



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA, INVESTIGACIÓN
Y SERVICIO EN ZOOTECNIA

POSGRADO EN PRODUCCIÓN ANIMAL

CARACTERIZACIÓN DE CURVAS DE LACTANCIA PARA PRODUCCIÓN Y COMPONENTES DE LECHE EN BOVINOS JERSEY

TESIS

Que como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INNOVACIÓN GANADERA

Presenta:

OTHMARA YATCIRY RAMÍREZ CANO

Bajo la supervisión de: Ph. D. José Guadalupe García Muñiz
y Ph. D. Rodolfo Ramírez Valverde



DIRECCIÓN GENERAL ACADÉMICA
DEPTO. DE SERVICIOS SOCIALES
"FORMANDO EL FUTURO PROFESIONAL"



Junio de 2017

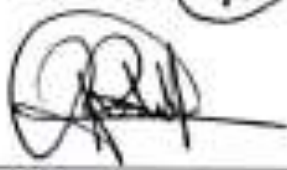
Chapingo, Estado de México

**CARACTERIZACIÓN DE CURVAS DE LACTANCIA PARA PRODUCCIÓN Y
COMPONENTES DE LECHE EN BOVINOS JERSEY**

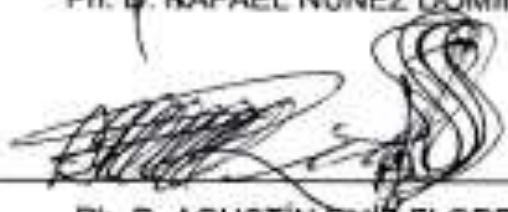
Tesis realizada por **OTHMARA YATCIRY RAMÍREZ CANO** bajo la supervisión
del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito
parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INNOVACIÓN GANADERA

DIRECTOR: 
Ph. D. JOSÉ GUADALUPE GARCÍA MUÑIZ

CO-DIRECTOR: 
Ph. D. ROBERTO RAMÍREZ VALVERDE

ASESOR: 
Ph. D. RAFAEL NÚÑEZ DOMÍNGUEZ

ASESOR: 
Ph. D. AGUSTÍN RUIZ FLORES

CONTENIDO

1	Introducción general	1
2	Revisión de literatura.....	3
2.1	Producción de leche en México	3
2.2	Raza Jersey.....	4
2.3	Factores que influyen la producción y composición de la leche	4
2.3.1	Extrínsecos	5
	Época de parto.....	5
	Año de parto.....	5
	Nutrición y alimentación	5
2.3.2	Intrínsecos.....	5
	Factores no genéticos	5
	Edad y número de partos	5
	Estado de la Lactancia	6
	Factores genéticos	6
	Variación genética entre grupos o razas	6
	Polimorfismos	6
2.4	Estimación de la curva de lactancia	7
2.5	Modelos matemáticos para la caracterización de curvas de lactancia .	8
2.6	Polinomios de Legendre	11
2.7	Persistencia.....	13
2.8	Implicaciones.....	14
2.9	Literatura citada.....	14

3	CARACTERIZACIÓN DE CURVAS DE LACTANCIA PARA PRODUCCIÓN Y COMPONENTES DE LECHE EN BOVINOS JERSEY	21
3.1	Resumen	21
3.2	Abstract	22
3.3	Introducción	23
3.4	Materiales y métodos.....	24
3.4.1	Descripción del sistema de producción	24
3.4.2	Muestreo de producción y componentes de la leche	25
3.4.3	Análisis estadístico.....	25
3.5	Resultados y discusión.....	29
3.5.1	Determinación del mejor modelo para describir las curvas de lactancia	29
3.5.2	Caracterización de variables de producción y composición de la leche	30
3.5.3	Efectos fijos importantes en la determinación de la producción y composición de la leche	31
3.5.4	Caracterización de variables relacionadas con las curvas de producción y componentes de la leche	38
3.6	Conclusiones	41
3.7	Agradecimientos.....	42
3.8	Literatura citada.....	42

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1. Representación matemática de los modelos más utilizados para describir curvas de lactancia.....	10
Cuadro 2. Estadísticos descriptivos para producción diaria de leche y sus componentes de vacas Jersey en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.	31
Cuadro 3. Nivel de significancia para los efectos fijos incluidos en los modelos de mejor ajuste de las regresiones aleatorias para describir las curvas de producción de leche, y porcentajes de grasa, proteína, lactosa, caseína y sólidos totales de vacas Jersey en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.	32
Cuadro 4. Estadísticos descriptivos para producción de leche por número de lactancia (kg/vaca) de vacas Jersey en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.	32
Cuadro 5. Estadísticos descriptivos para días al pico de máxima producción de leche (DP), producción de leche al pico de lactancia (PP) y persistencia (PE) de vacas Jersey manejadas en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.	38
Cuadro 6. Estadísticos descriptivos para los días al pico de máxima producción de leche, la producción de leche al pico de lactancia y la persistencia de vacas Jersey de 1 a 8 lactancias manejadas en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.	40
Cuadro 7. Estadísticos descriptivos para los días al pico de máxima producción de leche, producción de leche al pico de lactancia y persistencia de vacas Jersey con partos por estaciones del año y manejadas en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.	41

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo de gráficas producidas con los polinomios de Legendre de grado cero a cinco.	13
Figura 2. Curvas de lactancia promedio para vacas Jersey de primera a octava lactancia, ajustadas con un polinomio de Legendre grado 9.	33
Figura 3. Curvas de lactancia promedio para vacas Jersey de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con un polinomio de Legendre grado 9.	34
Figura 4. Curvas promedio para porcentaje de sólidos totales en leche de vacas Jersey de primera a octava lactancia, ajustadas con un polinomio de Legendre grado 1.....	35
Figura 5. Curvas promedio para porcentaje de sólidos totales en leche de vacas Jersey de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con un polinomio de Legendre grado 1.....	36
Figura 6. Curvas promedio para porcentaje de lactosa en leche de vacas Jersey en pastoreo, de primera a octava lactancia, ajustadas con polinomios de Legendre grado 2.....	37
Figura 7. Curvas promedio para porcentaje de lactosa en leche de vacas Jersey en pastoreo, de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con polinomios de Legendre grado 2.....	37

LISTA DE APÉNDICES

Apéndice 1. Indicadores de bondad de ajuste para polinomios de Legendre de diferente orden, ajustados a registros de producción y componentes de leche para describir la curva de lactancia de vacas Jersey en pastoreo.....	45
Apéndice 2. Soluciones de los efectos fijos de los modelos de regresión aleatoria ajustados para describir las curvas de producción de leche, grasa, proteína, lactosa, caseína y sólidos totales (ST) de vacas Jersey en pastoreo.	46
Apéndice 3. Correspondencia entre las producciones observadas y predichas residuales para producción de leche durante la lactancia y las producciones predichas del mejor modelo.....	47
Apéndice 4. Residuales de producción de leche a 305 días.....	47
Apéndice 5. Producción de leche observada (círculos grises) y predicha (líneas negras continuas) por vaca y lactancia al ajustar un polinomio de Legendre de grado 9 a la producción diaria de leche de vacas Jersey en Pastoreo.	48
Apéndice 6. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de sólidos totales por vaca por lactancia en leche de vacas Jersey en pastoreo después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.	48
Apéndice 7. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de grasa por vaca por lactancia en leche de vacas Jersey en pastoreo después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.	49
Apéndice 8. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de proteína por vaca por lactancia, en leche de vacas Jersey en pastoreo, después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.	49
Apéndice 9. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de lactosa por vaca por lactancia, en leche de vacas Jersey en pastoreo, después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.	50

Apéndice 10. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de caseína por vaca por lactancia, en leche de vacas Jersey en pastoreo, después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.	50
Apéndice 11. Curvas promedio para porcentaje de grasa en leche de vacas Jersey en pastoreo, de primera a octava lactancia, ajustadas con un polinomio de Legendre de grado 1.....	51
Apéndice 12. Curvas promedio para porcentaje de grasa en leche de vacas Jersey en pastoreo, de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con un polinomio de Legendre de grado 1.	51
Apéndice 13. Curvas promedio para porcentaje de proteína en leche de vacas Jersey en pastoreo, de primera a octava lactancia, ajustadas con polinomios de Legendre de grado 1.....	52
Apéndice 14. Curvas promedio para porcentaje de proteína en leche de vacas Jersey en pastoreo, de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con polinomios de Legendre de grado 1.....	52
Apéndice 15. Curvas promedio para porcentaje de caseína en leche de vacas Jersey en pastoreo, de primera a octava lactancia, ajustadas con los polinomios de Legendre de grado 1.....	53
Apéndice 16. Curvas promedio para porcentaje de caseína en leche de vacas Jersey en pastoreo, de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con los polinomios de Legendre de grado 1.....	53

DEDICATORIAS

A Dios, por haberme acompañado a lo largo de esta gran empresa que significó la Maestría.

A mi padre, Carlos por su incondicional apoyo y tan sabios consejos en los momentos que más lo he necesitado.

A mi hermana Gemali, por ser mi amiga y confidente, además de la gran ayuda que me brindó durante el desarrollo de esta investigación.

A mi madre, por haberme dado la vida y el apoyo durante la infancia.

A mi hermano Juan Carlos, por el apoyo brindado.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Autónoma Chapingo, por la oportunidad de hacer los estudios de Maestría.

Al Posgrado en Producción Animal por darme el privilegio de seguir formándome académicamente y personalmente.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el financiamiento otorgado durante mis estudios de nivel Maestría.

A la Asociación Mexicana de Criadores de Ganado Jersey de Registro A.C. por el financiamiento otorgado para la realización de esta investigación.

Al Dr. José Guadalupe García Muñiz por brindarme apoyo cuando más lo necesitaba, la paciencia, dirección, supervisión y enseñanza en todo momento.

Al Dr. Rodolfo Ramírez Valverde, por sus excelentes consejos y observaciones durante la investigación y en la realización del presente documento; así como por su amistad.

Al Dr. Agustín Ruíz Flores por el apoyo brindado y la buena disposición que mostró en todo momento.

Al Dr. Rafael Núñez Domínguez por el apoyo y la buena disposición que mostró durante mi estancia en la maestría.

Al cuerpo de académicos e investigadores que forman parte del PPA por la experiencia transmitida para formarnos como profesionistas de alta calidad y enfrentar la realidad del sector agropecuario.

A Santiago Velázquez, por compartir sus conocimientos incondicionalmente, y la valiosa amistad que me brindó.

A Citlalli, Sonia, Fernanda, Camilo, Gustavo, Javier, Gabriela, Rogelio, Luis Daniel por la gran amistad que me brindaron, así como el apoyo tan importante que recibí de ellos en diversas ocasiones a lo largo de la Maestría.

A todos los que directa o indirectamente colaboraron para que esta investigación llegara a buen término.

DATOS BIOGRÁFICOS

Datos personales

Nombre: Othmara Yalciry Ramírez Cano

Fecha de nacimiento: 28 de diciembre de 1990

Lugar de nacimiento: México, Distrito Federal

CURP: RACO901228MDFMNT08

Profesión: Ingeniero Agrónomo Especialista en Zootecnia

Cédula profesional: 8065789



Desarrollo académico

2015-2017	Maestro en Ciencias en Innovación Ganadera. Posgrado en Producción Animal Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México.
2008-2012	Ingeniero Agrónomo Especialista en Zootecnia. Departamento de Zootecnia. Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, México.
2005-2008	Preparatoria Agrícola. Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, México.

1 INTRODUCCIÓN GENERAL

En el mejoramiento genético de la producción y composición de leche, tanto factores genéticos como ambientales desempeñan un papel muy importante, por lo que deben ser identificados y comprendidos (Salvador & Martínez, 2007).

La producción de leche, grasa y proteína se han modelado en vacas Holstein (Abdollahpour, Moradi, Nejati-Javaremi & Vaez, 2010; Cañas, Cerón-Muñoz & Corrales, 2011), así como la producción de leche y el porcentaje de grasa en búfalas (Méndez & Fraga, 2012). En vacas Jersey son pocos los reportes de modelación de curvas de lactancia (Cankaya, Unalan & Soydan, 2011; Capper & Cady, 2011; Czerniewicz, Kietczewska & Kruk, 2006). En México no se encontraron informes de modelación de curvas de lactancia para bovinos Jersey.

Los modelos más utilizados para modelar curvas de lactancia han sido los no lineales, como la función gamma incompleta descrita por Wood (1967), y el modelo de Brody descrito por Brody, Ragsdale y Turner (1923). Sin embargo, estos modelos ajustan curvas de lactancia cuando la cantidad de mediciones para producción de leche durante la lactancia son escasas.

Silvestre, Martins, Santos, Ginja y Colaço (2009) determinaron que la forma de la curva para los porcentajes de grasa y proteína sigue una relación inversa a la curva de producción de leche. Durante los primeros días de la lactancia, los componentes sólidos en la leche son altos, pero caen en una proporción similar al incremento en la producción de leche. En el último tercio de la lactación, el contenido de sólidos vuelve a incrementarse.

En el Capítulo 2 de esta tesis se presenta una revisión de literatura donde se presentan y discuten algunos de los principales factores que afectan la forma de las curvas de lactancia de bovinos lecheros, así como los principales modelos estadísticos usados y comparados para la descripción de dichas curvas bajo diferentes condiciones ambientales y genotipos utilizados.

En el Capítulo 3 se presenta un estudio realizado con el propósito de caracterizar curvas de lactancia para producción de leche, porcentajes de grasa, proteína, lactosa, caseína y sólidos totales de bovinos Jersey en pastoreo, utilizando polinomios de Legendre y modelos de regresión aleatoria.

2 REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 PRODUCCIÓN DE LECHE EN MÉXICO

En México, la producción de leche bovina es una de las actividades pecuarias más importantes, ya que se realiza en la mayor parte del territorio nacional, con 790 mil unidades de producción, siendo la segunda actividad dentro del sector pecuario (SAGARPA, 2009). Adicionalmente, este autor señala que en México 50.6% de la producción total de leche se genera en sistemas especializados, 21.3% en semiespecializados, 18.3% por el ganado de doble propósito, y el sistema familiar produce 9.8%.

La ganadería bovina lechera en México dispone de una población de 10,965,632 cabezas de bovinos, Jalisco tiene la mayor población (2,078,203), seguido por Coahuila (1,327,471), Durango (1,017,020) y Chihuahua (980,757) (SIAP-SAGARPA, 2013). Las razas especializadas para producción de leche son Holstein Friesian, Jersey, Suizo y Guernsey, entre otras. La población Jersey nacional es 4,389,400 animales (AMCGJR, 2015). La raza Jersey es clasificada como alta productora de leche, grasa y proteína, la leche que produce es de alto valor nutritivo para la alimentación humana.

La producción de leche en México no cubre la demanda nacional por lo que se realizan importaciones de productos lácteos, divididos en dos grandes componentes: leche en polvo (como materia prima complementaria) y algunos derivados lácteos (como complemento del abasto para consumo final) como leche evaporada, condensada y quesos. En total, en 2011 se importaron 552,272 toneladas de leche en polvo (Secretaría de Economía, 2012).

Para que el mejoramiento genético contribuya a abastecer la demanda nacional de leche se debe recurrir a métodos de selección precisos y confiables del pie de cría, que consideren el rendimiento potencial lechero y la composición de la leche.

2.2 RAZA JERSEY

La raza Jersey es la más difundida de las razas bovinas lecheras inglesas. Es originaria de la pequeña isla de Jersey, en el Canal de la Mancha; se desarrolló a partir de 1700 para adaptarse a las necesidades de los habitantes de la isla y a las posibilidades forrajeras de un medio limitado (Asociación Argentina de Criadores de Jersey, 2007).

La raza Jersey tiene capacidad de adaptación a las diferentes regiones de México, en especial se considera una de las razas lecheras europeas más tolerante al calor. Según Gorgulu (2011), en cuanto a su productividad, es la más eficiente de las razas bovinas lecheras en la conversión de alimento a sólidos totales de leche, con 7,500 kg de leche por lactancia promedio en edad adulta, con 5% de grasa butírica y 3.8% de proteína. Además, la vaca Jersey posee la mayor vida productiva de todas las razas bovinas lecheras, por lo que genera utilidades durante más tiempo, lo que conlleva a mayores ingresos por vaca.

