

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DEPARTAMENTO DE ZOOTECNIA

COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA ESTIMAR CURVAS DE
LACTANCIA CON DIFERENTE FRECUENCIA DE MEDICIÓN EN
BOVINOS ANGUS, SUIZO Y SUS CRUZAS

TESIS

QUE COMO REQUISITO PARCIAL

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS EN

PRODUCCIÓN ANIMAL

BIBLIOTECA GENERAL U. A. CH

PRESENTA:

MA. DEL REFUGIO MERÁZ ALVARADO



DIRECCION ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES



Diciembre del 2001
Chapingo, Estado de México

Bib. 96777

**COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA ESTIMAR CURVAS DE
LACTANCIA CON DIFERENTE FRECUENCIA DE MEDICIÓN
EN BOVINOS ANGUS, SUIZO Y SUS CRUZAS**

Tesis realizada por Ma. del Refugio Meráz Alvarado, bajo la dirección del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN PRODUCCIÓN ANIMAL

DIRECTOR:



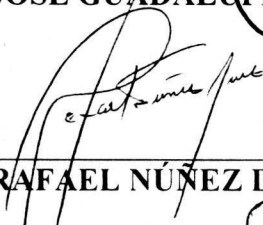
DR. RODOLFO RAMÍREZ VALVERDE

ASESOR:



DR. JOSÉ GUADALUPE GARCÍA MUÑIZ

ASESOR:



DR. RAFAEL NÚÑEZ DOMÍNGUEZ

ASESOR:



DR. AGUSTÍN RUÍZ FLORES

A - 39057

COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA ESTIMAR CURVAS DE LACTANCIA CON DIFERENTE FRECUENCIA DE MEDICIÓN EN BOVINOS ANGUS, SUIZO Y SUS CRUZAS

El jurado que revisó y aprobó el examen de grado de Ma. del Refugio Meráz Alvarado, autor de la presente tesis de Maestría en Ciencias en Producción Animal, estuvo constituido por:

PRESIDENTE:



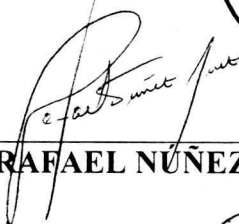
DR. RODOLFO RAMÍREZ VALVERDE

ASESOR:



DR. JOSÉ GUADALUPE GARCÍA MUÑÍZ

ASESOR:



DR. RAFAEL NÚÑEZ DOMÍNGUEZ

ASESOR:



DR. AGUSTÍN RUIZ FLORES

DEDICATORIA

A MI HIJA:

ANA KAREN MIRANDA MERÁZ
(por su invaluable comprensión, paciencia y amor).

A MIS PADRES:

MIGUEL MERÁZ FLORES (†)
EMMA ALVARADO QUINTERO
(por haberme inculcado el espíritu de lucha
y superación).

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Autónoma Chapingo y al Departamento de Zootecnia, por brindarme la oportunidad de realizar los estudios de Maestría en Ciencias.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por financiar mis estudios de Maestría.

Al Dr. Rodolfo Ramírez Valverde, por su valiosa y acertada dirección y apoyo en la realización del presente trabajo.

Al Dr. J. Guadalupe García Muñiz, por su valiosa colaboración, apoyo y asesoramiento del presente trabajo.

A los Doctores Agustín Ruíz Flores y Rafael Núñez Domínguez, por sus invaluable sugerencias y aportaciones que enriquecieron y mejoraron el trabajo.

Al M.C. José Solís Ramírez y Dr. Manuel A. Gómez Cruz, por su valioso apoyo y comprensión recibidos durante la Maestría.

A mis compañeros de Línea de Investigación, J. Gabriel Canche Uc y Joel Domínguez Viveros, por el apoyo y asesoramiento recibido durante mi estancia en la Maestría.

A mi familia (Rosario, Hortencia, Fernando, Lulú, Ciro, Amalia) y amigos (Gloria Villa, Ana Ma. Díaz, Ing. Salvador Bravo), por apoyarme en los momentos más difíciles y facilitarme el trabajo de la Maestría.

A todas aquellas personas que han participado y permitido que este trabajo de investigación concluya satisfactoriamente.

DATOS BIOGRÁFICOS

Originaria de Texcoco, Edo. de México, nació el 17 de julio de 1967. Egreso del Departamento de Zootecnia, de la Universidad Autónoma Chapingo en 1993 y recibió el título de Ingeniera Agrónoma especialista en Zootecnia en 1997. De 1993-1994 prestó sus servicios en la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, Delegación Distrito Federal, generando el trabajo "Caracterización de la producción ovina en la zona sur del Distrito Federal". Ha participado en proyectos de investigación del Centro de Investigaciones Económicas, Sociales y Tecnológicas de la Agroindustria y Agricultura Mundial, desde 1996 a la fecha. En 1998-1999 colaboró en las actividades del módulo de Conejos del Departamento de Zootecnia, de la Universidad Autónoma Chapingo.

CONTENIDO

DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTOS.....	v
DATOS BIOGRÁFICOS.....	vi
LISTA DE CUADROS.....	viii
LISTA DE FIGURAS.....	ix
CAPÍTULO I. REVISIÓN DE LITERATURA.....	1
1. Modelos matemáticos.....	2
2. Comparación de ecuaciones.....	9
3. Factores que afectan la curva de lactancia.....	15
CAPÍTULO II. COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA ESTIMAR CURVAS DE LACTANCIA CON DIFERENTE FRECUENCIA DE MEDICIÓN EN BOVINOS ANGUS, SUIZO Y SUS CRUZAS.....	31

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1. Ecuaciones para estimar la curva de lactancia de animales domésticos...	3
Cuadro 2. Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia reportada por varios autores.....	11
Cuadro 3. Jerarquización de las ecuaciones de Wood, Sikka, Nelder, y Gaskins y Anderson, para predecir las curvas de lactancia en cuatro intervalos de medición de producción de leche, por genotipo y a través de genotipo.....	50
Cuadro 4. Valores promedio del estadístico de Durbin-Watson (D-W), porcentaje de lactancias con autocorrelación positiva (APOS), porcentaje de lactancias con por lo menos una producción de leche diaria predicha negativa (PNEG), y porcentaje de lactancias con producción de leche predicha anormal en el día del pico de producción (PANOR), para cuatro ecuaciones con cuatro frecuencias de medición.....	51
Cuadro 5. Análisis de varianza y probabilidades para los efectos de manejo y genéticos sobre los parámetros a , b y c , y para la producción de leche total (PLT), producción de leche al pico de la lactancia (PP), días al pico de lactancia (DPP) y persistencia (PER) obtenidos de las ecuaciones parabólica exponencial y gama incompleta	52
Cuadro 6. Medias de cuadrados mínimos de los parámetros a , b y c de la curva de lactancia de vacas Angus, Suizo y sus cruza, y para la producción de leche total (PLT), producción de leche al pico de la lactancia (PP), días al pico de lactancia (DPP) y peresistencia (PER) obtenidos de las ecuaciones arábica exponencial y gama incompleta, con diferente frecuencia de medición de la producción de leche durante la lactancia.....	53

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1. Comportamiento promedio ($n = 109$) de las curvas de lactancia generadas por la ecuación inversa parabólica exponencial (Nelder, 1966), en vacas Suizo con cuatro diferentes frecuencias de medición y la producción observada..... 54
- Figura 2. Comportamiento promedio ($n = 52$) de las curvas de lactancia generadas por la ecuación de regresión lineal respecto al tiempo en su forma lineal y cuadrática (Gaskins y Anderson, 1980), en vacas cruzadas Angus*Suizo, con cuatro diferentes frecuencias de medición y la producción observada..... 55
- Figura 3. Comportamiento promedio ($n = 136$) de las curvas de lactancia generadas por la ecuación gamma incompleta (Wood, 1967), en vacas Angus con cuatro diferentes frecuencias de medición y la producción observada..... 56
- Figura 4. Comportamiento promedio ($n = 136$) de las curvas de lactancia generadas por la ecuación parabólica exponencial (Sikka, 1950), en vacas Angus con cuatro diferentes frecuencias de medición y la producción observada..... 57

CAPÍTULO I

REVISIÓN DE LITERATURA

1. MODELOS MATEMÁTICOS

La ecuación clásica que se ha utilizado para determinar la forma regular de la curva de lactancia es la función gama incompleta propuesta por Wood (1967). Sin embargo, se han desarrollado ecuaciones alternativas como consecuencia de la falta de ajuste de la ecuación de Wood para medir la producción de leche (PL) bajo ciertas condiciones y por la dificultad de interpretación biológica de sus parámetros (Ramírez *et al.*, 1998; Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000). Recientemente, nuevos modelos se han usado debido a su capacidad para describir un amplio rango de formas de curvas de lactancia (Cappio-Borlino *et al.*, 1997; Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000) en diferentes condiciones ambientales y de manejo. El Cuadro 1 muestra algunas ecuaciones que estiman la curva de lactancia de varias especies animales, que se han generado antes y después que la de Wood, muchas de las cuales son una modificación de ella misma.

Los modelos algebraicos simples (ecuación exponencial) que describen la fase de disminución de la curva de lactancia de vacas lecheras fueron propuestas por Brody, Ragsdale y Turner (1923), Gaines (1927) y Fischer (1958). Las tres ecuaciones no consideran la tasa de incremento inicial al punto máximo, la cual es de interés e importancia. En 1924, Brody, Ragsdale y Turner, sugieren el uso de una ecuación que muestra la diferencia entre dos funciones exponenciales para describir la curva de la lactancia completa; misma que estima el pico de PL $[(c-h)^{-1} * \ln(c/h)]$ después del parto. Esta ecuación subestima la PL a la mitad de la lactancia y la sobreestima cerca del área del pico de producción y al final de la lactancia; además presenta una tasa de disminución después del pico de producción más lenta que el modelo que propusieron en 1923 (Papajcsik y Boderó, 1988; Sherchand *et al.*, 1995; Ramírez *et al.*, 1998).

Cuadro 1. Ecuaciones para estimar la curva de lactancia de animales domésticos.

Modelo ¹	Modelo ¹
Brody <i>et al.</i> (1923) $Y_t = ae^{-bt}$	Brody <i>et al.</i> (1924) $Y_t = ae^{-bt} - ae^{-ct}$
Gaines (1927) $Y_t = ae^{-bi}$	Sikka (1950) $Y_t = ae^{(bt + ct^2)}$
Vujicic y Bacic (1961) $Y_t = ate^{-bt}$	Nelder (1966) $Y_t = t/(a + bt + ct^2)$
Wood (1967) $Y_t = at^b e^{-ct}$	McMillan <i>et al.</i> (1970) citado por Leon-Velarde, <i>et al.</i> (1995) $Y_t = me^{-ct} (1 - e^{-a(t-a)})$ m=párametro asociado con el máximo potencial de PL diaria.
Dave (1971) $Y_t = a + bt - ct^2$	Schaeffer <i>et al.</i> (1977) $Y_t = a(t_i - t_0)^b e^{-c(t_i - t_0)}$ t_0 =tiempo de la producción inicial.
Coby y Le Du (1978) $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$	Gaskins y Anderson (1980) $Y_t = a + bt + ct^2$
Dhanoa (1981) $Y_t = at^{mc} e^{-ct}$ m=tiempo requerido para alcanzar la máxima PL.	Rowlands <i>et al.</i> (1982) $Y_t = W_i at^b e^{-ct}$ W_i =Efecto de la i-ésima semana de muestreo en un periodo de 12 meses.
Jenkins y Ferrel (1984) $Y_t = t/ae^{ct}$	Grossmant <i>et al.</i> (1986) $Y_t = at^b e^{-ct} [1 + u \text{sen}(x) + v \text{cos}(x)]$ x =día del año.
Emmans y Fisher (1986) $Y_t = a \exp[e^{(Go-bt)}] e^{-ct}$ Go=medida de la madurez del potencial secretor de leche en el momento del apareamiento. b=tasa de madurez del potencial secretor de leche	Grossman y Koops (1988) $Y_t = \sum_{i=1}^n \{a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i (t - c_i))]\}$ n=número de fases. tanh=tangente hiperbólica para cada fase i.

¹ Y_t =Producción de leche al tiempo t; e= base de los logaritmos naturales; t=día de lactancia; a, b, c, u y v son los parámetros a estimar.

Continúa...

Modelo ¹	Modelo ¹
Morant y Gnanasakthy (1989) $Y_t = \exp(a - b_1 t - c n^2_1 - d/n)$	White <i>et al.</i> (1999) $Y_t = b_0 + b_1 t + e^{(-D_1 t)} Z(t)$
Grossman <i>et al.</i> (1999) Modelo de persistencia $Y_t = (Y_p/t_1) * t - (Y_p/t_1) * \ln[(e^t + e^{t_1}) / (1 + (e^t + e^{t_1}))] + b_3 * \ln[(e^t + e^{t_1+P}) / (1 + (e^t + e^{t_1+P}))]$ t_1 = tiempo de transición del aumento de la producción a un producción constante; y_p = nivel de producción constante. b_3 = tasa de decline en producción del final de la producción constante al final de la lactación P = persistencia de producción constante.	Strandberg y Lundberg (1991) $Y_t = a_0 t^{a_1} e^{-a_2 t} + b_0 \sin[2\pi(t+k-b_1)/365] + SC_1[t - (d+C_0)]$ a_0 = nivel de la curva de lactancia k = día calendarizado del parto. b_0 = amplitud. C_0 = número de días después de la concepción, cuando la preñez empieza a afectar la curva. C_1 = cambio lineal de la producción para la preñez. d = día en lactación, cuando ocurre la preñez (días abiertos). $S = 0$ para $(x < -1)$, $(x+1)^2$; 4 para $(-1 < x < 1)$; 1 para $(x > 1)$

¹ Y_t = Producción de leche al tiempo t ; e = base de los logaritmos naturales; t = día de lactancia; $a, b, c, a_1, b_1, c_1, d, D, u$ y v son los parámetros a estimar.

Sikka (1950) observó que la ecuación exponencial daba una buena estimación a través de la lactancia, pero con discrepancias entre los valores predichos y los valores observados, principalmente en el inicio de la lactancia, por lo que propuso una función parabólica exponencial, que proyecta una curva en forma de campana y estima el día de máxima producción a través de $b/(2c)$, que corresponde a la media de la distribución. Esta ecuación proporciona dos constantes por separado: 1) una lineal, midiendo la pendiente promedio de la curva, y 2) una parabólica que describe cuánto sobre el promedio la tasa de la pendiente varía de periodo a periodo. Se ajusta mejor a los valores observados de las primeras lactancias, debido a que consideran el incremento en producción al inicio de la lactancia, pero presenta dificultad al ajustar PL cerca del área

del pico de producción debido a que es una función simétrica alrededor de esa área (Papajcsik y Boderó, 1988; Sherchand *et al.*, 1995).

Se considera que Vujicic y Bacic (1961) fueron los que en principio representaron la curva de lactancia por completo. Sin embargo, la ecuación no ajustó satisfactoriamente los datos estimados a los observados.

Nelder (1966) propuso la función inversa parabólica exponencial, derivada de la ecuación de Sikka, cuyo rendimiento máximo de leche esperado ocurre cuando $t = \sqrt{(a/c)}$, con un valor esperado de producción máxima de leche de $(2/(a*c) + b)^{-1}$. Además, este modelo ha sido reconocido como bueno para describir la curva de lactancia de ganado lechero que inicia su lactancia en verano (Ruiz *et al.*, 2000).

La ecuación propuesta por Wood (1967), es una extensión de la ecuación de Brody *et al.* (1923), y fue la primer ecuación que describió la curva de lactancia completa. En esta ecuación y representa el promedio de PL diaria (kg) y a , b y c son los tres parámetros que determinan la forma de la curva, con los cuales se pueden calcular el pico de producción ($a(b/c)^b e^{-b}$); el día en el cual se alcanza el pico de PL (b/c) y la persistencia ($c^{-(b+1)}$). Las limitaciones más importantes de la curva de lactancia estimada con la ecuación de Wood son: a) presencia de lactaciones “atípicas” debido a los valores negativos de los parámetros b ó c (Strandberg y Lundberg, 1991), muchas veces asociado a la poca información que se tiene antes del pico de producción (Ferris *et al.*, 1985), aunque si estos parámetros se obtienen a través del análisis Bayesiano, el número de curvas de lactancias atípicas se reducen drásticamente (Varona *et al.*, 1998); b) la marcada inclinación al inicio y final de la lactancia; c) la alta correlación de sus parámetros, y d) la difícil interpretación biológica de sus parámetros y de la persistencia

(c^{-b+1}) . Sin embargo, considerando que la tasa de disminución de la producción de leche al final de la lactancia puede ser lineal, la persistencia puede ser calculada como el porcentaje de producción de leche del pico de producción mantenido al final de la lactancia.

