



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DIVISIÓN DE CIENCIAS FORESTALES

ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DEL ÁREA BASAL Y EL
VOLUMEN DE *Pinus patula* Schl. et Cham. EN
CHIGNAHUAPAN, PUEBLA, MÉXICO.

T E S I S

QUE COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS
EN CIENCIAS FORESTALES

PRESENTA:

RAÚL RODRÍGUEZ ALFARO



DIRECCION ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES

Junio de 2003
Chapingo, Texcoco, Edo. de México.

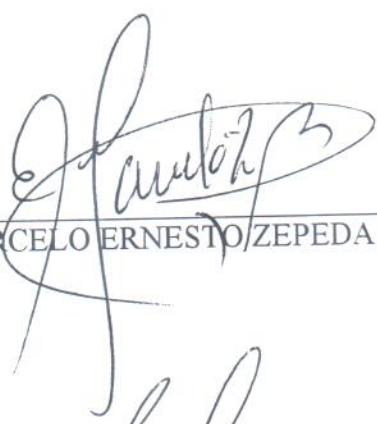


ANALISIS GEOESTADISTICO DEL AREA BASAL Y EL VOLUMEN DE *Pinus patula* Schl.et Cham. EN CHIGNAHUAPAN, PUEBLA, MÉXICO.

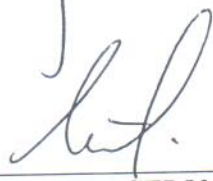
Tesis presentada por **Raúl Rodríguez Alfaro** bajo la dirección del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

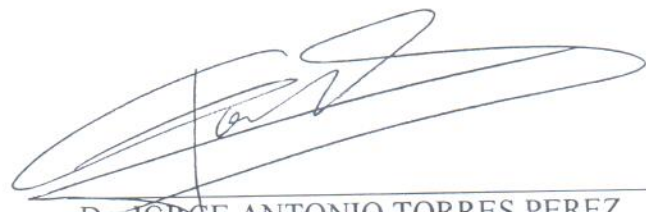
DIRECTOR:


M. C. MARCELO ERNESTO ZEPEDA BAUTISTA

ASESOR:


Ph. D. CUAUHEMOC CERVANTES MARTINEZ

ASESOR:


Dr. JORGE ANTONIO TORRES PEREZ

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Autónoma Chapingo por brindarme la formación profesional y por darme la oportunidad de estudiar la maestría en Ciencias Forestales.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por otorgarme el apoyo financiero para la realización de mis estudios de posgrado.

Al M. C. Marcelo Ernesto Zepeda Bautista por su apoyo, sus acertados consejos y por la dirección del presente estudio.

Al Ph. D. Cuauhtémoc Cervantes Martínez por su apoyo y por la valiosa aportación de ideas para la realización de la esta investigación.

Al Dr. Jorge A. Torres Pérez por la revisión de este trabajo y por las sugerencias hechas para la conclusión del mismo.

Al Ph. D. Hugo Ramírez Maldonado por su disponibilidad para participar en la presente investigación aportando ideas y por su revisión a esta Tesis.

A la Dra. Amparo Borja De la Rosa por su apoyo incondicional durante mi estancia en el programa de posgrado en Ciencias Forestales.

Al Ingeniero José Luis Ocampo Salcido, quien es responsable técnico del aprovechamiento en el predio “Los Órganos” por las facilidades prestadas para la realización de la presente investigación.

A todos aquellos que de alguna forma participaron en la realización de la presente investigación.

DEDICATORIA

Dedico esta Tesis:

A mis padres Jacinto Rodríguez Cruz y Cecilia Alfaro Estrada, por darme su cariño, consejos, aliento y el coraje para seguir adelante.

A mis hermanos Silvia, Marco Antonio y Ana Lilia por el apoyo y afecto mutuo que siempre hemos tenido.

A mi esposa Cecilia Flores López y a mi pequeño hijo José Raúl por ser ellos mi motivación para emprender y alcanzar metas, por su cariño y paciencia de siempre.

A mi tía Rosa por su apoyo y cariño.

A la memoria de mi tío Juan y de mis abuelos Bernardino, Abraham y Lupita.

A todos y cada uno de mis amigos.

DATOS BIOGRÁFICOS

El autor nació el 6 de agosto de 1965 en Tulancingo, Hidalgo, México, lugar en donde realizó los estudios de primaria y secundaria. En 1980 ingresó a la Preparatoria Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo y en 1983 inició los estudios de licenciatura en la División de Ciencias Forestales de la misma Universidad, egresando en 1987 como Ingeniero Forestal con orientación en Industrias.

En el año de 1994 obtuvo la inscripción en el Registro Forestal Nacional como prestador de servicios técnicos forestales, por lo que desde entonces ha formulado programas de manejo forestal y dirigido su ejecución técnica en diversos ejidos y predios particulares en los estados de Hidalgo y Puebla.

En enero del 2001 ingresó a la maestría en Ciencias Forestales en la División de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma Chapingo.

ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DEL ÁREA BASAL Y EL VOLUMEN DE *Pinus patula* Schl. et Cham. EN CHIGNAHUAPAN, PUEBLA, MÉXICO.

GEOSTATISTICAL ANALYSIS OF *Pinus patula* Schl. et Cham. BASAL AREA AND VOLUME IN CHIGNAHUAPAN, PUEBLA, MEXICO.

Raúl Rodríguez Alfaro¹ Marcelo Ernesto Zepeda Bautista²

RESUMEN

En este estudio mediante el uso de la geoestadística se describe la distribución espacial y se estiman las variables regionalizadas área basal y volumen de *Pinus patula* Schl. et Cham., en el lugar conocido como Los Órganos ubicado en Chignahuapan, Puebla, México. Para la distribución espacial se utilizó el análisis de semivarianza y se encontró que la amplitud de autocorrelación espacial para el volumen fue de 255 metros. El método de Krige fue el método de interpolación usado; dicho método permite obtener los mejores estimadores lineales insesgados de los valores promedio de los puntos muestrales no observados en fenómenos con una estructura de autocorrelación espacial entre sus observaciones; de tal forma que utilizando estos estimados se obtuvo una gráfica de superficie. La validación del método de Krige se realizó por medio de la técnica de remuestreo conocida como "Jackknife" y se encontró que la media general de las observaciones y aquella correspondiente a los estimados del método de Krige fue similar. Por lo tanto, el método de Krige es un eficiente interpolador y se recomienda para su uso en inventarios forestales.

Palabras clave: inventario forestal, Jackknife, Kriging, *Pinus patula*, tablas de volumen, variable regionalizada.

ABSTRACT

Using geostatistics this study describes the spatial distribution and estimates regionalized variables basal area and volume of *Pinus patula* Schl. et Cham. in the place known as Los Organos which is located in Chignahuapan, Puebla, Mexico. For spatial distribution, the semivariance analysis was used and we found that spatial autocorrelation range for volume was 255 meters. The Kriging method was the interpolation method used, which allow us to obtain the best linear unbiased estimators of the average values of non-observed sampling points for phenomena with a spatial autocorrelation structure among observations. Using these estimates a surface plot was obtained. Validation of the Kriging method was done by means of the resampling technique known as "Jackknife" and we found that general mean of measured observations and general mean corresponding to the Kriging method estimates was similar. Therefore, the Kriging method is an efficient interpolator and is recommended for use in forest inventories.

Key words: forest inventory, Jackknife, Kriging, *Pinus patula*, regionalized variable, volume tables.

¹ Tesista del programa del posgrado en Ciencias Forestales

² Director de tesis, Profesor Investigador en la División de Ciencias Forestales

ÍNDICE

Aprobación de la Tesis de Grado	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
DEDICATORIAS	iv
DATOS BIOGRÁFICOS	v
RESUMEN	vi
ABSTRACT	vi
ÍNDICE	vii
LISTA DE CUADROS	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE CUADROS DEL APÉNDICE	xii
LISTA DE FIGURAS DEL APÉNDICE	xiv
LISTA DE PROGRAMAS DEL APÉNDICE	xv
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Hipótesis	2
1.2 Objetivos	3
2. ANTECEDENTES	4
2.1 La variable regionalizada	6
2.2 Las funciones covarianza y variograma	10
2.2.1 Estacionalidad	11
2.2.1.1 La suposición de estacionalidad débil (estacionalidad de segundo orden)	12
2.2.1.2 La suposición de estacionalidad intrínseca	13
2.2.2 Semivariograma	15
2.2.2.1 El residuo	18
2.2.2.2 Anisotropía	20
2.2.2.3 Cálculo de la semivarianza	21
2.2.2.3.1 Puntos regularmente separados	21
2.2.2.3.2 Puntos irregularmente separados	22
2.2.2.4 Propiedades de la semivarianza	24
2.2.2.5 Estimación robusta del variograma	25
2.3 El método de estimación de Krige	27
2.3.1 Variantes del método de Krige	27
2.3.1.1 El método de estimación puntual u ordinario de Krige	28
2.3.1.1.1 Varianza del estimador ordinario de Krige	36
2.3.1.2 El método de estimación de Krige en bloque	36
2.3.1.2.1 Varianza del estimador en bloque de Krige	39
2.3.1.3 El método de estimación universal de Krige	40
2.4 Validación	41
2.5 Características de la especie <i>Pinus patula</i> Schl. et Cham	42
	viii

2.5.1 Taxonomía y descripción	42
2.5.2 Distribución geográfica	44
2.6 Tablas de volumen	45
2.6.1 Tipos de tablas de volumen	47
2.6.1.1 Tablas de volumen local o tarifas	47
2.6.1.2 Tablas de volumen general	47
3. METODOLOGÍA	48
3.1 Descripción del área de estudio	48
3.1.1 Ubicación	48
3.1.2 Orografía	49
3.1.3 Geología	50
3.1.4 Hidrología	50
3.1.5 Clima	51
3.1.6 Suelos	51
3.1.7 Vegetación	51
3.2 Mediciones de campo y procesamiento de información obtenida	52
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	64
4.1 Área basal	64
4.2 Volumen	84
5. CONCLUSIONES GENERALES	102
6. LITERATURA CITADA	104
7. APÉNDICE	108

LISTA DE CUADROS

Cuadro		Página
1	Intervalos de distancia del conjunto con la totalidad de las observaciones para el área basal.	67
2	Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el área basal del conjunto con la totalidad de las observaciones.	69
3	Intervalos de distancia del conjunto con las observaciones para el área basal en el rodal 1.	74
4	Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el área basal del conjunto con las observaciones del rodal 1.	75
5	Intervalos de distancia del conjunto con las observaciones para el área basal en el rodal 2.	80
6	Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el área basal del conjunto con las observaciones del rodal 2.	81
7	Coeficientes de determinación y sumas de cuadrados del error de los modelos seleccionados por región estudiada.	84
8	Tabla de volúmenes de fuste total sin corteza obtenida con el modelo de Schumacher $V = 0.000038d^{1.7424}h^{1.2711}$ para <i>Pinus patula</i> Schl. et Cham. en Los Órganos, municipio de Chignahuapan, Puebla, México.	85
9	Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	87
10	Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.	91
11	Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.	95
12	Comparación de los valores observados $Z(x)$ y los estimados de Krige $\hat{Z}(x)$ para el volumen rta.	99
13	Sumas de cuadrados de las desviaciones y coeficientes de determinación de las regiones estudiadas para el volumen rta.	100

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1	Semivariograma.	18
2	Vector de distancia.	23
3	Conjunto de los posibles vectores de distancia agrupados en intervalos de distancia.	23
4	Puntos en el inicio y el final del vector de distancia.	24
5	Cono sésil de <i>Pinus patula</i> Schl. et Cham.	43
6	Cono y fascículos de hojas.	43
7	Árboles jóvenes de <i>Pinus patula</i> Schl. et Cham.	43
8	Ubicación del área de estudio.	48
9	Predio "Los Órganos".	49
10	Distribución espacial del área basal del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	65
11	Rodal 1 con cortas silvícolas previas.	66
12	Rodal 2 con abundante renuevo.	66
13	Semivariogramas estándar y robusto para el área basal del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	69
14	Semivariogramas experimental y ajustado al modelo exponencial para el área basal del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	71
15	Gráfica de superficie de los valores estimados para el área basal del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	72
16	Distribución espacial del área basal del conjunto de datos del rodal 1.	73
17	Semivariogramas estándar y robusto para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.	75
18	Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo de Gauss para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.	77
19	Gráfica de superficie de los valores estimados para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.	78
20	Distribución espacial del área basal del conjunto de datos del rodal 2.	79
21	Semivariogramas estándar y robusto para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.	81
22	Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo potencia para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.	82

23	Gráfica de superficie con los valores estimados para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.	83
24	Distribución espacial del volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	86
25	Semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	88
26	Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo exponencial para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	89
27	Gráfica de superficie de los valores estimados para el volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	90
28	Distribución espacial del volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.	91
29	Semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.	92
30	Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo de Gauss para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.	93
31	Gráfica de superficie de los valores estimados para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.	94
32	Distribución espacial del volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.	95
33	Semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.	96
34	Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo potencia para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.	97
35	Gráfica de superficie de los valores estimados para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.	98

LISTA DE CUADROS DEL APÉNDICE

Cuadro		Página
1	Características climáticas del área de estudio.	161
2	Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal.	161
3	Análisis de varianza del modelo exponencial para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal.	161
4	Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo exponencial para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal.	162
5	Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones para el área basal del rodal 1.	162
6	Análisis de varianza del modelo de Gauss para el conjunto de datos del rodal 1 con las observaciones para el área basal.	162
7	Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo de Gauss para el conjunto de datos del rodal 1 con las observaciones para el área basal.	162
8	Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones para el área basal del rodal 2.	163
9	Análisis de varianza del modelo potencia para el conjunto de datos del rodal 2 con las observaciones para el área basal.	163
10	Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo potencia para el conjunto de datos del rodal 2 con las observaciones para el área basal.	163
11	Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones de volumen total con corteza y diámetro normal.	164
12	Análisis de varianza del modelo de Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ para el conjunto de datos con las observaciones de volumen total con corteza y diámetro normal.	164
13	Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo de Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ para el conjunto de datos con las observaciones de volumen total con corteza y diámetro normal.	164
14	Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones de volumen fustal total sin corteza y diámetro normal.	165

15	Análisis de varianza del modelo de Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ para el conjunto de datos con las observaciones de volumen fustal total sin corteza y diámetro normal.	165
16	Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo de Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ para el conjunto de datos con las observaciones de volumen fustal total sin corteza y diámetro normal.	165
17	Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el volumen rta.	166
18	Análisis de varianza del modelo exponencial para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el volumen rta.	166
19	Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo exponencial para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el volumen rta.	166
20	Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 1 para el volumen rta/ha.	167
21	Análisis de varianza del modelo de Gauss para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 1 para el volumen rta/ha.	167
22	Límites de confianza de los parámetros estimados del modelo de Gauss para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 1 para el volumen rta/ha.	167
23	Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 2 para el volumen rta/ha.	168
24	Análisis de varianza del modelo potencia para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 2 para el volumen rta/ha.	168
25	Límites de confianza de los parámetros estimados del modelo potencia para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 2 para el volumen rta/ha.	168

LISTA DE FIGURAS DEL APÉNDICE

Figura		Página
1	Formato de registro para la información de campo.	154
2	Formato de registro para la información de los análisis troncales.	154
3	Diagrama de dispersión de sitios de muestreo para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones del área basal.	155
4	Distribución de parejas de distancia para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal.	155
5	Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el área basal del conjunto con la totalidad de los datos de las observaciones.	156
6	Diagrama de dispersión de sitios de muestreo para el conjunto de datos con las observaciones del área basal para el rodal 1.	156
7	Distribución de parejas de distancia para el conjunto de datos con las observaciones para el área basal del rodal 1.	157
8	Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el área basal del conjunto con las observaciones del rodal 1.	157
9	Diagrama de dispersión de sitios de muestreo para el conjunto de datos con las observaciones del área basal para el rodal 2.	158
10	Distribución de parejas de distancia para el conjunto de datos con las observaciones para el área basal del rodal 2.	158
11	Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el área basal del conjunto con las observaciones del rodal 2.	159
12	Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el volumen rta del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.	159
13	Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el volumen rta del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.	160
14	Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.	160

LISTA DE PROGRAMAS DEL APÉNDICE

Programa	Página
1 Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal.	105
2 Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el área basal, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.	107
3 Efectúa la estimación de los valores del área basal para el conjunto de datos total en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.	111
4 Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto de datos del rodal 1 para el área basal.	113
5 Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el área basal, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos del rodal 1. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.	115
6 Efectúa la estimación de los valores del área basal para el conjunto de datos del rodal 1 en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.	119
7 Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto de datos del rodal 2 para el área basal.	120
8 Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el área basal, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos del rodal 2. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.	122
9 Efectúa la estimación de los valores del área basal para el conjunto de datos del rodal 2 en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.	126

10	Efectúa el ajuste en cada uno de cuatro modelos de los datos de diámetro normal con corteza y volumen rollo total árbol .	127
11	Efectúa el ajuste en cada uno de cuatro modelos de los datos de diámetro normal sin corteza y volumen fustal total.	128
12	Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto con la totalidad de los datos para el volumen rta/ha.	129
13	Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos total. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.	130
14	Efectúa la estimación de los valores del volumen rta/ha para el conjunto con la totalidad de los datos en una retícula regular con separación entre puntos cada 100 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.	134
15	Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto de datos del rodal 1 para el volumen rta/ha.	136
16	Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos del rodal 1. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.	138
17	Efectúa la estimación de los valores del volumen rta/ha para el conjunto con los datos del rodal 1 en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.	142
18	Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto con los datos del rodal 2 para el volumen rta/ha.	143
19	Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos del rodal 2. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.	145
20	Efectúa la estimación de los valores del volumen rta/ha para el conjunto con los datos del rodal 2 en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.	149

21	Obtiene el conjunto de datos estimados para la variable volumen rta en el rodal 1 mediante un remuestreo.	150
22	Obtiene el conjunto de datos estimados para la variable volumen rta en el rodal 2 mediante un remuestreo.	151
23	Obtiene el conjunto de datos estimados para la variable volumen rta en el totalidad de la región mediante un remuestreo.	152

1. INTRODUCCIÓN

En los inventarios forestales se asume que las muestras son seleccionadas aleatoriamente de la población y de acuerdo con Ramírez (1988) se supone además que existe independencia entre las unidades muestrales. En este sentido, en la inferencia estadística para la población muestreada, la ubicación espacial de los puntos muestrales es ignorada. Sin embargo, resulta claro que las muestras que están más cercanas unas de otras, tienen valores promedio más similares que aquellas que se encuentran más alejadas (Köhl y Gertner, 1997; Robertson, 1987). Así, de manera particular en los inventarios forestales se trabaja con muestras y variables distribuidas espacialmente en las que la correlación entre ellas no cumple el supuesto de independencia entre las observaciones (Matérn, 1960); a dichas variables que poseen estas características se les conoce como variables regionalizadas (Matheron, 1971; Ramírez, 1988).

La disciplina que fue desarrollada para tratar con la estimación de fenómenos que presentan una estructura de correlación espacial entre sus observaciones es conocida como geoestadística (Annels, 1991; Cressie, 1991). Los métodos geoestadísticos utilizan la estructura de autocorrelación como un componente determinístico para estimar (sin sesgo y con la mínima varianza) valores para puntos muestrales que no fueron medidos (Bellehumeur et al., 2000), pero generalmente se asume que la media y la varianza son constantes en toda la región de interés (Cressie, 1991). Es decir, uno de los objetivos de la geoestadística consiste en realizar la interpolación de los valores de las variables de interés en los puntos muestrales

observados para estimar valores de localizaciones no muestreadas y calcular promedios espaciales; lo cual se considera de relevante importancia en la realización de inventarios forestales, ya que es entonces posible reducir los tiempos y costos de ejecución de los mismos sin demérito de la calidad y confiabilidad de la información recabada.

En ésta investigación se estimaron las relaciones espaciales y los valores de las variables regionalizadas área basal y volumen rollo total árbol de *Pinus patula* Schl. et Cham. en el predio denominado “Los Órganos” ubicado en el municipio de Chignahuapan, Puebla, México; empleando para ello el muestreo sistemático en el método de Krige (Krige, 1966) mismo que es una técnica de interpolación basada en la obtención de estimadores de mínimos cuadrados que a su vez resultan ser los mejores estimadores lineales insesgados (MELI). Las estimaciones obtenidas fueron validadas mediante la técnica de remuestreo conocida como Jackknife (Efron, 1982).

1.1 Hipótesis

- ♦ El área basal y el volumen rollo total árbol pueden ser tratadas como variables regionalizadas y mediante el análisis espacial proporcionan valiosa información para la toma de decisiones en el proceso de manejo de los recursos forestales.
- ♦ El muestreo sistemático en combinación con el análisis estadístico espacial es una metodología alternativa, eficiente y precisa para caracterizar los atributos de un bosque.

1.2 Objetivos

- ♦ Caracterizar y estimar la distribución espacial del área basal y el volumen rollo total árbol de *Pinus patula* Schl. et Cham. en el predio denominado “Los Órganos” ubicado en el Municipio de Chignahuapan, Puebla, México.
- ♦ Validar las estimaciones obtenidas por el método de Krige mediante la aplicación de la técnica de remuestreo conocida como “Jackknife”.

2. ANTECEDENTES

Ramírez (1988), define el área basal de un bosque como la suma del área de las secciones transversales a la altura del pecho (1.30 m sobre el nivel del suelo) de los fustes de todos los árboles. El mismo autor indica que el área basal es cuantificada en unidades cuadradas, que es estandarizada para ser referenciada como área basal por unidad de área y que posee una gran popularidad debido a su fácil determinación y a su alta correlación con el volumen de madera en un bosque; es simbolizada internacionalmente por g y usualmente se incluye en ella a la corteza (Philip, 1994). Por su parte, el volumen rollo total árbol³ es el volumen con corteza correspondiente al fuste principal del árbol más el volumen de las ramas; esta definición coincide con la referida por FAO (1981) para el volumen neto de un árbol.

Ahora bien, el muestreo sistemático empleado en inventarios forestales consiste en distribuir una red de parcelas ordenadas (sitios de muestreo) conforme a una geometría regular, sobre el área que se quiere muestrear. Este ordenamiento puede ser en red rectangular, cuadrada o de otro tipo (Prodan *et al.*, 1997). Entre tanto, la inferencia estadística derivada de este tipo de muestreo sigue las suposiciones de la estadística clásica, siendo una de ellas la independencia de las observaciones (Cochran, 1980). Esta disciplina también considera solamente la magnitud de los datos y no toma en cuenta evidencia alguna de estructura espacial

³ En adelante se usará el acrónimo rta para referirse al término rollo total árbol.

(Annels, 1991), de igual forma cualquier similitud entre dos sitios de muestreo vecinos muy cercanos entre sí se asume como igual a aquella existente entre dos sitios muy alejados uno del otro (Ramírez, 1988). Lo anterior indica que en el enfoque dado por la estadística clásica a los inventarios forestales, en la deducción de los resultados para la población muestreada, la localización espacial de las muestras es completamente ignorada. Sin embargo, es evidente que las muestras que están más cercanas unas de otras, presentan en promedio más similitud comparada con aquellas más alejadas (Köhl y Gertner, 1997; Robertson, 1987). De manera particular, en los inventarios forestales se trabaja con muestras y variables distribuidas espacialmente en las que la correlación entre ellas no cumple el supuesto de independencia entre las observaciones (Matérn, 1960), además, al analizar la estructura del bosque y su dinámica incorporando en vez de excluir la información sobre la variabilidad espacial se obtiene una descripción más precisa de la realidad. En esto coinciden Samra *et al.* (1989), al indicar que los procesos estocásticos en los datos obtenidos de la vegetación en diferentes localidades sobre el terreno pueden ser utilizados para mejorar la precisión de la evaluación de recursos forestales.

En este contexto, debido a que el valor de la variable en estudio en cualquier localidad puede ser predicho o interpolado por los valores de las localidades vecinas, se dice que tales valores no son estocásticamente independientes uno del otro y que presentan autocorrelación espacial (Legendre, 1993). Es decir, las propiedades medidas en un punto también representan el área circundante no muestreada. Esta última aseveración es verdadera en función del grado de dependencia espacial que exista entre las muestras (Yost, *et al.*, 1982).

Por otra parte, la determinación de la distribución espacial de las variables, frecuentemente requiere de interpolación de los puntos de muestreo disponibles para estimar valores de sitios no muestreados y calcular promedios espaciales. De todas las técnicas de interpolación, el estimador de Krige⁴ es el mejor estimador lineal insesgado (Christensen, 1991; Wellmer, 1998). Este método de interpolación fue concebido en un intento por hacer predicciones más precisas en la exploración de yacimientos de oro con la mínima inversión de capital, y obtuvo dicho nombre en honor a D. G. Krige quien lo desarrolló empíricamente (Cressie, 1991), aunque buena parte del desarrollo teórico fue debido a G. Matheron (Annels, 1991; Ramírez, 1988).

El objeto de la estimación de Krige es la predicción de valores no observados en variables espaciales (regionalizadas) basada en los valores sí observados de dichas variables (Christensen, 1991). La estimación de Krige permite el desagrupamiento de datos puntuales y proporciona una estimación del error de la distribución espacial, por lo que esta técnica de análisis incorpora información sobre la dependencia espacial y la continuidad de la variable a ser estudiada (Matheron, 1963). Aunado a lo anterior, el análisis espacial se basa en la suposición de que el atributo a ser interpolado puede ser tratado como una variable regionalizada (Matheron, 1971).

2.1 La variable regionalizada

La teoría de la variable regionalizada fue ampliamente desarrollada por G. Matheron y en la actualidad es referida simplemente como

⁴ El término empleado en los textos de geoestadística y de análisis espacial en lengua inglesa es *kriging*.

geoestadística (Annels, 1991). el prefijo “geo” en la palabra anterior se refiere a la estadística concerniente a las ciencias de la Tierra, y verdaderamente este fue su significado original, pero en la actualidad la geoestadística se ha despojado de sus ataduras terrestres y ha tomado un papel más universal como lo es en la teoría estadística y su aplicación en procesos con índices espaciales continuos (Cressie, 1991). En su forma más simple, el análisis geoestadístico es un proceso que consta de dos pasos, siendo el primero de ellos la definición del grado de autocorrelación entre los valores de una variable en los sitios observados y el segundo consiste en la interpolación de valores entre los sitios observados basada en el grado de autocorrelación encontrado (Robertson, 1987). Según Bellehumeur *et al.* (2000), esta disciplina fue conceptualizada para tratar con problemas de estimación en fenómenos que presentan una estructura de autocorrelación entre sus observaciones y que sus métodos emplean dicha estructura de autocorrelación como un componente determinístico para estimar sin sesgo y con la mínima varianza de estimación, valores para los puntos que no fueron medidos o bien, estimar valores promedio para nuevas superficies o volúmenes de dimensiones diferentes a aquellas del diseño de muestreo original.

En este orden de ideas, un fenómeno que se distribuye en el espacio y que muestra cierta estructura espacial se dice que es regionalizado (Matheron, 1971; Ramírez, 1988). Este espacio no está limitado al tipo tridimensional en el que nos movemos cotidianamente, ya que puede ser incluido el tiempo (Glover, 2000). La referencia de la definición anterior en cuanto a que se “distribuye en el espacio” es puramente descriptiva y no implica suposiciones probabilísticas (Matheron, 1971;

Glover, 2000). Solamente reconoce que las propiedades medidas en el espacio siguen un patrón irregular que no puede ser descrito por una función matemática (Glover, 2000).

Entre tanto, si tenemos que x es un punto en una cierta región, y además que $z(x)$ denota el valor de una característica z de algún fenómeno en el punto x , entonces $z(x)$ se dice que es una variable regionalizada (Ramírez, 1988). En otros términos, $z(x)$ es una función cuyo dominio es una región y cuyo rango es la expresión de un cierto fenómeno. La región puede ser identificada como el área de un bosque, pero el volumen de madera, el área basal o el número de árboles son características que pueden ser consideradas como variables regionalizadas así como el suelo y las características fisiográficas (Ramírez, 1988).

La idea básica de la teoría de la variable regionalizada es considerar a la función ya mencionada $z(x)$, (en la que x es un punto o un vector de $\mathfrak{R}^n$) como una realización de una función aleatoria $Z(x)$, y de esta manera convertir un valor numérico único perfectamente definido en una realización de un proceso aleatorio, aunque solamente se cuente con una única realización de dicha función aleatoria (David, 1977). En el mismo sentido, Christensen (1991) estableció que los datos espaciales pueden ser considerados como una realización (usualmente parcial) de un proceso estocástico⁵:

$$\{Z(x) : x \in D \subset \mathfrak{R}^n\}$$

⁵ Debido a que diferentes autores en los textos de geoestadística y de análisis espacial presentan diferentes notaciones, en adelante se usará una sola notación, difiriendo posiblemente de la empleada originalmente en el texto citado.

donde x es una localidad espacial que varía de manera continua en la región D , n es la dimensión del espacio que puede ser 1, 2 ó 3. Siendo que para cada valor de x , $z(x)$ es una variable aleatoria y entonces para analizar los datos espaciales se requiere modelar $z(x)$, asumiendo además que para cada x , existe $E(z(x))$ y la $Var(z(x))$ y que posteriormente $z(x)$ se puede descomponer en:

$$z(x) = m(x) + e(x)$$

siendo $m(x)$ la función media de $z(x)$, i.e., $E(z(x)) = m(x)$ y $e(x)$ es un proceso estocástico de error con $E(e(x)) = 0$, donde E denota esperanza y Var significa varianza.

Finalmente, una variable regionalizada presenta dos características contradictorias (Glover, 2000):

- i) Un aspecto local, aleatorio y errático que recuerda a una variable aleatoria.
- ii) Un aspecto general estructurado (o promedio) que requiere una cierta representación funcional.

Al respecto, Ramírez (1988) señala que dicho aspecto local de una variable regionalizada se refiere a que el valor $z(x)$ en un cierto punto puede ser muy diferente al de aquel en algún otro punto a pesar de su localización; en tanto que el aspecto estructurado es acorde con la naturaleza del fenómeno regionalizado, i.e., si el valor de $z(x)$ es la altura total del arbolado, sería alto si x está localizado en una zona rica y bajo si x se encuentra en una zona pobre. Además, el mismo autor indica que dichas

características se presentan en las poblaciones de los bosques y que ya habían sido reconocidas desde hace ya varios años por Spurr (1952).

Lo anterior lleva a pensar que una variable regionalizada es de carácter intermedio entre una variable aleatoria y una variable completamente determinística (El-Sheimy, 1999; Glover, 2000), comportándose de manera continua de un sitio al siguiente y por lo tanto los puntos que están más cerca unos de otros tienen cierto grado de correlación espacial, pero aquellos que están más separados son estadísticamente independientes (Biondi *et al.*, 1994; Cressie, 1991; Davis, 1973).

