Models for estimating typical lactation curves in dairy cattle. *J. Anim. Breed. Genet.* 112:333-340.
- Madalena F. E., M. L. Martínez, and A. F. Freitas. 1979. Lactation curves of Holstein-Friesian and Holstein-Friesian x Gir cows. *Anim. Prod.* 29:101.
- Macciota, N. P. P., D. Vicario, and A. Cappio-Borlino. 2005. Detection of different shapes of lactation curve for milk yield in dairy cattle by empirical mathematical models. *J. Dairy Sci.* 88:1178-1191.
- María, G., and D. Gabiña. 1991. Simplification of milk recording scheme in Latxa milking sheep. *Livest. Prod. Sci.* 31 :313-320.
- Meráz, A. Ma. R. 2001. Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia con diferente frecuencia de medición en bovinos Angus, Suizo y sus cruza. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. pp. 31-60.
- Morant, S. V., and A. Gnanasakthy. 1989. A new approach to the mathematical formulation of lactation curves. *Anim. Prod.* 49 :151-162.
- Nelder, J. A. 1966. Inverse polynomials, a useful group of multifactor response functions. *Biometrics.* 22:128-141.
- Odegard, J., J. Jensen, G. Klemetsdal, P. Madsen, and B. Heringstad. 2003. Genetic analysis of somatic cell score in Norwegian cattle using random regression test-day models. *J. Dairy Sci.* 86:4103-4114.
- Oldham, J. D., and G. C. Emmans. 1989. Prediction of responses to required nutrients in dairy cows. *J. Dairy Sci.* 72:3212-3229.

- Olori, V. E., S. Brotherstone, W. G. Hill and B. J. McGuirk. 1999. Fit of standard models of the lactation curve to weekly records of milk production of cows in a single herd. *Livest. Prod. Sci.* 58:55-63.
- Osorio-Arce, M. y J. C. Segura-Correa. 2005. Factores que afectan la curva de lactancia de vacas *Bos taurus x Bos indicus* en un sistema de doble propósito en el trópico húmedo de Tabasco, México. *Téc. Pecu. Méx.* 43(1):127-137.
- Papajick, I. A., and J. Boder. 1988. Modelling lactation curves of Friesian cows in a subtropical climate. *Anim. Prod.* 47 :201-207.
- Pérochon, L., J. B. Coulon, and F. Lescourret. 1996. Modelling lactation curves of dairy cows with emphasis on individual variability. *Anim. Sci.* 63:189-200.
- Quinn, N., L. Killen, and F. Buckley. 2005. Modelling liveweight change of dairy cows in Ireland. http://www.agresearchforum.com/publicationsarf/2005/043_page.pdf (Consultado el 20 de septiembre de 2005).
- Ramírez V., R., G. Ramírez V., R. Núñez D. y A. Tewolde M. 1998. Curvas de lactancia en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza: II. Comparación de ecuaciones. *Agrociencia* 32:325-330.
- Ramírez V., R., J. G. García-Muñiz, R. Núñez D., A. Ruiz F. y Ma. Meráz A. 2004. Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia con diferentes estrategias de muestreo en bovinos Angus, Suizo y sus cruza. *Vet. Méx.* 35(3):187-201.
- Romero M. C. 2005. Evaluación de algunas estrategias para mejorar el comportamiento reproductivo y productivo de vacas Holstein. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. pp. 85-111.
- Rook, A. J., J. France, and M. S. Dhanoa. 1993. On the mathematical description of lactation curves. *J. Agric. Sci.* 121 :97-102.
- Rowlands, G. J., S. Lucey, and M. Russell. 1982. A comparison of different models of the lactation curve in dairy cattle. *Anim. Prod.* 35 :135-144.

- Ruiz, R., L. M. Oregui, and M. Herrero. 2000. Comparison of models for describing the lactation curve of Latxa sheep and an analysis of factors affecting milk yield. *J. Dairy Sci.* 83:2709-2719.
- Schneeberger, M. 1981. Inheritance of lactation curve in Swiss Brown cattle. *J. Dairy Sci.* 64:475-483.
- Schaeffer, L. R., C. E. Minder, I. McMillan, and E. B. Burnside. 1977. Nonlinear techniques for predicting 305 day lactation production of Holstein and Jersey. *J. Dairy Sci.* 60:1636-1644.
- Scherchand, L., R. W. McNew, D. W. Kellog, and Z. B. Johnson. 1995. Selection of mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *J. Dairy Sci.* 78:2507-2513.
- Sikka, L. C. 1950. A study of lactation as affected by heredity and environment. *J. Dairy Res.* 17:231-252.
- Singh, R. P., and R. Gopal. 1982. Lactation curve analysis of buffaloes maintained under village conditions. *Indian J. Anim. Sci.* 52:1157-1160.
- Strandberg, E., and C. Lundberg. 1991. A note on the estimation of environmental effects on lactation curves. *Anim. Prod.* 53:399-402.
- Tekerli, M., Z. Akinci, I. Dogan, and A. Akcan. 2000. Factors affecting the shape of lactation curves of Holstein cows from the Balikesir province of Turkey. *J. Dairy Sci.* 83:1381-1386.
- Togashi, K., and C. Y. Lin. 2003. Modyfing the lactation curve to improve lactation milk and persistency. *J. Dairy Sci.* 86:1487-1493.
- Val-Arreola D., E. Kebreab, J. Dijkstra, and J. France. 2004. Study of the lactation curve in dairy cattle on farms in Central Mexico. *J. Dairy Sci.* 87:3789-3799.
- Vargas , B., W. J. Koops, M. Herrero, and J. A. M. Van Aredonk. 2000. Modelling extended lactations of dairy cows. *J. Dairy Sci.* 83:1371-1380.

- Vujcic, I., and B. Bacic. 1961. New equation of the lactation curve. Novi Sad. Ann. Sci. Agric. 5.
- Weigel, K. A., B. A. Craig, T. R. Bidwell, and D. M. Bates. 1992. Comparison of alternative diphasic lactation curve models under bovine somatotropin administration. J. Dairy Sci. 75:580-589.
- White, I. M. S., R. Thompson, and S. Brotherstone. 1999. Genetic and environmental smoothing of lactation curves with Cubic Splines. J. Dairy Sci. 82:632-638.
- Williams, J. C. 1993. An empirical model for the lactation curve of white British dairy goats. Anim. Prod. 57:91-97.
- Wilmink, J. B. M. 1987. Comparison of different methods of predicting 305 day milk using means calculated from within herd lactations curve. Livest. Prod. Sci. 17:1-17.
- Wood, P. D. P. 1967. Algebraic model of the lactation curve in cattle. Nature 216:164-165.

CAPÍTULO 3. Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia en diferentes genotipos bovinos*

Comparison of equations to estimate lactation curves in different cattle genotypes

Enrique Genaro Martínez González¹

José Guadalupe García Muñiz¹

Rafael Núñez Domínguez¹

Rufino López Ordaz¹

Rodolfo Ramírez Valverde¹

* Artículo para ser enviado a la revista Veterinaria México.

¹ Posgrado en Producción Animal, Universidad Autónoma Chapingo, km 38.5, Carretera México-Texcoco, Chapingo, 56230, Estado de México, México.

Resumen

El objetivo de esta investigación fue comparar la bondad de ajuste de 16 ecuaciones para estimar curvas de lactancia en seis genotipos bovinos. Se analizaron registros semanales o mensuales de producción de leche de vacas Suizo Americano ($n = 826$ lactancias), *Bos indicus* (BI, $n = 52$), $\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ *Bos taurus* (BT, $n = 507$), $\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT ($n = 462$), $\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT ($n = 167$) y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT ($n = 62$). El ajuste de las ecuaciones para cada lactancia individual fue por regresión no lineal y lineal, y los cuadrados medios de residuales obtenidos fueron jerarquizados y comparados por la prueba de Friedman. Otros criterios adicionales para comparar las ecuaciones fueron la proporción de casos con producción de leche diaria anormal y los casos con autocorrelación positiva. Se encontraron diferencias ($P < 0.05$) en la capacidad de las ecuaciones para describir apropiadamente la curva de lactancia, a través de genotipos. Para todos los genotipos, la ecuación de mejor ajuste ($P < 0.05$) fue una reparametrización de la ecuación de Wood, la cual considera la primer fecha de muestreo como el tiempo cero. Se recomienda el uso de esta ecuación para estimar curvas de lactancia en genotipos como los evaluados en este estudio.

Palabras Clave: Curvas de lactancia, modelos matemáticos, producción de leche, Suizo Americano, *Bos taurus* x *Bos indicus*.

Summary

The objective of this research was to compare the goodness of fit of 16 equations to estimate lactation curves in six cattle genotypes. Monthly or weekly milk production records of Brown Swiss (n = 826 lactations), *Bos indicus* (BI, n = 52), $\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ *Bos taurus* (BT, n = 507), $\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT (n = 462), $\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT (n = 167) y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT (n = 62) cows were used. Fitting of the equations to individual lactations was done by linear or non linear regression, and the residual mean squares obtained after fitting were ranked and compared by Friedman's test. Additional criteria to compare the equations were the proportion of cases of abnormal daily milk production and cases with positive autocorrelation. Across genotypes, equations differed (P<0.05) on their suitability to appropriately describe lactation curves. For all genotypes, the equation of best fit (P<0.05) was a reparameterization of Wood's equation in which the first test date is taken as time zero. The use of this equation is recommended to fit lactation curves of cattle genotypes such as the ones in this study.

Key words: Lactation curves, mathematical models, milk production, Brown Swiss, *Bos taurus* x *Bos indicus*.

Introducción

Una característica común en los sistemas de producción de leche (PL), particularmente en bovinos de doble propósito, es la falta de registros de producción. Difícilmente se puede realizar un análisis adecuado de la productividad de estos sistemas, si no se dispone del registro de las salidas de leche del mismo.

Los sistemas de PL en el trópico se basan en animales de diferentes genotipos, provenientes principalmente de cruzamientos entre razas *Bos taurus* x *Bos indicus*. Estas diferencias en la proporción de genes europeos o cebuínos provoca variabilidad en los niveles de PL.

Para describir la PL a través de la lactancia en animales domésticos se han propuesto diversos modelos matemáticos. La ecuación más ampliamente utilizada es la función gama incompleta propuesta por Wood (Wood, 1967). Sin embargo, se han desarrollado ecuaciones alternativas como consecuencia de la falta de ajuste de la ecuación de Wood para medir la PL en ciertas condiciones y por la dificultad de interpretación biológica de sus parámetros (Ramírez *et al.*, 1998; Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000). Algunos de estos modelos son modificaciones de la ecuación propuesta por Wood (Schaeffer *et al.*, 1977; Coby y Le Du, 1978; Wilmink, 1987).

Además, se han usado nuevos modelos debido a su capacidad para describir un amplio rango de formas de curvas de lactancia (Ali y Schaeffer, 1987; Cobuci

et al. 2000; Jamrozik *et al.* 2002), en diferentes condiciones ambientales y de manejo.

Sin embargo, la información es escasa cuando se habla de bovinos productores para carne, así como para animales de doble propósito en los trópicos, y es muy probable que el ajuste de las ecuaciones tradicionalmente evaluadas en razas especializadas en la PL, no sea el mismo en los genotipos que comúnmente se encuentran en el trópico. Es por ello, que el objetivo de esta investigación fue comparar 16 ecuaciones para estimar curvas de lactancia de bovinos Suizo Americano (SA), *Bos indicus* (BI), y diversas proporciones de BI y *Bos taurus* (BT) ($\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ BT, $\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT, $\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT).