Debido al pobre ajuste que la ecuación de Wood presenta en algunas situaciones, las primeras alternativas propuestas para aumentar su capacidad de ajuste, fueron la transformación de los datos (transformación logarítmica) y el análisis de regresión ponderado, donde la PL es proporcional al cuadrado de los datos no transformados. Otros investigadores han tratado de resolver las inconveniencias de la ecuación de Wood a través de modificaciones a la misma. Schaeffer *et al.* (1977) suponen que la PL al parto es igual a cero, por lo que a la ecuación de Wood le integran el tiempo de la producción de leche inicial (t_0), y estima el tiempo al cual alcanza su máxima producción de leche a través de $[b/(c+t_0)]$. Dhanoa (1981), por su parte, sustituye el término b por el término mc , en donde el nuevo término m es el tiempo requerido para alcanzar el pico de producción, mismo que ayuda a reducir significativamente la correlación entre los parámetros. Rowlands *et al.* (1982) adicionan a la ecuación de Wood el término W_i que se refiere al efecto de la i -ésima semana de muestreo en un periodo de 12 meses. Jenkins y Ferrel (1984) reparametrizaron la ecuación de Wood, simplificándola a una ecuación de 2 parámetros, y fue propuesta para estimar curvas de lactancia de bovinos productores de carne. La ecuación de Wood no se ajusta adecuadamente a las diferentes variaciones de estacionalidad, por lo que Grossman *et al.* (1986) modificaron la ecuación de Wood, adicionándole los términos seno y coseno del día del año $[1+u \sin(x)+v \cos(x)]$, con la finalidad de explicar los efectos de la

estacionalidad. Emmans y Fisher (1986) consideraron que la ecuación de Wood no representaba adecuadamente el desarrollo del potencial de secreción de leche de la glándula mamaria, por lo que proponen un modelo que considera el término $u = \exp[e^{(G_0 - b^t)}]$, que representa el crecimiento o desarrollo del potencial de secreción de leche, que tiene particular importancia en las primeras etapas de la lactancia, mismo que sustituyó al término t^b de la ecuación de Wood (Oldham y Emmans, 1989). Por otro lado, Strandberg y Lundberg (1991) adicionaron a la ecuación de Wood los componentes $(b_0 \sin[2\pi(t+k-b_1)/365])$ y $(SC_1 X)$ que le permiten medir el efecto de estación de producción y efecto de preñez, respectivamente (Cuadro 1).

Dave (1971) y Gaskins y Anderson (1980) propusieron el uso de la ecuación cuadrática para estimar curvas de lactancia de búfalo y bovinos productores de carne, respectivamente. McMillan *et al.* (1970) propusieron la ecuación “compartamental”, aplicada a ganado lechero por Schaeffer *et al.* (1977), donde la ecuación implica que la PL está bajo la influencia de dos componentes. Inicialmente la tasa de producción se incrementa rápidamente de acuerdo al componente $m(1 - e^{-a(t-a)})$. Esta función se incrementa asintóticamente hacia m . Otros factores que provocan la inclinación de la producción corresponden al componente e^{-mt} , que es el componente dominante antes de alcanzar el pico de producción. La ecuación propuesta por Coby y Le Du (1978) reemplazó la función exponencial de disminución por una función lineal de disminución, y estima el pico de producción a través de $(c^{-1} \ln(ac/b))$ seguido por una tasa de disminución lineal. Wilmink (1987) modificó la ecuación de Coby y Le Du (1978), adicionando el término -0.05 que está relacionado con el pico de PL aproximadamente a los 50 días.

Grossman y Koops (1988) propusieron la ecuación difásica, que considera la PL como resultado de una acumulación de más de una fase de la lactancia; es decir, cada función estima la PL para cada fase. Utiliza la suma de 2 ó 3 componentes para disminuir la exagerada inclinación de la curva al inicio y final de la lactancia. Por otra parte, dado que los residuales usualmente no son aleatorios sobre el tiempo, introduce el parámetro duración de cada fase ($2b^{-1}$), definido como los días requeridos para alcanzar alrededor del 75% de la PL asintótica durante la fase. Sus parámetros son fáciles de interpretar y ayudan a entender la biología de la lactancia. Esta ecuación estima uno o más picos de PL ($a_i b_i$) cuando existen factores ambientales que los producen (hormonas), y el día en que se alcanza la máxima PL es estimada como c_i . Esta ecuación al reparametrizarse introduce un séptimo parámetro que ayuda a disminuir la suma de cuadrados de residuales, sobre todo al inicio de la lactancia, pero sus parámetros son difíciles de interpretar.

Morant y Gnanasakthy (1989) asumiendo que la tasa de cambio en la producción después del pico de PL no es constante, como lo supone la ecuación exponencial de (e^{-bt}), incorporan un parámetro extra que describa mejor la fase. Aunque, cabe mencionar, que este cuarto parámetro presenta dificultad en su estimación con pocas mediciones de PL. Las altas correlaciones entre parámetros de la ecuación de Wood (1967) han dado lugar a redefinir la curva. La ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989) presenta correlaciones muy bajas entre los parámetros y esto permite una descripción mas insesgada del modelo de producción de leche, que puede ser confirmada por el estadístico de Durbin y Watson (Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000).

La persistencia es una característica económicamente importante de la lactancia en ganado lechero, porque tiene gran impacto sobre la fertilidad, sanidad y costos de

alimentación, e influye en el total de leche producida (Dekkers *et al.*, 1998; Grossman *et al.*, 1999). El conocimiento del comportamiento de la persistencia de la curva de lactancia permite utilizar mejor el alimento y reducir el estrés en la etapa de mayor producción. La persistencia se define como el número de días durante los cuales el nivel de producción constante es mantenido; pero también ha sido definida como la tasa de disminución de producción de leche después del pico de producción (c). No existen modelos de lactancia que incluyan medidas de persistencia en términos de duración de días o que permitan derivarla de parámetros, por lo que Grossman *et al.* (1999) proponen el modelo de persistencia. Esta medida de persistencia puede ser importante para la selección genética, si el interés es mejorarla, sin incrementar el pico de producción y sin causar estrés a los animales. Sus cuatro parámetros (t , y_p , b_3 y P), miden directamente la importancia de las características biológicas de la curva de lactancia, en comparación con la ecuación de Wood, y describen la curva de lactancia con tres líneas rectas intersectas.

El modelo Cubic splines (White *et al.*, 1999) tiene el inconveniente de que requiere equipo de cómputo más sofisticado, pero tiene la capacidad de aumentar características de la curva de lactancia que no son consideradas en otros modelos de regresión aleatoria.

2. COMPARACIÓN DE ECUACIONES

En las últimas décadas se ha estudiado y comparado extensivamente la bondad de ajuste de diferentes ecuaciones que estiman la curva de lactancia de animales domésticos en diferentes condiciones.

La ecuación propuesta por Wood (1967) ha sido la más evaluada y comparada con las otras ecuaciones. El Cuadro 2 muestra los resultados obtenidos por varios autores, al comparar diferentes ecuaciones con diferentes especies animales y condiciones ambientales. La ecuación propuesta por Wood (1967) estima mejor la curva de lactancia en varias especies cuando ha sido comparada con las ecuaciones propuestas por Brody *et al.* (1923), Sikka (1950), Nelder (1966), Dave (1971), Coby y Le Du (1978), Gaskins y Anderson (1980) y Jenkins y Ferrell (1984). Sin embargo, en algunas condiciones al ser comparada con ecuaciones que son una modificación de ella o ecuaciones alternativas más recientes, presenta, algunas veces, las peores estimaciones o comportamientos similares al de otras ecuaciones. En general, las mejores estimaciones son proporcionadas por las ecuaciones de Grossman y Koops (1988) y Grossman *et al.* (1999). El criterio principal de comparación de ecuaciones, ha sido principalmente a través de la magnitud del valor de los cuadrados medios de residuales (CMR's), aunque también se han usado la desviación estándar de los residuales, el coeficiente de determinación en correlación múltiple (R^2), la suma de cuadrados de residuales, los porcentajes de curvas "atípicas" y de estimaciones de PL negativas, y los casos con autocorrelación positiva.

Por otra parte, muchos trabajos han mostrado que la función inversa parabólica exponencial da mejores ajustes que los modelos de Sikka (1950) y Brody *et al.* (1923), cuando las curvas presentan un bajo nivel de producción inicial y un pico de producción temprano en la lactancia (Papajcsik y Boderó, 1988; Sherchand *et al.*, 1995).

Cuadro 2. Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia reportada por varios autores.

Ecuaciones ¹ Comparadas	Especie	Frecuencia de muestreo de PL	Largo de Lactancia (días)	Respuesta
1, 3, 4 y 5	Vacas Friesian	Semanal	210	Ecuación 5 mejor que 4, al ajustar mejor los datos estimados a los observados y presentó menor correlación de parámetros. Las ecuaciones 1 y 3 presentaron los peores ajustes (Dhanoa, 1981).
1, 6, 7 y 8	Vacas Pardo Suizo	Mensual	270	Ecuación 8 resultó ser mejor que la ecuación 6, al presentar los CMR's más pequeños (1.5 vs 1.6) y el menor porcentaje de curvas de lactancia con alguna PL negativa (21.3 vs 21.8%), estimadas por los valores negativos de los parámetros b ó c (Schneeberger, 1981).
1 y 9	Vacas Holstein holandesas	Cada 20 días	280 a 339	Las funciones trifásica y difásica de la ecuación 9 fueron mejores que las funciones monofásica y Wood, al presentar los valores más bajos de las desviaciones estándar de residuales (2.98, 1.52, 1.06 y 0.53, respectivamente) y no presentar casos de autocorrelación. La función difásica mejor que la trifásica, ya que la tercer fase probablemente esté asociada con el periodo seco. La ecuación 1 mejor que la función monofásica, ya que ésta última presentó picos de PL antes del parto. La ecuación 1 sobreestimó la PL al inicio y final de la lactancia y subestimó la PL en la parte intermedia de la lactancia (Grossman y Koops, 1988).
20 modelos. entre ellos: 1, 10, 11,	Vacas Holstein (subtropico)	Mensual	270 a 300	La ecuación 10 presentó curvas de lactancia marcadamente asimétricas sin ajustarse a los datos, por lo que se eliminó del estudio. Lactancias en invierno: las ecuaciones de Papajcsik y Boderó tuvieron comportamiento similar a la ecuación 1, y estas a su vez fueron mejores que la ecuación 11, esta última siempre ocupó el último lugar, (CME). Lactancias en verano: las ecuaciones 1 y 11 fueron mejores que las ecuaciones propuestas por Papajcsik y Boderó (Papajcsik y Boderó, 1988).

¹ Ecuaciones: 1) $Y_i = at^b e^{-ct}$ (Wood, 1967); 2) $Y_i = me^{-ct} (1 - e^{-a(1-a)})$ (McMillan *et al.*, 1970); 3) $Y_i = at^{mc} e^{-ct}$ (Dhanoa, 1981); 4) $Y_i = at^b e^{-c(t-k)}$ (Wood, 1967) menos una constante; 5) $Y_i = at^{mc} e^{-ct}$ (Dhanoa, 1981) menos una constante; 6) $\ln(Y_i) = \ln(a) + b \ln(t_i) - ct_i + \varepsilon_i$ (Wood forma logarítmica); 7) $Y_i = a(t_i - t_0)^b e^{-c(t_i - t_0)}$ (Schaeffer *et al.*, 1977); 8) $\ln(Y_i) = \ln(a) + b \ln(t_i - t_0) - c(t_i - t_0) + \varepsilon_i$ (Schaeffer *et al.*, 1977) forma logarítmica; 9) $Y_i = \sum \{a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i (t - c_i))]\}$ (Grossman y Koops, 1988); 10) $Y_i = ae^{(bt + ct^2)}$ (Sikka, 1950); 11) $Y_i = t/(a + bt + ct^2)$ (Nelder, 1966).

Continuación Cuadro 2...

Continuación Cuadro 2...				Respuesta	
Ecuaciones ¹ Comparadas	Especie	Frecuencia de muestreo de PL	Largo de Lactancia (días)		
1 y 12	Vacas	Semanal	350	La ecuación 12 mejor que la 1, de acuerdo a los valores del la suma de cuadrados de residuales y el cuadrado medio de residuales (Strandberg y Lundberg, 1991).	
6, 13, 14 y 15	Angus Angus*Holstein	Mensual al inicio y final de la lactancia. Quincenal a la mitad de la lactancia.	220	La ecuación 13 mejor que la 6 y ésta mejor que la 15, sin existir diferencias significativas entre ellas, de acuerdo al promedio de residuales. La ecuación 14 fue la peor de las cuatro. Estimó el pico de PL 30 días después que las otras ecuaciones, subestimó la PL al inicio y final de lactancia y la sobre-estimó la PL a la mitad de la lactancia. La ecuación 15 no estimó apropiadamente la PL al final de la lactancia y no detectó el efecto de genotipo. La ecuación 6 considero el efecto de la aplicación de tiroxina (Hohenboken <i>et al.</i> , 1992).	
1, 6, 9, 16 y 17	Cabras Shinfield	semanal	70	La ecuación 17 mejor que la 16 y ésta última mejor que las ecuaciones 9, 6 y 1, ya que presentó los valores más bajos de residuales. Las ecuaciones 1 y 6 sobre-estimaron el pico de PL al final de la lactancia y la subestimaron a la mitad de la lactancia. La ecuación 9 ajustó solo 32 curvas de lactancia de 152 cabras. El valor de los parámetros <i>a</i> , <i>b</i> y <i>c</i> no variaron significativamente con diferentes frecuencias de medición (semanales y mensuales) (Williams, 1993).	
1, 10, 11, 14 18, 19, 20,	Angus, Suizo cruzas	Pardo y sus	Semanal	180	La ecuación 1 mejor que las ecuaciones 10, 11 y 14, de acuerdo al cuadrado medio de residuales; aunque la mejor ecuación dependió del genotipo. La ecuación Jenkins y Ferrel presentó consistentemente los peores ajustes (Ramírez, 1994).
1, 11, 19 y 21	Ganado lechero en trópico	Quincenal		La ecuación 21 mejor que las ecuaciones 1, 11 y 19 (Camacho <i>et al.</i> , 1994).	

¹Ecuaciones: 1) $Y_i = at^b e^{-ct}$ (Wood, 1967); 6) $\ln(Y_i) = \ln(a) + b \ln(t_i) - ct_i + \varepsilon_i$ (Wood forma logarítmica); 9) $Y_i = \sum \{a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i (t - c_i))]\}$ (Grossman y Koops, 1988); 10) $Y_i = ae^{(bt + ct^2)}$ (Sikka, 1950); 11) $Y_i = t/(a + bt + ct^2)$ (Nelder, 1966); 12) $Y_i = a_0 t^{a_1} e^{-a_2 t} + b_0 \sin[2\pi(t + k - b_1)/365] + SC_1 X$ (Strandberg y Lundberg, 1991); 13) Wood ponderado (Y_i)²; 14) $Y_i = t/ae^{ct}$ (Jenkins y Ferrel, 1984); 15) $\log(Y_i) = a - bt(1 - kt) + ct^2 + d/t$ (Morant y Gnanasakthy, 1989, con un parámetro más *k*); 16) $\log(Y_i) = a + bt + ct^2 + d/t$ (Morant y Gnanasakthy, 1989, de 4 parámetros); 17) $\log(Y_i) = a + bt + ct^2 + d/t + Et^3 + Ft^4$ (Morant y Gnanasakthy, 1989, de 6 parámetros); 18) $Y_i = ae^{-bt}$ (Brody *et al.*, 1923); 19) $Y_i = a - bt - ae^{-ct}$ (Coby y Le Du, 1978); 20) $Y_i = a + bt + ct^2$ (Gankins y Anderson, 1980); 21) $Y_i = a + bt + ce^{-0.05t} \Rightarrow$ Wilmink (1987).

Continuación Cuadro 2...