En México la Asociación Mexicana de Criadores de Ganado Jersey de Registro A. C., se fundó oficialmente en diciembre de 1993 y se adhirió en mayo de 1994 a la Confederación Nacional de Organizaciones Ganaderas. La raza Jersey se encuentra distribuida en todo México, generalmente en núcleos reducidos. El ganado de registro se encuentra principalmente distribuido en los estados de México, Aguascalientes, Chiapas, Guanajuato, Hidalgo, Jalisco, Morelos, Querétaro, San Luis Potosí, Sinaloa, Tamaulipas y Veracruz (AMCGJR, 2015).

2.3 FACTORES QUE INFLUYEN LA PRODUCCIÓN Y COMPOSICIÓN DE LA LECHE

El valor nutricional de la leche es un aspecto importante en los sistemas de producción, y está determinado por múltiples factores como la alimentación, el clima, la fase de lactancia y la genética (Calvache & Navas, 2012). La producción y composición de la leche pueden verse afectadas por un gran número de factores que intervienen durante cada uno de los ciclos productivos del animal.

Salvador y Martínez (2007) clasifican los factores como intrínsecos y extrínsecos. Los factores intrínsecos comprenden la variación genética entre grupos o razas y la variación alélica dentro de las mismas razas; y los extrínsecos, la variación ambiental y de manejo de los animales.

2.3.1 Extrínsecos

Época de parto

Baul et al. (2014) registraron que la época de parto afecta directamente la producción de leche, y los porcentajes de grasa y proteína en leche ($p < 0.05$). Boujenane y Hilal (2012) dividieron las épocas de parto en dos, lluvias y secas, reportando diferencias significativas en la producción de leche diaria para la raza Holstein; las vacas que parieron en la época lluviosa produjeron 0.2 litros de leche más que las que parieron en la época seca.

Año de parto

Pérez y Gómez (2005) mencionan que el año de parto tuvo un efecto altamente significativo ($P < 0.01$) en la producción de leche de bovinos Suizo.

Nutrición y alimentación

Gleeson y O'Brien (2012) muestran evidencias de que el contenido nutricional y la frecuencia de alimentación de los bovinos influyen directamente con la producción y la composición de la leche bovina.

2.3.2 Intrínsecos

Factores no genéticos

Edad y número de partos

Pérez y Gómez (2005) mencionan que la edad al parto de vacas Pardo Suizo influye en la producción de leche, obteniendo una gráfica cuadrática, de manera ascendente, alcanzando la producción máxima en vacas de 82 meses de edad, para posteriormente descender. Boujenane y Hilal (2012) reportan que en

Holstein la máxima producción de leche se alcanza en el tercer parto, a una edad de 42 a 72 meses.

Estado de la Lactancia

Mayeres, Stoll, Bormann, Reents y Gengler (2004), y Silvestre et al. (2009) determinaron que la forma de la curva para los porcentajes de grasa y proteína sigue una relación inversa a la curva de producción de leche; durante los primeros días de la lactancia, los componentes sólidos en la leche son altos, pero caen en una proporción similar al incremento en la producción de leche. En el último tercio de la lactación el contenido de sólidos vuelve a incrementar.

Factores genéticos

Variación genética entre grupos o razas

En diversos reportes (Capper & Cady, 2011; Keating, Davoren, Smith, Ross & Cairns, 2007) se han estimado diferencias estadísticamente significativas ($P < 0.05$) en la producción y composición de leche de diferentes razas bovinas. Capper y Cady (2011) estimaron que Holstein presenta las mayores producciones de leche, registrando producciones de 30 L día⁻¹, seguida por Jersey con 20 L. Sin embargo, en cuanto a porcentajes de sólidos totales, la raza Jersey presenta los valores más altos (hasta 18%), comparada con los sólidos totales que se reportan para Holstein.

Polimorfismos

Existen reportes que mencionan la existencia de diferencias en los polimorfismos dentro de raza que influyen en la producción y composición de la leche bovina (Sevane, Crespo, Cañón & Dunner, 2010). Wedholm, Larsen, Lindmark-Mansson, Karlsson y André'n (2006) señalan que en presencia del alelo A1 se aumenta el porcentaje de lactoalbúmina en el suero, mientras que con la los alelos A2 o A3 se incrementa el porcentaje de proteína en suero. En el caso específico del alelo A2 se encontró que poseen propiedades reductoras de colesterol y triglicéridos (Tailford, Berry, Thomas & Campbell, 2003).

Van-Eenennaan y Medrano (1991) y Heck et al. (2009) reportaron que con la selección del genotipo BB del gen β -CN se incrementa la producción de leche.

Por otro lado, Jakob y Puhán (1992) determinaron que el alelo C mejora la firmeza del coágulo de la leche. El genotipo BB de β -Lactoglobulina (β -LG) está asociado con un alto porcentaje de caseínas en la leche, y mayor contenido de grasa y rendimiento quesero (Caroli, Chessa & Erhardt, 2009), mientras que el genotipo AA de β -LG está asociado con una alta producción de leche total (Ng-Kwai-Hang, Moxley & Monardes, 1984).

2.4 ESTIMACIÓN DE LA CURVA DE LACTANCIA

La curva de lactancia es un resumen conciso del patrón de producción de leche, determinado parcialmente por la eficiencia biológica de una vaca. Por otro lado, los modelos estimados a partir de los registros de producción podrían utilizarse para predecir la producción de leche futura de un individuo o de un hato con el propósito de descartar o mantener un pie de cría. La forma de la curva de la lactancia indica a los ganaderos y profesionales, la necesidad de hacer cambios en el manejo alimenticio; por ejemplo, la porción ascendente de la curva indica que la vaca necesita un aumento en el plan nutricional y el declive de la misma indicaría una restricción en el plan nutricional de la misma (Sherchand, McNew, Kellogg & Johnson, 1995).

Las curvas de lactancia del ganado lechero son una importante herramienta en programas de mejoramiento genético, ya que permiten una selección más adecuada de hembras productoras de leche, con el fin de incrementar y mejorar la producción de leche; así como optimizar el manejo nutricional y reproductivo de los animales en lactancia (Fernández, Menéndez, Guerra & Suárez, 2001; Wood, 1969).

Se han propuesto diversos modelos matemáticos para describir la producción de leche a través de la lactancia en animales domésticos. Entre ellos se encuentran los modelos de Papajcsik y Boderó (1988), Wood (1967), Brody et al. (1924), y los polinomios de Legendre descritos por Napolis et al. (2008).

Las extensiones de lactancia son de interés práctico en las valoraciones genéticas, ya que permiten predecir la producción total de leche a partir de registros parciales, para realizar las evaluaciones de toros y seleccionar lo antes posible a las madres de los futuros sementales (Quintero, Serna, Hurtado, Rosero & Cerón-Muñoz, 2007a).

La producción de leche aumenta rápidamente desde el primer día postparto hasta el 70, llegando al pico de producción entre la sexta y octava semana después del parto (Waldner, Stokes, Jordan & Looper, 2005).

Según Quintero et al. (2007a), en sistemas de producción de leche bovina, la curva de lactancia se caracteriza por una fase de ascenso, y un periodo de producción máxima seguido por una fase de descenso continuo en la producción. Estas fases determinantes de la forma de la curva están afectadas por factores genéticos y ambientales. El estudio del recorrido de la lactancia puede hacerse a través de funciones matemáticas que estiman el nivel de producción alcanzado en el tiempo.

La capacidad computacional en granjas lecheras ha mejorado notablemente en años recientes, lo cual ha permitido registrar automáticamente la producción de leche diaria. Los datos de curvas de lactancia pueden generarse y los parámetros de la curva compararse para tomar decisiones de manejo.

Al generar datos de curvas de lactancia se pueden comparar los parámetros de las curvas para tomar decisiones de manejo. La necesidad actual está en encontrar modelos matemáticos que mejoren la explicación de las curvas de lactancia (Sherchand, McNew, Kellogg & Johnson, 1995).

2.5 MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA CARACTERIZACIÓN DE CURVAS DE LACTANCIA

Los modelos más utilizados para estimar curvas de lactancia son: 1) lineales (cuadráticos, cuadrático logarítmicos, polinomiales inversos, polinomios segmentados, lineal hiperbólico, regresión múltiple y modelos polinomiales); y 2)

no lineales (función gamma incompleta propuesta por Wood (1967), la parabólica exponencial, y el modelo de Wilmink) (Wilmink, 1987).

Los modelos no lineales fueron propuestos inicialmente por Wood (1967) y se han usado para describir curvas de lactancia de bovinos, ovinos, cabras, búfalos y camélidos sudamericanos. Por otro lado, los diferentes modelos matemáticos permiten estimar la producción en el pico de la lactancia, definido como el tiempo en el cual se alcanza la máxima producción de leche de una hembra. Los modelos lineales y no lineales más utilizados en la descripción de curvas de lactancia de cabras, bovinos, yeguas y búfalas se presentan en el Cuadro 1.

El modelo de Ali y Schaeffer (1987) ha sido usado para describir las curvas de lactancia, porcentaje de grasa, lactosa y proteína en bovinos Siboney (Hernández & Pastor, 2008) y Simmental (Macciotta, Vicario & Cappio-Borlino, 2005).

El modelo polinomial inverso se ajusta bien para lactancias que comienzan con una baja producción y alcanzan el pico de máxima producción más pronto de lo normal (Quintero et al., 2007a). Rowlands, Lucey y Russell (1982) observaron que la función polinomial inversa ajustaba mejor que la función gamma incompleta cuando se utilizaban datos semanales de producción láctea en Holstein Friesian.

El modelo de Wilmink se utilizó en bovinos Simmental y Cebú x Holstein de baja producción de leche, y mostró un mejor ajuste para vacas en los primeros números de lactancia (Figueiredo et al., 2010; Macciotta et al., 2005).

El modelo de Papajcsik y Bordero (1988) se usó (Ángel, Agudelo, Restrepo, Cañas & Cerón, 2009; Quintero et al., 2007a) para ajustar las curvas de producción de leche en cabras y búfalas, y para producción de leche, grasa y proteína en bovinos Holstein (Cañas et al., 2011). Según Ángel et al. (2009), el modelo que mejor ajustó las curvas de lactancia en cabras fue el de Papajcsik y Bordero (1988) respecto a los otros modelos analizados, ya que presentó menores valores de los criterios de información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC) en hembras de 1, 2 y 3 o más lactancias. En un estudio con búfalas, el

modelo que mejor ajustó la curva de lactancia fue el propuesto por Papajcsik y Bordero (1988), ajustando el 100% de las curvas, sin importar el número o la época de parto (Quintero, Serna, Hurtado, Rosero & Cerón-Muñoz, 2007b).

Cuadro 1. Representación matemática de los modelos más utilizados para describir curvas de lactancia.

Año	Autor	Ecuación	Número de parámetros
1923	Brody et al.	$y_t = ae^{-bt}$	2 (a,b)
1924	Brody et al.	$y_t = ae^{-bt} - ae^{-ct}$	3 (a,b,c)
1950	Sikka	$y_t = ae^{(bt-ct^2)}$	3 (a,b,c)
1966	Nelder	$y_t = \frac{t}{a + bt + ct^2}$	3 (a,b,c)
1967	Wood no lineal	$y_t = at^b e^{-ct}$	3 (a,b,c)
1969	Wood_lineal	$\ln(y_t) = \ln(a) + b \ln(t) - ct$	3 (a,b,c)
1971	Dave	$y_t = a + bt + ct^2$	3 (a,b,c)
1982	Singh y Gopal	$y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$	4 (a,b,c,d)
1984	Jenkins y Ferrell	$y_t = ae^{-bt}$	2 (a,b)
1987	Wilmink	$y_t = a + be^{-ct} + dt$	4 (a,b,c,d)
1987	Ali y Schaeffer	$y_t = a + b \left(\frac{t}{305} \right) + c \left(\frac{t}{305} \right)^2 + d \left[\ln \left(\frac{305}{t} \right) \right] + k \left[\ln \left(\frac{305}{t} \right) \right]^2$	5 (a,b,c,d,k)
1989	Morant y Gnanasakthy	$y_t = e^{\left(a - bt + \frac{ct^2}{2} + \frac{d}{t} \right)}$	4 (a,b,c,d)
1993	Rook et al.	$y_t = a(1 - be^{-ct})e^{-dt}$	4 (a,b,c,d)
1993	Ferguson y Boston	$y_t = ae^{-bt} + ce^{-dt}$	4 (a,b,c,d)
1995	Guo y Swalve	$y_t = a + b\sqrt{t} + c \ln(t)$	3 (a,b,c)
1997	Dijkstra	$y_t = ae^{\left[\frac{b(1-e^{-ct})}{c} - dt \right]}$	4 (a,b,c,d)
2012	Adediran et al.	$y_t = e^{[a(b - \ln t)^2 + c]}$	3 (a,b,c)
2012	Adediran et al.	$\ln(y_t) = a(b - \ln t)^2 + c$	3 (a,b,c)

En un estudio de estimación de curvas de lactancias en la raza Siboney de Cuba, los modelos de regresión múltiple y el cuadrático logarítmico describieron adecuadamente la producción de leche, y estimaron valores para calcular producciones diarias, acumuladas y totales de leche (Fernández et al., 2001).

El modelo de Brody et al. (1924) subestima la producción de leche en la mitad de la lactancia y sobre estima la producción cerca del pico y al final de la lactancia (Sherchard et al., 1995).

El modelo de Wood ha sido ampliamente utilizado para describir la curva de lactancia en ganado bovino lechero. Esto se debe a que se ajusta bien a los datos de producción de leche, predice mejor los datos reales durante la lactancia temprana y tardía, y muestra un mejor ajuste para vacas de todos los números de lactancia, por lo que puede aplicarse a la simulación de la producción de leche en sistemas con vacas de producción media de leche (Figueiredo et al., 2010; Ural & Koskan, 2014).

2.6 POLINOMIOS DE LEGENDRE

Cualquier polinomio de grado n puede ser escrito como una combinación lineal de los polinomios de Legendre de grado 0 hasta n . El polinomio de Legendre de grado n puede escribirse como:

$$P_n(x) = \frac{2n-1}{nx[P_{n-1}(x)]} - \frac{n-1}{n[P_{n-2}(x)]}$$

con n entero y x es la unidad estandarizada de tiempo, que se calcula utilizando la siguiente expresión:

$$x = -1 + 2 \left(\frac{t - t_{min}}{t_{max} - t_{min}} \right)$$

En el caso de la descripción de curvas de lactancia, x son los días en leche estandarizados (rango de -1 a 1), t es el día de lactancia, t_{min} y t_{max} son,

respectivamente, el primero y el último día en que se registró producción de leche o sus componentes.

Estos polinomios fueron llamados así en honor del matemático francés Adrien-Marie Legendre; estas ecuaciones se utilizan frecuentemente en el área de Física. En particular, aparecen cuando se resuelve la ecuación de Laplace (un tipo de ecuación con derivadas parciales) en coordenadas esféricas mediante el método de separación de variables.