Materiales y métodos

Origen de los datos e información utilizada

La información del genotipo SA proviene de la Asociación de Criadores de Ganado Suizo de Registro. El análisis consideró 826 lactancias, con partos comprendidos en el periodo de 1997 a 2003 y con vacas de una a 12 lactancias. La información del resto de los genotipos proviene del rancho “La Carolina”, ubicado en el municipio de Centro, Tabasco. En este caso se consideraron 52, 507, 462, 167 y 62 lactancias para BI, $\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ BT, $\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT, $\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT, respectivamente. Los genotipos conteniendo BI, en su mayoría consideraron la raza Gyr (en promedio el 80% fue Gyr y el 20% restante Brahman e Indobrasil); mientras que los BT en su mayoría fueron Hosltein (en promedio el 60% fue Holstein, 20 % Simmental y el 20% restante

Suizo y Jersey). Los partos considerados ocurrieron entre 1999 y 2004, en vacas de una a 12 lactancias. Considerando todos los genotipos estudiados, las duraciones de lactancia promedio fluctuaron entre 130 y 310 días (BI y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT, respectivamente, y los promedios de muestreos de PL diaria entre 9 y 42 (SA y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT, respectivamente). En el Cuadro 2 se muestra la duración promedio de la lactancia, así como el promedio de muestreos de PL diaria para cada genotipo.

Cuadro 2. Duración promedio de la lactancia y frecuencia de medición de la producción de leche (PL) para cada genotipo.

Genotipo ¹	Duración promedio de la lactancia (días)	Promedio de muestreos de PL diaria
SA	270	9
BI	130	17
$\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ BT	260	36
$\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT	270	37
$\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT	300	41
$\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT	310	42

¹ SA: Suizo Americano; BI: *Bos indicus*; BT: *Bos taurus*.

Alimentación y manejo

La información de las vacas del genotipo SA, proviene de diversas explotaciones, localizadas principalmente en climas tropicales. En el 80% de estas explotaciones la ordeña es mecánica y en el 20% restante es manual, realizando dos ordeños por día; los animales se alimentan en pastoreo y más del 90% maneja programas de suplementación.

Para el caso de los genotipos restantes, las vacas se ordeñan mecánicamente dos veces al día sin la presencia del becerro, y con la ayuda de 0.25 mL de oxitocina. La base de la alimentación es el pastoreo de gramas tropicales con ayuda de cerco eléctrico. Las gramas nativas tropicales incluyen *Paspalum spp* (camalote, remolino), *Homolepsis spp* (grama amarga) y *Cynodon spp* (bermudas). El pastoreo es apoyado con la adición de 2.0 kg de concentrado comercial. El sistema de ordeño es mecánico, con una sala de ordeño de parada convencional con 16 plazas, con pesadores individuales de leche tipo Waikato.

Descripción de las ecuaciones

Originalmente se estimaron las curvas de lactancia con 19 ecuaciones, de las cuales cuatro pertenecían a los polinomios de Legendre de primero, segundo, tercer y cuarto orden. En análisis preliminares se compararon estas cuatro ecuaciones, siendo el polinomio de cuarto grado la que presentó las menores sumas de cuadrados medios de residuales (CMRs), por lo cual en la comparación final de las ecuaciones se consideró sólo al polinomio de cuarto grado, presentándose sólo los resultados de la comparación de 16 ecuaciones.

Para la predicción de las curvas de lactancia se utilizó la PL observada para cada lactancia individual, estimándose la PL diaria durante toda la lactancia, de acuerdo con la duración promedio de la lactancia para cada genotipo (Cuadro 2). Las ecuaciones comparadas se presentan en el Cuadro 3.

Cuadro 3. Descripción de las ecuaciones comparadas en los diferentes genotipos.

Ecuación [§]	Autor [†]
I. $Y_t = ae^{(bt+ct^2)}$	1
II. $Y_t = \frac{t}{(a+bt+ct^2)}$	2
III. $Y_t = at^b e^{-ct}$	3
IV. $Y_t = a(t_i - t_0)^b e^{-c(t_i - t_0)}$	4
V. $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$	5
VI. $Y_t = a + bt + ct^2$	6
VII. $Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$	7
VIII. $Y_t = a + bt + ce^{-0.05t}$	8
IX. $Y_t = a + b\left(\frac{t}{305}\right) + c\left(\frac{t}{305}\right)^2 + d \ln\left(\frac{305}{t}\right) + f \ln\left(\frac{305}{t}\right)^2$	9
X. $Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)} [1 - f((t-150)/100)] + c[(t-150)/100]^2 + \left(\frac{d}{t}\right)$	10
XI. $Y_t = a + bt^{0.5} + c \ln(t)$	11
XII. $Y_t = a - bt + c \ln(t)$	12
XIII. $Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$	13
XIV. $Y_t = a + b\left(\frac{t}{305}\right) + c\left(\frac{t}{305}\right)^2 + d \ln\left(\frac{305}{t}\right)$	14
XV. $Y_t = a + b\left[\frac{t - t_{\min}}{t_{\max} - t_{\min}}\right] + ce^{(-0.05t)}$	15
XVI. $Y_t = a + bt + ce^{(-0.1t)}$	16

[§] Donde Y_t es la producción de leche en el t-ésimo día de lactancia; $\ln$ es el logaritmo natural; $t_{\min}$ y t_0 es el tiempo mínimo (primer muestreo); $t_{\max}$ es el tiempo máximo (último muestreo); e es la base de los logaritmos naturales; Z_0 es el intercepto; P_i es el término que considera la duración y el día de la lactancia y a , b , c , d y f son los parámetros que definen la curva de lactancia que se quiere estimar.

[†] 1.Sikka (1950); 2.Nelder (1966); 3.Wood (1967); 4.Schaeffer *et al.* (1977); 5.Coby y Le du (1978); 6.Gaskins y Anderson (1980); 7.Singh y Gopal (1982); 8.Wilmink (1987); 9.Ali y Schaeffer (1987); 10.Morant y Gnanasakthy (1989); 11.Guo y Swalve (1995); 12.Cobuci *et al.* (2000); 13.Jamrozik *et al.* (2002); 14.Odegard *et al.* (2003); 15.Odegard *et al.* (2003); 16.Macciota *et al.* (2005).

La ecuación I es una función exponencial que considera el incremento inicial en PL. La ecuación II es una derivación de la ecuación I, usando la función inversa parabólica exponencial. La ecuación III es una función gama incompleta, propuesta para estimar las curvas de lactancia típicas de bovinos lecheros. Las ecuaciones IV y V, son reparametrizaciones de la ecuación anterior, la primera considera la fecha de la primer pesada como el tiempo cero; mientras que la segunda reemplaza la función exponencial de disminución en la PL, por una función lineal de esta disminución.

La ecuación VI corresponde a una regresión en su forma lineal y cuadrática, para estimar curvas de lactancia de bovinos para carne. La ecuación VIII es una modificación de la ecuación V, que adiciona el término -0.05, relacionado con el pico de PL aproximadamente a los 50 días. A su vez las ecuaciones XV y XVI, son reparametrizaciones de la ecuación VIII, la primera considera los días en leche mínimos y máximos de cada lactancia y la segunda cambia el valor del exponente -0.05 por -0.1. La ecuación VII incorpora un cuarto parámetro que multiplica el logaritmo natural de los días en leche. Las ecuaciones IX y X, consideran la duración de la lactancia y además contienen cinco parámetros; mientras que la ecuación XIV es una modificación de la ecuación IX y sólo presenta cuatro parámetros.

La ecuación XI, es una ecuación de tres parámetros, y también considera el logaritmo natural de los días en leche. La ecuación XII, elimina el valor del

exponente en la ecuación anterior y se desarrolló para estimar la lactancia de vacas Guzerat. La ecuación XIII es una regresión polinomial de cuatro parámetros, además del valor del intercepto.

Los parámetros de las ecuaciones I, II, III, IV, V y X se estimaron por regresión no lineal (PROC NLIN); mientras que las ecuaciones VI, VII, VIII, IX, XI, XII, XIII, XIV, XV y XVI se estimaron por regresión lineal (PROC GLM), utilizando el paquete estadístico SAS (SAS, 2001) (Apéndice 1).

Criterios de comparación

El CMRs se usó como criterio principal para comparar la jerarquización de las ecuaciones en cada genotipo. Para cada lactancia se aplicaron las 16 ecuaciones y los CMRs resultantes se jerarquizaron considerando la magnitud de los CMRs, utilizando el procedimiento RANK de SAS (SAS, 2001). Los lugares jerárquicos de las ecuaciones se compararon usando la prueba de Suma de Rangos de Friedman (Myles y Wolfe, 1973) (Apéndice 2). La significancia ($\alpha = 0.05$) de las diferencias entre valores jerárquicos de pares de ecuaciones consideró:

$$|R_j - R_i| > t_{1-\frac{\alpha}{2}} \left[\frac{2b(A_2 - B_2)}{(b-1)(k-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Donde:

R_i y R_j son las sumas de los valores jerárquicos obtenidos para cada ecuación.

$$A_2 = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k [R(X_{ij})]^2$$

$$B_2 = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^k R_i^2$$

b = número de lactancias consideradas.

k = número de ecuaciones comparadas.

Cuando $|R_j - R_i|$ fue mayor que $t_{1-\frac{\alpha}{2}} \left[\frac{2b(A_2 - B_2)}{(b-1)(k-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$, se consideró que las

diferencias fueron significativas entre ese par de ecuaciones.

Otro criterio para la comparación de las ecuaciones fue el cálculo del estadístico de Durbin-Watson para cada lactancia. Este estadístico prueba la presencia de autocorrelación positiva de primer orden en los residuales de una ecuación de regresión. Con base en el valor de este estadístico y en función del número de parámetros de las 16 ecuaciones comparadas, se determinaron los casos de lactancias con autocorrelación positiva de primer orden (AP), para probar si los residuales fueron aleatoriamente distribuidos (Cuadro 4).

Cuadro 4. Valores para considerar autocorrelación de acuerdo con el valor del estadístico de Durbin-Watson.

No. de parámetros	Ecuación	Autocorrelación positiva	Autocorrelación negativa
3	I, II, III, IV, V, VI, VIII, XI, XII, XV y XVI	<0.82	>3.18
4	VII, XIII y XIV	<0.69	>3.31
5	IX y X	<0.56	>3.44

El otro criterio adicional fue el número de casos con predicciones anormales de PL en algún día de la lactancia, los cuales se presentan para cada ecuación y genotipo. La predicción anormal de PL fue considerada cuando la ecuación predijo un valor negativo (PN) en algún día de la lactancia, o cuando la máxima PL diaria fue extrema (PE), es decir, más de 3.5 desviaciones estándar del promedio de las producciones máximas observadas dentro de cada genotipo.

Finalmente, se realizó una prueba de chi-cuadrada (χ^2), para comparar los porcentajes de lactancias con AP, PN y PE. El propósito de este análisis fue determinar si los porcentajes de casos con AP, PN y PE, para cada ecuación ajustada y genotipo evaluado fueron diferentes. Un valor no significativo de χ^2 para una ecuación en particular, se consideró como indicativo de que dicha ecuación ajustó de forma similar las lactancias de todos los genotipos evaluados. De manera similar, un valor de χ^2 no significativo para un genotipo específico, indicó que las 16 ecuaciones comparadas ajustaron de forma similar las curvas de lactancia de ese genotipo en particular.

Resultados

Lugar jerárquico de las ecuaciones

El Cuadro 5 muestra la jerarquización de las 16 ecuaciones para cada genotipo. En general, se observaron ligeras diferencias en los lugares jerárquicos para las ecuaciones a través de los genotipos. La ecuación IX presentó los valores menores en los CMRs ($P < 0.05$), obteniendo el primer lugar jerárquico en todos

los genotipos, excepto para ¼BI¾BT en donde ocupó el segundo lugar, pero sin diferencias ($P>0.05$) con la mejor ecuación (XIII) en ese genotipo.