Ecuaciones ¹ comparadas	Especie	Frecuencia	Largo de Lactancia (días)	Respuesta
1, 2, 6, y 22	Vacas Holstein	Mensual (2 veces al día)	305	La ecuación 2 mejor que la 22 y ésta mejor que las ecuaciones 1 y 6, al ajustar mayor número de curvas de lactancia (0.5, 0.4, 0.3 y 0.3, respectivamente), y mejor definición del pico de producción (Leon-Velarde <i>et al.</i> , 1995).
1, 6, 9 y 23	Ovejas Merino	Semanal (1 a la 8, y 12 y 16)	112	La ecuación 23 mejor que la 1 y 6 y los dos últimos mejor que la 9, según el tamaño de los CMR's. La ecuación 9 presentó valores pequeños de CMR, pero fue inapropiada para representar adecuadamente la curva de lactancia individual, estimando curvas de lactancia irreales. (Groenewald <i>et al.</i> , 1995).
10 modelos, entr ellos: 1, 9, 10, 11, 18 y 24	Vacas Holstein		305	La ecuación 10 fue eliminada del estudio al presentar un pobre ajuste comparada con las otras ecuaciones. La ecuación 24 presentó los mejores ajustes en todas las lactancias (CMR's). Las ecuaciones 1 y 11 presentaron los más pobres ajustes con los datos observados (Sherchand, <i>et al.</i> , 1995).
1, 19, 23, 25 y 26	Holstein, Montbéliarde, Holstein francesa y sus cruza	Semanal	245	La ecuación 26 mejor que las ecuaciones 1, 19, 23 y 25, al presentar los mejores ajustes. La ecuación 1 sobreestimó la PL al inicio y mitad de la lactancia, y la subestimó cerca del área del pico y al final de la lactancia. La ecuación 19 presentó problemas en el área del pico de PL. Las ecuaciones 23 y 25 con un parámetro extra, presentaron buenos ajustes, pero no ajustaron 12% de las curvas de lactancia (Pérochon <i>et al.</i> , 1996).
1 y Cubic Splines	Vacas Holstein	Mensual	305	El modelo Cubic Splines fue doblemente más preciso que la ecuación 1 (White <i>et al.</i> , 1999).

¹Ecuaciones: 1) $Y_i = at^b e^{-ct}$ (Wood, 1967); 2) $Y_i = me^{ct} (1 - e^{-a(1-t)})$ (McMillan, 1970); 6) $\ln(Y_i) = \ln(a) + b \ln(t_i) - ct_i + \varepsilon_i$ (Wood forma logarítmica; 9) $Y_i = \sum \{a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i (t - c_i))]\}$ (Grossman y Koops, 1988); 10) $Y_i = ae^{(bt + ct^2)}$ (Sikka, 1950); 11) $Y_i = t/(a + bt + ct^2)$ (Nelder, 1966); 18) $Y_i = ae^{-bt}$ (Brody *et al.*, 1923); 19) $Y_i = a - bt - ae^{-ct}$ (Coby y Le Du, 1978); 22) $Y_i = ge^{-ct} / (1 - e^{-a(1-t)})$ (Ning Yang *et al.*, 1989); 23) $Y_i = e^{(a - bt + ct^2 + d/t)}$ (Morant y Gnanasakthy, 1989); 24) $Y_i = d_i [1 - \tanh^2(b_i (t - c_i))]$ (Grossman y Koops, 1988) con poder de transformación; 25) $Y_i = at(1 - be^{-b_2 t}) e^{-ct}$ (Rook *et al.*, 1993); 26) $\log(Y_i) = ae(b_1 t^2/2 + b_2/t - c(1 + 1/2)t) + SE + P$ (Morant y Gnanasakthy, 1989; reparametrizado con efectos de estación y preñez).

Continuación Cuadro 2...

Ecuaciones ¹ comparadas	Especie	Frecuencia	Largo Lactancia (días)	Respuesta
1 y 27	Vacas	Diario (2 veces por día)	240	La ecuación 27 mejor que la 1, al ajustarse mejor los datos estimados a los observados (Friggens <i>et al.</i> , 1999).
1, 11, 30 31 y 32	Holstein	Semanal	325	Todos los modelos estimaron adecuadamente la curva de lactancia, aunque la ecuación 32 fue mejor que la 31. La ecuación 1 presentó los peores ajustes. (Olori <i>et al.</i> , 1999).
1, 10, 11, 14, 18, 19, 28	Venados	Semanal (de la semana 1 a la 6), y las semanas 10 y 14.	98	Las ecuaciones 10, 1. 28 y 19 estimaron una curva de lactancia típica (fases I y II), mientras que las ecuaciones 11, 18 y 14 solo estimaron curvas de lactancia atípicas de una sola fase (II) (Landete-Castillejos y Gallego, 2000).
1, 6, 11, 16, 19, 21 y 23	Ovinos Latxa	Mensual (2 veces al día)		La ecuación 23 mejor que las ecuaciones 21 y 1, al presentar los mejores ajustes de acuerdo a los valores de mínimos cuadrados del error, suma de cuadrados de residuales y el número de casos de autocorrelación (1.3, 6.3 y 8.1%, respectivamente) y al mejor valor del estadístico Durbin y Watson (D-W). Los peores ajustes fueron presentados por la ecuación 19. Las ecuaciones 11 y 16 fueron eliminadas del estudio por no ajustarse adecuadamente a los datos observados (Ruiz <i>et al.</i> , 2000).
1, 9, 19, 21, 25, 26, y 29	Vacas Holstein	Variado	270 a 510	El modelo 29 mejor que cualquier otra ecuación, al presentar los mejores ajustes, medidos por el coeficiente de determinación, desviación estándar del error, el coeficiente de D-W y el número de casos de autocorrelación (7.7 y 88.5% para las ecuaciones 29 y 1, respectivamente). Los peores ajustes fueron presentados por la ecuación 1. misma que mejoró su comportamiento al reducir el largo de la lactancia a 250 días (Vargas <i>et al.</i> , 2000).

¹Ecuaciones: 1) $Y_t = at^b e^{-ct}$ (Wood, 1967); 6) $\ln(Y_t) = \ln(a) + b \ln(t) - ct + e_t$ (Wood forma logarítmica); 9) $Y_t = \sum \{a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i (t - c_i))]\}$ (Grossman y Koops, 1988); 10) $Y_t = ae^{(bt + ct^2)}$ (Sikka, 1950); 11) $Y_t = t/(a + bt + ct^2)$ (Nelder, 1966); 14) $Y_t = t/ae^{ct}$ (Jenkins y Ferrel, 1984); 16) $\log(Y_t) = a + bt + ct^2 + d/t$ (Morant y Gnanasakthy, 1989 de 4 parámetros linearizado); 18) $Y_t = ae^{-bt}$ (Brody *et al.*, 1923); 19) $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$ (Coby y Le Du, 1978); 21) $Y_t = a + bt + ce^{-0.05t}$ (Wilmink, 1987); 23) $Y_t = e^{(a + bt + ct^2 + d/t)}$ (Morant y Gnanasakthy, 1989); 25) $Y_t = a(1 - be^{-b_2 t}) e^{-ct}$ (Rook *et al.*, 1993); 26) $\log(Y_t) = ae^{(b_1 t^2/2 + b_2/t - c(1 - t/2)t)}$ (Morant y Gnanasakthy, 1989); 27) $Y_t = al^b e^{-ct}$ (Emmans y Fischer, 1986); 28) $Y_t = a + bt - ct^2$ (Dave, 1971); 29) $Y_t = (Y_p/t_1)*t - (Y_p/t_1)*\text{Ln}[(e^t + e^{t_1})/(1 + (e^t + e^{t_1}))] + b_3*\text{Ln}[(e^t + e^{t_1 + p})/(1 + (e^t + e^{t_1 + p}))]$ (Grossman *et al.*, 1999) 30) $Y_t = a + be^{-kt} + ct$ (Wilmink, 1987); 31) $Y_t = a + bt^{1.2} + c \log(c)$ (Guo y Swalve, 1995); 32) $Y_t = a + bt + ct^2 + d \log(t) + e(\log t)^2$ (Ali y Schaeffer, 1987).

3. FACTORES QUE AFECTAN LA CURVA DE LACTANCIA

La producción de leche es afectada por varios factores que se pueden clasificar en cinco categorías: a) fisiológicos (número de parto, edad del animal, preñez. etc.), 2) ambientales (año y estación de parto), 3) manejo (rebaño, edad al parto, largo de lactancia, técnicas de medición, frecuencias de medición), 4) propios del animal (genotipo), y 5) sanidad.

Genotipo

Existen muchos trabajos que evidencian el efecto del genotipo de la vaca en su producción de leche y la forma de la curva de lactancia (Grossman y Koops, 1988; Strandberg y Lundberg, 1991; Hohenboken *et al.*, 1992; Vargas *et al.*, 2000). Sin embargo, hay trabajos que mencionan que el genotipo de la vaca no influye en la producción de leche (Kress *et al.*, 1996) y forma de la curva (Grossman *et al.*, 1986).

Grossman y Koops (1988) reportaron que la producción de leche inicial, al pico y total fue mayor en las vacas Holstein que en las vacas Meuse-Rhine-Yssel (11.0 vs 8.3: 17 vs 14.2 y 4288.8 vs 3718.8 kg, respectivamente) al ser estimadas en la segunda fase de la ecuación difásica. En esta segunda fase, también el día al pico de producción se presentó antes en las vacas Holstein que en las vacas Meuse-Rhine-Yssel (153 vs 180). Hohenboken *et al.* (1992) reportaron que el genotipo de la vaca afectó significativamente ($P < 0.05$) la producción total de leche de vacas con genes Holstein (188 a 271 kg), el día al pico de producción y la producción máxima (las vacas Angus*Holstein excedieron el pico de producción de vacas Angus).

Kress *et al.* (1996) reportaron que las vacas Tarentaise produjeron en promedio 3 kg más de leche que las Hereford, sin existir diferencias significativas ($p>0.05$). Por otro lado, Grossman *et al.* (1986) reportaron que el genotipo de la vaca tampoco fue significativo ($P>0.05$) para el valor de los parámetros a , b , c , u y v de la ecuación difásica, por lo que la forma general de la curva de la lactancia de vacas Guernsey, Holstein y sus cruas no fue diferente. También mencionan que la raza del semental no fue significativa en el valor de los parámetros b , c , u y v , pero si lo fue para el parámetro a , afectando solamente la producción inicial. En general, la forma de la curva de la lactancia de la vaca no fue afectada. Además, mencionan que se estimó un efecto significativo de la interacción de la raza del semental y la raza de la vaca, indicando con esto que existe un efecto genético aditivo.

Factores fisiológicos

Schneeberger (1981), Grossman y Koops (1988), Ruiz *et al.* (2000), Tekerli *et al.* (2000) y Vargas *et al.* (2000) observaron que el número de lactancia o parto afectan ($P<0.05$) la forma de la curva de lactancia de vacas Pardo Suizo; vacas Friesian y Meuse Rhine Yssel; ovejas Latxa; vacas Holstein de Turquía y vacas lecheras, respectivamente. Ellos reportan que al incrementarse el número de lactancia, el porcentaje de curvas “atípicas” disminuye, las tasas de aumento y descenso de producción de leche (parámetros b y c) son más rápidas y, por consiguiente, la persistencia disminuye. También mencionan que el día de máxima producción de leche disminuye, y la producción al pico y la producción de leche total se incrementan al aumentar el número de lactancia.

Schneerberger (1981) reporta que el día de máxima producción de leche de vacas Suizo puede disminuir de 47.8 días a 43.7. al incrementarse el número de lactancia. Ruiz *et al.* (2000) reportaron que en ovejas puede disminuir del día 39 al 14; y además mencionan que la producción de leche se incrementa del parto 1 al 5 y luego empieza a disminuir. Tekerli *et al.* (2000) al estimar la curva de lactancia de vacas Holstein en Turquía, obtuvieron menor producción de leche en el punto de máxima producción y durante toda la lactancia. pero con una mayor persistencia en la primer lactancia. Grossman y Koops (1988) documentaron que la producción inicial y la PL al pico de la lactancia aumentan linealmente a razón de 4.4 y 573.1 kg, respectivamente, en la primera fase de la ecuación difásica, y 0.8 en el pico de producción en la segunda fase. Por su parte, Friggens *et al.* (1999) reportaron que los parámetros *a* y *c* fueron afectados por el número de parto de vacas lecheras, pero no el parámetro *b*.

Por otro lado, Kress *et al.* (1990); Krees *et al.* (1996); Hohenboken *et al.* (1992) y Concha *et al.* (2000) mencionan que la edad de la vaca afecta de manera curvilínea la producción de leche ($P < 0.05$) de vacas Simmental, Hereford y sus cruza; Tarentaise, Hereford y sus cruza; Angus y Angus*Holstein, y vacas Lucerna. respectivamente; indicando que las vacas de mayor edad produjeron más leche que las jóvenes. Sin embargo, Grossman *et al.* (1986) publicaron que la edad de las vacas Guernsey, Holstein y sus cruza no afectaron la forma de la curva de lactancia, la producción de leche y el día de máxima producción, diferencias que pueden deberse a la confusión entre edad al parto con número de lactancia.

Strandberg y Lundberg (1991) reportaron que la preñez afecta la producción de leche después del día 160, disminuyendo 0.1 kg por día. Por otro lado, mencionan que existió una diferencia de 5 kg entre la estación de máxima producción y la de menor producción.

Factores ambientales

Muchos trabajos han reportado que la estación y el año de parto de las vacas afectan significativamente la PL y la forma de la curva de lactancia (Schneeberger, 1981; Ferris *et al.*, 1985; Grossman *et al.*, 1986; Grossman y Koops, 1988; Strandberg y Lundberg, 1991; Kress *et al.*, 1996; Ibáñez *et al.*, 1999; Ruiz *et al.*, 2000; Tekerli *et al.*, 2000; García y Holmes, 2001).

Contreras y Rincón (1979) reportaron que la PL se incrementó conforme se incrementaba el número de trimestre del año; y las vacas con lactancias en el primer trimestre del año (enero-febrero-marzo) produjeron menos leche que las vacas con lactancias en el último trimestre (octubre-noviembre-diciembre). Schneeberger (1981) y Tekerli *et al.* (2000) al estimar la PL de vacas Suizo y vacas Holstein de Turquía, respectivamente, reportaron que las vacas que parieron durante el invierno produjeron más leche al inicio de la lactancia, un elevado pico de PL y una rápida tasa de disminución después del pico de producción que las vacas que parieron en verano, por consiguiente, la persistencia en invierno fue menor que en verano, debido probablemente a diferencias en la alimentación. Ferris *et al.* (1985) reportaron que las vacas paridas en enero-febrero obtuvieron la mayor producción leche, menor producción inicial, la tasa de incremento más rápida y el pico de producción más alto, seguidas por las vacas que parieron en marzo-abril, mientras que las vacas que parieron en julio-agosto tuvieron la producción más baja. Strandberg y Lundberg (1991) publicaron que las vacas paridas en abril-junio presentaron su pico de producción de leche más temprano. Ruiz *et al.* (2000) reportaron que en el invierno se obtuvo la mayor producción de leche y el valor del parámetro c de la ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989) aumentó conforme se acercaba la primavera. García y Holmes (2001) reportaron que en primavera las curvas

fueron “típicas”; mientras que las curvas de lactancia obtenidas en otoño fueron diferentes, con bajas producciones en la etapa de máxima producción, pero altas producciones a la mitad y final de la lactancia. Concha *et al.* (2000) mencionaron que el año de parición influye significativamente sobre los parámetros y los caracteres de producción lechera, indicando que la PLT disminuye a medida que transcurren los años, debido principalmente a un aumento en la capacidad de carga animal sobre las pasturas, provocando un incremento en la PL por unidad de superficie y una disminución en el rendimiento lechero por unidad animal. Además, observaron que la época de parto afectó el valor de los parámetros a , b y c , pero sin afectar la persistencia, el tiempo de máxima producción y el rendimiento. Sin embargo, la época del año sí afectó el largo de la lactancia, en donde las vacas que parieron en época lluviosa presentaron lactancias menores a 244 días. Algunos trabajos reportaron que la estación de apareamiento no afecta la forma de la curva de lactancia (Papajcsik y Boderó, 1988).

Manejo

Se ha demostrado que el manejo de los animales influye significativamente en la producción de leche de los mismos. Los factores de manejo que se discutirán en la presente sección son el largo de lactancia, la alimentación, la ecuación utilizada para ajustar la curva de lactancia, la frecuencia de medición de producción de leche y las técnicas de medición de PL.