La ecuación diferencial de Legendre puede resolverse usando el método de serie de potencias. En general la serie de potencias obtenida converge cuando $|x| < 1$ y en el caso particular de que n sea un entero no negativo (0, 1, 2,...), las soluciones forman una familia de polinomios ortogonales llamados polinomios de Legendre (como ejemplo, en la Figura 1 se muestran las curvas producidas por los polinomios de grado cero hasta cinco). Las siguientes son las expresiones algebraicas de los primeros 10 polinomios de Legendre:

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

$$P_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$$

$$P_5(x) = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$$

$$P_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)$$

$$P_7(x) = \frac{1}{16}(429x^7 - 693x^5 + 315x^3 - 35x)$$

$$P_8(x) = \frac{1}{128}(6435x^8 - 12012x^6 + 6930x^4 - 1260x^2 + 35)$$

$$P_9(x) = \frac{1}{128}(12155x^9 - 25740x^7 + 18018x^5 - 4620x^3 + 315x)$$

$$P_{10}(x) = \frac{1}{256}(46189x^{10} - 109395x^8 + 90090x^6 - 30030x^4 + 3465x^2 - 63)$$

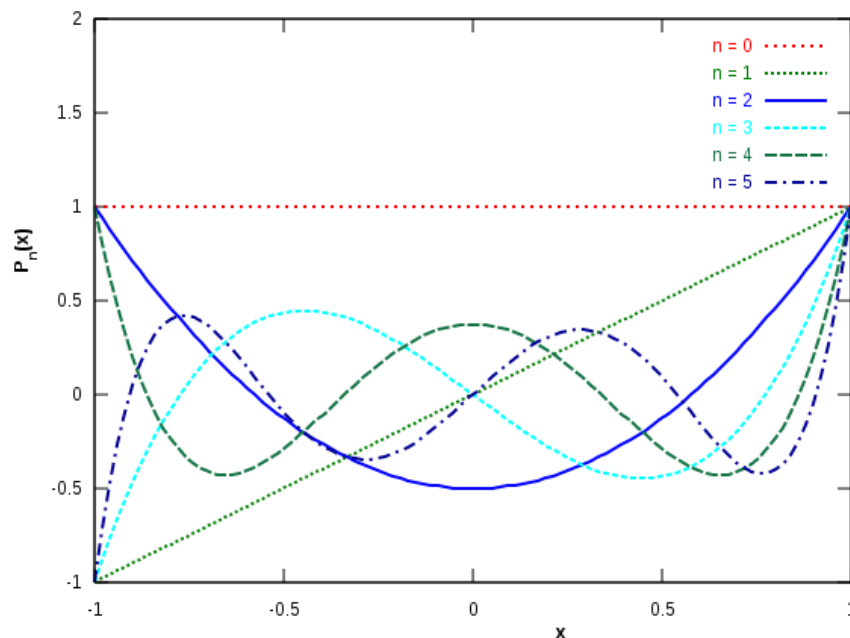


Figura 1. Ejemplo de gráficas producidas con los polinomios de Legendre de grado cero a cinco.

Los polinomios de Legendre se han utilizado para ajustar las curvas de lactancia de grasa y proteína en bovinos Holstein y Simmental (Abdollahpour et al., 2010; Dutto, 2012; Macciotta et al., 2005; Napolis et al., 2008; Rodríguez, Ara, Huamán & Echevarría, 2005). Estos autores mencionan que los polinomios de Legendre muestran un buen ajuste para dichas curvas.

2.7 PERSISTENCIA

Molenaar et al. (2017) describen la persistencia de la lactancia como el grado en que el rendimiento máximo de la lactancia se mantiene durante el resto de ella. La persistencia de la lactancia es un rasgo de importancia económica en el ganado lechero debido a su impacto en fertilidad, salud y costos de alimentación (Dekkers, Ten Hag & Weersink, 1998; Muir, Fatehi & Schaeffer, 2004) por lo que es una característica de importancia cuando se seleccionan animales de cría en ganado lechero.

La Western Canadian Dairy Herd Improvement Services (2017) establece que la manera correcta de predecir la persistencia, para lactancias de 305 días, cuando los picos de las lactancias no coinciden en el mismo día, es la siguiente:

$$Persistencia = \frac{kg_{Pico} - \frac{(kg_{Pico} - kg_{305\ DEL}) * 30}{DEL_{305} - DEL_{Pico}}}{kg_{Pico}} * 100$$

2.8 IMPLICACIONES

Las curvas de lactancia en ganado lechero constituyen una herramienta en programas de mejoramiento genético que permiten seleccionar adecuadamente hembras productoras de leche.

Para obtener buenos resultados en una evaluación genética, es necesario realizar de manera certera la colecta de datos productivos de las características a evaluar.

Existe gran variedad de ecuaciones matemáticas para estimar curvas de lactancia y su persistencia en ganado lechero. Dependiendo del método de estimación de curvas de lactancia por medio de modelos matemáticos, se dará la validez de los resultados obtenidos en extensiones de lactancia. Además, cada modelo permite predecir la producción total de leche a partir de producciones parciales, característica de gran importancia para la evaluación genética en bovinos lecheros.

Los polinomios de Legendre permiten analizar con detalle las curvas de lactancia para producción de leche y componentes cuando se dispone de un número grande de datos.

2.9 LITERATURA CITADA

Abdullahpour, R., Moradi, M., Nejati-Javaremi, A., & Vaez, R. (2010). Genetic analysis of dairy milk, fat percentage and protein percentage of Iranian first lactation Holstein cattle. *World Applied Sciences Journal*, 10 (9), 1042-1046.

- Adediran, S. A., Ratkowsky, D. A., Donaghy, D. J., & Malau-Aduli, A. E. O. (2012). Comparative evaluation of a new lactation curve model for pasture-based Holstein-Friesian dairy cows. *Journal of Dairy Science*, 95, 5344–5356.
- Ali, T. E., & Schaeffer, L. R. (1987). Accounting for covariances among test day milk in dairy cows. *Canadian Journal of Animal Science*, 67, 637-639.
- Ángel M., P. A., Agudelo G., D. A., Restrepo B., L. F., Cañas A., J. J., & Cerón M., M. F. (2009). Curvas de lactancia de cabras mestizas utilizando modelos matemáticos no lineales. *Revista Lasallista de Investigación*, 6 (1), 43-49.
- Asociación Argentina de Criadores de Jersey. (2007). Jersey. Sitio argentino de Producción Animal. Disponible en: http://www.produccionbovina.com/informacion_tecnica/razas_bovinas/73-jersey.pdf. Consultado el 15 de enero de 2017.
- Asociación Mexicana de Criadores de Ganado Jersey de Registro (AMCGJR). (2013). Reporte Anual de Población de Registro. Querétaro, Qro. Noviembre 5, 2013.
- Baul, S., Czyszter, L., Acatincal, S., Gavojdian, D., Erina, S., Marcu, A., Buzamat, G., & Răducan, G. G. (2014). Seasonal Influences on milk yield and composition dynamics during a normal lactation in dairy cows: Milk yield, fat and protein percentage. *Animal Science and Biotechnologies*, 47 (1).
- Brody, S., Ragsdale, A. C., & Turner, C. W. (1923). The rate of decline of milk secretion with the advance of period of lactation. *The Journal of General Physiology*, 5, 441-444.
- Brody, S., Turner, C. W., & Ragsdale, A. C. (1924). The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. *The Journal of General Physiology*, 441 (777), 1922-1923.
- Boujenane, I., & Hilal, B. (2012). Genetic and non genetic effects for lactation curve traits in Holstein-Friesian cows. *Archives Animal Breeding*, 55 (5), 450-457.
- Calvache G., I., & Navas P., A. (2012). Factores que influyen en la composición nutricional de la leche. *Revista Ciencia Animal*, 5, 73-85.
- Cankaya, S., Unalan, A., & Soydan, E. (2011). Selection of a mathematical model to describe the lactation curves of Jersey cattle. *Archives Animal Breeding*, 54(1), 27-35.
- Cañas, J., Cerón-Muñoz, M., & Corrales, J. (2011). Modeling the lactation curves for milk, fat and protein yield of Holstein cattle in Antioquia, Colombia. *Revista MVZ Córdoba*, 16(2), 2514-2520.

- Capper, J. L., & Cady, R. A. (2012). A comparison of the environmental impact of Jersey compared with Holstein milk for cheese production. *Journal of Dairy Science*, 95, 165–176, doi:10.3168/jds.2011-4360.
- Caroli, A. M., Chessa, S., & Erhardt, G. J. (2009). Milk protein polymorphisms in cattle: Effect on animal breeding and human nutrition. *Journal of Dairy Science*, 92, 5335–5352.
- Czerniewicz, M., Kietczewska, K., & Kruk, A. (2006). Comparison of some physicochemical properties of milk from Holstein-Friesian and Jersey cows. *Polish Journal of Food and Nutrition Sciences*, 15/56 (1), 61–64.
- Dave, B. K. (1971). First lactation curve of the Indian water buffalo. *Research Journal*, 5, 93–98.
- Dekkers, J. C. M., Ten Hag, J. H., & Weersink, A. (1998). Economic aspects of persistency of lactation in dairy cattle. *Livestock Production Science*, 53, 237–252.
- Dijkstra, J., France, J., Dhanoa, M. S., Maas, J. A., Hanigan, M. D., Rook, A. S., & Beever, D. E. (1997). A model to describe growth patterns of the mammary gland during pregnancy and lactation. *Journal of Dairy Science*, 80, 2340–2354.
- Dutto, M. (2012). Estimación de curvas de lactancia en vacas. Memorias del X Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística. Córdoba, Argentina, del 16 a 19 de octubre 2012.
- Fernández, L., Menéndez, A., Guerra, W., & Suárez, M. (2001). Estimación de curvas de lactancias estándar de la raza Siboney para su utilización en extensiones de lactancia. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 35 (2), 99-104.
- Figueiredo, D. N., Cunha, V., Pereira, J. C., Fonseca, F., Campos, O. F., Braga, J. L., & Martuscello, J. A. (2010). Selection of models of lactation curves to use in milk production simulation systems. *Revista Brasileira de Zootecnia*, 39(4), 891-902.
- Gleeson, D., & O'Brien, B. (2012). Effect of milk feed source, frequency of feeding and age at turnout on calf performance, live-weight at mating and 1st lactation milk production. *Irish Veterinary Journal*, 65(18), 1-8.
- Gorgulu, O. (2011). Path analysis for milk yield characteristics in Jersey dairy cows. *Asian Journal of Animal Veterinary Advances*, 6(2), 182-188.
- Guo, Z., & Swalve, H. H. (1995). Modelling of lactation curve as a sub-model in the evaluation of test day records. INTERBULL Bulletin No. 11, International Bull Evaluation Service, Uppsala, Sweden.

- Heck, J. M. L., Schennink, A., Van Valenberg, H. J. F., Bovenhuis, H., Visker, M. H. P. W., & Van Arendonk, J. A. M. (2009). Effects of milk protein variants on the protein composition of bovine milk. *Journal of Dairy Science*, 92, 1192-1202.
- Hernández, R., & Pastor, P. (2008). Caracterización de la curva de lactancia y componentes lácteos del genotipo Siboney de Cuba en una granja ganadera de la provincia de La Habana. *Revista Científica FCV-LUZ*, 18(3), 291–295.
- Jakob, E., & Puhan, Z. (1992). Technological properties of milk as influenced by genetic polymorphism of milk proteins -- A review. *International Dairy Journal*, 2, 157-178.
- Macciotta, N. P. P., Vicario, D., & Cappio-Borlino, A. (2005). Detection of different shapes of lactation curve for milk yield in dairy cattle by empirical mathematical models. *Journal of Dairy Science*, 88, 1178–1191.
- Mayeres, P., Stoll, J., Bormann, J., Reents, R., & Gengler, N. (2004) Prediction of daily milk, fat, and protein production by a random regression test-day model. *Journal of Dairy Science*, 87, 1925–1933.
- Méndez, M., & Fraga, L. M. (2012). Producción de leche y porcentaje de grasa en el día de control de búfalas de río en la provincia de Granma. *Archivos de Zootecnia*, 61(233), 11-18.
- Molenaar, A. J., Henderson, H. V., Morris, C. A., Hickey, S. M., Chikazhe, T. L., Murney, R. J., Brijs, E., Biet, J., Stelwagen, K., & Singh, K. (2017). Improving lactation persistency in dairy cows. AgResearch Ltd, Ruakura Research Centre, Hamilton, New Zealand. 1SciLactis Ltd. Innovation Park, Ruakura, Hamilton, New Zealand.
- Morant, S., & Gnanasakthy, A. (1989). A new approach to the mathematical formulation of lactation curves. *Animal Production*, 49(2), 151-162.
- Napolis, C. C., Rodrigues, C. M., Packer, I. U., Ferreira, A., Milagres, N., & Araujo, J. (2008). Genetic parameters for test day milk yield of first lactation Holstein cows estimated by random regression using Legendre polynomials. *Revista Brasileira de Zootecnia*, 37(4), 602-608.
- Ng-Kwai-Hang, K. F., Moxley, J. F., & Monardes, H. G. (1984). Association of genetic variants of casein and milk serum proteins with milk, and protein production by dairy cattle. *Journal of Dairy Science*, 67, 835-840.
- Papajcsik, I. A., & Boderó, J. (1988). Modeling lactation curves of Friesian cows in a subtropical climate. *Animal Production*, 47, 201-207.

- Pérez Q., G. A., & Gómez G., M. G. (2005). Factores genéticos y ambientales que afectan el comportamiento productivo de un rebaño Pardo Suizo en el trópico. 1. Producción de leche. *Revista Científica FCV-LUZ*, 15 (2), 141-147.
- Quintero, J. C., Serna, J. G., Cerón, M., Hurtado, N., & Agudelo, D. A. (2007a). Estimación de la curva de lactancia mediante modelos matemáticos lineales y no lineales en búfalas colombianas. *Revista Lasallista de Investigación* 5(1), 34-44.
- Quintero, J. C., Serna, J. I., Hurtado, N. A., Rosero, R. N., & Cerón-Muñoz, M. F. (2007b). Modelos matemáticos para curvas de lactancia en ganado lechero. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, 20, 149-156.
- Rodríguez, L., Ara, M., Huamán, H., & Echevarría, L. (2005). Modelos de ajuste para curvas de lactación de vacas en crianza intensiva en la cuenca de Lima. *Revista de Investigación Veterinaria de Perú*, 16(1), 1-12.
- Rook, A., France, J., & Dhanoa, M. (1993). On the mathematical description of lactation curves. *Journal of Agriculture Science*, 121, 97-102.
- Rowlands, G. J., Lucey S., & Russell, A. M. (1982). A comparison of different models of the lactation curve in dairy cattle. *Animal Production*, 35, 135-142.
- SAGARPA (Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación). (2009). La producción nacional de leche genera 200 mil empleos permanentes: SAGARPA. México. D.F, Núm. 318/09. <http://www.sagarpa.gob.mx/saladeprensa/boletines/lists/enero%202009/attachments/375/b318.pdf> Consultada el 12 mayo de 2010.
- Salvador, A., & Martínez, G. (2007). Factores que afectan la producción y composición de la leche de cabra: revisión bibliográfica. *Revista de la Facultad de Ciencias Veterinarias de la Universidad Central de Venezuela*, 48(2), 61-76.
- Secretaría de Economía. (2012). Análisis del sector lácteo en México. Dirección general de industrias básicas. Disponible en: http://www.economia.gob.mx/files/comunidad_negocios/industria_comercio/informacionSectorial/analisis_sector_lacteo.pdf. Consultada el 20 de noviembre de 2016.
- Sevane, N., Crespo, I. Cañón, J., & Dunner, S. (2010). A primer-extension assay for simultaneous use in cattle genotype assisted selection, parentage and traceability analysis. *Livestock science*, 137, 141-150.