2.2 Las funciones covarianza y variograma

Las funciones covarianza y variograma son funciones que miden el grado de asociación entre respuestas como una función de la distancia y posiblemente de la dirección. Típicamente se asume que la autocorrelación espacial no depende de donde se localicen un par de observaciones, pero es justamente en la distancia entre las dos observaciones y de su orientación lo que determina su dependencia (Legendre, 1993). De igual forma se asume que la media y la varianza son constantes en toda la región de interés (Cressie, 1991). En el análisis espacial y de series de tiempo es necesario hacer ciertas suposiciones a fin de estimar el patrón de correlación y la varianza debido a que no existen realizaciones independientes (Ripley, 1981). Lo que se hace es utilizar diferentes partes de la región como si fueran repeticiones y entonces estimar la función de covarianza común para todas las partes de la región. De acuerdo con David (1977), la consideración de los valores del proceso en el que estamos interesados como una realización de una función aleatoria es justamente una decisión

epistemológica que es tomada cuando se reconoce que los métodos determinísticos podrían no ser útiles, y que dado que se está tratando en el caso con un modelo sumamente permisivo, se deben introducir algunas suposiciones de estacionalidad relativas al tipo de función aleatoria considerada.

2.2.1 Estacionalidad

Las suposiciones más comunes de estacionalidad son la covarianza o estacionalidad de segundo orden, y la estacionalidad intrínseca. Al respecto, Christensen (1991) establece lo siguiente:

Si restringimos nuestra atención a procesos para los cuáles existen la media y la varianza, entonces se dice que un proceso $z(x)$ es estrictamente estacionario si para cualquier valor k , cualquier sitio $x_1, \dots, x_k$, cualesquiera conjuntos de Borel $\Psi_1, \dots, \Psi_k$, y cualquier vector $h \in \mathbb{R}^n$ la probabilidad

$$\Pr[z(x_1) \in \Psi_1, \dots, z(x_k) \in \Psi_k] = \Pr[z(x_1 + h) \in \Psi_1, \dots, z(x_k + h) \in \Psi_k] \quad (1)$$

El proceso es estacionario en el sentido de que la distribución conjunta del proceso evaluado en cualquier conjunto de puntos no cambia si todos los puntos son movilizados en el mismo sentido. En particular, $E(z(x)) = E(z(x+h))$ para cualquier vector h tal que $E(z(x))$ deba ser una constante, i.e.,

$$E(z(x)) = \mu \quad (2)$$

También, para dos sitios x y w y cualquier vector h

$$\sigma(x, w) = \sigma(x + h, w + h).$$

En particular, si $h = -w$ tal que $\sigma(x, w) = \sigma(x - w, 0)$ y la función de covarianza (C) pueda ser considerada como una función de $x - w$ únicamente. Sea $h = x - w$, entonces

$$\sigma(x, w) = \sigma(x - w) = \sigma(h) \quad (3)$$

Por definición, $\sigma(x, w) = C(z(x), z(w)) = C(z(w), z(x)) = \sigma(w, x)$.

En particular, para un proceso estacionario $\sigma(x - w) = \sigma(w - x)$.

1.2.1.1 La suposición de estacionalidad débil (estacionalidad de segundo orden)

La función de covarianza requiere de la estacionalidad de segundo orden, que es también conocida como estacionalidad débil. David (1977), al respecto menciona que esta suposición rara vez se presenta en los fenómenos naturales, y que consta de dos condiciones:

- a) El valor esperado de la variable regionalizada es el mismo en toda la región de interés. Esto es, $E[Z(x)] = \mu$, por lo que la media es la misma en la región completa.
- b) $E\{[z(x) - \mu][z(x + h) - \mu]\} = C(x, x + h) = C(h)$, donde h es un vector en $\mathfrak{R}^n$ y la varianza de la función aleatoria $Z(x)$ es:

$$Var[Z(x)] = E\{[Z(x) - \mu]^2\} = C(0)$$

Por lo tanto el proceso tiene una covarianza solo si la $Var [Z(x)]$ es finita y es la misma en cualquier lugar, y además la covarianza entre dos unidades o sitios depende solamente de la distancia entre dos unidades y no de su localización.

2.2.1.2 La suposición de estacionalidad intrínseca

Christensen (1991), mencionó que un proceso es definido como estacionario incremental si satisface (2) y para cualquier entero k , los sitios $x_1, \dots, x_k$, los conjuntos $\Psi_1, \dots, \Psi_{k-1}$, y vector h , la probabilidad

$$\Pr[z(x_2) - z(x_1) \in \Psi_1, \dots, z(x_k) - z(x_{k-1}) \in \Psi_{k-1}] = \\ \Pr[z(x_2 + h) - z(x_1 + h) \in \Psi_1, \dots, z(x_k + h) - z(x_{k-1} + h) \in \Psi_{k-1}]$$

Por lo que es inmediato que los procesos estacionarios son estacionarios incrementales, pero lo contrario puede no ser cierto. Las propiedades estacionarias de segundo orden no son típicamente caracterizadas utilizando la función covarianza. En su lugar son representadas por el variograma. Esta función es similar a la función covarianza pero es más apropiada para utilizarse con procesos estacionarios incrementales debido a que el variograma es definido directamente sobre los incrementos. Así, de acuerdo con David (1977) y considerando los incrementos de la función, $Z(x) - Z(x + h)$, en vez de la función por sí misma, se pueden hacer las siguientes suposiciones:

$$E[Z(x + h) - Z(x)] = 0$$

$$Var [Z(x + h) - Z(x)] = 2\gamma(h)$$

La última definición es la correspondiente al variograma, que depende solamente de la distancia. Esto indica que la varianza de la diferencia debe ser la misma en cualquier lugar de la región, pero no es necesario que las varianzas de las $Z(x)$'s sean las mismas sobre toda la región completa. De otra manera el variograma puede reescribirse como $Var [Z(x + h) - Z(x)] = E[Z(x + h) - Z(x) - E\{Z(x + h) - Z(x)\}]^2$ dado que $E[Z(x + h) - Z(x)] = 0$ y que $Var[Z(x + h) - Z(x)] = E [Z(x + h) - Z(x)]^2$.

Si una función aleatoria es estacionaria de segundo orden, es de igual manera intrínseca y su variograma es por tanto

$$Var[Z(x + h) - Z(x)] = Var[Z(x + h)] + Var [Z(x)] - 2 C[Z(x + h), Z(x)]$$

O utilizando la definición previa y dividiendo entre dos se tiene:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h).$$

Ahora bien, Christensen (1991), hace mención que para un proceso incremental estacionario, el semivariograma denotado como $\gamma(x, w) = \gamma(x - h, w + h)$ para cualquier h y siendo $h = -w$:

$\gamma(x, w) = \gamma(x - w, 0)$ que reescribiendo se tiene

$$\gamma(x, w) = \gamma(x - w) \tag{4}$$

Entonces un proceso es intrínsecamente estacionario si satisface las condiciones (2) y (4). Un proceso estacionario intrínseco necesita no ser estacionario incremental, pero los procesos incrementales estacionales son intrínsecamente estacionarios.

2.2.2 Semivariograma

La teoría de la variable regionalizada no utiliza la autocorrelación. En su lugar emplea una propiedad relacionada denominada semivarianza para expresar el grado de asociación entre puntos o sitios sobre una superficie. La semivarianza es simplemente la mitad de las diferencias entre todos los posibles puntos separados por una distancia constante (Isaaks y Srivastava, 1989). Al respecto David (1977), establece que la manera más natural de comparar dos valores, $Z(x)$ y $Z(x + h)$ en dos puntos, x y $x + h$, a h unidades de distancia del punto x , es considerando su diferencia.

El semivariograma⁶ es justamente dicha mitad de la varianza de la diferencia entre dos unidades y es entonces una medida de las correlaciones espaciales. Si dos unidades se encuentran muy cercanas entre ellas, su diferencia podría ser típicamente pequeña, y de igual forma podría suceder esto con la varianza de la diferencia. A medida que las unidades se apartan, sus diferencias se hacen mayores y usualmente la varianza de la diferencia es más grande. Es decir, la magnitud de la semivarianza entre puntos o unidades es directamente proporcional a la distancia entre ellos (El-Sheimy, 1999), en otras palabras la correlación entre observaciones para pares de localidades decrece con el incremento en la distancia entre dichas localidades (Biondi *et al.*, 1994).

⁶ Originalmente, el variograma fue definido por el valor de 2γ y el semivariograma por el valor γ . Sin embargo, dado que el valor γ es utilizado para los cálculos, el nombre variograma es dado a γ , y el de semivariograma ha quedado en desuso. Por lo que el variograma es $\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var} [Z(x + h) - Z(x)]$. (e.g. David, 1977, p. 94). Sin embargo, Cressie (1991) difiere de lo anterior y menciona que es una práctica riesgosa el llamar a γ un variograma. Por lo que en el presente estudio el semivariograma será definido por γ .

La gráfica de la semivarianza como una función de la distancia a partir de un punto es entonces conocida como el semivariograma (Robertson, 1987), en ella se gráfica la semivarianza contra la distancia o clases de distancia (Urban, 2001). La semivarianza a una distancia $h = 0$ teóricamente debe ser cero, debido a que no existen diferencias entre puntos que sean comparados consigo mismos (El-Sheimy, 1999), en otras palabras, en el intervalo de separación cero, el semivariograma es cero ya que $Z(x) - Z(x+h) = 0$; esto es, el valor en un punto es una constante y no tiene varianza. Dado que los puntos o unidades son comparados con puntos separados a mayores distancias, la semivarianza se incrementa. A cierta distancia, llamada amplitud⁷ de la variable regionalizada, la semivarianza será aproximadamente igual a la varianza de la propia superficie. La amplitud es la mayor distancia h sobre la cual el valor de un punto en la superficie está correlacionado con el valor de otro punto (Annels, 1991; Wellmer, 1998). La amplitud asimismo define la máxima separación sobre la cuál los puntos de control deben ser seleccionados para establecer un esquema de muestreo que obtenga las ventajas de la correlación estadística entre las observaciones. En la circunstancia en la que los puntos de muestreo estén separados de manera que todas las distancias exceden la amplitud, la interpolación por medio de la estimación de Krige produce la misma media estimada como en la estadística clásica (El-Shaimy, 1999).

El semivariograma es por lo tanto, una herramienta fundamental en el análisis geoestadístico que se emplea para cuantificar la dependencia espacial de los valores muestrales y que describe el promedio de las diferencias al cuadrado de dos

⁷ El término utilizado en los textos de geoestadística y de análisis espacial en lengua inglesa es *range*.

valores que son calculados como una función de la distancia entre ellos y por lo tanto resulta idóneo para clarificar el problema de si los valores muestrales son estadísticamente independientes uno de otro o si son espacialmente interdependientes (Wellmer, 1998). En dicha función la diferencia se asume como una función de la distancia que separa los valores de las variables.

Adicionalmente, un semivariograma es simple cuando la dependencia espacial es medida con una sola variable, y es cruzado cuando se mide la dependencia entre dos diferentes variables (Cressie, 1991; Urban, 2000). El semivariograma simple es una función que siempre tiene valores positivos o nulos debido a que es precisamente una forma de varianza (El-Shaimy, 1999).

En tanto que el semivariograma cruzado puede tomar valores positivos, negativos o nulos, debido a que es una forma de covarianza. Existen tantos semivariogramas cruzados como el número existente de diferentes pares de variables, esto es, el semivariograma cruzado entre la *i*-ésima y *j*-ésima variables es equivalente a aquel entre la *j*-ésima y *i*-ésima variables (El-Sheimy, 1999; Cressie, 1991).

Un semivariograma posee tres parámetros característicos que son el umbral⁸, la amplitud y el residuo⁹ (Figura 1). El umbral es el valor ordinario al cuál el semivariograma se hace asintótico; la amplitud es la distancia a la que el semivariograma alcanza el umbral y es la distancia limítrofe en la que los sitios están autocorrelacionados; y el residuo es la semivarianza a la distancia 0.0; esto la intercepción (Bellehumeur *et al.*, 2000; Urban, 2000).

⁸ El término utilizado en los textos de geoestadística y de análisis espacial en lengua inglesa es *sill*.

⁹ El término empleado en los textos de geoestadística y de análisis espacial en lengua inglesa es *nugget*.

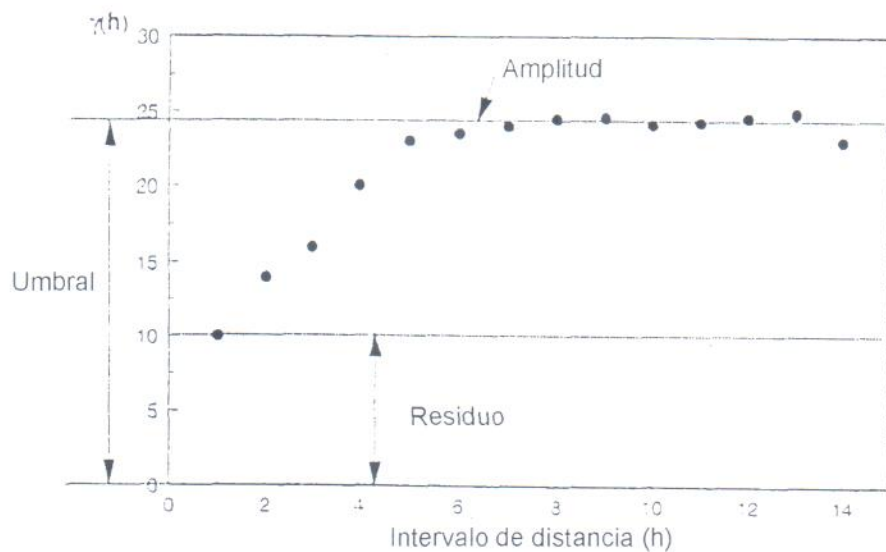


Figura 1. Semivariograma

2.2.2.1 El residuo¹⁰

El residuo C_0 es una discontinuidad en el origen (Bellehemeur *et al.*, 2000) y representa la variabilidad en prácticamente una separación de valor cero entre sitios, e.g. si una muestra es tomada y a su vez otras más son tomadas a una separación de $\Delta x \approx 0$ o a una separación muy cercana a cero, C_0 es el promedio de las diferencias al cuadrado, siendo además de gran importancia cuando se establecen los parámetros del semivariograma (Wellmer, 1998). Por su parte, Annels, (1991) expresa que C_0 se refiere a la parte aleatoria de la variabilidad de la variable regionalizada, y que es el producto de los errores muestrales. En muchos casos, el semivariograma no

¹⁰ El término *nugget* (pepita) aquí llamado residuo, fue dado al efecto de una mineralización errática en pequeña escala, que originaba la presencia o ausencia de pepitas de oro en un depósito de mineral, esto es, se trata de un componente caótico (David, 1977).

tenderá a cero tal como h lo hace; esto significa que si uno regresa a tomar una muestra en el mismo sitio, el resultado será diferente. Esto puede ocurrir por diversas razones, tales como una deficiente precisión analítica, o a errores causados por quien toma la muestra, entre otras (David. 1977).

Según Cressie (1991), si se tiene que $\gamma(-h) = \gamma(h)$ y si $\gamma(h) \rightarrow C_0 > 0$ dado que $h \rightarrow 0$, entonces se dice que el residuo C_0 se debe a que una microescala de variación es causante de discontinuidad en el origen. Por lo que si se espera tener continuidad del fenómeno en una microescala, la única posible razón para que ocurra $C_0 > 0$ es un error de medición; esto es, si la medición fue realizada varias veces, los resultados podrían fluctuar alrededor del verdadero valor. El mismo autor indica que en la práctica existen dificultades para determinar a C_0 en los sitios cuyos separaciones son tan largas para proporcionar a nivel de microescala una información precisa, ya que típicamente C_0 se determina por medio de la extrapolación de los valores estimados de las clases de distancia h cercanas a cero.

A manera de resumen, el residuo es la parte de la varianza de la variable regionalizada que no tiene un componente espacial y que resulta ser un componente aleatorio correspondiente a la variación local que ocurre a distancias mucho menores a las empleadas en los intervalos de muestreo; y que dicha variación es debida a errores de medición y a diferencias en los muestreos entre dos sitios contiguos a distancias infinitesimales que propician que el valor del semivariograma en la distancia cero, sea positivo o no necesariamente cero.

2.2.2.2 Anisotropía

Si las correlaciones espaciales son más fuertes o más persistentes en algunas direcciones que en otras, el patrón de correlación espacial se dice que es anisotrópico y el fenómeno contrario es conocido como isotropía. Al respecto, Cressie (1991) señala que cuando un proceso $Z(\cdot)$ es anisotrópico (i.e., la dependencia entre $Z(x)$ y $Z(x + h)$ es una función de la magnitud y de la dirección de h), el semivariograma del proceso intrínsecamente estacionario no depende solamente de la distancia entre dos localidades espaciales. Asimismo, indica que las anisotropías son causadas porque los procesos físicos se han desarrollado de manera diferencial en el espacio. Por su parte, Wellmer (1998) señala que las condiciones de anisotropía son reflejadas por la amplitud a y el umbral C_1 , ya que estos dependen de la orientación; en tanto que el residuo C_0 es generalmente una cantidad isotrópica.

A su vez Zimmerman (1993), distingue tres tipos de anisotropía a saber:

- i. Anisotropía debida a la amplitud, en este caso el umbral es el mismo en todas las direcciones, pero la amplitud difiere. Las correlaciones son más persistentes en una dirección que en otra, pero eventualmente se tendrá una distancia en la que dos puntos serán no correlacionados.
- ii. Anisotropía geométrica, la cuál es un caso especial de anisotropía debida a la amplitud en la que esta última sigue un patrón regular. Un diagrama de rosa es una gráfica de las amplitudes en

coordenadas polares. Un semivariograma isotrópico tiene un diagrama circular de rosa, pero si la amplitud es anisotrópica, las hojas de la rosa tendrán diferentes longitudes en diferentes direcciones. Si el diagrama de rosa es elíptico, entonces la anisotropía es llamada geométrica.

- iii. Anisotropía debida al umbral. en este caso la amplitud es la misma en todas direcciones pero el umbral es diferente por lo que se presentan zonas en las cuales pudiese presentarse la pérdida de estacionalidad a medida que la distancia se incrementa.

Finalmente, Cressie (1991) indica que la anisotropía puede en ocasiones ser corregida por medio de una transformación lineal del vector h .

2.2.2.3 Cálculo de la semivarianza

Existen dos situaciones para las cuáles la semivarianza es calculada; la primera de ellas ocurre cuando los puntos muestrales se encuentran separados a distancias regulares, mientras que la segunda se presenta cuando dichos puntos muestrales tienen distancias diferentes de separación entre ellos.

2.2.2.3.1 Puntos regularmente separados

Si tomamos en consideración los puntos regularmente separados por una distancia h , la semivarianza puede ser estimada por las distancias que son

múltiplos de h mediante la siguiente expresión conocida como estimador clásico del semivariograma:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x) - Z(x+h)]^2, h \in \mathbb{R}^n$$

donde:

$Z(x)$ = valor de la variable regionalizada tomado en la locación x ,

$Z(x+h)$ = valor de la variable regionalizada tomado a h intervalos de separación,

$N(h)$ = número de pares de unidades muestrales incluidas en la clase de distancia dada.

Entonces, si los cálculos son repetidos para diferentes valores de h se obtiene así el semivariograma experimental que es una gráfica de los valores de $\gamma(h)$ como una función de la distancia h . Abundando, Annels (1991) menciona que al calcular una semivarianza, normalmente el número máximo de intervalos de distancia h no debe exceder a la mitad de la longitud muestral, i.e. si los sitios han sido tomados a intervalos de cada 10 m para una distancia total de 200, el intervalo más largo de distancia calculado podría ser de 100 m.

2.2.2.3.2 Puntos irregularmente separados

El semivariograma tratado en la sección previa es omnidireccional ya que en él no se especifica o tiene importancia la dirección de la clase de distancia h . El semivariograma direccional define la variación espacial entre puntos separados por la distancia h . La diferencia con el semivariograma omnidireccional es que en el primero h es un vector y no un escalar. Por ejemplo, si $h = (d_1, d_2)$, entonces

cada par de muestras comparadas debe ser separada por d_1 metros en la dirección E-W y por d_2 metros en la dirección S-N (El-Shaimy, 1999) como se ilustra en la Figura 2.

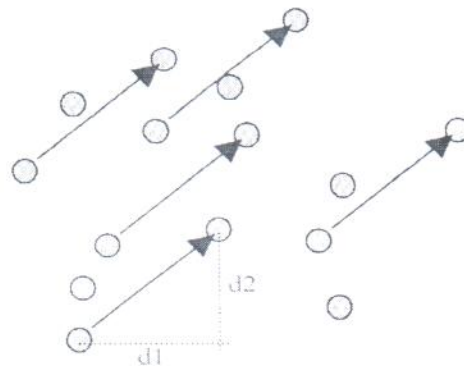


Figura 2. Vector de distancia (Tomado de El-Shaimy, 1999).

En la práctica, es difícil encontrar suficientes puntos muestrales que se encuentren separados por exactamente el mismo vector de separación h . Así, el conjunto de todos los posibles vectores de separación es usualmente separado en clases, como se muestra en la Figura 3.

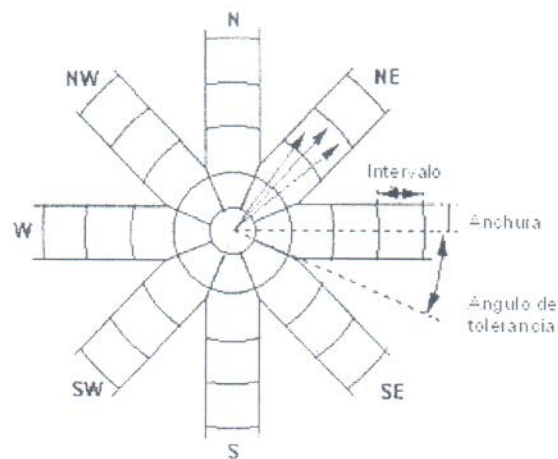


Figura 3. Conjunto de los posibles vectores de distancia agrupados en intervalos de distancia. (Adaptado de Sharov, 1995).

Los vectores que terminan en la misma celda son agrupados en una clase, el valor del semivariograma es estimado separadamente para cada clase. El número de direcciones puede ser diferente (4, 8, 16, etc.).

El semivariograma es estimado usando la misma ecuación como en el caso omnidireccional, esta es:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x) + Z(x+h)]^2$$

La única diferencia es que aquí los puntos usados en la ecuación son definidos como los puntos localizados en el inicio y en el final del vector h (El-Shaimy, 1999), como se muestra en la Figura 4.

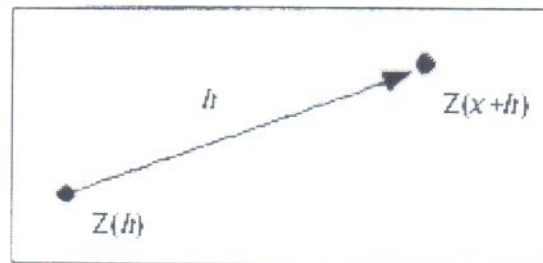


Figura 4. Puntos en el inicio y el final del vector de distancia h .

2.2.2.4 Propiedades de la semivarianza

La semivarianza no es solamente igual al promedio de las diferencias al cuadrado entre pares de puntos espaciados a la distancia h , es también igual a la varianza de las diferencias (Davis, 1973). Esto es, la semivarianza también puede ser definida como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \left[\sum_{i=1}^{N(h)} \left\{ [Z(x) - Z(x+h)] - \frac{[Z(x) - Z(x+h)]}{N(h)} \right\}^2 \right]$$

Aquí la media de la variable regionalizada $Z(x)$ es también la media de la variable regionalizada $Z(x+h)$ debido a que éstas son las mismas observaciones, solamente que tomadas en un diferente orden. Esto es:

$$\frac{\sum Z(x)}{N_h} = \frac{\sum Z(x+h)}{N_h}$$

Por lo tanto, sus diferencias deben ser cero. Esto es:

$$\frac{\sum Z(x)}{N_h} - \frac{\sum Z(x+h)}{N_h} = \frac{\sum [Z(x) - Z(x+h)]}{N_h} = 0$$

Por lo que será cancelado el segundo término en

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \left[\sum_{i=1}^{N(h)} \left\{ [Z(x) - Z(x+h)] - \frac{[Z(x) - Z(x+h)]}{N(h)} \right\}^2 \right]$$

Esto es estrictamente cierto si la variable regionalizada es estacionaria. Si los datos no son estacionarios, la media de la secuencia cambia con h y el $\gamma(h)$ en la ecuación debe ser modificado.

2.2.2.5 Estimación robusta del variograma

Cressie (1991), establece que el termino "robusto" es utilizado para describir los procedimientos de inferencia que son estables cuando las suposiciones hechas sobre un cierto procedimiento se alejan de aquellas establecidas en un modelo

central. Las técnicas de estimación robusta, también han sido utilizadas para detectar observaciones aberrantes o inusuales. Tales técnicas automáticamente dan menos peso a los valores de aquellos datos que son inusuales en relación con el resto de todo el conjunto de datos observados (Snedecor y Cochran, 1989). Por su parte, Krige (1978, citado por Wellmer, 1998) menciona que los variogramas son una técnica estadística robusta, ya que las pequeñas desviaciones de los supuestos originales no afectan significativamente los resultados finales.

En este sentido, Cressie y Hawkins (1980, citados por Cressie, 1991) sugieren el uso de un estimador del variograma que es robusto a la contaminación por datos inusuales, a saber:

$$2\gamma(h) = \frac{\left\{ \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |Z(x) - Z(x+h)|^{1/2} \right\}^4}{(0.457 + 0.494/N(h))}$$

donde:

$Z(x)$ = valor de la variable regionalizada tomado en la locación x .

$Z(x+h)$ = valor de la variable regionalizada tomado a h intervalos de separación,

$N(h)$ esta dada por $N(h) = \{i : x - (x+h) = h\}$ y $N(h)$ = número de pares de unidades muestreadas incluidos en la clase de distancia dada.

Pero dado que resulta poco probable que cualquier par $x, x+h$ pueda satisfacer exactamente $Z(x) - Z(x+h) = h$ de manera que típicamente un rango

de parejas de distancia $x - (x + h) \in [h - \delta h, h + \delta h]$ es usado para agrupar parejas $(x, x + h)$, por lo que $N(h)$ se modifica por

$$N(h, \delta h) = \{x, x + h : x - (x + h) \in [h - \delta h, h + \delta h]\}.$$

2.3 El método de estimación de Krigé

El método de Krigé utiliza el semivariograma o un modelo matemático del semivariograma en el cálculo de estimadores de la superficie en un esquema de muestreo. Los estimadores así obtenidos son los mejores estimadores lineales insesgados de la superficie en sitios específicos, siempre que la superficie sea estacionaria (Christensen, 1991; Wellmer, 1998) y que se haya determinado la forma correcta del semivariograma (El-Shaimy, 1999). Los procedimientos involucrados en el método de Krigé incorporan medidas de error e incertidumbre cuando se determinan las estimaciones. Con base en el semivariograma empleado, las ponderaciones óptimas son asignadas a los valores conocidos a fin de calcular los valores desconocidos. Dado que el semivariograma cambia con la distancia, las ponderaciones dependen de la distribución conocida de la muestra (Annels, 1991; El-Shaimy, 1999; Wellmer, 1998).

2.3.1 Variantes del método de Krigé

El método puntual u ordinario de Krigé

Existen diversas técnicas del método de Krigé que asumen que las medias locales no se encuentran necesariamente cercanas y relacionadas con la

media poblacional, y por lo tanto emplean solamente las muestras en los sitios circundantes al valor desconocido.

- i. Método puntual de Krige: Estima el valor de un punto de un conjunto de valores de puntos conocidos. El estimador de Krige para un punto será usualmente similar al estimador de Krige para un bloque relativamente pequeño con el centro en tal punto, pero la desviación estándar del estimador de Krige será muy alta. Cuando un punto del estimador de Krige coincide con un sitio muestreado, el estimado será igual al valor muestral (El-Shaimy, 1999).
- ii. Método de Krige en bloque: Estima el valor de un bloque de un conjunto de valores, esto es, el punto estimado es sustituido por todo un bloque de puntos.

El método universal de Krige

Este tipo es similar al método puntual de Krige, pero es usado cuando existe una tendencia o pequeños cambios en los valores promedios de las muestras.

2.3.1.1 El método de estimación puntual u ordinario de Krige

El método de estimación puntual u ordinario de Krige es la forma más simple de todas sus variantes. Proporciona las predicciones óptimas bajo la

consideración de que la media es constante pero desconocida a través de toda el área en estudio. Por otra parte, si la media es constante pero conocida, el método llamado estimación simple de Krige proporciona las mejores predicciones (Wellmer, 1998).

El objetivo del método de estimación ordinario de Krige consiste en estimar el valor en un nuevo punto o sitio desconocido x_0 , tomando en consideración puntos con valores observados. El estimador ordinario de Krige es entonces un promedio ponderado de valores conocidos, es decir

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i) = \begin{bmatrix} Z(x_1) & \cdots & Z(x_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

donde:

$\hat{Z}(x_0)$ = el valor estimado o predicho para el punto x_0 ,

n = el número de puntos o sitios observados en la superficie,

$Z(x_i)$ = los valores de los puntos o sitios observados,

w_i = las ponderaciones asignadas a cada punto o sitio observado.

Se desea estimar un valor para $\hat{Z}(x_0)$ que sea una función lineal de la variable $Z(x_i)$, i.e. $\hat{Z}(x_0) = Z(x_1)$ valor estimado para Z en $x = x_1$.

Uno de los criterios considerados para que un estimador sea útil es que sea insesgado (Reza, 1998; Snedecor y Cochran, 1989). Si consideramos a los valores observados de los sitios $x_1, \dots, x_n$, como una realización de una población de los posibles resultados, entonces se esperaría que nuestro estimador produzca predicciones

cuyo promedio coincide con el valor esperado para dicho sitio. Para una realización en particular, la predicción posiblemente difiera del valor esperado, pero el error promedio de todas las posibles realizaciones será cero. Entonces, el error de predicción o de estimación en el sitio x_0 es $e(x_0) = \hat{Z}(x_0) - Z(x_0)$ y el valor esperado del error de estimación es por lo tanto

$$\begin{aligned} E[e(x_0)] &= E[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] \\ &= E\left[\sum_{i=1}^n w_i Z(x_i)\right] - E[Z(x_0)] \\ &= \sum_{i=1}^n w_i E[Z(x_i)] - E[Z(x_0)], \text{ que bajo cualesquier tipo de estacionalidad} \end{aligned}$$

intrínseca o de segundo orden sucede que $E[Z(x_i)] = \mu$ para toda i , por lo tanto

$$\begin{aligned} E[e(x_0)] &= \sum_{i=1}^n w_i \mu - \mu \\ &= \mu \sum_{i=1}^n w_i - \mu \\ &= 0 \quad \text{si y solo si} \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1 \end{aligned}$$

Por lo que los promedios ponderados de los valores observados producen predicciones insesgadas sí y solo sí la suma de las ponderaciones es igual a uno. En la estimación ordinaria de Krige, las ponderaciones están basadas en las covarianzas entre puntos en la muestra así como en las covarianzas entre los puntos muestrales y el punto a ser predicho, pero dichas ponderaciones pueden ser obtenidas también a partir del semivariograma ajustado. El estimador ordinario de Krige es el

estimador óptimo que minimiza la varianza de la predicción $\bar{\sigma}_e^2 = E[Z(x_i) - \hat{Z}(x_i)]^2$, también conocida como el error cuadrático medio de la predicción.