Cuadro 5. Jerarquización de 16 ecuaciones¹ para predecir curvas de lactancia en diferentes genotipos.

Lugar Jerárquico ²	Genotipo ³							
	SA		BI		3BI1BT		1BI1BT	
1	IX	a	IX	a	IX	a	IX	a
2	IV	b	IV	ab	XIII	b	XIII	b
3	XIII	bc	XIII	abc	XIV	c	XIV	cd
4	VII	c	XIV	bcd	VII	c	VII	cd
5	XIV	c	VII	bcde	IV	cd	IV	d
6	X	d	XII	cdef	X	d	X	e
7	I	e	XVI	cdef	I	e	XII	f
8	VI	f	I	def	XII	e	I	g
9	III	f	VIII	def	VI	ef	VI	gh
10	XII	f	XV	def	VIII	ef	XV	gh
11	XI	g	X	ef	XV	ef	VIII	gh
12	XV	g	XI	f	VVI	fg	XI	hi
13	VIII	g	VI	f	VI	fg	III	hi
14	V	h	III	f	XVI	g	XVI	i
15	XVI	h	II	g	V	h	V	j
16	II	i	V	g	II	h	II	j

¹ I. $Yt=ae^{(bt+ct^2)}$; II. $Yt=t/(a-bt+ct^2)$; III. $Yt=at^be^{-ct}$; IV. $Yt=a(t-t_0)^be^{-c(t-t_0)}$; V. $Yt=a-bt-ae^{-ct}$; VI. $Yt=a+bt+ct^2$; VII. $Yt=a+bt+ct^2+d\ln(t)$; VIII. $Yt=a+bt+ce^{-0.05t}$; IX. $Yt=a+b(t/305)+c(t/305)^2+d\ln(305/t)+f\ln(305/t)^2$; X. $Yt=e^{(a-b)/((t-150)/100)}[1-k((t-150)/100)]+c((t-150)/100)^2+(f/t)$; XI. $Yt=a+bt^{0.5}+c\ln(t)$; XII. $Yt=a-bt+c\ln(t)$; XIII. $Yt=Z_0+aP_1+bP_2+cP_3+dP_4$; XIV. $Yt=a+b(t/305)+c(t/305)^2+d\ln(305/t)$; XV. $Yt=a+b[(t-t_{min})/(t_{max}-t_{min})]+ce^{-0.05t}$; XVI. $Yt=a+bt+ce^{-0.1t}$;

² En columnas (genotipos), diferentes literales indican diferencias significativas ($P<0.05$).

³ SA=Suizo Americano (n=826), BI=Bos indicus (n=52), 3BI1BT=¾ Bos indicus ¼ Bos taurus (n=507), 1BI1BT=½ Bos indicus ½ Bos taurus (n=462), 3BI5BT=¾ Bos indicus ¼ Bos taurus (n=167) y 1BI3BT=¼ Bos indicus ¾ Bos taurus (n=62).

En las lactancias de SA, a la ecuación IX le siguieron las ecuaciones IV y XIII, sin haber diferencias entre ellas ($P>0.05$), pero sí respecto a la ecuación IX ($P<0.05$). En el genotipo BI, no existieron diferencias ($P>0.05$) entre las ecuaciones IX, IV y XIII. En las lactancias de los genotipos $\frac{3}{4}BI\frac{1}{4}BT$, $\frac{1}{2}BI\frac{1}{2}BT$, $\frac{3}{8}BI\frac{5}{8}BT$ se obtuvieron diferencias ($P<0.05$) entre las primeras y segundas mejores ecuaciones (IX y XIII, respectivamente), así como entre éstas y las ecuaciones XIV, VII y IV, aunque entre estas últimas tres no existieron diferencias ($P>0.05$). En el genotipo $\frac{1}{4}BI\frac{3}{4}BT$, las mejores ecuaciones fueron XIII, IX y IV, sin existir diferencias ($P>0.05$) entre ellas.

En términos generales, las ecuaciones que presentaron el peor ajuste ($P<0.05$) dentro de cada genotipo fueron la II y V. Las demás ecuaciones ocuparon lugares intermedios, con ligeras variaciones dentro de genotipos.

Autocorrelación positiva y predicciones anormales de PL

En el Apéndice 3 se muestran los valores promedio del estadístico de Durbin-Watson, mismos que fueron la base para determinar los porcentajes de lactancias con AP. Los porcentajes de AP, para cada ecuación y genotipo se muestran en el Cuadro 6. Existieron diferencias en los porcentajes de AP en las ecuaciones a través de genotipos (χ^2 entre 11.2 y 34.1, $P<0.05$), con excepción de las ecuaciones VII, IX, X, XIII y XIV (χ^2 entre 2.2 y 9.4, $P>0.05$); también se encontraron diferencias (χ^2 entre 44.3 y 71.0, $P<0.05$) dentro de cada genotipo, con excepción del genotipo BI ($\chi^2=1.0$, $P>0.05$).

Cuadro 6. Porcentajes de lactancias con autocorrelación positiva para 16 ecuaciones en diferentes genotipos.

Ecuación ¹	Genotipo ²						
	SA	BI	3BI1BT	1BI1BT	3BI5BT	1BI3BT	Prom.
I	0.1	0.0	3.4	8.9	11.4	11.3	5.9
II	12.2	3.9	16.8	20.8	21.0	21.0	16.0
III	2.2	0.0	7.5	11.0	13.2	14.5	8.1
IV	4.0	0.0	12.8	17.1	19.8	24.2	13.0
V	4.4	1.9	13.2	18.0	21.6	27.4	14.4
VI	1.1	1.9	7.1	13.4	18.6	16.1	9.7
VII	0.0	0.0	2.0	4.6	5.4	8.1	3.4
VIII	6.9	0.0	11.2	17.8	21.0	27.4	14.1
IX	0.0	0.0	0.0	1.5	0.0	0.0	0.3
X	0.1	0.0	0.2	1.1	0.6	1.6	0.6
XI	4.7	0.0	14.2	19.7	22.2	32.3	15.5
XII	3.6	0.0	9.9	16.5	20.4	27.4	13.0
XIII	0.0	0.0	0.0	0.4	0.0	0.0	0.1
XIV	0.1	0.0	2.0	4.5	5.4	8.1	3.4
XV	6.9	0.0	11.2	17.8	21.0	27.4	14.1
XVI	11.6	0.0	15.4	21.7	25.8	30.7	17.5
Promedio	3.6	0.5	7.9	12.2	14.2	17.3	

¹ I. $Y_t = ae^{(bt+ct^2)}$; II. $Y_t = t/(a-bt+ct^2)$; III. $Y_t = at^b e^{-ct}$; IV. $Y_t = a(t-t_0)^b e^{-c(t-t_0)}$; V. $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$; VI. $Y_t = a + bt + ct^2$; VII. $Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$; VIII. $Y_t = a + bt + ce^{-0.05t}$; IX. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t) + f \ln(305/t)^2$; X. $Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)} [1 - k((t-150)/100)] + c((t-150)/100)^2 + (f/t)$; XI. $Y_t = a + bt^{0.5} + c \ln(t)$; XII. $Y_t = a - bt + c \ln(t)$; XIII. $Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$; XIV. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t)$; XV. $Y_t = a + b[(t-t_{min})/(t_{max}-t_{min})] + ce^{-0.05t}$; XVI. $Y_t = a + bt + ce^{-0.1t}$;

² SA=Suizo Americano (n=826), BI=Bos indicus (n=52), 3BI1BT=¾ Bos indicus ¼ Bos taurus (n=507), 1BI1BT=½ Bos indicus ½ Bos taurus (n=462), 3BI5BT=¾ Bos indicus ¼ Bos taurus (n=167) y 1BI3BT=¼ Bos indicus ¾ Bos taurus (n=62).

En promedio a través de genotipos, las ecuaciones XVI, II, XI, V, VIII y XII presentaron los mayores porcentajes de AP (entre 17.5 y 13.0%); mientras que las menores fueron observadas en las ecuaciones XIII, IX y X (entre 0.1 y 0.6%). De manera similar, a través de ecuaciones, los genotipos $\frac{1}{4}BI\frac{3}{4}BT$, $\frac{3}{8}BI\frac{5}{8}BT$ y $\frac{1}{2}BI\frac{1}{2}BT$ obtuvieron los mayores problemas con AP (entre 17.3 y 12.2%), mientras que los menores problemas de AP los presentó el genotipo BI (0.5%).

En lo que respecta a la PN, los resultados se presentan en el Cuadro 7. Existieron diferencias en los porcentajes de PN en las ecuaciones a través de genotipos (χ^2 entre 11 y 112.3, $P<0.05$), con excepción de las ecuaciones I, II, III, IV, VI y IX (χ^2 entre 3.9 y 7.9%, $P>0.05$); también hubieron diferencias (χ^2 entre 51.6 y 147.6, $P<0.05$) dentro de cada genotipo. En promedio a través de genotipos, las ecuaciones IX, X, y XIII presentaron los mayores porcentajes de PN (entre 33.0 y 38.4%); mientras que las ecuaciones I, III y IV no presentaron ninguna lactancia con PN. De manera similar, a través de ecuaciones, los genotipos SA y BI, obtuvieron los mayores problemas con PN (28.5 y 19.9%, respectivamente), mientras que los menores problemas de PN los presentó el genotipo $\frac{3}{8}BI\frac{5}{8}BT$ (9.7%).

Cuadro 7. Porcentajes de lactancias con por lo menos una producción de leche diaria negativa, para 16 ecuaciones en diferentes genotipos.

Ecuación ¹	Genotipo ²						Prom.
	SA	BI	3BI1BT	1BI1BT	3BI5BT	1BI3BT	
I	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
II	3.3	11.5	8.7	8.4	7.2	6.5	7.6
III	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
IV	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
V	1.6	21.2	11.8	7.6	4.2	9.7	9.4
VI	10.5	17.3	14.0	11.3	8.4	12.9	12.4
VII	54.8	21.2	13.4	12.3	13.2	9.7	20.8
VIII	21.4	21.2	10.7	7.1	5.4	9.7	12.6
IX	46.0	46.2	28.2	33.6	32.9	43.6	38.4
X	55.6	38.5	30.8	32.5	31.7	38.7	38.0
XI	59.2	21.2	9.3	7.6	7.2	8.1	18.8
XII	38.7	1.92	4.3	4.3	3.6	4.8	9.6
XIII	51.3	51.9	24.5	26.0	15.0	29.0	33.0
XIV	41.2	21.2	13.4	12.3	13.2	12.9	19.0
XV	21.4	21.2	10.7	7.1	5.4	9.7	12.6
XVI	50.4	23.1	12.0	7.6	7.8	8.1	18.2
Promedio	28.5	19.9	12.0	11.1	9.7	12.7	

¹ I. $Y_t = ae^{(bt+ct^2)}$; II. $Y_t = t/(a-bt+ct^2)$; III. $Y_t = at^b e^{-ct}$; IV. $Y_t = a(t-t_0)^b e^{-c(t-t_0)}$; V. $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$; VI. $Y_t = a + bt + ct^2$; VII. $Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$; VIII. $Y_t = a + bt + ce^{-0.05t}$; IX. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t) + f \ln(305/t)^2$; X. $Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)} [1 - k((t-150)/100)] + c((t-150)/100)^2 + (f/t)$; XI. $Y_t = a + bt^{0.5} + c \ln(t)$; XII. $Y_t = a - bt + c \ln(t)$; XIII. $Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$; XIV. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t)$; XV. $Y_t = a + b[(t-t_{min})/(t_{max}-t_{min})] + ce^{-0.05t}$; XVI. $Y_t = a + bt + ce^{-0.1t}$;

² SA=Suizo Americano (n=826), BI=Bos indicus (n=52), 3BI1BT=¾ Bos indicus ¼ Bos taurus (n=507), 1BI1BT=½ Bos indicus ½ Bos taurus (n=462), 3BI5BT=¾ Bos indicus ¼ Bos taurus (n=167) y 1BI3BT=¼ Bos indicus ¾ Bos taurus (n=62).

