



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DIVISIÓN DE CIENCIAS ECONÓMICO-ADMINISTRATIVAS

VALUACIÓN DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN A TRAVÉS DE
OPCIONES REALES APLICANDO EL MODELO BLACK-SCHOLES

TESIS

QUE COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:

DOCTOR EN CIENCIAS EN ECONOMÍA AGRÍCOLA



PRESENTA:

MAURICIO DE LOS SANTOS RAMOS

DIRECCION GENERAL ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES



Chapingo, México, enero de 2014

VALUACIÓN DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN A TRAVÉS DE OPCIONES REALES APLICANDO EL MODELO BLACK-SCHOLES

Tesis realizada por **Mauricio de los Santos Ramos**, bajo la dirección del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo, y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS EN ECONOMÍA AGRÍCOLA

DIRECTOR:



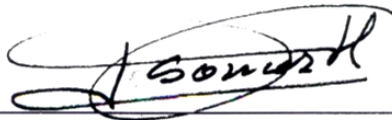
Dr. Marcos Portillo Vázquez

ASESOR:



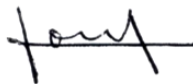
Dr. Ramón Valdivia Alcalá

ASESOR:



Dr. Jorge Honorato Gómez Hidalgo

LECTOR EXTERNO:



Dr. José Luis Romo Lozano

DEDICATORIA

A Dios, por haberme dado el sublime regalo de la vida y poder permitirme llegar a la culminación de esta meta, aun cuando pudo haber quedado inconclusa.

A la memoria de mis padres, con inmensa gratitud y devoción.

A mi esposa, María de Jesús, una vez más. Hoy y siempre. Te amo.

A mis hijos, Mauricio, Ena Citlali y Oliver, por ser el más hermoso regalo que la vida me ha dado, esperando sea un pequeño legado que los motive a buscar el camino de la superación constante.

A mis hermanos, por el recuerdo de los hermosos momentos que hemos compartido; y también por la solidaridad mostrada en las situaciones difíciles que nos ha tocado vivir. Me siento orgulloso de todos y cada uno de ustedes.

A todos los compañeros del grupo académico del Doctorado; especialmente al colega y amigo, Dr. Rubén Monroy Hernández, por los momentos gratos que compartimos, pero más enfáticamente, por tu apoyo incondicional en los momentos que más lo requerí. Un agradecimiento perpetuo amigo.

Al M. C. Sergio Ernesto Medina Cuéllar, por la deferencia que para mí significa su amistad y su gran don de gentes. Gracias amigo.

Al Dr. Víctor Prado Hernández y familia, por la sincera amistad que hemos cultivado y la gran afinidad existente entre nuestras familias.

AGRADECIMIENTOS

Mi perenne gratitud al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por darme la oportunidad de concluir esta sublime meta.

A la Universidad Autónoma Chapingo, mi *Alma máter* y mi casa por más de una década, por abrirme sus puertas por tercera vez en mi vida, y permitirme la oportunidad de realizar los estudios de doctorado.

A la División de Ciencias Económico Administrativas, por las facilidades otorgadas para la continuación de mi formación académica.

A los miembros del Comité Asesor, por compartirme su valiosa experiencia y sus atinadas sugerencias para mejorar la calidad del presente documento; pero sobre todo, por su amistad, y por las facilidades brindadas en el proceso de titulación.

A todos los profesores que han colaborado en mi formación académica.

VALUACIÓN DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN A TRAVÉS DE OPCIONES REALES APLICANDO EL MODELO BLACK-SCHOLES

Mauricio de los Santos Ramos¹ y Dr.
Marcos Portillo Vázquez²

ASSESSMENT OF AN INVESTMENT PROJECT THROUGH REAL OPTIONS USING THE BLACK-SCHOLES MODEL

RESUMEN

Es factible extrapolar la teoría de valorización de activos financieros al ámbito de evaluación de inversiones, realizando la debida correspondencia entre las variables que determinan el precio de una opción y las variables involucradas en la valoración de proyectos. A dicha extrapolación se le conoce como la metodología de opciones reales.

En el presente estudio, se utiliza dicha metodología, y de manera más específica, el modelo Black-Scholes, para evaluar un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero, considerando la opción de crecimiento, abandono y la de posponer un año su realización. La opción de ampliación fue igual a 11.886 millones de pesos. La suma de las dos opciones de crecimiento evaluadas obtenidas mediante el modelo Black-Scholes suman 11.935 millones, por lo que, el valor de la opción compuesta es menor en 0.049 millones de pesos. La opción de abandono en la primera etapa vale \$4,951, lo que significa que si después de analizar la nueva información, ésta no es promisorio, el abandonar el proyecto aporta cierto valor al mismo, pero sin duda es mejor optar por la opción de crecimiento. Al evaluar la opción de abandono en la tercera etapa no representa valor alguno. Solamente con una volatilidad del 13.5% del subyacente, la opción comienza a tener valor. El VAN básico es mayor a la opción de diferir, es decir, no se debe ejercer dicha opción; en términos prácticos, esta última no aporta valor al proyecto inicial, siendo su valor de cero, pues no hace ningún sentido esperar un año para invertir.

Palabras clave: Opciones reales, Modelo Black-Scholes, evaluación de proyectos.

ABSTRACT

It is possible to extrapolate the theory of valuing financial assets within the ambit of investment appraisal, making the proper correspondence between the variables that determine the price of an option and the variables involved in the project appraisal. Such extrapolation is known as real options methodology.

This study uses the methodology of real options and more specifically the Black-Scholes Model to evaluate a project of comprehensive utilization of coconut, considering the expansion option, neglect and to postpone one year of implementation. The expansion option was equal to 11.886 million pesos. The sum of the two expansion options evaluated obtained by the Black-Scholes totaling 11.935 million pesos, so that the value of the compound option is less than 0.049 million pesos. The abandonment option in the first stage is worth \$4,951, which means that if after analyzing new information, this is not promising, abandoning the project provides some value to it, but it is certainly better to opt for the growth option. In assessing the abandonment option in the third stage, it represents no value. Only with a volatility of 13.5% of the underlying, the option begins to have value. The basic NPV is greater than the option to defer, that is, do not exercise the option, in practical terms, the latter does not add value to the initial project, and its value is zero, because it makes no sense to wait a year to invest.

Key words: Real options, Black-Scholes Model, project evaluation.

1. Autor

2. Director de tesis

ABREVIATURAS UTILIZADAS

ARIMA	Proceso Autoregresivo Integrado de Media Móvil
B/C	Relación Beneficio Costo
BMV	Bolsa Mexicana de Valores
B-S	Modelo Black-Scholes
CAPM	Capital Asset Pricing Model
CETES	Certificados de la Tesorería de la Federación
FAO	Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación
INPC	Índice Nacional de Precios al Consumidor
IPC	Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV
SAGARPA	Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación
SIAP	Servicio de Información Estadística, Agroalimentaria y Pesquera
TIR	Tasa Interna de Retorno
VAN	Valor Actual Neto

CONTENIDO

ÍNDICE DE CUADROS	viii
ÍNDICE DE FIGURAS	ix
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes.....	1
1.2. Planteamiento del problema	3
1.3. Objetivos.....	5
1.4. Hipótesis.....	6
2. EL MODELO BLACK-SCHOLES: UNA REVISIÓN DE LA TEORÍA Y TRABAJOS EMPÍRICOS.....	7
2.1. Puntos de vista de algunos autores sobre el Modelo.....	7
2.2. Aplicación del modelo en trabajos empíricos.....	12
2.3. Evaluación crítica de la revisión bibliográfica.....	17
3. OPCIONES REALES Y LA TEORÍA SUBYACENTE PARA LA VALORACIÓN DE OPCIONES	20
3.1. Opciones reales.....	20
3.1.1. Teoría de opciones.....	21
3.1.2. Tipos de opciones reales	24
3.1.3. Los proyectos de inversión como opciones reales	25
3.1.4. El proceso de aplicación de opciones reales	27
3.2. Teoría matemática básica. Procesos de Itô.....	31
3.2.1. Procesos estocásticos.....	31
3.2.2. Movimiento Browniano	32
3.2.3. Movimiento Browniano Geométrico	34
3.2.4. Procesos de Itô	35
3.2.5. Lema de Itô	37
3.3. Conceptos estadísticos básicos.....	39
3.3.1. La distribución normal	39
3.3.2. La distribución binomial.....	40
3.3.3. La aproximación normal para la distribución binomial.....	41
3.4. El Teorema de Samuelson	42
4. MÉTODOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES FINANCIERAS	45
4.2.1. El modelo binomial	46
4.2.2. El modelo Black-Scholes.....	49
4.2.3. Comparación entre el Modelo Binomial y el Black-Scholes	64
4.2.4. El método de Simulación Montecarlo	65
5. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO DE INVERSIÓN EVALUADO.....	69
5.1. Estudio de caso: el proyecto a evaluar	70
5.1.1. Coco jimado (sin cáscara).....	72
5.1.2. Pulpa fresca	72
5.1.3. Coco rallado	73
5.1.4. Crema de coco	73
5.1.5. Agua embotellada	74

5.1.6. Sustrato.....	74
5.1.7. Carbón activado.....	74
5.1.8. Madera del tallo.....	75
5.2. Opciones reales en un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero.....	76
6. METODOLOGÍA	84
6.1. Tiempo de duración de la opción T	87
6.2. Estimación de la tasa de interés libre de riesgo r_f	87
6.3. Estimación de la tasa de descuento de flujos o tasa del costo del patrimonio	88
6.4. Estimación del valor presente de los flujos S	91
6.5. Estimación de la inversión inicial X	92
6.6. Estimación de la varianza de los flujos (σ^2)	92
6.6.1. Previsión sobre la evolución del precio de los productos.....	94
6.6.2. Previsión sobre la evolución de las cantidades vendidas de los productos.	95
6.6.3. Cálculo de la desviación estándar de las variables a simular	96
6.6.4. Simulación del proyecto	97
6.7. Las acciones ordinarias de una empresa vistas como opciones	98
7. EVALUACIÓN DEL PROYECTO DE MANERA TRADICIONAL Y UTILIZANDO LA METODOLOGÍA DE OPCIONES REALES	101
7.1. Estimación de la tasa de interés libre de riesgo.....	101
7.2. Estimación de la tasa del costo del patrimonio	103
7.2.1. Cálculo de R_m	103
7.2.2. Cálculo de β	105
7.3. Cálculo de la volatilidad del proyecto.....	108
7.3.1. Evolución de los precios de los bienes.....	108
7.3.2. Evolución de las cantidades vendidas de los bienes	111
7.3.3. Cálculo de la desviación estándar de las variables a simular.	115
7.3.4. Resultados de la simulación.....	117
7.4. Análisis de un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero por el método de los flujos de caja descontados	125
7.4.1. Estimación de la inversión inicial.....	125
7.4.2. Indicadores del proyecto sin flexibilidad	126
7.5. Análisis de un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero por el método de opciones reales: modelo Black-Scholes	128
7.5.1. Evaluación de la opción de crecimiento	129
7.5.2. Evaluación de la opción compuesta.....	132
7.5.3. Evaluación de las opciones de abandono	136
7.5.4. Evaluación de la opción de diferir un año parte de la inversión inicial	139
7.6. Las acciones ordinarias del proyecto vistas como opciones de compra... ..	141
7.7. Uso de la teoría de opciones para valorar fuentes de financiamiento	144
8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	148
BIBLIOGRAFÍA	151

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Analogía entre las variables de un proyecto y una opción de compra.....	28
Cuadro 2. Condiciones de cuándo son idénticos el VAN y el valor de la opción.....	30
Cuadro 3. Aplicación de las opciones reales en la investigación del caso.	83
Cuadro 4. Tasa de CETES a cinco años (%).	101
Cuadro 5. Tasas de interés libre de riesgo para el año 2012 (%).	102
Cuadro 6. Evolución del IPC de la BMV (puntos).....	104
Cuadro 7. Rentabilidad mensual del IPC de la BMV, 2006-2011.....	104
Cuadro 8. Índice Nacional de Precios al Consumidor mensual (%).	105
Cuadro 9. Rentabilidad del subsector alimentos bebidas y tabaco (%).	106
Cuadro 10. Retornos del ramo agroindustrial y del mercado.	107
Cuadro 11. Covarianza del ramo agroindustrial con el mercado.....	107
Cuadro 12. Precio de los bienes considerados en el proyecto.....	108
Cuadro 13. Evolución de los precios esperados por producto en el horizonte de evaluación (pesos).	111
Cuadro 14. Cantidades mensuales vendidas por producto.....	112
Cuadro 15. Evolución de las cantidades esperadas por producto en el horizonte de evaluación (unidades expresadas en el cuadro 14).	114
Cuadro 16. Desviación estándar de los precios (pesos)	115
Cuadro 17. Desviación estándar de las cantidades (unidades cuadro 14).....	116
Cuadro 18. Índice Nacional de Precios al Consumidor, Base 2011=100.	126
Cuadro 19. Inversión requerida por producto (millones de pesos).	126
Cuadro 20. Indicadores del proyecto sin flexibilidad por producto y evaluación global.	127
Cuadro 21. Indicadores del proyecto por etapas.....	127
Cuadro 22. Inflación proyectada 2012-2016.	128
Cuadro 23. Inversión requerida y valor actual de los flujos por etapa, sin flexibilidad.	132
Cuadro 24. Préstamos solicitados para la implementación del proyecto	141
Cuadro 25. Plan de pagos del crédito.	145
Cuadro 26. Resumen del plan de financiamiento.....	147

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Esquema de la compra de una opción <i>call</i>	22
Figura 2. Esquema de la compra de una opción <i>put</i>	23
Figura 3. Reticulado del activo subyacente.....	47
Figura 4. Reticulado de valoración de la prima de la opción	48
Figura 5. Aproximación del Modelo Binomial al Black-Scholes	65
Figura 6. La opción de expandir un proyecto	80
Figura 7. Etapa 1: VAN al 95% de confianza.	118
Figura 8. Etapa 1: Estadísticas de la simulación.....	118
Figura 9. Etapa 1: Nivel de certeza de un VAN positivo	118
Figura 10. Etapa 1: Distribución de la variable intermedia x	119
Figura 11. Etapa 1: Volatilidad del VAN del proyecto.....	119
Figura 12. Etapa 1: Volatilidad del proyecto considerando distribución triangular para los precios	120
Figura 13. Etapa 2: VAN al 95% de confianza.	120
Figura 14. Etapa 2: Estadísticas de la simulación.....	121
Figura 15. Etapa 2: Nivel de certeza de un VAN positivo	121
Figura 16. Etapa 2: Distribución de la variable intermedia x	121
Figura 17. Etapa 2: Volatilidad del VAN del proyecto.....	122
Figura 18. Etapa 2: Volatilidad del proyecto considerando distribución triangular para los precios	122
Figura 19. Etapa 3: VAN al 95% de confianza.	123
Figura 20. Etapa 3: Estadísticas de la simulación.....	123
Figura 21. Etapa 3: Nivel de certeza de un VAN positivo	124
Figura 22. Etapa 3: Distribución de la variable intermedia x	124
Figura 23. Etapa 3: Volatilidad del VAN del proyecto.....	124
Figura 24. Etapa 3: Volatilidad del proyecto considerando distribución triangular para los precios	125
Figura 25. Evolución del valor del proyecto.....	134
Figura 26. Valor del proyecto sustrayendo la inversión de la etapa 3.	135
Figura 27. Evolución del valor del proyecto a tres años (millones de pesos).	145
Figura 28. Valor de la deuda (millones de pesos).	145
Figura 29. Valor de los recursos propios (millones de pesos).	147

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

En general, los agentes económicos buscan realizar un adecuado manejo del riesgo inherente a sus actividades. En lo que respecta a los mercados financieros, existe la posibilidad de poder transferir dicho riesgo a aquellos agentes que son más hábiles para manejarlo; los mercados de opciones y otros derivados financieros (futuros, forwards, swaps) permiten a los agentes asegurar ingresos o pagos futuros evitando pérdidas por los cambios adversos que puedan experimentar las variables relevantes en el futuro.

Las opciones financieras, son un contrato a través del cual, su poseedor adquiere el derecho más no la obligación, de comprar (opción *call*) o vender (opción *put*) un activo financiero (llamado subyacente) a un precio establecido de antemano (precio de ejercicio), permitiendo a través de esta operación cubrirse del riesgo.

Los mercados funcionan con mayor eficiencia, si los diversos instrumentos financieros son valorados correctamente; en tal sentido, la valoración de las opciones financieras fue un problema vigente durante más de 70 años.

La moderna teoría de la valoración de activos financieros es acreditada a Fischer Black y Myron Scholes, con la publicación de su modelo, y con ello, no sólo sentaron las bases para el acelerado desarrollo de los mercados de derivados en los últimos años, sino también contribuyeron notablemente a la valoración en otras áreas, pues métodos muy similares sirven para valorar contratos de seguros y garantías, además de aplicarse en la valoración de inversiones.

La fórmula derivada del modelo Black-Scholes (B-S por sus siglas), ha cambiado para siempre la forma en la que, tanto los teóricos académicos como los profesionales de los mercados, entienden la valoración de derivados. “Desde su presentación, ha sido estudiada, analizada y contrastada en los mercados reales de opciones y futuros de todo el mundo. De hecho, pocas teorías han sufrido y resistido una revisión empírica tan rigurosa. La teoría del B-S ha salido airosa de este

escrutinio no sólo por su flexibilidad y grado de aplicación sino porque la mayor parte de las ideas de las modernas teorías de valoración ya se encuentran originalmente en ella” (Mirás, 2004: 1). El modelo B-S ha servido de base para numerosas generalizaciones y extensiones por parte de académicos y profesionales de las finanzas.

Todos los ámbitos de estudio relacionados con procesos estocásticos, son sujetos de poder utilizar el modelo B-S. Tal es el caso de la evaluación de inversiones. Sin duda, una de las características que mejor definen las inversiones de capital es la incertidumbre de sus resultados. La variabilidad y lo impredecible de la evolución futura de los factores determinantes de su rentabilidad, variables tales como la demanda y el precio de los productos finales, los costos y productividad de los factores productivos, la innovación tecnológica y la manera en que reaccionará la competencia, hacen sumamente difícil garantizar buenos dividendos derivados de un proceso de inversión.

Los esquemas tradicionales de valuación de proyectos tienen limitantes importantes, las cuales se pueden resumir en que se apoyan totalmente en los pronósticos de los flujos, creando una ilusión de certidumbre sobre los números que éstos presentan. Algunas compañías tratan de evitar esto expandiendo el análisis a varios escenarios de predicción, sin que tal estrategia pueda eliminar la subjetividad de los pronósticos de los flujos. Otro problema es que estos modelos hacen tomar decisiones estáticas que al final del período, pueden no ajustarse a la realidad presentada.

Aunque es poderoso por su simplicidad, el modelo de flujos de caja esperados presenta algunas dificultades para su uso. En particular, requiere estimar flujos futuros de caja y determinar el riesgo relevante de la tasa de descuento ajustada, lo cual no es fácil, sobre todo cuando existen en el mercado altos niveles de incertidumbre (Cortázar y Schwartz, 1993: 517).

Como una alternativa a la problemática anterior, algunos autores han probado que es factible extrapolar la teoría de valorización de activos financieros al ámbito de evaluación de inversiones, realizando la debida correspondencia entre las variables

que determinan el precio de una opción y las variables involucradas en la valoración de proyectos. Al hecho de aplicar la teoría de valoración de activos financieros en la esfera de evaluación de inversiones se le conoce como metodología de opciones reales.

Dicha metodología, es factible de ser utilizada en aquellas inversiones con alto grado de incertidumbre o que presenten flexibilidad en su ejecución. La flexibilidad puede verse como una opción, en el sentido de tener el derecho, más no la obligación, de por ejemplo, expandir un proyecto, posponer una inversión, o incluso, abandonar un proyecto en marcha.

Es así, que en el presente trabajo se utiliza la metodología de opciones reales y de manera más específica el modelo Black-Scholes para evaluar un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero, considerando la opción de crecimiento, abandono y la de posponer un año su realización. La valoración de tal flexibilidad permite mejorar las decisiones de inversión.

1.2. Planteamiento del problema

De las múltiples decisiones que se toman en una empresa, las decisiones de inversión son acaso las más difíciles, y a la vez las más importantes que enfrenta la administración de la misma. En primer lugar, porque se tienen que comprometer cantidades importantes de dinero; segundo, los efectos derivados de una inversión no son inmediatos, así que una mala decisión repercutirá en las metas de mediano y largo plazo fijadas por la organización; en tercer término, es inherente a toda decisión de inversión un alto grado de incertidumbre. Dado que las decisiones se toman en función de predicciones acerca del comportamiento de las variables involucradas, las decisiones de inversión se deben realizar con especial cuidado.

El análisis de los métodos tradicionales de evaluación de proyectos, basados en los flujos de fondos descontados es estático, supone un plan de proyecto congelado e inalterado, y una dirección pasiva que se ajusta al planteamiento original, al margen de que cambien las circunstancias. Sin embargo, en la práctica la tendencia de los directivos de la empresa es modificar los planes a medida que cambian las

circunstancias y se resuelven las incertidumbres. Las intervenciones de la dirección empresarial tienden a agregar valor, al calculado por el análisis tradicional.

Este enfoque, también asume que los flujos de fondos futuros son predecibles y determinísticos, los cuales, sin duda alguna, son válidos para los supuestos específicos adoptados, sin embargo, las variables que los determinan presentan un comportamiento sujeto a variabilidad. Por tanto, en la práctica, suele ser difícil calcular los flujos de fondos, y el método de flujo de fondos a menudo sobrevalúa o subvalúa ciertos tipos de proyectos.

La técnica estándar de valuación de inversiones ha permanecido sin cambios esenciales desde que fue originalmente propuesta; deriva de una adaptación simple del modelo de Fisher de valuación bajo certidumbre: bajo esta técnica, los flujos de caja esperados de un proyecto de inversión son descontados a una tasa que se juzga apropiada para estimar el riesgo, y el valor presente resultante se compara con el costo del proyecto (Brennan y Schwartz, 1985:135).

Según los mismos autores, la deficiencia de este enfoque es no considerar la naturaleza estocástica de los precios y las posibles respuestas administrativas a dicha variación.

Ante esta situación, ha surgido un nuevo enfoque en la evaluación de inversiones, que considera las distintas alternativas que éstas puedan tener y la incertidumbre asociada a cada una de ellas, conocida como la metodología de opciones reales. Se apoya en los modelos analíticos y numéricos que proporciona la teoría de valoración de derivados financieros.

De acuerdo con ésta, el poseedor de una opción de compra sobre un activo financiero, tiene el derecho, más no la obligación, de adquirir dicho activo pagando un precio pactado de antemano, llamado precio de ejercicio, al vencimiento de la opción. De igual forma, quien pretende realizar una inversión, tiene el derecho, más no la obligación, de adquirir el valor presente de los flujos futuros efectuando tal inversión, la cual es el precio de ejercicio, en cualquier fecha hasta que la

oportunidad de inversión cese. Existe, por lo tanto, una analogía entre las opciones reales y las opciones financieras.

Dentro de las formas existentes para valorar las opciones reales que un proyecto puede presentar, destaca el modelo Black-Scholes, el cual permite calcular el valor de la flexibilidad que un proyecto presenta, vista ésta como una opción de crecimiento, de abandono o de poder diferir la inversión, permitiendo acceder a una mayor información para tomar decisiones con menor incertidumbre.

De lo anterior, se desprende que la cuestión fundamental a dilucidar es: ¿Cómo puede aplicarse el modelo de valuación de opciones de Black-Scholes, a la evaluación de proyectos de inversión y cuál es el resultado derivado de esta evaluación?

Para el caso particular, se trabajará con un proyecto de aprovechamiento integral del cultivo de cocotero, lo que involucra la producción de diversos bienes, y es factible la utilización de la metodología de opciones reales, evaluando la opción de crecimiento, a través de implementar el proyecto por etapas, dado que en el proyecto a evaluar, se analizará la conveniencia del crecimiento de la empresa que opere el proyecto, a través de incorporar de manera paulatina, distintos productos derivados del cocotero susceptibles de ser aprovechados; como poner en marcha un proyecto por etapas lleva implícito el hecho de abandonarlo se evalúa la opción de abandono en cada etapa; se estudia además la opción de diferir la inversión un año y, finalmente, se hace uso de la metodología de opciones reales para evaluar fuentes de financiamiento.

1.3. Objetivos

General

- ☐ Utilizar la metodología de opciones reales para estimar el valor estratégico que representa la flexibilidad en la implementación por etapas de un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero.

Específicos

- ☐ Contemplar una gestión del proyecto de manera flexible, no pasiva, que permita incorporar la metodología de opciones reales.
- ☐ Evaluar el riesgo inherente a la implementación de un proyecto de inversión utilizando Simulación Montecarlo.
- ☐ Modelar la incertidumbre inherente al precio de los productos considerados, el costo de los diferentes factores contratados y la demanda del mercado como las principales fuentes de riesgo en el proyecto.
- ☐ Estimar la tasa de interés libre de riesgo a través del análisis de series de tiempo y la del costo del patrimonio utilizando el Capital Asset Pricing Model.
- ☐ Utilizar el Modelo Black-Scholes para estimar el valor de la prima que representa la implementación de una inversión por etapas, y así obtener el Valor Actual Neto ampliado del proyecto.

1.4. Hipótesis

Un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero, permite utilizar la metodología de opciones reales en el análisis de un proyecto de inversión.

Para poder estimar de manera confiable el riesgo del proyecto, se deben considerar las diversas alternativas en los usos del cocotero, analizadas en un escenario de incertidumbre, sobre todo en lo que respecta a la volatilidad del precio de los productos considerados, los costos de producción y la demanda del mercado.

Es factible la utilización del Modelo Black-Scholes para estimar el valor de la prima que representa la flexibilidad en la evaluación de un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero.

2. EL MODELO BLACK-SCHOLES: UNA REVISIÓN DE LA TEORÍA Y TRABAJOS EMPÍRICOS

2.1. Puntos de vista de algunos autores sobre el Modelo

“Una de las principales aportaciones al desarrollo de la moderna teoría de valoración de opciones la constituye el artículo de Black y Scholes. Las implicaciones del modelo de valoración de derivados formulado por estos autores, basado en la réplica y el arbitraje, lo convierten en una referencia obligada en el estudio de la valoración de activos contingentes en un contexto de incertidumbre. Sin embargo, los supuestos de partida sobre los que se sustenta este modelo resultan bastante restrictivos dificultando su extensión a la mayor parte de los problemas de valoración que se diseñan en la realidad empresarial. Así, la dificultad para incorporar el ejercicio anticipado de las opciones americanas, que es la forma habitualmente adoptada por las oportunidades de inversión, constituye uno de los principales escollos de la aplicación de estas soluciones en la evaluación de las opciones reales” (Alonso, 2004: 5-6).

Ante esta falta de flexibilidad de los modelos empleados en la valoración de las opciones reales, sugiere profundizar en el análisis de la posibilidad de flexibilización de dichos modelos, para poder capturar el valor de algunas características habituales de los proyectos de inversión difíciles de cuantificar, tales como el ejercicio anticipado de los derechos, la combinación de diversas fuentes de incertidumbre y múltiples y diversos procesos estocásticos. Para llevarlo a cabo, propone como una mejor alternativa el potencial de las técnicas de simulación Montecarlo.

“El modelo desarrollado por los profesores Fischer Black y Myron Scholes para valorar las opciones de tipo europeo es importante, no sólo por tener en cuenta la valoración del arbitraje, sino por proporcionar una solución analítica en un sólo paso, es mucho más rápido de calcular que el binomial (aunque también es menos flexible) y asume que los rendimientos de los activos se distribuyen normalmente lo que es teóricamente razonable” (Mascareñas, 2005:25).

“Para Black y Scholes un inversor racional nunca ejercería una opción de compra antes de su caducidad y, por lo tanto, el valor de la opción de compra americana coincidirá con la europea. Por otra parte, dado que la opción de venta americana incorpora sobre la europea la ventaja de poder ser ejercida en cualquier momento del período, su valor superará a la correspondiente europea, proporcionando la valoración de ésta última un límite mínimo para aquélla” (Mascareñas, 2005:26).

“Desde la publicación de la fórmula de B-S, numerosos investigadores han tratado de comprobar si los precios de mercado se ajustan a ésta; la conclusión general es que el modelo de B-S proporciona una herramienta extremadamente valiosa y precisa para calcular el precio de las opciones, y que ninguno de los otros modelos desarrollados con posterioridad para valorar las opciones lo mejora sustancialmente” (Fernández, 1997: 18).

“Muchas expresiones analíticas han sido propuestas para valorizar opciones europeas. Éstas obedecen a una diversidad de modelos financieros, siendo la más notable de ellas la fórmula de Black y Scholes (1973) para opciones sobre activos cuyos precios siguen un movimiento browniano geométrico” (Gravet, 2003: 17).

“Desde la aparición del modelo para valoración de opciones de Black, Scholes y Merton en 1973, éste produjo un auge de nuevos instrumentos financieros y facilitó un manejo eficaz del riesgo. A pesar del enorme éxito alcanzado por este modelo, es conocido que su debilidad se centra en los supuestos restrictivos que pueden estar lejos de la realidad de los mercados” (Cárcamo, 2007: 2).

“Una de las principales dificultades que se encuentran cuando se quieren valorar opciones sobre *commodities*, es encontrar ciertos factores no aleatorios en la conducta de los precios *spot* de algunas de ellas. Por ejemplo, (en el caso de productos agropecuarios), es común que los precios suban durante el período anterior a la cosecha y que bajen durante el período posterior a ella... Este comportamiento contrasta con el comportamiento del movimiento browniano geométrico sobre el que está basado el modelo de B-S y por lo tanto, éste no debe aplicarse para la valoración de estos derivados financieros” (Cárcamo, 2007: 9).

Como alternativa a esta situación, retoma de Fischer Black, la propuesta de utilizar los precios forward, ya que no presentan las mismas características no aleatorias de los precios spot. Aunque no es razonable utilizar el movimiento Browniano geométrico para modelar el precio spot, si puede ser razonable hacerlo con el precio forward.

Aun cuando se reconoce que el modelo B-S es el punto de partida de la moderna teoría de valoración de opciones y origen de una larga serie de modelos muy afines a él, y aún a pesar de su brillantez, tiene en el mundo práctico un *status* diferente que en el mundo académico. Los primeros, a pesar de utilizarlo regularmente en los mercados de opciones, lo toman como una pieza de teoría obra de científicos alejados de la realidad; mientras que los segundos, lo consideran una brillante modelación que resiste muy bien la prueba de confrontación con la realidad; la razón de la discrepancia anterior, es debido a que el arbitraje sin riesgo que es el fundamento del modelo B-S, no se da en la práctica (Lozano, 1993: 919-920).

Entre todos los supuestos del modelo B-S, el relativo al comportamiento de los precios del activo subyacente es el que ha suscitado mayor controversia, donde por un lado, se asume que el precio de la acción subyacente (S) sigue un movimiento browniano geométrico, y especificando que el precio futuro de la acción subyacente sigue una distribución de probabilidades lognormal con volatilidad constante. La crítica que se ha hecho al modelo, es que no se cumplan los supuestos anteriores. Al criticar la continuidad de la trayectoria que sigue el proceso browniano geométrico surgen los modelos que consideran la posibilidad de que los precios presenten saltos en su movimiento. Sin embargo, es alrededor de la modelación de la volatilidad, donde surge el mayor número de modelos alternativos, si bien es verdad que la negación de la constancia de la volatilidad, es una característica común a todos los modelos que buscan representaciones más realistas del comportamiento de los precios del activo subyacente. El planteamiento alternativo consiste en construir modelos a partir de la estimación de la distribución de probabilidades del precio futuro del activo subyacente (Arregui, 2004: 78-79).

Al modelo B-S para la valoración de opciones financieras se le han hecho varias críticas: el partir de una distribución lognormal para los precios, así como las hipótesis de volatilidad constante y tasa de interés libre de riesgo también constante. Sin embargo, a la fecha no hay un modelo alternativo que se esté utilizando tanto como el B-S, lo cual guarda relación con su relativa simplicidad, estandarización de métodos y por ende fortalezas en cuanto a poder contrastar y comparar resultados. Las alternativas a la ecuación B-S, son modelos más específicos que valoran mejor para casos específicos, pero no para la generalidad. (Contreras, 2005: 4).

Aunque el modelo B-S fue originalmente propuesto para opciones de compra y venta de acciones, también se aplica a opciones reales en proyectos de inversión, haciendo una conversión parámetro a parámetro, efectuando la adecuada correspondencia entre un proyecto de inversión y una opción de compra de acciones (Almarcha, 2005: 33).

Varios autores han escrito en relación con lo restrictivo de los supuestos del modelo B-S, “el funcionamiento del mercado en tiempo continuo, está más próximo a la realidad actual de lo que parece. La globalización de los mercados de todo el mundo con la consiguiente cotización durante veinticuatro horas de muchos activos financieros nos acercan al “mundo” del Black-Scholes. La creciente eficiencia de la negociación de los principales activos financieros también nos aproxima al mercado “sin fricciones” para muchos subyacentes...El modelo de Black-Scholes y sus extensiones, son algunos de los modelos más complicados propuestos en la literatura económica y financiera, pero además son los modelos, quizás, de mayor utilización efectiva en el mundo financiero real” (Mascareñas, 2004: 43).

Refiriéndose a la importancia del modelo B-S en la valoración de opciones financieras, las cuales a su vez son el sustento de la valoración de opciones reales, se afirma que “incluso aquellos gerentes que nunca han oído hablar de Black y Scholes, actúan y deciden como si respondiesen a los preceptos del enfoque de opciones reales. Por ejemplo, cuando emprenden una inversión en un proyecto de investigación y desarrollo con VAN negativo o cuando involucran a la firma en

nuevos mercados, desconocidos y aparentemente poco rentables, por su valor estratégico” (Myers, citado por De la Fuente, 1999: viii-ix).

Existe la propuesta de un modelo para valorar proyectos de explotación de recursos naturales considerando que los costos de producción son estocásticos, el cual puede ser utilizado en otras oportunidades de inversión en las cuales la distribución de los flujos de caja esperados no están dados exógenamente y pueden ser determinados por diversas decisiones de tipo administrativo. (Brennan y Schwartz, 1985: 136). En otras palabras, dichos autores ilustran cómo la teoría de opciones puede ser utilizada en la valoración de proyectos de inversión. Lo anterior, dadas las limitaciones del enfoque tradicional de los flujos de caja descontados para evaluar decisiones de inversión. En tal sentido, dicho documento refuerza las ideas vertidas en el presente trabajo, de buscar alternativas que complementen los resultados obtenidos a través del enfoque tradicional.

“Al desarrollo de (la) concepción “estratégica” de la inversión contribuyen sin duda los modelos de opciones reales. Los trabajos enmarcados en esta línea de investigación enfatizan el carácter dinámico de la decisión de inversión: mediante el compromiso inicial de la empresa en uno de sus proyectos, ésta adquiere un conjunto de derechos de propiedad y decisión, cuyo ejercicio secuencial se extiende en el tiempo y va definiendo de modo progresivo una nueva composición de la cartera de derechos disponibles” (De la Fuente, 1999: 386-387).

Originalmente, el enfoque de las opciones reales fue utilizado en la valoración de proyectos de explotación de recursos naturales, “los desarrollos petroleros y las operaciones mineras fueron, entre otros, los primeros ejemplos utilizados por los pioneros de la técnica opciones reales para demostrar el paralelismo entre las opciones reales y las opciones financieras...Las etapas de exploración, desarrollo y producción de un campo petrolero pueden visualizarse como una serie de opciones vinculadas” (Bailey, et-al., 2004: 8).

Dichos autores analizan el método de flujos de caja descontados y describen cómo la técnica de opciones reales permite superar algunas, aunque no la totalidad, de sus

deficiencias. Después de explicar las similitudes y diferencias entre las opciones financieras y las opciones reales, examinan dos de los numerosos métodos de valoración de las opciones; a saber, la fórmula de B-S y los reticulados binomiales. La técnica de opciones reales se ilustra con un ejemplo de una opción de transporte de gas natural licuado.

En relación con la fórmula de B-S, “estos autores demostraron que era posible establecer el valor de una opción construyendo una cartera réplica, consistente en una cierta cantidad de acciones en el activo subyacente y una cierta cantidad de bonos libres de riesgo. La cartera se construye de forma tal que sus flujos de fondos reproducen exactamente a los flujos de fondos de la opción. Los precios de los bonos y de las acciones subyacentes se observan directamente en el mercado financiero, de modo que se conoce el valor de la cartera réplica. Si la opción se vendiera a un precio diferente al de la cartera réplica, habría dos activos idénticos — la opción y la cartera réplica— vendiéndose a precios diferentes en el mismo momento. Cualquier inversionista en este caso utilizaría la estrategia de arbitraje, comprando el activo más barato de los dos y vendiendo el más caro para extraer ventajas de la desigualdad de precios” (Bailey, et-al, 2004:11).

2.2. Aplicación del modelo en trabajos empíricos

En Chile se formuló un trabajo donde se presentó una visión general de los métodos numéricos y su aplicabilidad para resolver problemas de opciones reales. Se Discutió una propuesta alternativa y se mostró que tanto los procedimientos de inducción hacia delante, como los de inducción hacia atrás, son importantes al valorar opciones reales. Para evaluar el proyecto de caso de una opción de inversión, se utilizó árboles binomiales, diferencias finitas y simulación; y se utilizó como solución analítica a este problema, los resultados que provee la fórmula de B-S, la que a su vez se utilizó como referencia para aproximar los métodos numéricos. La conclusión general es que los cuatro métodos arrojan similares resultados (Cortázar, 2001: 22).

En México, se utilizó la metodología de opciones reales para evaluar el caso de una aseguradora mexicana que se encontraba en proceso de venta, considerando el

escenario de la opción de haber pospuesto dicha venta con respecto a los datos observados de 1999 a 2001. El precio final de compra que se obtuvo por esta aseguradora en el año 2002, difirió del valor predicho con el proyecto en 0.16%. (Solórzano, 2002: 1).

Se aplicó la ecuación de B-S para determinar el precio de la opción, lo que supone una función de distribución de los precios normal y se asume que el proceso de precio es continuo y no existen brincos en los precios de activos. La autora concluye que el esquema de análisis de opciones reales, puede representar una gran herramienta de toma de decisiones para cualquier proyecto, dado que incorpora información adicional que el modelo tradicional de evaluación de proyectos no considera, además de tomar en cuenta el riesgo asociado a cada fuente de información que sea considerado. Los resultados obtenidos son precisos y confiables (Solórzano, 2002: 1-2).

La utilidad que este enfoque puede representar para las empresas, implica ahorro en tiempo y recursos humanos al momento de tomar una decisión corporativa, y tiene un costo nulo para su implementación, pues incorpora elementos de análisis que ya están en marcha en tales empresas (Solórzano, 2002: 2).

“La investigación sobre la valoración de opciones es profusa y continúa ampliándose de manera dinámica. Esto ha dejado ver las limitaciones del modelo estándar de valoración de opciones de B-S; sin embargo, no existe todavía una alternativa completa que mejore sistemáticamente el desempeño del Modelo, por lo que en la práctica B-S es el modelo que se utiliza directamente o bien se toma como base del modelo a utilizar” (Chicaíza, 2003: 10).

Al aplicar el B-S para estimar primas de reaseguro para enfermedades catastróficas en Colombia, concluye que “la prima estimada a partir de este modelo no difiere de las establecidas por medio del método actuarial, sino al contrario, ofrece una buena aproximación a un precio razonable que debería ser pagado por las empresas que ofrecen los reaseguros para protegerse frente al riesgo”. El método de cálculo de la prima utilizado, proporciona un valor que presenta la ventaja de ser un valor único

que permite conocer de manera anticipada cuál va a ser el costo total de la cobertura del periodo (Chicaíza, 2003: 21).

“A pesar del enorme éxito que ha alcanzado el modelo de valoración de opciones de B-S, está ampliamente documentada en la literatura su tendencia a valorar erróneamente opciones muy dentro o muy fuera de dinero. Esta inconsistencia ha sido comúnmente conocida como “sonrisa de volatilidad” (*volatility smile*, en inglés). Este hecho se debe a la hipótesis poco realista del modelo de B-S, según la cual el precio del activo subyacente sigue un movimiento browniano geométrico con volatilidad constante” (León, 2004: 33-34).