Como ya se ha hecho mención, el estimador ordinario de Krige es un caso especial de un mejor estimador lineal insesgado (MELI) y que satisface los siguientes criterios:

- i. $E[\hat{Z}(x_0)] = Z(x_0)$
- ii. La varianza del error de estimación denotada por $Var[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)]$ es la más pequeña posible para cualquier estimador que sea un promedio ponderado, $\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i)$ con lo que se minimiza el error cuadrático medio de la predicción. La varianza de $\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)$ es

$$\begin{aligned} Var[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] &= Var[\hat{Z}(x_0)] + Var[Z(x_0)] - 2C[\hat{Z}(x_0), Z(x_0)] \\ &= Var\left[\sum w_i Z(x_i)\right] + \bar{\sigma}^2 - 2C\left[Z(x_0), \sum w_i Z(x_i)\right] \\ &= \sum_i \sum_j w_i w_j \tilde{C}_{ij} + \bar{\sigma}^2 - 2 \sum w_i \tilde{C}_{i0} \end{aligned}$$

donde:

$$\tilde{C}_{ij} = C[Z(x_i), Z(x_j)]$$

$$\tilde{C}_{i0} = C[Z(x_i), Z(x_0)]$$

Según Isaaks y Srivastava (1989), las covarianzas $\tilde{C}_{ij}$ y $\tilde{C}_{i0}$ pueden ser calculadas mediante la expresión

$$\tilde{C}(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{h_{ij}=h} Z(x_i)Z(x_j) - Z_{-h}Z_{+h}$$

donde:

$N(h)$ son los pares de datos cuyas localizaciones están separadas por h

Z_{-h} es la media de todos los valores de datos cuyas localizaciones se encuentran a $-h$ de separación de alguna otra localización de datos (punto de inicio del vector h), esto

$$\text{es } Z_{-h} = \frac{1}{N(h)} \sum_{i \mid h_{ij}=h} Z(x_i)$$

Z_{+h} es la media de todos los valores de datos cuyas localizaciones se encuentran a $+h$ de separación de alguna otra localización de datos (punto final del vector h), esto

$$\text{es } Z_{+h} = \frac{1}{N(h)} \sum_{j \mid h_{ij}=h} Z(x_j)$$

Ahora bien, para minimizar la varianza de $\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)$, con la restricción $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ (condición de insesgamiento), se emplea la técnica de multiplicadores de Lagrange, que consiste en obtener las derivadas parciales de la expresión

$$\sum_i \sum_j w_i w_j \tilde{C}_{ij} + \bar{\sigma}^2 - 2 \sum_i w_i \tilde{C}_{i0} + 2\lambda(\sum w_i - 1)$$

con respecto a w_i para $i = 1, 2, \dots, n$ y λ , e igualar dichas derivadas a cero, dando por resultado el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
2 \sum_{j=1}^n w_j \tilde{C}_{1j} - 2\tilde{C}_{10} + 2\lambda &= 0 \\
&\vdots \\
2 \sum_{j=1}^n w_j \tilde{C}_{nj} - 2\tilde{C}_{n0} + 2\lambda &= 0 \\
2(\sum w_i - 1) &= 0
\end{aligned}$$

Estas ecuaciones, que son conocidas como ecuaciones de Krige y pueden ser escritas en notación matricial como

$$\begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \cdots & \tilde{C}_{1n} & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}_{n1} & \cdots & \tilde{C}_{nn} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{10} \\ \vdots \\ \tilde{C}_{n0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange que se introduce debido a la restricción $\sum w_i = 1$, y que asegura que el estimador sea insesgado en el caso de la estimación sin una media conocida (Wellmer, 1998).

Las ponderaciones w_i para la estimación ordinaria de Krige son obtenidas resolviendo el sistema de ecuaciones de Krige, quedando de la siguiente forma

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \cdots & \tilde{C}_{1n} & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}_{n1} & \cdots & \tilde{C}_{nn} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{C}_{10} \\ \vdots \\ \tilde{C}_{n0} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{D}$$

Con respecto a las covarianzas entre puntos en la muestra se encuentran en la matriz

$$C_1 = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \cdots & \tilde{C}_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{C}_{n1} & \cdots & \tilde{C}_{nn} \end{bmatrix}$$

y las covarianzas entre puntos en la muestra y el punto a ser predicho, son puestas en un vector como

$$c'_0 = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{10} \\ \vdots \\ \tilde{C}_{n0} \end{bmatrix}$$

El estimador ordinario de Krige será entonces del mismo orden que C_1 . La estacionalidad en las varianzas no se requiere, de hecho solamente es necesaria la estacionalidad intrínseca. Los resultados se pueden obtener de igual forma usando semivarianzas en lugar de covarianzas, para lo cuál en el caso estacionario, en el que la media de $Z(x)$ es constante, la varianza del error es expresada en términos del variograma de la siguiente manera

$$\begin{aligned} E[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)]^2 &= Var[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] \\ &= 2 \sum_{i=1}^{N(h)} w_i \gamma(x_i - x_0) - \sum_{i=1}^{N(h)} \sum_{j=1}^{N(h)} w_i w_j \gamma(x_i - x_j) - \gamma(x_0 - x_0) \end{aligned}$$

donde:

$N(h)$ = el número de pares de unidades muestreadas incluidos en la clase de distancia dada

w = la ponderación

$\gamma(x_i - x_0)$ = el valor promedio del variograma entre los puntos $Z(x_i)$ y $Z(x_0)$

$\gamma(x_i - x_j)$ = el valor promedio del variograma entre los puntos $Z(x_i)$ y $Z(x_j)$, teniendo que estos últimos se encuentran separados entre sí por el vector h

$$\gamma(x_0 - x_0) = \gamma(0) = 0.$$

Entonces el sistema de ecuaciones del estimador ordinario de Krige se obtiene de igual forma minimizando la varianza del error bajo la restricción de

que la suma de las ponderaciones debe ser igual a uno, esto es $\sum_{i=1}^{N(h)} w_i = 1$, por lo que se

introduce a la siguiente expresión el multiplicador de Lagrange λ .

$$\phi = Var[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] - 2\lambda \left(\sum_{i=1}^{N(h)} w_i - 1 \right)$$

ahora, obteniendo las derivadas parciales $\frac{\partial \phi}{\partial w_i}, i = 1, 2, \dots, N(h)$ y $\frac{\partial \phi}{\partial \lambda}$ e igualando a cero

se obtiene el siguiente sistema lineal de ecuaciones ordinarias de Krige

$$\sum_{j=1}^{N(h)} w_j \gamma(x_i - x_j) + \lambda = \gamma(x_i - x_0)$$

$$\sum_{j=1}^{N(h)} w_j = 1 \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, N(h)$$

que expresado en forma matricial queda de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \cdots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \cdots & \gamma(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - x_0) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Adicionalmente si la media es conocida, Wellmer (1998) menciona que el uso del multiplicador de Lagrange previamente utilizado carece de sentido en el sistema de ecuaciones de Krige, pero las ponderaciones w_i se obtienen de forma análoga.

2.3.1.1.1 Varianza del estimador ordinario de Krige

Según Wellmer (1998), la varianza del estimador ordinario de Krige puede ser calculada a partir de los resultados obtenidos de las ponderaciones w_i . La varianza puede ser obtenida mediante la siguiente expresión

$$\sigma_K^2 = \sum_{i=1}^{N(h)} w_i \gamma(x_i - x_0) + \lambda$$

2.3.1.2 El método de estimación de Krige en bloque

Christensen (1991) establece que es físicamente imposible tomar observaciones en puntos. Una observación tomada en x_i debe ser en realidad una observación en la periferia de x_i . Si la periferia es pequeña, la aproximación a las observaciones puntuales debe ser buena. Sin embargo, en muchas aplicaciones, el área circundante es suficientemente grande de manera que las propiedades de dicha área tienen que ser incorporadas al análisis.

En la literatura geoestadística el área circundante a las x_i 's es conocida como bloque (Annels, 1991; Christensen, 1991; Cressie, 1991; Isaaks y Srivastava, 1989; Wellmer, 1998). La teoría referida para el método de estimación

puntual u ordinario de Krige se aplica al caso de la estimación en bloque, lo único que se requiere es redefinir los términos del modelo lineal (Christensen, 1991), ya que el valor medio de una función aleatoria en un área específica es simplemente el promedio (una combinación lineal) de todas las variables aleatorias puntuales contenidas en dicha área (Isaaks y Srivastava, 1989).

De manera que una combinación lineal de variables aleatorias es también una variable aleatoria, y siguiendo el desarrollo expuesto por Isaaks y Srivastava (1989) con respecto a este tópico se tiene que el valor medio de la variable

$$\text{aleatoria en un bloque es } Z_B = \frac{1}{B} \sum_{j \in B} Z(x_j)$$

donde:

Z_B = es una variable aleatoria correspondiente al valor medio del área B

$Z(x_j)$ = son las variables aleatorias correspondientes a los valores puntuales dentro del área B .

En el caso de la estimación puntual, la matriz de covarianzas necesaria para el sistema de ecuaciones de Krige es calculada en base a las covarianzas punto a punto, pero en el caso de la estimación en bloque los valores requeridos para la mencionada matriz de covarianzas son aquellos provenientes de las covarianzas punto a bloque. Tales covarianzas punto a bloque son desarrolladas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \bar{C}_{iB} &= Cov\{Z_B, Z(x_i)\} \\ &= E\{Z_B Z(x_i)\} - E\{Z_B\}E\{Z(x_i)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= E\left\{\frac{1}{B} \sum_{j \in B} Z(x_j)Z(x_i)\right\} - E\left\{\frac{1}{B} \sum_{j \in B} Z(x_j)\right\}E\{Z(x_i)\} \\
&= \frac{1}{B} \sum_{j \in B} E\{Z(x_j)Z(x_i)\} - \frac{1}{B} \sum_{j \in B} E\{Z(x_j)\}E\{Z(x_i)\} \\
&= \frac{1}{B} \sum_{j \in B} [E\{Z(x_j)Z(x_i)\} - E\{Z(x_j)\}E\{Z(x_i)\}] \\
&= \frac{1}{B} \sum_{j \in B} Cov\{Z(x_j)Z(x_i)\}
\end{aligned}$$

La covarianza entre la variable aleatoria en la i -ésima localización muestral y la variable aleatoria Z_B representa el valor promedio del fenómeno sobre el área B y resulta ser la misma que el promedio de las covarianzas punto a punto entre $Z(x_i)$ y las variables aleatorias de todos los puntos incluidos en B . Por lo que el sistema de ecuaciones de Kriges en bloque queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \cdots & \tilde{C}_{1n} & 1 \\ \vdots & & & \vdots \\ \tilde{C}_{n1} & \cdots & \tilde{C}_{nn} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{1B} \\ \vdots \\ \tilde{C}_{nB} \\ 1 \end{bmatrix}$$

donde:

$$\tilde{C}_{iB} = \frac{1}{B} \sum_{j \in B} \tilde{C}_{ij}$$

Pueden ser utilizadas de igual manera las semivarianzas para obtener el sistema de ecuaciones de Kriges en bloque.

2.3.1.2.1 Varianza del estimador en bloque de Krige

Isaaks y Srivastava (1989) exponen que la varianza del estimador en bloque de Krige está dada por:

$$\sigma^2_{BK} = \bar{C}_{BB} - \left(\sum_{i=1}^n w_i \bar{C}_{iB} + \lambda \right)$$

donde:

$$\bar{C}_{BB} = \frac{1}{B^2} \sum_{i \in B} \sum_{j \in B} \bar{C}_{ij}$$

λ = es el multiplicador de Lagrange

2.3.1.3 El método de estimación universal de Krige

De acuerdo con Matheron (1971), en los casos en los que la variable regionalizada presenta un incremento o decremento sistemático a lo largo de ciertas direcciones, se dice que existe una deriva¹¹. Entonces la suposición de que $E[Z(x)] = \text{constante}$, obviamente no se cumple y entonces se debe utilizar un modelo más sofisticado.

En el método de estimación ordinario de Krige se asume que la media es constante a través de la región completa de estudio. El modelo es $Z(x_i) = \mu + \varepsilon_i$ en donde μ es la media constante de $Z(x_i)$ y ε_i es proceso aleatorio ya sea intrínseco o de segundo orden con semivariograma γ .

¹¹ El término empleado en la literatura geoestadística y de análisis espacial en lengua inglesa es *drift*.

En el método de estimación universal de Krigé, se permite que la media no sea constante y además que sea una función de las coordenadas del sitio:

$$Z(x_i) = f_0(x_i)\beta_0 + f_1(x_i)\beta_1 + \dots + f_p(x_i)\beta_p + \varepsilon_i$$

donde:

$i = 1, \dots, n$ sitios y los errores son estacionarios

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ = son los parámetros a ser estimados

ε_i = término de error.

En notación matricial $Z = X\beta + \varepsilon$, donde

$$X = \begin{bmatrix} f_0(x_0) & \dots & f_p(x_1) \\ \vdots & & \vdots \\ f_0(x_n) & \dots & f_p(x_n) \end{bmatrix}$$

Lo anterior es semejante a un modelo de regresión lineal en donde el valor de Z está en función de las coordenadas. Por ejemplo, digamos que si existe una tendencia lineal de un sitio de la región a otro se podría utilizar el siguiente modelo $Z(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Y_i + \varepsilon_i$.

La esperanza es justamente $\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Y_i + \varepsilon_i$. La media no es constante y es llamada tendencia espacial o deriva. La tendencia no necesariamente tiene que ser un polinomio, podría consistir en funciones no lineales o ser un conjunto de variables indicadoras (Cressie, 1991). Además en el método de estimación universal de Krigé, se utiliza una media no constante sumada a la variación local. Las ecuaciones del

método de estimación universal de Krige son derivadas en una manera similar como en el caso de la estimación ordinaria.

2.4 Validación

La realización de comparaciones entre los valores observados y los estimados para una variable en particular, es de utilidad para evaluar la validez de dichas estimaciones. La técnica de remuestreo conocida como “Jackknife” (Efron, 1982; 1992) realiza dicha comparación en la cuál se supone que existen una muestra $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ y un estimador $\hat{\theta} = s(x)$. La técnica de “Jackknife” se enfoca a eliminar una observación a la vez del conjunto total de la muestra: $x_{(i)} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$ para, $i = 1, 2, \dots, n$ que son llamadas muestras de “Jackknife”. La i -ésima muestra de “Jackknife” es aquella con el conjunto de datos con la i -ésima observación removida. Ahora sea $\hat{\theta}_{(i)} = s(x_{(i)})$ la i -ésima repetición “Jackknife” de $\hat{\theta}$. Entonces el error estándar de “Jackknife” es

$$se = \left[\frac{n-1}{n} \sum (\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(.)})^2 \right]^{1/2} \text{ donde } \hat{\theta}_{(.)} = \frac{\sum \hat{\theta}_{(i)}}{n}.$$

Dicho procedimiento resulta de

utilidad en la comparación de la media de los valores observados con aquella obtenida en los estimados.

2.5 Caracterización de la especie *Pinus patula* Schl. et Cham.

2.5.1 Taxonomía y descripción

Zavala (1990) expone que la especie *Pinus patula* Schl. et Cham. pertenece al género *Pinus*, sección *Pinus*, subsección *Oocarpae*: Hojas verticalmente caídas, 3-5 por fascículo, de 15 a 30 cm de largo. Conos sésiles (Figuras 5 y 6), a menudo casi insertos en la rama, de 7-9 cm de largo, oblicuos, reflejados y puntiagudos, de color amarillo ocre o rojizos, lustrosos.

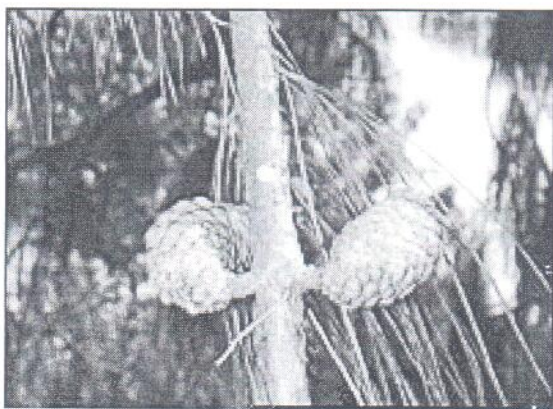


Figura 5. Cono sésil de *Pinus patula* Schl. et Cham.

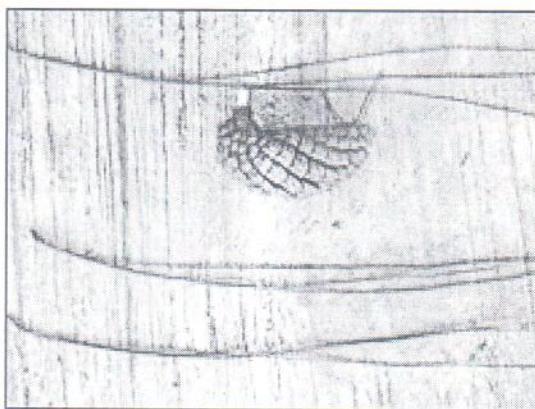


Figura 6. Cono y fascículos de hojas.

Eguiluz (1978), indica que la especie objeto del presente estudio presenta las siguientes características:

FUSTE: árbol de 20 a 35 m de alto, diámetro promedio de 30 a 70 cm; corteza morena rojiza, áspera, agrietada desde que el árbol es joven (Figura 7); ramas gruesas extendidas, copa irregularmente redondeada; ramillas morenas y muy ásperas.

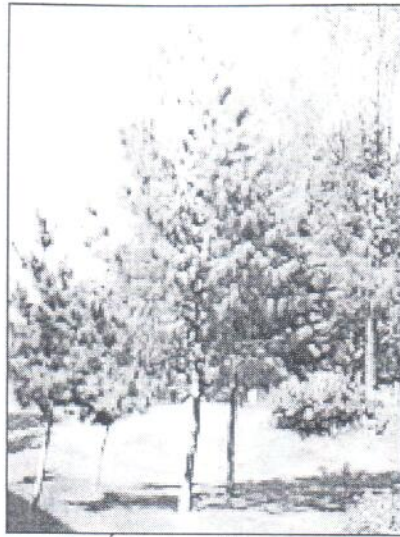


Figura 7. Árboles jóvenes de *Pinus patula* Schl. et Cham.

ACICULAS: cada fascículo con 5, rara vez 4, anchamente triangulares, color verde oscuro, de 14 a 21 cm de largo; medianamente gruesas y fuertes, extendidas y colgantes, flexibles; bordes aserrados y con estomas en las tres caras. Canales resiníferos de 2 a 6, medios, rara vez con 1 ó 2 internos. Dos haces vasculares.

CONOS: ovoides, levemente asimétricos y algo encorvados; de 8.5 a 15 cm de largo, caedizos, color moreno; colocados en pares o en grupos de 3, extendidos o ligeramente colgantes, con pedúnculos de 10 a 15 mm de largo. Escamas gruesas, duras y fuertes, de 25 a 35 mm de largo por 13 a 17 mm de ancho; ápice anguloso; apófisis levantada, subpiramidal; cúspide poco saliente, con espina corta y pronto caediza.

SEMILLAS: triangulares, color oscura, de 6 a 7 mm de largo, ala café de 20 mm de largo por 7 mm de ancho.

2.5.2 Distribución geográfica

En México, *Pinus patula* Schl. et Cham. se distribuye de manera natural principalmente en la exposición noreste de la Sierra Madre Oriental en un rango que va desde los 18° de latitud norte (Teotitlán, Oaxaca) hasta los 23°20' (Molango, Hidalgo) y entre los 97° y 99°45' de longitud oeste (Romero, 1993). Por su parte Eguiluz (1978), señala que dicha especie se distribuye en los estados de Coahuila, Colima, Chiapas, Distrito Federal, Guerrero, Hidalgo, Jalisco, México, Michoacán, Morelos, Nuevo León, Oaxaca, Puebla, Querétaro, Tamaulipas, Tlaxcala, Veracruz y Zacatecas. El rango altitudinal en el cual se encuentra la especie en cuestión oscila entre los 1,600 y 3,000 m.s.n.m. Encontrando los principales macizos forestales entre los 2,000 y 3,000 m.s.n.m. (Madrigal, 1967 y Perry, 1991; citados por Romero, 1993).

Con respecto a los climas en los cuáles vegeta dicha especie, Romero (1993) menciona que es en aquellos del tipo $C(fm)$, $C(m)$, $C(w_2)$ y $C(w_2'')$ considerando las modificaciones hechas por García (1981) al sistema de clasificación climática de Köppen para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana. De acuerdo con Vela (1980) y Wormald (1975), el mejor desarrollo de la especie se da en el clima tipo $C(fm)$, esto es templado subhúmedo con temperaturas del mes más frío entre -3 y 18° C. precipitación del mes más seco mayor a 40 mm y lluvia invernal con respecto a la anual menor del 18%. de igual forma le resulta muy favorable el clima $C(w_2)$, que es templado subhúmedo con lluvias en verano.

2.6 Tablas de volumen

El término “tabla de volumen” ha sido utilizado comúnmente para referirse a un modelo matemático que haga la predicción del volumen fustal. Esta denominación proviene de los albores de la dasometría, cuando para facilitar el uso de las ecuaciones o de los ajustes de tipo gráfico, se les presentaba en forma tabular (Prodan *et al.*, 1997). Sin embargo, en la actualidad el término mencionado prevalece y se utiliza como en aquellos días, ya que la solución a las ecuaciones de volumen se presenta por supuesto en forma tabular tomando en consideración características del árbol tales como el diámetro normal, la altura y la forma (Clutter *et al.*, 1983).

Clutter *et al.* (1983), indican que el volumen de un árbol individual (Y) se expresa como una función del diámetro normal (D), de alguna medida de la altura (H) y de una expresión de la forma (F), por lo que esta relación es escrita simbólicamente como $Y = f_1(D, H, F)$. La variable Y puede expresarse además en términos de peso o bien como un estimado de un producto final resultante de un proceso de manufactura i.e. pies-tabla. Con respecto a la altura, puede referirse como altura total o aquella a cierto límite comercial; en tanto que las medidas más comunes para la forma del fuste son los cocientes de los diámetros a alturas específicas en relación con el diámetro normal del árbol.

Los mismos autores mencionan que de igual manera se puede emplear la relación $Y = f_2(D, H)$ que solamente involucra la medición del diámetro normal y de la altura; con lo que se presentan algunas ventajas sobre aquella expresión que incluye al factor de forma debido a que:

- i. Las mediciones de diámetros a diferentes alturas son difíciles de realizar.
- ii. Las variaciones en la forma de los árboles tienen un impacto menor en el volumen que la variación en altura o en diámetro.
- iii. Para algunas especies, la forma es relativamente constante e independiente del tamaño.
- iv. En algunas especies, la forma de los árboles resulta frecuentemente correlacionada con su tamaño; de tal forma que el diámetro y la altura por lo general explican gran parte de la variación del volumen causada por la forma.

2.6.1 Tipos de tablas de volumen

Existen en la literatura diversos tipos de tablas de volumen, pero aquí solamente serán mencionados dos de ellos.

2.6.1.1 Tablas de volumen locales o tarifas

Prodan *et al.*, (1997) establecen que las funciones de volumen local o tarifas relacionan el volumen del árbol con una sola variable independiente, generalmente el diámetro normal (d) o transformaciones y potencias de esta misma variable. El calificativo de local se debe a que estas funciones son de aplicación limitada al área, para la cuál es aplicable la relación diámetro-altura implícita en el modelo de volumen; generalmente una cierta clase de edad y un mismo sitio.

2.6.1.2 Tablas de volumen general

Prodan *et al.*, (1997), mencionan que se denominan funciones generales de volumen los modelos que estiman el volumen con dos o más dimensiones del árbol, por lo general el diámetro y la altura total o comercial h y en algunos casos una expresión de la forma. Son de aplicación más amplia que las locales debido a que la relación diámetro-altura está implícita en el modelo, lo que facilita su uso para clases de edad y sitio diferentes.

3. METODOLOGIA

3.1 Descripción del área de estudio

3.1.1 Ubicación

El área de estudio se encuentra en el predio denominado “Los Órganos” que se localiza en el municipio de Chignahuapan, Estado de Puebla, México (Figura 8); dicho predio se ubica en la subprovincia fisiográfica de los lagos y volcanes del Anáhuac que a su vez se encuentra dentro de la provincia fisiográfica del Eje Neovolcánico (INEGI, 1987). Las coordenadas geográficas extremas del citado predio son de $98^{\circ}12'11.12''$ a $98^{\circ}13'32.30''$ de longitud oeste y entre los $19^{\circ}45'30.54''$ y $19^{\circ}46'57.42''$ de latitud norte; la superficie total del mismo es de 424.140 ha (Figura 9).

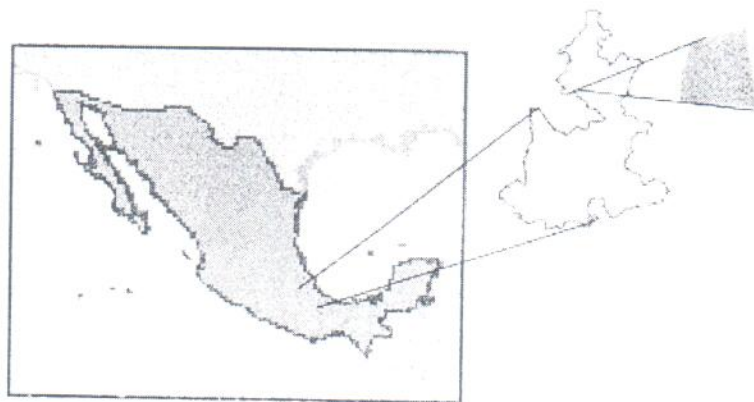


Figura 8. Ubicación del área de estudio.

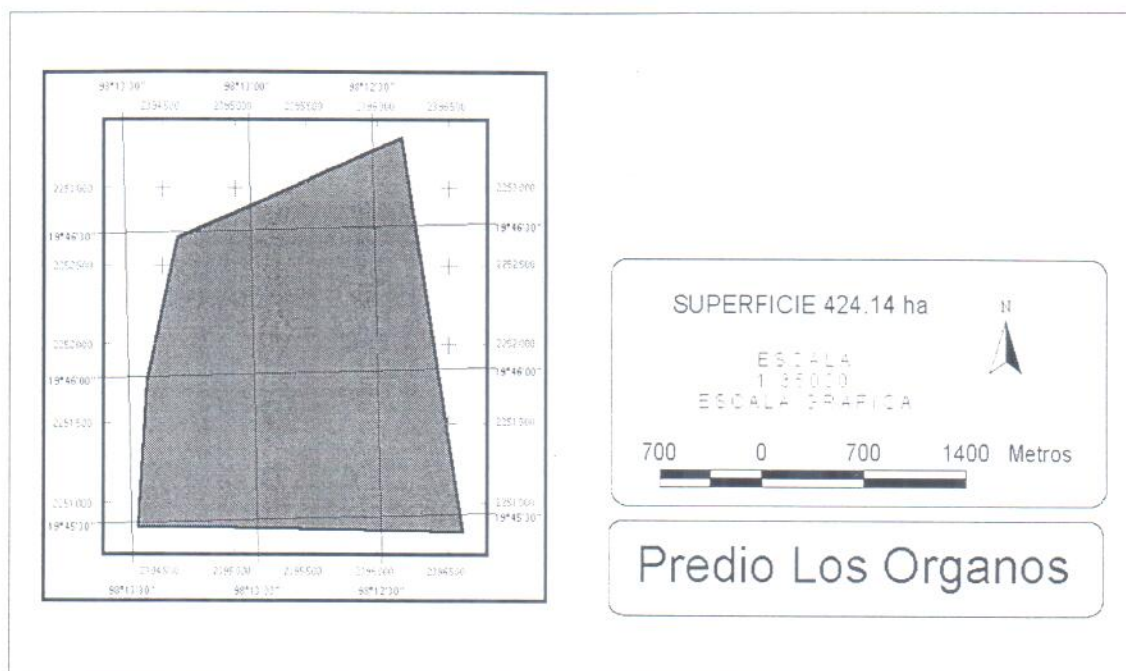


Figura 9. Predio “Los Órganos”.

3.1.2 Orografía

El área estudiada es de relieve irregular, con anticlinales y sinclinales que forman algunas cañadas que corren en sentido este-oeste y que se unen posteriormente para ser afluentes temporales del Río Blanco, entre ellas existen valles de regular extensión. Las laderas presentan pendientes promedio que van desde 10 hasta 45%. La altitud media sobre el nivel del mar oscila entre los 2.650 hasta los 3.200 m.s.n.m. en la peña “Los Comales”. Las exposiciones más frecuentes son la norte y noreste.

3.1.3 Geología

El Eje Neovolcánico difiere de las provincias adyacentes en su origen, en su estructura geológica y en sus rasgos de relieve. Es una enorme franja de rocas volcánicas de diversos tipos y texturas, como derrames lávicos, tobas, brechas y cenizas volcánicas, que fueron emitidas sucesivamente por un gran número de volcanes durante el Cenozoico y que actualmente forman un extenso y grueso paquete superpuesto a las rocas del Mesozoico; la composición petrológica de las rocas volcánicas de esta provincia fisiográfica es muy heterogénea (INEGI, 1987), a lo cual Arteaga (1985), menciona que la región de Chignahuapan está compuesta por rocas ígneas extrusivas ácidas del Terciario Superior (Plioceno y Mioceno) y cuya denominación es Ts(Igea), siendo los tipos de rocas más comunes en dicha denominación la riolita, riodacita y dacita (INEGI, 1990).

3.1.4 Hidrología

El predio objeto de estudio se localiza dentro de la Región Hidrológica RH-27 Tuxpan-Nautla, Cuenca 8 Tecolutla, Subcuenca C 668 Río Laxaxalpan que fluye hacia el Golfo de México (INEGI, 1987). Como previamente se hizo mención, las cañadas que se originan en el predio son afluentes temporales del Río Blanco que fluye a través de los municipios de Chignahuapan y Zacatlán para posteriormente recibir el nombre de Río Laxaxalpan, el cuál llega a formar parte del Río Tecolutla (INEGI, 1987). No existen corrientes de carácter permanente en el predio.

3.1.5 Clima

Existen dos estaciones meteorológicas relativamente cercanas a la zona de estudio, que son Llano Verde ubicada en las coordenadas geográficas 19° 44' de latitud norte y 98° 09' de longitud oeste y Tlaxco que se encuentra en los 19° 37' de latitud norte y 98° 06' de longitud oeste que han aportado registros de temperatura y precipitación a lo largo de varios años que nos permiten determinar de acuerdo con García (1981) el tipo de clima existente en el predio en cuestión. En el Cuadro 1 del Apéndice, se muestran los datos de referencia, y el clima es por lo tanto $C(w_1'')(w)big$. Esto es, templado húmedo, intermedio en cuanto a humedad, con lluvias en verano, cociente P/T entre 43.2 y 55.0. El verano es fresco y largo, con temperatura media del mes más caliente entre 6.5 ° y 22° C, y el mes más caliente ocurre antes de junio.

3.1.6 Suelos

De acuerdo con el sistema de clasificación FAO-UNESCO, las unidades generales de suelos para el predio en estudio son el cambisol crómico y el regosol distríco; el primero de estos se caracteriza por ser de color rojizo o pardo oscuro, y por tener una alta capacidad para retener nutrientes, en tanto que el segundo es caracterizado por su acidez (INEGI, 1990).