Largo de lactancia

La mayoría de los trabajos realizados con ganado lechero considera un largo de lactancia promedio de 305 días, con un rango de 210 a 510 días; mientras que para ganado

productor de carne consideran un promedio de 220 días, con un rango de 180 a 270 días (Cuadro 2). Muchos de ellos han demostrado que el largo de la lactancia afecta significativamente ($P < 0.05$) la producción de leche, forma de la curva de la lactancia y la capacidad de ajuste de las ecuaciones usadas para estimar las curvas de lactancia (Grossman y Koops, 1988; Xue *et al.*, 1998; Grossman *et al.*, 1999; Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000; García y Holmes, 2001).

Al inicio de la lactancia, el consumo de alimento normalmente limita el aumento en producción de leche, resultando en un déficit de energía que puede provocar problemas de salud y fertilidad. Se espera que vacas con igual producción de leche y lactancias largas favorezcan la curva de lactancia (mayor persistencia), y que tengan menores problemas sanitarios y de fertilidad que vacas que presentan curvas de lactancia “típicas” con un alto pico de producción y tasa de disminución muy rápida (Grossman *et al.*, 1999).

García y Holmes (2001) reportaron que al incrementarse el largo de lactancia de vacas lecheras, la producción de leche se incrementa. Xue *et al.* (1998), Ibáñez *et al.* (1999) y Ruiz *et al.* (2000) también reportan que periodos largos de lactancia de cerdas, vacas Holstein y ovejas Latxa, respectivamente, están asociados con grandes tamaños de camada y alta producción de leche, y el largo óptimo de lactancia estuvo influenciado por el manejo, ambiente y aspecto económico. Por su lado, Grossman y Koops (1988) al estimar la PL inicial, el pico de producción, la producción total de leche y la duración de la fase con la ecuación difásica, reportaron que en la primera fase estas características disminuyeron conforme aumentó el largo de la lactancia y se incrementaron linealmente en la segunda fase (7.3, 2.6, 1176 kg, respectivamente), pero en esta misma fase el día de máxima producción de leche disminuyó al incrementarse el largo de la lactancia.

Dekkers *et al.* (1998) encontraron que la persistencia afectó los costos de alimentación, sólo cuando el largo de la lactancia fue mayor a 205 días, por su gran influencia sobre el retorno de leche por lactancia. Además, tuvo un impacto sustancial sobre las decisiones para la inseminación óptima. También reportaron que el valor económico de persistencia fue casi el triple cuando el promedio del intervalo entre partos fue de 13 meses.

Vargas *et al.* (2000) al estimar la curva de lactancia de vacas lecheras con nueve ecuaciones reportaron, que con lactancias largas (101-200 y 201-305 días) las ecuaciones de Grossman y Koops (1988) y Grossman *et al.* (1999) estimaron mejor la producción de leche que con las otras ecuaciones, mientras que las ecuaciones propuestas por Rook (1993), Wilmink (1987) y Wood (1967) estimaron mejor la producción de leche con lactancias pequeñas (1 a 200 días). Estos autores concluyeron que al reducir el largo de la lactancia las autocorrelaciones positivas se reducen considerablemente, por lo que la jerarquización de las ecuaciones puede cambiar.

Alimentación

Wood (1977) reportó que cuando la alimentación no varía, la forma de la curva se ajusta mejor a los datos observados. Las desviaciones de la curva de lactancia esperada se pueden atribuir a los cambios en disponibilidad y movilización de energía y en los puntos donde ocurre. Por otro lado, Groenewald *et al.* (1995) mencionan que la adición de metionina al alimento no afectó la producción de leche de ovejas Merino. Además del efecto que produce el tipo de alimento ofrecido a los animales, el sistema de alimentación genera cambios en la PL de las vacas. Al respecto, Sánchez (2000) en un trabajo sobre alternativas de utilización de ensilajes en explotaciones lecheras de trópico

alto, encontró que a lo largo de la lactancia, las vacas bajo un sistema de confinamiento total produjeron más leche que las vacas sujetas a pastoreo (en promedio 23.4 vs 19.7 litros de leche/vaca/día).

Región geográfica

Schneeberger (1981) e Ibáñez *et al.* (1999) mencionaron que la región geográfica afecta significativamente la producción de leche ($P < 0.05$). Schneeberger (1981) reportó que vacas Pardo Suizo producen más leche cuando se encuentran en valle que cuando están en la montaña (4202 vs 3716 kg), además el pico de producción se presentó antes (41.5 vs 45.2 días).

Por otra parte, Schneeberger (1981) mencionó que el efecto del periodo de servicio fue importante. Las vacas que concibieron poco tiempo después del parto presentaron una tasa de disminución más rápida y una persistencia menor que las vacas con un periodo de servicio largo, causado por la presencia de hormonas (estrógenos y progesterona) o por el incremento de los requerimientos nutricionales del feto.

Los días abiertos también afectan la curva de lactancia (Ali, 2000). el efecto decrece conforme avanza la lactancia. Sin embargo, Grossman *et al.* (1986) encontraron que los días abiertos no afectan la curva de lactancia de vacas Holstein, Guernsey y sus cruza. Concha *et al.* (2000) mencionaron que los días abiertos y el periodo seco no presentaron diferencias significativas para los valores de los parámetros a , b y c , variables de producción y rasgos de la curva; sin embargo, las vacas con menos de 70 días vacías presentaron producciones de leche en el pico más bajas, y las vacas con mayor periodo seco mostraron mayor persistencia.

Hohenboken *et al.* (1992) al estimar la producción de leche de vacas Angus y Angus*Holstein, reportaron que la aplicación de hormonas (tiroxina) afectó significativamente ($P < 0.01$) la producción de leche, y adelantó el día de máxima producción.

Ruiz *et al.* (2000) también observaron que la producción de leche es afectada por el hato, el año y la interacción rebaño*año debido al manejo.

Ecuación

Grossman y Koops (1988) reportaron que la producción inicial de vacas Friesian holandesas y Meuse-Rhine-Yssel estimada con las ecuaciones propuestas por Wood (1967), y Grossman y Koops (1988) varió significativamente con la ecuación (0 vs 23.8 kg). Además, Weigel *et al.* (1992), mencionaron que con el uso de la hormona somatotropina bovina la ecuación de Wood es inadecuada para estimar la producción de leche, ya que ésta solo puede estimar un pico de producción de leche y con la aplicación de la hormona después de la mitad de la lactancia puede producirse otro pico de producción, por lo que la ecuación difásica (Grossman y Koops, 1988) con un parámetro más (exponente del día de lactancia), estima mejor la producción de leche. Hohenboken *et al.* (1992) al evaluar las funciones de producción de leche de vacas Angus y Angus*Holstein con cuatro ecuaciones, encontraron que el genotipo no fue significativo cuando las curvas se ajustaron con la ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989), pero sí lo fue cuando se ajustó con las ecuaciones de Wood (1967) y Jenkins y Ferrel (1984).

Frecuencia de medición

La PL varía de acuerdo a la etapa de lactancia, por lo que se requiere conocer cuantas mediciones deben tomarse para estimar curvas de lactancia en bovinos de carne. La PL generalmente se expresada en lactancias de aproximadamente 205 días. Los intervalos entre mediciones utilizados por los investigadores han fluctuado desde 1, 7, 14, 20 días, hasta una sola medición durante la lactancia. Sin embargo, el más usado es a través de mediciones mensuales; aunque también existen intervalos mixtos, en donde se combinan intervalos diferentes (semanal con mensual, quincenal con mensual, entre otros), o bien, existen mediciones específicas en momentos determinados de la lactancia sin tener un intervalo definido entre ellas (Cuadro 2).

Algunos autores han definido el intervalo de mediciones de acuerdo a la ecuación utilizada. Ferris *et al.* (1985) reportaron que la ecuación de Wood linearizada es más probable que distribuya normalmente los residuales de datos mensuales, ya que una menor cantidad de información antes del pico de producción genera valores negativos del parámetro b , y consecuentemente, mayor porcentaje de curvas “atípicas” (Leon-Velarde *et al.*, 1995). Weigel *et al.* (1992) mencionaron que la ecuación difásica reparametrizada ajusta mejor los datos estimados a los observados (reduce el CMR's), pero que su séptimo parámetro es más fácil obtenerlo con datos diarios o semanales, ya que los mensuales pueden no proporcionar suficiente información. Ruiz *et al.* (2000) indican que el parámetro d de la ecuación de Morant y Gnanasakthy (1989) es difícil de estimar cuando los registros de producción de leche son mensuales; coincidiendo con Groenewald *et al.* (1995), quienes encontraron que el ajuste de la ecuación de Morant y Gnanasskthy (1989) no fue adecuado en la estimación de curvas de lactancia de ovejas

Merino, debido a que las 10 mediciones de producción de leche no fueron suficientes para estimar los parámetros de la ecuación.

María y Gabiña (1992) evaluaron cinco métodos de simplificación de cantidad de registros de ordeña, encontrando que dos mediciones durante la lactancia (al primer y tercer mes después del parto) presentan un buen comportamiento para la estimación de la curva de lactancia. Rutledge *et al.* (1972) mencionan que dos o tres mediciones de producción de leche son suficientes para estimar adecuadamente la curva de lactancia de bovinos. Totusek *et al.* (1973) concluyeron que de dos a cuatro mediciones durante la lactancia proveen un buen indicador de la PL total. Clutter y Nielsen (1987) mencionan que tres mediciones pueden estimar satisfactoriamente la PL a los 205 días, y de ser posible una medida adicional temprana puede hacer más exacta la estimación del pico de producción.

Técnicas de medición de la producción de leche en bovinos para carne

Otro factor que afecta la producción de leche de ganado para carne es la técnica con la cual ésta se mide. Las técnicas más utilizadas son: el pesaje del becerro antes y después del amamantamiento (weigh-suckle-weigh), ordeño manual y ordeño mecánico.

La técnica de pesaje antes y después del amamantamiento, consiste en separar a los becerros de sus madres durante un tiempo pre-establecido, posteriormente se pesan antes y después de que sean amamantados por sus madres, la diferencia en peso de los becerros se considera la producción de leche de la vaca en el tiempo pre-establecido. Este procedimiento es el más utilizado y difundido (Schneeberger, 1981; Kress *et al.*, 1996; Cappio-Borlino *et al.*, 1997; Ramírez *et al.*, 1998), por ser la técnica relativamente más sencilla y simple y provocar el menor estrés a los animales. Sin embargo, presenta

algunos problemas relacionados con la obtención del peso preciso del becerro, ya que este peso es afectado por factores propios del animal (orina y defecación durante los pesajes) y ambientales (época de lluvias). Además, esta técnica mide la leche consumida por el becerro sin que sea estrictamente la leche producida por la vaca.

El ordeño mecánico (Ruiz *et al.*, 2000) y manual se han utilizado con el apoyo de la cría (Groenewald *et al.*, 1995) o inyectando oxitocina a la vaca (Hohenboken *et al.*, 1992, Vargas *et al.*, 2000), para que estimulen la bajada de la leche.

En algunos casos, otras especies se han requerido anestesiarse para ordeñar a los animales, tal es el caso del venado (Landete-Castillejos y Gallego, 2000).

LITERATURA CITADA

- Ali, A. K. A. 2000. Effect of days open on the lactation curve of Holstein Saudi Arabia. Asian Australian J. Anim. Sci. 13:277-286.
- Ali, T. E., and L. R. Schaeffer. 1987. Accounting for covariance among test day milk yields in dairy cows. Can. J. Anim. Sci. 67:637-644.
- Brody, S., A. D. Ragsdale, and C. W. Turner. 1923. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. J. Gen. Physiol. 5:441-444.
- Brody, S., C. W. Turner, and A. C. Ragsdale. 1924. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. J. Gen. Physiol. 6:541-545.
- Camacho, J., M. Baaijen, and E. Pérez. 1994. Comparison of different models for the lactation curve in a tropical country. Proc. 45th Annu. Mtg. Eur. Assoc. Anim. Prod., van Arendonk ed., Wageningen Pers., Wageningen, the Netherlands. Pp 250.
- Cappio-Borlino, A., B. Portolano, M. Todaro, N. P. P. Macciotta, P. Giaccone and G. Pulina. 1997. Lactation curves of Valle del Belice dairy ewes for yields of milk, fat, and protein estimated with test day models. J. Dairy Sci. 80:3023-3029.
- Coby, J. M. and Y. L. P. Le Du. 1978. On fitting curves to lactation data. Anim. Prod. 26:127-133.

- Clutter, A., and M.K. Nielsen. 1987. Effect of level of beef cow milk production on pre and postweaning calf growth. *J. Anim. Sci.* 64:1313-1320.
- Dave, B. K. 1971. First lactation curve of the Indian water buffalo. *NJKVV Research J.* 5:93-98.
- Dekkers, J. C. M., J. H. Ten Hag, and A. Weersink. 1998. Economic aspects of persistency of lactation in dairy cattle. *Livest. Prod. Sci.* 53:237-252.
- Dhanao, M. S. 1981. A note on an alternative form of the lactation model of Wood. *Anim. Prod.* 32:349-351.
- Emmans, G. C., and C. Fisher. 1986. Problems in nutritional theory. Pages 9-39 in *Nutrient requirements of poultry and nutritional research*. C. Fisher and K. N. Boorman, ed. Butterworths, London, Engl.
- Ferris, T. A., I. L. Mao, and C. R. Anderson. 1985. Selecting for lactation curve and milk yield in dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 68:1438-1448.
- Fisher, A. 1958. Research with Württemberg spotted mountain cows on the shape of the lactation curves and how it may be influenced by non-genetic factors. *Züchtungskunde* 30:296-304.
- Friggens, N. C., G. C. Emmans, and R. F. Veerkamp. 1999. On the use of simple ratios between lactation curve coefficients to describe parity effects on milk production. *Livest. Prod. Sci.* 62:1-13.
- María, G., and D. Gabiña. 1991. Simplification of milk recording scheme in Latxa milking sheep. *Livest. Prod. Sci.* 31:313-320.
- Gaines, W. L. 1927. Persistency of lactation in dairy cows. *Bull. of the Illinois Agric. Exp. Sta.* 288:355-424.
- Gaskins, T. C., and D. C. Anderson. 1980. Comparison of lactation curves in Angus-Hereford, Jersey-Angus and Simmental-Angus cows. *J. Anim. Sci.* 50:828-932.
- García P. M. J. 1997. Tiempo óptimo de secado en ganado mestizo Pardo Suizo-Brahman, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Venezuela. *Gaceta de Ciencias Veterinarias* 2:5-22.
- García, S. C. and C. W. Holmes. 2001. Lactation curves of autumn-and spring-calved cows in a pasture-based dairy system. *Livest. Prod. Sci.* 68:189-203.
- Groenewald, P. C. N., A. V. Ferreira, H. J. van der Merwe, and S. C. Slippers. 1995. A mathematical model for describing and predicting the lactation curve of Merino ewes. *Anim. Sci.* 61:95-101.

- Grossman, M., A. L. Kuck, and H. W. Norton. 1986. Lactation curves of purebred and crossbred dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 69:195-203.
- Grossman, M., and W. J. Koops. 1988. Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 71:1598-1608.
- Grossman, M., S. M. Hartz, and W. J. Koops. 1999. Persistency of lactation yield: A novel approach. *J. Dairy Sci.* 82:2192-2197.
- Guo, Z., and H. H. Swalve. 1995. Modelling of the lactation curve as a sub-model in the evaluation of test day records. Paper presented at the INTERBULL open meeting, 7-8 september, 1995, Prague, Czech Republic.
- Hohenboken, W. D., A. Dudley, and D. E. Moody. 1992. A comparison among equations to characterize lactation curves in beef cows. *Anim. Prod.* 55:23-28.
- Ibáñez, M. A., M. J. Carabaño, and R. Alenda. 1999. Identification of sources of heterogeneous residual and genetic variances in milk yield data from the Spanish Holstein-Friesian population and impact on genetic evaluation. *Livest. Prod. Sci.* 59:33-49.
- Jenkins, T. G., and G. L. Ferrel. 1984. A note on lactation curves of crossbred cows. *Anim. Prod.* 39:479-482.
- Kress, D. D., D. E. Doornbos, D. C. Anderson and K. C. Davis. 1996. Genetic components for milk production of Tarentaise, Hereford, and Tarentaise x Hereford cows. *J. Anim. Sci.* 74:2344-2348.
- Landete-Castillejos, T., and L. Gallego. 2000. Technical note: The ability of mathematical models to describe the shape of lactation curves. *J. Animal Sci.* 78:3010-3013.
- Leon-Velarde, C. U., I. McMillan, R. D. Gentry, and J. W. Wilton. 1995. Models for estimating typical lactation curves in dairy cattle. *J. Anim. Breed. Genet.* 112:333-340.
- Morant, S. V., and A. Gnanasakthy. 1989. A new approach to the mathematical formulation of lactation curves. *Anim. Prod.* 49:151-162.
- Ning, Y., W. Changhsin, and I. McMillan, 1989. New mathematical model of poultry egg production. *Poultry Sci.* 68:476-481.
- Nelder, J. A. 1966. Inverse polynomials, a useful group of multi factor response functions. *Biometrics.* 22:128-141.
- Oldham, J. D., and G. C. Emmans. 1989. Prediction of responses to required nutrients in dairy cows. *J. Dairy Sci.* 72:3212-3229.