Dicho autor, desarrolló un trabajo donde propuso diferentes distribuciones para la modelación del activo subyacente en opciones de compra sobre acciones individuales que cotizan en el mercado bursátil español. Utilizó cuatro modelos: el modelo B-S, el modelo de Corrado-Su corregido por Jurczenko, Maillet y Negrea, el modelo de Jondeau-Rockinger y la mixtura de dos distribuciones log-normales de Bahra. En todos ellos se introdujo la restricción de martingala planteada por Longstaff. Las conclusiones que se obtienen son que los modelos de Corrado-Su corregido y Jondeau-Rockinger mejoran frente a B-S y la mixtura lognormal. Estos dos últimos son similares en cuanto a resultados, aunque siendo ligeramente superior la mixtura (León, 2004: 47).

Se utilizó el modelo B-S para valorar empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), pues dicho modelo, indica qué valor podría tener la empresa en el futuro, con bases probabilísticas sólidas, y por tal motivo, permite determinar si la empresa fue capaz de generar valor o no en relación con el valor que de ella misma se esperaba.

Partiendo del hecho de que existen diversos métodos para asignarle valor a una empresa, así como diversas métricas para saber si la empresa genera valor económico o no, el objetivo de la investigación fue analizar cuáles de los métodos de valuación de empresas y cuáles de las métricas de creación de valor, tienen mayor consistencia con el modelo B-S.

Con base en la información financiera de las empresas, se calcularon los valores de cada uno de los métodos valuación y de las métricas de valor económico, para descubrir estadística y analíticamente la consistencia de éstos con el modelo B-S.

Se hizo un análisis financiero comparativo de la relación que tienen estos valores entre sí, para conocer su consistencia a través de correlaciones, variaciones, tendencias y porcentajes.

Con base en las características observadas del comportamiento del modelo B-S, calculado con el criterio de dividendos equivalente al rendimiento real de la tasa libre de riesgo, se puede afirmar que, aunque el valor que arroja el modelo no es el valor que la empresa tendrá en el futuro, sí puede ser considerado como elemento de referencia, en cuanto al valor que de la empresa se espera a uno o más años.

También se puede afirmar que el modelo de B-S, calculado con el criterio mencionado, es más acertado que el método de flujos de efectivo descontados aplicado con los criterios ya señalados. Estos métodos son comparables porque ambos son los únicos que se adelantan a lo que la empresa valdrá en el futuro; el B-S con bases probabilísticas sólidas y el de flujos de efectivo con base en proyecciones.

Por otro lado, en el análisis de los coeficientes de correlación, también se observa que el modelo de B-S, con el criterio de dividendos equivalentes al rendimiento real de la tasa libre de riesgo, presenta correlaciones importantes en relación con las métricas presentadas en pesos RION, RSI y UAIIDA; y no así en todos los casos con las métricas EVA, GEO y rendimiento bursátil. Se observa una relación importante con los métodos de valor en libros, *goodwill*, múltiplo precio-utilidad y valor de mercado. Cabe destacar que con el que más se relaciona es con el *goodwill*.

En el análisis comparativo con el criterio de porcentaje real de los dividendos erogados, es decir, con el otro criterio de aplicación explorado, en relación con las mismas variables, también existen correlaciones positivas, pero en un nivel

considerablemente inferior a las obtenidas con el anterior criterio (Adam et-al., 2005: 7-17).

Adicionalmente, se realizó una investigación que muestra la aplicación empírica del modelo B-S a un conjunto de empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, para saber en qué forma este modelo valúa a estas empresas y para ver si existe algún patrón de comportamiento del modelo, por un periodo de 10 años, de 1991 a 2000.

El objetivo de la investigación es proponer una metodología de valuación con el modelo B-S y realizar una aplicación empírica del mismo a las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores con el fin de encontrar si este modelo subestima o sobrestima el valor y si esto se explica por variables vinculadas al modelo o por otros aspectos.

Para conformar la muestra se obtuvieron datos de 71 empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores; la información proviene de las bases de datos de la propia BMV y de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores para el caso de los bancos.

Considerando como referencia el precio de mercado de las empresas, por lo general, el valor que arroja el modelo B-S es superior al precio de mercado, lo cual se puede interpretar como una sobrevaluación del valor de la empresa. Esto se debe básicamente a que el modelo considera como variable para determinar el valor, el valor del activo total, que es muy grande en estas empresas debido a que trabajan con una fuerte inversión en capital de trabajo y activo fijo. Así también, al considerar la volatilidad como variable en este modelo, nos permite definir que cuando el riesgo es muy alto (como es el caso de las empresas mexicanas, que operan en un entorno volátil e inestable), los valores que arroja este modelo también son muy altos, pues dicho modelo privilegia el valor cuando los riesgos son muy elevados. Por otro lado, al considerar el apalancamiento, se logran también valores elevados cuando las empresas tienen un apalancamiento alto porque se transfiere el valor del acreedor al accionista.

Se realizó un análisis de correlación de cada uno de los sectores, entre los valores arrojados por el modelo B-S y los precios de mercado, y la mayoría muestran una correlación superior al 50%, lo que la autora interpreta como que el B-S es un buen modelo para valorar correctamente estos sectores, sin que esto sea contundente (Saavedra, 2005: 65-84)

Se presentó una adaptación del modelo B-S a la valuación de 67 empresas mexicanas que cotizan en la BMV, en un horizonte temporal de 2004-2007, con el fin de estudiar el modelo como una herramienta para valorar la capacidad de pago de dichas empresas y con ello determinar la percepción formada por sus acreedores en base a tales estimaciones, y a su vez observar si existe un patrón de comportamiento del modelo.

Los resultados indican que para veinticinco empresas de la muestra se obtuvieron estimaciones de B-S cuyos valores medios son inferiores a los del mercado, y para las cuarenta y dos empresas restantes, el modelo arrojó estimaciones cuyos valores medios superan los del mercado.

En relación con las implicaciones de los resultados obtenidos, queda demostrada la factibilidad del modelo de valuación de opciones de B-S aplicado a la valuación de empresas mexicanas, dados los significativos niveles de consistencia obtenidos para cada sector; además, es factible la utilización del modelo por los acreedores de las mismas, como una herramienta de protección contra el posible riesgo por incumplimiento (Carlos y Ruiz, 2009: 3, 26).

No existe diferencia significativa entre el precio de la opción calculado con el modelo y el valor de mercado de la misma; determinando así, la validez del modelo. (Bellalath y Jacquillat, citados por Saavedra, 2005: 67).

2.3. Evaluación crítica de la revisión bibliográfica

La mayoría de los autores coinciden en señalar que el modelo de valoración de derivados financieros de B-S, revolucionó el ámbito de las finanzas, a tal grado de que a partir de su difusión en el año 1973, se inicia con la transacción de este tipo de

instrumentos en la Chicago Board Options Exchange, primeramente, y posteriormente en las Bolsas de todo el mundo, y se dice que desde entonces, es uno de los modelos matemáticos más influyentes en las grandes decisiones financieras a nivel mundial. Sin embargo, como es propio en todo modelo, se basa en una serie de supuestos que definen un escenario ideal para su aplicación, los cuales se consideran muy restrictivos y de difícil utilización práctica. Ahí radican precisamente una serie de críticas que se han desatado contra el mismo, argumentando que es un ejercicio académico de alto nivel técnico, pero de difícil aplicación práctica. En este sentido, se puede realizar una analogía con el modelo de la estructura de mercado de competencia perfecta, que aun cuando se sabe que los supuestos en que descansa son casi imposibles de encontrar en la realidad, son necesarios para derivar la generalidad obtenida y el poder de predicción de dicho modelo, lo cual lo ha convertido en un instrumento analítico de uso constante. Para el caso específico del modelo B-S, en última instancia los resultados obtenidos llegan a tener un alto grado de precisión, que avalan su utilización.

Es factible la utilización del modelo B-S en la evaluación de proyectos de inversión, pues aunque originalmente fue diseñado para calcular el valor de opciones de acciones financieras, se pueden extrapolar las cinco variables que lo determinan, del ámbito meramente financiero, al de evaluación de proyectos de inversión. En tal sentido, es posible establecer una correspondencia entre las variables que determinan el valor de una opción de compra y las variables que influyen en la evaluación de proyectos.

De acuerdo con los resultados obtenidos por Cortázar (op. cit.), tanto los métodos numéricos (árboles binomiales, diferencias finitas y simulación Montecarlo) como el modelo B-S, arrojan similares resultados en la evaluación de proyectos de inversión, lo que demuestra la precisión del B-S, con las prerrogativas, que proveen los métodos analíticos sobre los métodos numéricos.

En los proyectos de inversión, es importante la flexibilidad que en un momento dado, éstos pueden tener. La flexibilidad puede verse como una opción, por lo que el

modelo B-S al permitir valorar dicha flexibilidad permite mejorar las decisiones de inversión.

Desde su publicación, diariamente se utiliza el modelo Back-Scholes en los mercados de opciones y futuros del mundo; en tal sentido, ha sido estudiado, analizado y contrastado en la práctica cotidiana de tales mercados. De hecho, pocas teorías han sufrido y resistido una revisión empírica tan rigurosa. La teoría de B-S ha salido airosa de este escrutinio no sólo por su flexibilidad y grado de aplicación, sino porque la mayor parte de las ideas de las modernas teorías de valoración ya se encuentran originalmente en ella. El modelo de B-S ha servido de base para numerosas generalizaciones y extensiones por parte de académicos y de profesionales de las finanzas.

La metodología de opciones reales, sin duda es una alternativa muy eficaz que deben tomar en cuenta los directivos de las empresas para valorar sus proyectos, y no dejar escapar las oportunidades de negocio que están latentes en este mundo altamente cambiante.

Al ser la valoración de activos financieros, la base de la metodología de opciones reales, y el modelo B-S, a su vez, el punto de partida para la valoración de derivados financieros, se puede decir que dicho modelo, es de vital importancia en la valuación de inversiones.

3. OPCIONES REALES Y LA TEORÍA SUBYACENTE PARA LA VALORACIÓN DE OPCIONES

El marco teórico requerido para llevar a cabo la presente investigación, consta de cuatro aspectos fundamentales: la utilización de la metodología conocida como opciones reales para evaluar proyectos de inversión, la teoría matemática subyacente, algunos conceptos estadísticos básicos y los métodos de valoración de opciones financieras.

En este capítulo se realiza una revisión de los conceptos básicos de la metodología de opciones reales, y cómo es posible trasladar el análisis del ámbito de la teoría financiera, al de evaluación de proyectos; además, se efectúa una revisión del cálculo estocástico o cálculo de Itô y el movimiento browniano geométrico, que es el modelo básico asociado a los movimientos de los precios, lo cual, constituye, los aspectos matemáticos básicos de la teoría de opciones. Adicionalmente, se revisan algunos conceptos estadísticos básicos, sobre todo en lo que respecta a las distribuciones normal y binomial.

Por su importancia en la realización del estudio, se analizan en un capítulo aparte los métodos para valorar opciones financieras: el método de árboles binomiales, donde se considera el tiempo de manera discreta y el método Black-Scholes, el cual permite valorar los distintos tipos de opciones mediante fórmulas analíticas en tiempo continuo.

3.1. Opciones reales

Desde mediados de la década de los ochenta, se ha desarrollado una gran cantidad de trabajos teóricos relativos a la modelación y valoración de las opciones reales y la derivación de estrategias óptimas de inversión. Estos trabajos se apoyan en los modelos analíticos y numéricos que proporciona la teoría de valoración de opciones financieras.

A través de la metodología de opciones reales se pretende “capturar” el valor estratégico que representa la flexibilidad de una inversión, vista como una opción que

se tiene, y cuyo objetivo es precisamente valorar dicha opción. “Las opciones reales son algo más que un instrumento de valoración de derechos contingentes sobre activos reales...son una forma de pensar que une el campo de la estrategia y de las finanzas corporativas” (Mascareñas, 2004:15).

3.1.1. Teoría de opciones

En esta parte, se definen los principales conceptos que se manejan en la teoría de opciones.

Una opción ofrece a su propietario el derecho, más no la obligación, a realizar una operación determinada (comprar o vender un activo) durante cierto periodo establecido previamente.

El activo sobre el que se extiende el derecho se denomina activo subyacente. El precio de compra o de venta que da derecho a adquirirlo o a venderlo durante el periodo en que la acción está vigente se denomina precio de ejercicio (*strike price*, en inglés).

A la opción que da derecho a comprar un activo a un precio prefijado y durante un tiempo determinado se le denomina opción de compra (*call option*, en inglés). Mientras que a la opción que da derecho a vender un activo a un precio preestablecido y durante un tiempo determinado se le denomina opción de venta (*put option*, en inglés).

A la fecha en la que termina el derecho para ejercer la opción se le llama fecha de vencimiento. Como una opción es un derecho y no una obligación tiene un costo al que se denomina prima.

En el caso de una *call*, si en la fecha de expiración, el valor del activo es menor que el precio de ejercicio, la opción no es ejercida y expira sin valor. Si por el contrario, el valor del activo es mayor que el precio de ejercicio, la opción es ejercida; y la diferencia entre el valor del activo y el precio de ejercicio es el total de la ganancia de

la inversión. La ganancia neta de la inversión es el diferencial entre la ganancia total y el precio pagado por la opción inicialmente, la prima de la opción.

Para una *call* los pagos netos son negativos (iguales al precio pagado por la *call*) si el valor del bien subyacente es menor que el precio de ejercicio. Si el precio del activo subyacente excede el precio de ejercicio, el pago total es la diferencia entre el valor del activo subyacente y el precio de ejercicio, y el pago neto es la diferencia entre el total de los pagos y el precio de la *call*. Esto se ilustra en la figura siguiente:

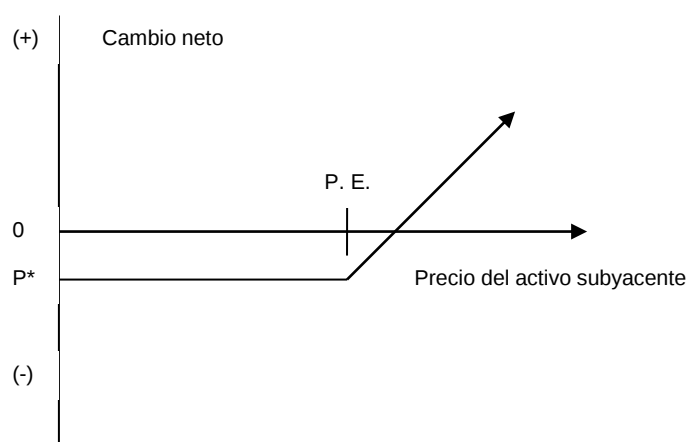


Figura 1. Esquema de la compra de una opción *call*.
Fuente: Solórzano (2002, pág. 30).

Por consiguiente, el comprador de una opción *call* tiene un riesgo conocido y limitado de pérdida (la prima), y una posibilidad desconocida e ilimitada de ganancia.

En el caso de una opción *put*, si el valor del activo es mayor que el de ejercicio, la opción no será ejercida y expirará sin valor. Por el contrario, si el valor del activo es menor que el de ejercicio, el dueño de la opción *put* ejercerá la opción y venderá las acciones al precio de ejercicio, reclamando el diferencial entre el precio de ejercicio y valor de mercado del bien, formando así la ganancia total, y la ganancia neta de nuevo encontrada con el diferencial entre la ganancia total y el costo pagado inicialmente por la prima que pagó al adquirir el derecho.

Una *put* tiene pagos negativos si el valor del bien subyacente excede el precio de ejercicio y tiene pagos totales equivalentes al diferencial entre el precio de ejercicio y

el valor del bien subyacente, si el valor del activo es menor que el precio de ejercicio. Esto se muestra en la Figura 2:

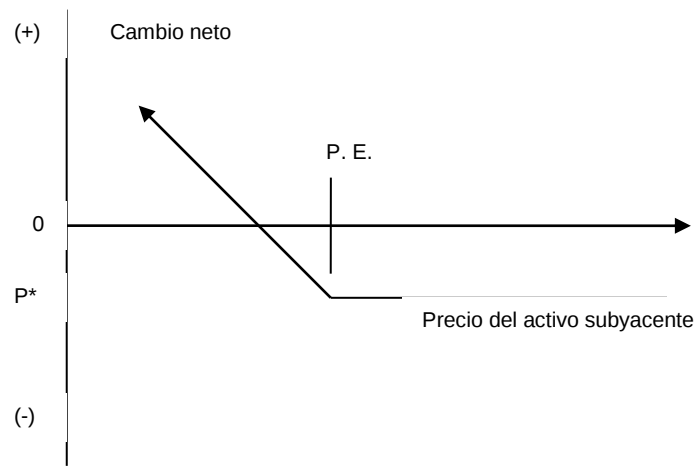


Figura 2. Esquema de la compra de una opción *put*
Fuente: Solórzano (2002, pág. 31).

Por consiguiente, el comprador de la opción *put* tiene un riesgo conocido y limitado de pérdida, y una posibilidad desconocida e ilimitada de ganancias.

En relación al tiempo en que se puede ejercer la opción, existen dos tipos: europeas y americanas. Una opción europea se puede ejercer únicamente en la fecha de vencimiento, mientras que una opción americana puede ejercerse en cualquier momento hasta la fecha de vencimiento.

Las opciones se pueden clasificar en tres categorías en relación a su valor intrínseco, es decir, atendiendo a si el precio del activo subyacente es mayor o menor al precio de ejercicio, lo que permite generar utilidad o pérdida a su poseedor:

- a) Opciones dentro del dinero (*in the money*, o ITM): son aquellas que si se ejercen proporcionan una utilidad, puesto que el precio de la acción es mayor que el de ejercicio en el caso de una *call* y el precio de ejercicio es mayor que el de la acción en el caso de una *put*.
- b) Opciones en el dinero (*at the money*, o ATM): cuando el valor de la acción en el mercado es igual al precio de ejercicio de la opción, no obteniéndose utilidad ni pérdida.

- c) Opciones fuera del dinero (*out of the money*, o OTM): cuando el poseedor de la opción pierde, dado que el valor de la opción es menor que el precio de ejercicio para una *call* y lo contrario en caso de una *put*.

Se denominan opciones financieras a aquellas cuyo activo subyacente es un activo financiero como, por ejemplo, una acción, un índice bursátil, una divisa, etc.

Las opciones reales son aquellas cuyo activo subyacente es un activo real como, por ejemplo, un inmueble, un proyecto de inversión, una empresa, una patente, etc.

El valor de ambos tipos de opciones está en función de cinco variables:

- i. El precio del activo subyacente (S)
- ii. El precio de ejercicio (X)
- iii. El tiempo hasta el vencimiento (t)
- iv. El riesgo o volatilidad (δ)
- v. El tipo de interés sin riesgo (r)

3.1.2. Tipos de opciones reales

Las opciones reales se pueden clasificar en tres grandes grupos: la opción de diferir o posponer la inversión, la opción de inversión-crecimiento (expandir o contraer un proyecto) y la opción de abandonar un proyecto.

- a) Opción de diferir. Proporciona a su propietario el derecho a posponer su realización durante un plazo determinado. Una oportunidad de invertir en algún momento futuro puede ser más valiosa que una oportunidad de invertir en forma inmediata. La opción de postergar brinda al inversionista la posibilidad de esperar hasta que las condiciones se vuelvan más favorables o definitivamente no invertir si las condiciones se deterioran.

“Esta opción es más valiosa en proyectos donde una empresa tiene derechos exclusivos para invertir y va perdiendo valor conforme las barreras de entrada desaparezcan” (Mascareñas, 2004: 62).

- b) Opción de inversión crecimiento. Proporciona a su propietario el derecho a ampliar un proyecto, a través de modificar la escala de producción o incursionar en la producción de otros bienes. La oportunidad de inversión original es definida como el proyecto inicial más una opción de compra sobre una oportunidad futura. En las inversiones continuadas la realización de la primera inversión lleva consigo el valor de una opción de compra sobre la segunda, y así sucesivamente, por lo que puede asimilarse a la adquisición de una opción de compra y aplicársele, para su valoración, los modelos de valoración de opciones como el de Black–Scholes.
- c) Opción de abandonar un proyecto. Proporciona a su propietario el derecho a vender, liquidar, cerrar, un proyecto determinado a cambio de un precio. El valor de esta flexibilidad puede verse como si fuera una opción de venta. El valor total del proyecto serían sus propios flujos de caja más el valor de la opción de venta. Cuando el valor presente del proyecto disminuye por debajo del valor de liquidación, el acto de abandonar o de vender el proyecto es equivalente al ejercicio de la opción de venta, toda vez que el valor de liquidación del proyecto fija un límite inferior al valor de éste y el ejercicio de la opción es conveniente. Por consiguiente, un proyecto que pueda ser liquidado vale más que el mismo proyecto sin la posibilidad de abandono.

3.1.3. Los proyectos de inversión como opciones reales

Cuando se valora un proyecto de inversión se realiza una proyección de los flujos de caja que promete generar en el futuro, los cuales, descontados a una tasa de actualización previamente establecida, determinan el valor actual neto del proyecto. Posteriormente, éste se compara con el desembolso inicial necesario para la implementación del proyecto, y si es mayor, se recomienda la ejecución del proyecto, en caso contrario, se desiste de la decisión de invertir.

Sin embargo, la realización de los flujos futuros podría ser diferente de lo que inicialmente se esperaba. A medida que se va obteniendo nueva información y la incertidumbre sobre los flujos futuros se va resolviendo, podría cambiarse la

estrategia que inicialmente se había propuesto llevar a cabo. En este contexto, cobra especial relevancia la flexibilidad de gestión, en cuanto a la posibilidad de posponer, expandir o abandonar un proyecto durante la vida del mismo.

Un entorno económico incierto e imprevisible como el que se vive actualmente, requiere de una alta capacidad para determinar qué puede suceder en el futuro, lo que ha obligado a los expertos a desarrollar diversos métodos o enfoques para incluir el efecto del riesgo en la evaluación de inversiones; un avance importante en este sentido, es la aplicación de la teoría para valorar derivados financieros, al ámbito de la evaluación de inversiones, lo cual se conoce como la metodología de opciones reales. Si bien las opciones financieras están detalladas en un contrato, las opciones reales que se implantan en las inversiones estratégicas deben ser identificadas y especificadas. Moverse de las opciones financieras hacia las opciones reales requiere un proceso de abstracción que lleve la disciplina de los mercados financieros a las decisiones de inversión estratégicas internas de una empresa.

En este sentido, todo proyecto de inversión empresarial entraña algún grado de incertidumbre y cierto margen de flexibilidad. Las opciones reales se presentan en planes, proyectos o inversiones empresariales flexibles.

Frente al modelo de descuento de flujos, el enfoque de opciones reales reconoce la capacidad de los administradores de la empresa para actuar sobre los resultados de sus inversiones, limitando sus pérdidas y potenciando sus ganancias. Desde esta perspectiva, la inversión proporciona a la empresa el derecho a decidir tanto sobre los resultados, tangibles e intangibles, generados a lo largo del tiempo, como sobre los propios recursos asignados al proyecto y, en consecuencia, una correcta valoración de aquella, pasa por determinar el valor de la correspondiente cartera de derechos de decisión o cartera de opciones reales. La analogía de los derechos de decisión a disposición de la firma y las opciones financieras de compra y venta, permite la aplicación de los modelos analíticos y numéricos procedentes de la teoría de valoración de opciones financieras al análisis de la estrategia empresarial.

Un proyecto de inversión puede verse entonces como una opción en cuanto a la forma de sus flujos de caja, escrita sobre un activo proveniente del mundo real. Por ejemplo, el activo derivado real puede ser una mina de arena o un pozo de petróleo, en cuyo caso el subyacente sería la arena y el petróleo, respectivamente.

3.1.4. El proceso de aplicación de opciones reales

Para identificar las opciones reales que un proyecto pueda tener, se requiere de un entrenamiento especial, a fin de poder pensar en términos de opciones reales; para la aplicación de las opciones reales, igualmente no es tan claro dicho proceso, debido a que las analogías entre las opciones reales y las opciones financieras no son tan exactas. Sin embargo, es factible describir cómo se convierte el proceso de inversión en una opción real y establecer la coincidencia entre el VAN y el valor de la opción.

3.1.4.1. Cómo se convierte el proceso de inversión en una opción real

Una oportunidad corporativa de inversión es como una opción de compra (*call*) porque la empresa tiene el derecho, pero no la obligación de adquirir, por ejemplo, los flujos de caja generados por un nuevo negocio. Si pudiera encontrarse una opción *call* lo suficientemente similar a la oportunidad de inversión, el valor de la opción proporcionaría información relevante sobre el valor de la oportunidad. Desafortunadamente, muchas oportunidades de negocio son únicas, así que la posibilidad de encontrar una opción similar es muy baja y la única manera viable de lograrlo es construyendo la opción.

Para hacerlo, es necesario establecer la correspondencia entre las características del proyecto y las cinco variables que determinan el valor de una opción *call* simple en un intercambio de acciones. Al relacionar estas características con la oportunidad de negocio, bajo la estructura de una opción *call*, se obtiene un modelo del proyecto que combina sus características particulares con la estructura de dicha opción. Se modela con una *call* europea, que es la más simple de todas las opciones porque puede ser ejercida solo en la fecha de expiración y la opción que resulta de este

modelo no es un sustituto perfecto para la oportunidad real, pero como se ha diseñado de tal forma que se parezca lo más posible, es en sí, informativa.

En el siguiente cuadro, se presenta una analogía entre las variables involucradas en el valor de una opción de compra de acciones y las variables de un proyecto de inversión.

Cuadro 1. Analogía entre las variables de un proyecto y una opción de compra.

CONCEPTO	OPCIÓN SOBRE ACCIONES	OPCIÓN REAL	VARIABLE
Activo subyacente	Acción	Proyecto de inversión	
Valor del activo subyacente	Precio de la acción	Valor actualizado de los flujos de caja del proyecto	S
Precio de ejercicio	Precio de ejercicio de la opción	Importe de la inversión	X
Fecha de vencimiento	Tiempo hasta el vencimiento	Periodo para ejercer la opción	T
Origen de la aleatoriedad	Aleatoriedad de los precios de la acción	Aleatoriedad del valor del proyecto (flujos de caja)	σ
Tasa de interés	Tasa de interés libre de riesgo	Tasa de interés libre de riesgo	r

Fuente: Adaptado de Fernández (1998), Alonso (2004) y Saavedra (2005).

Algunos proyectos involucran una inversión grande para construir un activo productivo. Invertir para explotar una oportunidad de negocios tal, es análogo a ejercer una opción en un intercambio de acciones. El monto de dinero invertido corresponde al precio de ejercicio de la opción (X). El valor presente del activo adquirido corresponde al precio de venta de las acciones (S). El tiempo en la cual la compañía puede diferir la decisión de inversión sin perder la oportunidad corresponde al tiempo de expiración de la opción (T). La incertidumbre sobre el valor futuro de los flujos de efectivo del proyecto, esto es, el riesgo del proyecto, corresponde a la desviación estándar de ganancias sobre el activo (σ). El valor del dinero en el tiempo, está dado en ambos casos por la tasa libre de riesgo (r).

3.1.4.2. La coincidencia entre el VAN y el valor de la opción

Los métodos tradicionales de flujos de efectivo descontados, califican las oportunidades al presentar el valor actual neto (VAN). Dicho valor, es la diferencia entre cuánto valen los activos operantes (su valor presente) y cuánto cuestan (la inversión que debe efectuarse):

$$VPN = \text{Valor presente de los activos (S)} - \text{Costo de capital requerido (X)}$$

Si el VAN es positivo, la empresa incrementará su propio valor al llevar a cabo la inversión. Cuando el VAN es negativo, es más recomendable que la empresa no invierta.

Cuando una decisión final sobre el proyecto no puede ser diferida por más tiempo el VAN y el valor de opción del proyecto son iguales; esto es, cuando la opción de la compañía ha alcanzado su fecha de expiración. En ese momento, se toma el que sea mayor de ambos:

$$\text{Valor de la opción} = S - X$$

ó

$$\text{Valor de la opción} = 0$$

Se sabe que a partir del mapa de correspondencias, S es el valor presente de los activos del proyecto y X es igual al gasto de capital requerido para la inversión. Para compararlos, solamente es necesario observar que cuando el VAN es negativo, la corporación no invertirá, así que el valor del proyecto es efectivamente cero (como en el valor de una opción), en vez de negativo (ya que todavía no se ha elaborado la inversión y por eso no se pierde nada). De esta forma, puede concluirse que ambos métodos recurren al mismo número y llegan a la misma decisión.

El valor de la opción y el VAN del proyecto son iguales cuando la decisión de inversión no puede diferirse por más tiempo.

Cuadro 2. Condiciones de cuándo son idénticos el VAN y el valor de la opción.

VAN convencional	Valor de la opción
$VAN = S(\text{valor de los activos del proyecto}) - X(\text{gasto requerido})$	Cuando $t=0$, σ^2 y r no afectan el valor de la opción <i>call</i> . Sólo importan S y X
Así pues, $VAN = S - X$	Al momento de expiración el valor de la opción <i>call</i> es $S - X$ ó 0 , el que sea mayor
Aquí se debe decidir entre invertir o no invertir	Aquí se debe decidir entre ejercer o no ejercer

Fuente: Solórzano (2002).

Esta coincidencia entre el VAN y el valor de las opciones, tiene una gran utilidad práctica. Significa que la información de una corporación que se combinan para el VAN convencional son relevantes para la tarificación de opciones. Cualquier cálculo que derive el VAN ya contiene la información necesaria para computar S y X , que son dos de las cinco variables en la tarificación de opciones. De acuerdo a esto, los ejecutivos que quieren utilizar la tarificación de opciones no necesitan desechar sus sistemas de valuación basados en el flujo de efectivo descontado.

El VAN y la tarificación de opciones divergen cuando la decisión de inversión puede diferirse. La posibilidad de aplazamiento da cabida a dos recursos adicionales de valor:

- a) Siempre se prefiere pagar una deuda en el mayor plazo de tiempo posible (estando todo lo demás constante), porque podría ganarse el valor del dinero en el tiempo con el gasto diferido.
- b) Mientras se espera, el entorno puede cambiar. En específico, el cambio puede ser sobre el valor de los flujos de caja del proyecto. Si los valores suben, aún pueden adquirirse simplemente llevando a cabo la inversión (ejerciendo la opción). Si el valor baja, podría decidirse no adquirirlos; esto también es correcto (y adecuado) porque al esperar, se evita llevar a cabo una mala inversión, preservando la habilidad de participar en buenas salidas.

3.2. Teoría matemática básica. Procesos de Itô.

Este apartado comienza analizando lo que es un proceso estocástico de manera general, y de manera particular el movimiento Browniano, un proceso continuo en el tiempo que es fundamental para muchos modelos realizados en el análisis de opciones reales. Termina con la revisión del cálculo estocástico, es decir, los procesos y el lema de Itô.

3.2.1. Procesos estocásticos

Un proceso estocástico es un modelo matemático del comportamiento en el tiempo de un fenómeno aleatorio. La aleatoriedad del fenómeno se captura a través de un espacio medible, es decir, el espacio muestral o conjunto de posibles resultados, y un conjunto de eventos o sucesos relevantes.

El concepto de proceso estocástico es fundamental para el desarrollo de la teoría financiera en tiempo continuo y en ambiente de riesgo e incertidumbre. Los procesos estocásticos son útiles para describir el comportamiento aleatorio de las variables financieras en el tiempo: los precios de los activos, las tasas de interés, los tipos de cambio, los índices bursátiles, etc.

La definición formal de proceso estocástico es la siguiente:

Sea $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un espacio de probabilidad, es decir, Ω es un espacio muestral, $\mathcal{F}$ es una σ -álgebra sobre Ω y $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$ es una medida de probabilidad. Sea T un intervalo de tiempo, específicamente se supone que $T = [0, \infty)$. Un proceso estocástico (de dimensión 1) es un mapeo $X: \Omega \times T \rightarrow R$, tal que para cada $t \in T$ la función

$$X_t: \omega \rightarrow X(\omega, t) \equiv X_t(\omega): \Omega \rightarrow R$$

satisface $X_t^{-1} = ((-\infty, x]) \in \mathcal{F}$ para toda $x \in R$, es decir, X_t es una función $\mathcal{F}$ -medible. Si X_t es un proceso estocástico, entonces para cada $\omega \in \Omega$ la función $t \rightarrow$

$X(w, t): T \rightarrow R$, es llamada una trayectoria del proceso. Por último, se dice que un proceso es continuo si cada trayectoria es continua en cada punto de T .

El activo subyacente es la base de los análisis en la teoría de opciones. Por eso, el primer paso en el análisis de opciones reales es determinar el proceso estocástico que sigue dicho subyacente. Después se podrán estimar los parámetros para el proceso a través del análisis de series temporales, por ejemplo.

3.2.2. Movimiento Browniano

Todos hemos observado en algún momento un movimiento Browniano. Uno de los ejemplos clásicos consiste en las trayectorias de partículas de polvo danzando en un rayo de luz solar. Cada partícula gira de acá para allá, se eleva, se hunde, se vuelve a elevar, el movimiento es totalmente aleatorio sin llegar jamás al reposo.

El movimiento Browniano toma su nombre del botánico inglés Robert Brown, que en 1827 lo describió como el movimiento errático de una partícula sumergida en agua. Fue hasta 1905 que Albert Einstein demostró que este movimiento irregular se debía al golpeteo constante de las moléculas invisibles del agua sobre las partículas visibles del polen, al escribir un artículo sobre mecánica estadística donde proporciona la formulación matemática del movimiento Browniano, de la cual se desprende que la dispersión promedio del desplazamiento de la partícula, en un tiempo dado, es proporcional a dicho tiempo. Por otro lado, el 29 de marzo de 1900, Luis Bachelier defendió exitosamente en la Universidad de la Sorbona su tesis "Theorie de la Spéculation" para optar al Ph. D., bajo la supervisión de Henri Poincaré. En ella proponía un movimiento Browniano como modelo asociado a los precios de las acciones de la bolsa de París, anticipándose a Einstein y proporcionando un planteamiento matemático del movimiento Browniano. El objetivo del modelo de Bachelier era determinar el valor de opciones accionarias, y aunque fue un buen principio para esa valoración, la fórmula que dedujo estaba basada en supuestos no realistas, ya que asumía la inexistencia de tasas de interés y utilizaba un proceso estocástico (movimiento browniano) que permitía que los precios de las

acciones tomaran valores negativos. Posiblemente ésta fue una razón para que ese modelo permaneciera en el anonimato durante más de 60 años.

Fue a principios de la década de los sesenta, que Paul Samuelson impartió una conferencia en La Sorbona, y aprovechando el recorrido que se les ofrece a los profesores invitados, casualmente encontró la tesis de Luis Bachelier; con su lectura y sus investigaciones posteriores, Samuelson propuso el movimiento Browniano geométrico como modelo para los precios que están sujetos a incertidumbre.

Más recientemente, con los aportes de Merton, Black y Scholes, el movimiento Browniano, así como sus aspectos teóricos y prácticos, han sido objeto de numerosos estudios en muchas y muy diversas áreas de las finanzas y la economía.

La teoría matemática que Einstein propuso para describir el movimiento Browniano, hacia 1923, Norbert Wiener, la desarrolló con más vigor, motivo por el cual también se le conoce como proceso de Wiener.

Un proceso Browniano o de Wiener, es un proceso estocástico, continuo en el tiempo, con tres importantes propiedades.

a) $W_0 = 0$ con probabilidad uno.

b) Para todo $t \geq 0$, $W_t \sim N(0, t)$; es decir, W_t es una variable normalmente distribuida de media 0 y varianza t .

c) Todo los incrementos $\Delta W_t = W_{t+\Delta t} - W_t$ son independientes; es decir, para todo

$0 \leq t_1 < t_2 \leq t_3 < t_4$, los desplazamientos $W_{t_2} - W_{t_1}$ y $W_{t_4} - W_{t_3}$ son independientes.

d) W_t depende continuamente de t .

Resulta bastante sencillo simular numéricamente movimientos Brownianos. El algoritmo es el siguiente:

Valores iniciales: $W_0 = 0$, $t_0 = 0$, Δt ,

para $j = 1, 2, \dots$

$$t_j = t_{j-1} + \Delta t$$

$$Z \sim N(0, 1)$$

$$W_j = W_{j-1} + Z\sqrt{\Delta t}$$

donde Z es un número aleatorio con distribución normal de media cero y varianza uno.

El proceso de Wiener, presenta dos importantes inconvenientes para ser utilizado como lo hizo en su tesis doctoral el matemático francés Louis Bachelier, quien, como se dijo, utilizó el movimiento Browniano como modelo para estudiar las variaciones en los precios de los stocks:

- a) Si los precios siguieran este modelo, podrían tomar valores negativos.
- b) El movimiento Browniano verifica que, para $0 \leq s < t$, el incremento de la variable $W_t - W_s$ se distribuye como una variable aleatoria $N(0, t-s)$, sin considerar si s y t son grandes o pequeños, es decir, sólo cuenta su diferencia. Una hipótesis que parece poco razonable para los precios de los stocks y las materias primas.

3.2.3. Movimiento Browniano Geométrico

A pesar de que el movimiento Browniano es la base para estimar los riesgos financieros y económicos, no es suficiente para representar cabalmente el comportamiento de todas las variables financieras. En el caso de los precios de los activos, no son descritos apropiadamente por el movimiento Browniano estándar, pues no parten de cero. Sus incrementos podrían tener medias distintas de cero, o bien podrían tener varianzas que no necesariamente son proporcionales al tiempo. En general, los precios de los activos comienzan en valores diferentes de cero, tienen incrementos con medias diferentes de cero, varianzas que no son proporcionales al tiempo y covarianzas diferentes de cero.

El movimiento Browniano geométrico se obtiene por una transformación exponencial del movimiento Browniano estándar. Específicamente, si W_t es un movimiento Browniano estándar, μ es una constante (tendencia), σ es una constante positiva (volatilidad) y S_0 es un precio inicial conocido, entonces el proceso

$$S_t = S_0 \exp \left\{ \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma W_t \right\}$$

es llamado movimiento Browniano geométrico. Este proceso es frecuentemente utilizado para describir el cambio porcentual (rendimiento) del precio de un activo. Se observa que

$$\ln(S_t) = \ln(S_0) + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma W_t$$

Por lo tanto, la distribución de $\ln(S_t)$ es normal con

$$E[\ln(S_t)] = \ln(S_0) + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t$$

$$\text{Var}[\ln(S_t)] = \sigma^2 t$$

3.2.4. Procesos de Itô

La modelación de la dinámica de las variables financieras, requiere de la teoría de procesos estocásticos. Una rama de dicha teoría que ha cobrado especial relevancia, por su utilidad en el modelado en tiempo continuo, es el cálculo estocástico o cálculo de Itô, sobre el cual descansa prácticamente toda la teoría económica y el análisis financiero en tiempo continuo y en ambientes estocásticos.

En términos estrictos, el objeto de estudio del cálculo estocástico es la integral y no la diferencial. Cuando se escribe una ecuación diferencial estocástica, realmente se está pensando en una integral estocástica, es decir, una ecuación diferencial estocástica es una notación simplificada de una integral estocástica.

Un proceso de Itô, el cual es una generalización de un proceso de Wiener, sería el proceso $dS_t(t)$, estocástico y continuo en el tiempo, representado por la ecuación:

$$dS_t = \mu(S_t, t)dt + \sigma(S_t, t)dW_t$$

Siendo,

dS_t : valor de incremento del activo subyacente S durante un intervalo infinitesimal dt .

$\mu(S_t, t)$: coeficiente de la deriva del proceso. Es una función no aleatoria.

$\sigma(S_t, t)$: volatilidad del proceso. También es una función no aleatoria.

dW_t : incluye todas las incertidumbres del proceso y es el incremento de un proceso de Wiener en un intervalo de tiempo dt . Por ejemplo: $dW_t = \varepsilon_t \sqrt{dt}$ donde ε_t es una variable aleatoria de distribución normal, de media cero y varianza unidad.

ε_t no está correlacionada en el tiempo, es decir, los valores futuros de un proceso Itô dependen sólo del valor actual del proceso y no influyen valores pasados de la variable S .

El incremento esperado en el proceso en un intervalo de tiempo dt será $\mu(S_t, t)dt$. Por otra parte, despreciando términos no significativos, el valor de la varianza viene dado por $\sigma^2(S_t, t)dt$.