3.1.7 Vegetación

Con base en la información obtenida por medio de las observaciones de campo hechas en el área de estudio, se determinó la existencia de una

asociación vegetal dominada por especies arbóreas, que resultó ser el bosque de *Pinus patula* Schl. et Cham., en el que se encuentran especies asociadas tales como *Abies religiosa* (H.B.K) Schl. et Cham., *Pinus teocote* Schl. et Cham., *Pinus montezumae* Lamb., *Pinus ayacahuite* Ehr. así como algunos *Quercus spp.* y *Alnus spp.*

Existen además, pequeñas extensiones de asociaciones vegetales tales como los zacatonales, que se encuentran principalmente en los llanos que presentan mayor altitud o bien como vegetación invasora en aquellos lugares que han sido perturbados en el bosque. Las especies más frecuentes en dichas áreas son: *Caolomagrostis toluensis*, *Festuca amplissima*, *Festuca toluensis*, *Poa conglomerata* y otras.

En las áreas en las cuáles el bosque ha sufrido incendios y que no se encuentran actualmente cubiertas por renuevo de *Pinus patula* Schl. et Cham. es posible encontrar matorrales secundarios con especies tales como *Ceanothus coerulens*, *Eupatorium glabratum*, *Eupatorium pazcuaranse*, *Satureja macrostema*, *Senecio sinuata* y otras.

3.2 Mediciones de campo y procesamiento de la información obtenida

El predio objeto de estudio, denominado “Los Órganos” como ya se hizo mención, consta de una superficie total de 424.140 ha. Para la obtención de la información de campo, se utilizó un esquema de muestreo sistemático con sitios de muestreo separados entre sí por distancias aproximadamente iguales a 200 metros; en la superficie total del predio se tomaron mediciones de las variables de interés en 90 sitios

de muestreo asignándoles números del 1 al 90. Para la ubicación en el plano del predio de dichos sitios, se empleó el rumbo NW15°25' entre líneas equidistantes a partir del lindero ESTE, iniciando con la primera línea a una distancia de 100 metros con respecto a dicho lindero; aquellos sitios que coincidieron con los restantes linderos del predio fueron desechados.

Una vez que se tuvo el esquema de muestreo en el plano del predio, se procedió a ubicar los sitios en el terreno mediante el uso de una brújula marca SUUNTO con el rumbo ya indicado; asimismo se empleó la cuerda compensada por pendiente con cadenamientos a cada 25 metros, auxiliándose con un clinómetro marca SUUNTO para la determinación de la pendiente.

En cada centro de sitio, mediante el empleo de un GPS marca MAGELLAN modelo XP2000, se tomó la lectura de sus coordenadas en el sistema UTM. Posteriormente, con el uso de cinta métrica se midió un radio de 13.810 metros partiendo del centro del sitio de manera que se pintaron marcas sobre los árboles con pintura en aerosol de color rojo fluorescente para delimitar un sitio de muestreo circular de 600 metros cuadrados. Este procedimiento se repitió para los 90 sitios.

Una vez que cada sitio era delimitado, se procedía entonces a tomar los valores de las variables dasométricas que a continuación se enlistan y a asimismo registrarlos en los formatos correspondientes (Figura 1 del Apéndice), indicando además la especie arbórea de que se tratase:

- i. Altura total. Esta variable fue medida en metros en un árbol por cada estrato arbóreo presente en cada sitio. Para su determinación se usó la

cuerda compensada y el clinómetro, mediante el procedimiento de medición de alturas descrito por Romahn *et al.*, (1987).

- ii. Altura de fuste limpio. De igual manera se midió en los árboles a los que ya se les había tomado la altura total en cada sitio y se utilizó también la cuerda compensada y el clinómetro. Los registros se hicieron en metros.
- iii. Coeficiente de aprovechamiento fustal. Este fue determinado para cada árbol al que se le tomó la altura total en cada sitio mediante una apreciación visual considerando el valor de 1.0 como totalmente aprovechable para aserrío y el valor de 0.0 como de nulo aprovechamiento para aserrío pero utilizable como material celulósico.
- iv. Diámetro de copa. Esta variable se obtuvo mediante la proyección visual vertical de la copa en el terreno. Se empleó para esto la cinta métrica y se practicó a los árboles seleccionados previamente para tomarles la altura total en cada sitio; los registros se hicieron en metros.
- v. Diámetro normal con corteza. Se tomó a todos y cada uno de los árboles cuyo diámetro fuese superior a los 5 centímetros y que estuviesen incluidos en la circunferencia trazada en cada sitio. Las observaciones se registraron en centímetros y se utilizó para ello una cinta diamétrica.
- vi. Grosor de corteza. Este fue tomado a todos y cada uno de los árboles que previamente fueron considerados dentro de cada sitio para medir su diámetro normal con corteza. Se utilizó para tal fin un medidor de corteza y las observaciones se registraron en centímetros.

- vii. Edad. Esta se tomó a los árboles previamente seleccionados para medir su altura total en cada sitio. Se empleó en este caso el taladro de Pressler y los registros se hicieron en años.
- viii. Amplitud. Esta variable se midió simultáneamente en los árboles a los que se les tomó la edad y consistió en medir la longitud en centímetros de los cinco anillos de crecimiento siguientes a la corteza hacia la médula en la viruta previamente tomada con el taladro de Pressler para la determinación de la edad del árbol.

Finalmente, con el GPS descrito se tomaron las coordenadas UTM de cada uno de los vértices del predio.

Cuando se contó con la información de campo se procedió a su captura y al cálculo de valores para la variable regionalizada área basal por sitio de

muestreo en m^2/ha mediante la expresión $G_j = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\pi}{4} d_i^2 \right\} / 0.06$

donde:

G_j = área basal por hectárea para el j-ésimo sitio de muestreo

$\pi = 3.141592654...$

d_i = diámetro normal con corteza del i-ésimo árbol dentro del sitio de muestreo j

n = número de árboles dentro del sitio de muestreo j .

Con respecto a la variable regionalizada volumen, para su determinación se procedió de la siguiente manera:

- i. Se seleccionaron 38 árboles dominantes (entendiendo por árbol dominante a aquel que sobrepasa en altura al promedio de la población) distribuidos aleatoriamente en la totalidad del predio en estudio.
- ii. A dichos árboles dominantes con una cinta diamétrica se les midió el diámetro normal con corteza tomado por la parte superior de la pendiente del terreno; asimismo, con el uso de un medidor de corteza se determinó el grosor de ésta a la altura de 1.30 metros. Dichos datos fueron registrados en los formatos correspondientes.
- iii. Posteriormente, con una motosierra cada árbol seleccionado fue derribado y se extrajeron rodajas de 5 centímetros de grosor aproximadamente; la primera de ellas se extrajo a la altura del tocón (a 30 cm), la segunda rodaja se extrajo a una longitud de un metro a partir de corte anterior y las consecutivas hasta el inicio de la copa del árbol se obtuvieron a una longitud de 2.55 metros; a partir de aquí la longitud de las trozas para la extracción de las rodajas finales fue de 1.00 a 1.50 metros, hasta alcanzar un diámetro mínimo de 5 cm. Finalmente a cada árbol se le midió la longitud del meristemo apical a partir de la última rodaja extraída y se registró en los formatos. Asimismo, el ramaje de cada árbol fue dimensionado a la longitud de un metro, se apiló y se cubicó aplicando un coeficiente de apilamiento de 0.5

- iv. Cada rodaja fue marcada con crayones de cera de color azul indicando la altura de la sección a la que fue tomada y el número de árbol al que correspondía.
- v. Una vez que se colectaron las rodajas de los árboles seleccionados, con la finalidad de hacer más visibles los anillos de crecimiento, aquellas se lijaron con una lijadora de banda marca Black&Decker por la cara superior y contraria a la cuál se le hicieron las anotaciones de control.
- vi. Cuando ya se tuvieron las rodajas lijadas, se procedió a efectuar el análisis troncal de acuerdo con la metodología descrita por Mas (1970), tomando la información por quinquenios y cuando fue necesario para la identificación de los anillos de crecimiento se usó una lupa de 20X de amplificación marca Zeiss. La información obtenida se registro en los formatos correspondientes (Figura 2 del Apéndice).

Una vez que se contó con la información de los análisis troncales, se calculó el volumen para cada sección determinada por la relación diámetro-longitud, usando para ello la hoja de cálculo Excel con las ecuaciones de cubicación siguientes:

- i. El tocón se cubicó como un cilindro, ya que la ecuación alternativa para este fin, que es la del neiloide se consideró como impráctica:

$$Vs = S_0 L$$

donde:

V_s = Volumen del tocón en m^3

S_0 = Área de la base en m^2

L = Longitud del tocón en m (constante a 0.30 m)

- ii. Ecuación de Smalian (Romahn *et al.*, 1987) para la cubicación de trocería:

$$Vl = \frac{1}{2}(S_0 + S_1)L$$

donde:

Vl = Volumen de la troza en m^3

S_0 = Área de la base mayor en m^2

S_1 = Área de la base menor en m^2

L = longitud de la troza en m

- iii. Ecuación del cono para la cubicación de la punta:

$$Vt = \frac{1}{3}S_0L$$

donde:

Vt = Volumen de la punta en m^3

S_0 = Área de la base en m^2

L = Longitud de la punta en m

La longitud de las puntas de los "árboles interiores" en diversas ocasiones no alcanzó a llegar a la rodaja de la siguiente sección, por lo que fueron estimadas mediante regresión no lineal empleando para ello el programa SAS (Statistical Analysis System) ver. 8.0 y se ajustaron los datos de edad-altura al modelo de Schumacher $H = \beta_0 e^{-\beta_1(1/E)}$ (Clutter *et al.*, 1983) donde:

H = altura

E = edad

β_0, β_1 = parámetros a estimar

Una vez que se obtuvieron los volúmenes de cada sección por edad y por árbol, se realizó la suma de aquellos con la finalidad de obtener el volumen fustal por árbol para cada edad.

Posteriormente mediante el procedimiento PROC NLIN del programa de análisis estadístico SAS (Statistical Analysis System) ver. 8.0 se ajustaron los datos de volumen fustal, diámetro normal y altura a los modelos:

- i. De la variable combinada $V = \beta_0 + \beta_1 d^2 h$ (Spurr, 1952)
- ii. $V = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2$ (Hohenadl, 1944; citado por Prodan *et al.*, 1997)
- iii. De Schumacher : $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ (Zepeda *et al.*, 1990)
- iv. Australiana: $V = \beta_0 + \beta_1 d^2 + \beta_2 h + \beta_3 d^2 h$ (Husch, 1963)

donde:

V = volumen fustal

d = diámetro normal

h = altura total

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ = parámetros a estimar

Con lo anterior se generó una ecuación de volumen fustal sin corteza para árbol individual. Sin embargo, se consideró de mayor utilidad para el caso particular de la presente investigación, el obtener una ecuación de volumen individual rollo total árbol en la que estuviera incluida la corteza y las ramas, ya que los valores observados en el muestreo para el área basal incluyen a la corteza. Teniendo en cuenta esto último, de cada árbol dominante usado en el análisis troncal se emplearon los valores observados de diámetro total con corteza y longitud de cada sección para cubicar el volumen fustal con corteza, que sumado al volumen de ramaje respectivo, dio como resultado el volumen rta. Luego entonces, se ajustaron por mínimos cuadrados en regresión no lineal con el procedimiento PROC NLIN de SAS (Statistical Analysis System) los datos de volumen rta, diámetro normal con corteza y altura total a los modelos ya citados en el caso anterior, obteniéndose la ecuación de volumen rta para árbol individual.

El valor del volumen rta por hectárea en cada sitio de muestreo se obtuvo cubicando cada uno de los árboles encontrados dentro del sitio, empleando para ello la ecuación de volumen rta obtenida previamente con los correspondientes valores observados de diámetro normal con corteza y altura media por estrato. Es decir

$$Vrta_j = \left\{ \sum_{i=1}^n V_i \right\} / 0.06$$

donde:

$Vrta_j$ = volumen rta en metros cúbicos por hectárea del j-ésimo sitio de muestreo

V_i = volumen rta individual del i-ésimo árbol dentro del sitio de muestreo j

n = número de árboles dentro del sitio de muestreo j

Ahora bien, cuando se tuvieron los valores calculados de ambas variables regionalizadas se procedió a su análisis mediante diversos programas basados en el procedimiento PROC VARIOGRAM de SAS (Statistical Analysis System) ver. 8.0 con lo que se generaron el semivariograma experimental correspondiente para cada variable regionalizada.

Enseguida, se efectuó el ajuste de cada semivariograma experimental por mínimos cuadrados para la estimación de parámetros y selección del modelo con el mayor coeficiente de determinación R^2 y menor suma de cuadrados del error mediante el procedimiento PROC NLIN de SAS (Statistical Analysis System) ver. 8.0, analizando los modelos que a continuación se mencionan:

i. Modelo esférico (David, 1977)

$$\gamma(h) = \left\{ C_0 + C \left[1.5 \left(\frac{h}{a} \right) - 0.5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] \right\} \quad \text{si } \frac{h}{a} \leq a$$

$$\gamma(h) = C + C_0 \quad \text{si } \frac{h}{a} > a$$

$$\gamma(h) = 0 \quad \text{si } h = 0$$

- ii. Modelo de Gauss (Isaaks y Srivastava, 1989)¹²

$$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp \left(-\frac{3h^2}{a^2} \right) \right]$$

- iii. Modelo exponencial (David, 1977)

$$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp \left(-\frac{3h}{a} \right) \right]$$

- iv. Modelo potencia

$$\gamma(h) = C_0 h^a$$

donde:

a = amplitud

C_0 = residuo

$C_0 + C$ = umbral

h = intervalo de distancia

Con el modelo seleccionado por el criterio de mejor ajuste, se realizó la estimación de valores no observados en la región estudiada mediante el procedimiento PROC KRIGE2D de SAS. Finalmente se hizo la validación del modelo seleccionado y que fue usado en este último procedimiento, mediante la utilización de la técnica de remuestreo conocida como “Jackknife”, con lo cual se pudo hacer la comparación de la media de los valores observados con aquella de los estimados.

¹² El procedimiento PROC KRIGE2D del programa SAS (Statistical Analysis System) ver. 8.0 reconoce al modelo de Gauss como $\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp \left(-\frac{h^2}{a^2} \right) \right]$ por lo que ésta fue la forma en la que se usó en el presente estudio.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para la realización de la presente investigación se utilizaron los promedios de los valores observados para cada variable en cada sitio de muestreo, es decir se usó el método de estimación puntual de Krige, que como ya se dijo toma en consideración únicamente las relaciones entre los valores promedio muestrales individuales, pero no toma en cuenta la superficie misma del sitio de muestreo; se asume además que existe una media común aunque desconocida en la región en estudio. Sin embargo, se presume que podría tenerse mayor precisión en los análisis si se utilizara el método de Krige en bloque en el que se usarían las covarianzas de los valores observados individuales en relación con toda la superficie del sitio de muestreo. Pese a lo anterior, como un primer intento por aplicar el método de Krige a los inventarios forestales en México, se consideró adecuado el usar la estimación puntual de dicho método.

4.1 Area basal

Mediante el Programa 1 del Apéndice, se hizo un análisis inicial al conjunto con la totalidad de las observaciones de la variable área basal que consistió en realizar un diagrama de dispersión de los sitios de muestreo (Figura 3 del Apéndice), así como en graficar su distribución espacial a fin de observar la existencia de tendencias (Figura 10).

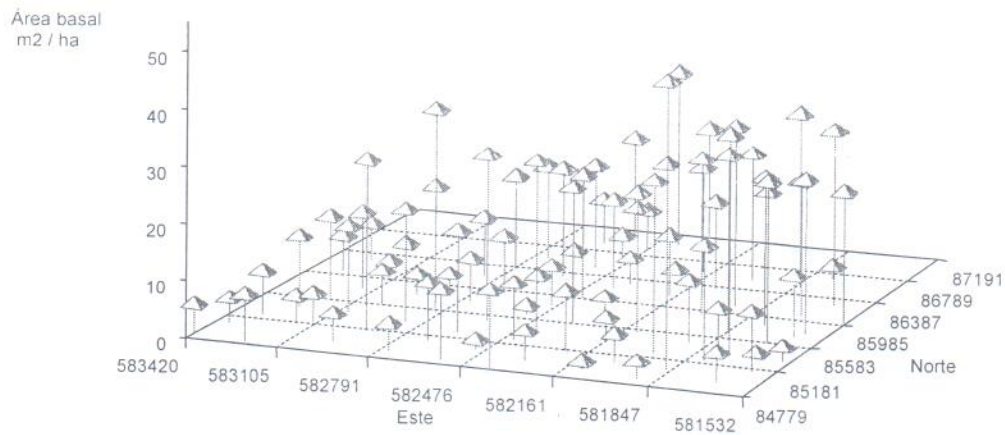


Figura 10. Distribución espacial del área basal del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

En la gráfica anterior se puede apreciar la existencia de una zona en la cuál predominan los valores de área basal menores a $20 \text{ m}^2/\text{ha}$ y que se encuentra en las coordenadas extremas 581532 a 583420 este y 2184779 a 2185600 norte. Por otra parte, el área con valores predominantes superiores a $20 \text{ m}^2/\text{ha}$ se ubica en las coordenadas 581532 a 583420 este y 2185600 a 2187191 norte. A dichas zonas se les dio el nombre de rodal 1 y rodal 2, respectivamente. Por su parte, el rodal 1 se caracteriza por presentar arbolado maduro y además por haber sido sometido a cortas silvícolas previas (Figura 11); en tanto que el rodal 2 se trata de una masa arbolada joven con altos valores de área basal (Figura 12). Debido a esto y con la finalidad de reducir la varianza en los valores de las observaciones, más tarde se hizo un análisis similar al que se describe a continuación para cada uno de dichos rodales. Sin embargo, se asumió la condición de isotropía para el análisis, dado que las diferencias en los valores de la

variable en estudio no se consideran producidas por causas naturales que influyan en su distribución espacial, sino más bien se supone que son debidas a la acción del hombre.



Figura 11. Rodal 1 con cortas silvícolas previas.



Figura 12. Rodal 2 con abundante renuevo.

Ahora bien, para la obtención de los semivariogramas experimentales estándar y el robusto propuesto por Cressie (1991) para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones, se utilizó de igual manera el Programa 1 del Apéndice, en el que al introducir el valor $nhc^{13} = 24$ en el enunciado *compute* del procedimiento *proc variogram*, dio como resultado el Cuadro 1.

Cuadro 1. Intervalos de distancia del conjunto con la totalidad de las observaciones para el área basal.

Intervalo de distancia	Límite inferior en metros	Límite superior en metros	Número de parejas	Frecuencia	Punto medio del intervalo de distancia en metros
0	0.00	63.81	1	0.00025	31.9
1	63.81	191.44	36	0.00899	127.6
2	191.44	319.07	244	0.06092	255.3
3	319.07	446.70	219	0.05468	382.9
4	446.70	574.32	267	0.06667	510.5
5	574.32	701.95	361	0.09014	638.1
6	701.95	829.58	323	0.08065	765.8
7	829.58	957.20	407	0.10162	893.4
8	957.20	1084.83	364	0.09089	1021.0
9	1084.83	1212.46	339	0.08464	1148.6
10	1212.46	1340.09	318	0.07940	1276.3
11	1340.09	1467.71	284	0.07091	1403.9
12	1467.71	1595.34	251	0.06267	1531.5
13	1595.34	1722.97	210	0.05243	1659.2
14	1722.97	1850.59	159	0.03970	1786.8
15	1850.59	1978.22	89	0.02222	1914.4
16	1978.22	2105.85	64	0.01598	2042.0
17	2105.85	2233.48	44	0.01099	2169.7
18	2233.48	2361.10	14	0.00350	2297.3
19	2361.10	2488.73	9	0.00225	2424.9
20	2488.73	2616.36	2	0.00050	2552.5
21	2616.36	2743.98	0	0.00000	2680.2
22	2743.98	2871.61	0	0.00000	2807.8
23	2871.61	2999.24	0	0.00000	2935.4
24	2999.24	3126.87	0	0.00000	3063.1

¹³ *nhc* se refiere al número de intervalos de distancia preliminares en el análisis.

En el Cuadro 1, se puede observar que el número de parejas de los intervalos de distancia 1 a 17 es superior a 30, mismas que son adecuadas para un buen análisis, sin embargo para el intervalo de distancia 0, el número es de solamente una pareja, pero dado que tal intervalo es el límite inferior en la distribución de las parejas de distancia (Figura 4 del Apéndice) se consideró sin inconveniente dicho resultado. Por lo que se decidió utilizar en el Programa 2 del Apéndice, 17 clases de distancia en el análisis para determinar los valores de los semivariogramas experimentales estándar y robusto.

Continuando con la revisión del mismo Cuadro 1, la longitud del primer intervalo de distancia es de 127.625 metros, por lo que se usó el valor $lagdistance = 128$ en el enunciado *compute* del procedimiento *proc variogram* en el citado Programa 2 del Apéndice. En tanto que el número máximo de intervalos de distancia (*maxlags*) se consiguió al dividir el valor inferior del intervalo 17 (ya que es el último que cuenta con más de 30 parejas) entre el valor de la longitud del intervalo de distancia seleccionado, es decir $maxlag = 2105.85/127.625 = 16.5$, que al redondearlo se utilizó como $maxlag = 17$.

En el Cuadro 2, se presentan los resultados obtenidos del mencionado Programa 2 del Apéndice para los valores del área basal de los semivariogramas estándar y robusto, así como el número de pares de distancia usados para calcularlos; mientras que sus respectivas gráficas se presentan en la Figura 13.

Cuadro 2. Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el área basal del conjunto con la totalidad de las observaciones.

Valor del intervalo de clase (en LAGDIST= unidades)	Número de pares en la clase de distancia	Promedio del intervalo de distancia por clase en metros	Semivariograma estándar	Semivariograma robusto
0	1	56.57	0.192	0.202
1	38	160.01	178.210	151.938
2	245	249.98	97.665	78.554
3	221	406.68	122.371	106.175
4	263	500.38	104.020	90.109
5	367	640.12	110.090	109.915
6	325	765.99	115.879	112.498
7	407	892.15	118.225	110.784
8	361	1029.40	104.575	96.834
9	341	1153.99	127.387	128.860
10	316	1281.01	140.812	141.322
11	293	1407.02	120.158	116.906
12	245	1531.82	134.236	126.389
13	207	1658.78	115.971	112.896
14	158	1791.98	112.521	95.311
15	86	1921.17	164.285	139.754
16	63	2036.46	90.791	75.572
17	43	2170.60	153.775	172.603

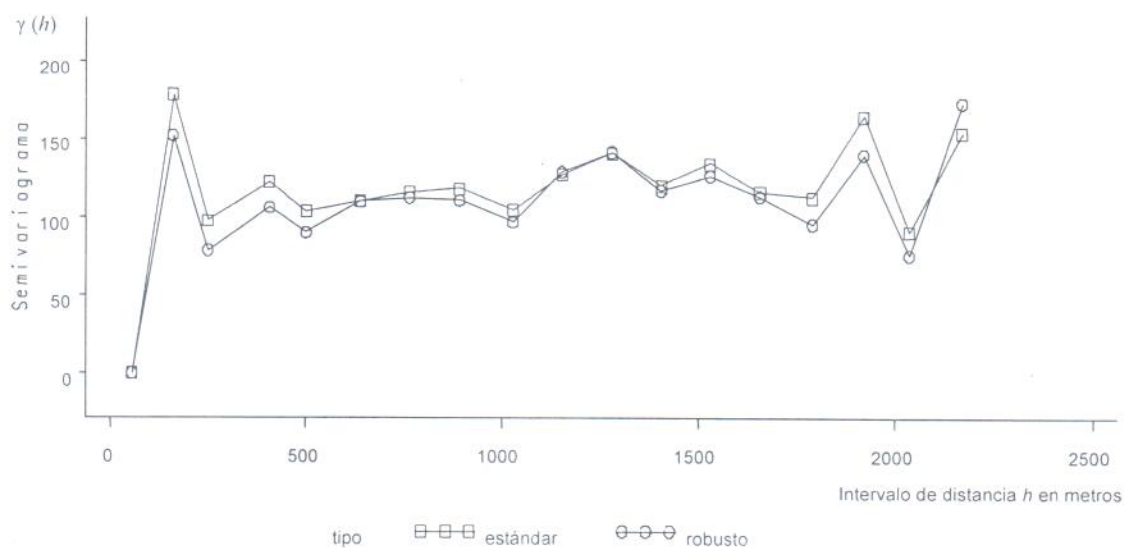


Figura 13. Semivariogramas estándar y robusto para el área basal del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

De la Figura 13 se advierte la existencia de cierta discontinuidad en los valores observados para el área basal y que es denotada por los saltos en la gráfica. Esto es congruente con la situación existente en el predio, que tal y como ya se ha hecho mención, se tienen lugares con valores altos de área basal y otros con valores bajos. Por lo que dicha discontinuidad se esperaría sea reducida en la medida en la que la varianza de las observaciones sea menor, es decir, que las regiones analizadas sean más homogéneas con respecto a los valores de la variable en estudio.

El siguiente paso consistió en ajustar por mínimos cuadrados utilizando regresión no lineal los modelos de Gauss, esférico, exponencial y potencia a los promedios del intervalo de distancia por clase y los valores del variograma robusto tomados del Cuadro 2; del análisis de varianza para cada modelo se hizo un cuadro resumen con la suma de cuadrados del error y el coeficiente de determinación R^2 (Cuadro 2 del Apéndice), con lo que se eligió el modelo exponencial (Cuadros 3 y 4 del Apéndice) ya que tuvo la menor suma de cuadrados del error (14619.3) y el mayor coeficiente de determinación R^2 , mismo que fue obtenido al dividir la suma de cuadrados de la regresión entre la suma de cuadrados total no corregida:

$$R^2 = 223498/238117 = 0.9386$$

El modelo exponencial al tener tal coeficiente de determinación se considera bastante adecuado para la explicación de la variación del área basal en la totalidad de la región en estudio, ya que el modelo por sí mismo explica el 93.86% de dicha variación a pesar de la discontinuidad detectada en las observaciones. En este sentido, la gráfica del semivariograma experimental para el área basal en su versión robusta ajustado al modelo exponencial se muestra en la Figura 14.

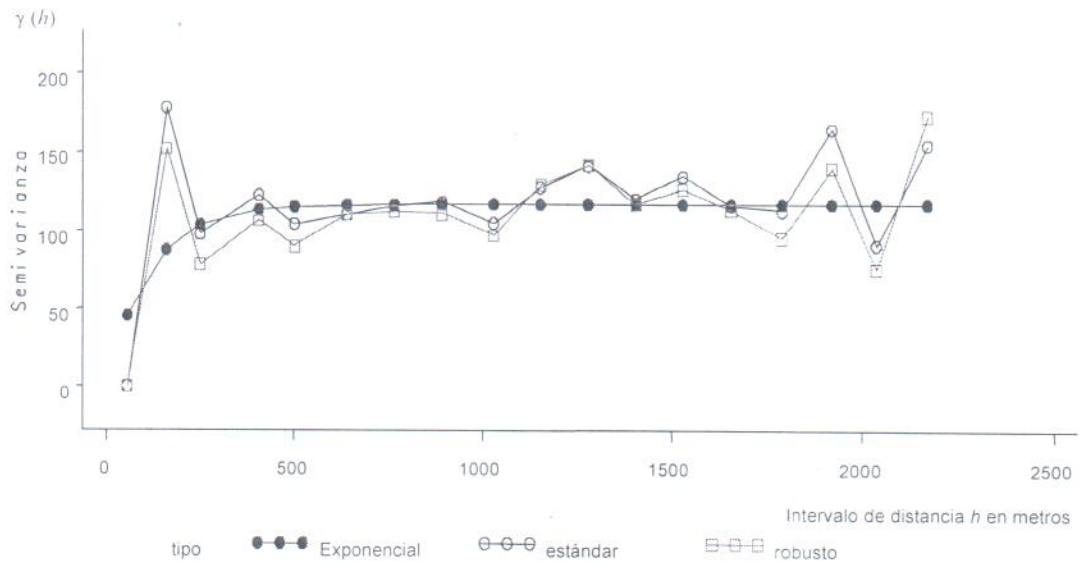


Figura 14. Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo exponencial para el área basal del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

Para finalizar con el análisis a la región con la totalidad de las observaciones por cuanto hace al área basal, con el modelo exponencial seleccionado por haber tenido el mejor ajuste, mediante la utilización del Programa 3 del Apéndice se estimaron los valores del área basal para una retícula regular con separación a cada 90 metros para las coordenadas extremas de la zona de estudio que son 581400 a 583600 este y 2184700 a 2187500 norte. La gráfica resultante se muestra en la Figura 15.

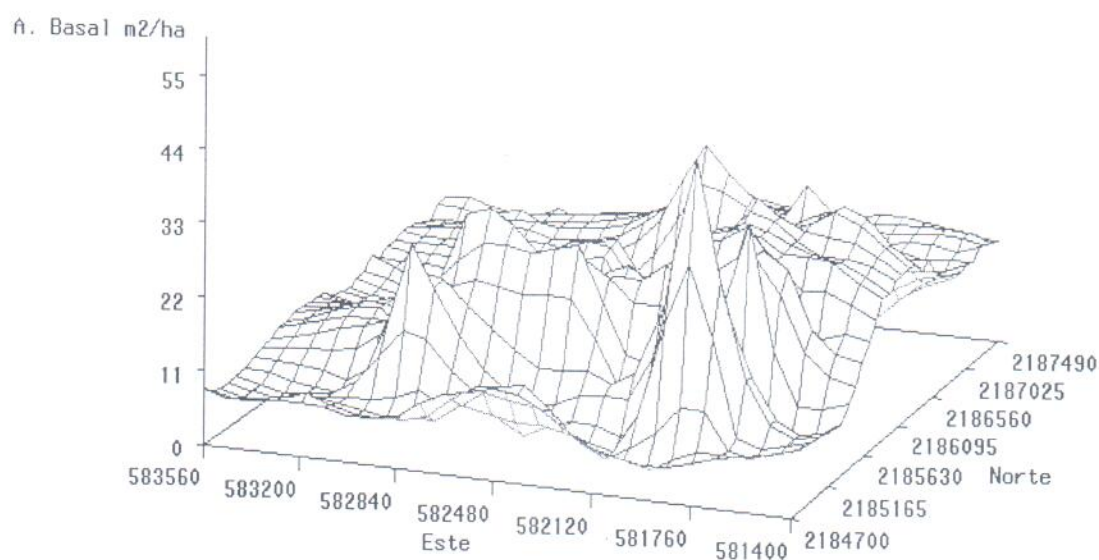


Figura 15. Gráfica de superficie de los valores estimados para el área basal del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

De la anterior Figura 15 es posible corroborar que en la región estudiada se tienen dos subregiones separadas una de otra aproximadamente en 2185600 norte, que bien puede decirse que respectivamente muestran valores estimados de área basal por arriba y por debajo de los 20 m²/ha como se había comentado al principio del presente análisis. Asimismo, es de destacar la presencia de valores inusuales en la zona comprendida entre 582120 a 582480 este y 2187025 a 2187490 norte, ya que sobresalen entre todos los estimados obtenidos para la región en cuestión.