- Sherchand L., McNew, R. W., Kellogg, D. W., & Johnson, Z. B. (1995). Selection of mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *Journal of Dairy Science*, 78, 2507-2513.
- SIAP-SAGARPA. (2013). Resumen Estatal Pecuario. Disponible en: <http://www.siap.gob.mx/ganaderia-resumen-estatal-pecuario/>. Consultado el 25 de mayo de 2015.
- Sikka, L. C. (1950). A study of lactation as affected by heredity and environment. *Journal of Dairy Research*, 17, 231–252.
- Silvestre, A. M., Martins, A. M., Santos, V. A., Ginja, M. M., & Colaço, J. A. (2009). Lactation curves for milk, fat and protein in dairy cows: A full approach. *Livestock Science*, 122, 308–313.
- Singh, R. P., & Gopal, R. (1982). Lactation curve analysis of buffaloes maintained under village conditions. *Indian Journal of Animal Sciences*, 52, 1157–1160.
- Tailford, K. A., Berry, C. L., Thomas, A. C., & Campbell, J. H. (2003). A casein variant in cow's milk is atherogenic. *Atherosclerosis*, 170, 13-19.
- Ural, D. A., & Koskan, O. (2014). The estimation of lactation curve parameters from test day milk yield in Holstein-Friesian cows in Bozdoga province in Turkey. *Research Journal of Agriculture and Environmental Management*, 3(2), 145-150.
- Van-Eenennaan, A., & Medrano, J. F. (1991). Differences in allelic protein expression in the milk of heterozygous k-casein cows. *Journal of Dairy Science*, 74, 1491-1496.
- Waldner, D. N., Stokes, S. R., Jordan, E. R., & Looper, M. L. (2005). Managing milk composition: Normal sources of variation. Oklahoma Cooperative Extension Fact Sheets.
- Wedholm, A., Larsen, L. B., Lindmark-Mansson, H., Karlsson, A. H., & André'n, A. (2006). Effect of protein composition on the cheese-making properties of milk from individual dairy cows. *Journal of Dairy Science*, 89, 3296–3305.
- Western Canadian Dairy Improvement Services. (2017). Persistency of Milk Production. Disponible en: http://www.agromedia.ca/ADM_Articles/content/DHI_persist.pdf. Consultado el 16 de febrero de 2017.
- Wilmink, J. B. M. (1987) Comparison of different methods of predicting 305 – day milk yield using means calculated from within herd lactation curves. *Livestock Production Science*, 17, 1–17.

Wood, P. D. P. (1967). Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature*, 216, 164-165.

Wood, P. D. P. (1969). Factors affecting the shape of the lactation curve in cattle. *Animal Production*. 11, 307-316.

3 CARACTERIZACIÓN DE CURVAS DE LACTANCIA PARA PRODUCCIÓN Y COMPONENTES DE LECHE EN BOVINOS JERSEY

3.1 RESUMEN

Los sistemas de ordeño mecánico con registro automático de producción individual diaria de leche, proveen grandes cantidades de datos de campo adecuadas para modelar curvas individuales de producción de leche (PL) y de sus componentes. El objetivo de este estudio fue caracterizar las curvas de producción y componentes de la leche de un sistema de producción con vacas Jersey en pastoreo intensivo con manejo orgánico, utilizando modelos lineales mixtos de regresión aleatoria y polinomios de Legendre. Registros diarios de PL ($n = 446,583$) de 1,408 lactancias, generados de 2007 a 2016 por 332 vacas Jersey (número de lactancia 1 a 8+) estuvieron disponibles para análisis. Durante 2015 y 2016 también se colectaron muestras ($n = 1,223$) de leche de vacas individuales para análisis de los porcentajes de grasa, proteína, lactosa, caseína y sólidos totales. Para ajustar las curvas de lactancia individuales de PL y composición de la leche, se utilizó un modelo lineal mixto de regresión aleatoria, conteniendo los efectos fijos de número de lactancia, año y estación de parto y su interacción, y términos de un polinomio de Legendre de grado variable para la característica modelada. Para las curvas individuales de PL, el modelo de mejor ajuste incluyó un polinomio de Legendre de grado nueve. El modelo de mejor ajuste para las curvas de lactancia de los porcentajes de grasa y sólidos totales incluyó un polinomio de Legendre de segundo grado, mientras que el modelo de mejor ajuste para las curvas de lactancia de los porcentajes de proteína, lactosa y caseína incluyó un polinomio de Legendre de grado uno. En general, el sistema de producción analizado presenta características favorables, como una razonable PL diaria por vaca (23 L) durante 305 d de lactación y una buena PL diaria al pico de la lactancia (35 L), la que se alcanza alrededor de dos meses postparto y se mantiene relativamente estable (94% de persistencia) a través de la lactancia. Los componentes de la leche mostraron un patrón similar al reportado para otros sistemas de producción con vacas Jersey. Estas características fueron influenciadas por el número de lactancia de la vaca, y el año y la estación de parto. Los patrones de las curvas de lactancia sugieren una producción de leche y componentes relativamente estables a través de las estaciones del año, lo que favorece la venta de leche y productos lácteos.

Palabras clave: vacas lecheras en pastoreo, Jersey, regresión aleatoria, producción de leche, composición de la leche.

CHARACTERIZATION OF LACTATION CURVES FOR MILK YIELD AND COMPONENTS IN JERSEY CATTLE

3.2 ABSTRACT

Milking systems that automatically record individual daily milk yield of dairy cows provide large quantities of field data suitable to model individual milk yield (MY) and milk components curves. The objective of this study was to characterize lactation curves for MY and the percentages of fat, protein, lactose, casein, and total solids in milk, of intensive grazing Jersey cows with organic management, using random regression linear mixed-models and Legendre polynomials. Daily records of MY ($n = 446,583$) from 1,408 lactations recorded from 2007 to 2016 by 332 Jersey cows (1 to 8+ lactations) were available for analysis. During 2015 and 2016, test-day records ($n = 1,223$) of milk composition for fat, protein, lactose, casein, and total solids percentages were also generated. A random regression linear mixed-model was used to fit the individual lactation curves for MY and milk components, containing the fixed effects of lactation number, year and season of calving and their interaction, and terms of a Legendre polynomial of varying degree for the trait modeled. A random regression linear mixed-model containing a Legendre polynomial of degree nine provided the best fit for the MY lactation curves. The lactation curves for the percentages of fat and total solids achieved their best fit with a model containing a second degree Legendre polynomial, whereas a model with a first degree Legendre polynomial was enough to model the lactation curves for the percentages of protein, lactose and casein. In general, the analyzed production system using Jersey cows presents favorable characteristics, like reasonable daily MY per cow (23 L) during the lactation 305 d period and a good daily MY at lactation peak (35 L), attained around two months after calving and maintained relatively stable (94% of persistency) throughout lactation. Milk components show a similar pattern to the reported for other dairy production systems using Jersey cows. These traits were influenced by cow lactation number, and year and season of calving. The patterns of lactation curves suggest a MY and milk components relatively constant throughout season of year, which favor commercialization of milk and milk products.

Key words: grazing dairy cows, Jersey, random regression, milk yield, milk composition.

3.3 INTRODUCCIÓN

En el mejoramiento genético de la producción y composición de leche, tanto factores genéticos como ambientales desempeñan un papel muy importante por lo que deben ser reconocidos y comprendidos (Salvador & Martínez, 2007). Se han modelado la producciones de leche, grasa y proteína de vacas lecheras Holstein (Cañas, Cerón-Muñoz & Corrales, 2011) así como la producción de leche y porcentaje de grasa en búfalas (Méndez & Fraga, 2012), y Jersey (Cankaya, Unalan & Soydan, 2011; Capper & Cady, 2011; Czerniewicz, Kietczewska & Kruk, 2006). En México no se encontraron informes de modelación de curvas de lactancia de bovinos Jersey.

Los modelos utilizados para modelar curvas de lactancia han sido los no lineales, como el de la función gamma incompleta descrito por Wood (1967), Brody, Turner y Ragsdale (1924) y los polinomios de Legendre (Napolis et al., 2008).

Silvestre, Martins, Santos, Ginja y Colaço (2009) determinaron que la forma de la curva para los porcentajes de grasa y proteína siguen una relación inversa a la curva de producción de leche durante los primeros días de la lactancia. Los porcentajes de componentes sólidos en la leche son altos, pero caen en proporción similar al incremento en la producción de leche. En el último tercio de la lactación el incremento de los porcentajes de sólidos vuelven a aumentar.

El objetivo del estudio fue caracterizar las curvas de lactancia para producción de leche, porcentajes de grasa, proteína, lactosa, caseína y sólidos totales de bovinos Jersey en pastoreo, utilizando polinomios de Legendre y modelos de regresión aleatoria.

3.4 MATERIALES Y MÉTODOS

3.4.1 Descripción del sistema de producción

El estudio se realizó en el rancho “La Hondonada”, ubicado en Colón, Querétaro, México. El clima predominante es templado, semiseco, con 17.4 °C de temperatura media anual. El periodo de precipitaciones pluviales se presenta en verano, con un promedio de 574.1 mm anuales (INEGI, 2005).

La empresa ganadera comprende 300 hectáreas y un hato de 1,800 vacas, ordeña mecanizada y sala de ordeño rotativa de 40 plazas. El sistema de cómputo registra diariamente la producción de leche y el peso vivo de las vacas en el programa *Afifarm*. Esta empresa comercializa la producción de leche a través de la venta directa de derivados de la leche, como quesos, crema, etc., y posee su marca comercial propia.

El sistema de producción del establo está basado en un sistema de producción orgánica, cuenta con una certificación expedida por CERTIMEX, aplicando métodos de producción que rechazan el uso de productos agroquímicos manufacturados (fertilizantes sintéticos, plaguicidas, reguladores del crecimiento, etc.), y que funciona mediante rotación de cultivos y reciclado de residuos orgánicos. Asimismo, no permite el uso de alimentos y medicamentos de síntesis química y de las tecnologías de organismos genéticamente modificados, se debe procurar el bienestar animal y otras variables vinculadas al cuidado de los ecosistemas.

Las vacas son alimentadas principalmente con base en pastoreo: alfalfa (*Medicago sativa*) y trébol rojo (*Trifolium pratense*), trébol blanco (*Trifolium repens*), Ray Grass (*Lolium perenne*), Bromo (*Bromus inermis*), Orchard (*Dactylis glomerata*), Festuca (*Festuca arundinacea*) y Estrella (*Cynodon nlemfluensis*). Además, se ofrece suplementación diseñada de acuerdo con los requerimientos de cada vaca durante la ordeña, usando principalmente como ingredientes: maíz, sorgo, pasta de soya, semilla de algodón y melaza.

3.4.2 Muestreo de producción y componentes de la leche

Se utilizaron los registros de 446,583 pesajes diarios de leche, obtenidos de la base de datos histórica del programa *Afimilk* usado en el rancho, de los cuales se realizó una depuración de la base, eliminando datos con valores mayores a tres desviaciones estándar; el archivo final consistió de 359,330 pesadas diarias de leche, estos registros de producción de leche representaron 1,408 lactancias obtenidas entre 2007 y 2016, provenientes de 332 vacas Jersey, registradas y vigentes en la Asociación Mexicana de Criadores de Ganado Jersey de Registro.

Además, se colectaron muestras de leche durante siete meses (agosto 2015 a febrero de 2016) de manera mensual, considerando la muestra de los ordeños de mañana y tarde, de las vacas individuales en ordeño en esos momentos. Se determinaron algunas variables de composición química de la leche; los porcentajes de caseína, grasa, proteína, lactosa y sólidos totales. En cada muestra de leche fresca se adicionó una pastilla de bronopol 2-bromo-2-nitro-1,3 propanediol como conservador y se transportó en viales de 50 ml a 4 °C. Las muestras de leche se analizaron en un equipo Milkoscan FT-120 (FOSS, Dinamarca).

3.4.3 Análisis estadístico

Para cada una de las variables analizadas se construyó un modelo de regresión aleatoria. La parte fija del modelo incluyó los efectos de número de lactancia, año de parto, estación de parto, y las interacciones de año de parto x estación de parto y número de lactancia por las expresiones de los polinomios de Legendre del modelo de mejor ajuste. En la parte aleatoria del modelo, además del término de error, se evaluó el ajuste de los polinomios de Legendre de grado cero hasta el del modelo de mejor ajuste. En este último caso, para obtener las regresiones aleatorias de cada vaca, se usó la identificación única del animal “Vaca_Lactancia” en el análisis de varianza. Los modelos de regresión aleatoria se ajustaron con el procedimiento MIXED de SAS (SAS versión 9.4; SAS, 2016).

Para elegir el modelo con mejor ajuste, se ajustaron modelos de complejidad creciente en la parte de los polinomios fijo y aleatorio del modelo de regresión aleatoria. Para la descripción de las curvas de producción diaria de leche se inició con el ajuste del modelo considerando un polinomio de Legendre de grado 1; se continuó con análisis sucesivos adicionando un grado más del polinomio por corrida hasta que el ajuste de un polinomio extra ya no generó un coeficiente de regresión significativo. En cada corrida del modelo se registraron los criterios de bondad de ajuste de Akaike (AIC), Bayesiano (BIC) y Residual de la Función de Verosimilitud (-2 Res log likelihood). Valores más pequeños de estos criterios de bondad de ajuste indican mejor ajuste del modelo que los produjo.

En el enunciado “model” del programa, se especificaron las opciones “noint”, “solution”, “outp”, “outpm” y “residual” para generar, respectivamente, el ajuste de un modelo sin una media general, las soluciones de los efectos fijos del modelo, los valores predichos para las regresiones aleatorias de cada vaca, los valores predichos de las regresiones fijas para cada una de las ocho clases de número de lactancia, así como los residuales de las regresiones aleatorias por “Vaca-Lactancia”.

Los valores predichos y residuales obtenidos con el modelo de mejor ajuste se utilizaron para producir figuras de las trayectorias de las regresiones aleatorias de cada vaca, las regresiones fijas por número de lactancia, 1 a 8 y estación de parto; así como el despliegue gráfico de valores observados y predichos con el modelo final. Las figuras de alta resolución se generaron utilizando el procedimiento SGPLOT de SAS (SAS versión 9.4; SAS, 2016). El modelo estadístico de la Ecuación 1 se ajustó a los registros de producción de leche. Los porcentajes de grasa, proteína, lactosa, sólidos totales y caseína se ajustaron con la Ecuación 2.

El modelo estadístico utilizado para predecir las curvas de producción de leche correspondió a un polinomio de grado 9, como se muestra en la Ecuación 1.

Ecuación 1:

$$Y_{ijkmt} = L_i + AP_j + EP_k + AP_j * EP_k + \sum_{n=1}^9 L_i \beta_{ni} P_n(x)_{it} + \sum_{n=0}^9 \alpha_{nim} P_n(x)_{imt} + e_{ijkmt}$$

dónde Y_{ijkmt} es el valor de producción de leche diaria en kg; registrado en el día t después del parto para la vaca m , en su lactancia i , parida en el año j y el mes k ;

L_i = efecto fijo del i -ésimo número de lactancia ($i = 1, 2, \dots, 8$);

AP_j = efecto fijo del j -ésimo año de parto ($j = 2007, \dots, 2015$);

EP_k = efecto fijo de la k -ésima estación de parto ($k = \text{primavera, verano, otoño e invierno}$);

$AP_j * EP_k$ = interacción del j -ésimo año de parto con la k -ésima estación de parto;

β_{ni} = n -ésimo coeficiente de la regresión fija ($n = 1, \dots, 9$) para el i -ésimo número de lactancia;

α_{nim} = n -ésimo coeficiente de la regresión aleatoria ($n = 0, \dots, 9$) de la m -ésima vaca ($m = 1, \dots, 332$) en su i -ésima lactancia;

$P_n(x)$ = n -ésimo orden del polinomio de Legendre;

e_{ijkmt} = residual.

Para describir las curvas de producción de grasa, proteína, caseína, proteína sólidos totales y lactosa se utilizó el modelo que se describe en la Ecuación 2 con grado del polinomio fijo y aleatorio, ajustándose a uno de grado 2.

Ecuación 2:

$$Y_{ijkmt} = L_i + AP_j + EP_k + \sum_{n=1}^2 L_i \beta_{ni} P_n(x)_{it} + \sum_{n=0}^2 \alpha_{nim} P_n(x)_{imt} + e_{ijkmt}$$

dónde Y_{ijkmt} es el porcentaje de grasa, proteína, sólidos totales, lactosa y caseína registrado en el día t después del parto para la vaca m , en su lactancia i , parida en el año j y el mes k ;

L_i = efecto fijo del i -ésimo número de lactancia ($i = 1, 2, \dots, 8$);

AP_j = efecto fijo del j -ésimo año de parto ($j = 2014$ y 2015);

EP_k = efecto fijo del k -ésimo estación de parto ($k =$ primavera, verano, otoño e invierno);

β_{ni} = n -ésimo coeficiente de la regresión fija ($n = 1, \dots, 2$) para el i -ésimo número de lactancia;

α_{nim} = n -ésimo coeficiente de la regresión aleatoria ($n = 0, \dots, 2$) de la m -ésima vaca ($m = 1, \dots, 332$) en su i -ésima lactancia;

$P_n(x)$ = n -ésimo orden del polinomio de Legendre;

e_{ijkmt} = residual.