Los procesos de Itô se pueden utilizar para modelar el valor de un proyecto, precios de un producto, costos de las materias primas y otras variables que evolucionan estocásticamente a lo largo del tiempo y que afectan la decisión de invertir.

3.2.5. Lema de Itô

Un proceso de Itô venía descrito por la ecuación:

$$dS_t = \mu(S_t, t)dt + \sigma(S_t, t)dW_t$$

A pesar de ser S_t una función continua en el tiempo, $S(t)$ no es diferenciable aplicando las reglas habituales del cálculo. No obstante, en el campo de las opciones reales, a menudo se tiene que trabajar con funciones que serán procesos de Itô que se requieren diferenciar e integrar.

Supongamos que $S(t)$ sigue un proceso de Itô. Se toma una función $F(S, t)$ de la cual exista al menos hasta la segunda derivada en S y hasta la primera derivada en t .

Según las reglas del cálculo ordinario, teniendo únicamente en cuenta sólo las derivadas parciales de primer orden, el diferencial dF será:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial S}dS + \frac{\partial F}{\partial t}dt$$

Si incluyésemos las derivadas parciales de orden superior, entonces dF será:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial S}dS + \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2}(dS)^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 F}{\partial S^3}(dS)^3 \dots$$

Calculando el valor de $(dS)^2$ sustituyendo el valor de (dS) del proceso de Itô:

$$dS_t = \mu(S_t, t)dt + \sigma(S_t, t)dW_t$$

$$(dS_t)^2 = (\mu(S_t, t)dt)^2 + (\sigma(S_t, t)dz)^2 + 2(\mu(S_t, t)dt \cdot \sigma(S_t, t)dz)$$

Dado que para valores infinitesimales, $dz \approx (dt)^{1/2}$ y que $dt \cdot dz \approx (dt)^{3/2}$, la ecuación queda,

$$(dz)^2 = \mu^2(S_t, t)dt^2 + \sigma^2(S_t, t)dt + 2\mu(S_t, t)\sigma(S_t, t)dt^{3/2}$$

El primer término y el tercero, por contener a $(dt)^2$ y a $(dt)^{3/2}$ tienden a cero mucho más rápidamente que el segundo, por lo que podemos simplificar la expresión:

$$(dS_t)^2 = \sigma^2(S_t, t)dt$$

Si expandimos de la misma manera el resto de diferenciales de orden superior en la expresión de dF , llegamos a que todos ellos contendrán el término $(dt)^n$ que tenderá a cero más rápidamente que (dt) y por lo tanto, a partir del cuarto término del desarrollo en serie de Taylor de dF , los podemos despreciar, quedando:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial S_t} dS_t + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S_t^2} (dS_t)^2$$

Si sustituimos $dS_t = \mu(S_t, t)dt + \sigma(S_t, t)dW_t$, esta ecuación también la podemos representar así:

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial t} + \mu(S_t, t) \frac{\partial F}{\partial S_t} + \frac{1}{2} \sigma^2(S_t, t) \frac{\partial^2 F}{\partial S_t^2} \right] dt + \sigma(S_t, t) \frac{\partial F}{\partial S_t} dz$$

El análisis de opciones reales involucra a menudo procesos de Itô. Por ejemplo, si el activo subyacente es el valor actual neto, se pueden modelar ingresos y costos mediante procesos de Itô separados. Para derivar el valor de la opción, se necesita el incremento del VAN.

Para el caso de que existan n procesos de $x_1, x_2, \dots, x_n$, tenemos que:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial t} dt + \sum_i \frac{\partial F}{\partial S_i} dS_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{\partial^2 F}{\partial S_i \partial S_j} dS_i dS_j$$

En el caso de que todas las variables de estado sean procesos de Itô, por ejemplo, $dS_i = \mu_i(S_1, S_2, \dots, S_m, t)dt + \sigma_i(S_1, S_2, \dots, S_m, t)dz_i$, para todos los valores de $i = 1, 2, \dots, m$, hay una correlación entre los procesos definida por:

$$E[dz_i, dz_j] = \rho_{ij} dt$$

Si se sustituye la expresión de dS_i en la de dF se llega finalmente a la expresión:

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial t} + \sum_i \mu_i(S_1, S_2, \dots, S_n, t) \frac{\partial F}{\partial S_i} + \frac{1}{2} \sum_i \sigma_i^2(S_1, S_2, \dots, S_n, t) \frac{\partial^2 F}{\partial S_i^2} dt + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \rho_{i,j} \sigma_i(S_1, S_2, \dots, S_n, t) \sigma_j(S_1, S_2, \dots, S_n, t) \frac{\partial^2 F}{\partial S_i \partial S_j} \right] dt + \sum_i \sigma_i(S_1, S_2, \dots, S_n, t) \frac{\partial F}{\partial S_i} dz_i$$

Que es una forma expandida para los incrementos dF .

3.3. Conceptos estadísticos básicos

En esta sección se presenta el instrumental estadístico elemental requerido para entender algunos de los supuestos del modelo B-S y la prueba de normalidad de algunas variables utilizadas. Se estudia la distribución normal, la binomial y la aproximación normal para la distribución binomial.

3.3.1. La distribución normal

“Entre las funciones de densidad de variables aleatorias de tipo continuo, destaca por su gran importancia la llamada Distribución Normal o Ley Normal de los Errores...Es un modelo adecuado para una gran diversidad de situaciones en el mundo real y también por su sobresaliente papel en la teoría estadística, puesto que sirve como punto de partida para el desarrollo de muchas técnicas de inferencia” (Infante y Zárate, 2005: 212).

“La gráfica de la distribución es simétrica, continua y en forma de campana. Esto sugiere que los fenómenos en los que se va a usar la normal como modelo deberán ser de tal naturaleza que los valores numéricos de los datos que se presentan con mayor frecuencia se concentren alrededor del valor esperado de (la variable de interés) X , y a medida que se alejan de él, su frecuencia disminuye” (Infante y Zárate, 2005: 213).

Como en toda distribución continua, únicamente sólo se pueden calcular probabilidades para un intervalo dentro del espacio muestral de X , ya que para un valor puntual $X=k$, la probabilidad es cero.

Formalmente, una variable aleatoria se distribuye normalmente si su función de densidad es:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left\{\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right\}}; & -\infty < x < \infty \\ 0, de otra forma \end{cases}$$

Donde $\mu = E(X)$; $-\infty < \mu < \infty$; $Var(X) = \sigma^2$; $\sigma^2 > 0$; $e = 2.71828 \dots$ y $\pi = 3.14159 \dots$

Algunas propiedades de la distribución:

- a) La distribución es simétrica alrededor de μ , el valor esperado de X .
- b) La media, moda y mediana coinciden
- c) La distancia horizontal entre una línea vertical erigida sobre $E(X)$ y el punto de inflexión de la curva es la desviación estándar (σ) de la distribución. A mayor σ , mayor probabilidad de intervalos que incluyen a valores extremos de X .

3.3.2. La distribución binomial

Antes que nada, se debe definir un experimento binomial, el cual es un experimento que tiene las siguientes propiedades (Mendenhall y Reinmuth, 1981: 125):

- a) Consiste de n ensayos idénticos
- b) Cada ensayo produce uno de dos resultados posibles; E=éxito y F=fallo.
- c) La probabilidad de acertar en un solo ensayo es igual a p y es constante para todos los ensayos. La probabilidad de falla es igual a $q = (1 - p)$.
- d) Los ensayos son independientes.
- e) El experimento está interesado en la variable y , que representa el número de aciertos observados en n ensayos.

Una variable aleatoria X se distribuye con un modelo probabilístico binomial si su función de probabilidades es:

$$f_X(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}; & x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases}$$

Donde $0 \leq p \leq 1$

Los parámetros de la distribución son n , el número de repeticiones del experimento y p , la probabilidad de éxito en cada uno de éstos.

3.3.3. La aproximación normal para la distribución binomial

La aproximación normal para la distribución binomial se puede realizar utilizando el teorema central del límite, dado que x , el número de aciertos en n ensayos, puede considerarse como una suma que satisface las condiciones del teorema central del límite. Cada ensayo tiene como resultado 0 ó 1 aciertos con probabilidad q y p , respectivamente. Por lo tanto, cada uno de los n ensayos puede considerarse como una observación independiente de un experimento binomial que consiste en un ensayo, y x , el número total de aciertos en n ensayos, es la suma de estas n observaciones independientes. Entonces, si n es suficientemente grande, la variable binomial x tiene una distribución aproximadamente normal, con una media y una varianza de np y npq , respectivamente. Se pueden entonces usar las áreas bajo una curva normal adecuada, para aproximar probabilidades binomiales (Mendenhall y Reinmuth, 1981: 176).

No siempre se recomienda aproximar la distribución binomial a la normal, dado que cuando n es pequeño y p tiene un valor cercano a 1 ó 0, la distribución de probabilidad no es simétrica, no recomendándose dicha aproximación. Para determinar si la aproximación normal es adecuada, se calculan $\mu = np$ y $\sigma = \sqrt{npq}$. Si el intervalo $(\mu + 2\sigma)$ está comprendido entre las fronteras binomiales 0 y n , la aproximación será razonablemente buena.

3.4. El Teorema de Samuelson

Dado que el riesgo del proyecto está determinado por diversas variables (el precio de venta de los productos considerados, el costo de los factores de la producción y la demanda del mercado), es necesario combinarlos en una sola variable, a través de la utilización del método de Montecarlo.

Esto es posible mediante la aplicación del teorema de Paul Samuelson, expuesto en su artículo “Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly” cuya traducción al español es “Prueba de que los precios propiamente anticipados fluctúan aleatoriamente”, el cual fue publicado en 1965. En dicho trabajo, el autor “demostró que la tasa de retorno de cualquier título seguirá un camino aleatorio, independientemente de los flujos de caja esperados en el futuro, siempre que los inversores tengan una completa información sobre dichos flujos” (Almarcha, 2005: 116).

Aplicado a la evaluación de proyectos, lo anterior se traduce en que los flujos de efectivo esperados del mismo, fluctúan de manera aleatoria. “Esto implica que cualquiera sea el padrón que sigan los flujos de efectivo, la variación de su valor presente sigue un recorrido aleatorio, ya que en todo momento los inversores incorporan la nueva información y siempre obtendrán su costo de capital” (López, 2005: 11).

La idea principal de Samuelson es demostrar que los movimientos de los precios en la Bolsa pueden llegar a tener ciertas regularidades o ciclos, sin que en promedio, esto haga que alguien pueda ganar. A esto le llama “juego equitativo”. Toma como referencia el precio del trigo, y demuestra que los precios al contado (*spot*) de este bien no siguen un paseo aleatorio, sin embargo, el movimiento de los precios a plazo sí, con la condicionante de que las expectativas sobre las que se formulen sean correctas.

Es así, que toma los precios a plazo para efectuar la presentación de su trabajo. Esto permite considerar la expectativas de manera explícita, “ya que el precio en t , de un

bien a plazo, disponible en $t + T$, depende de las expectativas sobre lo que va a pasar entre t y $t + T$... Llama $Y(T, t)$ al precio (en t), al plazo $t + T$ del bien, y X_t su precio al contado, en t . La condición de no arbitraje implica que $Y(0, t + T) = X_t$, fuera de esa condición no hay razón alguna para que el precio $Y(T, t)$ del bien a plazo sea igual al precio al contado, X_t (para $T > 0$)” (Hyme, 2003: 9).

Como $Y(T, t)$ depende de las expectativas en t de lo que va a pasar entre t y T , Samuelson muestra que si las expectativas son ‘correctas’, entonces:

$$Y(T, t) = Y(T - 1, t + 1) = \dots = Y(0, t + T) = X_{t+T}$$

Parte de un modelo estocástico general de precios y llega a la especificación de un modelo que define el comportamiento de los precios futuros. Para ello, supone que existe una ley de probabilidad para cualquier precio a plazo y que la forma de esa ley depende del número de periodos correspondiente a la previsión. (Samuelson, 1965: 42). En relación con el segundo supuesto, el punto importante es que haya una ley de probabilidad $P(\cdot)$ que sea la misma para todo el mundo (ya sea porque es objetiva, o porque todo el mundo cree que el precio sigue esa ley).

Con la usual distribución binomial para cada T y con el Teorema del Límite Central, se puede mostrar que una distribución normal es una aproximación de $\log(X_{t+T}/X_t)$ cuando $T \rightarrow \infty$. (Samuelson, 1965: 43). Este es un ejemplo del movimiento Browniano geométrico aplicado a los precios, el que, a diferencia del movimiento Browniano absoluto, evita el problema de los precios negativos.

Si no se toma en cuenta el interés y la aversión al riesgo, es muy tentador suponer que la gente que interviene hoy en el mercado, utiliza lo más que puede la ley de probabilidad estipulada del precio a plazo, y propone, después de haber comparado la oferta y la demanda, como precio del bien disponible mañana, la esperanza matemática $Y(1, t + T - 1)$ del precio de mañana (Samuelson, 1965: 43).

“En esta frase (la frase anterior) hay dos supuestos: primero, los compradores y los vendedores de bienes futuros conocen la ley de probabilidad $P(\cdot)$ del precio de esos bienes y, segundo, ambos utilizan la esperanza matemática (según esa ley) como

criterio para proponer el precio del bien futuro. El precio propuesto es, por ende, único, ya que compradores y vendedores lo calculan según el mismo criterio (la esperanza), y a partir de la misma ley de probabilidad $P(\cdot)$ (Hyme, 2003: 66).

En relación con la formación del precio a través de la esperanza matemática, el autor la sustenta en lo que llama Axioma de la formación del precio por la esperanza matemática, el cual define de la siguiente manera: si los precios al contado $\{X_t\}$ están sujetos a la distribución de probabilidad estipulada, un precio futuro para la fecha $t + T$ va a ser propuesto, por intermedio de subastas competitivas, a un valor igual a la esperanza, hoy, de lo que será su precio al contado a esa fecha. Es decir, $Y(T, t + T) = E[X_{t+T} | X_t, X_{t-1}, \dots], (T = 1, 2, \dots)$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} X dP(X, X_t, X_{t-1}, \dots; T)$$

A partir de sus dos axiomas, Samuelson deduce su teorema básico, al cual denomina Teorema del juego equitativo de los precios futuros: si los precios de la serie X_t siguen la ley de probabilidad $P(\cdot)$ y si el precio futuro en $t + T$, $Y(t + T)$ es igual a $E[X_{t+T} | X_t, X_{t-1}, \dots]$, la situación es entonces la de un “juego equitativo”, lo que matemáticamente se escribe $E[\Delta Y(T, t)] = 0$. De donde se deduce inductivamente que $E[\Delta^n Y(T, t)] \equiv 0 \quad (n = 1, 2, \dots, T)$. Es decir, la esperanza de ganar, especulando entre t y $t + 1$, ó $t + 2$, ó $t + T$ es nula, lo que significa que el precio futuro es una martingala, es decir, siguen una caminata aleatoria (Samuelson, 1965: 44).

Al utilizar este teorema, es factible combinar muchas variables inciertas recurriendo a la Simulación Montecarlo, y reducirlas a una sola variable incierta, que será la volatilidad en el retorno del proyecto, la que, estará condicionada, por todo ese conjunto de variables aleatorias, obtenida de sus respectivas distribuciones de probabilidades. Al realizar múltiples iteraciones se obtiene una estimación de la varianza o volatilidad del valor presente del proyecto, la cual se usará como una de las entradas de la fórmula B-S, en el análisis de las opciones reales de la inversión analizada.

4. MÉTODOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES FINANCIERAS

Los modelos de valoración de opciones pretenden, mediante estructuras analíticas, dar a conocer el valor teórico de una opción en función de una serie de variables. Dado que la reproducción de la realidad es imposible, los modelos teóricos parten de supuestos simplificadores.

Los modelos de valoración de opciones se basan en la consideración de las siguientes variables: precio del activo subyacente, precio de ejercicio, tiempo hasta la expiración, tipo de interés y volatilidad del mercado.

Existen dos principios subyacentes a los modelos para la valoración de opciones financieras o reales: valoración neutral al riesgo y la ausencia de arbitraje.

“El valor teórico de una opción, es sencillamente el valor esperado de los beneficios actualizados que la opción puede producir... Los modelos que se usan en los mercados de opciones, por muy sofisticados que parezcan, utilizan exactamente el mismo principio. Donde radica la dificultad de la valoración, es en la definición de la evolución de los precios del subyacente y sus correspondientes probabilidades” (Mascareñas, 2004: 24-25).

Los modelos de valoración se dividen en dos enfoques primordialmente:

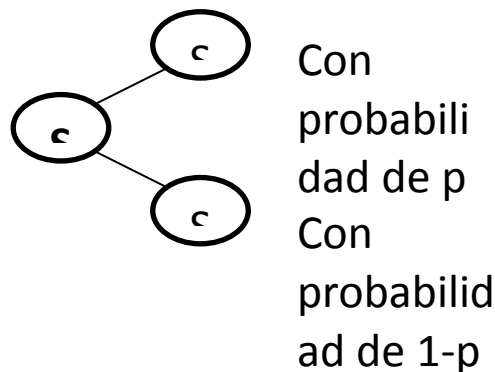
- a) Modelos analíticos que consideran la variable tiempo de manera continua (Black-Scholes)
- b) Modelos que utilizan algoritmos de cálculo numérico, que consideran la variable tiempo de manera discreta; el más conocido de estos modelos es el Método Binomial, cuyos autores son Cox-Ross-Rubinstein (1979). Un segundo método numérico, es el de Simulación Montecarlo, propuesto por Boyle (1977), caracterizándose por que permite valorar incluso las opciones reales más complejas.

4.2.1. El modelo binomial

El Modelo Binomial parte de las siguientes hipótesis:

- a) Eficiencia y profundidad de los mercados
- b) Ausencia de costos de transacción
- c) Es posible comprar y vender en descubierto, sin límite
- d) Los activos son perfectamente divisibles
- e) Se puede prestar y tomar prestado al mismo tipo de interés
- f) Todas las transacciones se pueden realizar de forma simultánea
- g) El precio del activo subyacente evoluciona según un proceso binomial multiplicativo

El que sea un proceso binomial multiplicativo, implica que sólo puede tomar dos valores posibles, uno al alza y otro a la baja, con probabilidades asociadas " p " y " $(1-p)$ ". Dicho proceso se puede representar a través de un diagrama de árbol, con solo dos opciones en cada nodo. De esta forma, extendiendo esta distribución de probabilidades a lo largo de un número determinado de períodos se consigue determinar el valor teórico de una opción, que puede ser tanto de tipo europeo como americano.



donde:

u : representa el movimiento multiplicativo al alza del precio del subyacente en un periodo, con una probabilidad asociada de p .

d : representa el movimiento multiplicativo a la baja del precio del activo subyacente en un periodo, con una probabilidad asociada de $1-p$.

Cuando se recurre a un proceso binomial multiplicativo para valorar opciones reales, se utilizan dos tipos de reticulados: el reticulado del activo subyacente y el reticulado de valoración de la prima de la opción.

- a) Reticulado del activo subyacente. Se lee de izquierda a derecha e indica cómo pueden evolucionar los valores futuros del activo. El valor del nodo de la extrema izquierda, es el valor determinístico del activo hoy. En cada intervalo de tiempo, el valor del activo aumenta en un factor multiplicativo u (mayor que 1), o disminuye en un factor multiplicativo d (*el inverso del factor u*), ubicado entre 0 y 1. De igual forma, en subsiguientes nodos puede aumentar o disminuir, generando un reticulado expandido. Los factores u y d , que determinan los movimientos ascendentes y descendentes en cada nodo, son funciones de la volatilidad del activo subyacente (σ) y de la magnitud del tiempo transcurrido entre los periodos en consideración (ΔT) (ver Figura 3).

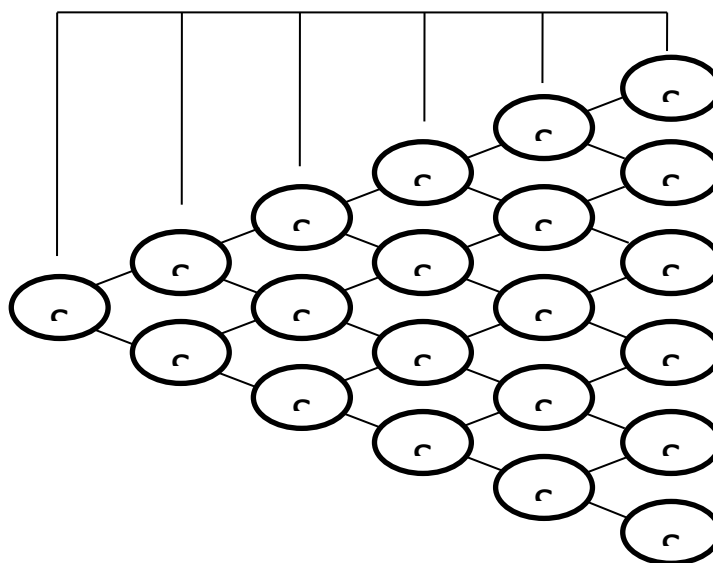


Figura 3. Reticulado del activo subyacente.
Fuente: Bailey (2004, pág.11).

Al aumentarse la cantidad de incrementos de tiempo (ΔT) se reduce, y es factible obtener una distribución de probabilidades del activo a futuro, a partir

de los valores de la extrema derecha de un reticulado con miles de incrementos de tiempo. “Los supuestos que rigen la definición de los factores u y d siempre dan lugar a una distribución normal logarítmica del valor del activo en la fecha de vencimiento; éste es un supuesto básico del modelo de Black-Scholes” (Bailey, 2004: 11).

- b) Reticulado de valoración de la prima de la opción. Tiene exactamente la misma cantidad de nodos y ramificaciones que el del activo subyacente. Se trabaja hacia atrás a través de un proceso de inducción inversa, desde los valores de los nodos terminales de la derecha hacia la izquierda del reticulado. El valor colocado en cada nodo terminal es el máximo entre cero y la diferencia entre el valor S y el precio de ejercicio X , es decir, $\text{Max}(S-X, 0)$. Los valores negativos no se consideran, dada la irracionalidad de ejercer una opción que representa pérdidas (ver Figura 4).

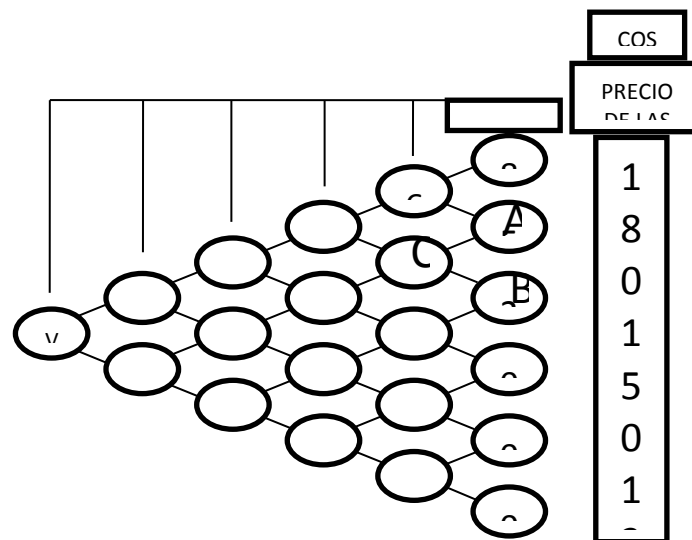


Figura 4. Reticulado de valoración de la prima de la opción
Fuente: Bailey (2004, pág.12).

Los nodos de la columna 5 contienen la diferencia entre el precio de las acciones y el precio de ejercicio de la opción, a menos que esa diferencia sea negativa, en cuyo caso el nodo contiene el valor cero. El valor del nodo designado con la letra C, proviene de los dos nodos adyacentes de la columna

5, A y B. Los nodos y columnas restantes se construyen de un modo similar, de derecha a izquierda, hasta llegar al nodo de extrema izquierda que contiene el valor de la opción.

4.2.2. El modelo Black-Scholes

El modelo de Black-Scholes, es un modelo de valoración de derivados financieros publicado en el Journal of Political Economy de mayo/junio de 1973, y aceptado desde entonces como uno de los modelos matemáticos más influyentes en grandes decisiones financieras a nivel mundial.

Según el modelo B-S, en ausencia de dividendos el precio de las acciones sigue un paseo aleatorio (*random walk*), significando que los cambios porcentuales en el precio de las acciones en un periodo corto, siguen una distribución normal. Si se define

μ = El rendimiento esperado de las acciones

σ = La volatilidad del precio de las acciones

El porcentual medio en el periodo δt es $\mu\delta t$. La desviación estándar del cambio porcentual es $\sigma\sqrt{\delta t}$. Formalmente el supuesto expresado anteriormente es

$$\frac{\delta S}{S} \sim N(\mu\delta t, \sigma\sqrt{\delta t}) \quad (1)$$

donde δS es el cambio en el precio de la acción, S , en el periodo δt , y $N(m, s)$ denota una distribución normal con media m y desviación estándar s .

“Puede demostrarse que el supuesto de paseo aleatorio implica que el precio de las acciones en cualquier momento del futuro sigue lo que se conoce como una distribución lognormal...Mientras una variable con distribución normal puede tomar valor positivo o negativo, una variable distribuida lognormalmente, sólo puede ser positiva. Una distribución normal es simétrica; una distribución lognormal no lo es, siendo la media, la moda y la mediana, todas ellas diferentes” (Hull, 2002: 264-265).

El mismo autor afirma que una variable con una distribución lognormal tiene la propiedad que su logaritmo neperiano está distribuido normalmente. El supuesto de Black-Scholes para los precios de las acciones implica por tanto que $\ln S_T$ es normal donde S_T es el precio de las acciones en un tiempo futuro T . Puede demostrarse que la media y la desviación estándar de $\ln S_T$ son

$$\ln S_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T$$

y

$$\sigma\sqrt{T}$$

Donde S_0 es el precio actual de las acciones. Se puede expresar este resultado como

$$\ln S_T \sim N \left[\ln S_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma\sqrt{T} \right] \quad (2)$$

El valor esperado o valor medio de S_T , $E(S_T)$, viene dado por

$$E(S_T) = S_0 e^{\mu T} \quad (3)$$

Y la varianza de S_T , viene dada por

$$\text{var}(S_T) = S_0^2 e^{2\mu T} (e^{\sigma^2 T} - 1)$$

A partir de la ecuación (1), se puede demostrar que

$$\ln \frac{S_T}{S_0} \sim N \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma\sqrt{T} \right]$$

Cuando $T = 1$, la expresión $\ln(S_T/S_0)$ es el rendimiento compuesto continuo proporcionado por las acciones en un año. La media y la desviación estándar del rendimiento compuesto continuo dentro de un año son $\mu - \sigma^2/2$ y σ , respectivamente.

“El modelo de B-S es un modelo de arbitraje, es decir, su idea motriz es que en equilibrio no existirán en el mercado oportunidades de arbitraje¹. Muestra que una cartera constituida con las proporciones adecuadas de la acción que es activo subyacente de la opción y de bonos de rentabilidad igual al tipo de interés sin riesgo, reproduce el patrón de flujos de caja de la opción en cualquier situación posible futura (llamada cartera de réplica). La postulada inexistencia de oportunidades de arbitraje debe hacer que la opción y la cartera de réplica, teniendo el mismo patrón de flujos de caja, se vendan por el mismo precio” (Lozano, 1993: 922).

Para el modelo de Black-Scholes, el movimiento Browniano geométrico es el modelo básico asociado a los movimientos de los precios. Pero además, estos autores tuvieron en cuenta, y esto fue determinante, que el movimiento Browniano está asociado con la teoría matemática avanzada del cálculo estocástico o cálculo de Itô, desarrollado por el matemático japonés Kiyosi Itô desde 1940, que considera aspectos análogos a los del cálculo clásico de Newton y Leibniz, pero en condiciones aleatorias.

La fórmula de valoración de una opción europea, definida sobre un activo subyacente que no reparte dividendos, es derivada por los autores referidos, a partir de los siguientes supuestos sobre el mercado, la opción y el activo subyacente:

- a) No hay oportunidades de arbitraje.
- b) Los mercados financieros no tienen fricciones. Esto es: i) no hay impuestos o costos de transacción; ii) tanto la opción, como el subyacente y el activo libre de riesgo son perfectamente fraccionables; y, iii) no hay restricciones a las ventas cortas de activos.
- c) Las tasas de interés para prestar y pedir prestado son iguales y constantes entre t (hoy) y T (fecha de vencimiento de la opción). Se asume que la tasa de

¹ Una oportunidad de arbitraje es una estrategia de inversión, que garantiza un flujo de caja positivo en alguna circunstancia, sin posibilidades de flujos de caja negativos y con inversión neta nula. (Nota del autor de la referencia).

interés por período, r , es compuesta continuamente y constante en el horizonte de valoración de las opciones.

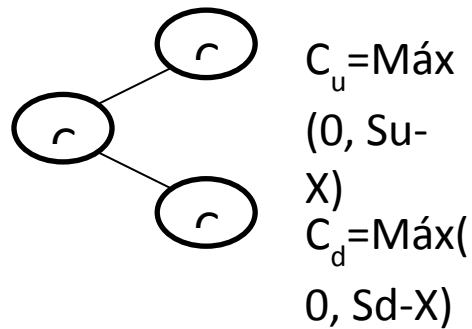
- d) La acción, activo subyacente, no paga dividendos entre t y T .
- e) La opción es de tipo europeo, es decir, sólo puede ejercerse a su expiración.
- f) La negociación en los mercados es continua.
- g) La distribución de probabilidad de los precios del subyacente es logarítmico-normal y la varianza de la rentabilidad del subyacente es constante por unidad de tiempo del período.
- h) El precio del subyacente sigue un proceso continuo estocástico de evolución de Gauss-Wiener definido por

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz.$$

Representando dS la variación de S en el instante t , μ la esperanza matemática del rendimiento instantáneo del subyacente, σ la desviación estándar y dz un proceso estándar de Gauss-Wiener.

Existen distintas maneras de obtener la fórmula de Black-Scholes. Una de ellas es a través del uso del método binomial, en un mundo neutral al riesgo. Esto es factible con el supuesto de que el número de pasos de un árbol binomial, $n \rightarrow \infty$. La demostración del modelo que aquí se presenta se basa en Mascareñas (2004: 26-40).

El Modelo Binomial de un periodo asume que el precio de la acción sube o baja con probabilidad p o $1 - p$, y que el valor de la opción de compra evolucionaría de la siguiente forma:



Donde u representa el movimiento multiplicativo al alza del precio de la opción en un periodo, con probabilidad asociada p , y d representa el movimiento multiplicativo a la baja del precio de la opción, con probabilidad asociada $1 - p$.

Si se denota $\hat{r}$ a $(1 + r_f)$, siendo r_f , la tasa de interés libre de riesgo al principio del periodo, se debe cumplir que:

$$u > \hat{r} > d \quad (4)$$

Dado lo anterior, es posible construir una cartera de arbitraje con la siguiente composición:

- La venta de una opción de compra de acciones (posición corta)
- La compra de Δ acciones (posición larga)

El valor de esta cartera tendrá la siguiente evolución (en la actualidad, el valor de Δ acciones que valen S unidades monetarias (um) es ΔS , mientras que la opción de compra vale C um , por tanto la cartera vale hoy $\Delta S - C$):

$$\Delta S \begin{cases} \Delta Su - C_u \text{ con probabilidad de } p \\ \Delta Sd - C_d \text{ con probabilidad de } 1-p \end{cases}$$

Sólo existe un valor de Δ , para el que el valor de la cartera al final del periodo es único y se da al cumplirse la siguiente igualdad:

$$\Delta Su - C_u = \Delta Sd - C_d$$

y despejando Δ (que es el ratio de cobertura de la posición en opciones) se obtiene

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{S(u - d)} \quad (5)$$

Con este valor de Δ , si el valor del activo subyacente sube, o si baja, el valor de la cartera al final del periodo es el mismo. Por tanto, la rentabilidad anual que debe proporcionar un activo o cartera que carece de riesgo, será la rentabilidad del activo sin riesgo; así que la cartera debe cumplir la siguiente igualdad:

$$\Delta S - C = \frac{\Delta Su - C_u}{\hat{r}} = \frac{\Delta Sd - C_d}{\hat{r}}$$

y despejando C

$$C = \frac{\hat{r}\Delta S - \Delta Su + C_u}{\hat{r}} = \frac{1}{\hat{r}} [\Delta S(\hat{r} - u) + C_u]$$

Sustituyendo Δ por su valor en (5)

$$C = \frac{1}{\hat{r}} \left[\frac{(C_u - C_d)S}{S(u - d)} (\hat{r} - u) + C_u \right] = \frac{1}{\hat{r}} \left[\frac{C_u(\hat{r} - u)}{u - d} - \frac{C_d(\hat{r} - u)}{u - d} + C_u \right]$$

$$C = \frac{1}{\hat{r}} \left[\frac{C_u\hat{r} - C_uu + C_uu - C_ud}{u - d} - \frac{C_d(\hat{r} - u)}{u - d} \right] = \frac{1}{\hat{r}} \left[\frac{C_u\hat{r} - C_ud}{u - d} - \frac{C_d(\hat{r} - u)}{u - d} \right]$$

Agrupando términos

$$C = \frac{1}{\hat{r}} \left[\frac{C_u(\hat{r} - d)}{u - d} + \frac{C_d(u - \hat{r})}{u - d} \right]$$

Si se hace

$$m = \frac{\hat{r} - d}{u - d}$$

Por lo tanto

$$1 - m = 1 - \frac{\hat{r} - d}{u - d} = \frac{u - \cancel{d} - \hat{r} + \cancel{d}}{u - d} = \frac{u - \hat{r}}{u - d}$$

Y sustituyendo

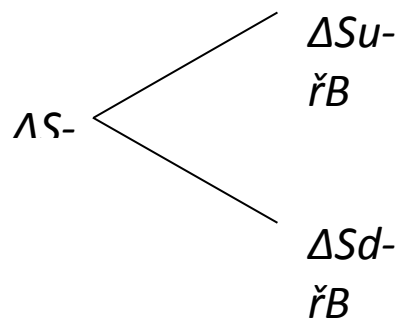
$$C = \frac{1}{\hat{r}} [mC_u + (1 - m)C_d] \quad (6)$$

La expresión anterior proporciona un método para valorar una opción de compra europea en un periodo.

Si se denomina B al importe del activo libre de riesgo y se supone que el signo positivo significa una inversión en dicho activo y el signo negativo representa un endeudamiento:

$$C = \Delta S - B$$

La evolución de la “cartera de réplica” sería la siguiente:



Para replicar el precio de la *call* en $t = 1$, deben satisfacerse las siguientes dos ecuaciones:

$$\Delta S_u - \hat{r}B = C_u \text{ y } \Delta S_d - \hat{r}B = C_d$$

Las cuales, manipuladas algebraicamente

$$\hat{r}B = \Delta Su - C_u$$

$$\hat{r}B = \Delta Sd - C_d$$

Igualando

$$\Delta Su - C_u = \Delta Sd - C_d$$

$$\Delta Su - \Delta Sd = C_u - C_d$$

$$\Delta(Su - Sd) = C_u - C_d$$

se obtiene:

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{S(u - d)}$$

De igual forma se tiene

$$B = \frac{dC_u - uC_d}{\hat{r}(u - d)}$$

Con las dos fórmulas anteriores, es factible replicar la compra de una opción de compra a un precio de ejercicio X , mediante:

- La compra de Δ unidades de activo subyacente.
- Endeudarse en B um a un determinado interés.

Si el inversor es neutro al riesgo, el rendimiento esperado de la acción debe ser igual a la tasa de rentabilidad del activo libre de riesgo, o sea:

$$pSu + (1 - p)Sd = \hat{r}S$$

Manipulando algebraicamente para despejar p

$$pSu + Sd - pSd = \hat{r}S$$

$$p(Su - Sd) = \hat{r}S - Sd$$

$$p = \frac{S(\hat{r} - d)}{S(u - d)}$$

$$p = \frac{\hat{r} - d}{u - d} = m$$

En el análisis anterior, la valorización de los derivados es independiente de las preferencias por riesgo de los inversionistas. Dado esto, se valoran estos instrumentos financieros en un mundo neutral al riesgo. Esto, claramente simplifica el análisis, porque en un mundo neutral al riesgo los inversionistas no demandan un premio por riesgo y, por lo tanto, todos los activos tienen un retorno igual a la tasa libre de riesgo.

Si se utiliza la extensión de la ecuación (6), es factible resolver un árbol binomial de varios períodos. Si n representa el número de periodos; j , el número de movimientos hacia arriba necesarios para alcanzar un punto dado; y, $n - j$, el número de movimientos hacia abajo necesarios para alcanzar un punto dado, entonces el número de trayectorias que conducen a $C_{u^j d^{n-j}}$ está dado por $\frac{n!}{j!(n-j)!}$. De esta manera, se llega a la fórmula general de evaluación de una opción de compra europea para n periodos:

$$C = \frac{1}{\hat{r}^n} \left\{ \sum_{j=0}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} \text{MAX}[0, u^j d^{n-j} S - X] \right\} \quad (7)$$

Así, después de n periodos la probabilidad de tener j evoluciones favorables (mutiplicación por u) del precio del activo subyacente es igual a

$$\frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j}$$

Donde j puede variar de 0 a n . La suma de estas probabilidades debe ser igual a 1, es decir,

$$\sum_{j=0}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} = 1$$

Por extensión, la probabilidad de tener, después de n periodos, un número mínimo de alzas del subyacente es igual a

$$Prob[\text{Precio subyacente} \geq Sd^{n-a}u^a] = \sum_{j=a}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j}$$

$$m = p = \frac{\hat{r} - d}{u - d}$$

Se denominará

$$Z(a; n, p) = \sum_{j=a}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j}$$

siendo $Z(a; n, p)$ la función de distribución de la ley binomial complementaria. Esta función da la probabilidad acumulada de un número a de alzas en el precio del subyacente para n periodos cuando la probabilidad de un alza de un periodo a otro es p .

En una opción *call*, la condición necesaria para que la opción esté dentro del dinero es $u^n d^{n-a} S > X$

aplicando logaritmos para despejar a

$$a \ln u + (n - a) \ln d + \ln S > \ln X$$

$$a \ln u + n \ln d - a \ln d > \ln X - \ln S$$

$$a(\ln u - \ln d) > \ln X - \ln S - n \ln d$$

$$a > \frac{\ln X - \ln S - n \ln d}{(\ln u - \ln d)}$$

$$a > \frac{\ln \left(\frac{X}{S d^n} \right)}{\ln(u/d)}$$

Donde:

$\ln$ es el símbolo del logaritmo neperiano.

a es el número entero mínimo de alzas para que la opción esté dentro del dinero.

Así, para $j < a$, $MAX[0, u^j d^{n-j} S - X] = 0$, la opción está fuera del dinero.

Para $j > a$, $MAX[0, u^j d^{n-j} S - X] > 0$, la opción está dentro del dinero.

Si $a > n$, la opción al vencimiento estará siempre fuera del dinero, por lo que $C = 0$.

Esto es, a es un valor crítico para estimar el valor de una opción, dado que permite que el precio de la acción supere el precio de ejercicio de la misma y, por tanto, resulte atractivo ejercer la opción en la fecha de vencimiento.