Adicionalmente, la gráfica con la distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el área basal del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones, se muestra en la Figura 5 del Apéndice.

El procedimiento hasta aquí descrito se aplicó consecuentemente a cada uno de los dos rodales con la intención analizar condiciones más homogéneas entre sí con respecto a la variable de interés. Luego entonces, comenzando con el rodal 1

mediante el Programa 4 del Apéndice, se realizó el diagrama de dispersión de los sitios de muestreo (Figura 6 del Apéndice), así como la gráfica de la distribución espacial del área basal para verificar la existencia de tendencias (Figura 16).

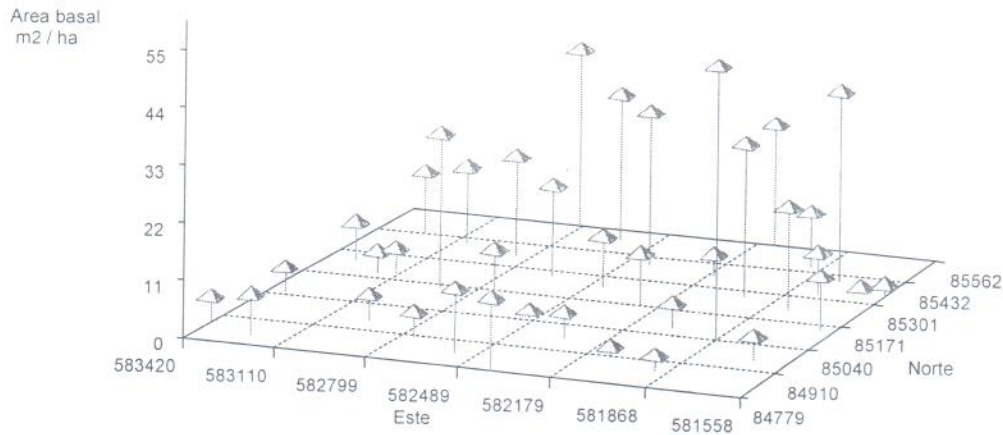


Figura 16. Distribución espacial del área basal del conjunto de datos del rodal 1.

De la gráfica inmediata anterior, resulta claro que existen siete sitios de muestreo con valores de área basal sustancialmente superiores a los del resto de las observaciones, sin embargo si se hiciera una subregión con tales sitios para analizarla por separado resultaría en conclusiones erróneas e inadecuadas ya que de acuerdo con Wellmer (1998), el número de sitios o puntos de muestreo necesarios para hacer un correcto análisis debe ser superior a 30, por lo que a pesar de lo anterior los siete sitios en cuestión formaron parte del análisis correspondiente al rodal 1. En consecuencia, con el mismo Programa 4 del Apéndice, al emplear el valor $n_{hc} = 15$ en el enunciado *compute* del procedimiento *proc variogram*, se originó el Cuadro 3.

Cuadro 3. Intervalos de distancia del conjunto con las observaciones para el área basal en el rodal 1.

Intervalo de distancia	Límite inferior en metros	Límite superior en metros	Número de parejas	Frecuencia	Punto medio del intervalo de distancia (m)
0	0.00	67.33	1	0.00142	33.7
1	67.33	201.99	30	0.04267	134.7
2	201.99	336.66	88	0.12518	269.3
3	336.66	471.32	107	0.15220	404.0
4	471.32	605.98	64	0.09104	538.6
5	605.98	740.64	96	0.13656	673.3
6	740.64	875.30	69	0.09815	808.0
7	875.30	1009.97	54	0.07681	942.6
8	1009.97	1144.63	62	0.08819	1077.3
9	1144.63	1279.29	34	0.04836	1212.0
10	1279.29	1413.95	34	0.04836	1346.6
11	1413.95	1548.62	30	0.04267	1481.3
12	1548.62	1683.28	20	0.02845	1615.9
13	1683.28	1817.94	10	0.01422	1750.6
14	1817.94	1952.60	4	0.00569	1885.3
15	1952.60	2087.27	0	0.00000	2019.9

En el Cuadro que antecede, el número de parejas de los intervalos de distancia 1 a 11 es superior ó igual a 30, por lo que en el Programa 5 del Apéndice se usaron 11 clases de distancia en el análisis para determinar los valores de los semivariogramas experimentales estándar y robusto.

En el mismo Cuadro 3, la longitud del intervalo de distancia 1 (67.33, 201.99) es de 134.7 metros, por lo que se usó el valor *lagdistance* = 135 en el enunciado *compute* del procedimiento *proc variogram* en el ya mencionado Programa 5 del Apéndice. El número máximo de intervalos de distancia se encontró al dividir el valor inferior del intervalo 11 entre el valor de la longitud del intervalo de distancia seleccionado, esto es $maxlag = 1413.95/134.7 = 10.497$, y por lo cuál se utilizó el valor *maxlag* = 10. Ahora, en el Cuadro 4 se muestran los resultados derivados del Programa 5

del Apéndice para los valores del área basal de los semivariogramas estándar y robusto; en tanto que sus respectivas gráficas se presentan en la Figura 20.

Cuadro 4. Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el área basal del conjunto con las observaciones del rodal 1.

Valor del intervalo de clase (en LAGDIST= unidades)	Número de pares en la clase de distancia	Promedio del intervalo de distancia por clase en metros	Semivariograma estándar	Semivariograma robusto
0	1	56.57	0.192	0.202
1	31	173.81	179.261	124.466
2	87	258.49	139.702	103.096
3	108	429.25	159.563	105.834
4	63	546.06	154.771	138.777
5	97	665.59	141.155	123.936
6	71	820.96	140.587	125.359
7	51	927.00	142.785	99.398
8	63	1074.74	133.953	104.404
9	33	1223.51	164.400	127.795
10	36	1336.23	192.989	143.321

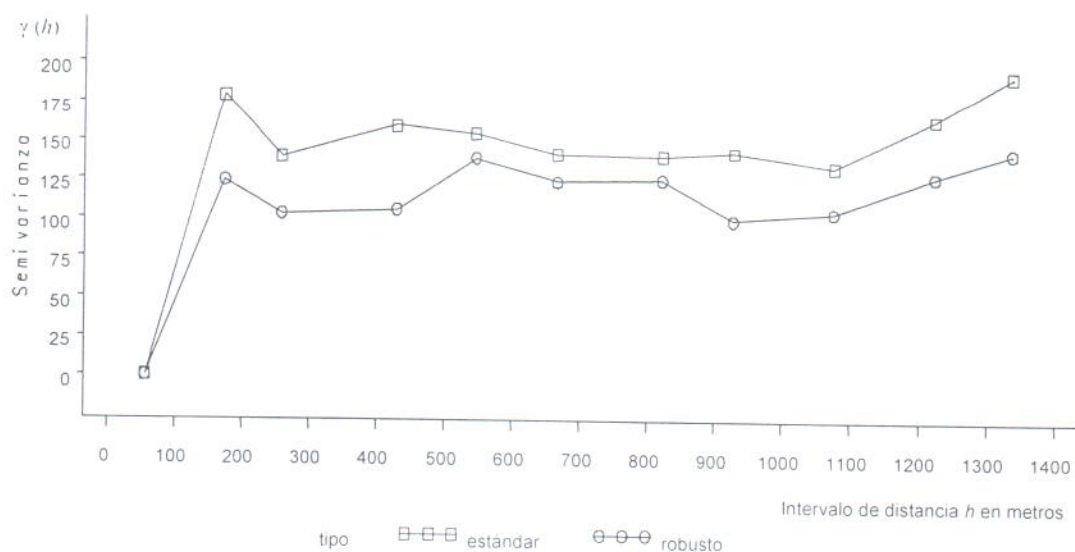


Figura 17. Semivariogramas estándar y robusto para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.

Al igual que en las gráficas de los semivariogramas experimentales para el área basal en la región entera, en la Figura 17 se observan discontinuidades en las respectivas gráficas, pero son menores que en aquellas, es decir el rodal 1 se trata de un masa arbolada un tanto más homogénea para la variable de interés con respecto a la totalidad de la región estudiada.

En el mismo orden de ideas y continuando con el análisis, se seleccionó el modelo de Gauss (Cuadros 6 y 7 del Apéndice) ya que tuvo la menor suma de cuadrados del error (3045.1) y el mayor coeficiente de determinación R^2 (0.9790), después de que se efectuó el ajuste por mínimos cuadrados utilizando regresión no lineal a los modelos de Gauss, esférico, exponencial y potencia aplicado a los valores de intervalos de distancia y del semivariograma robusto tomados del Cuadro 4; asimismo del análisis de varianza para cada modelo se realizó un cuadro resumen con la suma de cuadrados del error y el coeficiente de determinación (Cuadro 5 del Apéndice). La gráfica del semivariograma experimental para el área basal en su versión robusta ajustado al modelo de Gauss para el rodal 1 se ilustra en la Figura 18.

El modelo de Gauss explica en gran medida la variabilidad de las observaciones para el área basal en el rodal 1, por lo que puede afirmarse que representa un modelo bastante adecuado para realizar la parte final del análisis que consiste en la estimación de los valores de la mencionada variable en los sitios no medidos. La amplitud para tal modelo fue de 120.5 metros (Cuadro 7 del Apéndice), que es una distancia relativamente corta pero que tiene congruencia con la variación mostrada en las observaciones para el área basal en el rodal 1; por lo tanto en las condiciones particulares de este rodal, sería inadecuado realizar inventarios a distancias mayores

entre sitios de muestreo, ya que no se aportaría información confiable para efectuar las estimaciones de los valores de los puntos muestrales no medidos.

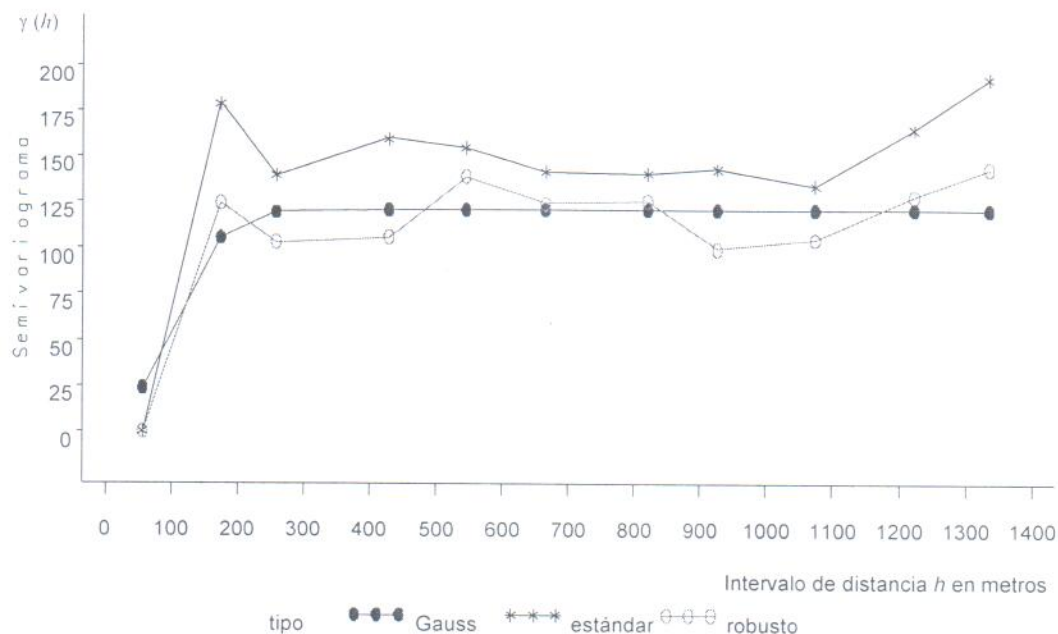


Figura 18. Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo de Gauss para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.

Con el modelo de Gauss aplicado al Programa 6 del Apéndice, se estimaron los valores de área basal para una retícula regular con separación a cada 90 metros para las coordenadas extremas del rodal 1 que son 581400 a 583600 este y 2184700 a 2185600 norte. La Figura 19 presenta la gráfica resultante.

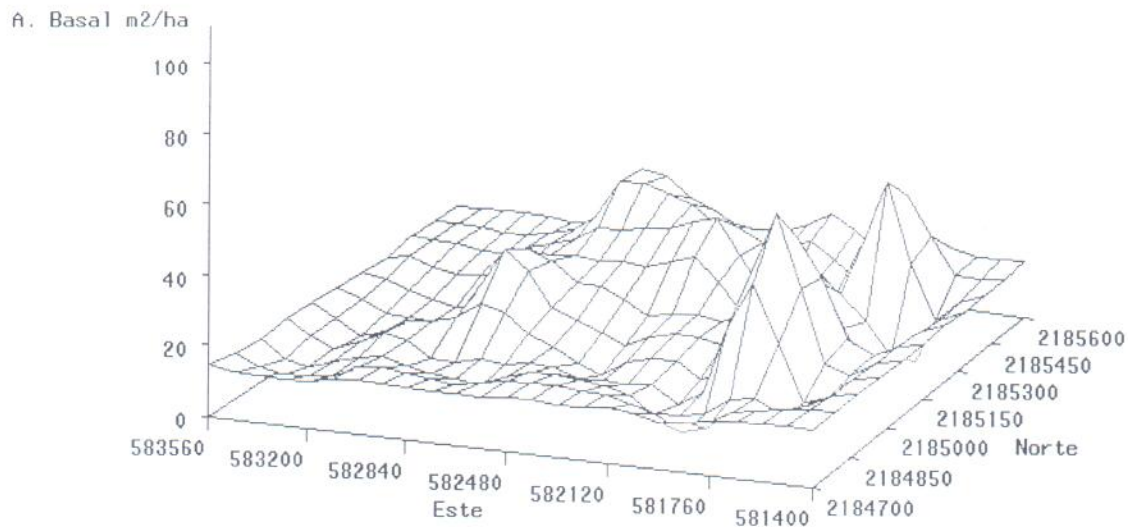


Figura 19. Gráfica de superficie de los valores estimados para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.

En la gráfica anterior, se advierte que se conserva la misma estructura de distribución espacial que la mostrada en la Figura 16, sin embargo aparecen también valores estimados inusuales en la zona comprendida entre 581400 a 581760 este y 2185450 a 2185600 norte, ya que sobresalen entre todos los estimados obtenidos para dicho rodal 1 y que no coinciden además con la ubicación de los siete sitios de muestreo con valores altos de área basal que previamente se comentaron.

Por su parte, la gráfica con la distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1 se muestra en la Figura 8 del Apéndice.

Con respecto al rodal 2, se procedió de igual forma que en los dos casos anteriores, pero en esta ocasión se utilizó el Programa 7 del Apéndice para la realización del diagrama de dispersión de los sitios de muestreo (Figura 8 del Apéndice), así como la gráfica de distribución espacial del área basal con la finalidad de observar la existencia de tendencias (Figura 20).

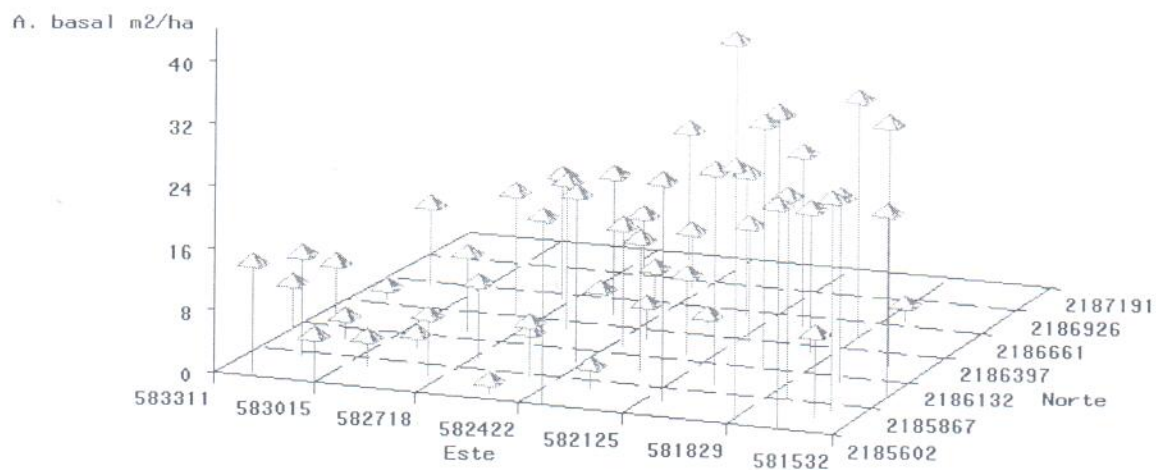


Figura 20. Distribución espacial del área basal del conjunto de datos del rodal 2.

Para la realización de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el conjunto de datos del rodal 2, se utilizó igualmente el Programa 7 del Apéndice, con el valor $n_{hc} = 16$ en el enunciado *compute* del procedimiento *proc variogram*, obteniéndose el Cuadro 5.

Cuadro 5. Intervalos de distancia del conjunto con las observaciones para el área basal en el rodal 2.

Intervalo de distancia	Límite inferior	Límite superior	Número de parejas	Frecuencia	Punto medio del intervalo de distancia
0	0.00	74.54	1	0.00075	37.3
1	74.54	223.62	68	0.05128	149.1
2	223.62	372.71	96	0.07240	298.2
3	372.71	521.79	169	0.12745	447.2
4	521.79	670.87	159	0.11991	596.3
5	670.87	819.95	178	0.13424	745.4
6	819.95	969.04	183	0.13801	894.5
7	969.04	1118.12	138	0.10407	1043.6
8	1118.12	1267.20	108	0.08145	1192.7
9	1267.20	1416.29	110	0.08296	1341.7
10	1416.29	1565.37	59	0.04449	1490.8
11	1565.37	1714.45	37	0.02790	1639.9
12	1714.45	1863.53	20	0.01508	1789.0
13	1863.53	2012.62	0	0.00000	1938.1
14	2012.62	2161.70	0	0.00000	2087.2
15	2161.70	2310.78	0	0.00000	2236.2
16	2310.78	2459.86	0	0.00000	2385.3

En el Cuadro 5, el número de parejas de los intervalos de distancia 1 a 11 es superior ó igual a 30, por lo que en el Programa 8 del Apéndice se usaron 11 clases de distancia en el análisis para determinar los valores de los semivariogramas experimentales estándar y robusto.

Asimismo en el Cuadro 5, la longitud del intervalo de distancia 1 (74.54, 223.62) es de 149.1 metros, por lo que se usó el valor *lagdistance* = 149 en el enunciado *compute* del procedimiento *proc variogram* en el ya citado Programa 8 del Apéndice. El número máximo de intervalos de distancia se calculó al igual que en los casos anteriores, al dividir el valor inferior del intervalo 12 entre el valor de la longitud del intervalo de distancia seleccionado, esto es $maxlag = 1565.37/149.1 = 11.499$ por lo cual se utilizó el valor de *maxlag* = 11.

En el Cuadro 6, se presentan los resultados obtenidos del Programa 8 del Apéndice para los valores del área basal de los semivariogramas estándar y robusto; en tanto que sus respectivas gráficas se presentan en la Figura 21.

Cuadro 6. Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el área basal del conjunto con las observaciones del rodal 2.

Valor del intervalo de clase (en LAGDIST= unidades)	Número de pares en la clase de distancia	Promedio del intervalo de distancia por clase	Semivariograma estándar	Semivariograma robusto
0	1	66.76	132.861	139.707
1	68	195.33	52.538	46.063
2	96	295.52	67.981	69.119
3	169	452.92	71.255	71.662
4	159	606.75	72.878	73.621
5	177	738.99	93.210	94.441
6	184	895.57	104.927	115.432
7	138	1042.62	107.400	105.463
8	108	1179.41	131.917	165.602
9	110	1338.00	153.687	218.079
10	59	1495.43	143.678	190.113
11	37	1616.34	110.719	144.154

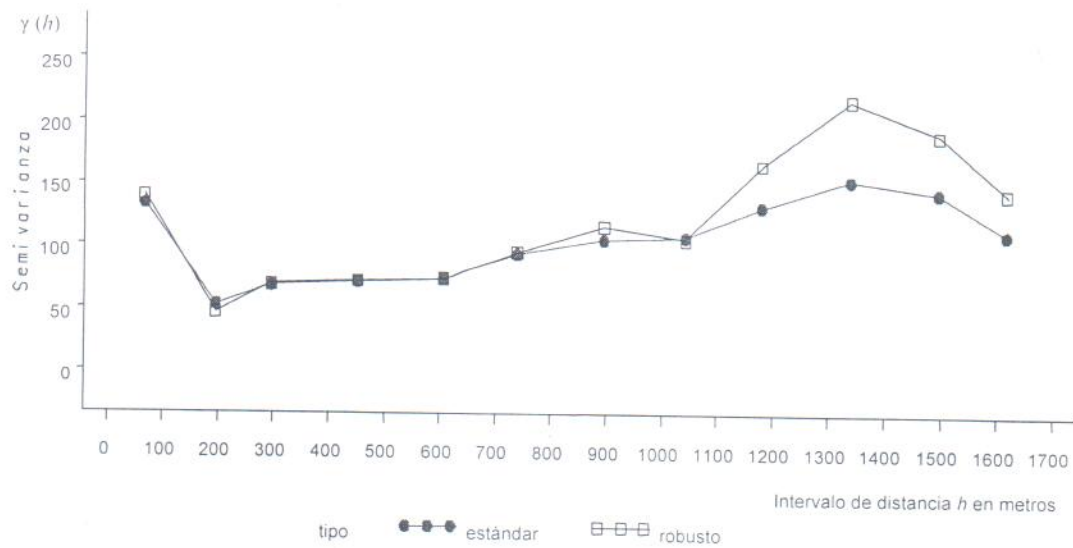


Figura 21. Semivariogramas estándar y robusto para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.

De igual manera que en los casos previos, los modelos de Gauss, esférico, exponencial y potencia fueron ajustados por regresión no lineal a las observaciones del área basal para el rodal 2; del análisis de varianza para cada modelo se obtuvo un cuadro resumen con la suma de cuadrados del error y el coeficiente de determinación (Cuadro 8 del Apéndice), con lo cual se seleccionó el modelo Potencia (Cuadros 9 y 10 del Apéndice) ya que tuvo la menor suma de cuadrados del error (19691.0) y el mayor coeficiente de determinación R^2 (0.9026).

La gráfica del semivariograma experimental para el área basal en su versión robusta ajustado al modelo Potencia para el rodal 2 se muestra en la Figura 22.

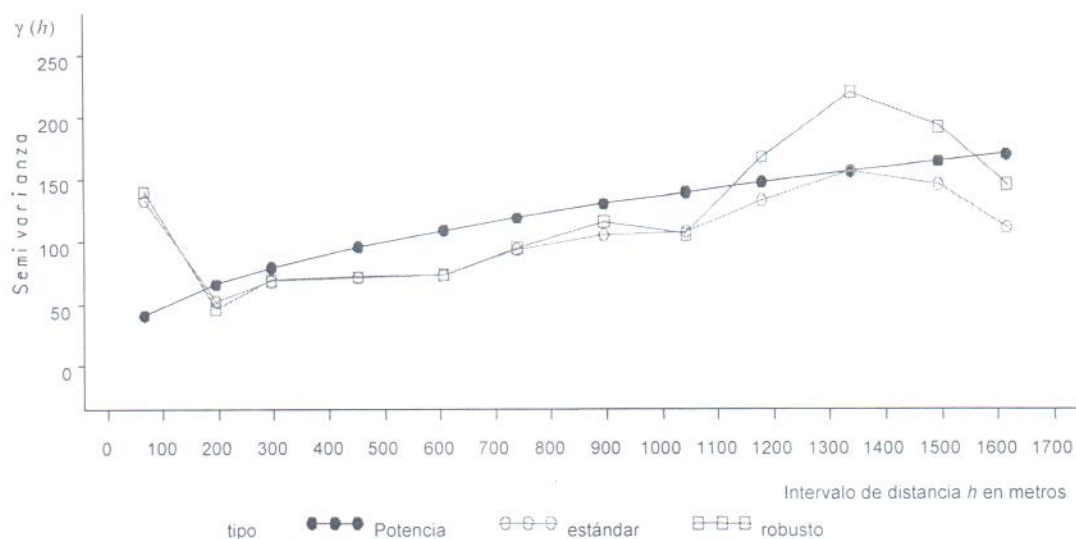


Figura 22. Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo Potencia para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.

Mediante el Programa 9 del Apéndice con el modelo Potencia, se estimaron los valores de área basal para una retícula regular con separación a cada 90 metros para las coordenadas extremas del rodal 2 que son 581400 a 583400 este y 2185600 a 2187200 norte. La gráfica resultante se presenta en la Figura 23.

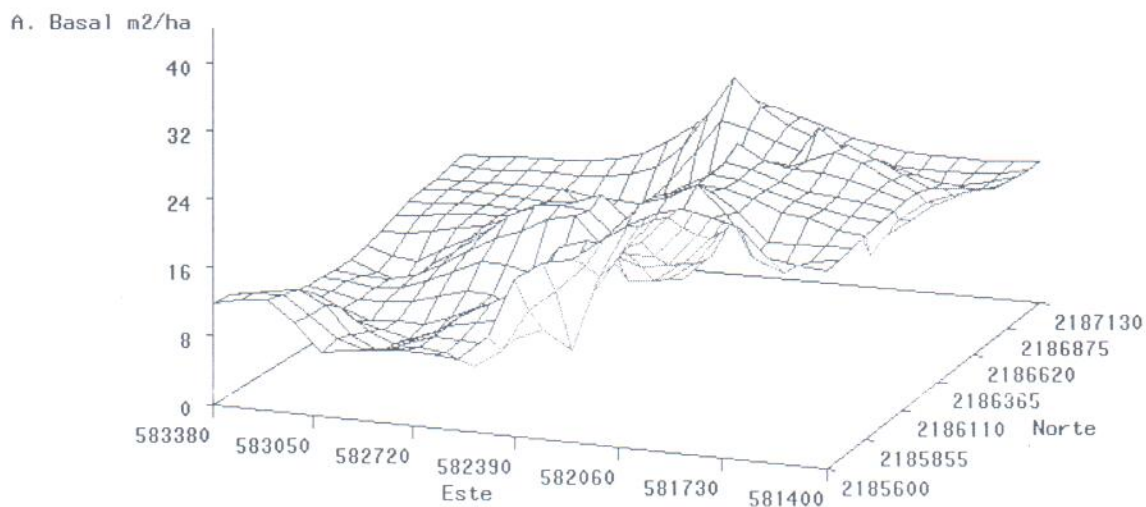


Figura 23. Gráfica de superficie de los valores estimados para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.

Es notoria la homogeneidad y la continuidad en las estimaciones del área basal que se ilustran en la Figura 23; además es de destacar que el modelo Potencia explica el 90.26% de la variación en las observaciones, por lo que se considera bastante adecuado para aplicarse en las condiciones propias del rodal 2. Por su parte, la gráfica con la distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el área basal del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2 se da a conocer en la Figura 8 del Apéndice.

Los coeficientes de determinación y las sumas de cuadrados del error que dieron lugar a la selección de los modelos ya mencionados se resumen en el Cuadro 7.

Cuadro 7. Coeficientes de determinación y sumas de cuadrados del error de los modelos seleccionados por región estudiada.

Modelo	Región	Coeficiente de determinación R^2	Suma de cuadrados del error
Exponencial	Total	0.9386	14619.3
Gauss	Rodal 1	0.9790	3045.1
Potencia	Rodal 2	0.9026	19691.0

De la simple revisión de las sumas de cuadrados del error en el Cuadro 7, se puede observar una ligera ventaja al hacer la partición de la región de estudio total en dos subregiones con características más homogéneas entre sí con respecto a la variable regionalizada bajo estudio, aunque la diferencia pudiera resultar despreciable por la homogeneidad de las poblaciones.

4.2 Volumen

De acuerdo con la metodología descrita con antelación en el apartado 3.2, los valores de volumen rta y diámetro normal con corteza se ajustaron a los modelos citados en dicho apartado, empleando para esto el Programa 10 del Apéndice. De los cuatro modelos evaluados (Cuadro 11 del Apéndice), el que mostró el mejor ajuste fue el Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ ya que tuvo la menor suma de cuadrados del error (1.3249) y el mayor coeficiente de determinación R^2 (0.9942), por lo que la ecuación ajustada de volumen rta resultó ser $V = 0.000128d^{1.6059}h^{1.086}$, misma que fue utilizada para obtener los valores de volumen correspondientes a cada sitio de muestreo.

Adicionalmente, el Programa 11 del Apéndice se corrió con los datos de volumen fustal total y diámetro normal sin corteza provenientes de los análisis troncales, con lo cuál se obtuvo la ecuación de volumen fustal sin corteza con el ajuste al modelo de Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ (Cuadros 14, 15 y 16 del Apéndice) que resultó ser de igual forma el que tuvo la menor suma de cuadrados del error (7.9943) y el mayor coeficiente de determinación R^2 (0.9873); dicha ecuación se trata de $V = 0.000038d^{1.7424}h^{1.2711}$ y la tabla de volúmenes derivada de la misma se presenta en el Cuadro 8. Dicha tabla de volúmenes no se utilizó durante la presente investigación, pero se deja como referencia para futuros trabajos ya que los análisis troncales de los cuáles se obtuvo resultan ser caros e implican un gran esfuerzo en su realización.

Cuadro 8. Tabla de volúmenes de fuste total sin corteza obtenida con el modelo de Schumacher $V = 0.000038d^{1.7424}h^{1.2711}$ para *Pinus patula* Schl. et Cham. en Los Órganos, municipio de Chignahuapan, Puebla, México.

CATEGORIA DIAMETRICA (cm)	CATEGORIA DE ALTURA (m)							
	5	10	15	20	25	30	35	40
VOLUMEN EN METROS CUBICOS								
5	0.0049	0.0117	0.0196	0.0283	0.0375	0.0473	0.0576	0.0682
10	0.0162	0.0392	0.0656	0.0946	0.1256	0.1584	0.1927	0.2283
15	0.0329	0.0795	0.1330	0.1918	0.2546	0.3211	0.3905	0.4628
20	0.0543	0.1312	0.2196	0.3165	0.4204	0.5300	0.6447	0.7640
25	0.0802	0.1935	0.3240	0.4670	0.6201	0.7818	0.9511	1.1270
30	0.1101	0.2658	0.4451	0.6416	0.8520	1.0742	1.3067	1.5485
35	0.1441	0.3478	0.5822	0.8393	1.1145	1.4052	1.7094	2.0256
40	0.1818	0.4388	0.7348	1.0591	1.4065	1.7733	2.1571	2.5562
45	0.2233	0.5388	0.9021	1.3004	1.7269	2.1773	2.6485	3.1385
50	0.2682	0.6474	1.0839	1.5625	2.0749	2.6160	3.1822	3.7709
55	0.3167	0.7643	1.2797	1.8447	2.4497	3.0886	3.7571	4.4522
60	0.3685	0.8895	1.4892	2.1467	2.8507	3.5942	4.3722	5.1810
65	0.4237	1.0226	1.7121	2.4680	3.2774	4.1321	5.0265	5.9564
70	0.4821	1.1635	1.9481	2.8082	3.7291	4.7017	5.7194	6.7774
75	0.5437	1.3122	2.1969	3.1669	4.2054	5.3022	6.4499	7.6431
80	0.6084	1.4683	2.4584	3.5438	4.7060	5.9333	7.2176	8.5528
85	0.6762	1.6319	2.7323	3.9386	5.2303	6.5943	8.0217	9.5056
90	0.7470	1.8028	3.0185	4.3511	5.7780	7.2849	8.8618	10.5011
95	0.8208	1.9809	3.3166	4.7809	6.3488	8.0046	9.7372	11.5385
100	0.8975	2.1661	3.6267	5.2278	6.9423	8.7529	10.6475	12.6172

Entre tanto, el análisis geoestadístico del volumen rta/ha se efectuó siguiendo un procedimiento similar al empleado con la variable regionalizada área basal, esto es, en primer lugar con el uso del Programa 12 del Apéndice se realizó la gráfica de distribución espacial del volumen rta/ha con la finalidad de visualizar eventuales tendencias para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones (Figura 24).