- Olori, V. E., S. Brotherstone, W. G. Hill and B. J. McGuirk. 1999. Fit of standard models of the lactation curve to weekly records of milk production of cows in a single herd. *Livest. Prod. Sci.* 58:55-63.
- Papajcsik, I. A. and J. Boderó. 1988. Modelling lactation curves of Friesian cows in a subtropical climate. *Anim. Prod.* 47:201-207.
- Pérochon, L., J. B. Coulon and F. Lescourret. 1996. Modelling lactation curves of dairy cows with emphasis on individual variability. *Anim. Sci.* 63:189-200.
- Ramírez V., R. 1994. Comparación de ecuaciones y procedimientos para la estimación de curvas de lactancia en Angus, Suizo Pardo y sus cruza, Departamento de Zootecnia-Universidad Autónoma Chapingo. Tesis de Maestría en Ciencias en Producción Animal. Pp. 1-72.
- Ramírez V., R., G. Ramírez V., R. Núñez D. y A. Tewolde M. 1998. Curvas de lactancia en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza: II. Comparación de ecuaciones. *Agrociencia* 32:325-330.
- Rook, A. J., J. France, and M. S. Dhanoa. 1993. On the mathematical description of lactation curves. *J. Agric. Sci.* 121:97-102.
- Rowlands, G. J., S. Lucey, and M. Russell. 1982. A comparison of different models of the lactation curve in dairy cattle. *Anim. Prod.* 35:135-144.
- Rutledge, J. J., O. W. Robinson, W. T. Ahlschwede, and J. E. Legates. 1972. Estimating milk yield of beef cows. *J. Anim. Sci.* 34:9-13.
- Ruiz, R., L. M. Oregui, and M. Herrero. 2000. Comparison of models for describing the lactation curve of Latxa sheep and an analysis of factors affecting milk yield. *J. Dairy Sci.* 83:2709-2719.
- Sánchez M., L. 2000. Alternativas de utilización de ensilajes en explotaciones lecheras de trópico alto. *Rev. de la Fac. de Agronomía.* 5:458-467.
- Schneeberger, M. 1981. Inheritance of lactation curve in Swiss Brown cattle. *J. Dairy Sci.* 64:475-483.
- Schaeffer, L. R., C. E. Minder, I. McMillan, and E. B. Burnside. 1977. Nonlinear techniques for predicting 305 day lactation production of Holstein and Jersey. *J. Dairy Sci.* 60:1636-1644.
- Sherchand, L., R. W. McNew, D. W. Kellogg, and Z. B. Johnson. 1995. Selection of mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *J. Dairy Sci.* 78:2507-2513.

- Sikka, L. C. 1950. A study of lactation as affected by heredity and environment. *J. Dairy Res.* 17:231-252.
- Strandberg, E. and C. Lundberg. 1991. A note on the estimation of environmental effects on lactation curves. *Anim. Prod.* 53:399-402.
- Tekerli, M., Z. Akinci, I. Dogan, and A. Akcan. 2000. Factors affecting the shape of lactation curves of Holstein cows from the Balikesir province of Turkey. *J. Dairy Sci.* 83:1381-1386.
- Totusek, R., D. W. Arnett, G. L. Holland, and J. V. Whiteman. 1973. Relation of estimation method, sampling interval and milk composition to milk yield of beef cows and calf gain. *J. Anim. Sci.* 37:153-159.
- Vargas, B., W. J. Koops, M. Herrero, and J. A. M. Van Arendonk. 2000. Modeling extended lactations of dairy cows. *J. Dairy Sci.* 83:1371-1380.
- Varona, L., C. Moreno, L. A. García C., and J. Altarriba. 1998. Bayesian analysis of Wood's lactation curve for Spanish dairy cows. *J. Dairy Sci.* 81:1469-1478.
- Vujicic, I., and B. Bacic. 1961. New equation of the lactation curve. *Novi Sad. Ann. Sci. Agric.* 5.
- Weigel, K. A., B. A. Craig, T. R. Bidwell, and D. M. Bates. 1992. Comparison of alternative diphasic lactation curve models under bovine somatotropin administration. *J. Dairy Sci.* 75: 580-589.
- White, I. M. S., R. Thompson, and S. Brotherstone. 1999. Genetic and environmental smoothing of lactation curves with Cubic Splines. *J. Dairy Sci.* 82:632-638.
- Williams, J. C. 1993. An empirical model for the lactation curve of white British dairy goats. *Anim. Prod.* 57:91-97.
- Wilmink, J. B. M. 1987. Comparison of different methods of predicting 305 day milk using means calculated from within herd lactations curve. *Livest. Prod.* 17:1-17.
- Wood, P. D. P. 1967. Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature* 216:164-165.
- Wood, P. D. P. 1977. The biometry of lactation. *J. Agric. Sci. Camb.* 88:333-339.
- Xue, J. L., G. D. Dial, W. E. Marsh, P. R. Davies and H. W. Momont. 1998. Influence of lactation length on sow productivity. *Livest. Prod. Sci.* 34:253-265.

CAPÍTULO II

COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA ESTIMAR CURVAS DE LACTANCIA CON DIFERENTE FRECUENCIA DE MEDICIÓN EN BOVINOS ANGUS, SUIZO Y SUS CRUZAS¹

¹ Artículo de Meráz-Alvarado, M. R.; R. Ramírez-Valverde, J. G. García-Muñiz, R. Núñez-Domínguez y A. Ruíz-Flores, para enviarse a la revista *Livestock Production Science*.

RESUMEN

Los objetivos de este trabajo fueron comparar cuatro ecuaciones para ajustar curvas de lactancia de bovinos Angus, Suizo y sus cruzas recíprocas, con cuatro frecuencias de medición de la producción de leche (PL) durante la lactancia, y determinar el número mínimo de muestreos para predecir las curvas de lactancia. Los datos de PL (297 lactancias) se colectaron semanalmente hasta 180 días postparto, utilizando la técnica de pesaje de becerros antes y después del amamantamiento. Para cada lactancia se evaluaron las ecuaciones siguientes: 1) $Y_t = ae^{(bt + ct^2)}$; 2) $Y_t = at^b e^{-ct}$; 3) $Y_t = t/(a + bt + ct^2)$; y 4) $Y_t = a + bt + ct^2$. Las estrategias de muestreo fueron 26, 13, 7 y 4 mediciones de la PL durante la lactancia. El criterio principal para evaluar la bondad de ajuste de las ecuaciones en cada frecuencia de medición, fue la magnitud de los cuadrados medios de residuales. La prueba de Friedman se utilizó para comparar la jerarquización de las ecuaciones. Otros criterios de comparación fueron los números de casos de autocorrelación positiva y predicciones anormales de PL en algún día de la lactancia. La determinación del número mínimo de muestreos de PL requerido para producir el mismo ajuste que con la información completa, fue el mantenimiento de los valores estimados con mediciones semanales para los parámetros a , b y c de la curva de lactancia; y producción de leche total, PL al pico de máxima producción, día al pico de máxima producción, y persistencia. Dentro de cada ecuación, las variables respuesta se analizaron con un modelo lineal mixto que incluyó los efectos de frecuencia de medición, genotipo de la vaca, vaca anidada en genotipo, número de lactancia y la interacción genotipo por número de lactancia. La ecuación de mejor ajuste dependió del genotipo de la vaca y la estrategia de muestreo utilizada. Las ecuaciones 1 y 2 presentaron consistentemente las mejores estimaciones de las curvas de lactancia bajo cualquier frecuencia de medición y genotipo estudiado. Las ecuaciones 3 y 4 mostraron los peores ajustes ($P < 0.05$) para algunos genotipos en algunas frecuencias de medición. La ausencia de cambios en los parámetros estimados ($P > 0.05$), cuando se midió la PL diaria en forma mensual, sugieren que el uso de las ecuaciones 1 y 2 con registros mensuales de PL son una buena alternativa para estudiar las curvas de lactancia bajo condiciones similares a las de este trabajo, y donde es difícil el muestreo frecuente de la PL.

Palabras clave: Curvas de lactancia, Frecuencia de medición de producción de leche. Bovinos para carne.

ABSTRACT

The objectives of this study were to compare four equations to estimate lactation curves in Angus, Brown Swiss, and their reciprocal-cross cows; with four different sampling frequencies of milk recording, and to determine a minimum of samples to predict lactation curves. Milk production (MP) data (297 lactations) were collected weekly by the weigh-suckle-weigh technique up to 180 days after calving. The equations evaluated for each lactation were: 1) $Y_t = ae^{(bt + ct^2)}$; 2) $Y_t = at^b e^{-ct}$; 3) $Y_t = t/(a + bt + ct^2)$; 4) $Y_t = a + bt + ct^2$. The sampling strategies were 26, 13, 7, and 4 measurements of daily MP during lactation. The main criterion to evaluate goodness of fit of the equations in each sampling strategy was their residual mean squares. Friedman's test was used to compare the rank of the equations. Other criteria to compare equations were the number of cases with positive autocorrelation, and abnormal predictions of MP in any day of the lactation. Determination of the minimum number of sampling to fit a lactation curve was the invariance of the values estimated for the lactation curve parameters a , b , and c for the 13, 7 and 4 measurements of MP compared with the weekly sampling strategy. In addition, total milk production, production at peak yield, days at peak yield, and persistency were also compared for each sampling strategy. These variables were analyzed within equation with a linear mixed model that included the effects of sampling strategy, cow's genotype, cow nested within genotype, lactation number, and the interaction genotype by lactation number. The equation of best fit depended on the cow's genotype and sampling strategy. Equations 1 and 2 consistently showed the best performance, under any sampling strategy and genotype studied. Equations 3 and 4 showed the worst fit ($P < 0.05$) for some genotypes in some sampling strategies. The absence of changes on the estimated parameters ($P > 0.05$), when sampling MP monthly, suggests that equations 1 and 2 are good choices for fitting lactations curves with monthly records of MP under similar conditions to this study, and where frequent sampling of MP is difficult.

Key words: Lactation curves, Beef cattle, Milk sampling strategies for milk production.

INTRODUCCIÓN

La producción de leche (PL) es una característica económicamente importante en bovinos para carne. La correlación positiva entre la PL de las vacas y el peso al destete de sus becerros, indica que la PL es el factor de mayor influencia en la ganancia de peso predestete de éstos (Montaño-Bermudez y Nielsen, 1990; Meyer *et al.*, 1994; Myers *et al.*, 1999). En bovinos para carne, la medición de la producción de leche no es una práctica común en los sistemas de producción comercial debido, entre otras cosas, a la dificultad para obtener los registros. Sin embargo, la PL y la estimación de curvas de lactancia se utilizan en experimentación con bovinos para carne (García, 1997; Akers, 2000; Brown *et al.*, 2001). La descripción apropiada de las curvas de lactancia permite entender mejor los sistemas de producción, proporciona información útil en el desarrollo de estrategias de selección, y ayuda a determinar estrategias óptimas de producción y manejo para mejorar la eficiencia de producción vaca/becerro y modificar genéticamente la curva de lactancia (Varona *et al.*, 1998; Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000).

Para describir la PL a través de la lactancia en animales domésticos, se han propuesto diversos modelos matemáticos. Con estos modelos se puede predecir la producción de leche a partir de datos de lactancias incompletas, y se puede usar para analizar cambios sistemáticos en producción de leche, causados por factores ambientales y de manejo (Ruiz *et al.*, 2000). En ganado lechero, la modelación de las curvas de lactancia ha sido objeto de extensa investigación (White *et al.*, 1999; Friggens *et al.*, 1999; Olori *et al.*, 1999; Vargas *et al.*, 2000). Del mismo modo, en bovinos para carne se han propuesto y recomendado algunas ecuaciones, pero existe poca información en la comparación de modelos y frecuencias de medición de la PL a lo largo de la lactancia.

La ecuación más usada para determinar la forma regular de las curvas de lactancia es la función gama incompleta propuesta por Wood (1967); sin embargo, su mayor uso es en bovinos lecheros seleccionados para producción de leche, y es posible que su comportamiento en bovinos para carne sea diferente, por lo que otras ecuaciones pudieran ser más adecuadas. Por otro lado, se han propuesto algunos modelos matemáticos alternativos como consecuencia de la falta de ajuste del modelo de Wood para medir la producción de leche en ciertas condiciones y por la dificultad de la interpretación biológica de sus parámetros (Ramírez *et al.*, 1998; Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000).

En general, las comparaciones de ecuaciones para estimar las curvas de lactancia de animales domésticos se han realizado para un determinado intervalo de muestreo de PL. Las frecuencias de medición de la PL diaria durante la lactancia han variado desde muestreos diarios, semanales, quincenales, mensuales y combinaciones de las anteriores; sin embargo, no se conocen estudios que confirmen las ventajas de las ecuaciones considerando diferentes estrategias de muestreo de la PL diaria. Asimismo, en especies donde es problemático muestrear la PL, como es el caso de bovinos para carne, se requiere conocer el número mínimo de muestreos para estimar adecuadamente sus curvas de lactancia.

Ramírez *et al.* (1998) compararon ocho ecuaciones para estimar las curvas de lactancia de bovinos Angus, Suizo y sus cruza, concluyendo que las ecuaciones propuestas por Wood, Sikka, Nelder, y Gaskins y Anderson (función gama incompleta, parabólica exponencial, inversa parabólica exponencial, y lineal y cuadrática, respectivamente) proporcionaron las mejores estimaciones de la curva de la lactancia, cuando la frecuencia de medición fue cada siete días. Sin embargo, se desconoce si la

jerarquización de las ecuaciones se mantiene cuando se tiene un número menor de muestreos de la PL diaria. Los objetivos de esta investigación fueron comparar cuatro ecuaciones para estimar las curvas de lactancia de bovinos Angus, Suizo y sus cruza recíprocas, con cuatro diferentes frecuencias de medición de la producción de leche durante la lactancia, y determinar el número mínimo de muestreos necesarios para la predicción de las curvas de lactancia.

MATERIALES Y MÉTODOS

Origen de los datos

La información utilizada proviene de los registros de producción de vacas en un experimento de cruzamiento dialélico usando la razas Angus y Suizo en la Granja Experimental de la Universidad Autónoma Chapingo, México. El clima es templado subhúmedo [C(W'')(w)b(i'')g)], con lluvias en verano (García, 1981).

En la medida de lo posible, las vacas se manejaron en condiciones homogéneas y los cambios en el manejo fueron iguales para todos los genotipos. Al nacimiento se les desinfectó el ombligo a las crías, asegurándose que consumieran calostro durante las primeras seis horas de vida. El peso al nacer se registró dentro de las primeras 24 horas después del nacimiento. Los becerros tuvieron acceso al alimento proporcionado a sus madres, pero el consumo de sólidos inició aproximadamente a partir de los tres o cuatro meses de edad. El destete fue aproximadamente a los 180 días de edad.

Los registros de PL fueron obtenidos durante el periodo de 1981 a 1993. De 1981 a 1987 las vacas pastorearon aproximadamente cuatro horas diarias en praderas de alfalfa (*Medicago sativa* L.) asociada con pasto ovillo (*Dactylis glomerata* L.), y se

suplementaron en corral con ensilado de maíz (*Zea mays* L.) y concentrado. De 1988 a 1993 el sistema alimentación fue intensivo, incluyendo ensilado de maíz, heno de alfalfa o alfalfa verde, y pequeñas cantidades de concentrado. El empadre se realizó mediante inseminación artificial utilizando al menos dos sementales de cada raza por año. De 1981 a 1985 el empadre se efectuó durante todo el año y de 1987 a 1993 se modificó a empadre estacional durante los meses de junio, julio y agosto. Durante el estudio no se efectuó selección, sólo las vacas que no quedaron gestantes en dos años consecutivos, y aquéllas con problemas físicos o de salud grave, fueron desechadas.