De acuerdo con esto, (7) se puede expresar como:

$$C = \frac{1}{\hat{r}^n} \left\{ \sum_{j=a}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} [S u^j d^{n-j} - X] \right\}$$

Desarrollando la expresión,

$$C = S \left\{ \sum_{j=a}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} \left(\frac{u^j d^{n-j}}{\hat{r}^n} \right) \right\} - X \hat{r}^{-n} \left\{ \sum_{j=a}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} \right\} \quad (8)$$

El segundo término de la ecuación (8), corresponde a la función de distribución de la ley binomial complementaria. Si se hace

$p' = \frac{u}{\hat{r}} p$, entonces $1 - p'$, se puede expresar como $1 - p' = \frac{d}{\hat{r}} (1 - p)$, de acuerdo al despeje siguiente:

$$p = \frac{\hat{r} - d}{u - d}$$

$$pu - pd = \hat{r} - d$$

$$pu = \hat{r} - d + pd$$

$$u = \frac{\hat{r} - d(1 - p)}{p}$$

$$\text{Sustituyendo } u \text{ en } (1 - p') = \left(1 - \frac{u}{\hat{r}}p\right) = \frac{\hat{r} - up}{\hat{r}} =$$

$$\frac{\hat{r} - \frac{[\hat{r} - d(1 - p)]p}{\hat{r}}}{\hat{r}} = \frac{\hat{r} - \hat{r} + d(1 - p)}{\hat{r}} = \frac{d}{\hat{r}}(1 - p)$$

Sustituyendo p y $(1 - p)$ por $p' \frac{\hat{r}}{u}$ y $(1 - p') \frac{\hat{r}}{d}$ en el primer término de (8)

$$S \left\{ \sum_{j=a}^n \frac{n!}{j! (n-j)!} \left(p' \frac{\hat{r}}{u}\right)^j \left((1 - p') \frac{\hat{r}}{d}\right)^{n-j} \left(\frac{u^j d^{n-j}}{\hat{r}^n}\right) \right\}$$

$$S \left\{ \sum_{j=a}^n \frac{n!}{j! (n-j)!} \left(p'^j \frac{\hat{r}^j}{u^j}\right) \left(\frac{(1 - p')^{n-j} \hat{r}^{n-j}}{d^{n-j}}\right) \left(\frac{u^j d^{n-j}}{\hat{r}^n}\right) \right\}$$

dicho término se convierte en

$$S \left\{ \sum_{j=a}^n \frac{n!}{j! (n-j)!} p'^j (1 - p')^{n-j} \right\} = S * Z[a; n, p']$$

Y por lo tanto, el valor de una opción de compra según la ley binomial complementaria se escribe

$$C = S * Z[a; n, p'] - X * \hat{r}^{-n} * Z[a; n, p] \quad (9)$$

$$\text{Con } p = \frac{\hat{r} - d}{u - d} \text{ y } p' = \frac{u}{\hat{r}} p$$

Cuando $n \rightarrow \infty$, entonces $Z[a; n, p'] \rightarrow N(d1)$ y $Z[a; n, p] \rightarrow N(d2)$ (Cox, 1979: 229-263). Sustituyendo estos valores en (9), se obtiene la fórmula del modelo Black-Scholes.

$$C = S * N(d1) - X * e^{-rT} * N(d2)$$

con

$$d1 = \frac{\ln(S/X) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) * T}{\sigma * \sqrt{T}}$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{T}$$

Donde:

C =precio de la opción de compra

S =precio de la acción

X =precio de ejercicio

r =tasa de interés libre de riesgo

T =el tiempo faltante en años para el vencimiento de la opción

σ =desviación estándar de la tasa anualizada con capitalización continua de la acción

Ln =logaritmo natural

e =la base de la función de logaritmo natural

$N(d)$ =función de densidad del área bajo la curva normal estándar.

Y el valor teórico de una opción de venta (P), viene dado por la fórmula:

$$P = X * e^{-rT} * N(-d2) - S * N(-d1)$$

donde los valores $d1$ y $d2$ son los anteriores (Black y Scholes, 1973: 644).

A continuación se analiza la relación (directa o inversa) de cada uno de los parámetros indicados (S , X , T , σ , r) con el valor de la opción de crecimiento (C),

recogida en la expresión analítica del modelo y que permite definir los fundamentos de la teoría de valoración de opciones de crecimiento.

Valor de los flujos de caja futuros (S)

El valor de la opción de crecimiento será mayor cuanto mayor sea la cuantía de los flujos de caja futuros que genera la realización de la oportunidad de crecimiento. Analíticamente se observa que cuanto mayor es S , mayor será el valor de la opción $C(S, T, X)$.

Cuantía de las inversiones necesarias (X)

El valor de las oportunidades de crecimiento será mayor cuanto menores sean las cuantías de las inversiones a realizar para obtener los flujos de caja asociados a esos proyectos de crecimiento.

Tiempo restante hasta que se realicen las inversiones futuras (T)

El vencimiento de la opción de crecimiento define el periodo durante el cual se puede ejercer la misma, es decir, emprender el proyecto de crecimiento. Cuanto mayor sea ese vencimiento más tiempo habrá para que se pueda producir la contingencia favorable del mercado que esperamos ó deseamos y, por tanto, mayor será el valor de la opción.

Volatilidad o riesgo asociado a los flujos de caja futuros (σ)

La existencia de un mayor riesgo asociado a los flujos de caja futuros que generará el proyecto de crecimiento redundará en un mayor valor para la opción de crecimiento. Al existir una mayor volatilidad existe mayor probabilidad de que se produzca la evolución favorable del mercado.

Cuando el mercado es desfavorable es indiferente lo mucho o poco que lo sea, pues de todos modos no ejercemos la opción y su valor es cero. Pero cuando la evolución

es positiva la importancia de la volatilidad es crucial pues define no sólo la probabilidad de que se llegue a esa situación favorable, sino también la magnitud del beneficio que resultará de la misma. La volatilidad es un aspecto muy importante ya que bajo la perspectiva de los métodos tradicionales es considerada como un factor de influencia negativa sobre el valor.

Al tratarse de proyectos de inversión materializados -no de opciones- existe simetría en la evolución de los resultados, de modo que un mayor riesgo permite que los beneficios sean mayores si el mercado evoluciona al alza, pero también aumenta las pérdidas si el mercado desciende. En el caso de la opción esto último no tiene lugar, ya que por muy desfavorable que evolucione el mercado la opción nunca alcanzará un valor negativo. Se presenta un comportamiento asimétrico entre las pérdidas y las ganancias: un aumento de las operaciones haría aumentar el VAN mientras que un descenso de aquellas no hará que el VAN sea negativo. En resumen, el riesgo perjudica la valoración del proyecto inicial o piloto (valorado con el análisis tradicional del VAN) pues penaliza la tasa de descuento, pero favorece el valor de las opciones de crecimiento derivadas de ese primer proyecto.

Tipos de interés vigentes en el mercado (r)

El incremento de los tipos de interés del mercado, incluido el tipo de interés libre de riesgo, afecta de manera positiva al valor de la opción. Un aumento de la tasa de interés sin riesgo produce un descenso del valor actual de los flujos de caja esperados, pero también reduce el valor actual del precio de ejercicio (o costo de la inversión futura), compensando de esta forma el primer efecto. Por lo general, el efecto neto resultante induce a pensar que un aumento de la tasa de interés provoca un aumento del valor de las opciones de crecimiento asociadas a un proyecto de inversión. En el análisis tradicional de inversiones cuanto mayores son los tipos de interés menor es el valor actual de los flujos de caja y menor es el VAN del proyecto. El efecto es inverso al producido en el valor de las opciones.

4.2.3. Comparación entre el Modelo Binomial y el Black-Scholes

Cada uno de los modelos presenta un conjunto de parámetros de relativa fácil obtención, sin embargo, hay otros que no son directamente observables; tal es el caso de u y d para el Modelo Binomial y σ para el modelo Black-Scholes.

En el caso del Modelo Binomial, una buena aproximación de los parámetros u y d , se obtiene por las siguientes expresiones (Hull, 2002: 405):

$$u = e^{\sigma\sqrt{(t/n)}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{(t/n)}} = \frac{1}{u}$$

donde:

t = plazo de la opción en años

n = número de periodos del Modelo Binomial

σ = volatilidad en términos anuales prevista para el activo subyacente

$\hat{r}$ se puede estimar por la expresión:

$$\hat{r} = e^{r(t/n)}$$

siendo r , el tipo de interés instantáneo, es decir, $r = \ln(1 + i)$ (Mascareñas, 2004: 43).

Los resultados que ambos modelos proporcionan son muy similares, la diferencia entre uno y otro está dada por el número de periodos elegidos para calcular las primas teóricas con el Modelo Binomial. A medida que el número de intervalos aumenta (haciéndose éstos más pequeños), los valores calculados utilizando el árbol binomial y mediante la fórmula B-S se aproximan.

Las justificaciones matemáticas que están detrás de cada uno de estos dos métodos son las mismas. La fórmula de B-S proviene del cálculo diferencial estocástico para

un proceso continuo en el tiempo. Por otro lado, el Método Binomial realiza una aproximación a la realidad, considerando tiempo discreto. Cuando el número de pasos en un árbol binomial tiende a infinito, haciendo que los intervalos entre periodos tiendan a cero, entonces la simulación binomial se convierte en un proceso continuo, por lo que ambos modelos arrojarán resultados idénticos (Almarcha, 2005: 61) (ver Figura 5).

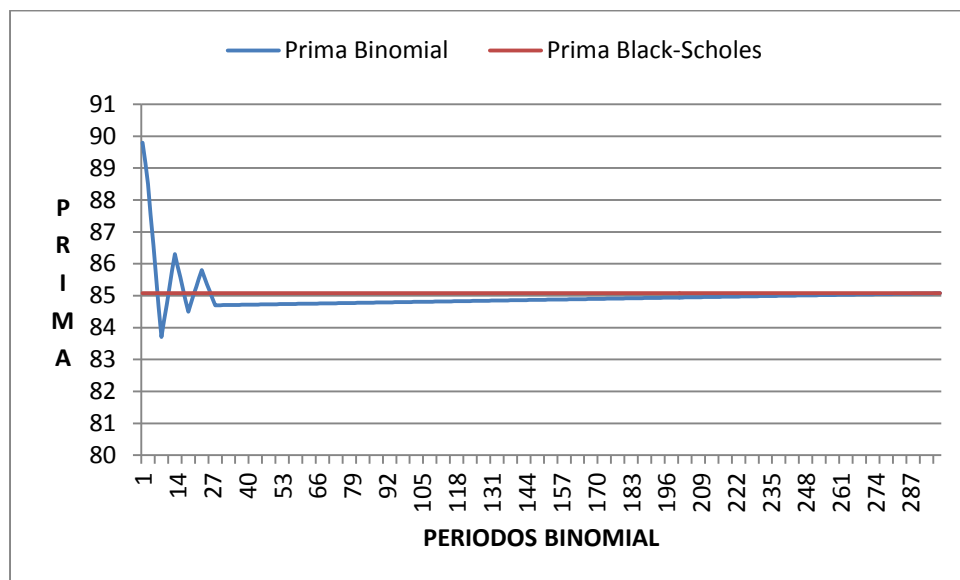


Figura 5. Aproximación del Modelo Binomial al Black-Scholes
Fuente: Mascareñas (2004:46)

Se puede ver cómo alrededor de 27 periodos, los valores que proveen ambos modelos son muy similares, produciéndose la convergencia aproximadamente en 300 periodos.

4.2.4. El método de Simulación Montecarlo

El método es una forma flexible para modelar y combinar las distintas incertidumbres. “El modelo de Monte Carlo, llamado también método de ensayos estadísticos, es una técnica de simulación de situaciones inciertas que permite definir valores esperados para variables no controlables, mediante la selección aleatoria de valores, donde la probabilidad de elegir entre todos los resultados posibles está en estricta relación con sus respectivas distribuciones de probabilidades” (Sapag, 2008: 386).

Es un método que proporciona soluciones aproximadas para diversos problemas matemáticos realizando muestreos estadísticos con la ayuda de software especializado. Mediante la utilización de números aleatorios, se asignan valores a las variables generadoras de incertidumbre, con lo cual se tendrá un resultado de la variable de interés (como puede ser el valor actual neto en el caso de un proyecto de inversión); este procedimiento se repite de manera reiterada hasta tener un número suficientemente grande de resultados, que permita modelar la distribución de probabilidades de dicha variable de interés.

El número de simulaciones requeridas dependerá de la precisión que se quiera obtener con el modelo, “normalmente a partir de 10,000 simulaciones los resultados obtenidos son fiables” (Mascareñas, 2004: 49).

Para cada simulación se tendrá un resultado distinto, con su propia senda, por lo que, para obtener el valor de la variable de interés, se debe aumentar el número de simulaciones (sendas de comportamiento del activo subyacente). Se puede graficar cada senda simulada, y observar el comportamiento de la variable de interés con distinto número de iteraciones, hasta obtener un valor determinado al final del número de simulaciones especificado; si se considera, por ejemplo, el valor actual neto de un proyecto, una vez que se ha calculado en cada una de las sendas simuladas, se calcula el valor medio de éstas y se descuenta a la tasa libre de riesgo. De esta manera se obtiene el valor actual neto del proyecto utilizando simulación.

“Para múltiples variables de estado (varias fuentes de incertidumbre), los modelos con opciones reales como los árboles (de decisión) o las diferencias finitas pueden ser complejos de resolver por el llamado problema de la dimensionalidad, limitándolos en su uso. De hecho, para más de tres o cuatro variables de estado, tanto los métodos con árboles o por diferencias finitas presentan serias dificultades y no son prácticos” (Almarcha, 2005: 39). En estos casos, se recomienda el uso de la Simulación Montecarlo, aunque puede combinarse con los árboles binomiales.

“Las técnicas de simulación de Monte Carlo reúnen una serie de características que la convierten en una valiosa herramienta para la valoración de derivados. En primer

lugar, constituye un procedimiento muy intuitivo al aproximar directamente el proceso estocástico de la variable incierta. Además, se trata de una técnica flexible fruto de la generalidad de activos a los que puede aplicarse y la facilidad para incluir dependencias en el tiempo. Y por último, favorece la incorporación de múltiples fuentes de incertidumbre, ya que la convergencia con el proceso de aproximación depende linealmente del número de variables de estado” (Alonso, 2004: 4).

De manera sucinta, el método de Simulación de Montecarlo involucra los siguientes pasos básicos (Blank y Tarquin, 2000: 628-629):

- a) Formulación de alternativa(s). Preparar cada alternativa en la forma que será considerada, utilizando el análisis de ingeniería económica y seleccionar la medida de valor sobre la cual se basará la decisión. Determinar la forma de la(s) relación(es) para calcular la medida de valor (expresar matemáticamente el problema).
- b) Parámetros con variación. Seleccionar los parámetros en cada alternativa que serán considerados como variables aleatorias (generadoras de incertidumbre).
- c) Determinación de las distribuciones de probabilidad. Describir una distribución de probabilidad para cada variable en cada alternativa.
- d) Muestreo aleatorio. Incorporar el procedimiento de muestreo aleatorio (tomar números aleatorios).
- e) Cálculo de medida de valor. Calcular los n valores de la medida de valor seleccionada de la relación o relaciones determinadas en el paso 1. Utilizar las estimaciones hechas con seguridad y los valores de n muestras para los parámetros variables.
- f) Descripción de la medida de valor. Basados en los resultados del total de pruebas aleatorias para cada variable, debe elaborarse la distribución de probabilidades de la medida de valor.
- g) Conclusiones. Hacer conclusiones sobre cada alternativa y decidir cuál debe ser implementada.

5. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO DE INVERSIÓN EVALUADO

El estudio de caso que aquí se presenta, es un proyecto de aprovechamiento integral del cultivo del cocotero en el estado de Guerrero. La referida entidad, es la más importante productora de este cultivo en el ámbito nacional, y tradicionalmente dicho cultivo ha significado una válvula de escape para la economía estatal, convirtiéndose, durante décadas, en motor del desarrollo de las regiones costeras del estado.

Sin embargo, y pese a los múltiples usos que tiene la palma de coco, el 80% de la producción se destina para extraer copra, lo cual limita seriamente su rentabilidad. De ahí deriva la necesidad de explorar su aprovechamiento de manera integral².

Existen múltiples productos cuyo origen es el cultivo del cocotero, que satisfacen diversas necesidades del hombre, lo que confiere flexibilidad a la evaluación de un proyecto de aprovechamiento integral de este cultivo, lo que a su vez, permite poder incorporar la metodología de opciones reales.

El enfoque de las opciones reales, permite incorporar distintas alternativas en la diversa gama de situaciones de inversión que podría enfrentar una determinada empresa; por esto, las organizaciones con mayor capacidad de innovar, son las que cuentan con mayores posibilidades de crecer y sobrevivir en mercados competitivos y globales. De ese modo, el uso de las opciones reales como técnica o modelo cuantitativo y cualitativo para la toma de decisiones, es una herramienta de gran apoyo a la gestión gerencial de una organización, sobre todo en situaciones de gran incertidumbre.

² Esta parte del estudio, se basa en la tesis de Maestría en Ciencias del autor, donde se efectuó la evaluación técnica, financiera y social del aprovechamiento integral del cocotero, como alternativa para desarrollar esta cadena productiva en Guerrero. La mencionada evaluación, fue realizada bajo el enfoque tradicional de flujos de caja descontados para la evaluación de proyectos; ahora, el planteamiento es llevarla a cabo bajo el enfoque de la metodología de opciones reales, y de manera más específica, utilizar el modelo Black-Scholes para cumplir con tal propósito.

El grueso de la evidencia empírica acumulada en el ámbito de aplicación de la metodología de opciones reales, se concentra básicamente en el sector de recursos naturales, y cuya explicación obedece, por un lado, a la ingente necesidad de datos históricos requeridos por los modelos de opciones, necesidad que es cubierta por el referido sector; por otro lado, en las inversiones del sector de recursos naturales, se presentan de manera muy marcada, condiciones de exclusividad de la propiedad de las opciones reales asociadas a dichas inversiones.

En este sentido, el presente estudio coadyuva a ampliar la diversidad de la evidencia empírica en sectores distintos al mencionado, al mismo tiempo que ilustra cómo manejar la metodología de opciones reales en aquellos casos en que se desconoce la evolución del activo subyacente, que en el caso de un proyecto de inversión, son los flujos netos de caja.

5.1. Estudio de caso: el proyecto a evaluar

El Estado de Guerrero cuenta con la mayor extensión cultivada con palma de coco del país y la mejor adaptada a las condiciones climáticas y edafológicas. Según datos del Padrón Estatal de Productores de Palma de Coco levantado en el año 2002, se tienen 44,760 hectáreas de este cultivo y 17,300 productores. Así, dicho estado contribuye con aproximadamente el 60% de la superficie plantada y volumen de producción de este cultivo en México (SIAP-SAGARPA, 2008).

Es un cultivo tradicional en Guerrero y existe un gremio de productores con una organización bien consolidada. A pesar de esto, de la experiencia de los productores, del desarrollo tecnológico mostrado en los últimos años y de las condiciones de adaptabilidad inmejorables de suelo, clima, altura, etc, el cocotero es un cultivo altamente subsidiado.

El producto principal que obtienen de la palma de coco los productores guerrerenses y durante mucho tiempo casi el único, es la copra, lo cual ha sido determinante en la drástica caída de los niveles de rentabilidad del cultivo. Hasta antes de la apertura comercial, diversas empresas procesadoras de aceite de coco (industria jabonera,

cosmética, etc.) compraban la copra nacional como materia prima, y ante las restricciones a la importación de este producto, tenía un precio más alto que el referente internacional. Dicha coyuntura no se aprovechó por parte de los productores para realizar inversiones en la diversificación de los productos derivados de la palma de coco, quedando a expensas de la obtención de un solo producto.

De la copra se extrae aceite y, dado que los países asiáticos, sobre todo Filipinas, Indonesia e India (quienes concentran el 74.8% de la producción mundial, FAO, 2010), tienen bajos costos de mano de obra, esto ha incidido para que el precio internacional del aceite se desplomara drásticamente al punto de que a los industriales nacionales les convenía más importar el producto que adquirir el de la producción nacional. Aunado a ello, se incrementó la producción de aceites derivados de otras oleaginosas, desplazando en buena medida al proveniente de la copra, lo cual impactó de manera negativa a la producción doméstica y más específicamente al estado de Guerrero como principal productor, al grado de que la actividad perdió rentabilidad, lo que propició que las huertas prácticamente fueran abandonadas.

En contraste, la palma de coco tiene muchas posibilidades para ser procesada de forma industrial, de hecho se pueden obtener productos benéficos al hombre desde las raíces hasta las hojas. Se dice que es la planta a la que se le conocen más aplicaciones y es una de las más aprovechadas por el hombre, se reportan en bibliografía más de cien usos, lo que indica que en Guerrero no se ha explotado todo su potencial. Por tal motivo, es factible que diversificando los usos del cocotero, el cultivo puede volver a tener la rentabilidad que otrora tuvo.

Dado los múltiples usos que la palma de coco puede tener, es factible aplicar la metodología de opciones reales, aprovechando la flexibilidad que esto implica. En el apartado siguiente, se detalla el proceso de aplicación de la metodología de opciones reales a un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero.

Se considerarán ocho productos y subproductos derivados de la palma de coco, con el propósito, por un lado, de simplificar el análisis, y por el otro, de incluir aquellos

productos y subproductos que tengan perspectivas de mercado favorables, de tal forma que exista la posibilidad real de implementar el proyecto con altas posibilidades de éxito.

Los productos considerados en el estudio son: coco jimado seco y fresco, pulpa fresca, coco rallado, crema de coco, agua embotellada, sustrato de la estopa o cáscara, carbón activado y madera del tallo de la palma.

A continuación, se describe cada uno de los productos y subproductos mencionados:

5.1.1. Coco jimado (sin cáscara)

De los productos susceptibles de ser aprovechados el coco jimado es de los que más perspectivas ofrecen. Dicho producto básicamente se usa para ser consumido como fruta fresca, o bien, en el caso del coco seco, es utilizado como materia prima para otros procesos. Se debe entender por coco jimado, a la nuez del coco sin la parte fibrosa que envuelve al fruto, es decir, sin cáscara, a la cual también se le llama estopa, por lo que a este tipo de coco también se le conoce como destopado.

En el presente documento se pretende manejar dos tipos de calidades de fruta: coco seco bueno para copra, pero con cáscara verde y coco fresco conocido en las regiones costeras como “de cuchara”. Este último es coco tierno, cuya capa de albumen está muy blanda y que contiene gran cantidad de agua.

5.1.2. Pulpa fresca

Otro producto particularmente importante para ser aprovechado, es la pulpa fresca, la cual básicamente tiene amplia demanda en el estado de Colima por las grandes empresas productoras de coco rallado.

La pulpa fresca es la carne blanca del coco, también conocida como albumen, la cual inmediatamente que es extraída, se somete a un proceso de congelación; sirve como materia prima para otros procesos, como es el coco rallado. Las empresas procesadoras generalmente compran el coco bola (nuez) en el huerto y la llevan a los patios, lugar donde al coco le remueven la cáscara, el huesillo y la delgada capa

café, y de esa manera tener la pulpa libre de impurezas. Una ventaja de la pulpa fresca con relación a la copra, es que para tener un kg de ésta, se requieren de 2 a 2.5 cocos, mientras que para tener un kg de copra se necesitan 4 ó 5 cocos, alcanzando precios similares en el mercado.

5.1.3. Coco rallado

Para la fabricación de coco rallado los cocos se almacenan durante tres semanas con el fin de completar su maduración, puesto que la cantidad de aceite influye en el sabor del producto, posteriormente se destapan y se abren, igual que ocurre en la preparación de la copra, a continuación se extrae la pulpa fresca del casco y se procede a sacar la pulpa. Estas operaciones se realizan generalmente a mano (se requiere de mano de obra numerosa y calificada) con ayuda de cuchillos o raspadores de formas especiales; pueden sin embargo mecanizarse parcial o completamente, sin que resulte, una gran reducción en el costo de la mano de obra, al menos en lo que concierne al pelado. Finalmente se procede a rallar la pulpa en molinos especiales, y se pasa a un proceso de deshidratación, quedando el producto final, al 2% de humedad.

El valor energético de este producto es de 706 cal/100 g, siendo el más alto de todas las frutas industrializadas. El coco rallado se usa en la industria alimentaria, principalmente en industrias de confitería y panadería, para la elaboración de dulces, la industria de los helados y en la industria de los cereales.

5.1.4. Crema de coco

La leche de coco (crema de coco), es el extracto blanco filtrado de la carne de coco rallado. Este es un ingrediente común en muchas recetas de Asia y el Pacífico.

La crema de coco es la leche procesada extraída de cocos maduros frescos. Este es un producto instantáneo, que puede usarse directamente o diluido en agua para hacer diversos preparados como: dulces, postres, cocteles, etc. Puede usarse también en la fabricación de productos de panadería y como saborizante de

alimentos. Este producto procesado y empacado tiene una vida de anaquel de 6 meses y una vez abierto el envase puede refrigerarse para sus usos subsecuentes.

5.1.5. Agua embotellada

El agua de coco es el líquido que se encuentra en el interior de la pulpa, cuanto menos maduro esté el fruto más abundante será y también más rica en nutrientes. Se considera como la única bebida isotónica natural, es químicamente pura, tiene buen sabor y contiene abundantes sales, azúcares y vitaminas requeridas por el cuerpo humano.

El agua de coco tiene una considerable cantidad de carbohidratos y debido a que estos azúcares se fermentan rápidamente, su conservación implica que se procese inmediatamente después de que se obtiene. La característica más importante del agua de coco bien sea del coco maduro o del coco tierno es que es una bebida isotónica natural. Por tal motivo, es importante su envasado, pues permite el consumo de este importante alimento en áreas donde no se produce cocotero.

5.1.6. Sustrato

Las cáscaras de coco en su mayor parte son un subproducto de la obtención de la copra, de la extracción de la pulpa, elaboración de coco desecado, del uso del coco como fruta, etc. y su principal valor, estriba en su contenido de fibra, cuyas cualidades aislantes, elásticas y de resistencia a la pudrición, permiten su hilado y tejido para la fabricación de variados productos de espatería. Asimismo, son utilizadas en la elaboración de abono orgánico.

Las características de la fibra de coco hacen de este producto un sustrato ideal para mezclar con cualquier tipo de tierra o bien para emplearla sola en cultivos hidropónicos.

5.1.7. Carbón activado

El carbón activado es una forma no grafitica de carbón, que se produce a partir de la madera, de la lignita y de la cáscara del coco. Específicamente, el derivado de la

palma de coco, se considera de mejor calidad que los otros carbones por la estructura de sus pequeños microporos que lo hacen más efectivo en la absorción de los gases y vapores.

La activación con vapor y la activación química son los procesos comúnmente usados para la fabricación del carbón activado. Sin embargo, para el caso concreto de los endocarpios de coco, se utiliza la activación por vapor, que produce carbón activado de excelente calidad.

El carbón activado derivado de las conchas de coco, tiene gran utilidad en la industria farmacéutica, industria química, plantas tratadoras de agua y en las empresas refresqueras. En general, se utiliza en procesos donde se requiera eliminar impurezas y sanitizar algunos productos.

5.1.8. Madera del tallo

La madera, a diferencia de otras riquezas naturales aprovechadas por el hombre, tiene el don de reproducirse, siendo los bosques una fuente susceptible de proporcionar madera indefinidamente, siempre que se traten debidamente y se corten a un ritmo no superior al de crecimiento.

La madera de palma se usa principalmente en la construcción de casas, viviendas, postes y en general en detalles de la construcción (terrazas). En menor escala se utiliza en muebles y artículos con mayor grado de elaboración, como pueden ser las artesanías. Así pues, el producto líder por su proceso de elaboración, características y dimensiones, es la viga, para su uso en la construcción y en menor proporción, la tabla.

En resumen, la presente evaluación considera 8 productos y subproductos derivados del cocotero. Con el objeto de poder determinar si alguna actividad era no rentable, se efectuaron evaluaciones individuales para cada proceso, obteniéndose los respectivos indicadores; después de corroborar que todos los productos considerados resultaron rentables, se procedió a desarrollar una evaluación en conjunto, que es la que se considera en la parte de los resultados del análisis

tradicional de flujos de caja descontados. Para llevar a cabo el análisis mediante la metodología de opciones reales, se considera efectuar la inversión en tres etapas, iniciando con tres productos, luego con otros tres en la segunda y dos en la última, según se detalla más adelante.

En general, el estudio de caso considerado, fue tomado de De los Santos (2008: 107-168). En dicho estudio, se efectuó una evaluación desde una perspectiva técnica, financiera y social del aprovechamiento integral del cocotero en el estado de Guerrero. Se considera la misma ingeniería del proyecto, únicamente se adicionó el efecto inflacionario de los últimos cuatro años, a fin de actualizar el monto de la inversión, costos de producción y los gastos de operación.

En relación a aspectos de mercado, se realizaron algunos supuestos en cuanto a la evolución de los precios y la demanda para estimar las opciones de expansión, los cuales se puntualizan en la parte correspondiente. Los precios iniciales de cada producto son actuales, de acuerdo a su evolución en el mercado.

5.2. Opciones reales en un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero

Para la contrastación empírica de la significación de las opciones reales en el valor esperado de las oportunidades de inversión en el ámbito agropecuario, se ha procurado elegir, entre los diferentes sistemas-producto, uno que cumpliera con la característica de contar con una potencial posibilidad de expansión, que permitiera aplicar la metodología de opciones reales. Tal es el caso del aprovechamiento integral del cocotero en el estado de Guerrero.

La evolución desde un punto de vista comercial, del cultivo del cocotero en México, se puede dividir en tres periodos. El primero va de 1927 a 1945, siendo el objetivo de las plantaciones establecidas en este periodo producir coco fruta, y prácticamente sin otro propósito. Esto tuvo lugar básicamente en las costas de Guerrero.

La segunda etapa se ubica en la segunda mitad de los 40's (desde 1946 hasta 1968), cuando hubo un crecimiento acelerado en la superficie plantada con cocotero, convirtiéndose en un importante motor de la economía de las regiones costeras,

caracterizándose principalmente por un incremento acelerado en la producción de copra y aceite. En gran parte esto es producto de la segunda guerra mundial, al ser afectadas las principales zonas productoras por las invasiones japonesas y la posterior entrada al conflicto bélico por parte de los Estados Unidos. Juegan un importante papel en la producción nacional las grandes explotaciones y haciendas, sobre todo en estados como Colima y Jalisco. Sin embargo, también el reparto agrario agrega un elemento adicional al crecimiento de la superficie de cocotero, al involucrar en la producción de copra a miles de campesinos en pequeñas huertos en los estados costeros del Pacífico, Golfo y el Caribe.

En la tercera etapa, que comprende el período 1969-1989, se presenta un estancamiento y una franca caída en años posteriores, sobre todo en la década de los 90's. Se atribuyen numerosas causas a esta situación. En particular debe mencionarse que hasta inicios de los 90's la estructura productiva del cocotero estaba orientada casi en su totalidad a la producción de copra (aun hoy las cifras oficiales reportan copra y no los numerosos productos y subproductos derivados del coco), la cual resultó seriamente afectada al abrirse el país a la importación de diversos aceites de plantas oleaginosas y grasas vegetales, las cuales sustituyeron rápidamente a la producción nacional de aceite de coco.

Esto significó una caída de precio del aceite de coco y de su insumo principal: la copra o pulpa deshidratada. Por tanto, a partir de mediados de los 80's pero de manera acelerada durante los 90's se presenta un proceso de sustitución de palmares por otros cultivos (frutas y hortalizas), sobre todo en los terrenos que ofrecen mejores condiciones de fertilidad y humedad. Por otra parte, el bajo precio y los costos crecientes impidieron que los productores vieran en la palma de coco un negocio, con lo cual se descuidó la replantación, generando que actualmente se tengan palmares viejos con muy bajos rendimientos.

Sin embargo, la palma de coco aprovechada integralmente es un cultivo potencialmente rentable, cuyo costo de mantenimiento es bajo; lo que falta es redireccionar la inversión gubernamental y privada para elevar la potencialidad de

este cultivo y convertirlo en lo que fue en otro tiempo, el motor de la economía de las regiones costeras.

Desde el año 2001 a la fecha, con la creación del Consejo Estatal del Cocotero en Guerrero, se ha tratado de incrementar la rentabilidad de este cultivo mediante una nueva visión, a través de considerar al cultivo de la palma de coco mediante el enfoque de un sistema-producto, el cual se define como “la integración de los agentes y actividades económicas que intervienen en un proceso productivo, desde la actividad primaria hasta la oferta al consumidor final, incorporando procesos de empaque, industrialización o transformación que sean necesarios, para su comercialización en mercados internos y externos. Incluye, además, el abasto de insumos y equipos relevantes, así como todos los servicios que afectan de manera significativa a dichas actividades, como la investigación, capacitación y la asistencia técnica, entre otros” (Comité Nacional Sistema Producto, 2005: 8).

Asimismo, se sugiere integrar al enfoque de cadenas la perspectiva de “redes de valor”, es decir, incorporar al concepto los supuestos básicos de la nueva mercadotecnia, donde el consumidor debe ser el centro de las preocupaciones y los productos deben ser diferenciados, a fin de cubrir necesidades específicas de éste.

Refiriéndose específicamente al estado de Guerrero, en buena medida, esto ha traído como consecuencia, que la proporción de la producción que se comercializa en productos adicionales a la copra en el estado, haya crecido en los últimos años, pasando de un mínimo que no rebasaba el 10% (fruta con un 9% y dulces y agua de coco con 1%), a un 20% en la actualidad, (17% de fruta y un 3% de otros productos) (Comité Sistema Producto Estatal, 2005: 4).

Dicha visión ha permitido una mayor inyección de recursos al sector, tanto públicos como privados, en aras de diversificar los usos del cultivo. Es por ello, que se considera que el caso analizado se encuentra en franca fase de crecimiento. Adicionalmente, el encadenamiento de las diversas actividades productivas que significa un aprovechamiento integral, puede reducir costos y colocarse en una mejor posición como proveedor.

El proyecto propuesto dota de flexibilidad a la inversión, considerando la opción de inversión-crecimiento, implementando el proyecto por etapas, es decir, considerando inicialmente tres productos que presenten mayores perspectivas, y en inversiones subsiguientes, considerar el crecimiento de la empresa involucrando otros productos de manera sucesiva hasta cubrirlos en su totalidad.

Técnicamente, la opción de inversión-crecimiento consiste en la posibilidad que tiene la empresa de realizar una inversión para iniciar con la puesta en marcha de un proyecto, o una vez realizadas las inversiones del proyecto inicial, invertir nuevos capitales en el lanzamiento de nuevos productos y/o en el acceso a nuevos mercados si la coyuntura es favorable, no estando obligado a realizar las inversiones en caso contrario.

La lógica que subyace en la opción de expansión, es que al emprender un proyecto, permite poder implementar otros proyectos o acceder a otros mercados en el futuro. En tales casos, puede argumentarse que el proyecto inicial es una opción que permite que una empresa amplíe sus horizontes y por lo tanto, debería estar dispuesta a pagar un precio por dicha opción, aceptando incluso, un valor presente neto negativo o muy cercano al umbral de rentabilidad en el proyecto inicial, debido a la probabilidad de valores presentes positivos elevados en proyectos futuros.

La flexibilidad de gestión introduce una asimetría en la distribución de probabilidades del valor actual neto (VAN), que incrementa el verdadero valor de la oportunidad de inversión, aumentando las ganancias potenciales por un lado y limitando las pérdidas relativas a las expectativas iniciales derivadas de una gestión pasiva. De esta manera, se puede obtener el VAN ampliado o estratégico, derivado de adicionar al VAN tradicional, el valor de la prima que implica la flexibilidad.

El valor de la prima u opción de crecimiento, estará en relación directa con el riesgo del proyecto. Mientras mayor volatilidad presenten los flujos del mismo, existe mayor probabilidad de que se produzca la evolución favorable del mercado; en caso contrario, es indiferente qué tan desfavorable lo sea, pues de todos modos no ejercemos la opción y su valor es cero.

Desde la perspectiva de los métodos tradicionales, la volatilidad es considerada como un factor de influencia negativa sobre el valor del proyecto. Un mayor riesgo permite que los beneficios sean mayores si el mercado evoluciona al alza, pero también aumenta las pérdidas si el mercado desciende. En el caso de la opción esto último no tiene lugar, ya que por muy desfavorable que evolucione el mercado la opción nunca alcanzará un valor negativo. Se presenta un comportamiento asimétrico entre las pérdidas y las ganancias: un aumento de las operaciones haría aumentar el VAN mientras que un descenso de aquellas no hará que el VAN sea negativo.

Los supuestos implícitos en este tipo de opción real, es que se considera que la empresa tiene un horizonte de tiempo al final del cual tiene que tomar la decisión final sobre si toma o no ventaja sobre esta oportunidad. También se presume que la empresa no puede seguir adelante con esta oportunidad si no toma el proyecto inicial. Si se supone que el valor presente de los flujos esperados al entrar a un mercado nuevo o tomar un nuevo proyecto es S y que la inversión total que se necesita es X , los pagos finales del escenario planteado se puede esquematizar de la siguiente forma:

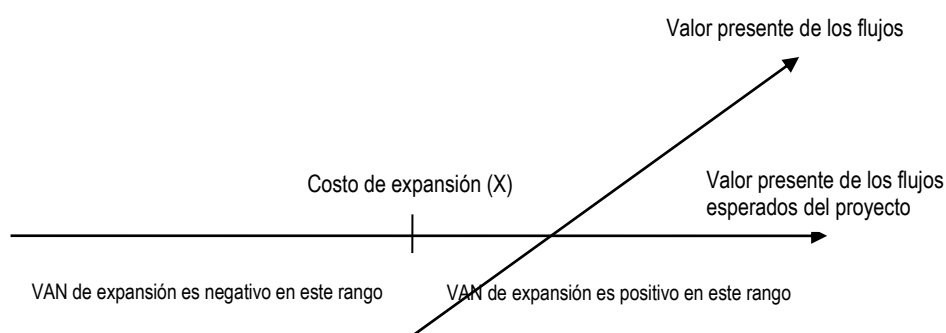


Figura 6. La opción de expandir un proyecto
Fuente: Solórzano, (2002, pág. 63)

Se puede deducir, que la empresa implementará el nuevo proyecto si el valor presente de los flujos esperados en un punto del tiempo, son mayores al costo de expansión, dado un horizonte de expiración para tomar la decisión.

El diagrama mostrado en la Figura 6, es muy similar al esquema de pagos de una opción *call*, visto desde la perspectiva del comprador, debido a que precisamente al hecho de tomar la decisión de realizar las inversiones necesarias para poner en marcha un proyecto de inversión, se le equipara (considera), desde la perspectiva de la metodología de opciones reales, como si se comprara una *call*, cuyo precio de ejercicio (X), es igual al desembolso de la inversión inicial, y por tal motivo se tiene en derecho de adquirir al activo subyacente, que en el caso de un proyecto, son el valor presente de los flujos netos de caja (S) generados con la inversión.

Para el caso particular, se considera un proyecto multietapas, dado que las características del mismo, permiten su puesta en marcha, sin tener que realizar todas las inversiones para operar los 8 procesos simultáneamente, sino considerando diversas fases sucesivas que involucren sólo a algunos de los productos en cada una de ellas.

Esta característica propia del proyecto analizado, de poder implementarlo por etapas, es estratégicamente importante dado que posibilita a la empresa poder realizar las futuras inversiones, si y sólo si, el comportamiento del mercado evoluciona de forma favorable. En este caso, el análisis de opciones reales muestra que la inversión inicial crea la oportunidad de crecer en el futuro, lo que se llevará a cabo si dicha inversión inicial funciona bien. Esto equivale a adquirir una opción de compra sobre una parte adicional del proyecto base, con un precio de ejercicio igual al costo adicional de los activos productivos necesarios para efectuar la ampliación.

De esta manera, la oportunidad de inversión con la opción de ampliación incorporada puede ser contemplada como un proyecto de inversión base, más una opción de compra sobre una inversión futura.

Se plantean las siguientes etapas secuenciadas:

- a) Etapa I. Producir coco jimado, pulpa fresca y estopa de la cáscara de coco.
- b) Etapa II. Producir coco rallado, agua de coco embotellada y madera de palma.
- c) Etapa III. Producir carbón activado y crema de coco.

Lo anterior, permite la flexibilidad directiva necesaria para acometer la fase siguiente en función de las condiciones imperantes en el mercado. Si el proyecto resultara un fracaso, los recursos comprometidos serían menores en relación a si se efectuara la inversión de los nueve procesos en una sola exhibición, reduciendo la pérdida; además, se gana experiencia, lo que puede ser útil para poder planificar otras opciones de crecimiento futuras.

El planteamiento inicial, es comenzar con un proyecto para comercializar 7,500 gruesas³ mensuales de coco jimado, destinar 3,255 gruesas para producir pulpa y con el bonote (estopa) generado de dichos procesos, producir 375 ton de sustrato mensualmente. En una segunda etapa (año uno del proyecto), se pretende incursionar en la producción de coco rallado en un volumen de 75 ton por mes, envasado de agua 250,000 botellas de 500 ml mensuales y 29,663 pie tabla de madera del tallo de aquellas palmas seniles e improductivas. En la tercera etapa (año dos del proyecto), se procura producir 54 ton de crema de coco y 100 ton de carbón activado, en un mes de trabajo.