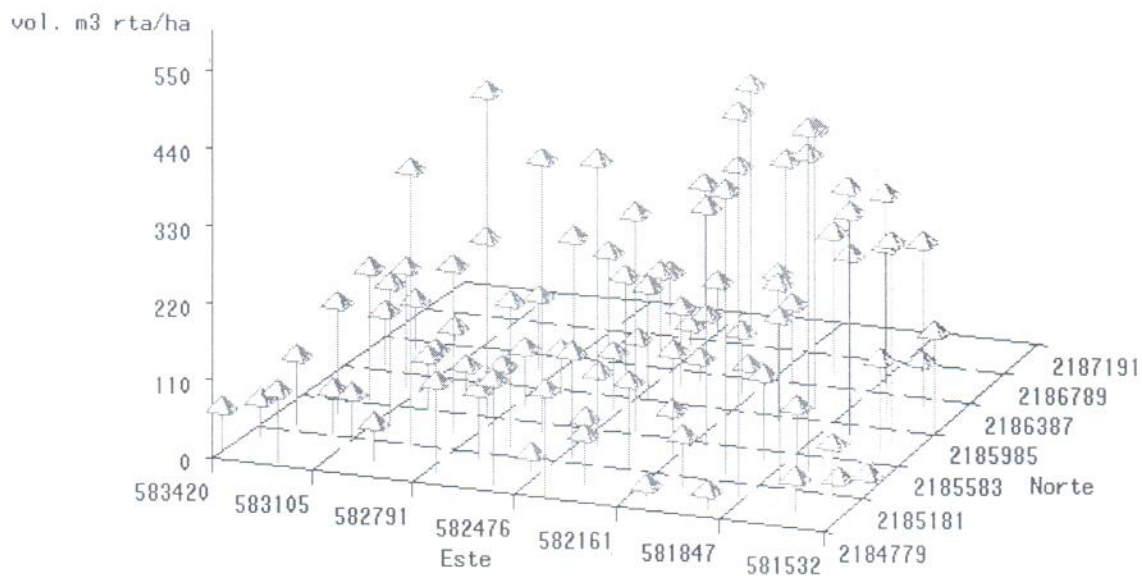


Figura 24. Distribución espacial del volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

Debido a la relación lineal existente entre el área basal y el volumen rta. si se compara la gráfica de la Figura 10 con aquella de la Figura 24, se podrá notar que ambas son muy similares, por lo que se utilizaron los mismos valores para *lagdistance* y *maxlag* que en el caso del análisis del área basal. En particular, para la obtención de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el volumen rta se utilizó el Programa 13 del Apéndice, empleando los mismos valores de *lagdistance*=128 y de *maxlag*=17 que en el caso del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal. Por lo que de lo anterior, en el Cuadro 9 se presentan los resultados conseguidos de dicho Programa 13 del Apéndice para los valores del volumen rta de los semivariogramas estándar y robusto; en tanto que sus respectivas gráficas se presentan en la Figura 25.

Cuadro 9. Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

Valor del intervalo de clase (en LAGDIST= unidades)	Número de pares en la clase de distancia	Promedio del intervalo de distancia por clase en metros	Semivariograma estándar	Semivariograma robusto
0	1	56.57	6.20	6.51
1	38	160.01	24431.95	22910.95
2	245	249.98	14251.38	11035.21
3	221	406.68	17488.89	14537.30
4	263	500.38	17149.72	14962.72
5	367	640.12	17393.16	16702.48
6	325	765.99	18770.36	17377.63
7	407	892.15	18123.05	16499.36
8	361	1029.40	15881.39	14183.16
9	341	1153.99	18972.33	16517.27
10	316	1281.01	20269.53	18885.55
11	293	1407.02	15966.27	13626.46
12	245	1531.82	17404.75	14621.44
13	207	1658.78	13959.88	12400.83
14	158	1791.98	12690.98	8974.46
15	86	1921.17	18559.37	14517.81
16	63	2036.46	9657.22	8179.12
17	43	2170.60	16145.28	19142.60

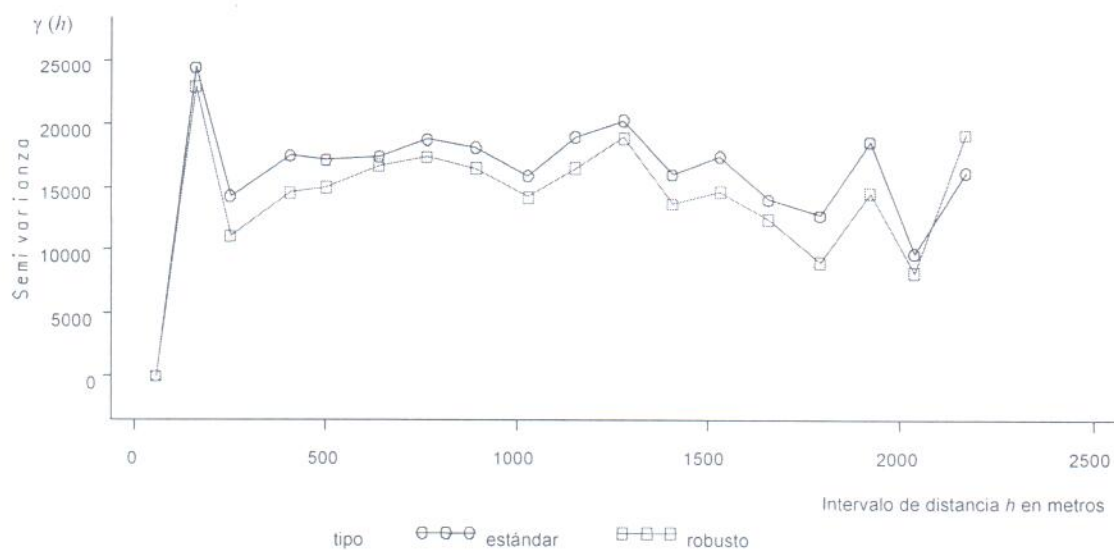


Figura 25. Semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

Después de hacer el ajuste por mínimos cuadrados utilizando regresión no lineal a los modelos de Gauss, esférico, exponencial y potencia para los valores del promedio del intervalo de distancia por clase y aquellos correspondientes al semivariograma robusto tomados del Cuadro 9, asimismo con el análisis de varianza para cada modelo se hizo un cuadro resumen con la suma de cuadrados del error y el coeficiente de determinación (Cuadro 17 del Apéndice), se escogió el modelo exponencial (Cuadro 18 y 19 del Apéndice) ya que tuvo la menor suma de cuadrados del error (3.0491×10^8) y el mayor coeficiente de determinación R^2 (0.9246).

La gráfica del semivariograma experimental para el volumen rta en su versión robusta ajustado al modelo exponencial se muestra en la Figura 26.

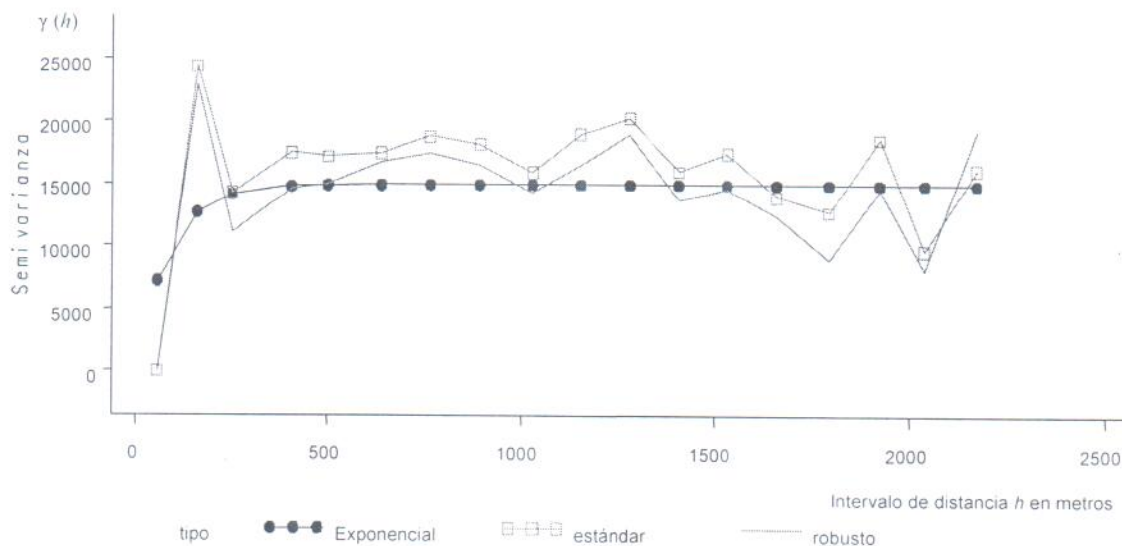


Figura 26. Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo exponencial para el volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

El modelo exponencial que fue seleccionado explica el 92.46% de la variación de valores observados para el volumen rta en la totalidad de la región

estudiada, por lo que se puede considerar como adecuado y no es coincidencia que sea el mismo modelo que en el caso correspondiente al área basal debido a la relación lineal ya comentada. Por su parte, la amplitud en la que los puntos muestrales se encuentran autocorrelacionados resultó ser de 255.4 metros (Cuadro 19 del Apéndice).

Una vez que el modelo exponencial fue seleccionado por haber tenido el mejor ajuste, mediante la utilización del Programa 14 del Apéndice, se estimaron los valores de volumen rta/ha para una retícula regular con separación a cada 100 metros para las coordenadas extremas de la zona de estudio que son 581400 a 583600 este y 2184700 a 2187500 norte. La gráfica resultante se tiene en la Figura 27.

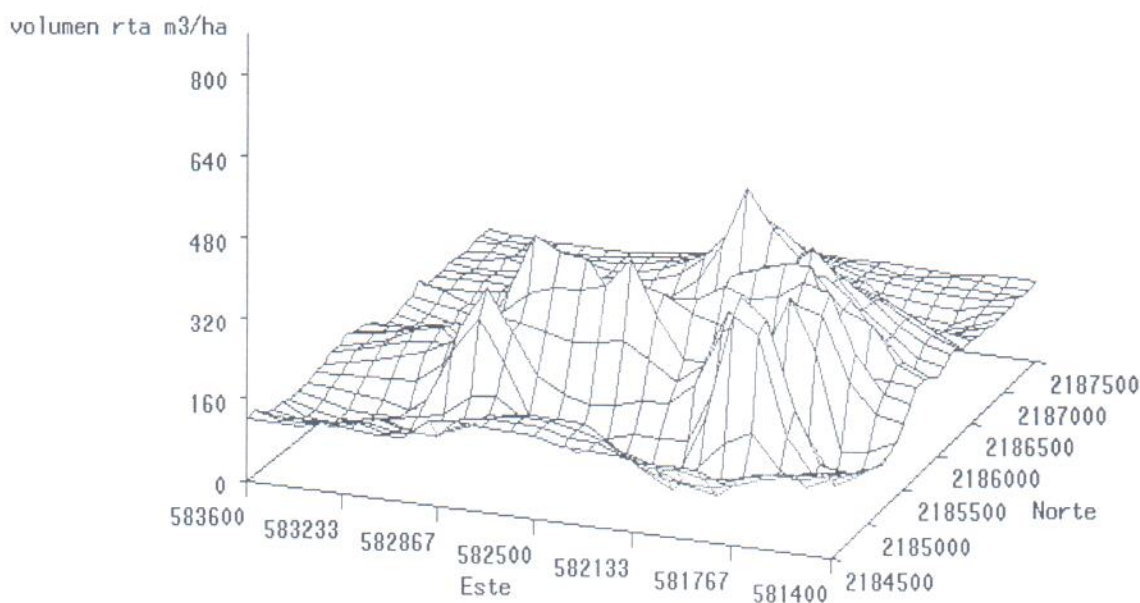


Figura 27. Gráfica de superficie de los valores estimados para el volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

En la Figura 27 se observan valores estimados inusuales al igual que en el caso de la Figura 15 correspondiente al área basal en la totalidad de la región en estudio.

Por otra parte, la gráfica con la distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krigé para el volumen rta/ha del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones se muestra en la Figura 11 del Apéndice.

En lo concerniente al rodal 1, mediante el Programa 15 del Apéndice se obtuvo la gráfica de la distribución espacial del volumen rta (Figura 28).

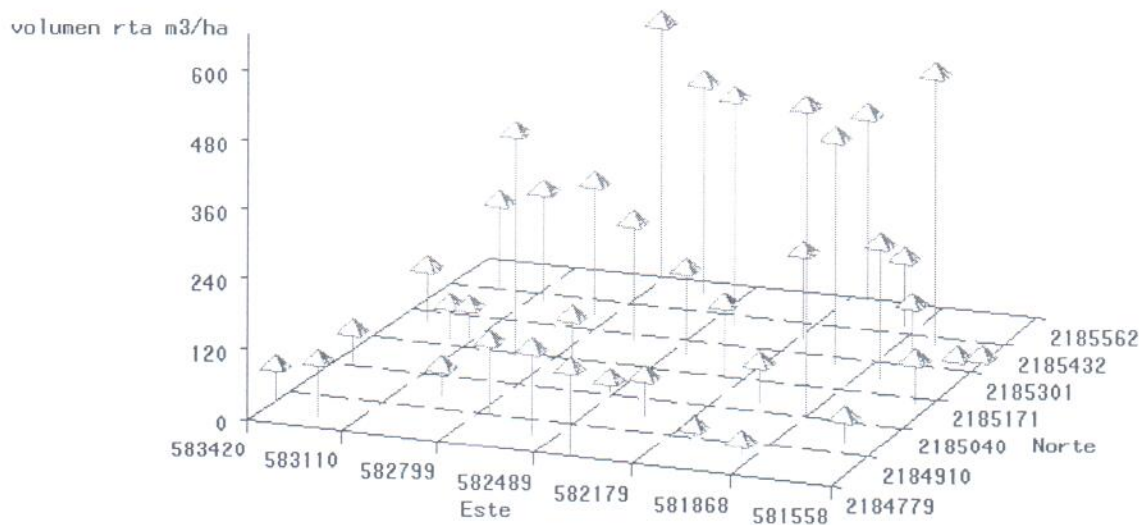


Figura 28. Distribución espacial del volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.

Los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el conjunto de datos del rodal 1, fueron generados con uso del Programa 16 del Apéndice, al emplear los valores $lag = 135$ y $maxlag = 10$ en el enunciado *compute* del procedimiento *proc variogram*, resultando con esto el Cuadro 10.

Cuadro 10. Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.

Valor del intervalo de clase (en LAGDIST= unidades)	Número de pares en la clase de distancia	Promedio del intervalo de distancia por clase	Semivariograma estándar	Semivariograma robusto
0	1	56.57	6.20	6.51
1	31	173.81	25243.38	17732.90
2	87	258.49	19540.75	16235.26
3	108	429.25	22524.77	15640.20
4	63	546.06	24851.55	24522.46
5	97	665.59	21648.21	19919.53
6	71	820.96	23488.57	22846.08
7	51	927.00	22484.33	17860.54
8	63	1074.74	21105.91	16959.84
9	33	1223.51	26020.56	24813.05
10	36	1336.23	30143.91	25576.47

Las gráficas respectivas de los semivariogramas estándar y robusto se presentan en la Figura 29.

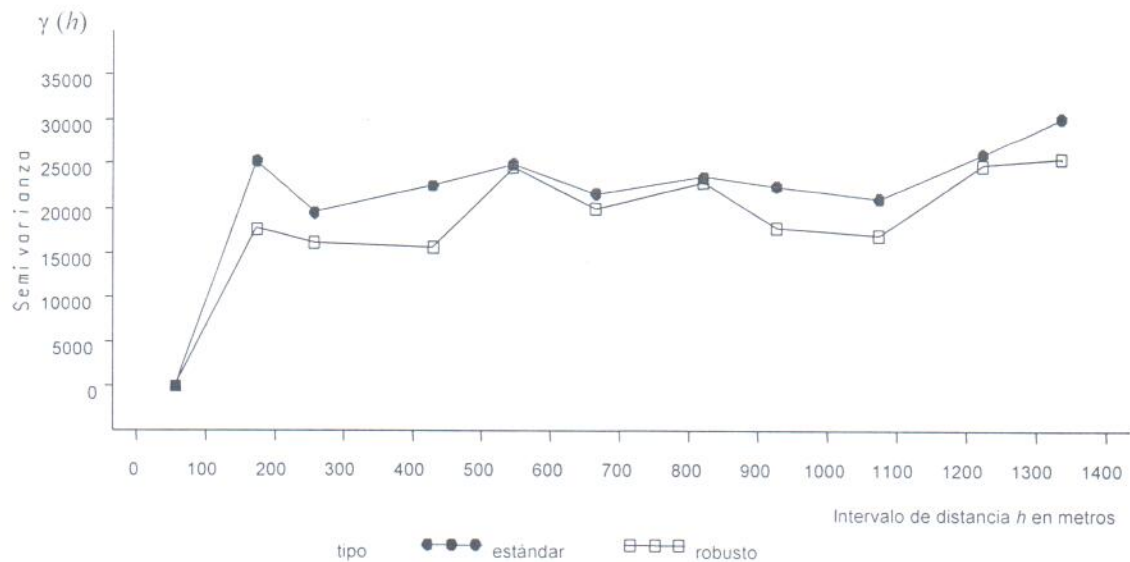


Figura 29. Semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.

De la misma manera que en todos los casos anteriores, una vez realizado el ajuste por mínimos cuadrados utilizando regresión no lineal a los modelos de Gauss, esférico, exponencial y potencia; así como el análisis de varianza para cada modelo se hizo un cuadro resumen con la suma de cuadrados del error y el coeficiente de determinación (Cuadro 20 del Apéndice), y se escogió el modelo de Gauss (Cuadros 21 y 22 del Apéndice) ya que tuvo la menor suma de cuadrados del error (1.3306×10^8) y el mayor coeficiente de determinación R^2 (0.9685).

La gráfica del semivariograma experimental para el volumen rta en su versión robusta ajustado al modelo de Gauss se muestra en la Figura 30. En este caso, la amplitud en la que los puntos muestrales se encuentran autocorrelacionados resultó ser de 151.4 metros (Cuadro 22 del Apéndice).

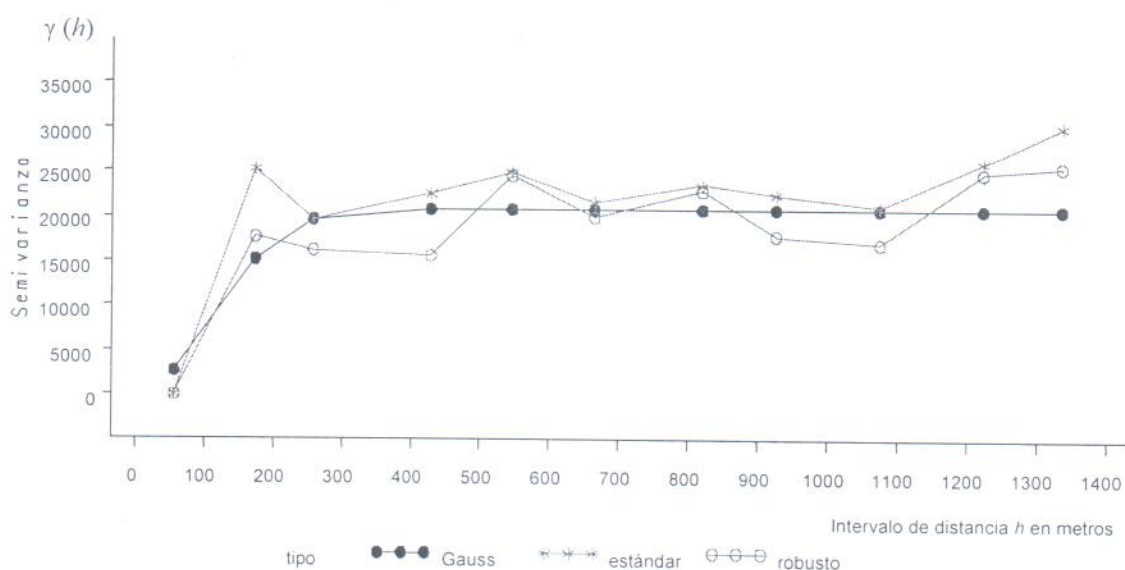


Figura 30. Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo de Gauss para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.

Utilizando entonces el modelo de Gauss en el Programa 17 del Apéndice, se estimaron los valores de volumen rta/ha para una retícula regular con separación a cada 90 metros para las coordenadas extremas del rodal 1 que son 581400 a 583600 este y 2184700 a 2185600 norte. En la figura 31 se tiene la gráfica resultante.

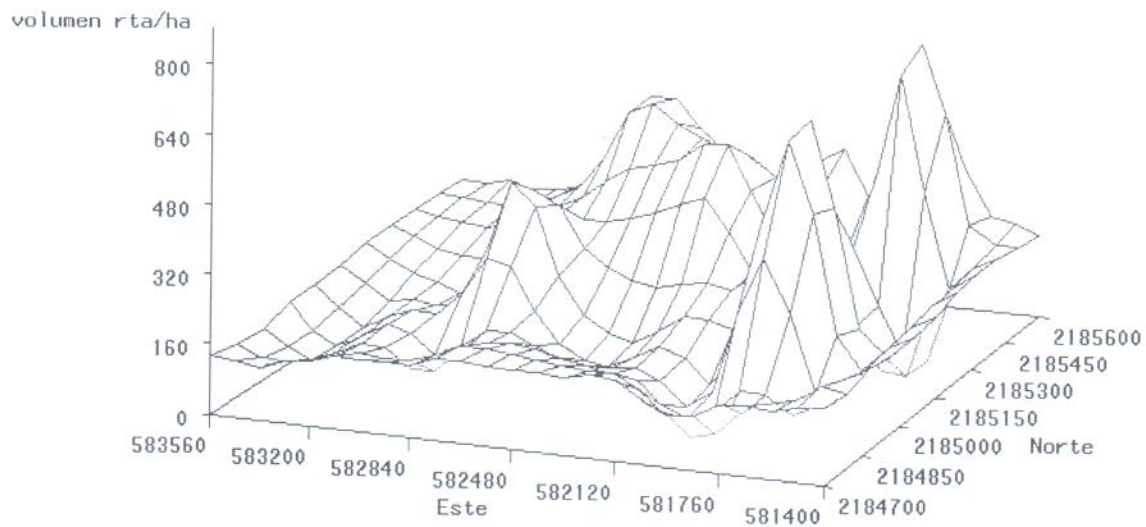


Figura 31. Gráfica de superficie de los valores estimados para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.

La gráfica con la distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1 se muestra en la Figura 13 del Apéndice.

En lo que respecta al rodal 2, mediante el Programa 18 del Apéndice se obtuvo la gráfica de la distribución espacial del volumen rta para advertir posibles tendencias (Figura 32).

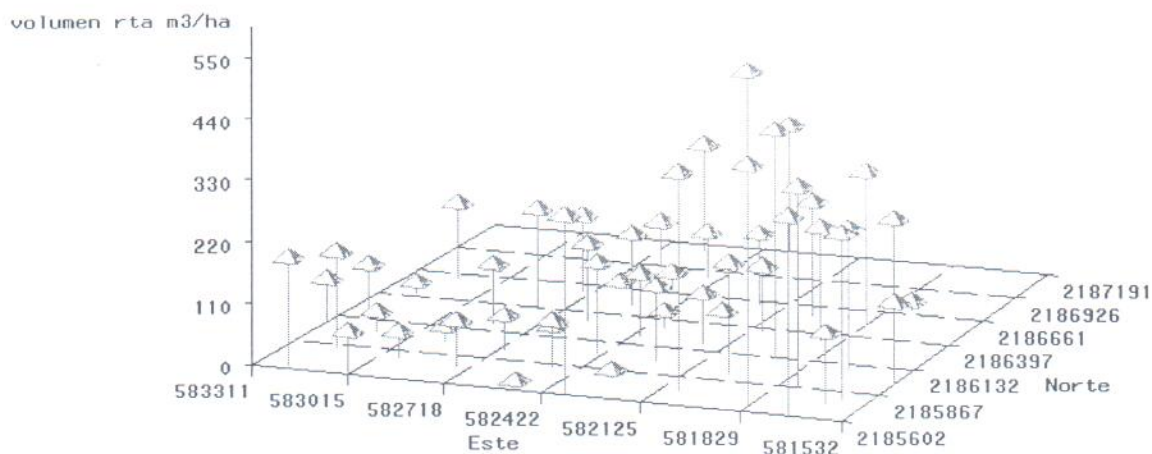


Figura 32. Distribución espacial del volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.

Los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el conjunto de datos del rodal 2, fueron generados con uso del Programa 16 del Apéndice, al emplear los valores $lag = 149$ y $maxlag = 11$ en el enunciado *compute* del procedimiento *proc variogram*, resultando con esto el Cuadro 11.

Cuadro 11. Resultados de los semivariogramas experimentales estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.

Valor del intervalo de clase (en LAGDIST= unidades)	Número de pares en la clase de distancia	Promedio del intervalo de distancia por clase	Semivariograma estándar	Semivariograma robusto
0	1	66.76	13300.32	13985.61
1	68	195.33	7386.94	6919.59
2	96	295.52	8168.85	7161.28
3	169	452.92	10219.29	9644.48
4	159	606.75	10008.66	8827.17
5	177	738.99	13450.12	12599.41
6	184	895.57	14102.78	14390.73
7	138	1042.62	15250.18	14319.93
8	108	1179.41	17930.05	19007.73
9	110	1338.00	19943.38	23319.29
10	59	1495.43	18094.01	23497.00
11	37	1616.34	11489.28	12799.39

Las gráficas respectivas de los semivariogramas estándar y robusto se presentan en la Figura 33.

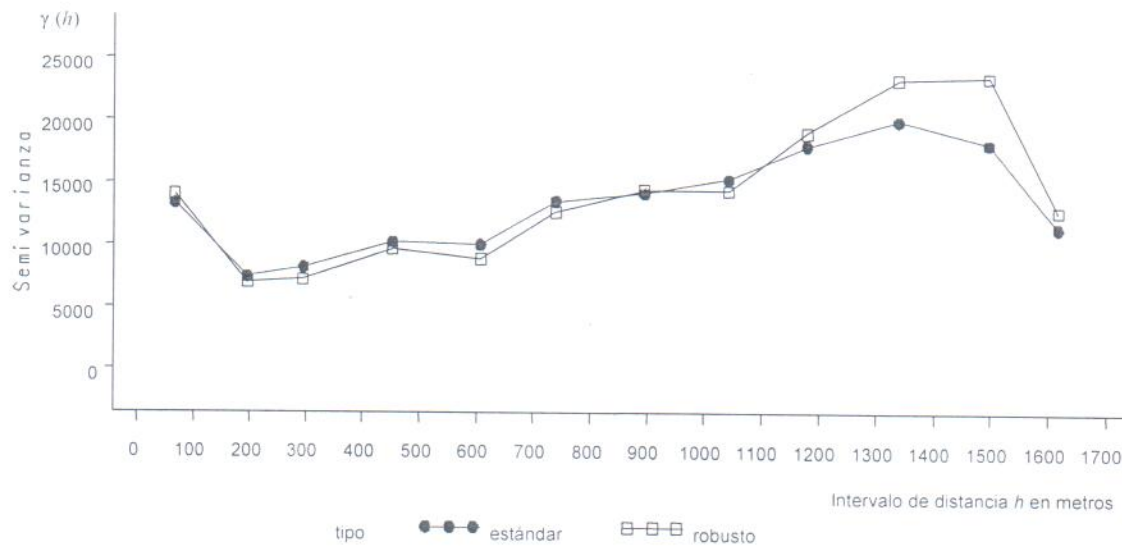


Figura 33. Semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.

De igual manera que los casos anteriores, una vez realizado el ajuste por mínimos cuadrados utilizando regresión no lineal con los modelos de Gauss, esférico, exponencial y potencia; así como el análisis de varianza para cada modelo se hizo un cuadro resumen con la suma de cuadrados del error y el coeficiente de determinación (Cuadro 23 del Apéndice), y se escogió el modelo potencia (Cuadros 24 y 25 del Apéndice) ya que tuvo la menor suma de cuadrados del error (2.0829×10^8) y el mayor coeficiente de determinación R^2 (0.9216).

La gráfica del semivariograma experimental para el volumen rta en su versión robusta ajustado al modelo potencia se muestra en la Figura 34.

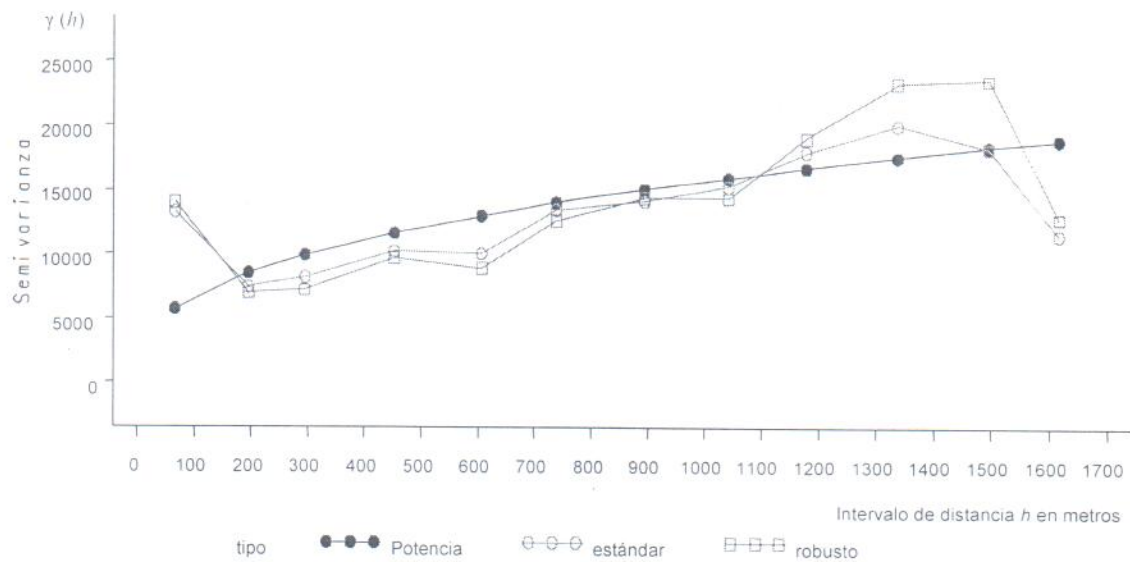


Figura 34. Semivariogramas experimental y ajustado para el modelo potencia para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.