Los porcentajes de PE para cada ecuación y genotipo se muestran en el Cuadro 8. Existieron diferencias en los porcentajes de PE en las ecuaciones IX, X, XII y XIII a través de genotipos (χ^2 entre 23.2 y 49.2, $P < 0.05$), mientras que en el resto de las ecuaciones no existieron diferencias (χ^2 entre 0.03 y 5.6, $P > 0.05$); también hubieron diferencias (χ^2 entre 19.0 y 175.0, $P < 0.05$) dentro de cada genotipo, con excepción del genotipo $\frac{1}{4}BI\frac{3}{4}BT$ ($\chi^2=5.6$, $P > 0.05$).

En promedio a través de genotipos, las ecuaciones XIII, IX, X y XII presentaron los mayores porcentajes de PE (entre 7.6 y 10.1%); mientras que las menores fueron observadas en las ecuaciones V, XI, XV y III (entre 0.0 y 0.2%).

De manera similar, a través de ecuaciones, el genotipo SA obtuvo los mayores problemas con PE (5.1%), mientras que los menores problemas de PE los presentó el genotipo $\frac{3}{8}BI\frac{5}{8}BT$ (1.8%).

Discusión

Lugar jerárquico

Las diferencias en la jerarquización de las ecuaciones (Cuadro 5), sugieren que independientemente del genotipo evaluado, la ecuación de mejor ajuste ($P < 0.05$) fue la IX (Ali y Schaeffer, 1987), seguida por las ecuaciones XIII (Jamrozik *et al.* 2002) y IV (Schaeffer *et al.*, 1977). Por el contrario, el peor ajuste fue con las ecuaciones II (Nelder, 1966) y V (Coby y Le Du, 1978), indicando la inconveniencia de utilizarlas en los genotipos estudiados u otros con curvas de lactancias similares.

Cuadro 8. Porcentajes de lactancias con producción de leche predicha extrema en el día del pico de producción, para 16 ecuaciones en diferentes genotipos.

Ecuación ¹	Genotipo ²						Prom.
	SA	BI	3BI1BT	1BI1BT	3BI5BT	1BI3BT	
I	0.1	0.0	1.6	2.8	0.6	3.2	1.4
II	2.9	5.8	3.6	6.9	6.6	4.8	5.1
III	0.9	0.0	0.2	0.2	0.0	0.0	0.2
IV	2.5	0.0	0.2	0.2	0.0	0.0	0.5
V	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
VI	0.0	0.0	0.8	0.7	0.6	0.0	0.4
VII	5.2	0.0	1.8	1.3	0.6	4.8	2.3
VIII	0.4	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0	0.1
IX	21.3	3.9	8.1	6.1	3.6	3.2	7.7
X	17.3	1.9	9.9	9.7	5.4	1.6	7.6
XI	0.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1
XII	26.6	0.0	3.0	5.0	3.0	8.1	7.6
XIII	0.7	28.9	12.8	6.3	7.2	4.8	10.1
XIV	1.3	0.0	1.8	1.3	0.6	4.8	1.6
XV	0.4	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0	0.1
XVI	2.1	0.0	0.2	0.2	0.0	0.0	0.4
Promedio	5.1	2.5	2.8	2.5	1.8	2.2	

¹ I. $Y_t = ae^{(bt+ct^2)}$; II. $Y_t = t/(a-bt+ct^2)$; III. $Y_t = at^b e^{-ct}$; IV. $Y_t = a(t_i - t_0)^b e^{-c(t_i - t_0)}$; V. $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$; VI. $Y_t = a + bt + ct^2$; VII. $Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$; VIII. $Y_t = a + bt + ce^{-0.05t}$; IX. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t) + f \ln(305/t)^2$; X. $Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)} [1 - k((t-150)/100)] + c((t-150)/100)^2 + (f/t)$; XI. $Y_t = a + bt^{0.5} + c \ln(t)$; XII. $Y_t = a - bt + c \ln(t)$; XIII. $Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$; XIV. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t)$; XV. $Y_t = a + b[(t - t_{min})/(t_{max} - t_{min})] + ce^{-0.05t}$; XVI. $Y_t = a + bt + ce^{-0.1t}$;

² SA=Suizo Americano (n=826), BI=Bos indicus (n=52), 3BI1BT= $\frac{3}{4}$ Bos indicus $\frac{1}{4}$ Bos taurus (n=507), 1BI1BT= $\frac{1}{2}$ Bos indicus $\frac{1}{2}$ Bos taurus (n=462), 3BI5BT= $\frac{3}{8}$ Bos indicus $\frac{5}{8}$ Bos taurus (n=167) y 1BI3BT= $\frac{1}{4}$ Bos indicus $\frac{3}{4}$ Bos taurus (n=62).

Los resultados anteriores fueron similares a los observados por Olori *et al.* (1999), quienes evaluaron varias ecuaciones en vacas Holstein, entre ellas la III, VII, VIII y IX; encontrando que la ecuación IX presentó el mejor ajuste ($P < 0.05$), mientras que la ecuación III fue la peor; asimismo, la ecuación VIII fue la de mejor ajuste dentro de los modelos de tres parámetros. Pool *et al.* (2000) recomiendan el uso del polinomio de Legendre de cuarto grado (ecuación XIII), para estimar los parámetros de las curvas de lactancia de vacas Holstein Friesian holandesas de primer parto, ya que al compararlo con los polinomios de segundo, tercer y quinto grado, éste modelo presentó el mejor ajuste. Schneeberger (1981) comparó cuatro ecuaciones en vacas Suizo Europeo, entre ellas los modelos III y IV, de este trabajo y encontró que la forma logarítmica de la ecuación IV (Schaeffer *et al.*, 1977) presentó el mejor ajuste, con base en los CMR's.

Por el contrario, Macciota *et al.* (2005) identificaron la forma de las curvas de lactancia en vacas Simmental Italianas en función de los signos de los parámetros de los modelos III, IX, XIII y XVI, y concluyeron que las ecuaciones XVI y III presentaron el mejor ajuste ($r^2 > 0.75$), produciendo sólo los tipos de curvas denominadas estándar y atípica (aumento continuo o lineal); mientras que los modelos de cuatro y cinco parámetros (XIII y IX, respectivamente) produjeron otras formas de curvas de lactancia (disminución continua, dos picos de producción, curvas con producciones negativas al inicio o al final de la lactancia, etc.).

Con respecto a las ecuaciones II (Nelder, 1966) y V (Coby y Le Du, 1978) que presentaron el peor ajuste existen diversas investigaciones que han reportado la falta de flexibilidad de la ecuación II, para ajustar diferentes formas de curvas de lactancia. Papajcsik y Boderó (1988) compararon 20 ecuaciones en vacas Holstein (entre ellas las ecuaciones I, II, III, V y VI de este trabajo); la ecuación II tuvo las peores predicciones en las lactancias que se presentaban en invierno. Scherchand *et al.* (1995) trabajando con vacas Holstein compararon diez modelos (entre ellos los modelos I, II y III de este estudio), y encontraron que las ecuaciones II y III, presentaron los peores ajustes, con base en los CMR's. Landete-Castillejos y Gallego (2000) trabajando con venados, compararon siete ecuaciones (entre ellas los modelos I, II, III y V de la presente investigación) y también concluyeron que la ecuación II fue una de las peores. Ramírez-Valverde *et al.* (2004) compararon las ecuaciones I, II, III y VI del presente trabajo en vacas Angus, Suizo y sus cruza recíprocas, y encontraron que las ecuaciones II y VI presentaron los peores ajustes. Resultados similares fueron reportados por Ruíz *et al.* (2000) en ovejas Latxa.

Perochón *et al* (1996) compararon cinco ecuaciones (entre ellas la III y V de este trabajo), en vacas Holstein Montbéliarde, Holstein Francesa y sus cruza, y encontraron que la ecuación V, presentó diversos problemas en el área del pico de PL.

Autocorrelación positiva y predicciones anormales de PL

Existen pocas investigaciones en las cuales se ha reportado el porcentaje de casos con AP, así como predicciones anormales de PL (PN y PE), por lo cual no existe información disponible para todas las ecuaciones comparadas en este estudio. Para el caso de las ecuaciones XIII, IX y X, que presentaron los menores casos con AP (Cuadro 6), no existen estudios disponibles para contrastar esta información.

En el presente estudio, las ecuaciones XVI, y II presentaron el mayor número de casos con AP a través de genotipos (17.5 y 16.0%, respectivamente), lo cual es similar a lo encontrado por Ramírez-Valverde *et al.* (2004), quienes compararon que las ecuaciones I, II, III y VI de este estudio, en vacas Angus, Suizo y sus cruza, y encontraron que los casos con AP disminuían para todas las ecuaciones a medida que el número de muestreos de PL diaria disminuía, pero la ecuación II (Nelder, 1966) presentó los mayores porcentajes para cualquier frecuencia de muestreo (0.7% a 23.6%).

De manera similar, Ruíz *et al.* (2000) trabajando con ovejas Latxa, eliminaron la ecuación II de su estudio ya que presentó problemas de convergencia con los datos de PL, al compararla con ecuaciones utilizadas en este estudio (III, V y VIII).

Otras investigaciones han encontrado porcentajes variables de AP con la ecuación III, puesto que ha sido de las más evaluadas. Ruiz *et al.* (2000) estimaron 8.1% de lactancias con AP en ovejas Latxa. Grossman y Koops (1988) también encontraron problemas de AP en vacas Holstein con la ecuación III, al igual que Vargas *et al.* (2000) quienes encontraron 88.5% de casos, también en vacas Holstein. Mientras que en nuestro estudio la ecuación III, fue de las intermedias en casos con AP (8.1%)

Con respecto al porcentaje de casos con PN, las ecuaciones I, III y IV no presentaron ninguna PN (Cuadro 7). Ramírez-Valverde *et al.* (2004) evaluaron las ecuaciones I, II, III y VI de este estudio en vacas Angus, Suizo y sus cruza y encontraron que las ecuaciones I y III tampoco presentaron ninguna PN, en diferentes frecuencias de muestreo; así mismo, la ecuación II fue la que presentó el mayor número de casos con PN (13.5 a 26.3%, de acuerdo con la frecuencia de muestreo), mientras que en el presente estudio esta ecuación presentó valores intermedios de PN .

Con respecto a la PE (Cuadro 8), Ramírez-Valverde *et al.* (2004) encontraron que las ecuaciones I y III presentaron el menor porcentaje de casos con PE (0.0 a 4.7%, en función de la frecuencia de muestreo), mientras que la ecuación II presentó los mayores porcentajes de PE (14.8 a 21.5%); así mismo, la ecuación VI no presentó casos de PE, similar a lo encontrado en el presente estudio (0.4% de lactancias con PE en promedio a través de genotipos).

Aunque las ecuaciones IX, XIII y X presentaron la menor suma de CMRs y el menor porcentaje de lactancias con AP, una vez estimadas las producciones de leche, presentaron los mayores porcentajes de PN, así como PE al pico de producción en todos los genotipos (Cuadros 6, 7 y 8, respectivamente).

Para ejemplificar las formas de las curvas de lactancia promedio generadas con las mejores y las peores ecuaciones, en la Figura 1 se muestran las curvas estimadas con estos modelos en vacas en vacas del genotipo SA, ajustadas a 270 días en leche. En la representación gráfica se observa la variabilidad en las curvas de lactancia generadas por las ecuaciones, y refuerza la idea de la importancia de utilizar la ecuación que mejor represente la información utilizada.