A fin de contrastar si es posible aplicar la metodología de opciones reales para evaluar un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero, se va a utilizar el modelo de Black-Scholes como referencia. La flexibilidad puede verse como una opción, por lo que el método de Black-Scholes al permitir valorar dicha flexibilidad en la inversión, permite mejorar las decisiones de inversión. Dicho modelo, aparece en sus orígenes como un modelo para valorar opciones financieras (*call* y *put*), pero posteriormente se extiende a la valoración de opciones reales, en concreto, opciones de crecimiento. Según el modelo, la opción de crecimiento se puede ver como una opción de compra ó *call* que da derecho a adquirir los flujos netos de caja (FNC) que produce la oportunidad de inversión o crecimiento futura, pagando como precio de ejercicio la cuantía de la inversión necesaria.

En el Cuadro 3, se presenta de manera esquemática el proceso de aplicación de las opciones reales, en el caso específico considerado.

³ Una gruesa la componen 144 cocos, y es la unidad de medida utilizada en la costa de Guerrero para dicho producto.

Cuadro 3. Aplicación de las opciones reales en la investigación del caso.

Sector	Tipo de opción	Variable de estado	Proceso de la variable de estado	Variables de decisión
Agroindustrial	Inversión-crecimiento	Valor actual de los flujos futuros	Geométrico Browniano	Inversión
	Abandono	Valor actual de los flujos futuros	Geométrico Browniano	Inversión
	Diferir un año	Valor actual de los flujos futuros	Geométrico Browniano	Inversión

Fuente: Elaboración propia 2010.

Es probable que la clasificación aquí propuesta sobre las opciones reales de la inversión analizada no sea la única posible, sin embargo, resulta especialmente adecuada para la comprensión de la naturaleza de los citados derechos de decisión y, por ende, para la estimación del VAN ampliado del proyecto.

6. METODOLOGÍA

El estudio de caso a utilizar es un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero, es decir, de los múltiples productos susceptibles de ser aprovechados de la palma de coco, se pretende evaluar la conveniencia de producir 8 de ellos, con el propósito de estudiar la alternativa de diversificar los usos de dicha planta en el estado de Guerrero.

A través de considerar la flexibilidad que implica la implementación del proyecto por etapas, se va a valorar dicha flexibilidad a través de la metodología de opciones reales, y de manera más específica se va a utilizar el modelo Black-Scholes, a fin de determinar el valor estratégico que representa para el proyecto, el hecho de contar con la posibilidad de efectuar la inversión en tres fases, es decir, no tener que desembolsar la totalidad del monto de inversión de una sola vez.

El punto de partida de la investigación, es la evaluación del proyecto de manera tradicional, obteniendo los indicadores de rentabilidad como son el valor actual neto (VAN), tasa interna de retorno (TIR) y la relación beneficio costo (B/C). Adicionalmente, se hará uso de la teoría de valoración de opciones a fin de considerar la volatilidad de las variables que determinan el carácter aleatorio de la evolución del valor del proyecto subyacente, es decir, el futuro comportamiento de la corriente de flujos de efectivo. De esta manera, se puede obtener el VAN ampliado o estratégico, derivado de adicionar al VAN tradicional, el valor de la prima que implica la flexibilidad.

Para obtener el VAN tradicional, es necesario definir el equipo apropiado para cada proceso y cotizarlo, a fin de poder determinar el monto de la inversión requerida. Adicionalmente, es preciso estimar los ingresos del proyecto considerando las cantidades a producir de cada bien y multiplicándolas por el respectivo precio de venta, considerando como tal, al precio de mercado de cada uno de los productos; además, es necesario identificar, cuantificar y valorar los costos inherentes a cada proceso. Con dicha información es factible contar con los flujos de efectivo del

proyecto, a los cuales, debidamente actualizados, se les descuenta la inversión inicial y se obtiene el VAN de manera tradicional.

La estructura general de un flujo de caja para un proyecto que busca medir la rentabilidad de la inversión, es la siguiente:

+	Ingresos afectos a impuestos
-	Egresos afectos a impuestos
-	Gastos no desembolsables
=	Utilidad antes de impuestos
-	Impuesto
=	Utilidad después de impuestos
+	Ajustes por gastos no desembolsables
-	Egresos no afectos a impuestos
+	Beneficios no afectos a impuestos
=	Flujo de caja

Ingresos y egresos afectos a impuestos son todos aquellos que aumentan o disminuyen la utilidad contable de la empresa. Gastos no desembolsables son los gastos que para fines de tributación son deducibles, pero que no ocasionan salidas de caja, como la depreciación, la amortización de los activos intangibles o el valor libro de un activo que se venda. Por no ser salidas de caja, se restan primero para aprovechar su descuento tributario, y se suman en el ítem ajuste por gastos no desembolsables, con lo cual se incluye sólo su efecto tributario. Egresos no afectos a impuestos son las inversiones ya que no aumentan o disminuyen la riqueza contable de la empresa por el sólo hecho de adquirirlos. Generalmente es sólo un cambio de activos (máquina por caja) o un aumento simultáneo de un activo con un pasivo (máquina y endeudamiento). Beneficios no afectos a impuestos son el valor de desecho del proyecto y la recuperación del capital de trabajo.

Para efectos prácticos, el esquema general mencionado anteriormente, se puede dividir en dos partes: el estado de resultados proforma y el flujo de efectivo del proyecto.

El estado de resultados proforma es un documento dinámico que tiene como finalidad mostrar los resultados económicos de la operación prevista del proyecto para los periodos subsecuentes, se elabora efectuando la suma algebraica de los ingresos menos los egresos estimados. Los rubros que lo integran son:

+	Presupuesto de ingreso por ventas
-	Presupuesto de costos de producción
=	Utilidad bruta
-	Presupuesto de gastos administrativos y de ventas
=	Utilidad de operación
-	Gastos no desembolsables
=	Utilidad antes de impuestos
-	Presupuesto de impuestos sobre la renta
=	Utilidad después de impuestos
+	Ajuste por gastos no desembolsables
=	Utilidad neta (Flujo de caja)

En cuanto al flujo de efectivo del proyecto, se puede utilizar el siguiente esquema:

	CONCEPTO	AÑOS					
		0	1	2	3	4	5
(+)	Utilidad neta con el proyecto						
(-)	Utilidad neta sin el proyecto						
(+)	Otros beneficios						
(-)	Incremento del capital de trabajo						
(+)	Recuperación del capital de trabajo						
(-)	Inversión activos fijo y diferido						
(-)	Reinversión						
(+)	Recuperación del valor residual						
(=)	Flujo de efectivo del proyecto						

Una vez que se tienen definidos los flujos de caja, se procede a la estimación de los estimadores referidos.

Para estimar el valor de la prima que implica la flexibilidad, se va a utilizar el modelo Black-Scholes, el cual, originalmente ha sido utilizado en la valoración de opciones de acciones financieras, pero realizando la debida correspondencia entre las variables que determinan el valor de una opción y las de un proyecto productivo, es factible utilizarlo en la valoración de inversiones (vid supra).

De la fórmula del modelo Black-Scholes, se desprende que para calcular el valor de la opción (C) se requieren cinco parámetros: precio de la acción (S), precio de ejercicio (X), tasa de interés libre de riesgo (r), tiempo de vencimiento (T) y la aleatoriedad del precio de la acción (σ). Para realizar el análisis de opciones reales, dichos parámetros se tienen que llevar al ámbito de los proyectos de inversión, realizando la respectiva correspondencia con las variables determinantes de éstos; así, (S) es el valor actualizado de los flujos de caja del proyecto, (X) es el monto de

la inversión, (T) es el tiempo que puede demorar la decisión de inversión, (r) es la tasa de interés libre de riesgo y (σ) es la aleatoriedad del valor del proyecto.

Tres de las variables mencionadas se tienen de manera directa (S, X, T) , y tanto (σ) , como (r) , se tienen que estimar.

A continuación, se detalla la manera en que son consideradas cada una de estas variables en el estudio de caso a utilizar:

6.1. Tiempo de duración de la opción (T)

Dado que en la evaluación de una opción de crecimiento, se tiene la posibilidad de adquirir los flujos netos de caja generados con el segundo proyecto, al realizar la inversión, el periodo del que se dispone para ejercer la opción es su vida. En gran medida esto depende de las propias metas de crecimiento del equipo directivo de la empresa, las que a su vez, obedecen a como estimen el grado de competencia en el sector, estabilidad económica, etc. Se considera que se tiene un año para realizar la segunda etapa a partir de la puesta en marcha de la primera, y otro año para llevar a cabo la tercera, a partir de que se implementó la segunda.

6.2. Estimación de la tasa de interés libre de riesgo (r_f)

Una opción que se tiene con esta variable, es definirla como una incertidumbre más en el proyecto, generadora del carácter aleatorio de la evolución del valor de los flujos de efectivo, y modelarla de la misma forma que el resto de variables que determinan la volatilidad del proyecto. Sin embargo, se optó por estimarla a través de recopilar información histórica sobre la misma.

Se utilizaron datos históricos de la tasa anualizada de los CETES a 5 años, por ser la tasa libre de riesgo más representativa para la evaluación propuesta, pues es equivalente al horizonte de evaluación. La información recopilada comprende de enero de 2006 hasta marzo de 2012, es decir, se obtuvieron 75 observaciones.

Se procedió a realizar la proyección de los siguientes 9 meses al último dato de la muestra, es decir, se pronosticaron las tasas de abril a diciembre de 2012. Dicho pronóstico se efectuó con el programa especializado ®Risk Simulator, utilizando un modelo ARIMA.

Con las tasas observadas (enero-marzo) y las tasas pronosticadas (abril-diciembre) del año 2012, dado que son anualizadas, se mensualizaron y se compusieron hasta obtener una tasa nominal anual para dicho año; con el fin de trabajar con la información en términos reales, se descontó la inflación, considerando la meta de inflación del gobierno federal para este año.

6.3. Estimación de la tasa de descuento de flujos o tasa del costo del patrimonio

Para la estimación de la tasa de interés a utilizar para descontar los flujos de efectivo del proyecto, se utilizó el Modelo de Valorización de Activos de Capital (Capital Asset Pricing Model, CAPM por sus siglas), que es el más ampliamente difundido y utilizado para tal propósito, tanto en el ámbito académico como en la esfera empresarial.

“Este modelo nace a partir de la teoría del *portfolio* (conjunto de inversiones) que intenta explicar el riesgo de una determinada inversión mediante la existencia de una relación positiva entre riesgo y retorno. Cuando un inversionista se enfrenta a la decisión de llevar a cabo una determinada inversión, no sólo evalúa y cuantifica el riesgo asociado con la propia inversión, sino que además evalúa y cuantifica cómo afecta ésta al conjunto de inversiones que él mantiene, mediante la correlación de la rentabilidad de la inversión particular con la rentabilidad esperada del mercado. Comúnmente, esta rentabilidad se puede observar según el comportamiento del índice general de precios de todos los títulos accionarios de la economía, pues considera el rendimiento de todos los sectores económicos: energético, minero, metalúrgico, pesquero, forestal, etcétera” (Sapag, 2008: 355-356).

La fórmula derivada de tal modelo es la siguiente:

$$K_e = r_f + \beta(r_m - r_f)$$

Donde:

r_f = la tasa de interés libre de riesgo

r_m = el retorno esperado del mercado

β = relación existente entre el riesgo del proyecto y el riesgo del mercado

El enfoque del CAPM tiene como fundamento central que la única fuente de riesgo que afecta la rentabilidad de las inversiones es el riesgo del mercado, el cual se mide mediante beta, que relaciona el riesgo del proyecto con el riesgo del mercado.

El beta mide el impacto que tiene un cambio de la rentabilidad generada en el mercado, en la rentabilidad de una inversión particular. En este sentido, el riesgo del mercado es igual a 1. Una inversión con un beta mayor a 1, significa que tiene un riesgo mayor que el riesgo de mercado; un proyecto con un beta menor a 1, presenta un riesgo menor que el de mercado; una inversión con un beta igual a cero, es una inversión libre de riesgo.

A continuación se desarrolla la metodología y las fuentes de información requeridas para alimentar las entradas de la fórmula del CAPM.

Cálculo de r_m

El parámetro más adecuado que expresa la rentabilidad esperada del mercado de un determinado país, es la rentabilidad de su bolsa de valores. Para el caso específico, se trabajó con el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores, el cual es el principal indicador bursátil en México; dicho índice expresa el rendimiento del mercado accionario en función de las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la Bolsa.

“El IPC constituye un fiel indicador de las fluctuaciones del mercado accionario, considerando dos conceptos fundamentales:

Representatividad: la muestra que lo compone, refleja el comportamiento y la dinámica operativa del mercado mexicano.

Invertibilidad: las series accionarias que lo integran cuentan con las cualidades de operación y liquidez que facilitan las transacciones de compra y venta para responder a las necesidades del mercado mexicano” (Bolsa Mexicana de Valores: 3).

Así, mientras más distintos tipos de acciones tenga el índice bursátil, mayor representatividad tendrá como aproximación de la rentabilidad del mercado. “El número de series accionarias que conforman la muestra del IPC es de 35 series, las cuales podrían variar durante el periodo de vigencia por movimientos corporativos” (Bolsa Mexicana de Valores: 4).

El periodo para el cual se requirió la información del IPC fue de 6 años, con periodicidad mensual, de enero de 2006 a diciembre de 2011, contando con un total de 72 observaciones; dicho lapso, es un parámetro representativo del horizonte del proyecto, ya que la evaluación del mismo contempla un periodo similar. En general, se considera que un promedio de los últimos 60 meses, de la referida variable, resulta representativo para calcular la rentabilidad del mercado. Con dicha información se pudo calcular la rentabilidad mensual del IPC para cada uno de los periodos considerados. Dicha rentabilidad, es el logaritmo natural del cociente resultante del valor del índice en un determinado mes, entre el valor del mes inmediato anterior, expresado en por ciento. Posteriormente, se obtiene el promedio aritmético mensual de la muestra, y se expresa en términos anualizados, para obtener la rentabilidad nominal anual del periodo en estudio.

A la rentabilidad nominal se le debe descontar el efecto de la inflación, a fin de contar con la rentabilidad real. Para tal efecto, se investigó la inflación mes por mes del mismo periodo para el cual se tuvo información del IPC, se obtuvo el promedio del

periodo, y posteriormente se anualizó, constituyendo, de esta forma, la inflación requerida para expresar en términos reales la rentabilidad del IPC.

Cálculo del r_f

Se utilizó la misma tasa de interés libre de riesgo estimada de acuerdo con el inciso 6.2 del presente capítulo, la cual sirvió como entrada del modelo.

Cálculo de β

El beta mide la sensibilidad de un cambio de la rentabilidad de una inversión particular, ante un cambio en la rentabilidad del mercado en general.

La fórmula para calcular el beta de una determinada inversión es:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$$

donde R_i representa la rentabilidad del sector i y R_m la rentabilidad del mercado.

La información requerida para estimar la beta buscada, fue obtener una serie de tiempo con información de la rentabilidad del ramo agroindustrial (por el perfil del proyecto a evaluar), lo cual permitió estimar el retorno del sector en el periodo de estudio.

Se trabajó con datos de empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores del subsector Alimentos, bebidas y tabaco, que es el que más se aproxima a lo que es el ramo agroindustrial.

6.4. Estimación del valor presente de los flujos (S)

Los flujos de efectivo del proyecto se deben expresar en términos reales, es decir, se les debe descontar el nivel inflacionario, y con la tasa del costo del patrimonio, se determina el valor presente de los mismos, que representará el valor del proyecto, de acuerdo al enfoque tradicional de flujos de efectivo descontados. Para obtener este dato se aplica la fórmula:

$$VA = \frac{\sum B_t - C_t}{(1 + r)^t}$$

Donde:

VA= Valor actual de los flujos del proyecto

B_t = Beneficios totales

C_t = Costos totales

r = Tasa de descuento o costo del patrimonio

t = Años de duración del proyecto

6.5. Estimación de la inversión inicial (X)

Con el objeto de no arriesgarse a un fracaso estrepitoso, se pretende implementar el proyecto por etapas; de esta manera, si la operación resulta exitosa, se acometerá la inversión de las siguientes dos etapas, con objeto de cubrir los 8 productos planteados. Las dos inversiones subsecuentes pueden vislumbrarse como una opción de ampliación o crecimiento.

En la primera etapa se contempla producir coco jimado, pulpa fresca y sustrato; en la segunda, se pretende incursionar en la producción de coco rallado, envasado de agua y madera del tallo de aquellas palmas seniles e improductivas; en la tercera etapa (año dos del proyecto), se procura producir crema de coco y carbón activado.

El precio de ejercicio (X) es el desembolso adicional en que se incurre para desarrollar el proyecto adicional, es decir, la implementación de la segunda y tercera etapa.

6.6. Estimación de la varianza de los flujos (σ^2)

Una característica propia de la evaluación de un proyecto de inversión, es que no se conocen con precisión los flujos de efectivo generados por el mismo; de ahí deriva, precisamente, el riesgo que conlleva su implementación. Por ende, no es factible

determinar lo que se conoce como la volatilidad histórica de dichos flujos, dada la falta de registros, por lo que, para efectos prácticos, la única manera de poder estimar dicho parámetro, es identificar las variables relevantes y simular los distintos valores que toma el valor del proyecto ante los diferentes valores en estas variables. Es posible con 10,000 simulaciones, elaborar la distribución de probabilidades del valor del proyecto y estimar la volatilidad del mismo.

El carácter aleatorio de la evolución del valor del proyecto subyacente es fruto de la volatilidad de múltiples variables, tales como el costo de los diferentes factores contratados, el precio de los productos finales y la demanda del mercado, que determinan la futura evolución de la corriente de flujos de efectivo. Como consecuencia, la estimación del proceso estocástico seguido por el valor del proyecto exige comprender el resultado de la múltiple interacción de todas las fuentes de incertidumbre.

Se hará uso del programa informático simulador de riesgo 5.2 de ®Risk Simulator, el cual, utilizando Simulación Montecarlo, ayuda a realizar miles de simulaciones para la variable de interés. Dicho programa, es un complemento de Excel®, y permite al usuario generar números aleatorios a partir de varias distribuciones. Asignando valores a las variables de entrada (costos de producción, precio de los productos finales y cantidades vendidas), se puede calcular la distribución de probabilidades del VAN del proyecto.

“En un análisis de simulación la computadora empieza eligiendo al azar un valor de varias variables: venta de unidades, precio de venta, costo unitario variable, etc. Después los combina, calcula el valor presente neto del proyecto y lo guarda en la memoria. A continuación selecciona al azar un segundo conjunto de valores de entrada y también un segundo valor presente neto. El proceso se repite quizá 1,000 veces, generando 1,000 valores presentes. Se obtienen la media y la desviación estándar del valor. La media, o valor promedio, sirve para medir el valor presente neto esperado y la desviación estándar (o coeficiente de variación) sirve para medir el riesgo” (Ehrhardt, 2007: 366).

Para alimentar los requerimientos de las variables *input* del simulador de riesgo, fue necesario estimar los movimientos tanto de los precios, como de las cantidades vendidas de cada uno de los productos considerados en el estudio.

6.6.1. Previsión sobre la evolución del precio de los productos

Se partió del precio estimado para cada producto y a partir de un supuesto acerca de su evolución a lo largo del horizonte de evaluación, se pudo calcular el precio esperado de cada uno de ellos para cada año, utilizando las fórmulas siguientes:

$$P_2 = P_1 e^{rt}$$

$$P_3 = P_1 e^{rt}$$

$$P_4 = P_1 e^{rt}$$

$$P_5 = P_1 e^{rt}$$

Donde t adquiere el valor de $n - 1$ sobre el subíndice de P para cada periodo.

El precio en el año i , se moverá dentro del siguiente intervalo de confianza al 95%:

$$P(P_1 e^{tr-2\sigma\sqrt{t}} \leq P_i \leq P_1 e^{tr+2\sigma\sqrt{t}}) = 0.95$$

Con el cual, es factible, a partir del límite inferior en el año 5, deducir el valor de la volatilidad del precio σ_p , $P_5^{min} = P_1 * e^{\sum_{i=1}^n r_i - 2\sigma\sqrt{t}}$.

Despejando la volatilidad del precio

$$\sigma_p = \frac{\sum_{i=1}^n r_i - \ln\left[\frac{P_5^{min}}{P_1}\right]}{2\sqrt{t}}$$

La cual se utilizó para encontrar los límites superiores como inferiores de los precios en los diferentes periodos.

6.6.2. Previsión sobre la evolución de las cantidades vendidas de los productos.

La base para dicha estimación fueron las cantidades a vender consideradas para cada producto en el año 1 y a partir de un supuesto acerca de su evolución a lo largo del horizonte de evaluación, se pudieron calcular las cantidades esperadas de cada producto para cada año, utilizando las fórmulas siguientes:

$$Q_2 = Q_1 e^{rt}$$

$$Q_3 = Q_1 e^{rt}$$

$$Q_4 = Q_1 e^{rt}$$

$$Q_5 = Q_1 e^{rt}$$

Donde t adquiere el valor de $n - 1$ sobre el subíndice de Q para cada periodo.

La cantidad en el año i , se moverá dentro del siguiente intervalo de confianza al 95%:

$$P(Q_1 e^{tr-2\sigma\sqrt{t}} \leq Q_i \leq Q_1 e^{tr+2\sigma\sqrt{t}}) = 0.95$$

Con el cual, es factible, a partir del límite inferior en el año 5, deducir el valor de la volatilidad de la cantidad σ_Q , $Q_5^{min} = Q_1 * e^{\sum_{i=1}^n r_i - 2\sigma\sqrt{t}}$.

Despejando la volatilidad de la cantidad

$$\sigma_Q = \frac{\sum_{i=1}^n r_i - \ln \left[\frac{Q_5^{min}}{Q_1} \right]}{2\sqrt{t}}$$

La cual se utilizó para encontrar los límites superiores como inferiores de las cantidades en los diferentes periodos.

6.6.3. Cálculo de la desviación estándar de las variables a simular

Dado que la volatilidad estimada en los dos apartados anteriores, para el precio como para la cantidad, está expresada en porcentaje, se requirió calcularla en las unidades de medida en que están expresadas cada una de dichas variables.

Para ello, se buscó una expresión que permitió obtenerla a partir de los límites esperados calculados anteriormente.

La función de densidad de la variable $\eta \in N(\mu, \delta)$, es decir, de media μ y desviación estándar δ viene dada por la expresión:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

El valor de $f(x)$ máximo será:

$$f(x)_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

Si se pide calcular σ para que la probabilidad de los valores extremos esperados sea del 1% del valor más probable de la variable, es decir, que la función de densidad valga un 1% de la función de la $f(x)_{\max}$, o dicho de otra manera, que ésta disminuya en un 99%.

$$\frac{1}{100} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\frac{1}{100} = e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Tomando logaritmos en ambos miembros

$$\ln\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{-(X - \mu)^2}{2\sigma^2}$$

$$-4.6 = \frac{-(X - \mu)^2}{2\sigma^2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(X - \mu)^2}{(2)(4.6)}$$

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{9.2}}(x - \mu)$$

Finalmente, para $x = x_{m\acute{a}x}$ la expresi3n buscada para la desviaci3n est3andar ser3:

$$\sigma = 0.33(x_{m\acute{a}x} - x)$$

6.6.4. Simulaci3n del proyecto

De la capitalizaci3n en tiempo continuo se tiene:

$$V_{t+1} = V_t e^{rt}$$

donde:

V_{t+1} = Valor final en $t + 1$

V_t = Valor actual

r = Tasa de capitalizaci3n

t = Tiempo

Si la expresi3n anterior, se extrapola al rendimiento de un activo, donde r es dicho rendimiento y cambiando la variable V por S , despejando obtenemos

$$\ln(S_{t+1}) = \ln(S_t) + rt$$

$$\ln(S_{t+1}) - \ln(S_t) = rt$$

$$\ln \left[\frac{S_{t+1}}{S_t} \right] = rt$$

Dado que $t = 1$

$$r = \text{Ln} \left[\frac{S_{t+1}}{S_t} \right]$$

Lo que es equivalente a

$$r = \text{Ln} \left[\frac{S_t}{S_{t-1}} \right]$$

Así, dado que por definición la volatilidad de un proyecto es la variabilidad de sus rendimientos, es posible utilizar la desviación típica de z definida de la siguiente manera:

$$z = \text{Ln} \left[\frac{\sum_{t=1}^n V AFC_t}{\sum_{t=0}^n V AFC_t} \right]$$

$$z = \text{Ln} \left[\frac{\frac{FC_1}{(1+r)^0} + \frac{FC_2}{(1+r)^1} + \frac{FC_3}{(1+r)^2} + \frac{FC_4}{(1+r)^3}}{\frac{FC_0}{(1+r)^0} + \frac{FC_1}{(1+r)^1} + \frac{FC_2}{(1+r)^2} + \frac{FC_3}{(1+r)^3} + \frac{FC_4}{(1+r)^4}} \right]$$

donde:

$V AFC$ = Valor actual de los flujos de caja en el periodo t

FC = Flujo de caja en t

Con esta expresión de la variable z , se definió en el simulador de riesgo una variable intermedia x , con ayuda de la cual, se pudo estimar la desviación estándar de los flujos del proyecto.

6.7. Las acciones ordinarias de una empresa vistas como opciones

Esta parte del análisis se basa en Mascareñas, et-al. (2004).

Cuando una empresa está endeudada, primeramente debe asumir el compromiso de la deuda, y posteriormente efectuar el reparto de los dividendos obtenidos entre los accionistas. Desde la perspectiva financiera, es factible considerar que las acciones

ordinarias pueden ser consideradas como una opción de compra sobre los activos del proyecto.

En este caso, el precio de ejercicio es el valor nominal de la deuda (su valor contractual) más el cupón a pagar en la fecha de amortización, siendo esta última la fecha de ejercicio.

La idea es que mientras en la fecha de ejercicio, el activo de la empresa valga más que el endeudamiento las acciones tendrían un valor positivo, mientras que si sucede lo contrario, la empresa no podría asumir sus compromisos de pagos e incluso se declararía en quiebra, es decir, el activo pasaría a manos de los acreedores, lo cual es equivalente a decir que los accionistas no ejercerían su opción de compra sobre aquél (en este escenario las acciones valen cero).

De este modo, el valor actual de las acciones, se puede definir:

$$\text{Acciones ordinarias} = VA \text{ de la empresa} - VA \text{ de la deuda con riesgo}$$

donde:

$VA = \text{Valor actual}$

Por otro lado,

$$VA \text{ de la deuda con riesgo} = VA \text{ de la deuda libre de riesgo} - \text{Opción de venta}$$

Esto es así, porque al existir riesgo de insolvencia se puede presentar la posibilidad de cobrar menos, o incluso de no recuperar nada, tanto, el valor de mercado de la deuda tenderá a descender, aumentando su rendimiento esperado, para corregir ese riesgo. La diferencia entre la deuda sin riesgo y la arriesgada viene dada por la acción de venta del activo de la empresa. Así, se puede reescribir la fórmula de las acciones, como opciones de compra del activo:

$$AO = VA \text{ de la empresa} + \text{Opción de venta} - VA \text{ de la deuda libre de riesgo}$$

donde: $AO = \text{Acciones ordinarias}$

La manera de ver a las acciones ordinarias como opciones de compra del activo tiene una implicación importante, que consiste en que si se produjese un incremento del riesgo económico de la empresa, sin alterar sus expectativas de rendimiento, beneficiaría a los accionistas, en detrimento de los acreedores, incluso en el caso de que no cambie el valor de la empresa. Este riesgo es diversificable y, por tanto, no afecta al riesgo sistemático del activo de la empresa y su rendimiento esperado según el modelo CAPM, pero sí se producirá una redistribución de la riqueza que partirá de los acreedores hacia los accionistas.

7. EVALUACIÓN DEL PROYECTO DE MANERA TRADICIONAL Y UTILIZANDO LA METODOLOGÍA DE OPCIONES REALES

En el presente capítulo se presentan los resultados del trabajo. En los apartados uno y tres se estiman algunas de las entradas del modelo Black-Scholes, como son la tasa de interés libre de riesgo y la volatilidad del proyecto; en el apartado dos, se estima la tasa del costo del patrimonio, con el fin de actualizar los flujos de efectivo que servirán de entrada para el modelo, y aquellos que se utilizan en el análisis tradicional; en el cuatro, se efectúa la evaluación del proyecto de manera tradicional, cuyos resultados se toman como punto de partida para realizar el estudio con la metodología de opciones reales; y finalmente, en el apartado cinco, se aplica el modelo Black-Scholes y se lleva a cabo el análisis pertinente del enfoque de opciones reales.

7.1. Estimación de la tasa de interés libre de riesgo

La serie de tiempo utilizada para estimar la tasa de interés libre de riesgo, que sirvió como entrada del modelo y para la estimación del costo del patrimonio, se presenta en el cuadro siguiente:

Cuadro 4. Tasa de CETES a cinco años (%).

Mes / Año	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Enero	7.86	7.52	7.99	7.70	7.37	6.27	5.46
Febrero	7.81	7.70	7.44	7.60	7.05	6.40	5.00
Marzo	7.87	7.69	7.34	8.48	6.75	6.73	5.29
Abril	8.00	7.45	7.37	7.15	6.63	6.45	
Mayo	8.07	7.64	7.98	6.78	6.20	6.18	
Junio	8.28	7.73	8.74	7.45	6.23	5.94	
Julio	7.91	7.65	8.97	6.81	6.06	5.73	
Agosto	7.87	7.81	8.60	7.33	5.88	5.53	
Septiembre	7.79	7.77	8.48	7.50	5.71	5.32	
Octubre	7.88	7.76	8.36	7.39	5.53	5.11	
Noviembre	7.50	7.86	9.07	7.25	5.28	4.98	
Diciembre	7.28	7.84	8.28	7.45	6.11	5.30	

Fuente: Banco de México.

Con esta información, se estimaron las tasas de los meses de abril a diciembre de 2012, utilizando un modelo ARIMA y haciendo uso del paquete computacional ®Risk Simulator. En la regresión realizada se tuvo un r^2 de 0.8668, lo que indica que el 86.68% de variación en la variable dependiente (proyectada), se explica por los cambios en la variable tiempo, siendo confiable el pronóstico realizado.

Con los valores de la variable observados, más los pronosticados, fue posible estimar la tasa de interés libre de riesgo para el citado año; dicha tasa expresada en términos reales, es la que se utilizó como entrada en la aplicación del modelo. Tales proyecciones se presentan en el cuadro siguiente:

Cuadro 5. Tasas de interés libre de riesgo para el año 2012 (%).

Año/Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
2012	5.46	5.00	5.29	5.35	5.40	5.45	5.50	5.54	5.58	5.62	5.66	5.70

Fuente: Enero-marzo, Banco de México.

Abril-diciembre, proyecciones.

Posteriormente, dado que estas tasas son anualizadas, se procedió a mensualizarlas, despejándolas de la igualdad resultante de tener que la tasa compuesta es igual al valor observado expresado en tanto por uno, más uno. En caso del valor del mes de enero, se tiene:

$$X^{12} = 1.0546$$

$$12 \ln X = \ln 1.0546$$

$$\ln X = \frac{\ln 1.0546}{12}$$

$$X = e^{(\ln 1.0546/12)}$$

Realizando el mismo proceso para cada mes, y adicionando al valor resultante la unidad, se compusieron las doce tasas y se obtuvo el valor de la tasa para el año 2012 anualizada.

El valor obtenido en términos nominales es de 5.46%. Sin embargo, dado que es imperativo expresar los valores en términos reales, se tuvo que descontar la inflación, para lo cual se utilizó la siguiente fórmula:

$$Tasa\ real = \frac{1+Tasa\ nominal\ libre\ de\ riesgo}{1+Tasa\ de\ inflación\ proyectada}-1$$

Se consideró la tasa de inflación proyectada por el Gobierno Federal para el año 2012, que es del 3%, según dato del Banco de México. La tasa real libre de riesgo resultante es de 2.39%.

7.2. Estimación de la tasa del costo del patrimonio

La fórmula para el cálculo de la tasa de actualización de los flujos del proyecto, de acuerdo al modelo CAPM es

$$K_e = r_f + \beta(r_m - r_f)$$

Una vez estimada la tasa de interés libre de riesgo real (r_f), fue necesario estimar la rentabilidad del mercado (r_m) y la relación que existe entre el riesgo del proyecto y el riesgo del mercado, expresado por β .

7.2.1. Cálculo de R_m

El parámetro más aproximado de la rentabilidad del mercado es la evolución del índice de la bolsa de valores de un determinado país, con lo cual se puede estimar la rentabilidad de la misma; por tal motivo, se recopiló información diaria del IPC de la Bolsa Mexicana de Valores de enero de 2006 a diciembre de 2011, es decir, para un periodo de 72 meses. Se tomó el promedio mensual de los valores diarios registrados (Ver Cuadro 6).

Cuadro 6. Evolución del IPC de la BMV (puntos).

Mes / Año	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Enero	18,669.19	26,513.50	27,943.55	20,873.41	32,075.53	37,969.49
Febrero	18,620.62	28,139.14	29,114.82	19,184.47	31,282.76	37,164.13
Marzo	18,991.69	27,210.23	29,336.15	18,760.16	32,754.30	36,428.43
Abril	19,850.97	29,469.81	31,495.80	21,292.12	33,583.09	37,208.78
Mayo	20,475.41	30,197.84	31,146.24	23,803.34	31,614.99	35,536.19
Junio	18,145.13	31,611.72	30,414.02	24,572.32	31,321.79	35,325.99
Julio	19,597.66	31,724.89	27,951.82	25,173.00	32,110.34	36,147.42
Agosto	20,569.71	29,499.97	26,823.55	27,944.70	32,219.51	33,940.29
Septiembre	21,358.17	30,408.26	25,475.35	29,002.05	32,741.42	34,268.16
Octubre	22,652.86	31,813.70	20,705.15	30,022.99	34,639.15	34,625.60
Noviembre	24,110.58	29,321.24	19,661.07	30,435.27	36,357.42	36,344.14
Diciembre	25,575.12	29,994.78	21,421.33	32,025.06	37,826.44	36,717.47

Fuente: Periódicos El Financiero, El Universal y Excélsior. Varios números.

Con dicha información se estimó la rentabilidad para cada uno de los meses, utilizando la fórmula siguiente:

$$Rentabilidad\ mensual\ del\ IPC = Ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

donde

S_t = Observación del mes actual

S_{t-1} = Observación del mes anterior

Cuadro 7. Rentabilidad mensual del IPC de la BMV, 2006-2011.

Mes / Año	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Enero		-0.03603	0.07084	0.02591	-0.00157	-0.00377
Febrero	-0.00261	0.05951	0.04106	-0.08438	-0.02503	-0.02144
Marzo	0.01973	-0.03357	0.00757	-0.02237	0.04597	-0.01999
Abril	0.04425	0.07977	0.07103	0.12660	0.02499	0.02120
Mayo	0.03097	0.02440	-0.01116	0.11149	-0.06039	-0.04599
Junio	-0.12082	0.04576	-0.02379	0.03179	-0.00932	-0.00593
Julio	0.07701	0.00357	-0.08442	0.02415	0.02486	0.02299
Agosto	0.04841	-0.07271	-0.04120	0.10446	0.00339	-0.06300
Septiembre	0.03761	0.03032	-0.05157	0.03714	0.01607	0.00961
Octubre	0.05885	0.04518	-0.20733	0.03460	0.05634	0.01038
Noviembre	0.06236	-0.08159	-0.05174	0.01364	0.04841	0.04844
Diciembre	0.05897	0.02271	0.08575	0.05092	0.03961	0.01022

Fuente: Elaborado con datos del Cuadro 6.

Una vez obtenida la rentabilidad mensual del IPC, se obtuvo el promedio simple, lo que representa la rentabilidad promedio mensual del periodo, ascendiendo a 1.11%, la que, multiplicada por 12, arrojó la rentabilidad nominal anual. Dicho indicador se ubicó en 13.30%.

De igual forma que para el caso de la tasa de interés libre de riesgo, se le descontó la inflación, a fin de tener la rentabilidad real del periodo de estudio. Para tal efecto, se consideró la inflación mes a mes de dicho periodo.

Cuadro 8. Índice Nacional de Precios al Consumidor mensual (%).

Mes / Año	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Enero	0.59	0.52	0.46	0.23	1.09	0.49
Febrero	0.15	0.28	0.30	0.22	0.58	0.38
Marzo	0.13	0.22	0.72	0.58	0.71	0.19
Abril	0.15	-0.06	0.23	0.35	-0.32	-0.01
Mayo	-0.45	-0.49	-0.11	-0.29	-0.63	-0.74
Junio	0.09	0.12	0.41	0.18	-0.03	0.00
Julio	0.27	0.42	0.56	0.27	0.22	0.48
Agosto	0.51	0.41	0.58	0.24	0.28	0.16
Septiembre	1.01	0.78	0.68	0.50	0.52	0.25
Octubre	0.44	0.39	0.68	0.30	0.62	0.67
Noviembre	0.52	0.71	1.14	0.52	0.80	1.08
Diciembre	0.58	0.41	0.69	0.41	0.50	0.82

Fuente: Banco de México.

Se obtuvo el promedio simple de la inflación del periodo, resultando ser de 0.3563% mensual, la que, anualizada, ascendió a 4.28% de inflación. De esta manera, se obtuvo una tasa de rentabilidad real de 8.66%.

La fórmula utilizada para descontar la inflación es:

$$Tasa\ de\ rendimiento\ real = \frac{1+Rendimiento\ nominal\ anualizado}{1+Tasa\ de\ inflación\ anualizada} - 1$$

7.2.2. Cálculo de β

La teoría financiera señala que la fórmula para estimar el β de una determinada inversión es:

$$\beta = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$$

donde R_i representa la rentabilidad del sector i y R_m la rentabilidad del mercado.

Por lo tanto, para estimar β , es imperativo contar con información relativa a la rentabilidad del ramo agroindustrial, para lo cual, se consultó información de la rentabilidad de 19 empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores del sector productos de consumo frecuente, subsector alimentos bebidas y tabaco, según clasificación de la propia BMV. Esto, porque dentro de las empresas que cotizan en Bolsa, el referido subsector es el que más se acerca a lo que es el ramo de la agroindustria en México.

Se registró la rentabilidad mensual de cada una de las 19 empresas y se obtuvo el promedio ponderado, cuyo factor de ponderación, es el tamaño de la empresa, expresado por el valor en libros de la misma. El periodo para el que se recabó información, fue de enero de 2006 a diciembre de 2011, con periodicidad mensual. (Ver Cuadro 9).

Cuadro 9. Rentabilidad del subsector alimentos bebidas y tabaco (%).

Mes / Año	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Enero	3.29	3.54	-5.08	-5.11	-3.48	-1.30
Febrero	3.35	2.39	4.97	-1.87	-0.14	-3.89
Marzo	2.01	0.56	-0.31	n. d.	2.63	3.65
Abril	1.08	-5.90	0.12	6.96	-1.30	-3.94
Mayo	2.10	3.10	4.09	8.22	-1.26	2.86
Junio	-3.53	1.61	-1.87	2.78	-2.69	0.87
Julio	1.29	-3.36	-0.07	0.58	3.18	3.47
Agosto	4.11	1.31	1.10	1.77	6.33	3.13
Septiembre	4.93	-1.83	-6.64	3.24	0.89	3.36
Octubre	1.51	1.09	-14.72	10.06	-0.24	2.13
Noviembre	-16.48	-2.95	-4.17	4.37	4.47	2.13
Diciembre	11.49	5.00	1.65	4.03	1.04	2.13
Promedio	1.26	0.38	-1.74	3.18	0.79	1.22

Fuente: Elaborado con datos del periódico El Financiero. Varios números.

De esta forma, se obtuvieron los retornos anuales del ramo agroindustrial y del mercado, siguientes:

Cuadro 10. Retornos del ramo agroindustrial y del mercado.

Año (t)	Ri(t)	Rm(t)
2006	0.01264	0.02861
2007	0.00382	0.00728
2008	-0.01744	-0.01625
2009	0.03184	0.03783
2010	0.00786	0.01361
2011	0.01217	-0.00311
Suma	0.05088	0.06798
Promedio	0.00848	0.01133

Fuente: Elaborado con información de los Cuadros 7 y 9.