Medición de la producción de leche diaria

Los datos de PL de un día se colectaron semanalmente hasta los 180 días, utilizando la técnica de pesaje de becerros antes y después del amamantamiento, que consistió en la separación de los becerros de sus madres por la tarde, y aproximadamente 12 horas después se juntaban (por la mañana del día siguiente) para el amamantamiento del becerro. La PL se calculó por diferencia en el peso de los becerros antes y después del amamantamiento (de 15 a 30 minutos), considerándose esta diferencia como el peso de la leche consumida, la cual estima la PL en 12 horas. Esta producción se multiplicó por dos para calcular la PL diaria observada en esa semana. Ocasionalmente, en algunas vacas (principalmente Suizo) fue necesario ordeñar la leche residual al inicio de la lactancia (primer mes) y adicionarla a la leche consumida por el becerro, para calcular la PL total en el día de muestreo. Cuando el parto fue gemelar, murió el becerro durante la lactancia, o faltaron más de tres registros semanales consecutivos, la lactancia correspondiente no se incluyó en el análisis.

Los análisis consideraron 297 lactancias correspondientes a 100 vacas, con partos comprendidos de 1982 a 1993. El número de vacas y lactancias correspondientes a las razas Angus (A), Suizo (S) y sus cruzas recíprocas (AS) fueron 36 y 136, 40 y 109, y 24 y 52, respectivamente.

Descripción de las ecuaciones

Para la predicción de las curvas de lactancia se utilizó la PL observada para cada lactancia individual, mediante el uso de las siguientes ecuaciones:

1. $Y_t = a \exp(bt + ct^2)$ (Sikka, 1950)
2. $Y_t = at^b e^{-ct}$ (Wood, 1967)
3. $Y_t = t/(a + bt + ct^2)$ (Nelder, 1966)
4. $Y_t = a + bt + ct^2$ (Gaskins y Anderson, 1980)

Donde Y_t es la producción de leche en el t-ésimo día de lactancia, e es la base de los logaritmos naturales, y a , b y c son los parámetros que definen la curva de lactancia y que se requiere estimar.

La ecuación 1 corresponde a una función parabólica exponencial, y fue propuesta por Sikka (1950) para considerar el incremento en producción al inicio de la lactancia. La ecuación 2 corresponde a una función gama incompleta (Wood, 1967), propuesta para la estimación de las curvas de lactancia típicas de bovinos lecheros. La ecuación 3 es una derivación de la ecuación 1, y fue propuesta por Nelder (1966), usando la función inversa parabólica exponencial. La ecuación 4 corresponde a una regresión en función del tiempo en su forma lineal y cuadrática, recomendada por Gaskins y Anderson (1980) para estimar curvas de lactancia de bovinos para carne.

Los parámetros de las primeras tres ecuaciones se estimaron por regresión no lineal de cuadrados mínimos, utilizando el método iterativo de Gauss-Newton, en la ecuación 4 se utilizó un procedimiento de regresión lineal de cuadrados mínimos, utilizando los programas NLIN y REG, respectivamente del paquete estadístico SAS (1985).

Comparación de ecuaciones

La bondad de ajuste de las cuatro ecuaciones se evaluó usando el cuadrado medio del residual (CMR) como criterio principal en la estimación de las curvas de lactancia. Los CMR's de las ecuaciones se jerarquizaron en cada curva de lactancia y los lugares jerárquicos para cada ecuación fueron comparados por medio de la prueba de Suma de Rangos de Friedman (Myles y Wolfe, 1973), dentro de cada genotipo y para los tres genotipos. Otro criterio para la comparación de las ecuaciones fue el cálculo del estadístico de Durbin y Watson para cada lactancia, como una medida de autocorrelación positiva de primer orden, para probar si los residuales fueron aleatoriamente distribuidos. El valor promedio del estadístico Durbin y Watson (Grossman y Koops, 1988; Ruiz *et al.*, 2000; Vargas *et al.*, 2000) se reporta para cada lactancia y ecuación, así como el porcentaje de casos que presentaron autocorrelación positiva. Finalmente, de la PL diaria predicha por las ecuaciones para cada lactancia, se contabilizaron aquellas que generaron PL negativa en algún día de la lactancia, y las que predijeron la máxima producción con más de 3.5 desviaciones estándar del promedio de las producciones máximas observadas dentro de cada genotipo. Estos últimos criterios de comparación fueron utilizados como un criterio adicional para detectar predicciones biológicamente anormales generadas por las ecuaciones.

Los criterios de comparación arriba mencionados se usaron para cuatro diferentes frecuencias de medición de la PL diaria, mediante la simulación de las siguientes cuatro frecuencias de muestreo durante la lactancia: 1) veintiséis mediciones, 2) trece mediciones, 3) siete mediciones, y 4) cuatro mediciones. La estrategia de muestreo 1 correspondió a la PL diaria proveniente de muestreos semanales. Las estrategias de muestreo 2, 3 y 4 fueron generadas mediante la eliminación de las producciones observadas en ciertas semanas de la lactancia. Las estrategias de muestreo 2 y 3 consideraron la PL diaria proveniente de muestreos cada 14 y 28 días, respectivamente. La estrategia de muestreo 4, consideró la PL diaria obtenida en las semanas 1, 5, 13 y 25 después del parto, lo que simula el muestreo de PL al inicio, y en las etapas intermedia y final de la lactancia.

Determinación del número mínimo de muestreos requeridos para ajustar las curvas

Para determinar el número mínimo de muestreos para predecir las curvas de lactancia de cada ecuación, se consideraron sólo las ecuaciones con el mejor comportamiento (ecuaciones 1 y 2), producto de las comparaciones anteriores. El criterio para decidir una menor frecuencia de mediciones dentro de cada ecuación, fue el mantenimiento de los estimadores con mediciones semanales para los parámetros *a*, *b* y *c*; y la producción de leche total (PLT), la PL al pico de máxima producción (PP), el día de la lactancia al pico de máxima producción (DPP), y la persistencia (PER, definida como la relación entre la PL en el último día de la lactancia y la PL al pico). Dentro de cada ecuación, estas variables se analizaron mediante el siguiente modelo mixto (después de eliminar interacciones no significativas, $P > 0.05$):

$$Y_{ijklm} = \mu + F_i + G_j + V_{k(j)} + L_l + GL_{jk} + e_{ijklm},$$

Donde:

Y_{ijklm} = La m-ésima variable de respuesta a analizar de la frecuencia de medición i, en el genotipo j de la vaca k en la lactancia l;

μ = Media común a todas las observaciones;

F_i = Efecto fijo de la i-ésima frecuencia de medición ($i = 4, 7, 13, 26$);

G_j = Efecto fijo del j-ésimo genotipo de la vaca ($j = \text{Angus, Suizo, Angus*Suizo}$);

$V_{k(j)}$ = Efecto aleatorio de la k-ésima vaca ($k = 1, 2, \dots, 100$) dentro del genotipo j;

L_l = Efecto fijo del l-ésimo número de lactancia ($l = 1, 2, \dots, 5$);

GL_{jk} = Efecto fijo de la interacción del genotipo j con el número de lactancia l;

e_{ijklm} , =Error aleatorio asociado con cada observación $\sim N(0, \sigma^2)$

El análisis se realizó utilizando el programa GLM del paquete estadístico SAS (1985).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Comparación de ecuaciones

En el Cuadro 3 se muestra la jerarquización de las cuatro ecuaciones para cada frecuencia de medición, por genotipo y a través de genotipos. En general, se observan diferencias en valores jerárquicos para las frecuencias de muestreo dentro y a través de genotipos.

Tanto en las vacas A en cualquier frecuencia de medición, como para todos los genotipos y el promedio de ellos con cuatro mediciones de PL, no se detectaron diferencias ($P > 0.05$) entre las ecuaciones comparadas. En la estrategia de 26 mediciones en el caso de las vacas S y AS, así como para el promedio de los genotipos los mejores

ajustes ($P < 0.05$) fueron de las ecuaciones 1, 2 y 4; mientras que para la estrategia de 7 mediciones, en la vacas S y para el promedio de los genotipos las mejores estimaciones fueron proporcionadas por las ecuaciones 1, 2 y 3, y las curvas de lactancia de vacas AS fueron mejor estimadas por las ecuaciones 1, 2 y 4. Sin embargo, para el intervalo de 13 mediciones durante la lactancia, las mejores estimaciones fueron mediante las ecuaciones 1, 2 y 4 para S y para el promedio de los tres genotipos; mientras que para AS fueron las ecuaciones 1, 2 y 3. Las diferencias en jerarquización de las ecuaciones para las diferentes estrategias de muestreo, sugieren que la mejor ecuación para estimar las curvas de lactancia de los genotipos estudiados, depende de la frecuencia de muestreo de la PL diaria.

La ecuación 3 tuvo los peores ajustes de las curvas de lactancia ($P < 0.05$) para el promedio de todos los genotipos y para S en 26 y 13 mediciones, y para AS en 7 mediciones; mientras que la ecuación 4 fue la peor a través de genotipos y para S en el intervalo de frecuencia de 7 mediciones, y para AS con 13 mediciones de PL. La inferioridad de las ecuaciones 3 y 4 en algunos genotipos y a través de genotipos para los diferentes escenarios de muestreo, sugieren la inconveniencia de utilizar estas ecuaciones en genotipos similares a los estudiados.

La carencia de versatilidad de la ecuación 3 para ajustar diferentes tipos de curvas de lactancia se ha reportado en otros estudios. Batra (1986) concluyó que la ecuación 3 tuvo mejor ajuste en curvas de lactancia de vacas lecheras que la ecuación propuesta por Wood, estimadas con intervalos de muestreos mensuales. En otro estudio en donde se modelaron las curvas de lactancia de vacas Hariana, Singh y Bhat (1978) y Bhat *et al.* (1981) reportaron que la ecuación 3 fue mejor en promedio que las ecuaciones propuestas por Wood y Sikka; por lo que ha sido recomendada para

lactancias que inician con baja producción y picos de producción más tempranos que los usuales en vacas lecheras (Kumar y Bhat, 1979). Además, Olori *et al.* (1999) al estimar las curvas de lactancia de vacas Holstein con cinco ecuaciones (incluyendo las ecuaciones de 2 y 3), usando PL semanales, reportaron que todas las ecuaciones evaluadas en el estudio se ajustaron a los datos observados. Papajcsik y Boderó (1988) estimaron la curva de lactancia de vacas Holstein bajo clima subtropical con 20 ecuaciones, de las cuales la ecuación 1 se eliminó del estudio por no ajustarse a los datos observados y la ecuación 3 presentó las peores estimaciones y fue superada por la ecuación 2, en lactaciones de invierno; mientras que en lactaciones de verano las ecuaciones 2 y 3 presentaron comportamientos semejantes. Landete-Castillejos y Gallego (2000), al comparar siete ecuaciones para estimar curvas de lactancia de venados, con ocho mediciones de PL diaria durante la lactancia, observaron a la ecuación 3 como una de las peores, siendo superada por las ecuaciones propuestas por Sikka y Wood. Ruiz *et al.* (2000) también reportaron que la ecuación 3 fue una de las peores en estimar las curvas de lactancia de ovejas Latxa, con muestreos mensuales de PL.

Por otra parte, y de acuerdo con el Cuadro 4, la ecuación 3 con 26 mediciones, mostró la mayor frecuencia (23.6%) de lactancias con autocorrelación positiva, una alta cantidad de lactancias con al menos una PL diaria predicha negativa (13.5 a 26.3%), y una alta cantidad de lactancias con producción predicha anormal en el día del pico de máxima producción (14.8 a 21.5%), confirmando la desventaja en la utilización de esta ecuación. Pocos trabajos han utilizado estos últimos criterios de comparación de ecuaciones, sobre todo, con las ecuaciones 3 y 4. Vargas *et al.* (2000) mencionaron que

al estimar la curva de lactancia de ovejas Latxa, la ecuación 3 presentó menor número de casos de autocorrelación positiva que la ecuación 2 (15 y 20%, respectivamente).

El mal ajuste de la ecuación 3 a la PL observada se muestra en la Figura 1. En general, para todas las frecuencias de medición consideradas se observa subestimación y sobrestimación a lo largo de la lactancia, con un rápido incremento inicial para llegar al pico de producción máxima. Para el caso de las menores frecuencias de muestreo de PL diaria (4 y 7 mediciones), se observan problemas adicionales de excesiva producción predicha a inicios de la lactancia.

La simplicidad computacional para la estimación de parámetros en la ecuación 4 y las ventajas reportadas para su uso en estudios similares al presente (Gaskins y Anderson, 1980; Ramírez *et al.*, 1998), no fueron confirmadas debido al peor ajuste mostrado en ciertos genotipos y frecuencias de medición, al compararse con las otras ecuaciones (Cuadro 3).

El problema de autocorrelación positiva para la ecuación 4 fue importante sólo cuando la frecuencia de muestreo de PL diaria fue semanal (16.2%), siendo similar al obtenido con las otras ecuaciones; mientras que no se observaron problemas de lactancias con producción predicha anormal en el día del pico de máxima producción (Cuadro 4). Lo anterior puede explicarse por los cambios leves generados por la ecuación a través de la lactancia. Por otro lado, la presencia de lactancias con al menos una PL diaria predicha negativa se presentó sólo con la frecuencia de cuatro mediciones (7.7%), lo que es indicativo del mal ajuste de esta ecuación a medida que se disminuye el número de muestreos.

En la Figura 2 se muestra, como ejemplo, el comportamiento promedio de las curvas generadas por la ecuación 4 en vacas AS, con las diferentes frecuencias de

mediciones analizadas y la producción observada. En general, se observaron subestimaciones y sobrestimaciones ligeras en los inicios y puntos intermedios de la lactancia, con problemas más acentuados a medida que se redujo el número de muestreos durante la lactancia, lo que refleja la poca versatilidad de la ecuación para representar cambios abruptos de la PL durante la lactancia.

El hecho de que las ecuaciones gama incompleta (ecuación 2) y parabólica exponencial (ecuación 1) fueran las mejores estadísticamente ($P > 0.05$), para cualquier genotipo y estrategia de muestreo de la PL durante la lactancia (Cuadro 3), sugiere que estas ecuaciones son las de mayor versatilidad para tener buenos ajustes en diversas condiciones.

En general, las ecuaciones 1 y 2 mostraron la presencia de autocorrelación positiva alta sólo con la frecuencia de muestreo de 26 mediciones, además de una baja cantidad de lactancias con producción predicha anormal en el día de máxima producción, y la ausencia de lactaciones con PL negativa (Cuadro 4); lo anterior confirma las ventajas de estas ecuaciones con diferentes escenarios de muestreo de la PL diaria. Para el caso de la ecuación gama incompleta (ecuación 2), se estimaron algunos casos de lactancias con producción predicha excesiva en el pico de máxima producción (2.7 a 4.7%), para las diferentes frecuencias de mediciones analizadas.

Algunos trabajos han reportado porcentajes variables de casos de autocorrelación positiva y PL con predicciones diarias negativas en curvas de lactancia estimadas con la ecuación 2. Ruiz *et al.* (2000) reportaron 8.1% de casos de autocorrelación positiva en las curvas de lactancia de ovejas Latxa, estimadas con la ecuación 2; mientras que Vargas *et al.* (2000) reportaron 88.5% de casos de autocorrelación positiva en curvas de lactancia de vacas Holstein estimadas con la ecuación gama incompleta (ecuación 2).

Por otro lado, Grossman y Koops (1988) también reportaron problemas de autocorrelación positiva con la ecuación 2, en la estimación de las curvas de lactancia de vacas Holstein.

Scheneberger (1981) propuso una ecuación para estimar curvas de lactancia de vacas Suizas, y la comparó con la ecuación 2, encontrando que su ecuación generó menor porcentaje de curvas de lactancia con PL negativa (21.3 y 21.8%, respectivamente); mientras que Ferris *et al.* (1985) reportaron la presencia de 15% de PL diaria predicha negativa en las curvas de lactancia de vacas Holstein. estimadas con la ecuación 2, y Concha *et al.* (2000) reportaron 14.4 a 23.6% de curvas de lactancia “atípicas” de vacas Lucerna, estimadas con la ecuación gamma incompleta lineal y no-lineal, respectivamente, con medición de PL quincenal.