De manera similar, en la Figura 2 se muestran las curvas de lactancia estimadas con la ecuación de mejor ajuste (Schaeffer *et al.*, 1977) en vacas de cada uno de los genotipos evaluados. En la gráfica se observa la variabilidad de las curvas de lactancia, tanto en niveles de PL diaria como en duración de la lactancia a través de genotipos.

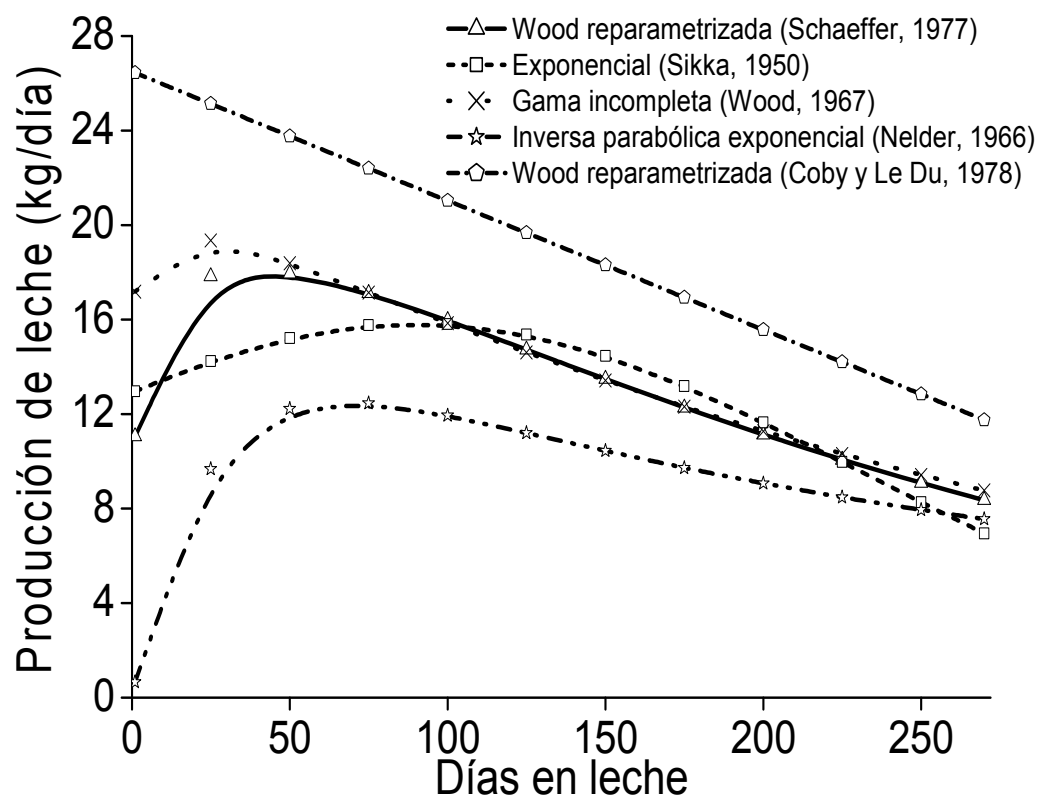


Figura 1. Producción de leche estimada en vacas Suizo Americano (n=826).

Los resultados de la comparación de ecuaciones indican que la reparametrización de la ecuación de Wood, propuesta por Schaeffer *et al.*, (1977), que considera la fecha del primer muestreo como el tiempo cero, es una buena alternativa para estimar las curvas de lactancia en vacas provenientes de genotipos como los evaluados en este trabajo o en aquellos que presenten

lactancias similares; alternatively, las ecuaciones propuestas por Wood (1967) y Sikka (1950), también una buena opción.

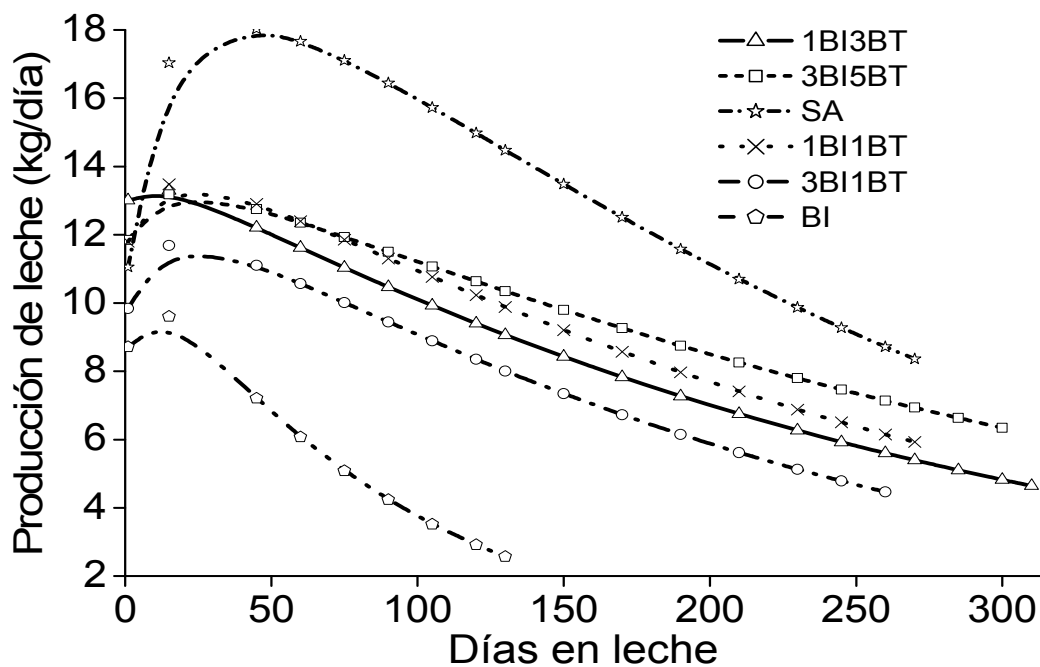


Figura 2. Producción de leche estimada con la ecuación de Schaeffer et al., (1977) a través de genotipos.

SA=Suizo Americano (n=826, ajustada a 270 días en leche), BI=*Bos indicus* (n=52, ajustada a 130 días en leche), 3BI1BT= $\frac{3}{4}$ *Bos indicus* $\frac{1}{4}$ *Bos taurus* (n=507, ajustada a 260 días en leche), 1BI1BT= $\frac{1}{2}$ *Bos indicus* $\frac{1}{2}$ *Bos taurus* (n=462, ajustada a 270 días en leche), 3BI5BT= $\frac{3}{8}$ *Bos indicus* $\frac{5}{8}$ *Bos taurus* (n=167, ajustada a 300 días en leche) y 1BI3BT= $\frac{1}{4}$ *Bos indicus* $\frac{3}{4}$ *Bos taurus* (n=62, ajustada a 310 días en leche).

Literatura citada

1. Wood PDP. Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature* 1967; 216:164-165.
2. Ramírez VR, Ramírez VG, Núñez DR, Tewolde MA. Curvas de lactancia en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruzas: II. Comparación de ecuaciones. *Agrociencia* 1998;32:325-330.
3. Ruiz R, Oregui LM, Herrero M. Comparison of models for describing the lactation curve of Latxa sheep and a analysis of factors affecting milk yield. *J. Dairy Sci.* 2000;83:2709-2719.
4. Vargas B, Koops WJ, Herrero M, Aredonk JAM. Modelling extended lactations of dairy cows. *J. Dairy Sci.* 2000;83:1371-1380.
5. Schaeffer LR, Minder CE, McMillan I, Burnside EB. Nonlinear techniques for predicting 305 day lactation production of Holstein and Jersey. *J. Dairy Sci.* 1977;60:1636-1644.
6. Coby JM, Le Du LP. On fitting curves to lactation data. *Anim. Prod.* 1978;26 :127-133.
7. Wilmink JBM. Comparison of different methods of predicting 305 day milk using means calculated from within herd lactations curve. *Livest. Prod. Sci.* 1987;17:1-17.
8. Ali TE, Schaeffer LR. Accounting for covariance among test day milk yields in dairy cows. *Can. J. Anim. Sci.* 1987;67:637-644.

9. Cobuci AJ, Euclydes RF, Silva VR, Teodoro RL, Savio LP, Almeida SM. Curva de lactação na Raça Guzerá. Rev. bras. zootec. 2000; 29(5):1332-1339.
10. Jamrozik J, Schaeffer LR, Weigel KA. Estimates of genetic parameters for single-and multiple-country test-day models. J. Dairy Sci. 2002;85:3131-3141.
11. Sikka LC. A study of lactation as affected by heredity and environment. J. Dairy Res. 1950;17:231-252.
12. Nelder JA. Inverse polynomials, a useful group of multifactor response functions. Biometrics. 1966;22:128-141.
13. Gaskins TC, Anderson DC. Comparison of lactation curves in Angus-Hereford, Jersey-Angus and Simmental-Angus cows. J. Anim. Sci. 1980;50:828-832.
14. Singh RP, Gopal R. Lactation curve analysis of buffaloes maintained under village conditions. Indian J. Anim. Sci. 1982;52:1157-1160.
15. Morant SV, Gnanasakthy A. A new approach to the mathematical formulation of lactation curves. Anim. Prod. 1989;49 :151-162.
16. Guo, Z., and H. H. Swalve. Modelling of the lactation curve as a sub-model in the evaluation of test day records. Paper presented at the INTERBULL open meeting, 7-8 september, Prague, Czech Republic. Bulletin 11:15-21.

17. Odegard J, Jensen J, Klemetsdal G, Madsen P, Heringstad B. Genetic analysis of somatic cell score in Norwegian cattle using random regression test-day models. *J. Dairy Sci.* 2003;86:4103-4114.
18. Macciota NPP, Vicario D, Cappio-Borlino A. Detection of different shapes of lactation curve for milk yield in dairy cattle by empirical mathematical models. *J. Dairy Sci.* 2005;88:1178-1191.
19. SAS®. User's Guide. Statistics. 8th ed. Cary (NC): SAS Institute Inc., 2001.
20. Myles H, Wolfe DA. Non-parametric Statistical Methods. Ed. John Wiley & Sons. New York, NY, pp 1973;151-152.
21. Olori VE, Brotherstone S, Hill WG, McGuirk BJ. Fit of standard models of the lactation curve to weekly records of milk production of cows in a single herd. *Livest. Prod. Sci.* 1999;58 :55-63.
22. Pool MH, Jans LLG, Meuwissen THE. Genetic parameters of Legendre polynomials for first parity lactation curves. *J. Dairy Sci.* 2000. 83:2640-2649.
23. Schneeberger, M. Inheritance of lactation curve in Brown Swiss Cattle. *J. Dairy Sci.* 1981;64:475-483.
24. Papajick IA, Boder J. Modelling lactation curves of Friesian cows in a subtropical climate. *Anim. Prod.* 1988;47 :201-207.
25. Scherchand L, McNew RW, Kellogg DW, Johnson ZB. Selection of mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *J. Dairy Sci.* 1995;78:2507-2513.

26. Landete-Castillejos T, Gallego L. Technical note: The ability of mathematical models to describe the shape of lactation curves. *J. Anim. Sci.* 2000;78:3010-3013.
27. Ramírez VR, García-Muñiz JG, Núñez DR, Ruiz FA, Meráz AMR. Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia con diferentes estrategias de muestreo en bovinos Angus, Suizo y sus cruza. *Vet. Méx.* 2004;35(3):187-201.
28. Pérochon L, Coulon JB, Lescourret F. Modelling lactation curves of dairy cows with emphasis on individual variability. *Anim. Sci.* 1996;63:189-200.
29. Grossman M, Koops WJ. Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 1988;71:1598-1608.