El Programa 17 del Apéndice con el modelo potencia, estimó los valores del volumen rta/ha para una retícula regular con separación a cada 90 metros para las coordenadas extremas del rodal 2 que son 581400 a 583400 este y 2185600 a 2187200 norte. La gráfica obtenida se muestra en la Figura 35.

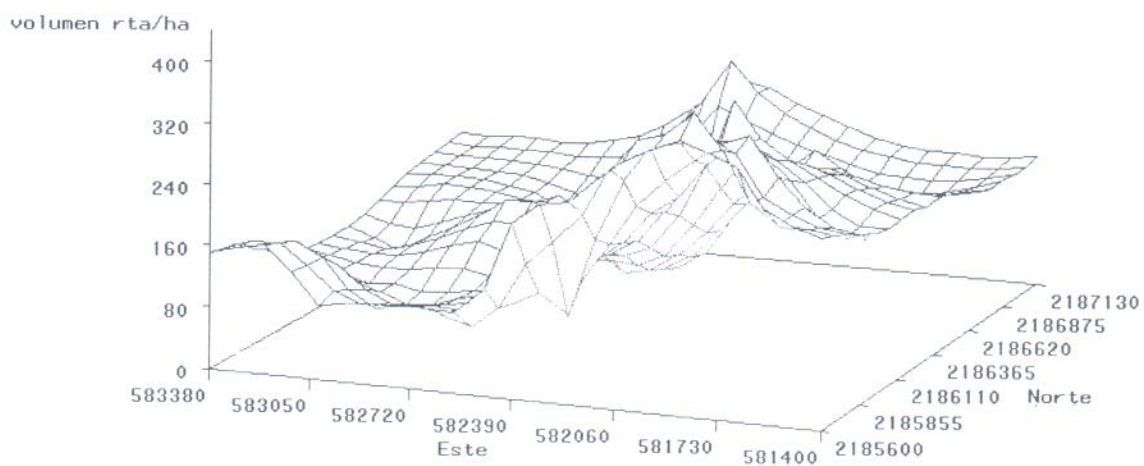


Figura 35. Gráfica de superficie de los valores estimados para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.

La gráfica con la distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2 se muestra en la Figura 13 del Apéndice.

De los tres casos tratados para el volumen rta, se desprende que la relación lineal a que ya se ha hecho referencia con anterioridad, provoca que exista una marcada similitud con el área basal en lo que respecta a las gráficas de los semivariogramas experimentales y por consecuencia también de los modelos que mejor se ajustan al conjunto de datos en cuestión. En consecuencia, la validación solamente se practicó a la variable volumen rta.

Entonces, el procedimiento de validación del método de Krige con el modelo que mostró el mejor ajuste, se utilizó para evaluar la validez de las estimaciones hechas y además para decidir si la partición de la región estudiada en dos rodales mejoró la estimación de la variable de interés. Para efecto de lo anterior, se utilizó la técnica de remuestreo “Jackknife” aplicada en los Programas 21, 22 y 23 del Apéndice; con lo se obtuvieron las medias generales de los valores observados en cada caso y de sus correspondientes estimados de Krige. Los resultados se presentan en el Cuadro 12.

Cuadro 12. Comparación de los valores observados $Z(x)$ y los estimados de Krige $\hat{Z}(x)$ para el volumen rta.

	Media (m ³ /ha)		Desviación estándar	
	$Z(x)$	$\hat{Z}(x)$	$Z(x)$	$\hat{Z}(x)$
Totalidad de la región	164.981	166.069	130.610	77.620
Rodal 1	177.034	180.616	149.947	95.122
Rodal 2	156.172	155.101	115.196	69.140

Del Cuadro inmediato anterior se puede apreciar que los valores observados y los estimados para cada uno de los casos analizados son muy similares, sin embargo la desviación estándar de los estimados siempre es menor comparada con aquella de los valores observados, esto último puede deberse a la continuidad propia del método de estimación de Krige. Por lo tanto se corrobora que los estimadores de Krige son interpoladores muy buenos y confiables.

Ahora bien, los resultados obtenidos de los ya mencionados Programas 21, 22 y 23 del Apéndice procesados con el auxilio de la hoja de cálculo Excel, se obtuvo el coeficiente de determinación para las desviaciones existentes entre los valores observados y los estimados aplicando el modelo

$$\sum_{i=1}^n \{Z(x_i) - Z(x)\}^2 = \sum_{i=1}^n \{Z(x_i) - \hat{Z}(x_i)\}^2 + \sum_{i=1}^n \{\hat{Z}(x_i) - Z(x)\}^2$$

donde:

$$\sum_{i=1}^n \{Z(x_i) - Z(x)\}^2 = \text{suma de cuadrados total corregida}$$

$$\sum_{i=1}^n \{Z(x_i) - \hat{Z}(x)\}^2 = \text{suma de cuadrados del error}$$

$$\sum_{i=1}^n \{\hat{Z}(x_i) - Z(x)\}^2 = \text{suma de cuadrados del modelo}$$

Los coeficientes de determinación para cada caso estudiado se presentan en el Cuadro 13.

Cuadro 13. Sumas de cuadrados de las desviaciones y coeficientes de determinación de las regiones estudiadas para el volumen rta.

	Suma de cuadrados del error	Suma de cuadrados total corregida	Suma de cuadrados del modelo	Coefficiente de determinación R^2
Totalidad de la región	1454444.91	1518248.42	536319.605	0.3532
Rodal 1	1110467.31	831913.927	335269.072	0.4030
Rodal 2	480649.316	676778.873	243857.617	0.3603

Como mera referencia, al adicionar la suma de cuadrados del error del rodal 1 a la suma de cuadrados del error del rodal 2 resulta la cantidad de 1591116.626, misma que es superior a la suma de cuadrados del error para la totalidad de la región, sin embargo, si se promedia la proporción de variación que explican los modelos ajustados al rodal 1 y al rodal 2 resulta 38.17% que es superior a la correspondiente proporción de variación de la totalidad de la región. Entonces la partición de la región estudiada en dos rodales mejora la confiabilidad de las estimaciones, aunque también es cierto que dicha mejora en éste caso resulta de poca magnitud.

5. CONCLUSIONES GENERALES

La metodología propuesta resulta más eficaz en regiones no intervenidas con cortas silvícolas previas, sin embargo esto no implica que no sea posible utilizarla en rodales bajo manejo con buenos resultados.

En el caso de presentarse en la región en estudio subregiones con características particulares entre sí con respecto a la variable de interés, es recomendable hacer el análisis individual para cada una de dichas subregiones.

La metodología estudiada permite su aplicación a regiones relativamente pequeñas siempre y cuando se disminuyan los intervalos de distancia entre los sitios de muestreo con la finalidad de incluir en el análisis cuando menos a 30 de éstos.

La veracidad de los valores estimados se considera conveniente y adecuada para con esto reducir el número de sitios de muestreo necesarios en un inventario forestal y con esto disminuir los costos implicados. Sin embargo sería conveniente efectuar análisis adicionales de validación utilizando la técnica de Jackknife.

Debido a que las variables volumen rta así como el área basal se relacionan linealmente entre sí, los resultados que se obtienen del análisis espacial con una o con otra variable pueden resultar muy similares.

Dado que el volumen rta, no refleja la distribución diamétrica del arbolado en la región estudiada, se recomienda en futuros trabajos incluir a aquella en el análisis

espacial con la finalidad de ampliar la utilidad práctica de la metodología usada en los inventarios de recursos forestales maderables.

Si bien, los datos utilizados en la presente investigación fueron obtenidos mediante el muestreo sistemático, el análisis puede ser aplicado al muestreo simple aleatorio proporcionando las coordenadas de los puntos muestrales.

6. LITERATURA CITADA

- ANNELS, A. E. 1991. Mineral deposit evaluation, a practical approach. Chapman & Hall, London. 436 p.
- ARTEGA-MARTINEZ, B. 1985. Índice de sitio para *Pinus patula* Schl et Cham., en la región Chignahuapan-Zacatlán, Puebla. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Chapingo, México. 181 p.
- BELLEHUMEUR, C., MARCOTTE, D., and P. LEGENDRE. 2000. Estimation of regionalized phenomena by geostatistical methods: lake acidity on the Canadian Shield. Environmental geology. 63: (3-4), 211-220.
- BIONDI, F., MYERS, D.E. and C.C. AVERY. 1994. Geostatistically modelling stem size and increment in an old-growth forest. Can. J. For. Res. 24: 1354-1368.
- CHRISTENSEN, R. 1991. Linear models for multivariate, time series, and spatial data. Springer, New York. 318 p.
- CLARK, I. 1979. Practical geostatistics. Applied Sciences Publisher, London. 129 p.
- COCHRAN, W.G. 1980. Técnicas de muestreo. CECSA. México. 513 p.
- CRESSIE, N.A. 1991. Statistics for spatial data. John Wiley & Sons, New York, N.Y. 900 p.
- CLUTTER, J. L., J. C. FORSTON, L. V. PIENAAR, G. H. BRISTER and R. L. BAILEY. 1992. Timber management: a quantitative approach. John Wiley and Sons, Inc. New York. 333 p.
- DAVID, M. 1977. Geostatistical ore reserve estimation. Developments in geomathematics 2. Elsevier, Amsterdam. 364 p.
- DAVIS, J.C. 1973. Statistics and data analysis in geology. Wiley, New York.
- EFRON, B. 1982. The Jackknife, the Bootstrap and other resampling plans. Philadelphia: SIAM.
- _____. 1992. Jackknife-after-bootstrap standard errors and influence functions. J. Royal Statist. Soc. B. 54: 83 – 127.
- EGUILUZ-PIEDRA, T. 1978. Ensayo de integración de los conocimientos sobre el género Pinus en México. Tesis Profesional. Departamento de Enseñanza,

Investigación y Servicio en Bosques-Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, Mex., 623 p.

EL-SHAIFY N. 1999. Digital terrain modelling. Geomatics Engineering Dept., The University of Calgary. <http://www.ics.calgary.ca/html>

FAO (UNITED NATIONS FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION). 1981. Manual of forest inventory. FAO Forestry Paper 27. 200 p.

GARCIA, E. 1981. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen (para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana). 3ra. Ed. Enriqueta García de Miranda, México.

GLOVER, D. M. 2000. Objective mapping and kriging. 12.747 Lecture 5: Section 4: <http://www.w3eos.who.edu/12.747/notes/lect05/105s04.html>

HUSCH, B. 1963. Forest mensuration and statistics. The Ronald Press Co. New York. 474 p.

INEGI (INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA, GEOGRAFIA E INFORMATICA). 1987. Síntesis geográfica, nomenclator y anexo cartográfico del estado de Puebla. México. 56 p.

_____. 1990. Guías para la interpretación de cartografía, geología. 2ª. Reimpresión. INEGI. México. 32 p.

_____. 1990. Guías para la interpretación de cartografía, edafología. 2ª. Reimpresión. INEGI. México. 48 p.

ISAAKS, E.H. and R.M. SRIVASTAVA. 1989. An introduction to applied geostatistics. Oxford University Press, New York, NY. 561 p.

JOURNEL, A.G. and C.J. HUIJBREGTS. 1978. Mining geostatistics. Academic Press, London. 600 p.

JEFFERS, J.R. 1982. Modelling. Chapman and Hall, London.

KöHL, M. and G. GERTNER. 1997. Geostatistics in evaluating forest damage surveys: considerations on methods for describing spatial distributions. Forest Ecology and Management. 95: 2, 131-140.

KRIGE, D.G. 1951. A statistical approach to some basic mining valuation problems on the Witwatersrand. J. Chem. Metall. Min. Soc. S. Afr. 52: 6, 119-139.

_____. 1966. Two-dimensional weighted moving average trend surfaces for ore evaluation. In Proceedings of the Symposium on Mathematical Statistics

- and Computer Applications in Ore Valuation. J. S. Afr. Inst. Min. Metall. 66, 13-38.
- LEGENDRE, P. 1993. Spatial autocorrelation: trouble or new paradigm?. Ecology, 74: 6, 1659-1673.
- MAS-PORRAS, J. 1970. Instructivo para realizar análisis troncales. Bol. Div. Inst. Nal. Invest. For. México. No. 23. 10 p.
- MATERN, B. 1960. Spatial variation. Medd. Statens Skogsforskningsinst. 49: 5, 1-144.
- MATHERON, G. 1963. Principles of geostatistics. Econ. Geol. 58: 1246-1266.
- _____. 1971. The theory of regionalized variables and its applications. Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique De Fontainebleau No.5. École Nationale Supérieure des Mines de Paris. 211 p.
- PHILIP, M.S. 1994. Measuring trees and forest. CAB International. 2nd ed. Wallingford, UK. 310 p.
- PRODAN, M., R. PETERS, F. COX y P. REAL. 1997. Mensura forestal. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura. Costa Rica, 586 p.
- RAMIREZ-MALDONADO, H. 1988. On the relevance of geostatistical theory and methods to forest inventory problems. Ph.D. Thesis. University of Georgia. 163 p.
- REZA, H. 1998. Statistical methods for environmental and agricultural sciences. CRC Press. Boca Raton, Fl. 439 p.
- RIPLEY, B.D. 1981. Spatial statistics. John Wiley & Sons. New York. 252 p.
- ROBERTSON, G.P. 1987. Geostatistics in ecology: interpolating with known variance. Ecology. 68:3, 744-748.
- ROMAHN-DE LA VEGA, C.F., RAMIREZ-MALDONADO, H. y TREVIÑO-GARCIA, J.L. 1987. Dendrometría. Serie de apoyo académico No. 26. División de Ciencias Forestales-Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 387 p.
- ROMERO-GUTIERREZ, Y.E. 1993. Análisis del crecimiento de *Pinus patula* Schl. et Cham. en diferentes niveles de competencia intraespecífica, en Huayacocotla, Ver. Tesis de Maestría. División de Ciencias Forestales-Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 192 p.

- SAMRA, J.S., H.S. GILL and V.K. BHATIA. 1989. Spatial stochastic modelling of growth and forest resource evaluation. *Forest Science*, 35: 3. 663-676.
- SHAROV, A. 1995. 2.4. Elements of geostatistics.
<http://www.gyps moth.ento.vt.edu/~sharov/PopEcol/lec2/geostat.html>
- SNEDECOR, G.W. and W.G. COCHRAN. 1989. Statistical methods. Iowa State University Press. 8th ed. Ames, Iowa. 503 p.
- SPURR, S.M. 1952. Forest inventory. The Ronald Press Co. New York. 476 p.
- URBAN, D.L. 2001. Spatial analysis in ecology. Geostatistical data analysis.
<http://www.css.cornell.edu/courses/html>
- VELA-GALVEZ, L. 1980. Contribución a la ecología de Pinus patula. Pub. Esp. No. 19, I.N.I.F., México. 109 p.
- WELLMER, F.W. 1998. Statistical evaluations in exploration for mineral deposits. Springer. Berlin. 1998. 379 p.
- WORMALD, T.J. 1975. Pinus patula. Tropical Forestry Papers No. 7. Comm. For. Inst., Oxford, England. 234 p.
- YOST, R. S., G. UEHARA and R. L. FOX. 1982. Geostatistical analysis of soil chemical properties of large land areas. I. Semi-variograms. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 46: 1028-1032.
- ZAVALA-CHAVEZ, F. 1990. Clave para la identificación de especies de Pinus de México. Un enfoque sistemático. Serie de apoyo académico No. 41, DICIFO, Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, Méx.
- ZEPEDA-BAUTISTA, E. M.; ESTRADA, O. y ESPARZA, S. 1990. Ecuaciones para estimar volúmenes y alturas comerciales de tres especies de pino del noroeste de Chihuahua. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Boletín técnico No. 25. Serie Técnica.
- ZIMMERMAN, D.L. 1993. Another look at anisotropy in geostatistics. *Math. Geol.* 25: 453-470.

7. APÉNDICE

Programa 1. Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal.

```

/*****
/*          ANÁLISIS INICIAL
/*
/*
/*
/* DESCRIPCIÓN: Este programa realiza las gráficas de dispersión
/* de los sitios de muestreo y de distribución espacial del área basal. Asimismo determina el número
/* de clases e intervalos de distancia exploratorios
/*
/*
/*
/*
*****/
data ablow;
    input sitio basal east north;
    cards;
78 14.114 582376 2184779
79  5.342 582318 2184973
80 10.723 582240 2185169
81  4.590 582161 2185367
88  1.878 582108 2184916
89  5.200 582046 2185076
67 12.618 582562 2184846
.      .      .      .
.      .      .      .
.      .      .      .
;
data abhigh;
    input sitio basal east north;
    cards;
83 28.602 582069 2185735
84 27.986 582004 2185934
85 32.216 581943 2186125
86 19.197 581886 2186317
87 31.680 581830 2186510
.      .      .      .
.      .      .      .
.      .      .      .
;
data entire; set ablow abhigh;
    proc print;
    run;
/*****
/*  DESCRIPCION: Esta parte del programa realiza la grafica
/* de dispersión de los puntos muestrales.
/*
/*
*****/
proc gplot data=entire;
    title 'Diagrama de dispersión de puntos muestrales';
    plot north*east / frame cframe=ligr haxis=axis1
    vaxis=axis2;

```

```

symbol1 v=dot color=blue;
axis1 minor=none;
axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0);
label east = 'Este'
north = 'Norte'
      basal = 'Area basal'
;
proc print;
run;

/*****
/*  DESCRIPCIÓN:  Realiza la gráfica de distribución          */
/*                espacial del área basal.                    */
/*                                                         */
/*                                                         */
/*                                                         */
*****/

proc g3d data=entire;
  title 'Distribución espacial del área basal';
  scatter east*north=basal / xticknum=7 yticknum=7 zticknum=6
  caxis=black
  zmin=0 zmax=50
  ;
  label east = 'Este'
        north = 'Norte'
        basal = 'A. basal';
run;

/*****
/*  DESCRIPCION:  Determinación del numero de clases          */
/*                e intervalos de distancia.                  */
/*                                                         */
/*                                                         */
/*                                                         */
*****/

proc variogram data=entire outdistance=salida;
  compute nhc=24 novariogram;
  coordinates xc=east yc=north;
  var basal;
run;
title 'OUTDISTANCE=Intervalos de distancia';
proc print data=salida;
run;
data salida; set salida;
      mdpt=round((lb+ub)/2,0.1);
      label mdpt = 'Punto medio del intervalo de distancia';
proc print;
run;
axis1 minor=none;
axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0);
title 'Distribución de parejas de distancia';
proc gchart data=salida;
      vbar mdpt / type=sum sumvar=count discrete frame
      cframe=llgr gaxis=axis1 raxis=axis2 nolegend;
run;

```


Programa 2. Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el área basal, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.

```

/*****
/*          SEMIVARIOGRAMA ROBUSTO          */
/*                                          */
/*                                          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera las curvas ajustadas a */
/*              los modelos de Gauss, Esférico, Exponencial */
/*              y Potencia para la version robusta del semi_ */
/*              variograma, considerando la totalidad de los */
/*              valores observados mediante el muestreo para */
/*              el área basal.                */
/*                                          */
*****/

data ablow;
    input sitio basal east north;
    cards;
78 14.114 582376 2184779
79  5.342 582318 2184973
80 10.723 582240 2185169
81  4.590 582161 2185367
88  1.878 582108 2184916
89  5.200 582046 2185076
67 12.618 582562 2184846
.      .      .      .
.      .      .      .
.      .      .      .
;
data abhigh;
    input sitio basal east north;
    cards;
83 28.602 582069 2185735
84 27.986 582004 2185934
85 32.216 581943 2186125
86 19.197 581886 2186317
87 31.680 581830 2186510
.      .      .      .
.      .      .      .
.      .      .      .
;
data entire; set ablow abhigh;
    proc print;
    run;

/*****
/*  DESCRIPCION: Determinacion de los valores y de las gráfi- */
/*              cas del semivariograma muestral en sus ver-   */
/*              siones estándar y robusto.                    */
/*                                          */
*****/

```

```

proc variogram data=entire outvar=result;
  compute lagd=128 maxlag=17 robust;
  coordinates xc=east yc=north;
  var basal;
  proc print data= result(keep=distance variog rvario);
  run;
  title 'OUTVAR= Resultados del semivariograma experimental';
  proc print data=result label;
    var lag count distance variog rvario;
  run;
  data outv2; set result;
    vari=variog; type = 'estándar'; output;
    vari=rvario; type = 'robusto'; output;

  proc print;
  run;

  title 'Semivariogramas estándar y robusto para el área
  basal';

proc gplot data=outv2;
  plot vari*distance=type / frame cframe=ligr
  vaxis=axis2 haxis=axis1;
  symbol1 i=join l=1 c=blue;
  symbol2 i=join l=1 c=red v=circle;
  axis1 order=(0 to 2500 by 500)minor=none
    label=(c=black 'Intervalo de distancia')
    offset=(2,2);
  axis2 order=(0 to 200 by 50) minor=none
    label=(angle=90 rotate=0 c=black
    'Semivarianza')
    offset=(2,2);
  run;
  /*****
  /* DESCRIPCIÓN: Estimación de los parámetros y ajuste de */
  /* por mínimos cuadrados del semivariograma mues-*/
  /* tral en su versión robusta a los modelos de */
  /* Gauss, Esférico, Exponencial y Potencia. */
  /*****/

  /*Modelo de Gauss*/
  title 'Estimación de parámetros: Modelo de Gauss';
  proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
    parameters c0=120.3 a0=358.5;
    model rvario=c0*(1-exp(-1*distance**2/a0**2));
    der.c0=1-exp(-1*distance**2/a0**2);
    der.a0=-2*c0*(distance**2/a0**3)*exp(-1*distance**2/a0**2);
    output out=res parms=c0 a0;
  proc print data=res;
  run;
  data outv3; set res;
    if c0>0 and a0>0 then
      do;
        c0=c0;a0=a0;
        vari = c0*(1-exp(-
          1*distance*distance/(a0*a0)));
        type = 'Gauss'; output;

```

```

        vari = variog; type = 'estándar'; output;
        vari = rvario; type = 'robusto'; output;
        title 'Semivariogramas experimental y ajustado
        del área basal';
    end;
    else stop;
%macro ajuste;

    proc gplot data=outv3;
        plot vari*distance=type / frame cframe=ligr vaxis=axis2
            haxis=axis1;
        symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
        symbol2 i=join l=1 c=green ;
        symbol3 i=join l=1 c=red ;
        axis1 order=(0 to 2500 by 500)minor=none
            label=(c=black 'Intervalo de distancia')
offset=(2,2);
        axis2 order=(0 to 200 by 50) minor=none
            label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Semivarianza')
            offset=(2,2);
    run;
%mend ajuste;
%ajuste;

/*Modelo Esférico*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Esférico';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
    parameters c0=145.7 a0=1808.2;
    model rvario=c0*(1.5*(distance/a0)-0.5*((distance/a0)**3));
    der.c0=1.5*distance/a0-0.5*((distance/a0)**3);
    der.a0=c0*(-1.5*distance/(a0**2)+1.5*((distance**3/a0**4)));
    output out=res1 parms=c0 a0;
    proc print data=res1;
    run;
data outv3; set res1;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari = c0*(1.5*(distance/a0)-
            0.5*((distance/a0)**3));
            type = 'Esférico'; output;
            vari = variog; type = 'estándar'; output;
            vari = rvario; type = 'robusto'; output;
            title 'Semivariogramas experimental y ajustado
            del área basal';
        end;
    else stop;
%ajuste;

/*Modelo Exponencial*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Exponencial';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
    parameters c0=120.3 a0=358.5;
    model rvario=c0*(1-exp(-3*distance/a0));
    der.c0=1-exp(-3*distance/a0);
    der.a0=-3*c0*(distance/(a0**2))*exp(-3*distance/a0);

```

```

output out=res2 parms=c0 a0;
proc print data=res2;
run;
data outv3; set res2;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari = c0*(1-exp(-3*distance/a0));
            type = 'Exponencial'; output;
            vari = variog; type = 'estándar'; output;
            vari = rvario; type = 'robusto'; output;
            title 'Semivariogramas experimental y ajustado
del área basal';
        end;
    else stop;
%ajuste;

/*Modelo Potencia*/
title 'Estimacion de parámetros: Modelo Potencia';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
    parameters c0=32.7947 a0=0.1796;
    model rvario=c0*(distance**a0);
    der.c0=distance**a0;
    der.a0=c0*(distance**a0)*log(distance);
    output out=res3 parms=c0 a0;
    proc print data=res3;
    run;
data outv3; set res3;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari =c0*(distance**a0);
            type = 'Potencia'; output;
            vari = variog; type = 'estándar'; output;
            vari = rvario; type = 'robusto'; output;
            title 'Semivariogramas experimental y ajustado
del área basal';
        end;
    else stop;
%ajuste;

```


Programa 3. Efectúa la estimación de los valores del área basal para el conjunto de datos total en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.

```

/*****
/*          ESTIMACIÓN LOCAL DE KRIGE          */
/*          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera los valores estimados */
/*                para la variable área basal en una retícula */
/*                regular con separación entre puntos cada 90 */
/*                metros, y los muestra en una grafica de su- */
/*                perficie, así como los errores estándar de */
/*                estimación. */
/*                Nota: range=a0 scale=c0 */
*****/
data ablow;
    input sitio basal east north;
    cards;
78 14.114 582376 2184779
79  5.342 582318 2184973
80 10.723 582240 2185169
81  4.590 582161 2185367
.   .   .   .
.   .   .   .
.   .   .   .
;
data abhigh;
    input sitio basal east north;
    cards;
83 28.602 582069 2185735
84 27.986 582004 2185934
85 32.216 581943 2186125
86 19.197 581886 2186317
.   .   .   .
.   .   .   .
.   .   .   .
;
data entire; set ablow abhigh;
    proc print;
    run;
    proc krige2d data=entire outest=est;
    pred var=basal minp=12 maxp=30 r=3000;
    model scale=117.0 range=333.9 form=exponential;
    coord xc=east yc=north;
    grid x=581400 to 583600 by 90 y=2184700 to 2187500 by 90;
    proc print;
    run;
proc g3d data=est;
    title 'Estimación espacial del área basal';
    plot gyc*gxc=estimate / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
                                yticknum=7 zticknum=6
                                zmin=0 zmax=50;
    label gyc ='Norte'
          gxc ='Este'
          estimate = 'A. Basal';

```

```

run;
proc g3d data=est;
  title 'Distribución espacial de los errores estándar de los
        estimados de Krige';
  plot gxc*gyc=stderr / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
        yticknum=7 zticknum=6
        caxis=black
        zmin=0 zmax=15;
  label gyc = 'Norte'
  gxc = 'Este'
  stderr='Error std';
run;

```

Programa 4. Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto de datos del rodal 1 para el área basal.

```

/*****
/*          ANÁLISIS INICIAL          */
/*          */
/*          */
/* DESCRIPCIÓN: Este programa realiza las gráficas de dispersión */
/* de los sitios de muestreo y de distribución espa-*/
/* cial del área basal. Asimismo determina el número*/
/* de clases e intervalos de distancia exploratorios*/
/*          */
/*          */
/*          */
/*****/

data ablow;
input sitio basal east north;
cards;
  78 14.114 582376 2184779
  79  5.342 582318 2184973
  80 10.723 582240 2185169
  81  4.590 582161 2185367
  .   .       .       .
  .   .       .       .
  .   .       .       .
;

proc print;
proc gplot data=ablow;
  title 'Diagrama de dispersión de puntos muestrales';
  plot north*east / frame cframe=ligr haxis=axis1
  vaxis=axis2;
  symbol1 v=dot color=blue;
  axis1 minor=none;
  axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0);
  label east = 'Este'
  north = 'Norte'
  basal = 'Area basal'
  ;
proc print;
run;
proc g3d data=ablow;
  title 'Distribución espacial del área basal';
  scatter east*north=basal / xticknum=7 yticknum=7 zticknum=6
  caxis=black
  zmin=0 zmax=50
  ;
  label east = 'Este'
  north = 'Norte'
  basal = 'A. basal m2/ha';
  run;
proc variogram data=ablow outdistance=salida;
  compute nhc=15 novariogram;
  coordinates xc=east yc=north;
  var basal;
run;

```

```

        title 'OUTDISTANCE=Intervalos de distancia';
proc print data=salida;
run;
data salida; set salida;
        mdpt=round((lb+ub)/2,0.1);
        label mdpt = 'Punto medio del intervalo de distancia';

run;
        axis1 minor=none ;
        axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Frecuencia');
        title 'Distribución de parejas de distancia';
proc gchart data=salida;
        vbar mdpt / type=sum sumvar=count discrete frame
        cframe=ligr gaxis=axis1 raxis=axis2 nolegend;
run;

```


Programa 5. Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el área basal, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos del rodal 1. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.

```

/*****
/*          SEMIVARIOGRAMA ROBUSTO          */
/*                                          */
/* DESCRIPCIÓN: Este programa genera las curvas ajustadas a */
/* los modelos de Gauss, Esférico, Exponencial */
/* y Potencia para la versión robusta del semi_ */
/* variograma, considerando la totalidad de los */
/* valores observados mediante el muestreo para */
/* el área basal. */
/*                                          */
/*****/
data ablow;
input sitio basal east north;
cards;
  78 14.114 582376 2184779
  79  5.342 582318 2184973
  80 10.723 582240 2185169
  81  4.590 582161 2185367
  .  .  .  .
  .  .  .  .
  .  .  .  .
;
proc print;
proc variogram data=ablow outv=result;
  compute lagd=178 maxlag=10 robust;
  coordinates xc=east yc=north;
  var basal;
run;
  title 'OUTVAR= Resultados del semivariograma experimental';
proc print data=result label;
  var lag count distance variog rvario;
run;
data outv2; set result;
  vari=variog; type = 'estándar'; output;
  vari=rvario; type = 'robusto'; output;
run;
proc print;
  title 'Semivariogramas estándar y robusto para el área basal';

proc gplot data=outv2;
  plot vari*distance=type / frame cframe=ligr
  vaxis=axis2 haxis=axis1;
  symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
  symbol2 i=join l=1 c=red v=square;
  axis1 minor=none
  label=(c=black 'Intervalo de distancia')
  offset=(2,2);