Utilizando las identidades y la función generadora, se obtuvieron las expresiones para los polinomios de Legendre del grado 1 al 9, que fueron los que se ajustaron en el modelo de regresión aleatoria.

Los polinomios de Legendre se calcularon con los días en leche estandarizados (x), utilizando la expresión:

$$x = -1 + 2 \left(\frac{t - t_{min}}{t_{max} - t_{min}} \right)$$

dónde x son los días en leche estandarizados (rango de -1 a 1), t es el día de lactancia, t_{min} y t_{max} son, respectivamente, el primero y el último día en que se registró la producción de leche o sus componentes. En este estudio t_{min} fue 1 y t_{max} 305 para lactancias truncas y el último día de producción en caso de ser mayor que 305 días.

Con la información de las curvas de lactancia generadas se estimaron adicionalmente las variables: producción de leche diaria al pico de la lactancia

(PP), días al pico de máxima producción de leche (DP) y persistencia (PE) de la lactancia.

La PP y los DP se calcularon ordenando la producción de leche predicha por vaca y por lactancia, de manera ascendente, identificando el valor extremo de producción y el día en que ocurrió. La persistencia (PE) se predijo con la ecuación que reporta la Western Canadian Dairy Herd Improvement Services (2017), para lactancias de 305 días, cuando los picos de las lactancias no coinciden en el mismo día, la cual fue:

$$Persistencia = \frac{kg_{Pico} - \frac{(kg_{Pico} - kg_{305\ DEL}) * 30}{DEL_{305} - DEL_{Pico}}}{kg_{Pico}} * 100$$

3.5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.5.1 Determinación del mejor modelo para describir las curvas de lactancia

El modelo que incluyó los efectos fijos del número de lactancia, año y época de parto, tuvo el mejor ajuste para producción diaria de leche, porcentaje de sólidos totales, grasa, proteína, lactosa y caseína. Además, en dichos modelos los mejores ajustes fueron cuando se usaron los coeficientes de la regresión fija de un polinomio de Legendre grado 9 para producción de leche (con coeficientes aleatorios de un polinomio de Legendre grado 9); grado 2 para porcentaje de lactosa (con coeficientes aleatorios de un polinomio de Legendre grado 2); y grado 1 para porcentaje de grasa, caseína, proteína y sólidos totales (con coeficientes aleatorios de un polinomio de Legendre grado 1). Dichos modelos tuvieron los menores valores en los indicadores (Residual de la Función de Verosimilitud, AIC y BIC) de los criterios de bondad de ajuste (Apéndice 1), lo que indica una mejor descripción del fenómeno a través de ellos. La descripción apropiada de las curvas de lactancia obtenidas en este estudio coincide con los reportes de otros autores para ganado lechero (Abdullahpour, Moradi, Nejati-

Javaremi & Vaez, 2010; Dutto, 2012; Macciotta, Vicario & Cappio-Borlino, 2005; Napolis et al., 2008; Rodríguez, Ara, Huamán & Echevarría, 2005).

En los Apéndices 3 y 4 se muestran gráficas con los residuales para producción de leche durante la lactancia y las producciones predichas del mejor modelo, donde puede observarse que los patrones de residuales presentan una distribución deseable (uniforme) durante la lactancia, y correspondencia entre las producciones observadas y predichas.

3.5.2 Caracterización de variables de producción y composición de la leche

La caracterización de las curvas de producción de leche generadas desde la primera hasta la octava lactancia, indica que Jersey es longeva comparada con otras razas lecheras, ya que es posible reportar las curvas de lactancias para el parto ocho, lo que coincide con lo observado por Cankaya, Unalan y Soydan (2011).

En el Cuadro 2 se presentan estadísticos descriptivos para las variables analizadas. La producción diaria durante la lactancia fue variable para la producción de leche y componentes de leche (coeficientes de variación oscilaron entre 21 y 33%), lo que era de esperar por las variaciones en producción propias de la curva de lactancia; mientras que los porcentajes de componentes de la leche tuvieron variaciones de mediana magnitud (coeficientes de variación oscilaron entre 4.8 y 12.4%), excepto para porcentaje de grasa, en el que se estimó alta variabilidad. Estas variabilidades fenotípicas estimadas sugieren la posibilidad de implementar con éxito estrategias de mejoramiento genético para incrementar el progreso genético en los animales en este sistema de producción.

Los promedios de producción de leche, y porcentajes de grasa y proteína, fueron similares a los reportados por Capper y Cady (2012) en Washington, EE. UU., para hatos Jersey en pastoreo suplementados con concentrado, de manera similar a la población en estudio. En un estudio con vacas Jersey estabuladas,

Czerniewicz, Kietczewska y Kruk (2006) reportaron porcentajes de grasa y proteína superiores a los estimados en este estudio; sin embargo, las cantidades de caseína y lactosa fueron similares.

Cuadro 2. Estadísticos descriptivos para producción diaria de leche y sus componentes de vacas Jersey en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.

Variable	N	Mínimo	Máximo	Promedio	DE ¹	CV ² (%)
Leche (kg/vaca/día)	359,330	1.10	37.60	20.10	5.77	28.7
Caseína (%)	1047	2.41	4.19	3.23	0.31	9.5
Grasa (%)	1047	1.22	9.97	4.89	1.59	32.5
Proteína (%)	1048	2.87	4.98	3.90	0.37	9.5
Lactosa (%)	1043	3.95	5.53	4.81	0.23	4.8
Sólidos totales (%)	1047	10.16	20.24	14.47	1.79	12.4
Caseína (kg/vaca/día)	973	0.22	1.14	0.68	0.15	21.6
Grasa (kg/vaca/día)	970	0.20	2.01	0.98	0.32	32.3
Proteína (kg/vaca/día)	971	0.29	1.28	0.82	0.17	21.0
Lactosa (kg/vaca/día)	980	0.19	1.84	1.02	0.28	27.3
Sólidos totales (kg/vaca/día)	970	1.03	4.93	3.02	0.65	21.6

¹Desviación estándar, ²Coeficiente de variación.

3.5.3 Efectos fijos importantes en la determinación de la producción y composición de la leche

En el Cuadro 3 se presentan los niveles de significancia para los efectos fijos incluidos en los modelos de mejor ajuste para la producción de leche, y los porcentajes de grasa, proteína, lactosa, sólidos totales, caseína y sólidos no grasos. Para las variables estudiadas, el número de lactancia, y el año y época de parto fueron importantes ($P < 0.05$) en la descripción de la variabilidad de producción y componentes de la leche; con la excepción de lactosa y caseína, donde por año y época de parto no fueron diferentes ($P > 0.05$). La importancia de la variabilidad por los efectos del año de parto y la interacción año por época de parto, dado que representan los efectos de variaciones aleatorias que no son repetibles ni con patrones predecibles para el futuro, no se discuten en este estudio. Sin embargo, sus efectos también han sido observados por diversos autores, en diversos genotipos y ambientes (Otwińska-Mindur & Ptak, 2016; Rodríguez et al., 2005).

Cuadro 3. Nivel de significancia para los efectos fijos incluidos en los modelos de mejor ajuste de las regresiones aleatorias para describir las curvas de producción de leche, y porcentajes de grasa, proteína, lactosa, caseína y sólidos totales de vacas Jersey en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.

Efecto	Leche	ST ¹	Grasa	Proteína	Lactosa	Caseína
Número de lactancia	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
Año de parto (AP)	<.0001	<.0001	<.0001	0.3804	0.9196	0.7365
Estación de parto (EP)	<.0001	<.0001	0.0007	0.0004	0.3862	0.1806
AP*EP	<.0001	-	-	-	-	-

¹ ST = sólidos totales.

En el Apéndice 2 se muestran las soluciones de los efectos fijos de los modelos de regresión aleatoria ajustados a la producción diaria de leche, y los porcentajes de sólidos totales, grasa, proteína, lactosa y caseína.

En el Cuadro 4 se muestran las diferencias por número de lactancia en las producciones de leche por lactancia (kg/vaca, ajustadas a 305 d), para el sistema de producción de las vacas Jersey consideradas en el estudio. El promedio general fue alrededor de 5,900 kg, mientras que los promedios por lactancia oscilaron entre 4,863 (primera) y 6,569 (quinta), con una variabilidad importante entre y dentro de los números de lactancia considerados.

Cuadro 4. Estadísticos descriptivos para producción de leche por número de lactancia (kg/vaca) de vacas Jersey en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.

Lactancia	N	Mínimo	Máximo	Promedio	DE ¹	CV ² (%)
1	330	2,318	6,999	4,863	817	17
2	322	2,947	9,121	5,819	959	16
3	284	1,677	9,290	6,387	1,124	18
4	201	2,090	9,312	6,560	1,146	17
5	125	3,269	8,942	6,569	1,112	17
6	68	4,078	8,957	6,459	1,068	17
7	29	4,317	8,215	6,309	1,170	19
8	11	4,875	7,665	6,320	1,027	16
Total	1,370	1,677	9,312	5,930	1,211	20

¹Desviación estándar ² Coeficiente de variación.

Las diferencias en producción de leche a través de los números de lactancia considerados tuvo un comportamiento cuadrático, con incremento gradual desde el primero hasta el quinto parto, y una disminución paulatina pequeña en las lactancias siguientes (cambios menores que 2.3%). Un comportamiento similar ha sido observado para diferentes sistemas de producción y genotipos utilizados (Cankaya, Unalan & Soydan, 2011; Hernández-Reyes, Segura-Correa, Segura-Correa & Osorio-Arce, 2000; Osorio-Arce & Segura-Correa, 2005). En general, las diferencias más importantes ocurrieron entre los primeros tres partos, lo que se explica principalmente por la necesidad de las vacas de utilizar los alimentos para producción y crecimiento (Figura 2).

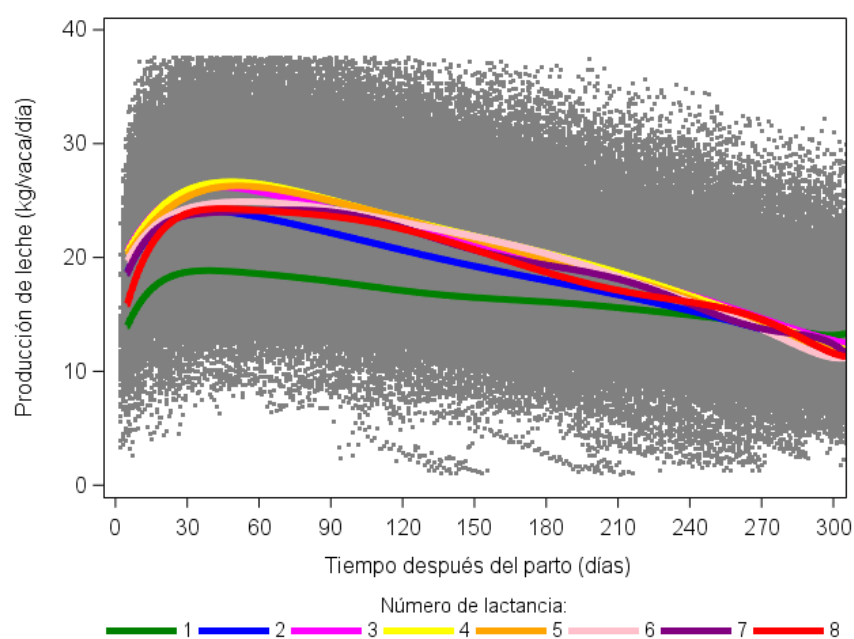


Figura 2. Curvas de lactancia promedio para vacas Jersey de primera a octava lactancia, ajustadas con un polinomio de Legendre grado 9.

La producción de leche fue afectada por la época en la que parieron las vacas (Figura 3). Las mayores producciones de leche se observaron durante otoño e invierno, sin embargo, las diferencias son pequeñas debido posiblemente a que el establo cuenta con sistemas de riego por aspersión y aunado a esto, la

suplementación que reciben las vacas durante la ordeña permitió una producción relativamente constante a través del año.

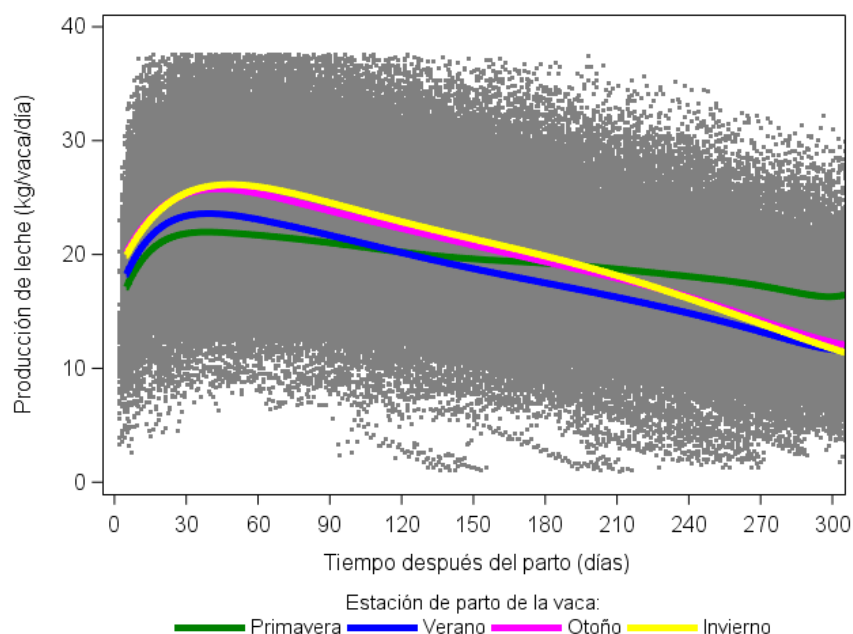


Figura 3. Curvas de lactancia promedio para vacas Jersey de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con un polinomio de Legendre grado 9.

Con el propósito de mostrar las curvas de los componentes de la leche, en porcentajes, en las Figuras 4 a la 7 se muestran las trayectorias para las variables estudiadas con similar patrón de trayectorias (las distribuciones de las curvas individuales se presentan en los Apéndices del 5 al 10).

El porcentaje de sólidos totales durante la lactancia tuvo un comportamiento similar al de los porcentajes de grasa y proteína, incrementando linealmente conforme avanzaron los días después del parto (Figura 4).

El comportamiento de las curvas para porcentaje de sólidos totales fue similar para los partos del 1 al 7, mientras que para el parto 8 se observó una pendiente menor a medida que avanzó la lactancia (Figura 4). Las vacas que iniciaron lactancia en verano y otoño tuvieron trayectorias similares ascendentes, mientras que las que iniciaron en invierno y primavera tuvieron similar comportamiento,

pero con pendientes menores al avanzar la lactancia (Figura 5), lo que pudiera reflejar diferencias ligeras en alimentación a través del año, principalmente de pastoreo de praderas. Estos patrones observados para el porcentaje de sólidos totales fueron similares a los observados para los porcentajes de grasa, proteína y caseína (Apéndices 11 al 16), aunque en caseína no se detectaron diferencias entre épocas del año ($P>0.05$).