Apéndices

Apéndice 1. Programas en SAS utilizados para ajustar las ecuaciones evaluadas.

```
Title 'Programa para obtener promedio de duración de la lactancia para
lactancias cortas y normales';
options ls=100 ps=66 nocenter nodate;
proc means data=work.Enrique n min max mean median stddev;
    Class LactCorta;
    var DEL;
Where FinLactancia='yes';
run;quit;

/*****/

Title 'Programa para ajustar la ecuación de Wood (1967)';
options ls=256 ps=100000 nocenter nodate;
Data Enrique;set work.Enrique;
    Length Equation$ 16;
    Equation='.';
    if Equation = '.' then Equation='Wood';
run;quit;
options ls=256 ps=100000 nocenter nodate;
Proc sort data=Enrique;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
run;quit;
Title 'NLIN para Ecuacion de Wood 1967';
Proc NLIN data=Enrique best=5 step= 40 method=marquardt
SMETHOD=ARMGOLD maxiter=100;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
    parms a=1.5 to 2.5 by 0.2 b=0.01 to 1.01 by 0.2 c=0 to 0.21 by 0.03;
    con=exp(-c*DEL);
    model PL=a*(DEL**b)*exp(-c*DEL);
    if _model_ then return;
    output out=WoodOut p=Plpred r=PLresid parms=a b c ESS=ErrorSS;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Proc means data=WoodOut noprint maxdec=10;
    id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto;
    var a b c ErrorSS;
    output out=WoodOut1 mean= a b c ErrorSS;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
run;quit;
Data WoodOut2;
```

Apéndice 1. Continuación...

```

        set WoodOut1;
        MSResid=(ErrorSS)/(_Freq_-3);
run;quit;

Title 'Parms y MSRES Eq. de Wood 1967';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc means data=WoodOut2 noprint maxdec=10;
    id Equation RegVaca    TatVaca  NombreVaca  Lactancia  _Freq_  FNVaca
    FParto;
    var    a b c MSResid;
    output out=WoodOut3 mean=    a b c MSResid;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca  Lactancia  FNVaca    FParto
    Hato;
Proc print data=WoodOut3;
    Format _numeric_ 15.14;
run;quit;

Title 'D-W statistic Eq. de Wood 1967';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=WoodOut;
    model PLresid=    / noint dw;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca  Lactancia  FNVaca    FParto
    Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;

Title1 'Plots of observed and predicted for WOOD';
Options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=WoodOut;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca  Lactancia  FNVaca    FParto
    Hato;
    plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
    by 5 box overlay;
run;quit;

Title2 'Plot of PLresid vs PL for WOOD';
    plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/

Title 'Programa para ajustar la ecuación de Schaeffer et al. (1977)';
options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Data Enrique;set work.Enrique;
    Length Equation$ 16;
    Equation='.';
    if Equation = '.' then Equation = 'Schaeffer';
run;quit;
options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Proc sort data=Enrique;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca  Lactancia  FNVaca    FParto
    Hato;
run;quit;
Title 'NLIN para Ecuacion de Schaeffer et al. (1977) Reparameterized
Wood';

```

Apéndice 1. Continuación...

```

Proc NLIN data=Enrique best=5 step= 40 method=marquardt
SMETHOD=ARMGOLD maxiter=100;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
    parms a=1.5 to 2.5 by 0.2 b=0.01 to 1.01 by 0.2 c=0 to 0.21 by
0.03;
    con=exp(-c*DEL_DELo);
    der.a=con*((DEL_DELo)**b);
    der.b=con*((DEL_DELo)**b)*(log((DEL_DELo)))*a;
    der.c=-(con*((DEL_DELo)**(B+1)))*a;
    model PL=a*((DEL_DELo)**b)*exp(-c*(DEL_DELo));
    if _model_ then return;
    output out=SchaefferOut p=PLpred r=PLresid parms=a b c
ESS=ErrorSS;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Proc means data=SchaefferOut noprint maxdec=10;
    id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVacaFParto;
    var a b c ErrorSS;
    output out=SchaefferOut1 mean= a b c ErrorSS;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
run;quit;
Data SchaefferOut2;
    set SchaefferOut1;
    MSResid=(ErrorSS)/(_Freq_-3);
run;quit;
Title 'Parms y MSRES Eq. de Schaeffer et al. (1977) Reparameterized
Wood';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc means data=SchaefferOut2 noprint maxdec=10;
    id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia _Freq_ FNVaca
FParto;
    var a b c MSResid;
    output out=SchaefferOut3 mean=a b c MSResid;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto;
Proc print data=SchaefferOut3;
    Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic Eq. Schaeffer et al. (1977) Reparameterized Wood';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=SchaefferOut;
    model PLresid= /noint dw;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plots of observed and predicted for Schaeffer et al. (1977)';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=SchaefferOut;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
    plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;

```

Apéndice 1. Continuación...

```

Title2 'Plot of PLresid vs PL for Schaeffer et al. (1977)';
      plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/

Title 'Programa para ajustar la ecuación de Nelder (1966)';
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Data Enrique;set work.Enrique;
      Length Equation$ 16;
      Equation='.';
      if Equation = '.' then Equation = 'Nelder';
run;quit;
Proc sort data=Enrique;
      by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
      Hato;
run;quit;
Title 'NLIN para Eq. de Nelder';
Proc NLIN data=Enrique best=5 step= 40 method=marquardt
SMETHOD=ARMGOLD maxiter=100;
      by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
      Hato;
      parms a=-.49 to .99 by 0.1 b=0.01 to .07 by 0.01 c=.0001 to 0.0004
by 0.0001;
      con=-DEL/((a+(b*DEL)+(c*(DEL**2)))**2);
      der.a=con;
      der.b=con*DEL;
      der.c=con*(DEL**2);
      model PL=DEL/(a+(b*DEL)+(c*(DEL**2)));
      if _model_ then return;
      output out=NelderOut p=PLpred r=PLresid parms=a b c ESS=ErrorSS;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Proc means data=NelderOut noprint maxdec=10;
      id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto;
      var a b c ErrorSS;
      output out=NelderOut1 mean= a b c ErrorSS;
      by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
      Hato;
run;quit;
Data NelderOut2;
      set NelderOut1;
      MSResid=(ErrorSS)/(_Freq_-3);
run;quit;
Title 'Parms y MSRES Ecuacion de Nelder';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc means data=NelderOut2 noprint maxdec=10;
      id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia _Freq_ FNVaca
      FParto;
      var a b c MSResid;
      output out=NelderOut3 mean= a b c MSResid;
      by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
      Hato;
Proc print data=NelderOut3;

```

Apéndice 1. Continuación...

```

Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic para Ecuacion de Nelder';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=NelderOut;
    model PLresid= /noint dw;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plots of observed and predicted for Nelder (1966)';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=NelderOut;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
    plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Nelder';

    plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/

Title 'Programa para ajustar la ecuación de Sikka (1950)';
options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Data Enrique;set work.Enrique;
    Length Equation$ 16;
    Equation='.';
    if Equation = '.' then Equation = 'Sikka';
    DEL2=DEL**2;
run;quit;
Proc sort data=Enrique;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
run;quit;
Title 'NLIN para Ecuacion de Sikka';
Proc NLIN data=Enrique best=5 step= 40 method=marquardt
SMETHOD=ARMGOLD maxiter=100;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
    parms a=2.5 to 3.1 by 0.2 b=0 to 0.0015 by 0.0005 c=0 to 0.1 by
0.005;
    con=Exp((b*DEL)+(c*DEL2));
    der.a=con;
    der.b=con*DEL*a;
    der.c=con*DEL2*a;
    model PL=a*Exp((b*DEL)+(c*DEL2));
    if _model_ then return;
    output out=SikkaOut p=PLpred r=PLresid Parms=a b c ESS=ErrorSS;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Proc means data=SikkaOut noprint maxdec=10;

```

Apéndice 1. Continuación...

```

id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto;
var a b c ErrorSS DEL DEL2;
output out=SikkaOut1 mean= a b c ErrorSS DEL DEL2 ;
by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
Hato;
run;quit;
Data SikkaOut2;
set SikkaOut1;
DEL=DEL;
DEL2=DEL**2;
MSResid=(ErrorSS)/(_Freq_-3);
run;quit;
Title 'Parametros y MSRES Ecuacion de Sikka';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc means data=SikkaOut2 noprint maxdec=10;
id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia _Freq_ FNVaca
FParto;
var a b c MSResid;
output out=SikkaOut3 mean= a b c MSResid;
by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
Hato;
Proc print data=SikkaOut3;
Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic para Eq. de Sikka 1950';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=SikkaOut;
model PLresid= / noint dw;
by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plots of observed and predicted for Sikka';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=SikkaOut;
by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
Hato;
plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Sikka (1950)';
plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/

Title 'Programa para ajustar la ecuación de Coby y Le Du (1978)';
options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Data Enrique; set work.Enrique;
Length Equation$ 16;
Equation='.';
if Equation = '.' then Equation = 'Cobby';
run;quit;

```

Apéndice 1. Continuación...

```
Proc sort data=Enrique;
  by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
  Hato;
run;quit;
Title 'NLIN para Ecuacion de Coby y Le Du (1978) Yt=a-b*t-a*exp(-ct)';
Proc NLIN data=Enrique best=5 step= 40 method=marquardt
SMETHOD=ARMGOLD maxiter=100;
  by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
  Hato;
  parms a=1 to 30 by 5 b=0.005 to 0.1 by 0.01 c=-1 to 10 by 1;
  con=Exp(-c*DEL);
  der.a=1-con;
  der.b=-DEL;
  der.c=DEL*a*con;
  model PL=a-(b*DEL)-(a*exp(-c*DEL));
  if _model_ then return;
  output out=CobbyOut p=PLpred r=PLresid parms=a b c ESS=ErrorSS;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Proc means data=CobbyOut noprint maxdec=10;
  id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto;
  var a b c DEL ErrorSS;
  output out=CobbyOut1 mean= a b c DEL ErrorSS;
  by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
  Hato;
run;quit;
Data CobbyOut2;
  set CobbyOut1;
  MSResid=(ErrorSS)/(_Freq_-3);
run;quit;
Title 'Parametros y MSRES Eq. de Cobby y Le Du (1978) Yt=a-b*t-a*exp(-
ct)';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc means data=CobbyOut2 noprint maxdec=10;
  id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia _Freq_ FNVaca
  FParto;
  var a b c MSResid;
  output out=CobbyOut3 mean= a b c MSResid;
  by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
  Hato;
Proc print data=CobbyOut3;
  Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Title 'D-W statistic para Ecuacion de Cobby y Le Du (1978) Yt=a-b*t-
a*exp(-ct)';
Proc reg data=CobbyOut;
  model PLresid= /noint dw;
  by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
  Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted Ecuacion de Cobby y Le Du (1978)
Yt=a-b*t-a*exp(-ct)';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
```

Apéndice 1. Continuación...

```

Proc plot data=CobbyOut;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
    plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Coby y Le Du';
    plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Morant y Gnanasakthy
(1989)';
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Data Enrique; set work.Enrique;
    Length Equation$ 16;
    Equation='.';
    if Equation = '.' then Equation = 'Morant';
run;quit;
Proc sort data=Enrique;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
run;quit;
Title 'NLIN para Ecuacion de MORANT Y GNANASAKTHY, 1988 u 1989 Yt=
exp(a-bn1-cn21-d/n)';
Proc NLIN data=Enrique best=5 step= 40 method=marquardt
SMETHOD=ARMGOLD maxiter=100 G4singular;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
    parms a=0.2 to 2 by 0.5 b=-2.3 to 2.3 by 0.5 c=-18 to 11 by 10
        f=-80 to 80 by 40 k=-2 to 3 by 2;
    model PL=exp(a-b*((DEL-150)/100))*(1-k*((DEL-150)/100))+(c*((DEL-
150)/100)**2)+(f/DEL);
output out=MorantOut p=PLpred r=PLresid ESS=ErrorSS parms=a b c f k;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Proc means data=MorantOut noprint maxdec=10;
    id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto;
    var a b c f k ErrorSS;
    output out=MorantOut1 mean= a b c f k ErrorSS;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
run;quit;
Data MorantOut2;
    set MorantOut1;
    MSResid= (ErrorSS)/(_Freq_-5);
run;quit;
Title 'Parametros y MSRES Eq. de Morant y Gnanasakthy 1988 u 1989 Yt=
exp(a-bn1-cn21-d/n)';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
proc means data=MorantOut2 noprint maxdec=10;
    id Equation RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia _Freq_ FNVaca
        FParto;
    var a b c f k MSResid;
    output out=MorantOut3 mean= a b c f k MSResid;