Conociendo los retornos del ramo agroindustrial y del mercado de los últimos 72 meses (6 años), fue factible estimar la covarianza del ramo agroindustrial con el mercado en general (Ver Cuadro 11).

Cuadro 11. Covarianza del ramo agroindustrial con el mercado.

Año (t)	Ri(t)	Rm(t)	(Rit-Ri)	(Rmt-Rm)	(Rit-Ri)(Rmt-Rm)
2006	0.01264	0.02861	0,00416	0,01728	0,00007
2007	0.00382	0.00728	-0,00466	-0,00405	1,89E-05
2008	-0.01744	-0.01625	-0,02592	-0,02758	7,15E-04
2009	0.03184	0.03783	0,02336	0,02650	0,00062
2010	0.00786	0.01361	-0,00062	0,00228	0,00000
2011	0.01217	-0.00311	0,00369	-0,01444	-0,00005
Suma	0.05088	0.06798			0,00137
Promedio	0.00848	0.01133		Covarianza=0.000274	

Fuente: Elaboración propia.

Adicionalmente, se calculó la varianza del mercado, utilizando la siguiente fórmula:

$$Var(R_m) = \frac{\sum (R_{mt} - R_m)^2}{n - 1} = 0.0003983$$

Aplicando la ecuación de la beta se obtuvo:

$$\beta = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} = \frac{0.000274}{0.0003983} = 0.6879$$

que es la beta de la agroindustria en México actualmente.

La conclusión inmediata, es que la beta de la agroindustria en México, al ser menor que uno, presenta un riesgo menor al del mercado, lo que teóricamente se esperaba, dado que dicho ramo no es de los eminentemente riesgosos de la economía.

De esta manera la tasa del costo del patrimonio fue:

$$K_e = 2.39 + 0.6879(8.66 - 2.39) = 6.70\%$$

7.3. Cálculo de la volatilidad del proyecto

En esta parte se modelaron las incertidumbres con las cuales se alimentó el programa de Simulación Montecarlo utilizado por el Risk Simulator, a fin de obtener la volatilidad del proyecto, la cual será utilizada como una de las entradas de la fórmula emanada del modelo Black-Scholes. Las variables más significativas generadoras de incertidumbre en el proyecto son: los precios de los bienes, las cantidades vendidas y los costos de producción de los mismos.

7.3.1. Evolución de los precios de los bienes

El punto de partida para establecer el precio de los bienes, fue el precio de mercado de cada uno de ellos (Ver Cuadro 12).

Cuadro 12. Precio de los bienes considerados en el proyecto.

Producto	Unidad	Precio (\$)
Coco jímado fresco	Coco	7.30
Coco jímado seco	Coco	4.20
Pulpa fresca	Kg	8.80
Sustrato	Kg	1.50
Coco rallado	Kg	18.50
Agua	Bot 500 ml	9.30
Madera	Pie tabla	5.00
Crema de coco	Lata 480 gr	18.00
Carbón activado	Kg	15.30

Fuentes: Investigación de campo. Año 2012.

Dado ese precio inicial y suponiendo una reducción en los mismos a una tasa continua del 10% anual, es posible calcular el nivel de precios para cada año del horizonte de evaluación.

Si se toma primeramente al coco jimado fresco, el valor esperado de su precio evoluciona de la manera siguiente para cada periodo:

$$P_2 = 7.3 e^{1*(-0.1)} = 6.61$$

$$P_3 = 7.3 e^{2*(-0.1)} = 5.98$$

$$P_4 = 7.3 e^{3*(-0.1)} = 5.41$$

$$P_5 = 7.3 e^{4*(-0.1)} = 4.89$$

El precio en el año 5, se moverá dentro del siguiente intervalo de confianza al 95%:

$$P(7.30 e^{4(-0.1)-2\sigma\sqrt{4}} \leq P_5 \leq 7.30 e^{4(-0.1)+2\sigma\sqrt{4}}) = 0.95$$

Con el cual, es factible, a partir del límite inferior, deducir el valor de la volatilidad del precio σ_p , $P_5^{min} = 7.30 e^{4(-0.1)-2\sigma\sqrt{4}}$.

Despejando la volatilidad del precio y asumiendo que éste como máximo puede bajar un 50%,

$$\sigma_p = \frac{4(-0.1) - \ln\left(\frac{3.65}{7.30}\right)}{2\sqrt{4}} = 7.33\%$$

Dicha volatilidad se utilizó para hallar los límites superiores e inferiores en los diferentes periodos.

A partir de los valores esperados calculados, se construyó el intervalo de confianza para cada año. Se considera que para el año 1, el precio se moverá en un 15% a la baja y a la alza (precio mínimo=\$6.21 y precio máximo=\$8.40). Corresponde ahora calcular los límites inferiores de los precios en los años sucesivos. Con el fin de que la simulación sea simétrica, la desviación positiva respecto de los valores medios,

será igual con relación a la desviación negativa. De esta manera, la media de los valores simulados en cada periodo tenderá al valor estático esperado.

Segundo año:

$$Lím_i(P_2) = P_1 e^{\Sigma r_1 - 2\sigma\sqrt{t}} = 7.30 e^{(1*(-0.1) - 2*(0.0733)*\sqrt{1})} = 5.70$$

$$\text{Valor esperado} = P_2^{med} = 6.61$$

$$\Delta = P_2^{med} - P_2^{min} = 6.61 - 5.70 = 0.90$$

$$P_2^{max} = P_2^{med} + \Delta = 6.61 + 0.90 = 7.51$$

Tercer año:

$$Lím_i(P_3) = P_1 e^{\Sigma r_1 - 2\sigma\sqrt{t}} = 7.30 e^{(2*(-0.1) - 2*(0.0733)*\sqrt{2})} = 4.86$$

$$\text{Valor esperado} = P_3^{med} = 5.98$$

$$\Delta = P_3^{med} - P_3^{min} = 5.98 - 4.86 = 1.12$$

$$P_3^{max} = P_3^{med} + \Delta = 5.98 + 1.12 = 7.10$$

Cuarto año:

$$Lím_i(P_4) = P_1 e^{\Sigma r_1 - 2\sigma\sqrt{t}} = 7.30 e^{(3*(-0.1) - 2*(0.0733)*\sqrt{3})} = 4.20$$

$$\text{Valor esperado} = P_4^{med} = 5.41$$

$$\Delta = P_4^{med} - P_4^{min} = 5.41 - 4.20 = 1.21$$

$$P_4^{max} = P_4^{med} + \Delta = 5.41 + 1.21 = 6.62$$

Quinto año:

$$Lím_i(P_5) = P_1 e^{\Sigma r_1 - 2\sigma\sqrt{t}} = 7.30 e^{(4*(-0.1) - 2*(0.0733)*\sqrt{4})} = 3.65$$

$$\text{Valor esperado} = P_5^{med} = 4.89$$

$$\Delta = P_5^{med} - P_5^{min} = 4.89 - 3.65 = 1.24$$

$$P_5^{max} = P_5^{med} + \Delta = 4.89 + 1.24 = 6.14$$

De la misma manera se procedió para cada uno de los productos obteniendo los precios de cada bien para cada periodo. El desglose de estos cálculos se puede consultar en el Anexo 1. El resumen de la evolución de los precios por producto se presenta en el Cuadro 13.

Cuadro 13. Evolución de los precios esperados por producto en el horizonte de evaluación (pesos).

Producto	Tipo de Precio	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
Coco jímado fresco	Precio máximo	8,40	7,51	7,10	6,62	6,14
	Precio más probable	7,30	6,61	5,98	5,41	4,89
	Precio mínimo	6,21	5,70	4,86	4,20	3,65
Coco jímado seco	Precio máximo	4,83	4,32	4,08	3,81	3,53
	Precio más probable	4,20	3,80	3,44	3,11	2,82
	Precio mínimo	3,57	3,28	2,79	2,41	2,10
Pulpa fresca	Precio máximo	10,12	9,05	8,55	7,98	7,40
	Precio más probable	8,80	7,96	7,20	6,52	5,90
	Precio mínimo	7,480	6,88	5,86	5,06	4,40
Sustrato	Precio máximo	1,73	1,54	1,46	1,36	1,26
	Precio más probable	1,50	1,36	1,23	1,11	1,01
	Precio mínimo	1,275	1,17	1,00	0,86	0,75
Coco rallado	Precio máximo	21,28	19,02	17,98	16,78	15,55
	Precio más probable	18,50	16,74	15,15	13,71	12,40
	Precio mínimo	15,725	14,46	12,31	10,63	9,25
Agua	Precio máximo	10,70	9,56	9,04	8,43	7,82
	Precio más probable	9,30	8,41	7,61	6,89	6,23
	Precio mínimo	7,905	7,27	6,19	5,34	4,65
Madera	Precio máximo	5,75	5,14	4,86	4,53	4,20
	Precio más probable	5,00	4,52	4,09	3,70	3,35
	Precio mínimo	4,250	3,91	3,33	2,87	2,50
Crema de coco	Precio máximo	20,70	18,51	17,50	16,32	15,13
	Precio más probable	18,00	16,29	14,74	13,33	12,07
	Precio mínimo	15,300	14,07	11,98	10,34	9,00
Carbón activado	Precio máximo	17,60	15,73	14,87	13,88	12,86
	Precio más probable	15,30	13,84	12,53	11,33	10,26
	Precio mínimo	13,005	11,96	10,18	8,79	7,65

Fuente: Elaboración propia.

7.3.2. Evolución de las cantidades vendidas de los bienes

En cuanto a los volúmenes vendidos, de igual forma que con los precios, se parte de la cantidad que fue considerada en la evaluación del proyecto de manera tradicional (Ver Cuadro 14).

Cuadro 14. Cantidades mensuales vendidas por producto.

Producto	Unidad	Cantidad
Coco jímado fresco	Coco	360,000
Coco jímado seco	Coco	720,000
Pulpa fresca	Kg	187,500
Sustrato	Kg	375,000
Coco rallado	Kg	75,000
Agua	Bot 500 ml	250,000
Madera	Pie tabla	29,663
Crema de coco	Lata 480 gr	112,500
Carbón activado	Kg	100,000

Fuente: De los Santos (2008)

El análisis que se presenta en este apartado, es para el coco jímado fresco, y el del resto de productos se puede consultar en el Anexo 2.

Para el referido producto, las previsiones para el primer año es que las ventas oscilan entre 306,000 y 414,000 cocos vendidos por mes, con un valor esperado de 360,000. Se supone que éstas crezcan a una tasa anual del 10% hasta el quinto año. De esta forma, es posible calcular la cantidad esperada para cada año del horizonte de evaluación.

$$Q_2 = 360,000 e^{1*(0.1)} = 397,861$$

$$Q_3 = 360,000 e^{2*(0.1)} = 439,705$$

$$Q_4 = 360,000 e^{3*(0.1)} = 485,949$$

$$Q_5 = 360,000 e^{4*(0.1)} = 537,056$$

Dependiendo de la volatilidad, la cantidad en el año 5 se previó oscilara entre el siguiente intervalo de confianza al 95%:

$$P(360,000 e^{4*(0.1)-2\sigma\sqrt{4}} \leq Q_5 \leq 360,000 e^{4*(0.1)+2\sigma\sqrt{4}}) = 0.95$$

A partir de las estimaciones más pesimistas de la variable cantidad para el año 5, asumiendo que éstas disminuyan a la mitad, se calcula la volatilidad.

$$\sigma_Q = \frac{4 * (0.1) - \ln\left(\frac{180,000}{360,000}\right)}{2\sqrt{4}} = 27.33\%$$

De igual forma que para el caso del precio, se construyó el intervalo de confianza de la variable cantidad vendida de los bienes para cada año del horizonte de evaluación, a partir de los valores esperados.

Segundo año:

$$Lím_i(Q_2) = Q_1 e^{\Sigma r_1 - 2\sigma\sqrt{t}} = 360,000 e^{(1*(0.1) - 2*(0.2733)*\sqrt{1})} = 230,334$$

$$\text{Valor esperado} = Q_2^{med} = 397,861.53$$

$$\Delta = Q_2^{med} - Q_2^{min} = 397,861.53 - 230,334 = 167,527.53$$

$$Q_2^{max} = Q_2^{med} + \Delta = 397,861.53 + 167,527.53 = 565,389.06$$

Tercer año:

$$Lím_i(Q_3) = Q_1 e^{\Sigma r_1 - 2\sigma\sqrt{t}} = 360,000 e^{(2*(0.1) - 2*(0.2733)*\sqrt{2})} = 202,985$$

$$\text{Valor esperado} = Q_3^{med} = 439,705$$

$$\Delta = Q_3^{med} - Q_3^{min} = 439,705 - 202,985 = 236,720$$

$$Q_3^{max} = Q_3^{med} + \Delta = 439,705 + 236,720 = 676,425$$

Cuarto año:

$$Lím_i(Q_4) = Q_1 e^{\Sigma r_1 - 2\sigma\sqrt{t}} = 360,000 e^{(3*(0.1) - 2*(0.2733)*\sqrt{3})} = 188,559$$

$$\text{Valor esperado} = Q_4^{med} = 485,949$$

$$\Delta = Q_4^{med} - Q_4^{min} = 485,949 - 188,559 = 297,390$$

$$Q_4^{max} = Q_4^{med} + \Delta = 485,949 + 297,390 = 783,339$$

Quinto año:

$$\text{Lím}_i(Q_5) = Q_1 e^{\Sigma r_1 - 2\sigma\sqrt{t}} = 360,000 e^{(4*(0.1) - 2*(0.2733)*\sqrt{4})} = 180,000$$

$$\text{Valor esperado} = Q_5^{\text{med}} = 537,056$$

$$\Delta = Q_5^{\text{med}} - Q_5^{\text{min}} = 537,056 - 180,000 = 357,056$$

$$Q_5^{\text{max}} = Q_5^{\text{med}} + \Delta = 537,056 + 357,056 = 894,113$$

De la misma manera se procedió para cada uno de los productos obteniendo las cantidades de cada bien para cada periodo (Ver Cuadro 15).

Cuadro 15. Evolución de las cantidades esperadas por producto en el horizonte de evaluación (unidades expresadas en el cuadro 14).

Producto	Cantidad	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
Coco jímado fresco	Cantidad máxima	414,000	565,389.06	676,424.95	783,339.37	894,113.78
	Cantidad más probable	360,000	397,861.53	439,704.99	485,949.17	537,056.89
	Cantidad mínima	306,000	230,334.00	202,985.03	188,558.97	180,000.00
Coco jímado seco	Cantidad máxima	828,000	1,130,778.12	1,352,849.91	1,566,678.74	1,788,227.56
	Cantidad más probable	720,000	795,723.06	879,409.99	971,898.34	1,074,113.78
	Cantidad mínima	612,000	460,668.01	405,970.07	377,117.94	360,000.00
Pulpa fresca	Cantidad máxima	215,625	294,473.47	352,304.66	407,989.26	465,684.26
	Cantidad más probable	187,500	207,219.55	229,013.02	253,098.53	279,717.13
	Cantidad mínima	159,375	119,965.63	105,721.37	98,207.80	93,750.00
Sustrato	Cantidad máxima	431,250	588,946.94	704,609.33	815,978.51	931,368.52
	Cantidad más probable	375,000	414,439.09	458,026.03	506,197.05	559,434.26
	Cantidad mínima	318,750	239,931.25	211,442.74	196,415.60	187,500.00
Coco rallado	Cantidad máxima	86,250	117,789.39	140,921.87	163,195.70	186,273.70
	Cantidad más probable	75,000	82,887.82	91,605.21	101,239.41	111,886.85
	Cantidad mínima	63,750	47,986.25	42,288.55	39,283.12	37,500.00
Agua	Cantidad máxima	287,500	392,631.29	469,739.55	543,985.67	620,912.35
	Cantidad más probable	250,000	276,292.73	305,350.69	337,464.70	372,956.17
	Cantidad mínima	212,500	159,954.17	140,961.83	130,943.73	125,000.00
Madera	Cantidad máxima	34,112	46,586.55	55,735.61	64,545.08	73,672.59
	Cantidad más probable	29,663	32,782.73	36,230.52	40,040.92	44,252.06
	Cantidad mínima	25,214	18,978.91	16,725.43	15,536.76	14,831.52
Crema de coco	Cantidad máxima	129,375	176,684.08	211,382.80	244,793.55	279,410.56
	Cantidad más probable	112,500	124,331.73	137,407.81	151,859.12	167,830.28
	Cantidad mínima	95,625	71,979.38	63,432.82	58,924.68	56,250.00
Carbón activado	Cantidad máxima	115,000	157,052.52	187,895.82	217,594.27	248,364.94
	Cantidad más probable	100,000	110,517.09	122,140.28	134,985.88	149,182.47
	Cantidad mínima	85,000	63,981.67	56,384.73	52,377.49	50,000.00

Fuente: Elaboración propia.

7.3.3. Cálculo de la desviación estándar de las variables a simular.

Para la simulación del valor del proyecto se utilizó la distribución normal. Dado que además de los valores medios de las variables que inducen incertidumbre calculados anteriormente, para simular una variable con este tipo de distribución de probabilidad, se requiere la desviación estándar, es necesario estimar dicho parámetro.

Del capítulo de metodología, se definió que $\sigma \approx 0.33(x_{m\acute{a}x} - \mu)$, expresión que fue utilizada para el cálculo de la desviación estándar de precio y cantidad.

Para ilustrar el proceso se realiza el cálculo de la desviación estándar para el coco jimado fresco en el horizonte proyectado, asumiendo que se procedió de igual forma para los precios del resto de productos.

$$\sigma_{P1} = 0.33(8.40 - 7.30) = 0.36$$

$$\sigma_{P2} = 0.33(7.51 - 6.61) = 0.30$$

$$\sigma_{P3} = 0.33(7.10 - 5.98) = 0.37$$

$$\sigma_{P4} = 0.33(6.62 - 5.41) = 0.40$$

$$\sigma_{P5} = 0.33(6.14 - 4.89) = 0.41$$

Que son las desviaciones estándar para la variable precio del coco fresco jimado en los cinco años considerados (Ver Cuadro 16).

Cuadro 16. Desviación estándar de los precios (pesos)

Producto / Año	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
Coco jimado fresco	0,36	0,30	0,37	0,40	0,41
Coco jimado seco	0,21	0,17	0,21	0,23	0,24
Pulpa fresca	0,44	0,36	0,45	0,48	0,49
Sustrato	0,07	0,06	0,08	0,08	0,08
Coco rallado	0,92	0,75	0,94	1,01	1,04
Agua	0,46	0,38	0,47	0,51	0,52
Madera	0,25	0,20	0,25	0,27	0,28
Crema de coco	0,89	0,73	0,91	0,99	1,01
Carbón activado	0,76	0,62	0,77	0,84	0,86

Fuente: Elaboración propia.

Con la variable cantidad se siguió el mismo proceso:

$$\sigma_{Q1} = 0.33(414,000 - 360,000) = 17,820$$

$$\sigma_{Q2} = 0.33(565,389 - 397,861) = 55,284$$

$$\sigma_{Q3} = 0.33(676,425 - 439,705) = 78,117$$

$$\sigma_{Q4} = 0.33(783,339 - 485,949) = 98,138$$

$$\sigma_{Q5} = 0.33(894,113 - 537,057) = 117,829$$

Cuadro 17. Desviación estándar de las cantidades (unidades cuadro 14)

Producto / Año	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
Coco jímado fresco	17,820.00	55,284.08	78,117.59	98,138.77	117,828.77
Coco jímado seco	35,640.00	110,568.17	156,235.17	196,277.53	235,657.55
Pulpa fresca	9,281.25	28,793.79	40,686.24	51,113.94	61,369.15
Sustrato	18,562.50	57,587.59	81,372.49	102,227.88	122,738.31
Coco rallado	3,712.50	11,517.52	16,274.50	20,445.58	24,547.66
Agua	12,375.00	38,391.73	54,248.32	68,151.92	81,825.54
Madera	1,468.32	4,555.26	6,436.68	8,086.37	9,708.78
Crema de coco	5,568.75	17,276.28	24,411.75	30,668.36	36,821.49
Carbón activado	4,950.00	15,356.69	21,699.33	27,260.77	32,730.22

Fuente: Elaboración propia.

Con la información anterior, se estuvo en condiciones de realizar la Simulación Montecarlo y a partir de las incertidumbres calculadas, se estimó la volatilidad del proyecto. Combinando las estimaciones de las incertidumbres del precio, cantidad y costos en una sola variable correspondiente al valor del proyecto, fue posible estimar la volatilidad del mismo y aplicar el modelo a fin de calcular el valor de la flexibilidad que su implementación permite.

Para los precios se estimó que se distribuyen normalmente, con media igual al precio esperado para cada año del horizonte de evaluación y la desviación estándar referida en el Cuadro 16.

Las cantidades se consideró se distribuyen normalmente, con media igual a las cantidades esperadas en cada año del horizonte de evaluación, es decir, que responde a las previsiones del caso básico, y desviación estándar presentada en el Cuadro 17. La correlación con el precio de venta es de -0.60 y además se estableció que las ventas de cada año están correlacionadas con las del año anterior. Si las ventas estuvieran por debajo de las expectativas en el año 1, lo más probable es que continúen estándolo en los años siguientes. Se definió el coeficiente de correlación entre ventas de 0.4

Los costos totales se separaron en costos fijos y variables. Para los costos fijos, la simulación se llevó a cabo considerando que presentan una distribución de probabilidades uniforme y se estima se ubicarán con una variación 10% mayor y 10%% menor que los costos fijos del caso básico; de acuerdo con la distribución de probabilidad elegida, ambos valores tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

Los costos variables, representan en la etapa 1 el 62.5% del nivel de ventas, en la etapa 2 el 66% y en la etapa 3 el 70% de las mismas. Se considera una desviación estándar de 10%, de forma que se ubicarán entre el 52.5 y 62.5% en el primer caso, entre el 56 y 76% en el segundo caso y entre el 60 y 80% en el tercer caso, del valor de las ventas.

7.3.4. Resultados de la simulación

Etapas 1

En esta etapa se considera producir coco fresco jimado, coco seco jimado, pulpa fresca y sustrato. Se efectuaron 10,000 iteraciones con los supuestos establecidos anteriormente. Los resultados indican que dentro de un intervalo de confianza del 95% el VAN del proyecto va de \$7'496,236 a \$54'395,752 (Ver Figura 7).

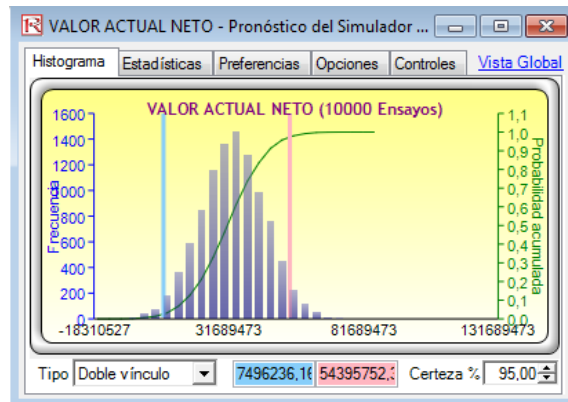


Figura 7. Etapa 1: VAN al 95% de confianza.

La media en el valor del proyecto arrojada por la simulación, es de \$31'095,290 y una desviación estándar de \$11'965,006, utilizando la tasa de actualización de 6.7%.

Estadísticas	Resultado
Número de simulaciones	10000
Media	31.095.290,6653
Mediana	31.258.194,6442
Desviación Estándar	11.965.006,2407
Variación	1,431614E+014
Coefficiente de Variación	0,3848
Máximo	85.645.733,4068
Mínimo	-21.085.539,9236
Rango	106.731.273,3304
Asimetría	-0,0298
Curtosis	0,0282
25% Percentil	23.185.634,8170
75% Percentil	39.129.972,8537
Precisión de Error al 95% de Confianza	0,7542%

Figura 8. Etapa 1: Estadísticas de la simulación.

Adicionalmente, la certeza de que el VAN del proyecto será mayor a cero es del 99.46%, lo que indica que el riesgo del proyecto es muy bajo, pues la probabilidad de tener un VAN positivo es sumamente alta.

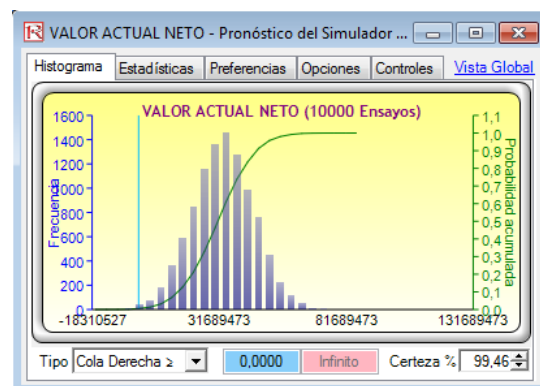


Figura 9. Etapa 1: Nivel de certeza de un VAN positivo

Con la expresión

$$z = Ln \left[\frac{\sum_{t=2}^n VAF C_t}{\sum_{t=1}^n VAF C_t} \right]$$

definida en el Capítulo de Metodología (vid supra), se especificó la variable intermedia x , la cual fue la variable a simular para determinar la volatilidad del proyecto (Ver Figura 10).

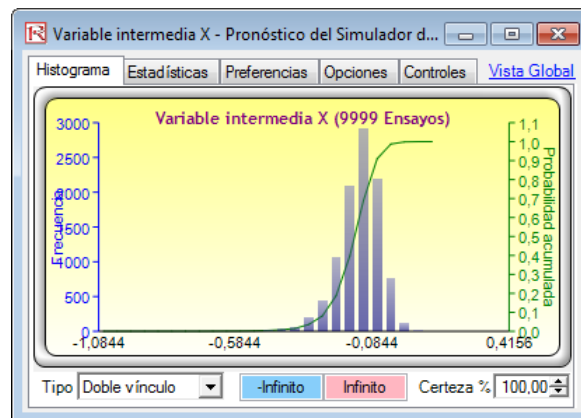


Figura 10. Etapa 1: Distribución de la variable intermedia x

Finalmente, consultando las estadísticas de la simulación, fue factible obtener el riesgo del proyecto para la primera etapa, siendo de 7.88%, según lo muestra la desviación estándar de los rendimientos (Ver Figura 11).

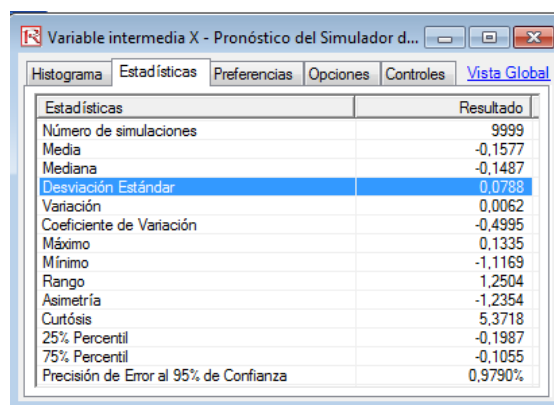


Figura 11. Etapa 1: Volatilidad del VAN del proyecto

Con la finalidad de poder determinar qué tan distinto era el resultado usando una distribución triangular para los precios, manteniendo todos los demás supuestos constantes, se corrió una simulación bajo este escenario, resultando que

prácticamente se tuvo la misma volatilidad considerando una distribución normal para los precios o una distribución triangular para dicha variable (desviación estándar=7.98%).

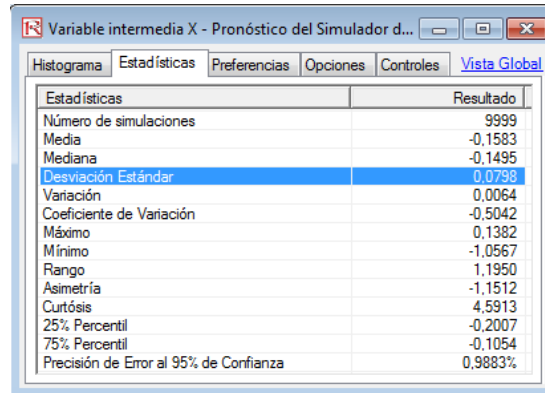


Figura 12. Etapa 1: Volatilidad del proyecto considerando distribución triangular para los precios

Etapa 2

En esta etapa se proyecta producir coco rallado, agua embotellada y madera. A fin de determinar la volatilidad del proyecto se efectuaron 10,000 iteraciones con los supuestos establecidos anteriormente. Los resultados indican que el VAN de esta inversión va de -\$1'156,392 a 26'353,360 con una confiabilidad del 95% (Ver Figura 13).

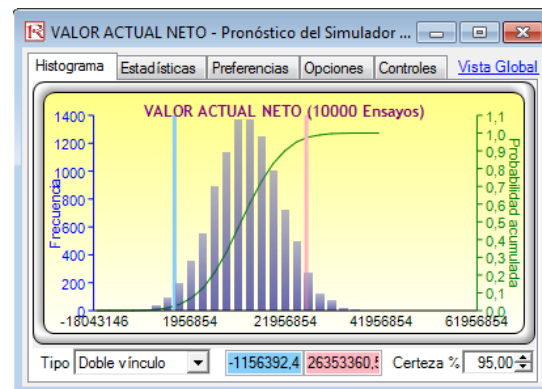


Figura 13. Etapa 2: VAN al 95% de confianza.

La media en el valor del proyecto arrojada por la simulación, es de \$12'726,227 y una desviación estándar de \$7'046,988, utilizando la tasa de actualización de 6.70%.

VALOR ACTUAL NETO - Pronóstico del Simulador ...	
Histograma Estadísticas Preferencias Opciones Controles Vista Global	
Estadísticas	Resultado
Número de simulaciones	10000
Media	12.726.227,8724
Mediana	12.723.233,7715
Desviación Estándar	7.046.988,3759
Variación	4,966005E+013
Coefficiente de Variación	0,5537
Máximo	41.424.268,9645
Mínimo	-19.630.571,6529
Rango	61.054.840,6174
Asimetría	-0,0243
Curtosis	0,0912
25% Percentil	7.983.758,9241
75% Percentil	17.435.055,1920
Precisión de Error al 95% de Confianza	1,0853%

Figura 14. Etapa 2: Estadísticas de la simulación.

Existe una probabilidad del 96.42% de que el valor del proyecto será positivo, lo que indica que el riesgo del proyecto es bajo.

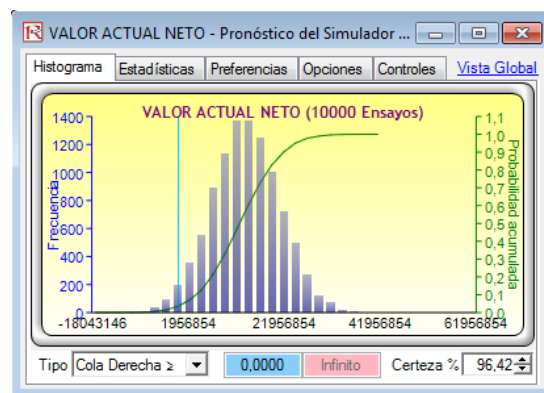


Figura 15. Etapa 2: Nivel de certeza de un VAN positivo

La volatilidad de la inversión fue determinada realizando la simulación para la variable intermedia x (Ver Figura 16).

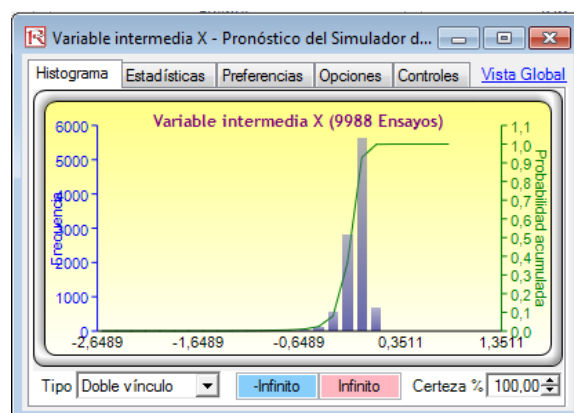
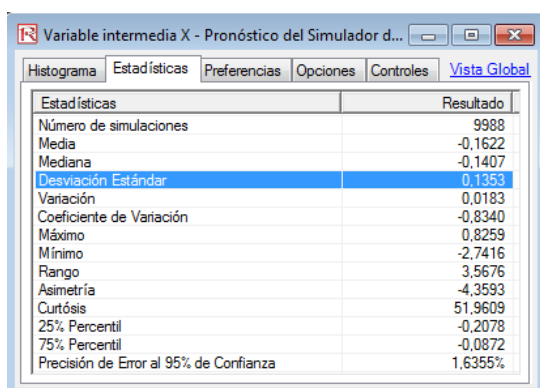


Figura 16. Etapa 2: Distribución de la variable intermedia x

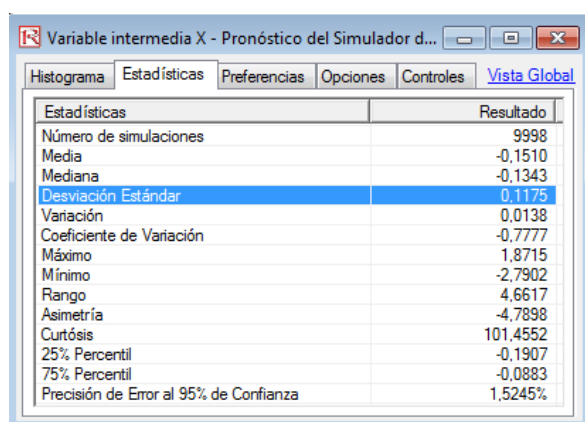
Finalmente, consultando las estadísticas de la simulación, fue factible obtener el riesgo del proyecto para la segunda etapa, siendo de 13.53%, según lo muestra la desviación estándar de los rendimientos, lo cual está en consonancia con la probabilidad relativamente baja vista anteriormente, de que el VAN sea negativo (Ver Figura 17).



Estadísticas	Resultado
Número de simulaciones	9988
Media	-0.1622
Mediana	-0.1407
Desviación Estándar	0.1353
Variación	0.0183
Coefficiente de Variación	-0.8340
Máximo	0.8259
Mínimo	-2.7416
Rango	3.5676
Asimetría	-4.3593
Curtosis	51.9609
25% Percentil	-0.2078
75% Percentil	-0.0872
Precisión de Error al 95% de Confianza	1.6355%

Figura 17. Etapa 2: Volatilidad del VAN del proyecto

Se probó con una distribución triangular para los precios de los productos, a fin de determinar la variación en la volatilidad del proyecto, manteniendo inalterados el resto de supuestos, corriendo la simulación bajo este escenario, y el resultado fue que prácticamente se tuvo la misma volatilidad si se considera una distribución normal para los precios o una distribución triangular para dicha variable (desviación estándar=11.75%).



Estadísticas	Resultado
Número de simulaciones	9988
Media	-0.1510
Mediana	-0.1343
Desviación Estándar	0.1175
Variación	0.0138
Coefficiente de Variación	-0.7777
Máximo	1.8715
Mínimo	-2.7902
Rango	4.6617
Asimetría	-4.7898
Curtosis	101.4552
25% Percentil	-0.1907
75% Percentil	-0.0883
Precisión de Error al 95% de Confianza	1.5245%

Figura 18. Etapa 2: Volatilidad del proyecto considerando distribución triangular para los precios

Etapa 3

En esta etapa se proyecta producir crema de coco y carbón activado. A fin de determinar la volatilidad del proyecto se efectuaron 10,000 iteraciones con los supuestos establecidos anteriormente. Al 95% de confianza el VAN del proyecto oscila entre -\$3'925,528 y \$20'740,886 (Ver Figura 19).

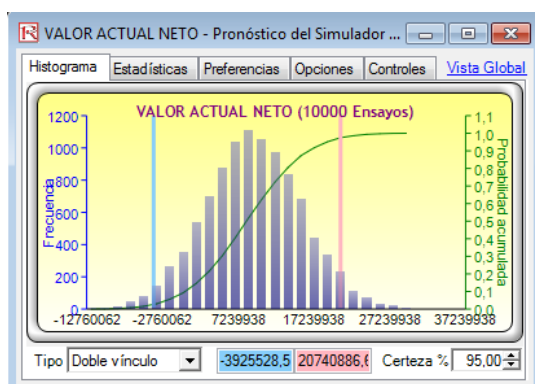


Figura 19. Etapa 3: VAN al 95% de confianza.

La media en el valor del proyecto arrojada por la simulación, es de \$8'364,808 y una desviación estándar de \$6'323,564, utilizando la tasa de actualización de 6.70%.

Estadísticas	Resultado
Número de simulaciones	10000
Media	8.364.808,6963
Mediana	8.334.347,2400
Desviación Estándar	6.323.564,9022
Variación	3,998747E+013
Coefficiente de Variación	0,7560
Máximo	29.386.293,8405
Mínimo	-13.885.118,8372
Rango	43.271.412,6776
Asimetría	0,0144
Curtosis	-0,0628
25% Percentil	4.115.226,5646
75% Percentil	12.621.220,5011
Precisión de Error al 95% de Confianza	1,4817%

Figura 20. Etapa 3: Estadísticas de la simulación.

La probabilidad de que el valor del proyecto sea positivo es de 90.72%, lo que indica que el riesgo del proyecto es relativamente bajo.

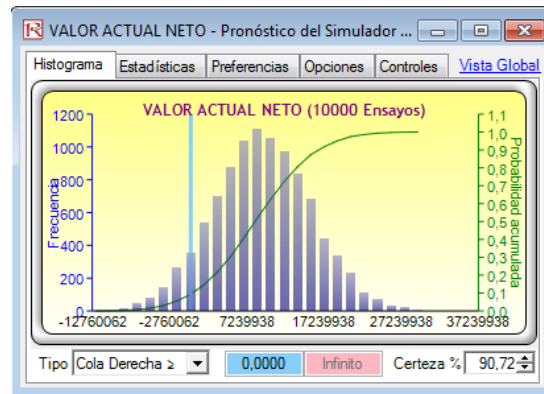


Figura 21. Etapa 3: Nivel de certeza de un VAN positivo

La volatilidad de la inversión fue determinada realizando la simulación para la variable intermedia x (Ver Figura 22).

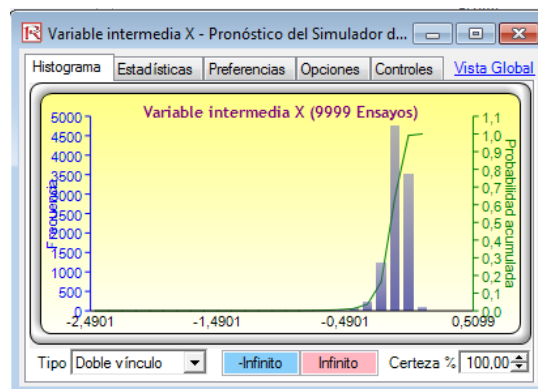


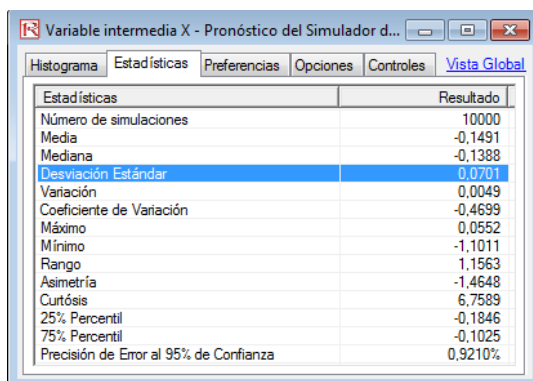
Figura 22. Etapa 3: Distribución de la variable intermedia x

Finalmente, consultando las estadísticas de la simulación, fue factible obtener la volatilidad de los flujos de caja del proyecto para la tercera etapa, siendo de 9.67%, según lo muestra la desviación estándar de los rendimientos (Ver Figura 23).

Variable intermedia X - Pronóstico del Simulador d...	
Histograma	Estadísticas
Preferencias	Opciones
Controles	Vista Global
Estadísticas	
Número de simulaciones	9999
Media	-0.1428
Mediana	-0.1266
Desviación Estándar	0.0967
Variación	0.0094
Coefficiente de Variación	-0.6773
Máximo	0.1096
Mínimo	-2.5595
Rango	2.6691
Asimetría	-4.3289
Curtosis	61.6216
25% Percentil	-0.1801
75% Percentil	-0.0855
Precisión de Error al 95% de Confianza	1.3276%

Figura 23. Etapa 3: Volatilidad del VAN del proyecto

Se probó con una distribución triangular para los precios de los productos, a fin de determinar el cambio en la volatilidad del proyecto, manteniendo inalterados el resto de supuestos, corriendo la simulación bajo este escenario, y el resultado fue que prácticamente se tuvo la misma volatilidad si se considera una distribución normal para los precios o una distribución triangular para dicha variable (desviación estándar=7.01%).