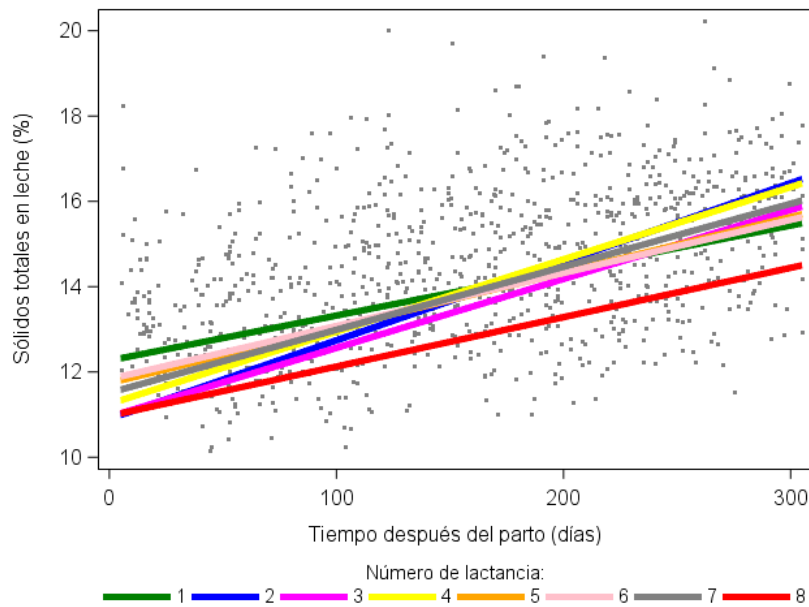


Figura 4. Curvas promedio para porcentaje de sólidos totales en leche de vacas Jersey de primera a octava lactancia, ajustadas con un polinomio de Legendre grado 1.

El porcentaje de grasa aumentó conforme avanzaron los días después del parto; los valores iniciales más altos fueron en el primer parto y los más bajos se presentaron en el parto ocho. El porcentaje de proteína tuvo un comportamiento similar al de los porcentajes de grasa. Los valores iniciales más altos fueron en los partos dos y cuatro, los porcentajes de proteína más bajos se presentaron en los partos uno y ocho. Las curvas de porcentaje de caseína, a diferencia de las curvas para porcentaje de grasa, se caracterizaron por presentar, después del pico mínimo de producción, una producción muy constante durante toda la lactancia.

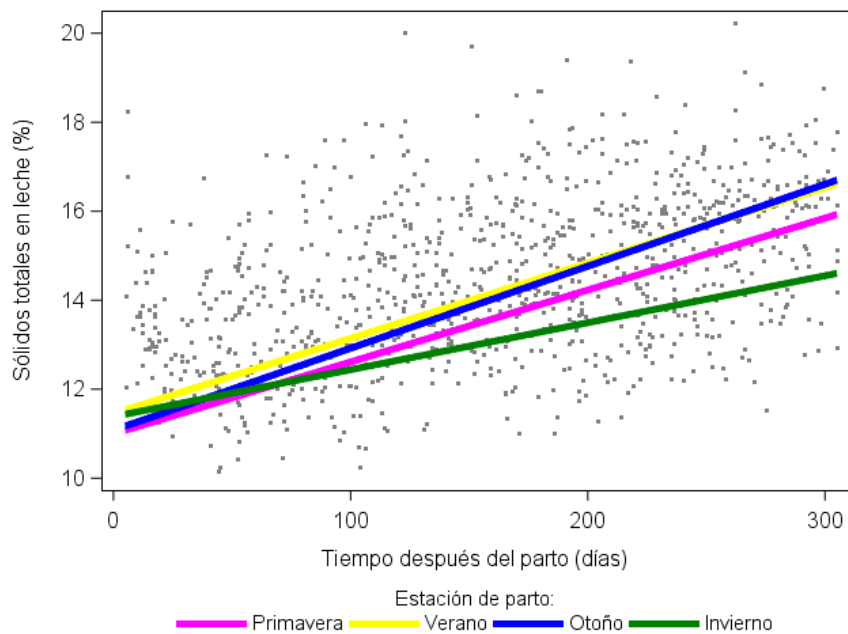


Figura 5. Curvas promedio para porcentaje de sólidos totales en leche de vacas Jersey de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con un polinomio de Legendre grado 1.

El porcentaje de lactosa durante la lactancia tuvo un comportamiento opuesto al de los porcentajes de sólidos totales, grasa y proteína durante la lactancia, ya que disminuyó conforme avanzaron los días después del parto. Nuevamente, el número de lactancia 8 tuvo valores menores de lactosa que las otras lactancias (Figura 6), y sin diferencias ($P>0.05$) por épocas del año (Figura 7).

Las trayectorias de las curvas para producción y componentes de leche tuvieron patrones variables y específicos, de acuerdo con el número de parto de las vacas y la época del año en que iniciaron la lactancia; sin embargo, en general siguieron patrones similares a los generales producidos en el sistema, con ligeras variantes específicas. El comportamiento de porcentajes de sólidos totales, grasa, proteína y caseína fue similar, debido a que el porcentaje incrementó conforme avanzó la lactancia, lo que se explica por la disminución en la producción de leche a lo largo de los días.

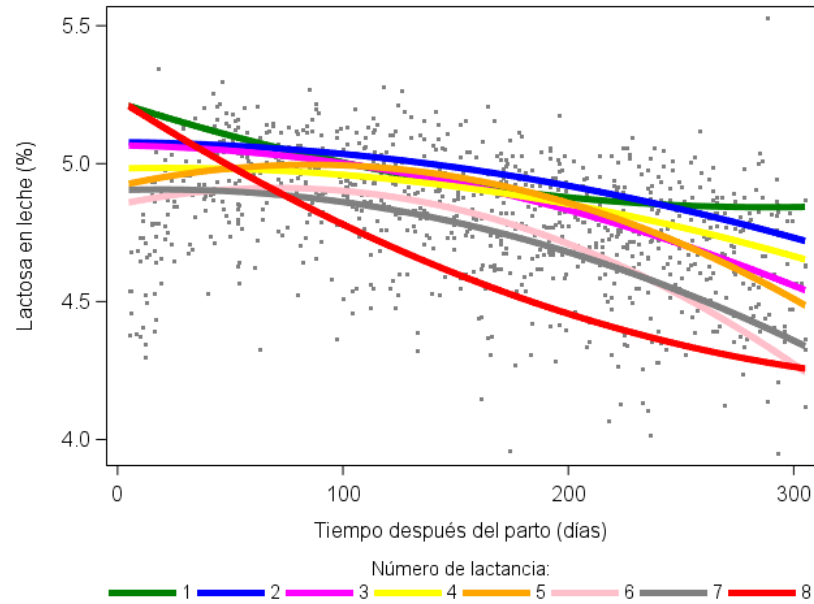


Figura 6. Curvas promedio para porcentaje de lactosa en leche de vacas Jersey en pastoreo, de primera a octava lactancia, ajustadas con polinomios de Legendre grado 2.

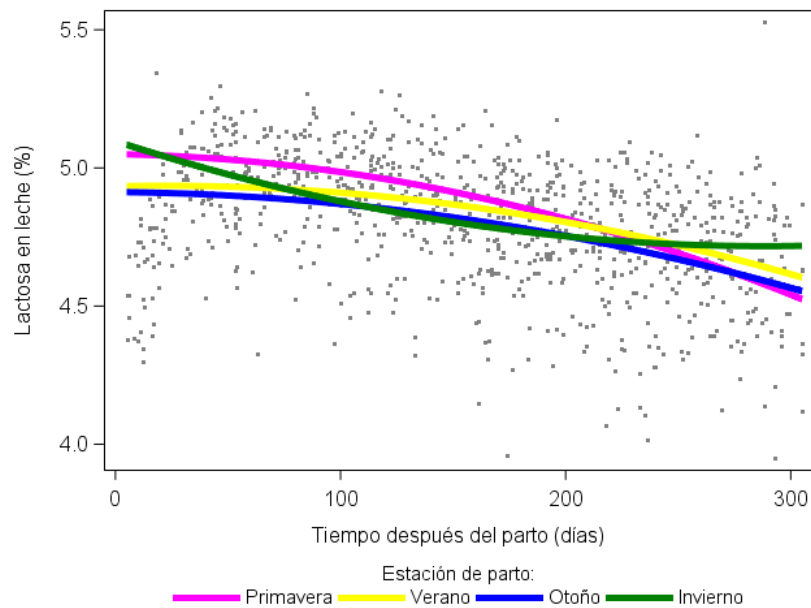


Figura 7. Curvas promedio para porcentaje de lactosa en leche de vacas Jersey en pastoreo, de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con polinomios de Legendre grado 2.

Las trayectorias de la producción de leche en comparación con las gráficas de porcentaje de sólidos totales, grasa y proteína, mostraron una relación inversa, donde los mayores valores de producción coinciden con los menores valores de porcentaje de sólidos totales, grasa y proteína. Patrones similares fueron encontradas por Quinn, Killen y Buckley (2006), y Silvestre et al. (2009), quienes mostraron esta relación inversa entre producción de leche y porcentajes de grasa y proteína.

3.5.4 Caracterización de variables relacionadas con las curvas de producción y componentes de la leche

En el Cuadro 5 se muestran estadísticos descriptivos para variables relacionadas con la curva de lactancia de las vacas estudiadas. En este sistema de producción, en promedio, la PP fue alrededor de 25 L, que se alcanzó con DP cercanos a los dos meses después del parto, producción que disminuyó poco, paulatinamente a través de la lactancia (persistencia, PE, alrededor de 94%).

Cuadro 5. Estadísticos descriptivos para días al pico de máxima producción de leche (DP), producción de leche al pico de lactancia (PP) y persistencia (PE) de vacas Jersey manejadas en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.

Variable	N	Mínimo	Máximo	Promedio	DE	CV (%)
DP, d	1370	5.0	302.0	53.8	39.0	74.0
PP, kg	1370	9.5	37.1	25.3	5.0	19.9
PE, %	1339	85.2	100.0	94.3	2.1	2.2

¹Desviación estándar, ²Coefficiente de variación.

El promedio general de los DP fue cercano a dos meses; sin embargo, con variabilidad excesivamente grande de valores (coeficiente de variación de 74%). El intervalo amplio de valores sugiere la influencia importante de factores ambientales y genéticos; algunos de los factores ambientales detectados se discuten posteriormente, mientras que los genéticos sugieren variabilidad que podría aprovecharse en programas de selección. La PP (25.3 kg) fue superior a

la reportada para vacas Jersey por Cankaya et al. (2011), quienes estimaron producciones máximas de leche de 15 L; sin embargo, en ese estudio el sistema fue pastoreo con producción estacional de alimento. La PE fue alta (>85%) y poco variable, lo que se considera favorable para el presente sistema de producción, dado que la producción de leche se procesa para obtener derivados lácteos, para lo que es favorable una alta persistencia y así garantizar una comercialización uniforme de productos a través del año.

En el Cuadro 6 se muestran algunos estadísticos de las variables DP, PP y PE de acuerdo con los números de lactancia de las vacas. Los DP fueron variables en vacas con el mismo número de lactancia; en promedio por lactancia, las extremas (1, 7 y 8) fueron tardías en presentarlo (más que 60 d), mientras que las intermedias fueron más tempranas (entre 45 y 56 d). Los promedios de PP por lactancia presentaron el patrón típico de bovinos lecheros aunque relativamente con poca variación después de la primera lactancia. Los promedios de PE a través de los números de lactancia fueron relativamente homogéneos (entre 93 y 96%), con tendencia a valores menores a mayor número de lactancia, lo que se explica por la menor PP de las vacas en los primeros partos. El comportamiento de PP menor y PE mayor en vacas de primer parto de este estudio, es similar a lo reportado por otros autores en ganado lechero (Cañas et al., 2011).

En el Cuadro 7 se muestran algunos estadísticos de las variables DP, PP y PE de acuerdo con épocas en que las vacas iniciaron lactancias. Los promedios de DP fueron menores para vacas que iniciaron su lactancia en primavera (< 50 d) y similares en las demás épocas (> 54 d), aunque la variación dentro de estaciones se mantuvo muy alta (coeficientes de variación mayores que 57%). Las PP y PE de las vacas en las diferentes estaciones fueron similares para las dos variables, lo que sugiere atención del productor en el programa de alimentación de las vacas durante todo el año, con el propósito de mantener la producción de leche y sus derivados constantes a través del año.

Cuadro 6. Estadísticos descriptivos para los días al pico de máxima producción de leche, la producción de leche al pico de lactancia y la persistencia de vacas Jersey de 1 a 8 lactancias manejadas en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.

Lactancia	N	Mínimo	Máximo	Promedio	Desv. Est.	CV ¹ (%)
Días al pico de máxima producción de leche						
1	330	12	305	68	62	91
2	322	13	249	45	27	60
3	284	5	208	48	26	54
4	201	5	246	53	30	57
5	125	9	159	56	25	46
6	68	5	157	55	30	55
7	29	16	190	65	37	56
8	11	30	162	68	40	59
Producción de leche al pico (kg/vaca/día)						
1	330	9.4	29.0	19.5	3.0	15.5
2	322	15.9	36.0	25.2	3.5	13.8
3	284	17.5	37.2	27.6	3.9	14.1
4	201	16.7	37.1	28.5	4.2	14.6
5	125	16.1	35.9	28.5	3.9	13.5
6	68	16.4	35.9	27.6	4.3	15.7
7	29	19.1	33.2	27.2	4.3	15.7
8	11	20.5	33.5	27.3	4.9	18.1
Persistencia (%)						
1	306	87.2	99.8	95.7	1.9	2.0
2	321	87.9	99.7	94.1	1.8	1.9
3	283	87.0	98.5	93.7	2.0	2.1
4	199	86.8	98.0	93.5	1.9	2.0
5	124	88.7	99.2	93.3	1.9	2.0
6	67	88.0	98.1	93.2	1.8	1.9
7	29	85.2	97.0	93.6	2.1	2.2
8	11	91.3	95.1	93.3	1.2	1.3

¹ CV = coeficiente de variación.

Cuadro 7. Estadísticos descriptivos para los días al pico de máxima producción de leche, producción de leche al pico de lactancia y persistencia de vacas Jersey con partos por estaciones del año y manejadas en pastoreo en un sistema orgánico de producción de leche en Querétaro, México.

Estación	N	Mínimo	Máximo	Promedio	Desv. Est.	CV ¹ (%)
Días al pico de máxima producción de leche						
Primavera	386	5	305	48	36	75
Verano	386	5	275	57	48	85
Otoño	244	5	242	60	40	67
Invierno	354	14	305	55	31	57
Producción de leche al pico (kg/vaca/día)						
Primavera	386	9.4	36.1	25.2	5.2	20.5
Verano	386	9.9	35.9	24.8	4.6	18.7
Otoño	244	13.9	36.2	25.0	4.7	18.8
Invierno	354	14.0	37.2	26.2	5.4	20.7
Persistencia (%)						
Primavera	378	87.0	99.8	94.2	2.2	2.4
Verano	369	85.2	99.7	94.4	2.1	2.3
Otoño	243	87.2	98.2	93.9	1.8	1.9
Invierno	350	87.2	99.7	93.9	2.0	2.1

¹CV = coeficiente de variación.

3.6 CONCLUSIONES

Los polinomios de Legendre son una herramienta útil para predecir y describir las curvas de lactancia en bovinos Jersey en pastoreo bajo condiciones ambientales similares a las estudiadas; así como las curvas de componentes de la leche.

El sistema de producción estudiado se caracteriza por patrones de producción de leche descendente en comparación con los de los porcentajes de sólidos totales, grasa y proteína, con una relación inversa, donde los mayores valores de producción coinciden con los menores valores de porcentaje de sólidos totales, grasa y proteína. La producción de leche y los contenidos de sólidos totales, grasa, proteína, caseína y lactosa son afectados por el número de lactancia y el año y mes de parto de las vacas Jersey.

En general, el sistema de producción analizado presenta características favorables, como una razonable producción de leche diaria por vaca y una buena

producción de leche diaria al pico de la lactancia, la que se alcanza alrededor de dos meses después del parto y se mantiene relativamente estable a través de la lactancia, lo que favorece el procesamiento y la venta de leche y derivados lácteos.

3.7 AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), y a la DGIP por el apoyo económico otorgado al primer autor durante sus estudios de Maestría en Ciencias.