La ecuación 1 ha sido reportada con variabilidad en resultados, cuando se ha comparado con otras ecuaciones. Papajcsik y Boderó (1988), en vacas Friesian en clima subtropical, eliminaron esta ecuación en análisis preliminares por su asimetría con los datos observados. Sherchand *et al.* (1995) trabajando con vacas Holstein. también eliminaron esta ecuación por su pobre ajuste comparada con otras ecuaciones. Sin embargo, Singh y Bhat (1978) y Bhat *et al.* (1981) encontraron que esta ecuación dio una buena estimación en bovinos Haryana, y fue una ecuación intermedia en jerarquización entre las ecuaciones comparadas. Ramírez *et al.* (1998) utilizando los datos del presente estudio, no encontraron otra ecuación que la superara estadísticamente ($P > 0.05$), cuando se utilizaron frecuencias de mediciones semanales y al compararla con otras siete ecuaciones. Landete-Castillejos y Gallego (2000) también encontraron que esta ecuación presentó buenas estimaciones de las curvas de lactancia de venados, al utilizar ocho mediciones de PL diaria durante la lactancia, cuando se comparó con otras

seis ecuaciones. Lo anterior sugiere su posible utilización para genotipos con PL similar a los utilizados en el presente estudio.

La superioridad de la ecuación 2 sobre otras ecuaciones y su uso en diversas condiciones ambientales, de manejos, genotipos y especies, ha sido reportada ampliamente (Hohenboken *et al.*, 1992; Olori *et al.*, 1999; Landete-Castillejos y Gallego, 2000).

Las similitudes y diferencias entre las curvas generadas por las ecuaciones 1 y 2 pueden observarse en las Figuras 3 y 4. En general, las curvas generadas por la ecuación 2 son de cambios en aumento o disminución en la producción más rápidos, generando una forma similar a las curvas llamadas “típicas” de ganado lechero; mientras que la ecuación 1 los cambios son más conservadores, y posiblemente más adecuados para los cambios que ocurren en animales que no han sido seleccionados para producción de leche.

Determinación del mínimo de muestreos

El Cuadro 5 muestra los resultados de los análisis de varianza para los efectos de manejo y genéticos sobre los parámetros a , b y c ; y para la producción de leche total (PLT), la producción al pico de la lactancia (PP), el día de producción al pico de la lactancia (DPP), y la persistencia (PER); para la ecuación parabólica exponencial (ecuación 1) y la gama incompleta (ecuación 2). Los efectos de vaca anidada dentro de genotipo y la interacción genotipo por número de lactancia influyeron significativamente ($P < 0.05$) sobre todas las variables de respuesta estudiadas, para las dos ecuaciones consideradas.

Los estimadores de los parámetros a , b y c , y el DPP obtenidos con ambas ecuaciones no cambiaron ($P>.05$) con las cuatro frecuencias de medición analizadas, y sus medias de mínimos cuadrados se muestran en el Cuadro 6. Los valores similares para los parámetros de las dos ecuaciones, sugieren la posibilidad de utilizar la menor frecuencia de medición (cuatro muestreos durante la lactancia), para estimar las curvas de lactancia de genotipos como los estudiados. Sin embargo, los cambios ocurridos ($P<0.05$) en la PP para la ecuación 1, y en la PLT y la PER para la ecuación 2 (Cuadro 6), cuando se utilizan cuatro mediciones de PL durante la lactancia, limitan su uso bajo esta estrategia de muestreo.

Con el uso de la ecuación 1, la PP predicha con cuatro mediciones fue sobreestimada ligeramente en comparación con 26 mediciones (11.0 vs 10.5 kg); mientras que la ecuación 2 subestimó la PLT y la PER predichas con cuatro mediciones, comparada con las otras estrategias de muestreo (Cuadro 6).

Lo anterior sugiere la posibilidad de utilizar el muestreo mensual de la PL diaria, para el uso de las ecuaciones 1 ó 2, como una alternativa viable para estudios con alta precisión, de curvas de lactancia bajo condiciones similares a las de esta investigación.

IMPLICACIONES

Los resultados de comparar las ecuaciones con diferentes estrategias de muestreo de la producción de leche diaria durante la lactancia, indican que las ecuaciones parabólica exponencial de Sikka y la gama incompleta de Wood constituyen buenas alternativas para estimar curvas de lactancia de genotipos Angus, Suizo y sus cruza recíprocas, y que sus ventajas se mantienen bajo cualesquiera de las frecuencias de medición utilizadas en este estudio. Se recomienda el muestreo mensual de la

producción de leche diaria, para obtener adecuadas predicciones de las curvas de lactancia en bovinos para carne, donde es difícil el muestreo de la producción de leche.

CONCLUSIONES

Las ecuaciones parabólica exponencial (Sikka) y gama incompleta (Wood), proporcionaron las mejores predicciones de curvas de lactancia de vacas Angus, Suizo y sus cruza, bajo las frecuencias de 26, 13, 7 y 4 mediciones.

La medición mensual de la producción de leche diaria es suficiente para predecir adecuadamente la curva de lactancia de vacas Angus, Suizo y sus cruza, cuando se utiliza la ecuación parabólica exponencial o la gama incompleta.

Los problemas detectados con la ecuación inversa parabólica exponencial, la ubican como la peor ecuación para predecir curvas de lactancia de vacas Angus, Suizo y sus cruza.

Los problemas encontrados con la ecuación de regresión incluyendo los términos lineal y cuadrático respecto al tiempo, cuando se tienen pocas mediciones de la producción de leche diaria, limitan su uso en esas circunstancias.

Cuadro 3. Jerarquización de las ecuaciones¹ de Wood, Sikka, Nelder, y Gaskins y Anderson, para predecir las curvas de lactancia en cuatro intervalos de medición de producción de leche, por genotipo y a través de genotipos.

Jerarquía ²	Angus	Suizo	Cruza	Promedio ³
Veintiséis mediciones de PL				
Primero	1 a	1 a	4 a	1 a
Segundo	2 a	2 ab	1 ab	2 a
Tercero	4 a	4 ab	2 ab	4 a
Cuarto	3 a	3 b	3 b	3 b
Trece mediciones de PL				
Primero	2 a	4 a	3 a	2 a
Segundo	1 a	1 a	2 a	1 ab
Tercero	4 a	2 a	1 ab	4 ab
Cuarto	3 a	3 b	4 b	3 b
Siete mediciones de PL				
Primero	2 a	2 a	1 a	2 a
Segundo	3 a	3 a	2 a	1 ab
Tercero	1 a	1 a	4 a	3 ab
Cuarto	4 a	4 b	3 b	4 b
Cuatro mediciones de PL				
Primero	1 a	2 a	1 a	2 a
Segundo	4 a	4 a	2 a	1 a
Tercero	2 a	3 a	4 a	4 a
Cuarto	3 a	1 a	3 a	3 a

¹1=Sikka [$Y_t = a \exp(bt + ct^2)$]; 2=Wood ($Y_t = at^b e^{-ct}$); 3=Nelder [$Y_t = t/(a + bt + ct^2)$]; 4=Gaskins y Anderson ($Y_t = a + bt + ct^2$).

² Dentro de genotipo y frecuencia de medición de PL, diferentes literales minúsculas indican diferencias significativas ($P < 0.05$).

³Promedio de los tres genotipos en el estudio.

Cuadro 4. Valores promedio del estadístico de Durbin-Watson (D-W), porcentaje de lactancias con autocorrelación positiva (APOS), porcentaje de lactancias con por lo menos una producción de leche diaria predicha negativa (PNEG), y porcentaje de lactancias con producción de leche predicha anormal en el día del pico de producción (PANOR), para cuatro ecuaciones con cuatro frecuencias de medición.

Ecuación ¹	D-W	APOS, %	PNEG, %	PANORM, %
Veintiséis mediciones de PL				
1	1.71	15.8	0.0	0.0
2	1.70	18.2	0.0	2.7
3	1.66	23.6	13.5	18.2
4	1.70	16.2	0.0	0.0
Trece mediciones de PL				
1	2.21	2.0	0.0	0.3
2	2.18	2.0	0.0	2.7
3	2.11	3.0	15.2	14.8
4	2.19	2.0	0.3	0.0
Siete mediciones de PL				
1	2.68	0.0	0.0	0.3
2	2.59	0.0	0.0	4.0
3	2.46	0.7	16.8	18.5
4	2.67	0.0	0.0	0.0
Cuatro mediciones de PL				
1	3.20	0.0	0.0	0.3
2	3.31	0.7	0.0	4.7
3	3.09	0.7	26.3	21.5
4	3.21	0.7	7.7	0.0

¹1=Sikka [$Y_t = a \exp(bt + ct^2)$]; 2=Wood ($Y_t = at^b e^{-ct}$); 3=Nelder [$Y_t = t/(a + bt + ct^2)$]; 4=Gaskins y Anderson ($Y_t = a + bt + ct^2$).

Cuadro 5. Análisis de varianza y probabilidades para los efectos de manejo y genéticos sobre los parámetros a , b y c de la curva de lactancia, y para la producción de leche total (PLT), producción de leche al pico de la lactancia (PP), días al pico de lactancia (DPP) y persistencia (PER) obtenidos de las ecuaciones parabólica exponencial y gama incompleta.

Fuente de variación	Parámetros			PLT	PP	DPP	PER
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>				
Parabólica exponencial ¹							
Frecuencia de medición	.9099	.8064	.9673	.6887	.0238	.0743	.8881
Genotipo (G)	.0001	.0004	.0027	.0001	.0001	.0001	.0270
No. de Lactancia (NL)	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001
Vaca(G)	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001
G*NL	.0001	.0021	.0046	.0001	.0001	.0001	.0001
Gama incompleta ²							
Frecuencia de medición	.4370	.3015	.6964	.0225	.1372	.6880	.0136
Genotipo (G)	.4545	.0176	.1169	.0001	.0001	.0001	.0001
No. de Lactancia (NL)	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001
Vaca(G)	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001
G*NL	.0025	.0025	.0002	.0001	.0001	.0001	.0001

¹Sikka [$Y_t = a \exp(bt + ct^2)$]; ²Wood ($Y_t = at^b e^{-ct}$)

Cuadro 6. Medias de cuadrados mínimos de parámetros a , b y c de la curva de lactancia de vacas Angus, Suizo y sus cruzas, y para la producción de leche total (PLT), producción de leche al pico de la lactancia (PP), días al pico de lactancia (DPP) y persistencia (PER) obtenidos de las ecuaciones parabólica exponencial y gama incompleta, con diferente frecuencia de medición de la producción de leche durante la lactancia.

Frecuencia de Medición ¹	Parámetro			PLT	PP	DPP	PER
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>				
Parabólica exponencial ¹							
26	8.7 a	.0036 a	-.000031 a	1569.4 a	10.5 a	54.8 a	.61 a
13	8.7 a	.0037 a	-.000031 a	1573.8 a	10.6 a	58.0 a	.61 a
7	8.6 a	.0040 a	-.000032 a	1558.7 a	10.7 a	64.1 a	.60 a
4	8.7 a	.0034 a	-.000031 a	1553.1 a	11.0 b	58.8 a	.62 a
Gama incompleta ²							
26	6.2 a	.2166 a	.005199 a	1557.8 a	11.6 a	48.1 a	.63 a
13	6.9 a	.1973 a	.004853 a	1567.8 a	11.8 a	51.3 a	.63 a
7	7.0 a	.1893 a	.004753 a	1553.8 a	11.9 a	51.0 a	.62 a
4	7.6 a	.1735 a	.004893 a	1512.9 b	12.2 a	47.9 a	.58 b

¹Sikka [$Y_t = a \exp(bt + ct^2)$]; ²Wood ($Y_t = at^b e^{-ct}$.)

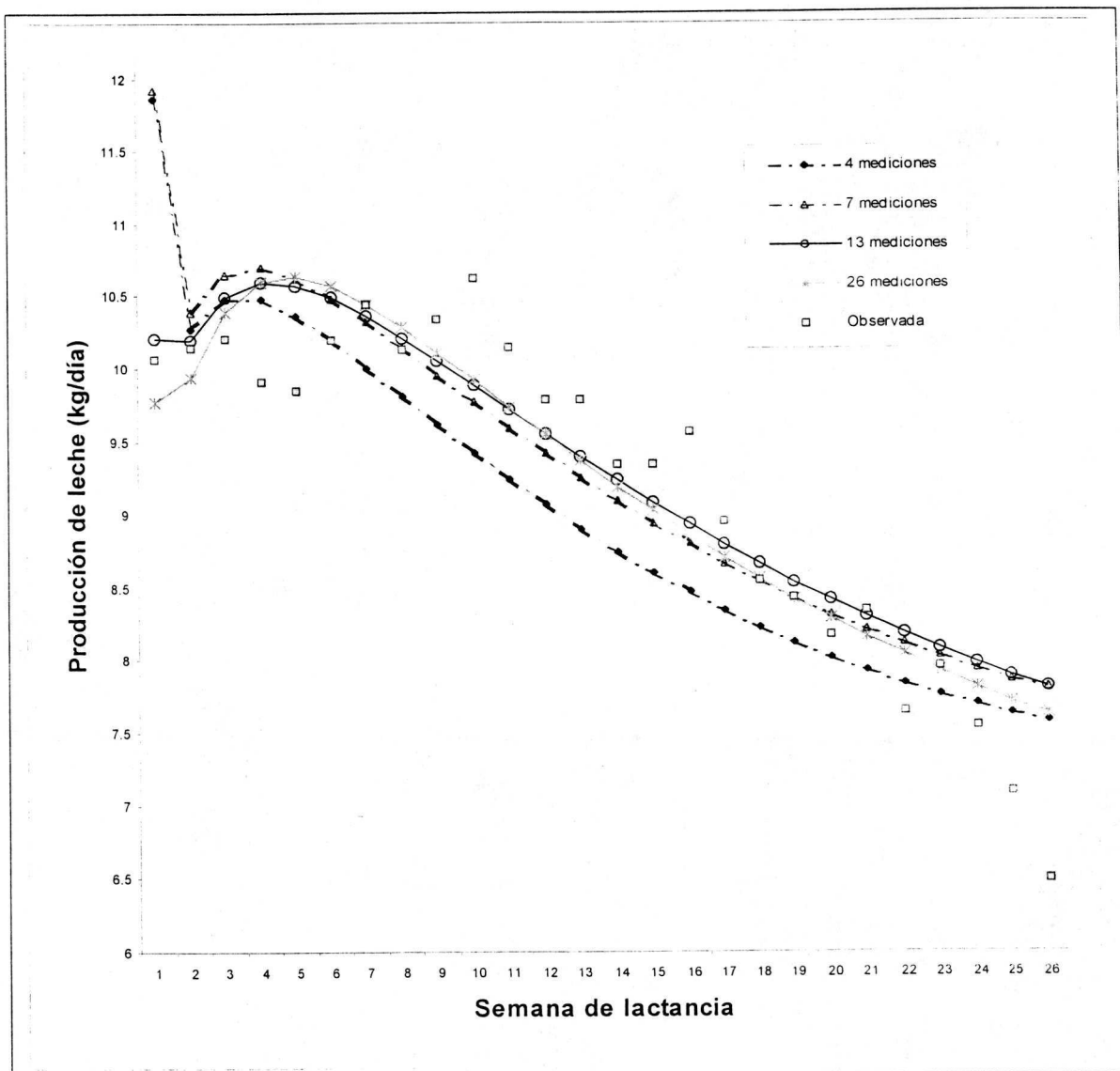


Figura 1. Comportamiento promedio ($n = 109$) de las curvas de lactancia generadas por la ecuación inversa parabólica exponencial (Nelder, 1966), en vacas Suizo con cuatro diferentes frecuencias de medición y la producción observada.