Estadísticas	Resultado
Número de simulaciones	10000
Media	-0.1491
Mediana	-0.1388
Desviación Estándar	0.0701
Variación	0.0049
Coefficiente de Variación	-0.4699
Máximo	0.0552
Mínimo	-1.1011
Rango	1.1563
Asimetría	-1.4648
Curtosis	6.7589
25% Percentil	-0.1846
75% Percentil	-0.1025
Precisión de Error al 95% de Confianza	0.9210%

Figura 24. Etapa 3: Volatilidad del proyecto considerando distribución triangular para los precios

7.4. Análisis de un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero por el método de los flujos de caja descontados

Dado que el objetivo de la tesis es probar el valor que las opciones reales tienen en un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero, frente al método tradicional de flujos de caja descontados, se debe iniciar evaluando dicho proyecto de esta última forma. En tal sentido, el criterio del valor actual neto es el punto de partida para la valuación de las opciones reales.

7.4.1. Estimación de la inversión inicial

En la presente evaluación, se consideran 8 productos derivados del cultivo del cocotero: coco jimado (destopado), pulpa de coco fresca, sustrato de la cáscara, coco rallado, agua de coco embotellada, madera, carbón activado y crema de coco.

Dado que este trabajo tiene como base un estudio previo del autor realizado en el año 2008 (vid supra) para determinar el monto de la inversión únicamente se actualizaron aquellas cotizaciones del equipo que fue posible hacerlo; al resto, se les adicionó la inflación de febrero de 2008, al mismo mes de 2012. Para ello, se utilizó

el INPC, con base 2011=100. Al realizar el cambio de base febrero de 2008=100, se tuvo el nivel de inflación que se le adicionó a la cotización original, resultando de 19.77% (Ver Cuadro 18).

Cuadro 18. Índice Nacional de Precios al Consumidor, Base 2011=100.

Año	2010=100	2008=100
2005	77,41	89,26
2006	80,31	92,60
2007	83,61	96,41
2008	86,72	100,00
2009	92,10	106,20
2010	96,55	111,33
2011	100,00	115,31
2012*	103,87	119,77

Fuente: Banco de México

*Datos a febrero

De esta forma, se contó con el valor de la inversión requerida para cada uno de los procesos (Ver Cuadro 19).

Cuadro 19. Inversión requerida por producto (millones de pesos).

Concepto	Coco Jimado	Pulpa Fresca	Sustrato	Coco Rallado	Agua Embotellada	Madera	Carbón Activado	Crema de Coco
Infraestructura	1.795	1.292	1.095	1.037	1.111	0.188	1.095	1.111
Equipo	5.288	2.724	6.915	2.553	4.136	0.562	5.792	6.468
Activo Diferido	0.179	0.106	0.231	0.063	0.132	0.004	0.267	0.190
Capital de Trabajo	5.087	1.368	0.253	1.204	1.937	0.121	1.299	1.603
Total	12.349	5.490	8.493	4.857	7.315	0.874	8.453	9.372

Fuente: Elaboración propia con información de la evaluación financiera.

La suma total de la inversión sin considerar la flexibilidad del proyecto, es de 57.205 millones de pesos, que es la cantidad de dinero que se tendría que desembolsar de manera inmediata, sin considerar el valor estratégico de implementar el proyecto por etapas.

7.4.2. Indicadores del proyecto sin flexibilidad

El punto de partida para la aplicación de la metodología de opciones reales, es el valor del proyecto sin flexibilidad; en tal sentido, fue necesario efectuar la evaluación utilizando el método de flujos de caja descontados.

Realizando la inversión en una sola exhibición, es decir, sin considerar la implementación del proyecto por etapas, y efectuando la evaluación sin considerar la flexibilidad que el mismo presenta, se obtuvieron los siguientes indicadores:

Cuadro 20. Indicadores del proyecto sin flexibilidad por producto y evaluación global.

Producto	VAN (Millones de \$)	TIR	R B/C
Coco jímado	4.055	16.10%	1.33
Pulpa fresca	1.391	14.41%	1.25
Sustrato	4.404	22.13%	1.52
Coco rallado	1.466	16.00%	1.30
Agua embotellada	2.191	15.61%	1.30
Madera	0.251	15.97%	1.29
Crema de coco	2.855	15.86%	1.30
Carbón activado	2.187	14.43%	1.26
Evaluación Global	20.321	17.19%	1.36

Fuente: Evaluación financiera.

En la evaluación global, se realizó la corrida financiera con un flujo de efectivo derivado de aglutinar a todos los productos en una sola evaluación.

Efectuando la evaluación por etapas, que es la forma en que se realizó el análisis de opciones reales, considerando de manera conjunta los bienes a producir en cada una de ellas, se obtuvieron los indicadores siguientes:

Cuadro 21. Indicadores del proyecto por etapas.

Etapas	VAN (Millones de pesos)	TIR	R B/C
Etapas 1	9.445	16.66%	1.34
Etapas 2	4.764	18.36%	1.39
Etapas 3	6.112	17.25%	1.36

Fuente: Evaluación financiera.

La evaluación se realizó utilizando una tasa de descuento de 6.7%, que es la tasa del costo del patrimonio que se obtuvo a través del modelo CAPM.

Dado que la tasa libre de riesgo utilizada como entrada del modelo, la cual a su vez también sirvió para estimar la tasa del costo del patrimonio, así como la rentabilidad del mercado obtenida, se expresaron en términos reales, fue necesario expresar los

flujos de caja del proyecto también en términos reales, para lo cual se utilizó la inflación proyectada para los años del 2012 al 2016 (Ver Cuadro 22).

Cuadro 22. Inflación proyectada 2012-2016.

Año	Inflación (%)
2012	3.00
2013	3.56
2014	3.59
2015	3.45
2016	3.45

Fuente: Banco de México⁴.

7.5. Análisis de un proyecto de aprovechamiento integral del cocotero por el método de opciones reales: modelo Black-Scholes

Las opciones reales identificadas y aplicadas para evaluar el proyecto fueron las opciones de crecimiento, abandono y la de posponer un año su realización. Para valorar el proyecto a través de la teoría de opciones, se establece que el valor de mercado del activo subyacente es el valor del proyecto sin flexibilidad, estimado a través del flujo de caja descontado.

Un supuesto implícito al modelo B-S, radica en que se utiliza un activo gemelo cuyos flujos de fondos se encuentran perfectamente correlacionados con los de la opción. De manera similar, en la evaluación de proyectos, se supone existe dicho activo gemelo; sin embargo, en la práctica es casi imposible encontrar activos subyacentes sujetos a riesgo con precios públicamente divulgados.

Cuando se inició la aplicación de las opciones reales, se utilizaban los precios de *commodities* mundiales asumiendo que la volatilidad del proyecto sin flexibilidad era igual a la volatilidad del precio del *commodity* en cuestión; sin embargo, esta situación no es propiamente cierta, dado que la volatilidad del precio del petróleo, por ejemplo, no es la misma que la volatilidad del producto petróleo. Además, es mayor la cantidad de productos que no tendrían un referente gemelo, como el caso del petróleo, que los que sí lo tienen.

⁴ El Banco de México refiere que obtuvo esta información de especialistas en economía a través de las “Encuestas sobre las expectativas de los especialistas en economía del sector privado”.

Este problema puede ser solventado asumiendo lo que se conoce como “negativa del activo negociado” (*market asset disclaimer*), la cual postula que el valor del activo subyacente (en este caso el valor del proyecto) es igual al valor presente de su flujo de fondos descontado sin flexibilidad, asumiendo que este sería el valor de mercado del activo en el supuesto de transarse en los mercados de capitales.

Esta aproximación parece razonable si pensamos que no debe existir algo más correlacionado con el activo que el activo mismo; por lo tanto, su valor de mercado debería ser igual a su valor “intrínseco” establecido a través de su flujo de fondos descontado (López, 2002: 7-8).

El proyecto global se dividió en tres etapas, y dada la primera inversión (etapa 1), se evaluó el valor de la opción que significa implementar la etapa 2, y posteriormente se valoró la opción que representa poner en marcha la etapa 3. Finalmente, se manejó la opción de crecimiento como una opción compuesta, para obtener el valor total de las dos opciones.

7.5.1. Evaluación de la opción de crecimiento

Las variables clave de una opción de crecimiento son:

- a) El valor del activo subyacente (S) es el valor actual de los flujos de caja que genera el proyecto adicional.
- b) La volatilidad del valor del activo subyacente es la desviación estándar de los flujos de caja, obtenida mediante Simulación Montecarlo.
- c) El precio de ejercicio (X) es el desembolso inicial en el que se incurre para desarrollar el proyecto adicional.
- d) La vida de este tipo de opción, es el periodo del que se dispone para ejercerla.

Segunda etapa

La segunda etapa se programa implementarla un año después de que se puso en marcha la primera. Las entradas del modelo Black-Scholes para evaluar la opción de crecimiento en la segunda etapa, son:

$$S = 16'922,765$$

$$X = 12'178,686$$

$$t = 1$$

$$r = \ln(1 + r_f) = \ln(1 + 0.0239) = 0.0236$$

$$\text{Desv Est} = \sigma_2 = 0.1353$$

Aplicando el modelo Black-Scholes:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{16'922,765}{12'178,686}\right) + \left(0.0236 + \frac{(0.1353)^2}{2}\right) * 1}{0.1353\sqrt{1}} = 2.67365$$

$$d_2 = 2.67365 - 0.1353\sqrt{1} = 2.53834$$

El valor en tablas de Z normal

$$N(d_1) = N(2.67365) = 0.99624$$

$$N(d_2) = N(2.53834) = 0.99443$$

$$C = 16'922,765(0.99624) - 12'178,686(e^{-0.0236(1)})(0.99443) = 5'031,107$$

Por lo tanto, la opción de crecimiento al implementar la segunda etapa tiene un valor de \$5'031,107.

El VAN de la segunda etapa, obtenido mediante el método de flujos de caja descontados, asciende a \$4'744,080, lo que significa que el valor de la opción, se ubica por encima del valor de aquel, dado que ésta, captura el valor que implica la flexibilidad de ejecutar el proyecto por etapas. Así, el VAN total hasta la etapa 2, se expresa de la siguiente manera:

$$\text{VAN Total} = \text{VAN Básico} + \text{Valor Opción Real}$$

$$\text{VAN Total} = 9.435 + 5.031 = 14.466 \text{ millones de pesos}$$

Tercera etapa

La tercera etapa se programa implementarla dos años después de que se puso en marcha la primera. Las entradas del modelo Black-Scholes para evaluar la opción de crecimiento en la tercera etapa, son:

$$S = 23'197,795$$

$$X = 17,012,285$$

$$t = 2$$

$$r = \ln(1 + r_f) = \ln(1 + 0.0239) = 0.0236$$

$$\text{Desv Est} = \sigma_3 = 0.0967$$

Aplicando el modelo Black-Scholes:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{23'197,795}{17'012,285}\right) + \left(0.0236 + \frac{(0.0967)^2}{2}\right) * 2}{0.0967\sqrt{2}} = 2.65942$$

$$d_2 = 2.65942 - 0.0967\sqrt{2} = 2.52266$$

El valor en tablas de Z normal

$$N(d_1) = N(2.65942) = 0.996086$$

$$N(d_2) = N(2.52266) = 0.994176$$

$$C = 23'197,795(0.996086) - 17'012,285(e^{-0.0236(2)})(0.994176) = 6'904,429$$

De esta manera, el valor de la opción de crecimiento al implementar la tercera etapa es de \$6'904,429.

El VAN de la tercera etapa, obtenido mediante el método de flujos de caja descontados, asciende a \$6'115,510, lo que significa que el valor de la opción, es mayor que el valor de éste, dado que en el valor de la opción, está inmerso el valor

que implica la flexibilidad de ejecutar el proyecto por etapas, medido a través de la metodología de opciones reales.

En este caso, lo más conveniente es calcular el valor de la opción compuesta, antes de obtener el VAN ampliado del proyecto total.

7.5.2. Evaluación de la opción compuesta

Los proyectos de inversión pueden incluir varias opciones reales, que interactúan y que pueden potenciarse o anularse parcialmente. En general, no puede decirse que el valor aportado por la combinación de varias opciones es igual a la suma de los valores aportados por las opciones individualmente. Esto es lo que se conoce como el principio de no aditividad en el valor de las opciones.

Dado que en el proyecto analizado se consideraron dos opciones de crecimiento, es necesario determinar el valor total de las opciones identificadas. Para ello se hará uso de un árbol binomial.

Es necesario determinar la evolución del activo subyacente en los diferentes nodos, para lo cual es necesaria la inversión y flujos de caja a valor actual en cada una de las etapas (Ver Cuadro 23).

Cuadro 23. Inversión requerida y valor actual de los flujos por etapa, sin flexibilidad.

Etapas	Inversión (\$)	VA (\$)	Volatilidad (%)
1	28'013,698	37,448,838	7.88
2	12,178,685	16,922,765	13.53
3	17,012,284	23,127,795	9.67

Fuente: Evaluación financiera.

Efectuando los cálculos respectivos, con la implementación de la etapa 2, los flujos de caja se incrementarán un 45.19%,

$$\left(\frac{16,922,765}{37,448,838} \right) * 100 = 45.19\%$$

Al alcanzar la tercera fase el valor medio del proyecto será un 42.54% mayor que al final de la segunda fase,

$$\left(\frac{23,127,795}{37,448,838 + 16,922,765} \right) * 100 = 42.54\%$$

Para construir el árbol binomial, se estimaron los movimientos al alza y a la baja del valor del proyecto en la segunda fase.

$$U = e^{\sigma} = e^{0.1353} = 1.14488$$

$$D = 1/U = 0.87345$$

$$r_f = 0.0239$$

Con dichos datos se construyó el árbol binomial hasta el final del segundo año. Para calcular los valores de la tercera fase se multiplicó los valores del proyecto al final del segundo año por los nuevos coeficientes U y D, representativos del riesgo en la tercera fase, y posteriormente por 1.4254.

$$U = e^{\sigma} = e^{0.1250} = 1.10153$$

$$D = \frac{1}{U} = 0.90783$$

El árbol binomial de la figura siguiente representa el valor del proyecto a lo largo de los próximos tres años (Ver Figura 25).

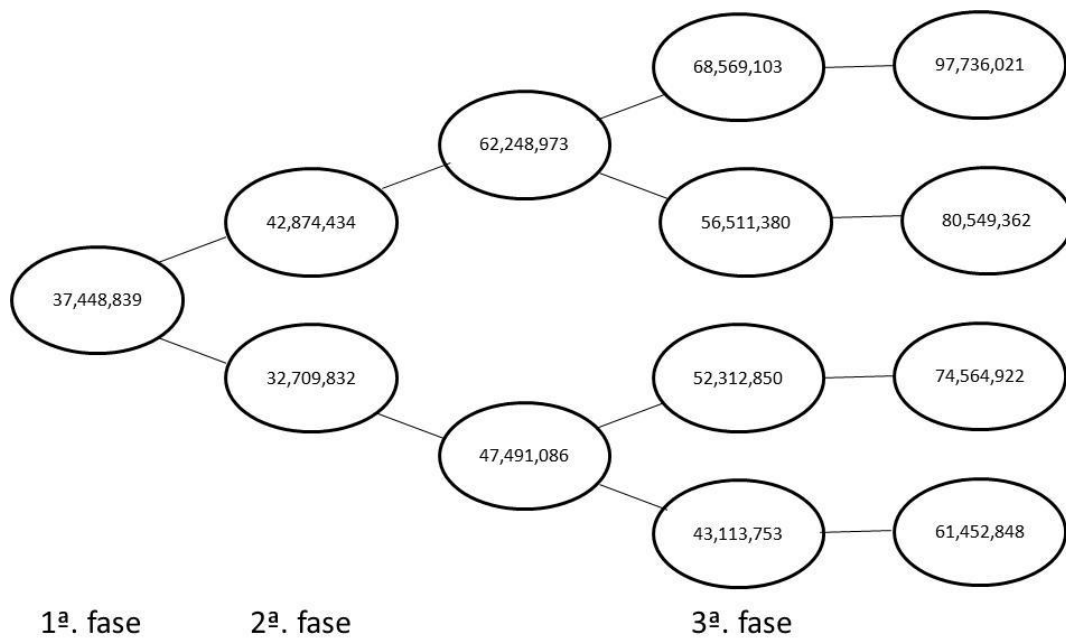


Figura 25. Evolución del valor del proyecto.

A partir de ahora yendo de derecha a izquierda es factible obtener el VAN total del proyecto, y a partir de éste, obtener el valor de la opción de ampliación compuesta. Para ello se obtuvo el valor de las probabilidades neutrales al riesgo en la tercera fase:

$$p = \frac{(1 + r_f) - D}{U - D} = \frac{1.0239 - 0.90783}{1.10153 - 0.90783} = 0.59778$$

$$1 - p = 1 - 0.59778 = 0.40222$$

Quitando la inversión de la etapa 3:

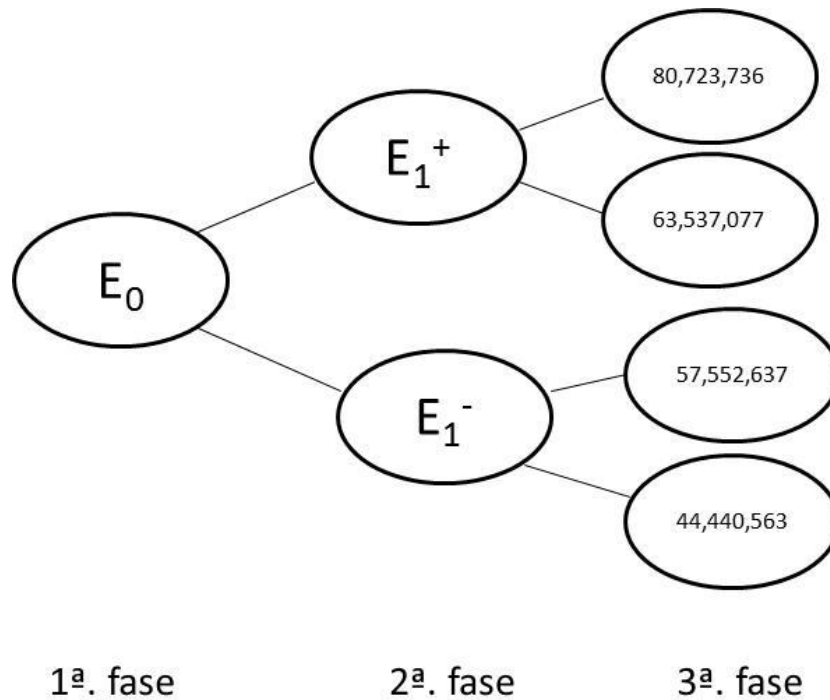


Figura 26. Valor del proyecto sustrayendo la inversión de la etapa 3.

$$E_1^+ = \frac{(80'733,736 * 0.59778) + (63'537,077 * 0.40222)}{1.0239} - 12'178,686 = 59'909,297.4$$

$$E_1^- = \frac{(57'552,637 * 0.59778) + (44'440,563 * 0.40222)}{1.0239} - 12'178,686 = 38'879,693.2$$

A fin de calcular E_0 , se obtuvieron las probabilidades neutrales al riesgo en la segunda etapa:

$$p = \frac{(1 + r_f) - D}{U - D} = \frac{1.0239 - 0.87345}{1.14488 - 0.87345} = 0.55324$$

$$1 - p = 1 - 0.55324 = 0.44676$$

$$E_0 = \frac{(59'909,297.4 * 0.55324) + (38'879,693.2 * 0.44676)}{1.0239} - 28'013,698 = 21'321,391$$

El VAN total del proyecto con la opción de ampliación compuesta incluida fue igual a 21.321 millones de pesos mientras que el VAN básico (sin la opción de ampliación) fue igual a 9.435 millones. Por tanto, la opción de ampliación fue igual a:

Opción de ampliación compuesta = 21.321 – 9.435 = 11.886 millones de pesos

La suma de las dos opciones de crecimiento evaluadas obtenidas mediante el modelo Black-Scholes suman 11.935 millones, por lo que, el valor de la opción compuesta es menor en 0.049 millones de pesos.

El VAN total del proyecto (21.321 millones de pesos), supera al VAN del proyecto global obtenido a través del método de flujos descontados (proyecto sin flexibilidad), el cual fue de 20.378 millones de pesos, lo que indica que un proyecto al cual se le valora la flexibilidad operativa en su ejecución, presenta un valor más alto.

Este tipo de análisis tienen una importancia más marcada en caso de proyectos iniciales que están cerca del umbral de rentabilidad o incluso que tienen un VAN negativo, permitiendo aceptar proyectos que evaluados mediante el análisis tradicional se rechazarían.

7.5.3. Evaluación de las opciones de abandono

La principal razón de ejecutar un proyecto por etapas es la de mantener siempre vigente la opción de poder abandonarlo cuando las cosas vayan mal. E incluso, si se tiene una opción de abandono atractiva esto incrementa el deseo de invertir en un proyecto.

La inversión por etapas permite considerar las opciones de crecimiento y de abandono y de decidir cuál ejercer según sea la información que se tenga con el transcurso del tiempo.

Abandonar un proyecto es equivalente a ejercer una opción de venta (*put*) sobre el valor actual del proyecto, cuyo precio de ejercicio es igual al valor residual del mismo o al de la mejor oferta que se tenga.

En consonancia con la evaluación de la opción de crecimiento, se evaluó la opción de abandonar el proyecto en la etapa I y en la etapa II, asumiendo que se recibiría el 35% del valor residual del proyecto en cada etapa. Al final del año 1 de ejecución, se tiene un valor residual de \$16'912,050 y al final del año 2, el valor residual del

proyecto es de \$23'055,558. Como se puede observar, en este año el valor residual aumentó, debido a que ya se puso en marcha la etapa II, y, en consecuencia, se contabilizan los activos de la etapa I con dos años de depreciación y los activos de la etapa II con un año.

Para evaluar la opción de abandono en la etapa I, se consideran los flujos de efectivo del primer año, y en la etapa II se contabilizan los dos primeros años de la etapa I más el primer año de la etapa II.

Opción de abandono etapa I

$$S = 6'733,506$$

$$X = 5'919,218$$

$$t = 1$$

$$r = \ln(1 + r_f) = \ln(1 + 0.0239) = 0.0236$$

$$Desv\ Est = \sigma_1 = 0.0788$$

Aplicando el modelo Black-Scholes:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{6'733,506}{5'919,218}\right) + \left(0.0236 + \frac{(0.0788)^2}{2}\right) * 1}{0.0788\sqrt{1}} = 1.9748$$

$$d_2 = 1.9748 - 0.0788\sqrt{1} = 1.8960$$

El valor en tablas de Z normal

$$N(-d_1) = N(-1.9748) = 0.0241$$

$$N(-d_2) = N(-1.8960) = 0.0289$$

$$P = 5'919,218(e^{-0.0236(1)})(0.0289) - 6'733,506(0.0241) = 4,951.60$$

De esta manera, la opción de abandono en la primera etapa vale \$4,951.60, el cual es un valor muy bajo. Esto significa que si después de analizar la nueva información, ésta no es promisorio, el abandonar el proyecto aporta cierto valor al mismo, pero sin duda es mejor optar por la opción de crecimiento.

Al evaluar la opción de abandono en la tercera etapa no representa valor alguno, según se detalla a continuación:

Opción de abandono etapa II

$$S = 15'969,989$$

$$X = 8'069,446$$

$$t = 2$$

$$r = \ln(1 + r_f) = \ln(1 + 0.0239) = 0.0236$$

$$\text{Desv Est} = \sigma_1 = 0.0788$$

Aplicando el modelo Black-Scholes:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{15'969,989}{8'069,446}\right) + \left(0.0236 + \frac{(0.0788)^2}{2}\right) * 2}{0.0788\sqrt{2}} = 6.6051$$

$$d_2 = 6.6051 - 0.0788\sqrt{2} = 6.4936$$

El valor en tablas de Z normal

$$N(-d_1) = N(-6.6051) = 0.00$$

$$N(-d_2) = N(-6.4936) = 0.00$$

$$P = 8'069,446(e^{-0.0236(2)})(0.00) - 15'969,989(0.00) = 0.00$$

Se ha mencionado que la metodología de opciones reales es más provechosa en proyectos que presenten alta incertidumbre. En este caso, con una volatilidad del 13.5% del subyacente, la opción comienza a tener valor.

7.5.4. Evaluación de la opción de diferir un año parte de la inversión inicial

Considérese ahora la posibilidad de efectuar la inversión inicial en dos partes, es decir, en vez de realizar la inversión para producir los tres bienes considerados en esta etapa, se estudia la alternativa de iniciar con coco jimado y pulpa, y diferir la inversión para la producción de sustrato durante un año, con la finalidad de determinar si dicha estrategia suma valor al proyecto.

Para evaluar esta opción se hará uso de un árbol binomial, descomponiendo la inversión inicial en dos inversiones sucesivas, I_0 (monto requerido para implementar el proyecto para producir coco jimado y pulpa) y I_1 (monto necesario para poner en marcha el proyecto de sustrato). De esta forma,

$$I_0 = \$19,520,312$$

$$I_1 = \$8,493,385$$

La opción de diferir, es equivalente a una opción de compra americana, sobre el valor actual de los flujos que se esperan obtener en esta fase del proyecto, siendo el precio de ejercicio I_1 .

La información para el cálculo de la opción es la siguiente:

$$r_f = 0.0239$$

$$Desv\ Est = \sigma_1 = 0.0788$$

$$U = e^{\sigma_1} = 1.0820$$

$$D = \frac{1}{e^{\sigma_1}} = 0.9242$$

$$p = \frac{(1 + r_r) - D}{U - D} = \frac{1.0239 - 0.9242}{1.0820 - 0.9242} = 0.6318$$

$$1 - p = 1 - 0.6318 = 0.3682$$

$$VA_0 = 37'448,838$$

$$VAN \text{ etapa } 1 = 9'435,140$$

De esta manera, los valores actuales del proyecto en un año, según se cumplan las previsiones optimistas o pesimistas, serán:

$$O_1^+ = \text{Máx}(VA_1^+ - I_1; 0) = \text{Máx}(32,025,804; 0) = 32'025,804$$

$$O_1^- = \text{Máx}(VA_1^- - I_1; 0) = \text{Máx}(26,117,757; 0) = 26'117,757$$

El valor total del proyecto incluida la opción de retraso de la segunda inversión, es:

$$E_0 = \frac{(32'025,804 * 0.6318) + (26'117,757 * 0.3682)}{1.0239} = 29'153,706$$

$$VAN \text{ Total} = E_0 - I_0$$

$$VAN \text{ Total} = 29'153,706 - 19'520,312 = 9'633,394$$

$$\text{Valor de la Opción} = VAN \text{ Total} - VAN \text{ etapa } 1$$

Restando el valor del proyecto inicial, se obtiene el valor de diferir la segunda inversión.

$$\text{Valor de la Opción} = 9'633,394 - 9'435,140 = 198,253$$

Debido a que la realización anticipada del proyecto implica renunciar a la opción de diferirlo, el valor de esta última actúa como un costo de oportunidad, justificando la realización del mismo sólo cuando el valor actual de los flujos de caja excede del valor actual del desembolso inicial por una cantidad igual al valor de la opción de diferirlo (Mascareñas, et-al. 2004: 62).

Por tanto, dado que el valor del proyecto sin diferir la inversión es superior a la suma del desembolso inicial más el valor de la opción, es decir, el VAN básico es mayor a la opción de diferir, no se debe ejercer dicha opción; en términos prácticos, esta última no aporta valor al proyecto inicial, siendo su valor de cero, pues no hace ningún sentido esperar un año para invertir.

7.6. Las acciones ordinarias del proyecto vistas como opciones de compra

Como se refiere en el capítulo de metodología, el presente análisis se basa en la metodología propuesta por Mascareñas, et-al. (2004).

Para efectuar el presente análisis, asumamos que la empresa que pondrá en marcha el presente proyecto es propiedad de varios socios a través de la emisión de acciones cuya responsabilidad es limitada. Desde la perspectiva financiera, es factible considerar a una acción ordinaria como un contrato de opción que da derecho a comprar los activos del proyecto por parte de los acreedores, en la fecha de amortización de las deudas, a un precio que coincide con el valor de éstas en dicho instante (incluidos los intereses generados).

En esta parte del análisis, se considera el proyecto de manera global, es decir, la implementación del mismo efectuando la inversión en una sola emisión para la producción de los ocho bienes considerados. Asimismo, se supone se reciben tres créditos para cubrir el 60% del desembolso inicial, 15%, 20% y 25% de éste, con distintas condiciones en cuanto a intereses y plazo de amortización (ver Cuadro 24).

Cuadro 24. Préstamos solicitados para la implementación del proyecto

Monto de la deuda (\$)	Tasa de interés (%)	Vencimiento (años)	Duración (años)
8'580,700	6.70	5	4.41
11'440,933.79	8.00	8	6.21
14'301,167	9.00	10	7.81

Fuente: Elaboración propia.

Se debe calcular el valor y plazo de una sola deuda que sea equivalente a todas las deudas contraídas. Para lograrlo, se efectúa el cálculo de la duración en cada emisión de deuda y, posteriormente se calcula la media ponderada de las duraciones

con relación al monto de la deuda, obteniendo el valor de la duración media de la misma, valor que representará la fecha de expiración de la opción.

La idea que subyace en esta aproximación es que desde el punto de vista del riesgo de interés, una cartera de bonos ordinarios es financieramente idéntica a un bono cupón cero que tiene el mismo valor actual y el mismo rendimiento que el de aquella, y cuyo plazo coincide con la duración de la cartera (Mascareñas, et-al., 2004: 120).

Duración bono 5 años

$$= \frac{\left[\frac{1 * 574,906}{1,067} + \frac{2 * 574,906}{(1,067)^2} + \frac{3 * 574,906}{(1,067)^3} + \frac{4 * 574,906}{(1,067)^4} + \frac{5 * (574,906 + 8'580,700)}{(1,067)^5} \right]}{8'580,700}$$

Duración bono 8 años

$$= \frac{\left[\frac{1 * 915,274}{1,08} + \frac{2 * 915,274}{(1,08)^2} + \frac{3 * 915,274}{(1,08)^3} + \frac{4 * 915,274}{(1,08)^4} + \frac{5 * (915,274 + 11'440,933)}{(1,08)^5} \right]}{11'440,933}$$

Duración bono 10 años

$$= \frac{\left[\frac{1 * 1'287,105}{1,09} + \frac{2 * 1'287,105}{(1,09)^2} + \frac{3 * 1'287,105}{(1,09)^3} + \frac{4 * 1'287,105}{(1,09)^4} + \frac{5 * (1'287,105 + 14'301,167)}{(1,09)^5} \right]}{14'301,167}$$

Y se obtienen los valores de 4.41, 6.21 y 7.81 reflejados en el cuadro anterior.

La media ponderada de las duraciones con respecto al monto de la deuda es igual a:

$$D = 4.41 \left(\frac{8'580,700}{34'322,801} \right) + 6.21 \left(\frac{11'440,933}{34'322,801} \right) + 7.81 \left(\frac{14'301,167}{34'322,801} \right) = 6.42$$

La tasa de interés media ponderada de la deuda es igual a:

$$r = 6.7 \left(\frac{8'580,700}{34'322,801} \right) + 8 \left(\frac{11'440,933}{34'322,801} \right) + 9 \left(\frac{14'301,167}{34'322,801} \right) = 8.09$$

Por lo tanto, la deuda de los accionistas del proyecto equivale a un bono cupón cero cuyo valor actual es 34'322,801, cuyo vencimiento es dentro de 6.42 años y cuya

rentabilidad es del 8.09%. Así, el valor nominal del bono cupón cero en su fecha de vencimiento será de:

$$34'322,801(1.0809)^{6.42} = 56'578,022$$

El valor actual del flujo del proyecto global es de \$77'583,662, con una volatilidad 12.89%. Se toma el tipo de interés libre de riesgo estimado, es decir, 2.39%.

Se aplica la fórmula de Black-Scholes:

$$S = 77'583,662; X = 56'578,022; r_f = 2.39\%; t = 6.42; \sigma = 0.1289$$

El valor actual de la opción de compra, es decir, de las acciones ordinarias, es de 29'650,606. El valor actual de la deuda es igual a restarle al valor actual del proyecto el valor de las acciones ordinarias:

$$VA Deuda = 77'583,662 - 29'650,606 = 47'933,055$$

En este caso le sobra dinero al proyecto para solventar las deudas más intereses, por lo que los inversionistas del proyecto ejercen su opción de compra quedándose con él, después de pagar a los acreedores el precio de ejercicio (principal más intereses).

La implicación más importante del análisis anterior, es que si aumentara el riesgo económico de la empresa (en este caso del proyecto), sin modificar las expectativas de rendimiento, se produce una redistribución de la riqueza cuyo sentido va de los acreedores hacia los accionistas.

Realizando el ejercicio de incrementar el riesgo del proyecto al 20%, el valor de la opción de compra, o sea, de las acciones ordinarias, asciende a 31'912,413 y consecuentemente, el valor actual de la deuda baja, ubicándose en 45'671,248. De lo anterior, se desprende que se benefician los accionistas y se perjudican los acreedores.

7.7. Uso de la teoría de opciones para valorar fuentes de financiamiento

Una aplicación importante de la teoría de valoración de opciones es la posibilidad de valorar fuentes e instrumentos financieros.

En este modelo se supone que los accionistas disponen de dos opciones básicas (Mascareñas, et-al., 2004: 155):

- a) Adquirir definitivamente la empresa si ésta es capaz de solventar los compromisos de la deuda.
- b) Abandonar el proyecto si su valor en un momento dado es inferior al valor de los pagos a realizar de la deuda.

Aplicando este enfoque, es posible analizar el valor que aporta al proyecto cada fuente de financiación.

Para el caso particular, se supone que el proyecto se financia con un crédito del 60% de la inversión inicial requerida para implementar la etapa 1, pagadero a un plazo de 3 años, amortizando partes iguales del principal durante cada año, con una tasa de interés de 6.70% anual, que es la tasa del costo del patrimonio.

Partiendo de la evolución del valor del proyecto para los próximos tres años:

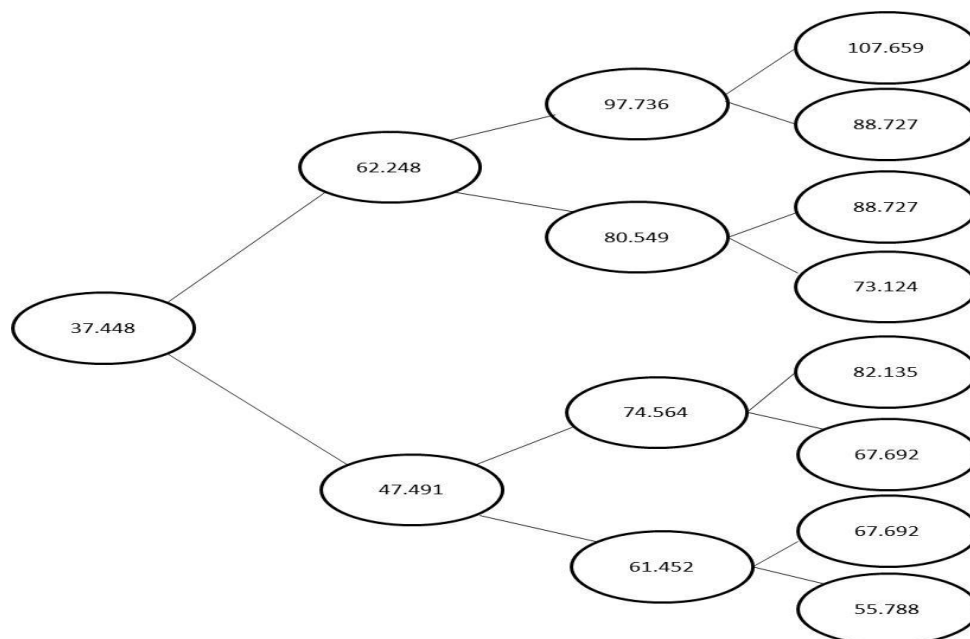


Figura 27. Evolución del valor del proyecto a tres años (millones de pesos).

El plan de pagos del crédito es:

Cuadro 25. Plan de pagos del crédito.

Pagos	Año 1	Año 2	Año 3
Intereses	1.126.151	750.767	375.384
Principal	5.602.740	5.602.740	5.602.740
Total pagos	6.728.890	6.353.507	5.978.123

Fuente: Evaluación financiera.

Si se supone que no se tienen otros adeudos, que en caso de quiebra hay prioridad en pagar la deuda y no existen costos de liquidación, el valor de la misma en el año 3 es el valor menor entre el valor del proyecto y el de la propia deuda, entendida como el pago de principal más intereses.

De acuerdo con esto, el árbol binomial del valor de la deuda queda de la siguiente forma:

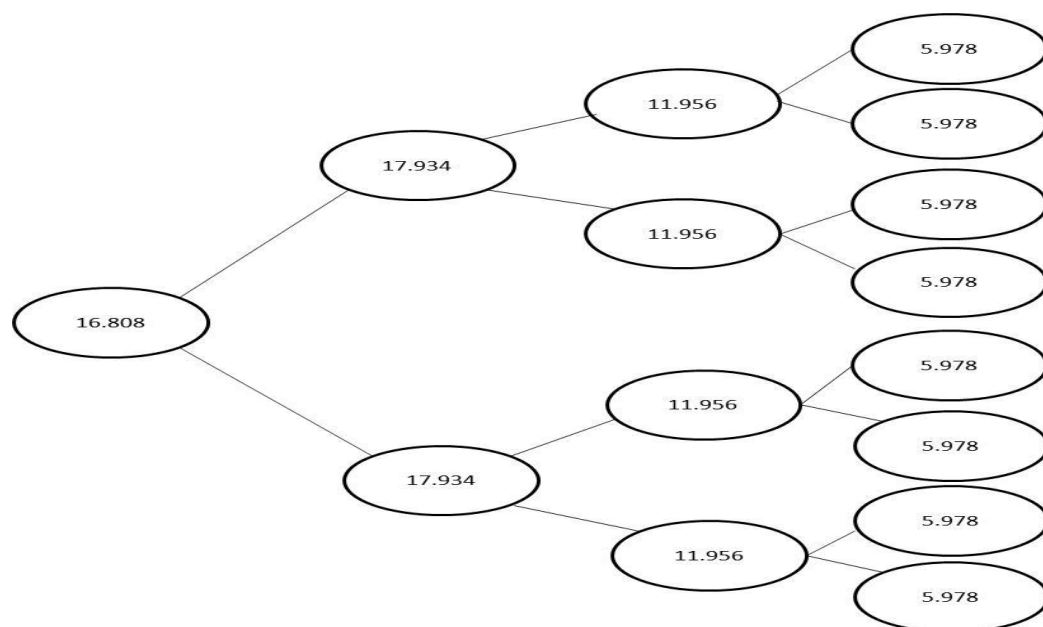


Figura 28. Valor de la deuda (millones de pesos).

Partiendo del tercer año, el valor de la deuda es igual al mínimo entre el valor del proyecto y los \$5.978 millones a pagar en el año 3.

$$3.1. \text{Mín} (107.659; 5.978) = 5.978$$

$$3.2. \text{Mín} (88.727; 5.978) = 5.978$$

$$3.3. \text{Mín} (88.727; 5.978) = 5.978$$

$$3.4. \text{Mín} (73.124; 5.978) = 5.978$$

$$3.5. \text{Mín} (82.135; 5.978) = 5.978$$

$$3.6. \text{Mín} (67.692; 5.978) = 5.978$$

$$3.7. \text{Mín} (67.692; 5.978) = 5.978$$

$$3.8. \text{Mín} (55.788; 5.978) = 5.978$$

De manera regresiva, para el segundo año, se tiene:

$$2.1. \text{Mín} (97.736; (5.978*0.5977+5.978*0.4022)/1.067+6.353) = 11.956$$

$$2.2. \text{Mín} (80.549; (5.978*0.5977+5.978*0.4022)/1.067+6.353) = 11.956$$

$$2.3. \text{Mín} (74.564; (5.978*0.5977+5.978*0.4022)/1.067+6.353) = 11.956$$

$$2.4. \text{Mín} (61.452; (5.978*0.5077+5.978*0.4022)/1.067+6.353) = 11.956$$

Operando de la misma manera, se llega al valor de la deuda en el año cero, donde no hay pago de intereses.