3.8 LITERATURA CITADA

- Abdollahpour, R., Moradi, M., Nejati-Javaremi, A., & Vaez, R. (2010). Genetic analysis of dairy milk, fat percentage and protein percentage of Iranian first lactation Holstein cattle. *World Applied Sciences Journal*, 10 (9), 1042-1046.
- Brody, S., Turner, C. W., & Ragsdale, A. C. (1924). The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. *The Journal of General Physiology*, 441 (777), 1922-1923.
- Cankaya, S., Unalan, A., & Soydan, E. (2011). Selection of a mathematical model to describe the lactation curves of Jersey cattle. *Archives Animal Breeding*, 54(1), 27-35.
- Cañas, J., Cerón-Muñoz, M., & Corrales, J. (2011). Modeling the lactation curves for milk, fat and protein yield of Holstein cattle in Antioquia, Colombia. *Revista MVZ Córdoba*, 16(2), 2514-2520.
- Capper, J. L., & Cady, R. A. (2012). A comparison of the environmental impact of Jersey compared with Holstein milk for cheese production. *Journal of Dairy Science*, 95, 165–176, doi:10.3168/jds.2011-4360.
- Czerniewicz, M., Kietczewska, K., & Kruk, A. (2006). Comparison of some physicochemical properties of milk from holstein-friesian and Jersey cows. *Polish Journal of Food and Nutrition Sciences*, 15/56 (1), 61–64.
- Dutto, M. (2012). Estimación de curvas de lactancia en vacas. Memorias del X Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística. Córdoba, Argentina, del 16 a 19 de octubre 2012.

- Hernández-Reyes, E., Segura-Correa, V. M., Segura-Correa, J. C., & Osorio-Arce M. M. (2000). Intervalo entre partos, duración de la lactancia y producción de leche en un hato de doble propósito en Yucatán, México. *Agrociencia*, 34(6), 699-705.
- INEGI. (2005). Prontuario de información Geográfica Municipal de los Estados Unidos Mexicanos Colón, Querétaro. Disponible en: <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/datos-geograficos/22/22005.pdf>. Consultado el 03 de marzo de 2017.
- Macciotta, N. P. P., Vicario, D., & Cappio-Borlino, A. (2005). Detection of different shapes of lactation curve for milk yield in dairy cattle by empirical mathematical models. *Journal of Dairy Science*, 88, 1178–1191.
- Méndez, M., & Fraga, L. M. (2012). Producción de leche y porcentaje de grasa en el día de control de búfalas de río en la provincia de Granma. *Archivos de Zootecnia*, 61(233), 11-18.
- Napolis, C. C., Rodrigues, C. M., Packer, I. U., Ferreira, A., Milagres, N., & Araujo, J. (2008) Genetic parameters for test day milk yield of first lactation Holstein cows estimated by random regression using Legendre polynomials. *Revista Brasileira de Zootecnia*, 37(4), 602-608.
- Osorio-Arce, M. M., & Segura-Correa, J. C. (2005). Factors affecting the lactation curve of *Bos taurus* x *Bos indicus* cows in a dual purpose system in the humid tropics of Tabasco, Mexico. *Técnica Pecuaria en México*, 43(1). 127-137.
- Otwinowska-Mindur, A., & Ptak, E. (2016). Factors affecting the shape of lactation curves in Polish Holstein-Friesian cows. *Animal Science Papers and Reports*, 34(4), 373-386.
- Quinn, N., Killen, L., & Buckley, F. (2006). Modelling fat and protein concentration curves for Irish dairy cows. *Irish Journal of Agricultural and Food Research*, 45, 13–23.
- Rodríguez, L., Ara, M., Huamán, H., & Echevarría, L. (2005). Modelos de ajuste para curvas de lactación de vacas en crianza intensiva en la cuenca de Lima. *Revista de Investigación Veterinaria de Perú*, 16(1), 1-12.
- Salvador, A., & Martínez, G. (2007). Factores que afectan la producción y composición de la leche de cabra: revisión bibliográfica. *Revista de la Facultad de Ciencias Veterinarias de la Universidad Central de Venezuela*, 48(2), 61-76.
- SAS (Statistical Analysis System). (2016) SAS Institute Inc. SAS® 9.4 User's Guide Cary, NC: SAS Institute Inc. Cary, N.C., USA.

- Silvestre, A. M., Martins, A. M., Santos, V. A., Ginja, M. M., & Colaço, J. A. (2009). Lactation curves for milk, fat and protein in dairy cows: A full approach. *Livestock Science*, 122, 308–313.
- Wood, P. D. P. (1967). Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature*, 216, 164-165.

Apéndice 1. Indicadores de bondad de ajuste para polinomios de Legendre de diferente orden, ajustados a registros de producción y componentes de leche para describir la curva de lactancia de vacas Jersey en pastoreo.

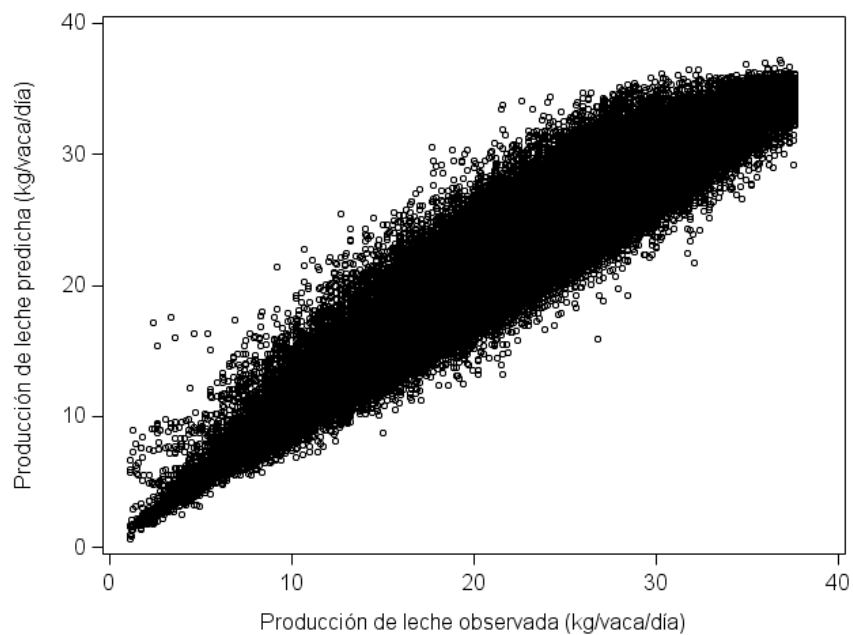
Indicador de bondad de ajuste ¹	Grado del polinomio fijo y aleatorio para producción de leche		
	8,8	9,9	10,10
-2 Res Log Likelihood	1713665	1668770	1639352
AIC	1713687	1668802	1639396
BIC	1713744	1668886	1639511
Grado del polinomio fijo y aleatorio para porcentaje de grasa			
	1,1	2,2	3,3
-2 Res Log Likelihood	3342	3324	3496
AIC	3349	3336	3516
BIC	3364	3367	3568
Grado del polinomio fijo y aleatorio para porcentaje de proteína			
	1,1	2,2	3,3,
-2 Res Log Likelihood	91	47	92
AIC	99	61	112
BIC	120	97	164
Grado del polinomio fijo y aleatorio para porcentaje de lactosa			
	1,1	2,2	3,3,
-2 Res Log Likelihood	-585	-631	-655
AIC	-577	-617	-635
BIC	-556	-581	-583
Grado del polinomio fijo y aleatorio para porcentaje de caseína			
	1,1	2,2	3,3
-2 Res Log Likelihood	-347	-359	-139
AIC	-339	-345	-119
BIC	-318	-309	-67
Grado del polinomio fijo y aleatorio para porcentaje de sólidos totales			
	1,1	2,2	3,3
-2 Res Log Likelihood	3463	3444	3774
AIC	3469	3456	3794
BIC	3485	3487	3847

¹ -2 Res Log Likelihood = $-2 \cdot [\log(\text{residual de la función de verosimilitud})]$; AIC = Criterio de Información de Akaike (entre más pequeño, mejor ajuste del modelo); BIC = Criterio de Información Bayesiano (entre más pequeño, mejor ajuste del modelo).

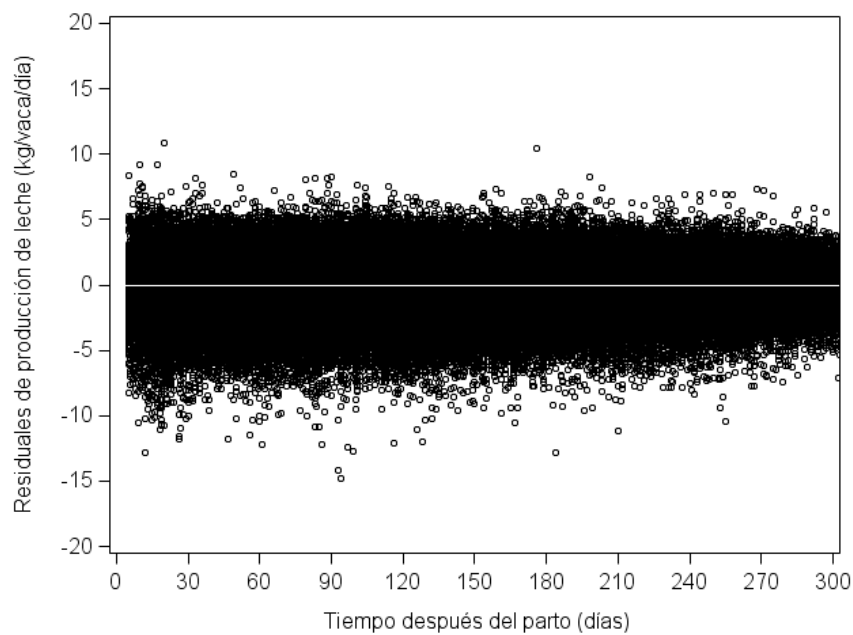
Apéndice 2. Soluciones de los efectos fijos de los modelos de regresión aleatoria ajustados para describir las curvas de producción de leche, grasa, proteína, lactosa, caseína y sólidos totales (ST) de vacas Jersey en pastoreo.

Efecto	Producción (Vaca/día)					
	Leche (kg)	Grasa (%)	Proteína (%)	Lactosa (%)	Caseína (%)	ST (%)
Número de lactancia						
1	16.55	5.61	3.74	4.89	3.17	15.20
2	19.01	5.35	3.87	4.88	3.25	15.05
3	20.71	5.21	3.77	4.81	3.14	14.75
4	21.03	5.47	3.93	4.81	3.27	15.18
5	20.71	5.43	3.83	4.79	3.19	15.05
6	20.35	5.57	3.83	4.66	3.15	15.06
7	19.94	5.57	3.81	4.65	3.11	15.10
8	19.72	4.95	3.68	4.56	2.95	14.06
Año de parto						
2007	0.2502					
2008	-1.6848					
2009	-3.9378					
2010	-0.7034					
2011	-0.5022					
2012	-0.9453					
2013	-0.5455					
2014	2.1186	-1.4574	0.06007	0.145	0.02243	-1.7143
2015	0	0	0	0	0	0
Estación de parto						
Primavera	1.9945	-1.0309	0.1363	0.00123	0.05481	-1.0547
Verano	1.7495	-0.2815	0.0587	-0.04334	0.04469	-0.1398
Otoño	1.1465	-0.5443	0.04603	0.0343	0.03748	-0.5735
Invierno	0	0	0	0	0	0

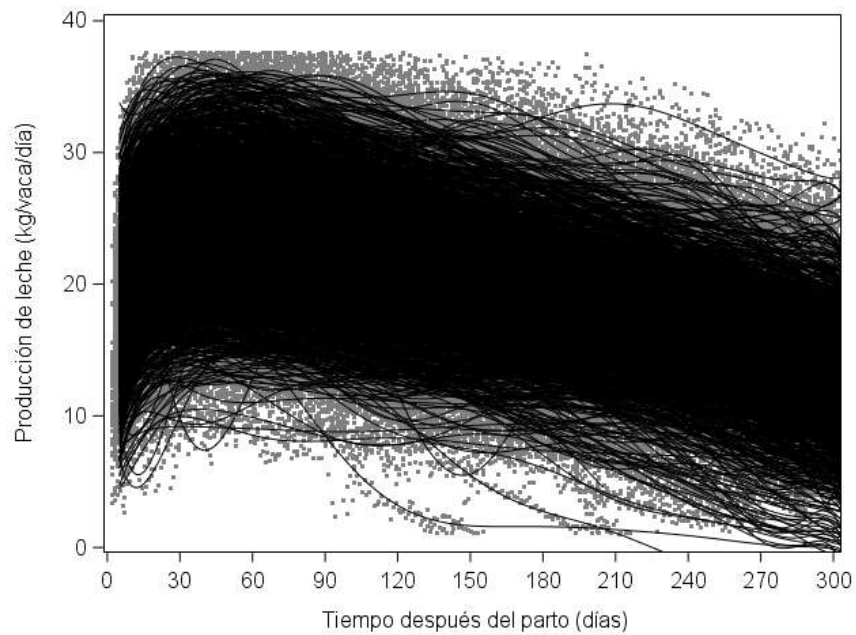
Apéndice 3. Correspondencia entre las producciones observadas y predichas residuales para producción de leche durante la lactancia y las producciones predichas del mejor modelo.



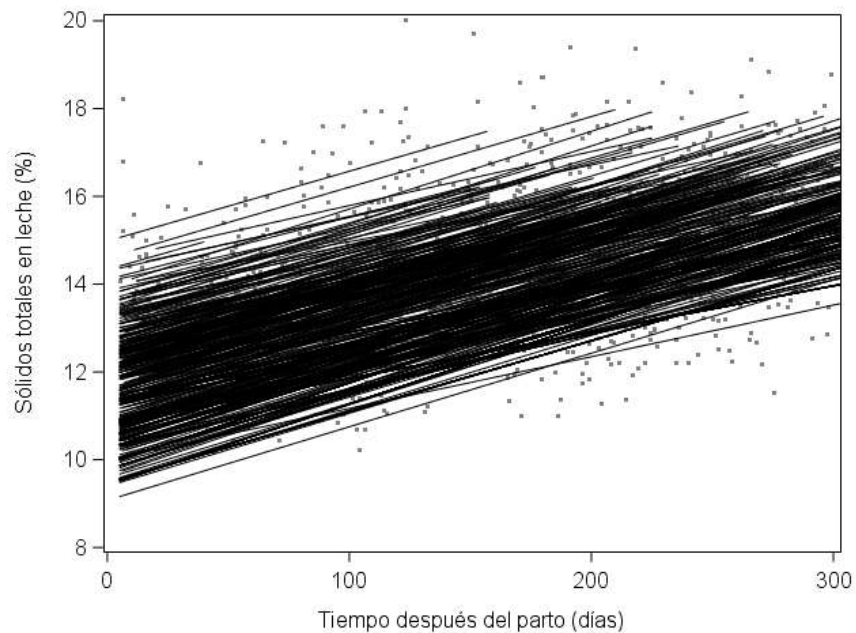
Apéndice 4. Residuales de producción de leche a 305 días.



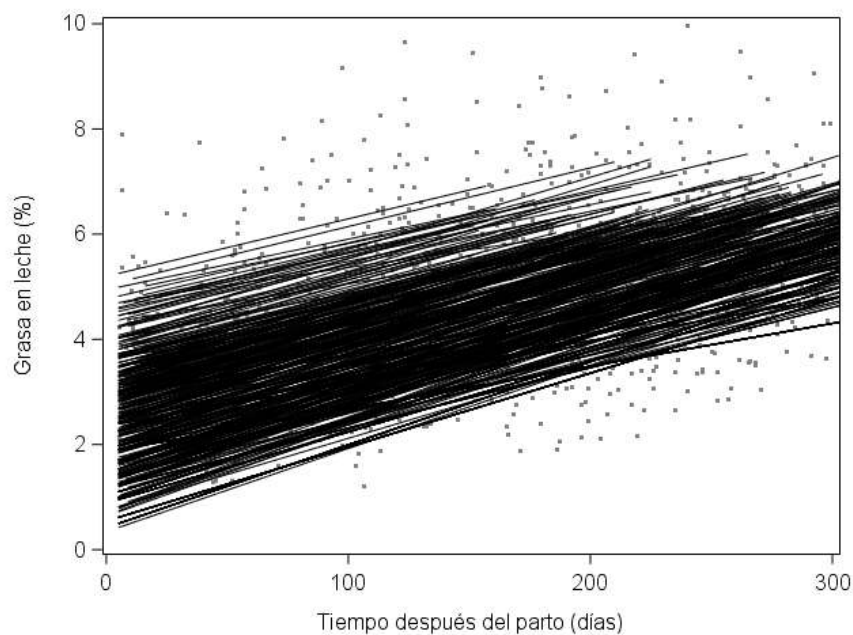
Apéndice 5. Producción de leche observada (círculos grises) y predicha (líneas negras continuas) por vaca y lactancia al ajustar un polinomio de Legendre de grado 9 a la producción diaria de leche de vacas Jersey en Pastoreo.