```

Apéndice 1. Continuación...

```
by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
Hato;
Proc print data=MorantOut3;
  Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Title 'D-W statistic para Eq. de Morant y Gnanasakthy 1988 u 1989 Yt=
exp(a-bn1-cn21-d/n)';
Proc reg data=MorantOut;
  model PLresid= /noint dw;
  by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
  Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted Ecuacion de Morant y
Gnanasakthy';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=MorantOut;
  by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
  Hato;
  plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Morant y Gnanasakthy';
  plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Gaskins y Anderson (1980)';
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
  Length Equation$ 16;
  Equation='.';
  if Equation = '.' then Equation = 'Cuadrática';
  DEL2=DEL**2;
run;quit;
Proc sort data=ENRIQUE;
  by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
  Hato;
run;quit;
Title 'Proc Reg para ecuacion cuadratica yt=a+b*DEL+c*DEL**2 de Gaskins
y Anderson (1980)';
Proc reg data=ENRIQUE outest=ParmsCuadratica;
  model PL=DEL DEL2;
  by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
  Hato;
  output out=CuadrOut p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title 'Parms y MSRES de ecuacion cuadratica yt=a+b*DEL+c*DEL**2 de
Gaskins y Anderson (1980)';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Data CuadrOut1;
  set ParmsCuadratica;
  drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;
  rename Intercept=a DEL=b DEL2=c;
  MSResid=(_RMSE_)**2;
```

Apéndice 1. Continuación...

```

Proc print;
  Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Title 'D-W statistic para ecuacion cuadratica  $y_t=a+b*DEL+c*DEL^{**2}$  de
Gaskins y Anderson (1980)';
Proc reg data=CuadrOut;
  model PLresid=/noint dw;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted eq. cuadratica de Gaskins y
Anderson (1980)';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=CuadrOut;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
  plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Gaskins y Anderson (1980)';
  plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Guo y Swalve (1995)';
Options ls=256 ps=1000 nocenter nodate;
Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
  Length Equation$ 16;
  Equation='.';
  if Equation = '.' then Equation = 'Guo y Swalve';
  DEL1=(DEL)**0.5;
  LNDEL=log(DEL);
run;quit;
Proc sort data=ENRIQUE;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
run;quit;
Title 'Proc Reg. para eq. de Guo y Swalve(1995)
 $Y_t=a+b*(t^{**0.5})+c*[ln(t)]$ ';
Proc reg data=ENRIQUE outest=ParmsGU0;
  model PL=DEL1 LNDEL;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
  output out=GU0Out p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title 'Parametros y MSRES Eq. de Guo y Swalve(1995)
 $Y_t=a+b*(t^{**0.5})+c*[ln(t)]$ ';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Data GU0Out1;
  set ParmsGU0;
  drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;
  rename Intercept=a DEL1=b LNDEL=c;

```

Apéndice 1. Continuación...

```

MSResid=(_RMSE_)**2;
Proc print;
  Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Title 'D-W statistic para Eq. de Guo y Swalve(1995)';
Yt=a+b*(t**0.5)+c*[ln(t)];
Proc reg data=GU00out;
  model PLresid= / noint dw;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted Eq. de Guo y Swalve(1995)';
Yt=a+b*(t**0.5)+c*[ln(t)];
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=GU00out;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
  plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
  by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Guo y Swalve (1995)';
  plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Wilink (1987)';
Options ls=256 ps=1000 nocenter nodate;
Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
  Length Equation$ 16;
  Equation='.';
  if Equation = '.' then Equation = 'Wilink';
  DELExp=Exp(-0.05*DEL);
run;quit;
Proc sort data=ENRIQUE;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
run;quit;
Title 'Proc Reg. para Eq. Original de Wilink(1987) Yt=a+b*DEL+c*exp(-
0.05*DEL)';
Proc reg data=ENRIQUE outest=ParmsWilink;
  model PL=DEL DELExp;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
  output out=WilinkOut p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Title 'Parametros y MSRES para Eq. Original de
Wilink(1987)Yt=a+b*DEL+c*exp(-0.05*DEL)';
Data WilinkOut1;
  set ParmsWilink;
  drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;
  rename Intercept=a DEL=b DELExp=c;

```

Apéndice 1. Continuación...

```

MSResid=( _RMSE_ )**2;
Proc print Data=WilmlinkOut1;
  Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Title 'D-W statistic para Eq. Original de
Wilmlink(1987)Yt=a+b*DEL+c*exp(-0.05*DEL)';
Proc reg data=WilmlinkOut;
  model PLresid= /noint dw;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted Eq. Original de
Wilmlink(1987)Yt=a+b*DEL+c*exp(-0.05*DEL)';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=WilmlinkOut;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
  plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
  by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Wilmlink (1987)';
  plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Wilmlink (1987); Macciota et
al. (2005)';
Options ls=256 ps=1000 nocenter nodate;
Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
  Length Equation$ 16;
  Equation='.';
  if Equation = '.' then Equation = 'WilmlinkEx1';
  DELExp=Exp(-0.1*DEL);
run;quit;
Proc sort data=ENRIQUE;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
run;quit;
Title 'Proc Reg. para Eq. de WilmlinkExp -0.1 Yt=a+b*DEL+c*exp(-
0.1*DEL)';
Proc reg data=ENRIQUE outest=ParmsWilmEx1;
  model PL=DEL DELExp;
  by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
  Hato;
  output out=WilmEx1Out p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title 'Parametros y MSRES para Eq. de Wilmlink Exp -0.1
Yt=a+b*DEL+c*exp(-0.1*DEL)';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Data WilmEx1Out1;
  set ParmsWilmEx1;
  drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;

```

Apéndice 1. Continuación...

```

    rename Intercept=a DEL=b DELExp=c;
    MSResid=( _RMSE_ )**2;
Proc print Data=WilmEx10ut1;
    Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic para Eq. de Wilmink Exp -0.1 Yt=a+b*DEL+c*exp(-
0.1*DEL)';
Options ls=256 ps=1000 nocenter nodate;
Proc reg data=WilmEx10ut;
    model PLresid= / noint dw;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted para Eq. de Wilmink Exp -0.1
Yt=a+b*DEL+c*exp(-0.1*DEL). Macciota et al., 2005';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=WilmEx10ut;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
    plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Wimink (Macciota et al., 2005)';
    plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Wilmink (1987); Odegard et
al., (2003)';
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
    Length Equation$ 16;
    Equation='.';
    if Equation = '.' then Equation = 'WilminkModificada';
    DELMod=(DEL-DELmin)/(DELmax-DELmin);
    DELExp=Exp(-0.05*DEL);
run;quit;
Proc sort data=ENRIQUE;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
run;quit;
Title 'Proc Reg. para Eq. de Wilmink MODIFICADA Yt=a+b*[(DEL-
DELmin)/(DELmax-DELmin)]+c*exp(-0.05*DEL)';
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=ENRIQUE outest=ParmsWilminkMod;
    model PL=DELMod DELExp;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
    output out=WilminkModOut p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title 'Parametros y MSRES para Eq. de Wilmink MODIFICADA Yt=a+b*[(DEL-
DELmin)/(DELmax-DELmin)]+c*exp(-0.05*DEL)';

```

Apéndice 1. Continuación...

```
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Data WilminkModOut1;
    set ParmswilminkMod;
    drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;
    rename Intercept=a DELMod=b DELExp=c;
    MSResid=( _RMSE_ )**2;
Proc print data=WilminkModOut1;
    Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic para Eq. para Eq. de Wilmink MODIFICADA
Yt=a+b*[(DEL-DElmin)/(DELmax-DElmin)]+c*exp(-0.05*DEL)';
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=WilminkModOut;
    model PLresid= / noint dw;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted para Eq. de Wilmink MODIFICADA
Yt=a+b*[(DEL-DElmin)/(DELmax-DElmin)]+c*exp(-0.05*DEL)';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=WilminkModOut;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
    plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
    by 5 box overlay;
run;quit;

Title2 'Plot of PLresid vs PL for Wilmink Modificada (Odegard et al.,
2003)';
    plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Ali y Schaeffer (1987)';
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
    Length Equation$ 16;
    Equation='.';
    if Equation = '.' then Equation = 'AliYSchaeffer';
    DEL1=(DEL/270);
    DEL2=(DEL/270)**2;
    DEL3=log(270/DEL);
    DEL4=(log(270/DEL))**2;
run;quit;
Options ls=256 ps=1000 nocenter nodate;
Proc sort data=ENRIQUE;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
run;quit;
Title 'Proc Reg. para Eq. de Ali y Schaeffer Original
Yt=a+b*(t/305)+c*(t/305)^2+d*[ln(305/t)]+e*[(ln(305/t))^2]';
Proc reg data=ENRIQUE outest=ParmsAli;
    model PL=DEL1 DEL2 DEL3 DEL4;
```

Apéndice 1. Continuación...

```

    by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
    Hato;
    output out=AliOut p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
Title 'Parms y MSRES Eq. de Ali y Schaeffer Original
Yt=a+b*(t/305)+c*(t/305)^2+d*[ln(305/t)]+e*[(ln(305/t))^2];
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Data AliOut1;
    set ParmsAli;
    drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;
    rename Intercept=a DEL1=b DEL2=c DEL3=d DEL4=e;
    MSResid=( _RMSE_ )**2;
Proc print data=AliOut1;
    Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic para Eq. de Ali y Shaeffer Original
Yt=a+b*(t/305)+c*(t/305)^2+d*[ln(305/t)]+e*[(ln(305/t))^2];
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=AliOut;
    model PLresid= / noint dw;
    by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
    Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted Ali and Shaeffer
OriginalYt=a+b*(t/305)+c*(t/305)^2+d*[ln(305/t)]+e*[(ln(305/t))^2];
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
proc plot data=AliOut;
    by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
    Hato;
    plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Ali y Schaeffer (1987)';
    plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Ali y Schaeffer modificada
(1987)';
Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
    Length Equation$ 16;
    Equation='.';
    if Equation = '.' then Equation = 'Ali y SchMod';
    DEL1=(DEL/270);
    DEL2=(DEL/270)**2;
    DEL3=log(270/DEL);
run;quit;
Options ls=256 ps=1000 nocenter nodate;
Proc sort data=ENRIQUE;
    by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
    Hato;
run;quit;
Title 'Proc Reg. para Eq. de Ali y Schaeffer Modificada
Yt=a+b*(t/305)+c*(t/305)^2+d*[ln(305/t)]';