El valor de los recursos propios en cada escenario del proyecto así financiado, es la diferencia entre el valor del proyecto y el de la deuda:

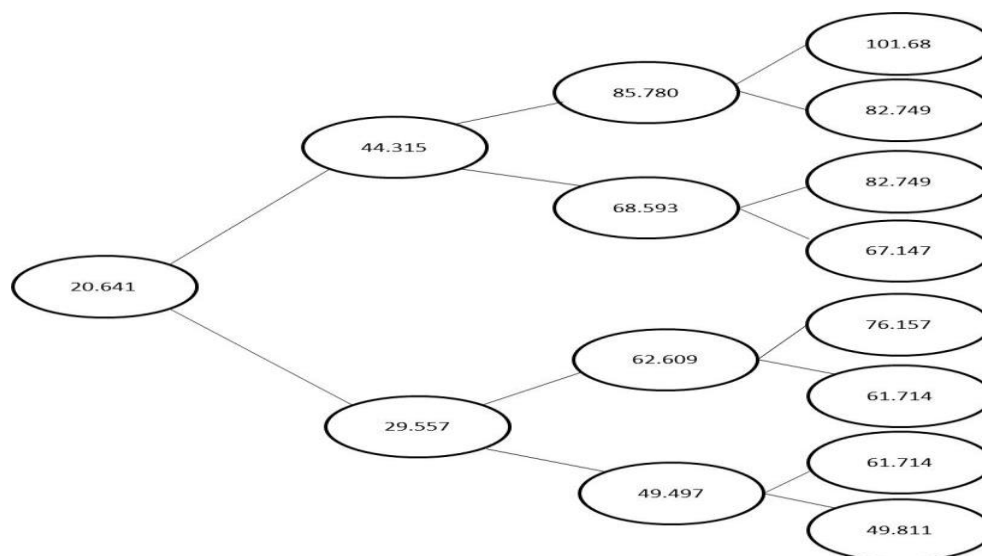


Figura 29. Valor de los recursos propios (millones de pesos).

Resumiendo, con las condiciones del financiamiento propuesto, no se transfiere valor de la deuda a los fondos propios.

Cuadro 26. Resumen del plan de financiamiento.

Deuda a valor nominal	16,808
Deuda a valor de mercado	16,808
Destrucción de valor para la deuda	0,000
Fondos propios a valor nominal (inversión)	11,205
Fondos propios a valor de mercado	20,641
Creación de valor para los fondos propios	9,435
Destrucción de valor del proyecto sin opciones	9,435

Fuente: Evaluación financiera.

Al resultar la deuda a valor nominal igual con el valor de la deuda a valor de mercado, la destrucción del valor para la deuda es igual a cero; esto es así, porque en ningún nodo la deuda supera al valor del proyecto, y por lo tanto, existe en todo momento capacidad de pago para asumir los compromisos contraídos; sin embargo, sí existe creación de valor para los fondos propios equivalente a \$9.435 millones, por tanto, se tiene una destrucción de valor total del proyecto sin opciones igual a dicho monto.

8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Es factible la utilización del modelo Black-Scholes en la evaluación de proyectos de inversión, pues aunque originalmente fue diseñado para calcular el valor de opciones de acciones financieras, se pueden extrapolar las cinco variables que lo determinan, del ámbito meramente financiero, al de evaluación de proyectos de inversión. En tal sentido, es posible establecer una correspondencia entre las variables que determinan el valor de una opción de compra y las variables que influyen en la evaluación de proyectos que signifiquen el crecimiento de una empresa.

En los proyectos de inversión, es importante la flexibilidad que en un momento dado, éstos pueden tener. La flexibilidad puede verse como una opción, por lo que el modelo Black-Scholes al permitir valorar dicha flexibilidad permite mejorar las decisiones de inversión.

Con la información manejada en el presente estudio, es factible decir que la tasa de interés libre de riesgo es de 2.39%; la rentabilidad media del mercado se ubica en 8.66%; y que, la tasa del costo del patrimonio obtenida mediante el Modelo CAPM, es de 6.70%.

La beta de la agroindustria en México resultó de 0.6879, la cual, al ser menor que uno, indica que las inversiones en este ramo presentan un riesgo menor al del mercado, lo que teóricamente se esperaba, dado que dicho ramo no es de los eminentemente riesgosos de la economía.

Los resultados obtenidos demuestran que aplicando la metodología de opciones reales el valor del proyecto es mayor que el obtenido mediante el método de flujos de caja descontados; en la segunda etapa, el VAN estático ascendió a 4.744 millones de pesos, monto menor al obtenido valorando la opción de crecimiento a través del modelo Black-Scholes el cual resultó de 5.031 millones. En la tercera etapa, el VAN sin flexibilidad fue de 6.115 millones de pesos, mientras que el valor de la opción se ubicó en 6.904 millones. La razón de ello es que ésta, captura el valor que implica la flexibilidad de ejecutar el proyecto por etapas.

Cuando un proyecto de inversión presenta múltiples opciones reales, el valor total de las mismas no es igual a la suma de los valores aportados por las opciones individualmente. En este estudio en particular, el valor de la opción compuesta es menor en 0.049 millones de pesos con relación a la suma de las dos opciones de crecimiento evaluadas a través del modelo Black-Scholes.

El VAN total del proyecto (21.321 millones de pesos), supera al VAN del proyecto global obtenido a través del método de flujos de caja descontados, el cual fue de 20.378 millones de pesos, lo que indica que un proyecto al cual se le valora la flexibilidad operativa en su ejecución, presenta un valor más alto.

La opción de abandono en la primera etapa vale \$4,951.60, el cual es un valor muy bajo y al evaluarla en la tercera etapa no representa valor alguno; esto significa que si después de analizar la nueva información, ésta no es promisorio, el abandonar el proyecto aporta cierto valor al mismo, pero sin duda es mejor optar por la opción de crecimiento.

La opción de diferir la inversión inicial no aporta valor al proyecto, debido a que el valor de éste sin diferir la inversión es superior a la suma del desembolso inicial más el valor de la opción, es decir, el VAN básico es mayor a la opción de diferir; por lo tanto, no se debe ejercer dicha opción; en términos prácticos, esta última no aporta valor al proyecto inicial, siendo su valor de cero, pues tiene ningún sentido esperar un año para invertir.

En el análisis de contemplar las acciones ordinarias del proyecto como opciones la opción de compra del proyecto emitida por los acreedores, con precio de ejercicio igual al monto de la deuda, que expira en 6.14 años y cuyos compradores son los socios que ejecutarían el proyecto, es ejercida por éstos, dado que le sobra dinero al proyecto para solventar las deudas más intereses.

La deuda a valor nominal resultó igual con el valor de la deuda a valor de mercado, la destrucción del valor para la deuda es igual a cero; sin embargo, sí existe creación

de valor para los fondos propios equivalente a \$9.435 millones, por tanto, se tiene una destrucción de valor total del proyecto sin opciones igual a dicho monto.

El análisis de opciones reales tiene una importancia más marcada en caso de proyectos iniciales que están cerca del umbral de rentabilidad o incluso que tienen un VAN negativo, permitiendo aceptar proyectos que evaluados mediante el análisis tradicional se rechazarían.

El riesgo incrementa el valor de un proyecto de inversión. El análisis tradicional considera el riesgo como un elemento negativo, por lo que se recomienda implementar proyectos con desviaciones estándar bajas aunque los retornos sean bajos. El enfoque de opciones reales desmitifica dicha visión, y demuestra que un proyecto con un alto riesgo es factible ponerlo en marcha.

En general, puede concluirse que para volatilidades muy pequeñas o cuando ésta tiende a cero, tanto el VAN tradicional como el estimado mediante opciones reales, arrojan resultados similares; por tanto, las opciones reales aumentan su importancia a medida que aumenta la volatilidad del proyecto, es decir, este sistema es útil cuando se tienen altos niveles de volatilidad.

RECOMENDACIONES

Se recomienda la aplicación de la metodología de opciones reales en otros proyectos de inversión del ámbito agropecuario, a fin de contar con mayor evidencia empírica de la valía de dicha metodología en la valoración de la flexibilidad que en un momento dado tiene un proyecto de inversión.

Un producto derivado de la palma de coco que es factible de ser aprovechado es el biodiesel, por lo que cobra especial interés su evaluación a través de opciones reales.

BIBLIOGRAFÍA

- Adam S, J .A. Et-al. 2005. Una propuesta para considerar el Modelo de Black y Scholes como una nueva métrica de creación de valor en las organizaciones. Investigación aplicada a empresas que cotizan en la bolsa mexicana de valores.
- Almarcha A, C. 2005. Desarrollo de un modelo de simulación para la valoración de las opciones reales de un operador de telecomunicaciones. Tesis de Doctorado en Ciencias. Departamento de Administración de Empresas y Estadística. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Madrid. Madrid, España.
- Alonso B, S. 2004. Valorando opciones reales con múltiples fuentes de incertidumbre. Departamento de Economía Financiera y Contabilidad. Universidad de Valladolid. Valladolid, España.
- Alonso B, S., Azofra P, V. y De la Fuente H, G. 2007. Las opciones reales y la simulación de Montecarlo. Universia Business Review, Actualidad Económica, Cuarto trimestre 2007.
- Arregui, A, G. 2004. Los modelos implícitos de valoración de opciones. Cuadernos de Gestión, vol. 4, No. 2, Universidad del País Vasco.
- Bailey, W. Et-al. 2004. Valoración de las opciones reales. Oilfield Review.
- Black, F. y Scholes, M.: The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economy 81, May/June, 1973.
- Blank, L. T. y A. J. Tarquin. 2000. Ingeniería Económica. Cuarta edición. McGraw Hill Interamericana, Santafé de Bogotá, Colombia.
- Bolsa Mexicana de Valores. Nota Metodológica del Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV.
- Boyle, P. 1977. Options: A Monte Carlo Approach. Journal of Financial Economics, mayo.
- Brambila, P, J. J. 2006. En el umbral de una agricultura nueva. Universidad Autónoma Chapingo y Colegio de Postgraduados. Chapingo, Méx.
- Brennan, M. J. y Schwartz, E. S. 1985. Evaluating Natural Resource Investments. The University of Chicago Press. The Journal of Bussines, Vol. 58, No. 2, april.

- Cárcamo, C, U. y C. Causal G. 2007. Valoración de opciones para el mercado agropecuario colombiano, el modelo de Heston-Nandi como alternativa. Universidad EAFIT. Medellín, Colombia.
- Carlos F, V. G. y A. Ruiz P. 2009. Aplicación empírica del modelo Black & Scholes en México: 2004-2007. XIX Coloquio Mexicano de Economía Matemática y Econometría.
- Comité Estatal Sistema Producto Palma de Coco Estado de Guerrero. 2005. Plan Rector Estatal del Sistema Producto Coco.
- Comité Nacional Sistema Producto Palma de Coco. 2005. Plan Rector Nacional del Sistema Producto Palma de Coco.
- Consejo Estatal del Cocotero del Estado de Guerrero, O. P. D. 2002. Levantamiento y Verificación de Cultivos Perennes Palma de Coco, en el estado de Guerrero.
- Contreras V, E. 2005. Aplicación del VaR (valor en riesgo) a un proyecto de concesión de obras de riego. III Coloquio Predoctoral Iberoamericano. Departamento de Ingeniería Industrial. Universidad de Chile. Santiago, Chile.
- Cortázar, G. 2001. Simulation and Numerical Methods in Real Options Valuation. Ingeniería Industrial y de Sistemas. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Cortázar, G. y E. S. Schwartz. 1993. A Compound Option Model of Production and Intermediate Inventories. The University of Chicago Press. The Journal of Business, Vol. 66, No. 4. Octubre.
- Cox, J. C., S. A. Ross y M. Rubinstein. 1979. Option Pricing: A Simplified Approach. Journal of Financial Economics, septiembre, vol. 7.
- Chicaíza, L. 2003. Valoración de primas de reaseguro para enfermedades catastróficas utilizando el Modelo de Black-Scholes. Facultad de Economía. Universidad Externado de Colombia.
- De los Santos, M. 2008. Evaluación técnica, financiera y social del aprovechamiento integral del cocotero en el estado de Guerrero. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx.
- Ehrhardt, M.C. y E. F. Brigham. 2007. Finanzas corporativas. Segunda edición. CENGAGE Learning. México.
- El Financiero. Años 2006, 2007, 2008, 2009, 2010 y 2011. Sección bursátil.

- El Universal. Años 2006, 2007, 2008, 2009, 2010 y 2011. Sección bursátil.
- Excélsior. Años 2006 y 2007. Sección bursátil.
- Fernández, P. 1997. Utilización de la fórmula de Black-Scholes para valorar opciones. IESE, Universidad de Navarra. Barcelona-Madrid.
- Fernández, V. 1998. Teoría de opciones: una síntesis. Revista de análisis económico, Vol 14, No. 2, noviembre.
- Gravet G, M. A. 2003. Evaluación de opciones reales mediante simulación: el método de los mínimos cuadrados. Tesis de Maestría en Ciencias. Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile. Santiago de Chile.
- Hyme, P. 2003. La teoría de los mercados de capitales eficientes. Un examen crítico. En: Cuadernos de Economía 39, v. XXII. Bogotá, Colombia.
- Hull, J. C. 2002. Introducción a los mercados de futuros y de opciones. Cuarta edición, Pearson Educación, S. A. Madrid, España.
- Infante G, S. y G. P. Zárate L. 2005. Métodos estadísticos: un enfoque interdisciplinario. Segunda edición, octava reimpresión. Editorial Trillas. México, D. F.
- León, V. A. y G. Serna C. 2004. Modelos alternativos de valoración de opciones sobre acciones: una aplicación al mercado español. Departamento de Economía financiera. Universidad de Alicante.
- López, D. G. 2002. Valor presente, árboles de decisión y opciones reales. IAEF No. 181, octubre. Universidad de Buenos Aires.
- Lozano, A, G. 1993. Reflexiones sobre la validez del Modelo Black-Scholes. Revista Española de Financiación y Contabilidad. Vol. XXIII, No. 77, oct-dic. Universidad de las Islas Baleares.
- Mascareñas, J. et-al. 2004. Opciones reales y valoración de activos. Editorial Pearson Educación, S. A. Madrid, España.
- Mascareñas, J. 2005. Opciones II. Universidad Complutense de Madrid. Madrid, España.
- Mendenhall, W. y J. E. Reinmuth. 1981. Estadística para administración y economía. Tercera edición, Grupo Editorial Iberoamérica, México, D. F.

- Mirás, C. M.A. 2004. Matemáticas en Wall Street: la fórmula de Black-Scholes. Departamento de matemáticas, Facultad de Economía. Universidad de Vigo. Vigo, España.
- Murillas, A. 1999. Incertidumbre y opciones reales: inversión y explotación de una pesquería. Departamento de Fundamentos del Análisis Económico. Universidad del País Vasco-EHU. Bilbao, España.
- Papahristodoulou, C. 2003. Options strategies with Linear Programming. Dept. of Business Studies and Informatics. Malardalen University.
- Saavedra G, M. L. 2005. Aplicación empírica del modelo de Black y Scholes en México: 1991-2000. Revista de Contaduría y administración, No. 217. Septiembre-diciembre. UNAM. México, D. F.
- Sapag C, N. y R. Sapag C. 2008. Preparación y evaluación de proyectos. Quinta edición. Mc Graw Hill Interamericana. México, D. F.
- Samuelson, P. 1965. Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. En: Industrial Management Review. Vol. 6. Massachusetts Institute of Technology.
- Solórzano V, F. E. 2002. Valuación de proyectos de inversión a través de opciones reales. Tesis de licenciatura. Trabajo presentado para el IX premio de investigación sobre Seguros y Fianzas 2002. Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- Sukhomlin, N. 2001. Ley de conservación del precio final en el modelo de Black Scholes. Economía (Nueva Etapa). No. 17-18. Año 2001-2002. Enero-diciembre. Universidad Autónoma de Santo Domingo. Santo Domingo, República Dominicana.
- Venegas M, F. 2008. Riesgos financieros y económicos. Segunda edición. CENGAGE Learning Editores, S. A. de C. V. México.

Páginas electrónicas

www.fao.org/faostat	29/abril/2010/
www.siap.mx	5/junio/2010
www.conapo.gob.mx	19/agosto/2010

www.dumrauf.com.ar

19/agosto/2010

www.banxico.gob.mx

23/abril/2012

www.inegi.gob.mx

24/marzo/2012

ANEXOS

Anexo 1. Cálculo de la evolución del precio de los productos considerados.

Las fórmulas utilizadas son las siguientes:

a) Precio esperado

$$P_2 = P_1 e^{1r}$$

$$P_3 = P_1 e^{2r}$$

$$P_4 = P_1 e^{3r}$$

$$P_5 = P_1 e^{4r}$$

b) Precio mínimo

$$Lím_i(P_t) = P_1 e^{\sum r_1 - 2\sigma\sqrt{t-1}} = P_1 e^{((t-1)*(-0.1) - 2*(0.0733)*\sqrt{t-1})}$$

c) Incremento

$$\Delta = P_t^{med} - P_t^{min}$$

d) Precio máximo

$$P_t^{max} = P_t^{med} + \Delta$$

Anexo 1A. Precios coco jimado fresco

Año	P. Esperado	P. Mínimo	Incremento	P. Máximo
2	6,61	5,70	0,90	7,51
3	5,98	4,86	1,12	7,10
4	5,41	4,20	1,21	6,62
5	4,89	3,65	1,24	6,14

Fuente: Elaboración propia

Anexo 1B. Precios coco jimado seco

Año	P. Esperado	P. Mínimo	Incremento	P. Máximo
2	3,80	3,28	0,52	4,32
3	3,44	2,79	0,64	4,08
4	3,11	2,41	0,70	3,81
5	2,82	2,10	0,72	3,53

Fuente: Elaboración propia

Anexo 1C. Precios pulpa fresca

Año	P. Esperado	P. Mínimo	Incremento	P. Máximo
2	7,96	6,88	1,09	9,05
3	7,20	5,86	1,35	8,55
4	6,52	5,06	1,46	7,98
5	5,90	4,40	1,50	7,40

Fuente: Elaboración propia

Anexo 1D. Precios sustrato

Año	P. Esperado	P. Mínimo	Incremento	P. Máximo
2	1,36	1.17	0.19	1.54
3	1,23	1.00	0.23	1.46
4	1,11	0.86	0.25	1.36
5	1,01	0.75	0.26	1.26

Fuente: Elaboración propia

Anexo 1E. Precios coco rallado

Año	P. Esperado	P. Mínimo	Incremento	P. Máximo
2	16,74	14,46	2,28	19,02
3	15,15	12,31	2,84	17,98
4	13,71	10,63	3,07	16,78
5	12,40	9,25	3,15	15,55

Fuente: Elaboración propia

Anexo 1F. Precios agua embotellada

Año	P. Esperado	P. Mínimo	Incremento	P. Máximo
2	8,41	7,27	1,15	9,56
3	7,61	6,19	1,43	9,04
4	6,89	5,34	1,54	8,43
5	6,23	4,65	1,58	7,82

Fuente: Elaboración propia

Anexo 1G. Precios madera

Año	P. Esperado	P. Mínimo	Incremento	P. Máximo
2	4,52	3,91	0,62	5,14
3	4,09	3,33	0,77	4,86
4	3,70	2,87	0,83	4,53
5	3,35	2,50	0,85	4,20

Fuente: Elaboración propia

Anexo 1H. Precios crema de Coco

Año	P. Esperado	P. Mínimo	Incremento	P. Máximo
2	16,29	14,07	2,22	18,51
3	14,74	11,98	2,76	17,50
4	13,33	10,34	2,99	16,32
5	12,07	9,00	3,07	15,13

Fuente: Elaboración propia

Anexo 1I. Precios carbón activado

Año	P. Esperado	P. Mínimo	Incremento	P. Máximo
2	13,84	11,96	1,89	15,73
3	12,53	10,18	2,35	14,87
4	11,33	8,79	2,54	13,88
5	10,26	7,65	2,61	12,86

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2. Cálculo de la evolución de las cantidades de los productos considerados.

Las fórmulas utilizadas son las siguientes:

a) Cantidad esperada

$$Q_2 = Q_1 e^{1r}$$

$$Q_3 = Q_1 e^{2r}$$

$$Q_4 = Q_1 e^{3r}$$

$$Q_5 = Q_1 e^{4r}$$

b) Cantidad mínima coco fresco

$$Lím_i(Q_t) = Q_1 e^{\sum r_1 - 2\sigma\sqrt{t-1}} = 360,000 e^{((t-1)*(0.1) - 2*(0.2733)*\sqrt{t-1})}$$

c) Incremento

$$\Delta = Q_t^{med} - Q_t^{min}$$

d) Cantidad máxima

$$Q_t^{max} = Q_t^{med} + \Delta$$

Anexo 2A. Cantidades coco jimado fresco

Año	C. Esperada	C. Mínima	Incremento	C. Máxima
2	397,862	230,334	167,528	565,389
3	439,705	202,985	236,720	676,425
4	485,949	188,559	297,390	783,339
5	537,057	180,000	357,057	894,114

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2B. Cantidades coco jimado seco

Año	C. Esperada	C. Mínima	Incremento	C. Máxima
2	795,723	460,668	335,055	1,130,778
3	879,410	405,970	473,440	1,352,850
4	971,898	377,118	594,780	1,566,679
5	1,074,114	360,000	714,114	1,788,228

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2C. Cantidades pulpa fresca

Año	C. Esperada	C. Mínima	Incremento	C. Máxima
2	207,220	119,966	87,254	294,473
3	229,013	105,721	123,292	352,305
4	253,099	98,208	154,891	407,989
5	279,717	93,750	185,967	465,684

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2D. Cantidades sustrato

Año	C. Esperada	C. Mínima	Incremento	C. Máxima
2	414,439	239,931	174,508	588,947
3	458,026	211,443	246,583	704,609
4	506,197	196,416	309,781	815,979
5	559,434	187,500	371,934	931,369

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2E. Cantidades coco rallado

Año	C. Esperada	C. Mínima	Incremento	C. Máxima
2	82,888	47,986	34,902	117,789
3	91,605	42,289	49,317	140,922
4	101,239	39,283	61,956	163,196
5	111,887	37,500	74,387	186,274

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2F. Cantidades agua embotellada

Año	C. Esperada	C. Mínima	Incremento	C. Máxima
2	276,293	159,954	116,339	392,631
3	305,351	140,962	164,389	469,740
4	337,465	130,944	206,521	543,986
5	372,956	125,000	247,956	620,912

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2G. Cantidades madera

Año	C. Esperada	C. Mínima	Incremento	C. Máxima
2	32,783	18,979	13,804	46,587
3	36,231	16,725	19,505	55,736
4	40,041	15,537	24,504	64,545
5	44,252	14,832	29,421	73,673

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2H. Cantidades crema de coco

Año	C. Esperada	C. Mínima	Incremento	C. Máxima
2	124,332	71,979	52,352	176,684
3	137,408	63,433	73,975	211,383
4	151,859	58,925	92,934	244,794
5	167,830	56,250	111,580	279,411

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2I. Cantidades carbón activado

Año	C. Esperada	C. Mínima	Incremento	C. Máxima
2	110,517	63,982	46,535	157,053
3	122,140	56,385	65,756	187,896
4	134,986	52,377	82,608	217,594
5	149,182	50,000	99,182	248,365

Fuente: Elaboración propia

ANEXO 3. CORRIDA FINANCIERA UTILIZADA PARA ESTIMAR LA VOLATILIDAD DE LA ETAPA 1

Año base	2012	Suma de los beneficios netos a VP			37.448.838,61	
Año de inicio	2012	Suma de las inversiones a VP			28.013.698,13	
Tasa de descuento ajustada	6,70%	VAN			9.435.140,47	
Tasa tributaria efectiva	34,00%	TIR			16,64%	
		Retorno de la inversión			33,68%	
		Índice de rentabilidad			1,34	
	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Precio promedio por unidad: Coco jímado fresco		7,30	6,61	5,98	5,41	4,89
Precio promedio por unidad: Coco jímado seco		4,20	3,80	3,44	3,11	2,82
Precio promedio por unidad: Pulpa fresca		8,80	7,96	7,20	6,52	5,90
Precio promedio por unidad: Sustrato		1,50	1,36	1,23	1,11	1,01
Cantidad de ventas de coco jímado fresco		360.000,00	397.861,53	439.704,99	485.949,17	537.949,17
Cantidad de ventas de coco jímado seco		720.000,00	795.723,06	879.409,99	971.898,34	1.074.113,78
Cantidad de ventas de pulpa fresca		187.500,00	207.219,55	229.013,02	253.098,53	279.717,13
Cantidad de ventas de sustrato		375.000,00	414.439,09	458.026,03	506.197,05	559.434,26
Total de ingresos		94.374.000,00	94.400.605,46	94.402.463,60	94.364.039,86	94.499.183,65
Costo fijo directo de los bienes vendidos		6.758.623,44	6.758.623,44	6.758.623,44	6.758.623,44	6.758.623,44
Costo variable directo de los bienes vendidos		58.959.138,53	58.959.138,53	58.959.138,53	58.959.138,53	58.959.138,53
Utilidad bruta		28.656.238,03	28.682.843,49	28.684.701,63	28.646.277,89	28.781.421,68
Gastos de operación		14.778.431,54	14.778.431,54	14.778.431,54	14.778.431,54	14.778.431,54
Utilidad de operación (EBITDA)		13.877.806,49	13.904.411,95	13.906.270,09	13.867.846,35	14.002.990,14
Depreciaciones y amortizaciones		2.053.495,88	2.053.495,88	2.053.495,88	2.053.495,88	2.053.495,88
Utilidad antes de intereses e impuestos		11.824.310,61	11.850.916,07	11.852.774,21	11.814.350,47	11.949.494,26
Impuestos		4.020.265,61	4.029.311,46	4.029.943,23	4.016.879,16	4.062.828,05
Utilidad neta		7.804.045,00	7.821.604,61	7.822.830,98	7.797.471,31	7.886.666,21
Depreciaciones y amortizaciones		2.053.495,88	2.053.495,88	2.053.495,88	2.053.495,88	2.053.495,88
Flujo de caja libre		9.857.540,88	9.875.100,49	9.876.326,86	9.850.967,19	9.940.162,09
Utilidad neta sin el proyecto		2.457.350,00	2.457.350,00	2.457.350,00	2.457.350,00	2.457.350,00
Incremento del capital de trabajo	6.708.016,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Recuperación del capital de trabajo	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	6.708.016,13
Inversión activos fijo y diferido	21.305.682,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Reinversión	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Recuperación del valor residual	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9.020.832,49
Flujo de caja libre neto	-28.013.698,13	7.400.190,88	7.417.750,49	7.418.976,86	7.393.617,19	23.211.660,70
Flujo de caja libre neto descontando inflación	-28.013.698,13	7.184.651,34	6.916.527,96	6.674.066,31	6.455.575,74	19.590.870,72
Análisis financiero						
Flujo de liquidez a valor presente		6.733.506,41	6.075.182,07	5.494.108,84	4.980.549,99	14.165.491,29
Valor presente del desembolso en inversiones	-28.013.698,13					
Análisis de riesgo						
VP en caso base en tiempo 0		7.400.190,88	6.951.968,59	6.516.511,67	6.086.445,01	17.908.059,80
VP del flujo de efectivo en el tiempo 1			7.417.750,49	6.953.117,96	6.494.236,82	19.107.899,81
Variable intermedia X	-0,12					

ANEXO 4. CORRIDA FINANCIERA UTILIZADA PARA ESTIMAR LA VOLATILIDAD DE LA ETAPA 2

Año base	2012	Suma de los beneficios netos a VP			16.922.765,43	
Año de inicio	2012	Suma de las inversiones a VP			12.178.685,90	
Tasa de descuento ajustada	6,70%	VAN			4.744.079,53	
Tasa tributaria efectiva	34,00%	TIR			18,31%	
		Retorno de la inversión			38,95%	
		Índice de rentabilidad			1,39	
	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Precio promedio por unidad: Coco rallado		18,50	16,74	15,15	13,71	12,40
Precio promedio por unidad: Agua de coco		9,30	8,41	7,61	6,89	6,23
Precio promedio por unidad: Madera		5,00	4,52	4,09	3,70	3,35
Cantidad de ventas de coco rallado		75.000,00	82.887,82	91.605,21	101.239,41	111.886,85
Cantidad de ventas de agua de coco		250.000,00	276.292,73	305.350,69	337.464,70	372.956,17
Cantidad de ventas de madera		29.663,00	32.782,73	36.230,52	40.040,92	44.252,06
Total de ingresos		44.934.780,00	44.917.929,75	44.922.414,86	44.940.226,91	44.915.789,20
Costo fijo directo de los bienes vendidos		6.170.553,66	6.170.553,66	6.170.553,66	6.170.553,66	6.170.553,66
Costo variable directo de los bienes vendidos		29.722.401,59	29.722.401,59	29.722.401,59	29.722.401,59	29.722.401,59
Utilidad bruta		9.041.824,75	9.024.974,50	9.029.459,61	9.047.271,66	9.022.833,95
Gastos de operación		3.255.826,65	3.255.826,65	3.255.826,65	3.255.826,65	3.255.826,65
Utilidad de operación (EBITDA)		5.785.998,10	5.769.147,85	5.773.632,96	5.791.445,01	5.767.007,30
Depreciaciones y amortizaciones		1.320.223,01	1.320.223,01	1.320.223,01	1.320.223,01	1.320.223,01
Utilidad antes de intereses e impuestos		4.465.775,09	4.448.924,84	4.453.409,95	4.471.222,00	4.446.784,29
Impuestos		1.518.363,53	1.512.634,45	1.514.159,38	1.520.215,48	1.511.906,66
Utilidad neta		2.947.411,56	2.936.290,40	2.939.250,57	2.951.006,52	2.934.877,63
Depreciaciones y amortizaciones		1.320.223,01	1.320.223,01	1.320.223,01	1.320.223,01	1.320.223,01
Flujo de caja libre		4.267.634,57	4.256.513,41	4.259.473,58	4.271.229,53	4.255.100,64
Utilidad neta sin el proyecto		793.333,33	793.333,33	793.333,33	793.333,33	793.333,33
Incremento del capital de trabajo	3.262.398,49	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Recuperación del capital de trabajo	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3.262.398,49
Inversión activos fijo y diferido	8.916.287,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Reinversión	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Recuperación del valor residual	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3.132.781,77
Flujo de caja libre neto	-12.178.685,90	3.474.301,24	3.463.180,07	3.466.140,24	3.477.896,19	9.856.947,57
Flujo de caja libre neto descontando inflación	-12.178.685,90	3.373.108,00	3.229.170,60	3.118.118,61	3.036.649,28	8.319.361,03
Análisis financiero						
Flujo de liquidez a valor presente		3.161.300,84	2.836.365,22	2.566.843,40	2.342.809,40	6.015.446,58
Valor presente del desembolso en inversiones	-12.178.685,90					
Análisis de riesgo						
VP en caso base en tiempo 0		3.474.301,24	3.245.717,03	3.044.509,21	2.863.013,24	7.604.746,97
VP del flujo de efectivo en el tiempo 1			3.463.180,07	3.248.491,32	3.054.835,13	8.114.265,02
Variable intermedia X	-0,12					

ANEXO 5. CORRIDA FINANCIERA UTILIZADA PARA ESTIMAR LA VOLATILIDAD DE LA ETAPA 3

Año base	2012	Suma de los beneficios netos a VP			23.127.795,13	
Año de inicio	2012	Suma de las inversiones a VP			17.012.284,91	
Tasa de descuento ajustada	6,70%	VAN			6.115.510,22	
Tasa tributaria efectiva	34,00%	TIR			17,26%	
		Retorno de la inversión			35,95%	
		Índice de rentabilidad			1,36	
	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Precio promedio por unidad: Crema de coco		18,00	16,29	14,74	13,33	12,07
Precio promedio por unidad: Carbón activado		15,30	13,84	12,53	11,33	10,26
Cantidad de ventas de crema de coco		112.500,00	124.331,73	137.407,81	151.859,12	167.830,28
Cantidad de ventas de carbón activado		100.000,00	110.517,09	122.140,28	134.985,88	149.182,47
Total de ingresos		41.445.000,00	41.443.826,56	41.454.471,26	41.429.495,84	41.460.456,57
Costo fijo directo de los bienes vendidos		3.444.866,16	3.444.866,16	3.444.866,16	3.444.866,16	3.444.866,16
Costo variable directo de los bienes vendidos		29.081.493,68	29.081.493,68	29.081.493,68	29.081.493,68	29.081.493,68
Utilidad bruta		8.918.640,16	8.917.466,72	8.928.111,42	8.903.136,00	8.934.096,73
Gastos de operación		2.299.912,17	2.299.912,17	2.299.912,17	2.299.912,17	2.299.912,17
Utilidad de operación (EBITDA)		6.618.727,99	6.617.554,55	6.628.199,25	6.603.223,83	6.634.184,56
Depreciaciones y amortizaciones		1.604.819,21	1.604.819,21	1.604.819,21	1.604.819,21	1.604.819,21
Utilidad antes de intereses e impuestos		5.013.908,78	5.012.735,34	5.023.380,04	4.998.404,62	5.029.365,35
Impuestos		1.704.728,98	1.704.330,01	1.707.949,21	1.699.457,57	1.709.984,22
Utilidad neta		3.309.179,79	3.308.405,32	3.315.430,83	3.298.947,05	3.319.381,13
Depreciaciones y amortizaciones		1.604.819,21	1.604.819,21	1.604.819,21	1.604.819,21	1.604.819,21
Flujo de caja libre		4.913.999,01	4.913.224,53	4.920.250,04	4.903.766,26	4.924.200,34
Utilidad neta sin el proyecto		342.720,00	342.720,00	342.720,00	342.720,00	342.720,00
Incremento del capital de trabajo	2.902.189,33	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Recuperación del capital de trabajo	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2.902.189,33
Inversión activos fijo y diferido	14.110.095,58	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Reinversión	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Recuperación del valor residual	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	6.875.012,88
Flujo de caja libre neto	-17.012.284,91	4.571.279,01	4.570.504,53	4.577.530,04	4.561.046,26	14.358.682,56
Flujo de caja libre neto descontando inflación	-17.012.284,91	4.438.134,96	4.261.672,39	4.117.918,09	3.982.378,15	12.118.869,79
Análisis financiero						
Flujo de liquidez a valor presente		4.159.451,69	3.743.270,59	3.389.880,94	3.072.449,97	8.762.741,94
Valor presente del desembolso en inversiones	-17.012.284,91					
Análisis de riesgo						
VP en caso base en tiempo 0		4.571.279,01	4.283.509,40	4.020.706,43	3.754.665,21	11.077.886,64
VP del flujo de efectivo en el tiempo 1			4.570.504,53	4.290.093,76	4.006.227,78	11.820.105,04
Variable intermedia X	-0.12					

ANEXO 6. CORRIDA FINANCIERA UTILIZADA PARA ESTIMAR LA VOLATILIDAD DEL PROYECTO GLOBAL

Año base	2012	Suma de los beneficios netos a VP			77.583.661,71	
Año de inicio	2012	Suma de las inversiones a VP			57.204.668,95	
Tasa de descuento ajustada	6,70%	VAN			20.378.992,76	
Tasa tributaria efectiva	34,00%	TIR			17,22%	
		Retorno de la inversión			35,62%	
		Índice de rentabilidad			1,36	
	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Precio promedio por unidad: Coco jimado fresco		7,30	6,61	5,98	5,41	4,89
Precio promedio por unidad: Coco jimado seco		4,20	3,80	3,44	3,11	2,82
Precio promedio por unidad: Pulpa fresca		8,80	7,96	7,20	6,52	5,90
Precio promedio por unidad: Sustrato		1,50	1,36	1,23	1,11	1,01
Precio promedio por unidad: Coco rallado		18,50	16,74	15,15	13,71	12,40
Precio promedio por unidad: Agua de coco		9,30	8,41	7,61	6,89	6,23
Precio promedio por unidad: Madera		5,00	4,52	4,09	3,70	3,35
Precio promedio por unidad: Crema de coco		18,00	16,29	14,74	13,33	12,07
Precio promedio por unidad: Carbón activado		15,30	13,84	12,53	11,33	10,26
Cantidad de ventas de coco jimado fresco		360.000,00	397.861,53	439.704,99	485.949,17	537.949,17
Cantidad de ventas de coco jimado seco		720.000,00	795.723,06	879.409,99	971.898,34	1.074.113,78
Cantidad de ventas de pulpa fresca		187.500,00	207.219,55	229.013,02	253.098,53	279.717,13
Cantidad de ventas de sustrato		375.000,00	414.439,09	458.026,03	506.197,05	559.434,26
Cantidad de ventas de coco rallado		75.000,00	82.887,82	91.605,21	101.239,41	111.886,85
Cantidad de ventas de agua de coco		250.000,00	276.292,73	305.350,69	337.464,70	372.956,17
Cantidad de ventas de madera		29.663,00	32.782,73	36.230,52	40.040,92	44.252,06
Cantidad de ventas de crema de coco		112.500,00	124.331,73	137.407,81	151.859,12	167.830,28
Cantidad de ventas de carbón activado		100.000,00	110.517,09	122.140,28	134.985,88	149.182,47
Total de ingresos		180.753.780,00	180.762.361,77	180.779.349,72	180.733.762,60	180.875.429,42
Costo fijo directo de los bienes vendidos		16.374.043,26	16.374.043,26	16.374.043,26	16.374.043,26	16.374.043,26
Costo variable directo de los bienes vendidos		117.763.033,36	117.763.033,36	117.763.033,36	117.763.033,36	117.763.033,36
Utilidad bruta		46.616.703,38	46.625.285,15	46.642.273,10	46.596.685,98	46.738.352,80
Gastos de operación		20.334.170,36	20.334.170,36	20.334.170,36	20.334.170,36	20.334.170,36
Utilidad de operación (EBITDA)		26.282.533,02	26.291.114,80	26.308.102,75	26.262.515,63	26.404.182,44
Depreciaciones y amortizaciones		5.044.566,22	5.044.566,22	5.044.566,22	5.044.566,22	5.044.566,22
Utilidad antes de intereses e impuestos		21.237.966,80	21.246.548,58	21.263.536,53	21.217.949,41	21.359.616,22
Impuestos		7.220.908,71	7.223.826,52	7.229.602,42	7.214.102,80	7.262.269,52
Utilidad neta		14.017.058,09	14.022.722,06	14.033.934,11	14.003.846,61	14.097.346,71
Depreciaciones y amortizaciones		5.044.566,22	5.044.566,22	5.044.566,22	5.044.566,22	5.044.566,22
Flujo de caja libre		19.061.624,31	19.067.288,28	19.078.500,33	19.048.412,83	19.141.912,93
Utilidad neta sin el proyecto		3.593.403,33	3.593.403,33	3.593.403,33	3.593.403,33	3.593.403,33
Incremento del capital de trabajo	12.872.603,95	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Recuperación del capital de trabajo	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12.872.603,95
Inversión activos fijo y diferido	44.332.065,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Reinversión	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Recuperación del valor residual	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	19.028.627,14
Flujo de caja libre neto	-57.204.668,95	15.468.220,98	15.473.884,95	15.485.096,99	15.455.009,50	47.449.740,68
Flujo de caja libre neto descontando inflación	-57.204.668,95	15.017.690,27	14.428.303,86	13.930.298,76	13.494.204,77	40.048.049,43
Análisis financiero						
Flujo de liquidez a valor presente		14.074.686,29	12.673.204,45	11.467.458,38	10.410.932,21	28.957.380,39
Valor presente del desembolso en inversiones	-57.204.668,95					
Análisis de riesgo						
VP en caso base en tiempo 0		15.468.220,98	14.502.235,19	13.601.446,30	12.722.604,24	36.608.013,73
VP del flujo de efectivo en el tiempo 1			15.473.884,95	14.512.743,20	13.575.018,73	39.060.750,65
Variable intermedia X	-0,12					