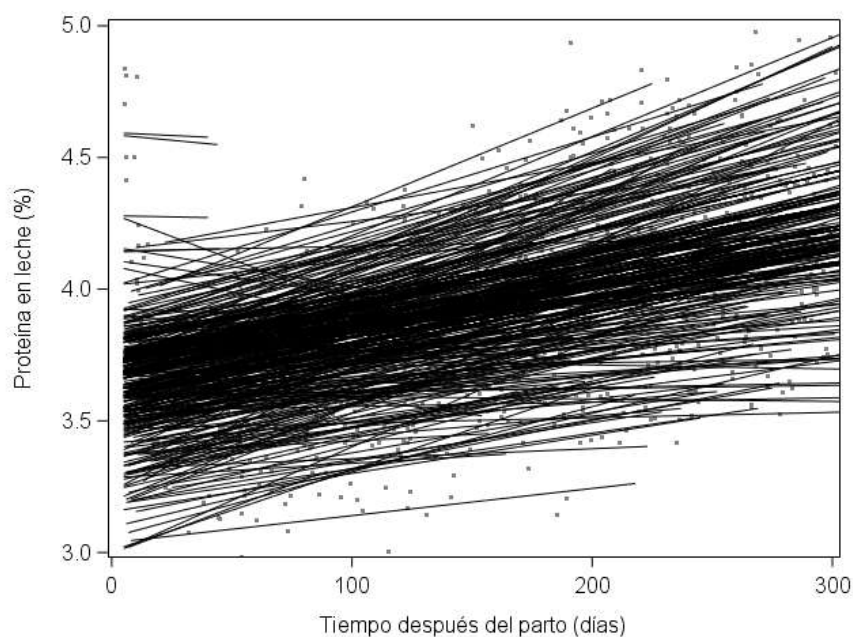
Apéndice 6. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de sólidos totales por vaca por lactancia en leche de vacas Jersey en pastoreo después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.



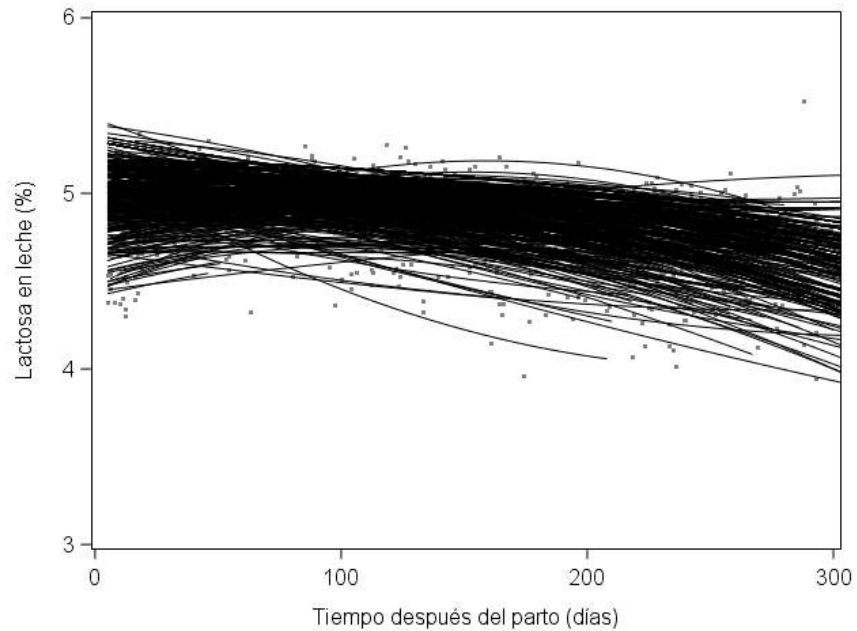
Apéndice 7. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de grasa por vaca por lactancia en leche de vacas Jersey en pastoreo después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.



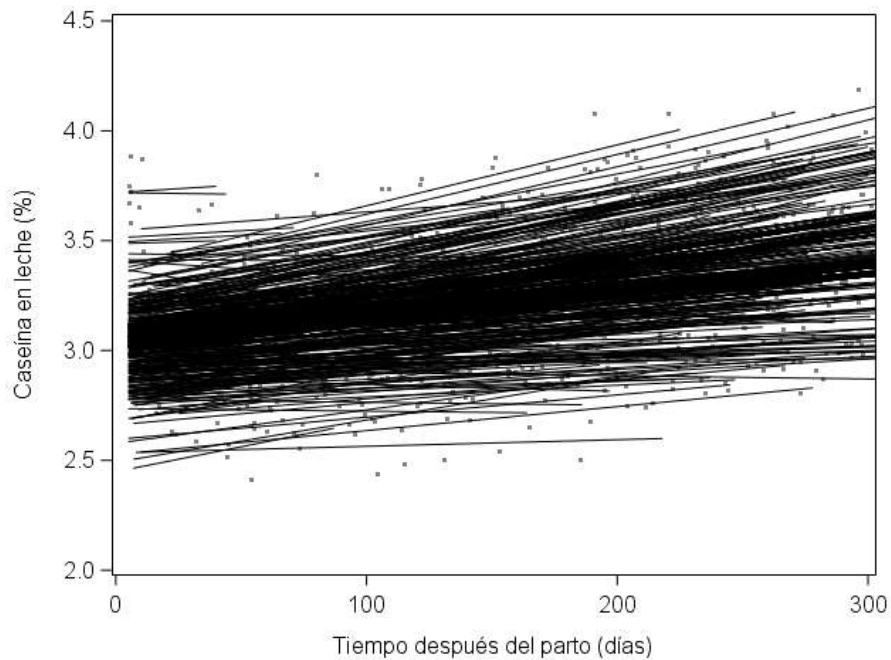
Apéndice 8. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de proteína por vaca por lactancia, en leche de vacas Jersey en pastoreo, después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.



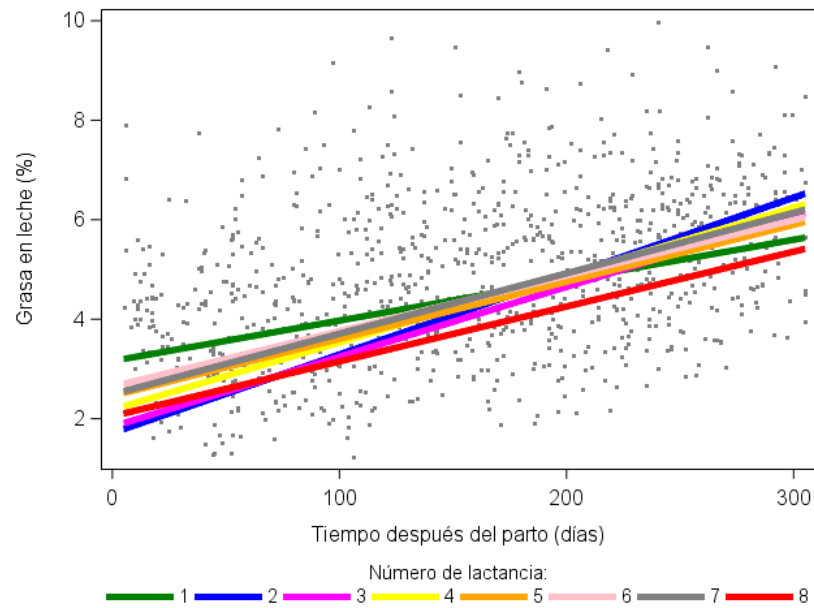
Apéndice 9. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de lactosa por vaca por lactancia, en leche de vacas Jersey en pastoreo, después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.



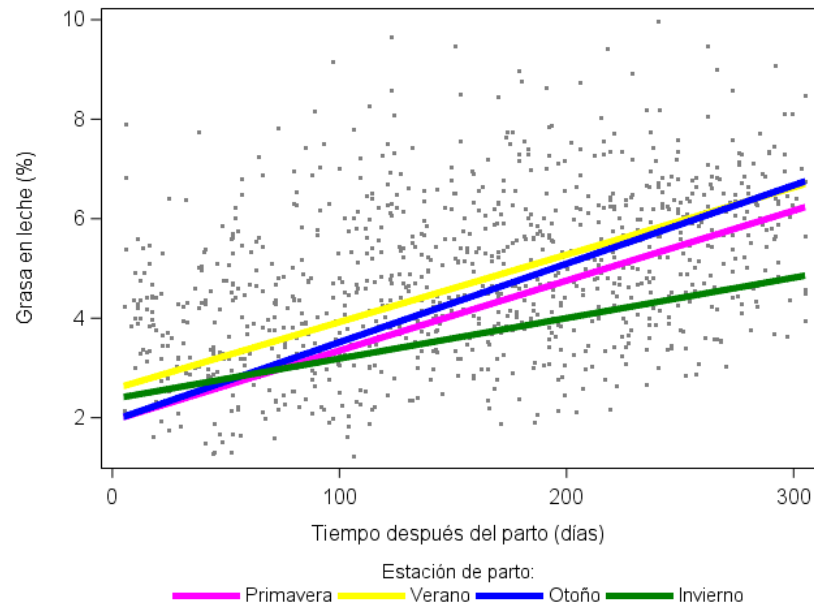
Apéndice 10. Porcentaje observado (círculos grises) y predicho (líneas negras continuas) de caseína por vaca por lactancia, en leche de vacas Jersey en pastoreo, después de ajustar un polinomio de Legendre de grado 1.



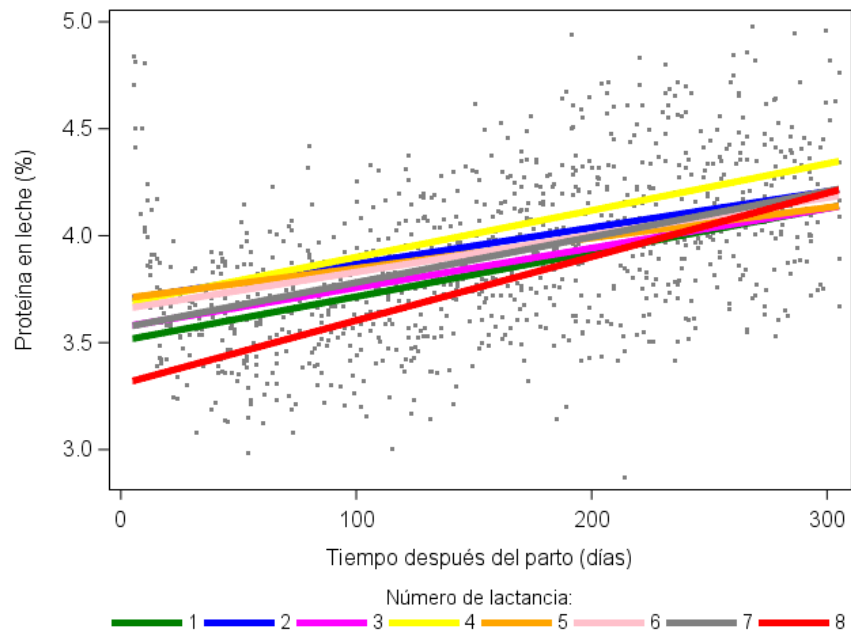
Apéndice 11. Curvas promedio para porcentaje de grasa en leche de vacas Jersey en pastoreo, de primera a octava lactancia, ajustadas con un polinomio de Legendre de grado 1.



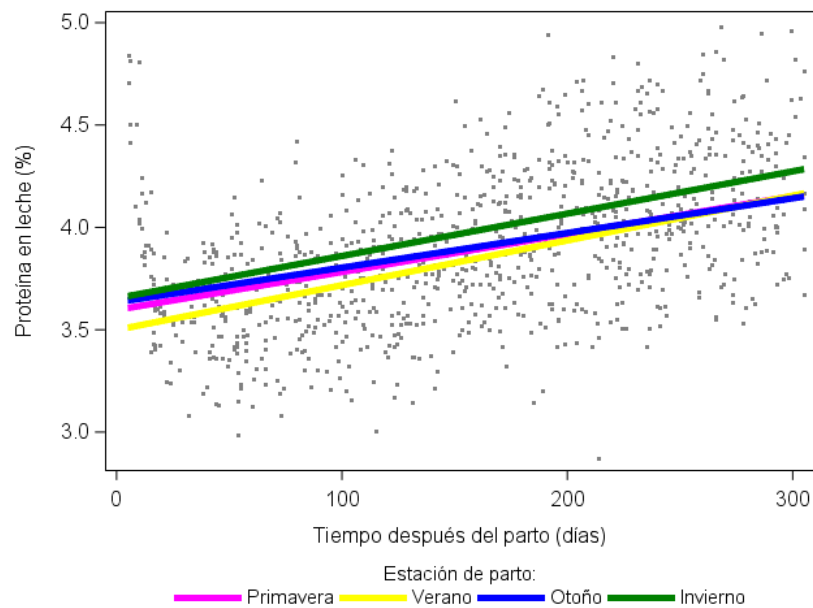
Apéndice 12. Curvas promedio para porcentaje de grasa en leche de vacas Jersey en pastoreo, de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con un polinomio de Legendre de grado 1.



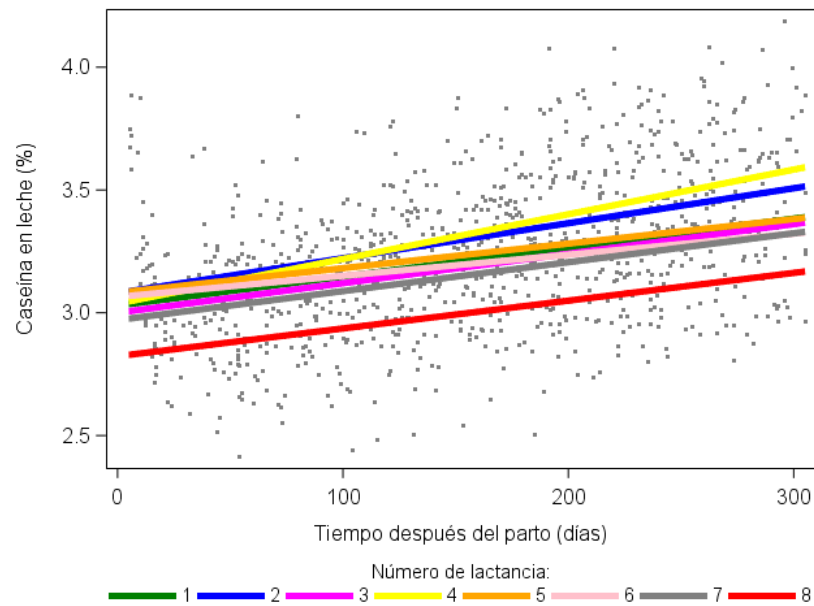
Apéndice 13. Curvas promedio para porcentaje de proteína en leche de vacas Jersey en pastoreo, de primera a octava lactancia, ajustadas con polinomios de Legendre de grado 1.



Apéndice 14. Curvas promedio para porcentaje de proteína en leche de vacas Jersey en pastoreo, de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con polinomios de Legendre de grado 1.



Apéndice 15. Curvas promedio para porcentaje de caseína en leche de vacas Jersey en pastoreo, de primera a octava lactancia, ajustadas con los polinomios de Legendre de grado 1.



Apéndice 16. Curvas promedio para porcentaje de caseína en leche de vacas Jersey en pastoreo, de las diferentes estaciones de parto, ajustadas con los polinomios de Legendre de grado 1.