```

Apéndice 1. Continuación...

```

Proc reg data=ENRIQUE outest=ParmsAliMod;
    model PL=DEL1 DEL2 DEL3;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
    output out=AliModOut p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title 'Parms y MSRES para Eq. de Ali y Schaeffer Modificada
Yt=a+b*(t/305)+c*(t/305)^2+d*[ln(305/t)]';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Data AliModOut1;
    set ParmsAliMod;
    drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;
    rename Intercept=a DEL1=b DEL2=c DEL3=d DEL4=e;
        MSResid=(_RMSE_)**2;
Proc print Data=AliModOut1;
    Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic para Eq. de Ali y Schaeffer Modificada
Yt=a+b*(t/305)+c*(t/305)^2+d*[ln(305/t)]';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=AliModOut;
    model PLresid= /noint dw;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted Ali and Shaeffer Modificada
Yt=a+b*(t/305)+c*(t/305)^2+d*[ln(305/t)]';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=AliModOut;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
    plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Ali y Schaeffer Modificada';
    plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Cobuci (2000)';
Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
    Length Equation$ 16;
    Equation='.';
    if Equation = '.' then Equation = 'COBUCI';
    lnDEL=log(DEL);
run;quit;
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Proc sort data=ENRIQUE;
    by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
        Hato;
run;quit;
Title 'Proc Reg. para Eq. de Cobuci et al(2000) yt=a-b*DEL+c*ln(DEL)';
Proc reg data=ENRIQUE outest=ParmsCobuci;

```

Apéndice 1. Continuación...

```

model PL=DEL lnDEL;
by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
Hato;
output out=CobuciOut p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title 'Parametros y MSRES para Eq. de Cobuci et al(2000) yt=a-
b*DEL+c*ln(DEL)';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Data CobuciOut1;
set ParmsCobuci;
drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;
rename Intercept=a DEL=b lnDEL=c;
MSResid=(_RMSE_)**2;
Proc print data=CobuciOut1;
Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic para Eq. de Cobuci et al(2000) yt=a-
b*DEL+c*ln(DEL)';
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=CobuciOut;
model PLresid= / noint dw;
by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plots of observed and predicted para Eq. de Cobuci et al(2000)
yt=a-b*DEL+c*ln(DEL)';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=CobuciOut;
by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
Hato;
plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Cobuci (2000)';
plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar la ecuación de Singh y Gopal (1982)';
Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
Length Equation$ 16;
Equation='.';
if Equation = '.' then Equation = 'Singh y Gopal';
DEL2=DEL**2;
lnDEL=log(DEL);
run;quit;
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Proc sort data=ENRIQUE;
by RegVaca      TatVaca      NombreVaca Lactancia FNVaca  FParto
Hato;
run;quit;

```

Apéndice 1. Continuación...

```

Title 'Proc Reg. para Eq. de Singh y Gopal(1982)
Yt=a+b*DEL+c*DEL^2+d*ln(DEL)';
Proc reg data=ENRIQUE outest=ParmsSingh;
    model PL=DEL DEL2 lnDEL;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
    output out=SinghOut p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title 'Parametros y MSRES para Eq. de Singh y Gopal(1982)
Yt=a+b*DEL+c*DEL^2+d*ln(DEL)';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Data SinghOut1;
    set ParmsSingh;
    drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;
    rename Intercept=a DEL=b DEL2= c lnDEL=d;
    MSResid=( _RMSE_ )**2;
Proc print Data=SinghOut1;
    Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic para Eq. de Singh y Gopal(1982)
Yt=a+b*DEL+c*DEL^2+d*ln(DEL)';
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=SinghOut;
    model PLresid= /noint dw;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted values for Singh y
Gopal(1982)Yt=a+b*DEL+c*DEL^2+d*ln(DEL)';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=SinghOut;
    by RegVaca TatVaca NombreVaca Lactancia FNVaca FParto
    Hato;
    plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50
by 5 box overlay;
run;quit;
Title2 'Plot of PLresid vs PL for Singh y Gopal (1982)';
    plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;

/*****/
Title 'Programa para ajustar el polinomio de Legendre Grado 4(Jamrozik
et al 2002)';

Data ENRIQUE;set work.ENRIQUE;
    Length Equation$ 16;
    Equation='.';
    if Equation = '.' then Equation = 'Legendre4';
    X=-1+2*((DEL-1)/(270-1));
    Raiz3=sqrt(3);
    Raiz5=sqrt(5);
    Raiz7=sqrt(7);
    Raiz9=sqrt(9);

```

Apéndice 1. Continuación...

```
Op1=((1.5*(X**2))-0.5);
Op2=((2.5*(X**3))-1.5*X);
Op3=((35*(X**4))-((30*(X**2)+3)))/8;
Z1=Raiz3*X;
Z2=Raiz5*Op1;
Z3=Raiz7*Op2;
Z4=Raiz9*Op3;
run;quit;
Options ls=256 ps=10000 nocenter nodate;
Proc sort data=ENRIQUE;
  by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
  Hato;
run;quit;
Title 'Proc Reg. para polinomio de Legendre Grado 4';
Proc reg data=ENRIQUE outest=Parms4;
  model PL= Z1 Z2 Z3 Z4;
  by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
  Hato;
  output out=Legen4Out p=PLpred r=PLresid;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title 'Parametros y MSRES de polinomio de Legendre Grado 4';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Data LegendreGrado4;
  set Parms4;
  drop _MODEL_ _TYPE_ _DEPVAR_ _RMSE_ PL;
  rename Intercept=Zo Z1=b Z2=c Z3=d Z4=e;
  MSResid=(_RMSE_)**2;
Proc print data=LegendreGrado4;
  Format _numeric_ 15.14;
run;quit;
Title 'D-W statistic para polinomio de Legendre Grado 4';
Options linesize=256 pagesize=10000 nocenter nodate;
Proc reg data=Legen4Out;
  model PLresid= / noint dw;
  by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
  Hato;
Where LactCorta NE 'SI';
run;quit;
Title1 'Plot of observed and predicted para polinomio de Legendre Grado
4';
options ls=74 ps=39 nocenter nodate;
Proc plot data=Legen4Out;
  by RegVaca    TatVaca    NombreVaca Lactancia FNVaca    FParto
  Hato;
  plot PL*DEL='*' PLpred*DEL='p' / haxis=0 to 500 by 50 vaxis=0 to 50 by
5 box overlay;
run;quit;

Title2 'Plot of PLresid vs PL for Polinomio de Legendre de cuarto
grado';
  plot PLresid*PL='*' / vref=0 vpos=25 box;
run;quit;
```

Apéndice 2. Programas en SAS utilizados para obtener los lugares jerárquicos de los cuadrados medios de residuales de las ecuaciones evaluadas.

```

/*Programa obtener los lugares jerárquicos de los cuadrados medios de
residuales de las ecuaciones evaluadas. Para esto se importa el
archivo que está en la siguiente dirección: C:\Enrique..... Parametros
de curvas y CMR.xls y se le da el nombre de work.CMR; El input es: Obs
      RegVaca      TatVaca      NombreVaca      Lactancia
LactanciaNew      Equation      _Freq_      FNVaca      Fparto      a      b      c      f
      k      MSResid      Converge      ObservDW      RegVacaDW      CotRegVaca
      TatVacaDW      CotTatVaca      NombreVacaDW      CotNomVaca
LactanciaDW      Durbin_Watson      n      Autoc1erOrden      TypeAutocorr;*/

Title 'Programa para obtener los lugares jerárquicos';
Options linesize=256 pagesize=32767 nocenter nodate;
/* Obtaining ranks within cows and lactations*/
Data nuevo; set work.CMR;
Where equation NE 'Pol Legendre G1' and Equation NE 'Pol Legendre G2'
and Equation NE 'Pol Legendre G3';
Run;quit;
Proc sort data=nuevo;
      by Lactancia;
run;quit;
Proc rank data=nuevo ties=mean out=filranks;
      by Lactancia;
      var MSResid;
      ranks rnkmsres;
run;quit;
/* To print whole file plus the ranks */
Proc sort data=filranks;
      by Lactancia;
run;quit;
Title 'Ranks and ranks al cuadrado of the variable MSRES within each
cow and lactation';
Data new; set filranks;
      rnkmsres2=rnkmsres*rnkmsres;
run;quit;
Proc print data=new;
      var Lactancia Equation rnkmsres rnkmsres2 MSResid;
run;quit;

Title 'Programa para obtener A2';
Proc means data=New sum maxdec=10 noprint;
      id Lactancia;
      Var rnkmsres2;
      Output out=New1 sum=A2;
Proc Print Data=New1;
run;quit;

```

Apéndice 2. Continuación...

```

Title 'Programa para obtener B2';
Proc means data=filranks sum maxdec=10 noprint;
    id Lactancia Equation;
    Class Equation;
    Var rnkmsres;
    Output out=Ultimo sum=Sumrnkmsres;
Proc Print Data=Ultimo;
Run;quit;
Data B2Previous;set Ultimo;
    where _Type_ NE 0;
    Sumrnkmsres2=Sumrnkmsres*Sumrnkmsres;
Proc sort data=B2Previous;
    by Sumrnkmsres;
Proc Print Data=B2Previous;
Run;quit;
Proc means data=B2Previous sum maxdec=10 noprint;
    id Lactancia;
    Var Sumrnkmsres2;
    Output out=B2Final sum=B2Unadjusted;
Proc Print Data=B2Final;
Data Final; set B2Final;
    B2=B2Unadjusted/826;
Proc print data=Final;
Run;quit;

```

Apéndice 3. Valores promedio del estadístico Durbin-Watson para 16 ecuaciones en diferentes genotipos.

Ecuación ¹	Genotipo ²					
	SA	BI	3BI1BT	1BI1BT	3BI5BT	1BI3BT
I	2.10	2.00	1.69	1.52	1.45	1.42
II	1.61	1.70	1.43	1.30	1.28	1.29
III	1.94	1.93	1.60	1.46	1.40	1.39
IV	1.19	1.42	1.21	1.14	1.11	1.12
V	1.83	1.79	1.48	1.33	1.29	1.24
VI	2.04	1.99	1.68	1.51	1.44	1.40
VII	2.55	2.17	1.86	1.69	1.59	1.55
VIII	1.84	1.98	1.62	1.47	1.40	1.38
IX	2.90	2.38	1.99	1.86	1.72	1.72
X	2.62	2.17	1.87	1.71	1.59	1.60

XI	1.92	1.95	1.60	1.45	1.38	1.35
XII	1.98	1.97	1.64	1.49	1.41	1.38
XIII	2.98	2.38	2.07	1.91	1.78	1.84
XIV	2.55	2.17	1.86	1.69	1.59	1.55
XV	1.84	1.98	1.62	1.47	1.40	1.38
XVI	1.75	1.96	1.58	1.42	1.36	1.33

¹ I. $Y_t = ae^{(bt+ct^2)}$; II. $Y_t = t/(a-bt+ct^2)$; III. $Y_t = at^b e^{-ct}$; IV. $Y_t = a(t_i - t_0)^b e^{-c(t_i - t_0)}$; V. $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$; VI. $Y_t = a + bt + ct^2$; VII. $Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$; VIII. $Y_t = a + bt + ce^{-0.05t}$; IX. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t) + f \ln(305/t)^2$; X. $Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)} [1 - k((t-150)/100)] + c((t-150)/100)^2 + (f/t)$; XI. $Y_t = a + bt^{0.5} + c \ln(t)$; XII. $Y_t = a - bt + c \ln(t)$; XIII. $Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$; XIV. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t)$; XV. $Y_t = a + b[(t - t_{min})/(t_{max} - t_{min})] + ce^{-0.05t}$; XVI. $Y_t = a + bt + ce^{-0.1t}$;

² SA=Suizo Americano (n=826), BI=*Bos indicus* (n=52), 3BI1BT= $\frac{3}{4}$ *Bos indicus* $\frac{1}{4}$ *Bos taurus* (n=507), 1BI1BT= $\frac{1}{2}$ *Bos indicus* $\frac{1}{2}$ *Bos taurus* (n=462), 3BI5BT= $\frac{3}{8}$ *Bos indicus* $\frac{5}{8}$ *Bos taurus* (n=167) y 1BI3BT= $\frac{1}{4}$ *Bos indicus* $\frac{3}{4}$ *Bos taurus* (n=62).