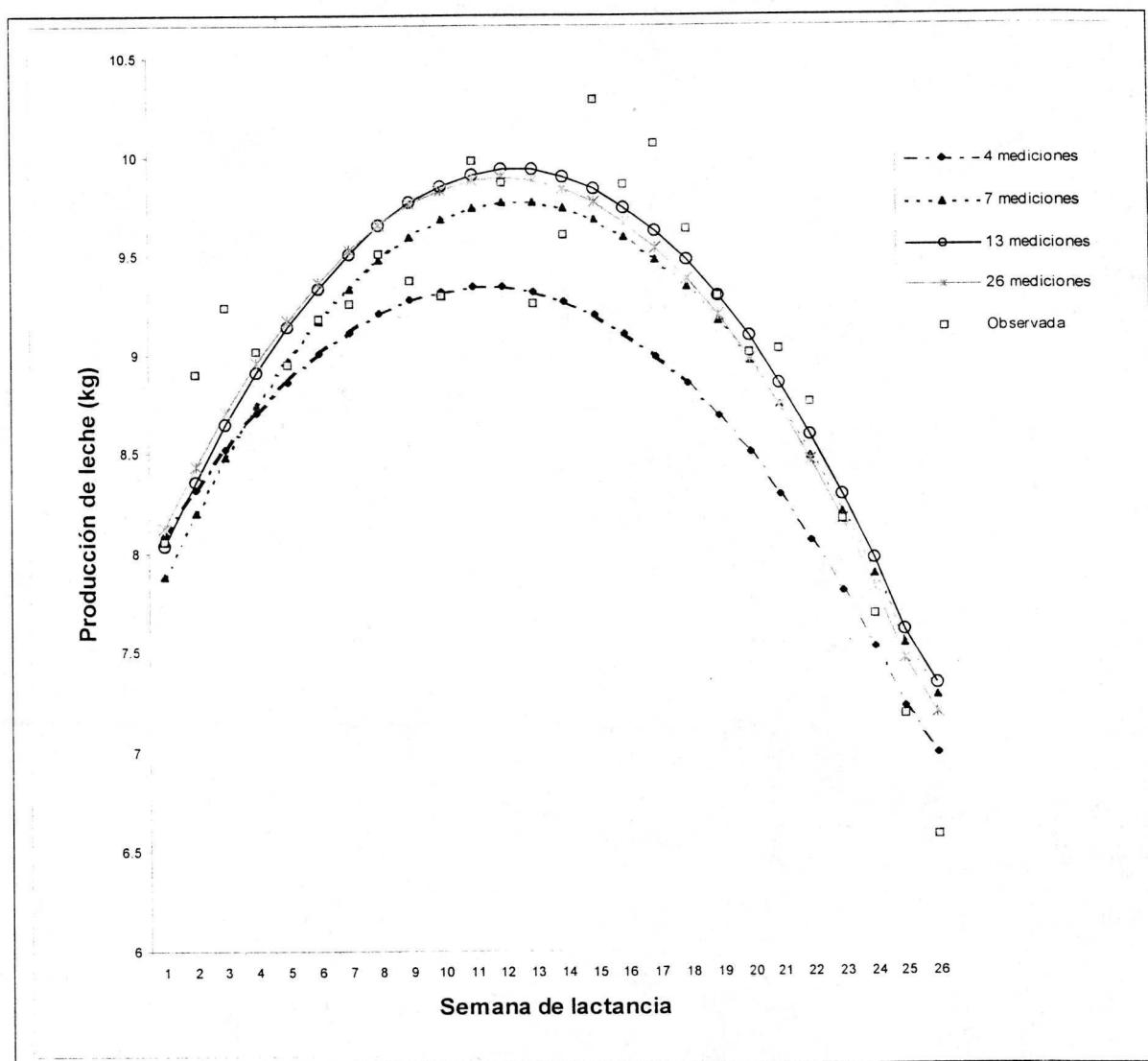


Figura 2. Comportamiento promedio ($n = 52$) de las curvas de lactancia generadas por la ecuación de regresión lineal respecto al tiempo en su forma lineal y cuadrática (Gaskins y Anderson, 1980), en vacas cruzadas Angus*Suizo, con cuatro diferentes frecuencias de medición y la producción observada.

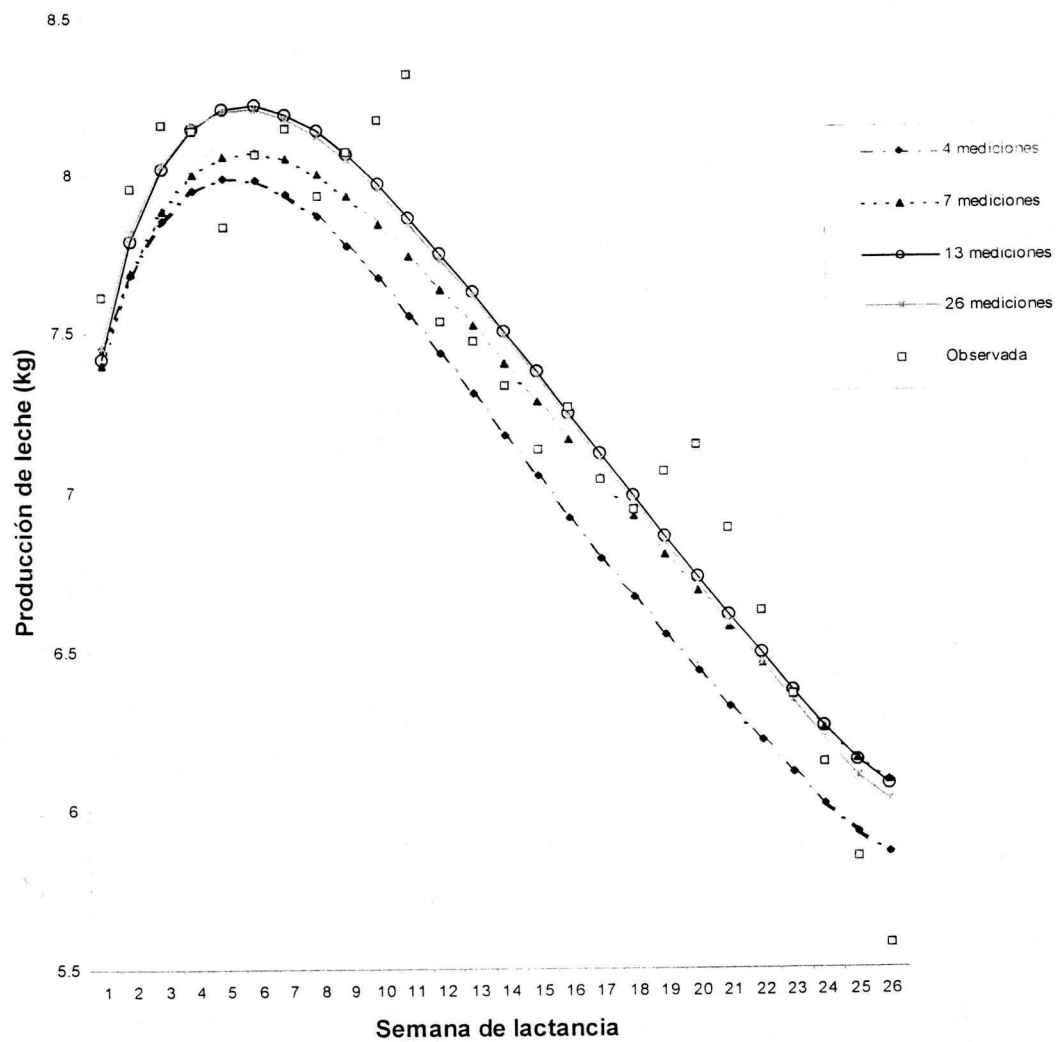


Figura 3. Comportamiento promedio ($n = 136$) de las curvas de lactancia generadas por la ecuación gamma incompleta (Wood, 1967), en vacas Angus con cuatro diferentes frecuencias de medición y la producción observada.

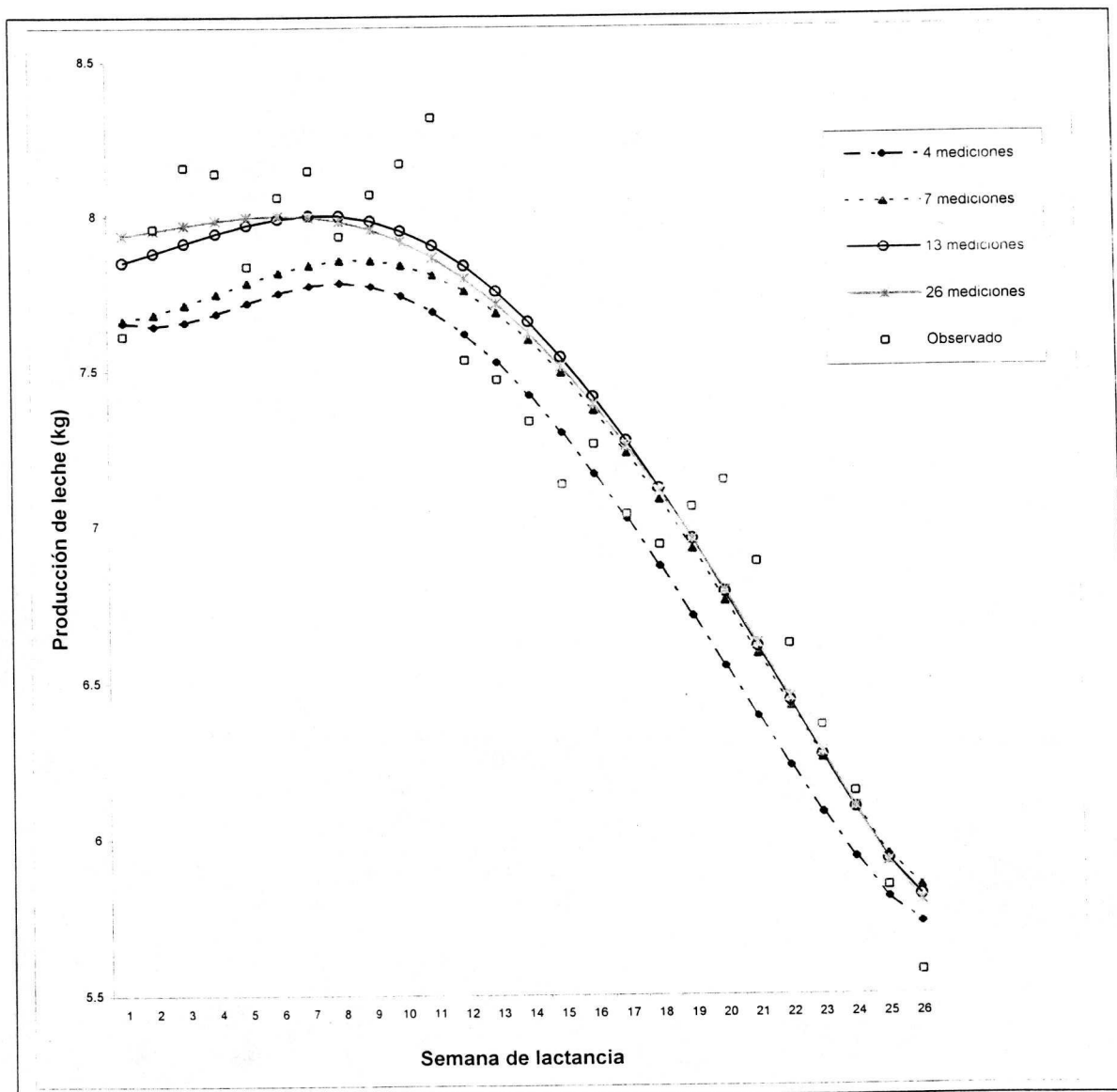


Figura 4. Comportamiento promedio ($n = 136$) de las curvas de lactancia generadas por la ecuación parabólica exponencial (Sikka, 1950), en vacas Angus con cuatro diferentes frecuencias de medición y la producción observada.

LITERATURA CONSULTADA

- Akers, R. M. 2000. Selection for milk production from a lactation biology viewpoint. *J. Dairy Sci.* 83:1151-1158.
- Batra, T. R. 1986. Comparison of two mathematical models in fitting lactation curves for pureline and crossline dairy cows. *Can. J. Anim. Sci.* 66:405-414.
- Bhat, P. N., R. Kumar, and R. C. Garg. 1981. Note on comparative efficiency of various lactations curves functions in Haryana cattle. *Indian J. Anim. Sci.* 51:102.
- Brown, M. A., A. H. Brown Jr., W. G. Jackson, and J. R. Miesner. 2001. Genotype x environment interactions in milk yield and quality in Angus, Brahman, and reciprocal-cross cows on different forage systems. *J. Anim. Sci.* 79:1643-1649.
- Concha, E. R., C. V. Duran, L. A. Alvarez, y D. Baena. 2000. Análisis de los factores que influyen en la curva de lactancia en la raza bovina Lucerna. Departamento del Valle del Cauca, Colombia (www.corpoica.org.co/html/planes/cong3gan/duran.html).
- Ferris, T. A., I. L. Mao, and C. R. Anderson. 1985. Selecting for lactation curve and milk yield in dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 68:1438-1448.
- Friggens, N. C., G. C. Emmans, and R. F. Veerkamp. 1999. On the use of simple ratios between lactation curve coefficients to describe parity effects on milk production. *Livest. Prod. Sci.* 62:1-13.
- Gaskins, T. C., and D. C. Anderson. 1980. Comparison of lactation curves in Angus-Hereford, Jersey-Angus and Simmental-Angus cows. *J. Anim. Sci.* 50:828-932.
- García, E. 1981. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Koopen (para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana). Instituto de Geografía. UNAM. México, D. F. 181 pp.
- García, P. M. J. 1997. Tiempo óptimo de secado en ganado mestizo Pardo Suizo-Brahman, Universidad Centro-occidental Lisandro Alvarado, Venezuela. *Gaceta de Ciencias Veterinarias* 2:5-22.
- Grossman, M., and W. J. Koops. 1988. Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 71:1598-1608.
- Hohenboken, W. D., A. Dudley, and D. E. Moody. 1992. A comparison among equations to characterize lactation curve in beef cows. *Anim. Prod.* 55:23-28.

- Kumar, R., and P. N. Bhat. 1979. Lactation curve in Indian Buffaloes. *Indian J. of Dairy Sci.* 32:156-160.
- Landete-Castillejos, T., and L. Gallego. 2000. Technical note: The ability of mathematical models to describe the shape of lactation curves. *J. Anim. Sci.* 78:3010-3013.
- Meyer, K., M. J. Carric, and B. J. P. Donnelly. 1994. Genetic parameters for milk production of Australian beef cows and weaning weight of their calves. *J. Anim. Sci.* 72:1155-1159.
- Montaño-Bermudez, M., and M. K. Nielsen. 1990. Biological efficiency to weaning and to slaughter of crossbred beef cattle with different genetic potential for milk. *J. Anim. Sci.* 68:2297-2309.
- Myers, S. E., D. B. Faulkner, F. A. Ireland, and D. F. Parrett. 1999. Comparison of three weaning ages on cow-calf performance and steer carcass traits. *J. Animal Sci.* 77:323-329.
- Myles, H., and D. A. Wolfe. 1973. *Non-parametric statistical methods*. Ed. John Willey & Sons. New York, NY, pp 151-152.
- Nelder, J. A. 1966. Inverse polynomials, a useful group of multi factor response functions. *Biometrics* 22:128-141.
- Olori, V. E., S. Brotherstone, W. G. Hill, and B. J. McGuirk. 1999. Fit of standard models of the lactation curve to weekly records of milk production of cows in a single herd. *Livest. Prod. Sci.* 58:55-63.
- Papajcsik I. A., and J. Boderó. 1988. Modelling lactation curves of Friesian cows in a subtropical climate. *Anim. Prod.* 47:201-207.
- Ramírez V., R., G. Ramírez V., R. Núñez D. y A. Tewolde M. 1998. Curvas de lactancia en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza: II. Comparación de ecuaciones. *Agrociencia* 32:325-330.
- Ruiz, R., L. M. Oregui, and M. Herrero. 2000. Comparison of models for describing the lactation curve of Latxa Sheep and an analysis of factors affecting milk yield. *J. Dairy Sci.* 83:2709-2719.
- SAS. 1985. *Statistics Analysis System*. Institute Inc., Cary, N. C.
- Schneeberger, M. 1981. Inheritance of lactation curve in Swiss Brown cattle. *J. Dairy Sci.* 64:475-483.

- Sherchand, L., R. W. McNew, D. W. Kellogg, and Z. B. Johnson. 1995. Selection of mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *J. Dairy Sci.* 78:2507-2513.
- Sikka, L. C. 1950. A study of lactation as affected by heredity and environment. *J. Dairy Res.* 17:231-252.
- Singh, B., and P. N. Bhat. 1978. Models of lactation curves for Haryana Cattle. *Indian J. Anim. Sci.* 48:791-797.
- Vargas, B., W. J. Koops, M. Herrero, and J. A. M. Van Arendonk. 2000. Modeling extended lactations of dairy cows. *J. Dairy Sci.* 83:1371-1380.
- Varona, L., C. Moreno, L. A. García, and J. Altarriba. 1998. Bayesian analysis of Wood's lactation curve for spanish dairy cows. *J. Dairy Sci.* 81:1461-1478.
- White, I. M. S., R. Thompson, and S. Brotherstone. 1999. Genetic and environmental smoothing of lactation curves with cubic splines. *J. Dairy Sci.* 82:632-638.
- Wood, P. D. P. 1967. Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature* 216:164-165.