```

```

axis2 order=(0 to 20 by 5) minor=none
      label=(angle=90 rotate=0 c=black
      'Semivariograma')
      offset=(2,2);

run;

/*****
/*  DESCRIPCIÓN:  Estimación de los parámetros y ajuste de
/*
/*                por mínimos cuadrados del variograma muestral*/
/*
/*                en su versión robusta a los modelos de Gauss,*/
/*                Esférico, Exponencial y Potencia.
/*
*****/

/*Modelo de Gauss*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo de Gauss';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
  parameters c0=120.6 a0=208.8;
  model rvario=c0*(1-exp(-1*distance**2/a0**2));
  der.c0=1-exp(-1*distance**2/a0**2);
  der.a0=-2*c0*(distance**2/a0**3)*exp(-1*distance**2/a0**2);
  output out=res parms=c0 a0;
  proc print data=res;
  run;
data outv3; set res;
  if c0>0 and a0>0 then
    do;
      c0=c0;a0=a0;
      vari = c0*(1-exp(-
      1*distance*distance/(a0*a0)));
      type = 'Gauss'; output;
      vari = variog; type = 'estándar';output;
      vari = rvario; type = 'robusto'; output;
      title 'Semivariogramas experimental y ajustado
      para el área basal';
    end;
  else stop;
%macro ajuste;

  proc gplot data=outv3;
    plot vari*distance=type / frame cframe=ligr vaxis=axis2
      haxis=axis1;
    symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
    symbol2 i=join l=1 c=green v=star;
    symbol3 i=join l=1 c=red v=circle;
    axis1 minor=none
      label=(c=black 'Intervalo de distancia')
      offset=(2,2);
    axis2 order=(0 to 20 by 5) minor=none
      label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Semivarianza')
      offset=(2,2);
  run;

%mend ajuste;
%ajuste;

/*Modelo Esférico*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Esférico';

```

```

proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
  parameters c0=144.8 a0=963.9;
  model rvario=c0*(1.5*(distance/a0)-0.5*((distance/a0)**3));
  der.c0=1.5*distance/a0-0.5*((distance/a0)**3);
  der.a0=c0*(-1.5*distance/(a0**2)+1.5*((distance**3/a0**4)));
  output out=res1 parms=c0 a0;
  proc print data=res1;
  run;
data outv3; set res1;
  if c0>0 and a0>0 then
    do;
      c0=c0;a0=a0;
      vari = c0*(1.5*(distance/a0)-
        0.5*((distance/a0)**3));
      type = 'Esférico'; output;
      vari = variog; type = 'estándar';output;
      vari = rvario; type = 'robusto'; output;
      title 'Semivariogramas experimental y ajustado
        para el área basal';
    end;
  else stop;
%ajuste;

/*Modelo Exponencial*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Exponencial';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
  parameters c0=123.4 a0=407.3;
  model rvario=c0*(1-exp(-3*distance/a0));
  der.c0=1-exp(-3*distance/a0);
  der.a0=-3*c0*(distance/(a0**2))*exp(-3*distance/a0);
  output out=res2 parms=c0 a0;
  proc print data=res2;
  run;
data outv3; set res2;
  if c0>0 and a0>0 then
    do;
      c0=c0;a0=a0;
      vari = c0*(1-exp(-3*distance/a0));
      type = 'Exponencial'; output;
      vari = variog; type = 'estándar';output;
      vari = rvario; type = 'robusto'; output;
      title 'Semivariogramas experimental y ajustado
        para el área basal';
    end;
  else stop;
%ajuste;

/*Modelo Potencia*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Potencia';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
  parameters c0=21.4566 a0=0.2575;
  model rvario=c0*(distance**a0);
  der.c0=distance**a0;
  der.a0=c0*(distance**a0)*log(distance);
  output out=res3 parms=c0 a0;
  proc print data=res3;
  run;

```

```

data outv3; set res3;
      if c0>0 and a0>0 then
        do;
          c0=c0;a0=a0;
          vari =c0*(distance**a0);
          type = 'Potencia'; output;
          vari = variog; type = 'estándar';output;
          vari = rvario; type = 'robusto'; output;
          title 'Semivariogramas experimental y ajustado
          para el área basal';
        end;
      else stop;
%ajuste;
run;

```


Programa 6. Efectúa la estimación de los valores del área basal para el conjunto de datos del rodal 1 en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.

```

/*****
/*          ESTIMACIÓN LOCAL DE KRIGE          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera los valores estimados */
/*                para la variable área basal en una retícula */
/*                regular con separación entre puntos cada 90 */
/*                metros, y los muestra en una grafica de su- */
/*                perficie, así como los errores estándar de */
/*                estimación.                                */
/*                Nota: range=a0 scale=c0                  */
*****/
data ablow;
    input sitio basal east north;
    cards;
78 14.114 582376 2184779
79  5.342 582318 2184973
80 10.723 582240 2185169
.
.
.
;
proc print;
    run;
proc krige2d data=ablow outest=est;
    pred var=basal minp=12 maxp=30 r=3000;
    model scale=120.6 range=208.8 form=gaussian;
    coord xc=east yc=north;
    grid x=581400 to 583600 by 90 y=2184700 to 2185600 by 90;
proc print;
    run;
proc g3d data=est;
    title 'estimación espacial del área basal';
    plot gxc*gyc=estimate / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
        yticknum=7 zticknum=6
        caxis=black
        zmin=0 zmax=80;
    label gyc = 'Norte'
        gxc = 'Este'
        estimate = 'A. Basal';
    run;
proc g3d data=est;
    title 'distribución espacial de los errores estándar de los
        estimados de Krige';
    plot gxc*gyc=stderr / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
        yticknum=7 zticknum=6
        caxis=black
        zmin=0 zmax=20;
    label gyc = 'Norte'
        gxc = 'Este'
        stderr='Error std';
    run;

```

Programa 7. Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto de datos del rodal 2 para el área basal.

```

/*****
/*          ANÁLISIS INICIAL
/*
/*
/* DESCRIPCIÓN: Este programa realiza las graficas de dispersión */
/*              de los sitios de muestreo y de distribución espa-*/
/*              cial del área basal. Asimismo determina el número*/
/*              de clases e intervalos de distancia exploratorios*/
/*
/*
/*
/*****/

data abhigh;
    input sitio basal east north;
    cards;
83 28.602 582069 2185735
84 27.986 582004 2185934
85 32.216 581943 2186125
86 19.197 581886 2186317
. . . .
. . . .
. . . .
;
proc gplot data=abhigh;
    title 'Diagrama de dispersión de puntos muestrales';
    plot north*east / frame cframe=ligr haxis=axis1
    vaxis=axis2;
    symbol1 v=dot color=blue;
    axis1 minor=none;
    axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0);
    label east = 'Este'
           north = 'Norte'
           basal = 'Area basal'
;
proc print;
run;
proc g3d data=abhigh;
    title 'Distribución espacial del área basal';
    scatter east*north=basal / xticknum=7 yticknum=7 zticknum=6
        caxis=black
        zmin=0 zmax=40
    ;
    label east = 'Este'
           north = 'Norte'
           basal = 'A. basal';
run;
proc variogram data=abhigh outdistance=salida;
    compute nhc=16 novariogram;
    coordinates xc=east yc=north;
    var basal;
run;
title 'OUTDISTANCE=Intervalos de distancia';
proc print data=salida;

```

```

run;
data salida; set salida;
      mdpt=round((lb+ub)/2,0.1);
      label mdpt = 'Punto medio del intervalo de distancia';

run;
axis1 minor=none;
axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Frecuencia');
title 'Distribución de parejas de distancia';
proc gchart data=salida;
      vbar mdpt / type=sum sumvar=count discrete frame
      cframe=ligr gaxis=axis1 raxis=axis2 nolegend;
run;
proc print;

```

Programa 8. Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el área basal, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos del rodal 2. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.

```

/*****
/*          SEMIVARIOGRAMA ROBUSTO          */
/*                                          */
/*      DESCRIPCIÓN: Este programa genera las curvas ajustadas a */
/*      los modelos de Gauss, Esférico, Exponencial */
/*      y Potencia para la version robusta del semi_ */
/*      variograma, considerando la totalidad de los */
/*      valores observados mediante el muestreo para */
/*      el área basal. */
/*                                          */
*****/
data abhigh;
    input sitio basal east north;
    cards;
83 28.602 582069 2185735
84 27.986 582004 2185934
85 32.216 581943 2186125
86 19.197 581886 2186317
87 31.680 581830 2186510
. . . .
. . . .
. . . .
;
proc print;
run;
proc variogram data=abhigh outv=result;
    compute lagd=149 maxlag=11 robust;
    coordinates xc=east yc=north;
    var basal;

    run;
    title 'OUTVAR= Resultados del semivariograma experimental';
proc print data=result label;
    var lag count distance variog rvario;
run;
data outv2; set result;
    vari=variog; type = 'estándar'; output;
    vari=rvario; type = 'robusto'; output;

run;
proc print;

    title 'Semivariogramas estándar y robusto para el área
    basal';

proc gplot data=outv2;
    plot vari*distance=type / frame cframe=ligr
    vaxis=axis2 haxis=axis1;
    symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
    symbol2 i=join l=1 c=red v=square;
    axis1 minor=none

```



```

                                label=(c=black 'Intervalo de distancia')
                                offset=(2,2);
axis2 order=(0 to 250 by 50) minor=none
                                label=(angle=90 rotate=0 c=black
                                'Semivarianza')
                                offset=(2,2);
run;

/*****
/*  DESCRIPCIÓN:  Estimación de los parámetros y ajuste de      */
/*                por mínimos cuadrados del variograma muestral*/
/*                en su versión robusta a los modelos de Gauss,*/
/*                Esférico, Exponencial y Potencia.             */
*****/

/*Modelo de Gauss*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo de Gauss';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
  parameters c0=126.7 a0=380;
  model rvario=c0*(1-exp(-1*distance**2/a0**2));
  der.c0=1-exp(-1*distance**2/a0**2);
  der.a0=-2*c0*(distance**2/a0**3)*exp(-1*distance**2/a0**2);
  output out=res parms=c0 a0;
proc print data=res;
run;
data outv3; set res;
  if c0>0 and a0>0 then
    do;
      c0=c0;a0=a0;
      vari = c0*(1-exp(-
      1*distance*distance/(a0*a0)) ;
      type = 'Gaussian'; output;
      vari = variog; type = 'estándar';output;
      vari = rvario; type = 'robusto'; output;
      title 'Semivariograma experimental y ajustado
      para el área basal';
    end;
  else stop;
%macro ajuste;

proc gplot data=outv3;
  plot vari*distance=type / frame cframe=ligr vaxis=axis2
                                haxis=axis1;
  symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
  symbol2 i=join l=1 c=green v=circle;
  symbol3 i=join l=1 c=red v=square;
  axis1 minor=none
                                label=(c=black 'Intervalo de distancia')
                                offset=(2,2);
  axis2 order=(0 to 250 by 50) minor=none
                                label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Semivarianza')
                                offset=(2,2);
  run;
%mend ajuste;
%ajuste;

```

```

/*Modelo Esférico*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Esférico';
proc nlin method=newton data=result keep=distance variog rvario);
  parameters c0=176.1 a0=1667.0;
  model rvario=c0*(1.5*(distance/a0)-0.5*((distance/a0)**3));
  der.c0=1.5*distance/a0-0.5*((distance/a0)**3);
  der.a0=c0*(-1.5*distance/(a0**2)+1.5*((distance**3/a0**4)));
  output out=res1 parms=c0 a0;
  proc print data=res1;
  run;
  data outv3; set res1;
    if c0>0 and a0>0 then
      do;
        c0=c0;a0=a0;
        vari = c0*(1.5*(distance/a0)-
          0.5*((distance/a0)**3));
        type = 'Esférico'; output;
        vari = variog; type = 'estándar'; output;
        vari = rvario; type = 'robusto'; output;
        title 'Semivariograma experimental y ajustado
          para el área basal';
      end;
    else stop;
  %ajuste;

/*Modelo Exponencial*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Exponencial';
proc nlin method=newton data=result (keep=distance variog rvario);
  parameters c0=240.2 a0=3553.6;
  model rvario=c0*(1-exp(-3*distance/a0));
  der.c0=1-exp(-3*distance/a0);
  der.a0=-3*c0*(distance/(a0**2))*exp(-3*distance/a0);
  output out=res2 parms=c0 a0;
  proc print data=res2;
  run;
  data outv3; set res2;
    if c0>0 and a0>0 then
      do;
        c0=c0;a0=a0;
        vari = c0*(1-exp(-3*distance/a0));
        type = 'Exponencial'; output;
        vari = variog; type = 'estándar'; output;
        vari = rvario; type = 'robusto'; output;
        title 'Semivariograma experimental y ajustado
          para el área basal';
      end;
    else stop;
  %ajuste;

/*Modelo Potencia*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Potencia';
proc nlin method=newton data=result keep=distance variog rvario);
  parameters c0=6.3788 a0=0.4425;
  model rvario=c0*(distance**a0);
  der.c0=distance**a0;
  der.a0=c0*(distance**a0)*log(distance);
  output out=res3 parms=c0 a0;

```

```

proc print data=res3;
run;
data outv3; set res3;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari =c0*(distance**a0);
            type = 'Potencia'; output;
            vari = variog; type = 'estándar';output;
            vari = rvario; type = 'robusto'; output;
            title 'Semivariograma experimental y ajustado
para el área basal';
        end;
    else stop;
%ajuste;
run;

```

Programa 9. Efectúa la estimación de los valores del área basal para el conjunto de datos del rodal 2 en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.

```

/*****
/*          ESTIMACIÓN LOCAL DE KRIGE          */
/*          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera los valores estimados */
/*          para la variable área basal en una retícula */
/*          regular con separación entre puntos cada 90 */
/*          metros, y los muestra en una gráfica de su- */
/*          perficie, así como los errores estándar de */
/*          estimación. */
/*          Nota: range=a0 scale=c0 */
*****/
data abhigh;
input sitio basal east north;
cards;
83 28.602 582069 2185735
84 27.986 582004 2185934
85 32.216 581943 2186125
. . . .
. . . .
. . . .
;
proc print;
run;
proc krige2d data=abhigh outest=est;
  pred var=basal minp=12 maxp=30 r=3000;
  model scale=6.3788 range=0.4425 form=power;
  coord xc=east yc=north;
  grid x=581400 to 583400 by 90 y=2185600 to 2187200 by 90;
  proc print;
  run;
proc g3d data=est;
  title 'estimación espacial del área basal';
  plot gxc*gyc=estimate / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
    yticknum=7 zticknum=6
    caxis=black
    zmin=0 zmax=40;
  label gyc = 'Norte'
    gxc = 'Este'
    estimate = 'A. Basal m2/ha';
  run;
proc g3d data=est;
  title 'distribución espacial de los errores estándar de los
    estimados de Krige';
  plot gxc*gyc=stderr / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
    yticknum=7 zticknum=6
    caxis=black
    zmin=0 zmax=20;
  label gyc = 'Norte'
    gxc = 'Este'
    stderr='Error std';
  run;

```


Programa 10. Efectúa el ajuste en cada uno de cuatro modelos de los datos de diámetro normal con corteza y volumen rollo total árbol .

```

/*****
/*          ECUACIÓN DE VOLUMEN NETO          */
/*          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera la ecuación de volumen */
/*          */
/*          */
/*          */
/*          */
/*          */
/*****/
data volumen;
input dncc altura vtsc vrta @@;
cards;
44.2  34.97  2.55927  2.99339 15.7  13.04  0.08613  0.09838
36.8  26.55  1.04420  1.45881 15.4  14.79  0.10920  0.12310
37.0  25.82  1.13521  1.38656 14.2  14.42  0.08371  0.10419
.      .      .      .      .      .      .      .
.      .      .      .      .      .      .      .
.      .      .      .      .      .      .      .
;
proc print;
proc plot;plot dncc*altura='*';
run;
title 'modelo 1';
proc nlin method=dud;
    model vrta=b0+b1*altura*(dncc**2);
    parameters b0=0.1606 b1=0.000035;
run;
title 'modelo 2';
proc nlin method=dud;
    model vrta=b0+b1*dncc+b2*(dncc**2);
    parameters b0=-0.3388 b1=0.0148 b2=0.001;
run;
title 'modelo 3';
proc nlin method=dud;
    model vrta=b0*(dncc**b1)*(altura**b2);
    parameters b0=0.000128 b1=1.6059 b2=1.086;
run;
title 'modelo 4';
proc nlin method=dud;
    model vrta=b0+b1*(dncc**2)+b2*altura+b3*altura*(dncc**2);
    parameters b0=-0.4849 b1=0.00015 b2=0.0326 b3=0.000025;
run;

```

Programa 11. Efectúa el ajuste en cada uno de cuatro modelos de los datos de diámetro normal sin corteza y volumen fustal total.

```

/*****
/*          ECUACIÓN DE VOLUMEN FUSTAL          */
/*          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera la ecuación de volumen */
/*          fustal para los datos de diámetro normal sin */
/*          corteza y volumen fustal total.          */
/*          */
*****/
data volumen;
input dn altura volumen @@;
cards;
55.8 35.69 4.11208 40.0 31.68 2.24262 46.3 38.56 3.13628
55.6 35.69 4.05032 39.4 31.68 2.14808 45.6 38.56 3.04118
53.8 35.69 3.80186 38.4 31.68 1.97536 44.0 38.56 2.80033
. . . . .
. . . . .
. . . . .
;
title 'modelo 1';
proc nlin method=newton;
    model volumen=b0+b1*altura*(dn**2);
    parameters b0=0.0214 b1=0.000037;
    der.b0=1;
    der.b1=altura*(dn**2);
run;
title 'modelo 2';
proc nlin method=newton;
    model volumen=b0+b1*dn+b2*(dn**2);
    parameters b0=-0.0316 b1=-0.00958 b2=0.0014;
    der.b0=1;
    der.b1=dn;
    der.b2=dn**2;
run;
title 'modelo 3';
proc nlin method=newton;
    model volumen=b0*(dn**b1)*(altura**b2);
    parameters b0=0.000038 b1=1.7424 b2=1.2711;
    der.b0=(dn**b1)*(altura**b2);
    der.b1=b0*(dn**b1)*(log(dn))*(altura**b2);
    der.b2=b0*(dn**b1)*(altura**b2)*log(altura);
run;
title 'modelo 4';
proc nlin method=newton;
    model volumen=b0+b1*(dn**2)+b2*altura+b3*(dn**2)*altura;
    parameters b0=-0.0743 b1=-0.00021 b2=0.00801 b3=0.00004;
    der.b0=1;
    der.b1=dn**2;
    der.b2=altura;
    der.b3=(1/b3)*(b0+b1*(dn**2)+b2*altura+b3*(dn**2)*altura);
run;

```

Programa 12. Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto con la totalidad de los datos para el volumen rta/ha.

```

/*****
/*          ANÁLISIS INICIAL          */
/*          */
/*          */
/* DESCRIPCIÓN: Este programa realiza la grafica de distribución */
/*          espacial del volumen rta/ha.          */
/*          */
/*          */
/*          */
/*****/
data low;
    input sitio basal vrta east north;
    cards;
78  14.114  156.407  582376  2184779
79   5.342   74.833  582318  2184973
80  10.723  133.306  582240  2185169
    .      .      .      .
    .      .      .      .
    .      .      .      .
;
data high;
    input sitio basal vrta east north;
    cards;
83  28.602  390.163  582069  2185735
84  27.986  204.754  582004  2185934
85  32.216  411.748  581943  2186125
    .      .      .      .
    .      .      .      .
    .      .      .      .
;
data entire; set low high;
    proc print;
    run;

/*****
/* DESCRIPCIÓN: Se realiza la grafica de distribución */
/*          espacial del volumen rta.          */
/*          */
/*          */
/*          */
/*****/
proc g3d data=entire;
    title 'Distribución espacial del volumen rta';
    scatter east*north=vrta / xticknum=7 yticknum=7 zticknum=6
        zmin=0 zmax=550
    ;
    label east = 'Este'
        north = 'Norte'
        vrta = 'volumen m3rta/ha';
    run;

```

Programa 13. Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos total. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.

```

/*****
/*          SEMIVARIOGRAMA ROBUSTO          */
/*          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera las curvas ajustadas a */
/*              los modelos de Gauss, Esférico, Exponencial */
/*              y Potencia para la versión robusta del semi_ */
/*              variograma, considerando la totalidad de los */
/*              valores observados mediante el muestreo para */
/*              el volumen rollo total árbol.          */
/*          */
*****/
data low;
    input sitio basal vrta east north;
    cards;

78  14.114  156.407  582376  2184779
79   5.342   74.833  582318  2184973
80  10.723  133.306  582240  2185169
    .      .      .      .
    .      .      .      .
    .      .      .      .
;
data high;
    input sitio basal vrta east north;
    cards;
83  28.602  390.163  582069  2185735
84  27.986  204.754  582004  2185934
85  32.216  411.748  581943  2186125
    .      .      .      .
    .      .      .      .
    .      .      .      .
;
data entire; set low high;
    proc print;
    run;

/*****
/*  DESCRIPCIÓN: Determinación de los valores y de las gráficas */
/*              del semivariograma muestral en sus versiones */
/*              estándar y robusto.          */
/*          */
*****/
proc variogram data=entire outvar=result;
    compute lagd=128 maxlag=17 robust;
    coordinates xc=east yc=north;
    var vrta;
    proc print data= result(keep=distance variog rvario);
    run;
    title 'OUTVAR= Resultados del semivariograma experimental';
    proc print data=result label;

```



```

var lag count distance variog rvario;
run;
data outv2; set result;
    vari=variog; type = 'estándar'; output;
    vari=rvario; type = 'robusto'; output;

proc print;
run;

title 'Semivariogramas estándar y robusto para el volumen
rta';

proc gplot data=outv2;
    plot vari*distance=type / frame cframe=ligr
    vaxis=axis2 haxis=axis1;
    symbol1 i=join l=1 c=blue;
    symbol2 i=join l=1 c=red v=circle;
    axis1 order=(0 to 2500 by 500) minor=none
        label=(c=black 'Intervalo de distancia')
        offset=(2,2);
    axis2 order=(0 to 25000 by 5000) minor=none
        label=(angle=90 rotate=0 c=black
        'Semivarianza')
        offset=(2,2);
run;
/*****
/* DESCRIPCIÓN: Estimación de los parámetros y ajuste de */
/* por mínimos cuadrados del semivariograma mues-*/
/* tral en su versión robusta a los modelos de */
/* Gauss, Esférico, Exponencial y Potencia. */
*****/

/*Modelo de Gauss*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo de Gauss';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
    parameters c0=15500 a0=550;
    model rvario=c0*(1-exp(-1*distance**2/a0**2));
    der.c0=1-exp(-1*distance**2/a0**2);
    der.a0=-2*c0*(distance**2/a0**3)*exp(-1*distance**2/a0**2);
    output out=res parms=c0 a0;
proc print data=res;
run;
data outv3; set res;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari = c0*(1-exp(-
            1*distance*distance/(a0*a0)));
            type = 'Gauss'; output;
            vari = variog; type = 'estándar'; output;
            vari = rvario; type = 'robusto'; output;
            title 'Semivariogramas experimental y ajustado
            del volumen rta/ha';
        end;
    else stop;
%macro ajuste;

```

```

proc gplot data=outv3;
    plot vari*distance=type / frame cframe=ligr vaxis=axis2
        haxis=axis1;
    symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
    symbol2 i=join l=1 c=green ;
    symbol3 i=join l=1 c=red ;
    axis1 order=(0 to 2500 by 500)minor=none
        label=(c=black 'Intervalo de distancia')
        offset=(2,2);
    axis2 order=(0 to 25000 by 5000) minor=none
        label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Semivarianza')
        offset=(2,2);
run;
%mend ajuste;
%ajuste;

/*Modelo Esférico*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Esférico';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
    parameters c0=18291.5 a0=1397.8;
    model rvario=c0*(1.5*(distance/a0)-0.5*((distance/a0)**3));
    der.c0=1.5*distance/a0-0.5*((distance/a0)**3);
    der.a0=c0*(-1.5*distance/(a0**2)+1.5*((distance**3/a0**4)));
    output out=res1 parms=c0 a0;
proc print data=res1;
run;
data outv3; set res1;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari = c0*(1.5*(distance/a0)-
                0.5*((distance/a0)**3));
            type = 'Esférico'; output;
            vari = variog; type = 'estándar';output;
            vari = rvario; type = 'robusto'; output;
            title 'Semivariogramas experimental y ajustado
                del volumen rta/ha';
        end;
    else stop;
%mend ajuste;

/*Modelo Exponencial*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Exponencial';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
    parameters c0=14906 a0=255.4;
    model rvario=c0*(1-exp(-3*distance/a0));
    der.c0=1-exp(-3*distance/a0);
    der.a0=-3*c0*(distance/(a0**2))*exp(-3*distance/a0);
    output out=res2 parms=c0 a0;
proc print data=res2;
run;
data outv3; set res2;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari = c0*(1-exp(-3*distance/a0));

```

```

                                type = 'Exponencial'; output;
                                vari = variog; type = 'estándar'; output;
                                vari = rvario; type = 'robusto'; output;
                                title 'Semivariogramas experimental y ajustado
                                      del volumen rta/ha';
                                end;
                                else stop;
                                %ajuste;

/*Modelo Potencia*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Potencia';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
  parameters c0=8108.8 a0=0.0832;
  model rvario=c0*(distance**a0);
  der.c0=distance**a0;
  der.a0=c0*(distance**a0)*log(distance);
  output out=res3 parms=c0 a0;
  proc print data=res3;
  run;
  data outv3; set res3;
    if c0>0 and a0>0 then
      do;
        c0=c0;a0=a0;
        vari =c0*(distance**a0);
        type = 'Potencia'; output;
        vari = variog; type = 'estándar'; output;
        vari = rvario; type = 'robusto'; output;
        title 'Semivariogramas experimental y ajustado
              del volumen rta/ha';
      end;
    else stop;
  %ajuste;

```

Programa 14. Efectúa la estimación de los valores del volumen rta/ha para el conjunto con la totalidad de los datos en una retícula regular con separación entre puntos cada 100 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.

```

/*****
/*          ESTIMACIÓN LOCAL DE KRIGE          */
/*          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera los valores estimados  */
/*                para el volumen rta en una retícula        */
/*                regular con separación entre puntos cada 100 */
/*                metros, y los muestra en una gráfica de su-  */
/*                perficie, así como los errores estándar de  */
/*                estimación.                                */
*****/

data low;
    input sitio basal vrta east north;
    cards;

78  14.114  156.407  582376  2184779
79   5.342   74.833  582318  2184973
80  10.723  133.306  582240  2185169
    .      .      .      .
    .      .      .      .
    .      .      .      .
;

data high;
    input sitio basal vrta east north;
    cards;

83  28.602  390.163  582069  2185735
84  27.986  204.754  582004  2185934
85  32.216  411.748  581943  2186125
    .      .      .      .
    .      .      .      .
    .      .      .      .
;

data entire; set low high;
    proc print;
    run;
    proc krige2d data=entire outest=est;
    pred var=vrta minp=12 maxp=30 r=3000;
    model scale=14906.0 range=255.4 form=exponential;
    coord xc=east yc=north;
    grid x=581400 to 583600 by 100 y=2184500 to 2187500 by 100;
    proc print;
    run;
proc g3d data=est;
    title 'Estimación espacial del volumen rta/ha';
    plot gxc*gyc=estimate / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
        yticknum=7 zticknum=6
        caxis=black
        zmin=0 zmax=800;
    label gyc ='Norte'
        gxc  ='Este'
        estimate = 'volumen rta m3/ha';
    run;

```



```

proc g3d data=est;
  title 'Distribución espacial de los errores estándar de los
        estimados de Krige';
  plot gxc*gyc=stderr / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
        yticknum=7 zticknum=6
        caxis=black
        zmin=0 zmax=200;
  label gyc = 'Norte'
  gxc = 'Este'
  stderr='Error std';
run;

```

Programa 15. Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto de datos del rodal 1 para el volumen rta/ha.

```

/*****
/*          ANÁLISIS INICIAL
/*
/*
/* DESCRIPCIÓN: Este programa realiza la gráfica de distribución
/* espacial del volumen rta. Asimismo determina el
/* número de clases e intervalos de distancia explo-
/* ratorios.
/*
/*
/*
/*
/*****/

data low;
input sitio basal vrta east north;
cards;
103  5.272  51.958  581667  2184953
104  10.665  82.472  581609  2185144
105  2.933  18.991  581558  2185342
.    .    .    .    .
.    .    .    .    .
.    .    .    .    .
;

proc print;
  proc gplot data=low;
  title 'Diagrama de dispersión de puntos muestrales';
  plot north*east / frame cframe=ligr haxis=axis1
  vaxis=axis2;
  symbol1 v=dot color=blue;
  axis1 minor=none;
  axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0);
  label east = 'Este'
        north = 'Norte'
        vrta = 'volumen rta m3/ha'
  ;
proc print;
run;

proc g3d data=low;
  title 'Distribución espacial del volumen rta';
  scatter east*north=vrta / xticknum=7 yticknum=7 zticknum=6
  caxis=black
  zmin=0 zmax=600
  ;
  label east = 'Este'
        north = 'Norte'
        vrta = 'volumen rta m3/ha';
run;

proc variogram data=low outdistance=salida;
  compute nhc=15 novariogram;
  coordinates xc=east yc=north;
  var vrta;
run;

  title 'OUTDISTANCE=Intervalos de distancia';
proc print data=salida;

```

```

run;
    data salida; set salida;
        mdpt=round((lb+ub)/2,0.1);
        label mdpt = 'Punto medio del intervalo de distancia';
    proc print;
run;
    axis1 minor=none ;
    axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Frecuencia');
    title 'Distribución de parejas de distancia';
proc gchart data=salida;
    vbar mdpt / type=sum sumvar=count discrete frame
        cframe=ligr gaxis=axis1 raxis=axis2 nolegend;
run;

```

Programa 16. Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos del rodal 1. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.

```

/*****
/*          SEMIVARIOGRAMA ROBUSTO          */
/*          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera las curvas ajustadas a  */
/* los modelos de Gauss, Esférico, Exponencial  */
/* y Potencia para la version robusta del semi_ */
/* variograma, considerando los valores observa- */
/* dos mediante el muestreo en el rodal 1 para  */
/* el volumen rta.          */
/*          */
/*****/
data low;
input sitio basal vrta east north;
cards;
  103   5.272   51.958   581667   2184953
  104  10.665   82.472   581609   2185144
  105   2.933   18.991   581558   2185342
  .      .      .      .      .
  .      .      .      .      .
  .      .      .      .      .
;

proc print;
  proc variogram data=low outv=result;
    compute lagd=135 maxlag=10 robust;
    coordinates xc=east yc=north;
    var vrta;
run;
  title 'OUTVAR= Resultados del semivariograma experimental';
  proc print data=result label;
    var lag count distance variog rvario;
run;
data outv2; set result;
  vari=variog; type = 'estándar'; output;
  vari=rvario; type = 'robusto'; output;
run;

  proc print;

  title 'Semivariogramas estándar y robusto para el volumen
    rta';

proc gplot data=outv2;
  plot vari*distance=type / frame cframe=ligr
  vaxis=axis2 haxis=axis1;
  symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
  symbol2 i=join l=1 c=red v=circle;
  axis1 minor=none
    label=(c=black 'Intervalo de distancia')
  offset=(2,2);
  axis2 order=(0 to 30000 by 5000) minor=none

```



```

label=(angle=90 rotate=0 c=black
'Semivarianza');
offset=(2,2);

run;

/*****
/* DESCRIPCION: Estimacion de los parametros y ajuste de */
/* por minimos cuadrados del variograma muestral */
/* en su version robusta a los modelos de Gauss, */
/* Esferico, Exponencial y Potencia. */
*****/

/*Modelo de Gauss*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo de Gauss';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
  parameters c0=20797.8 a0=180;
  model rvario=c0*(1-exp(-1*distance**2/a0**2));
  der.c0=1-exp(-1*distance**2/a0**2);
  der.a0=-2*c0*(distance**2/a0**3)*exp(-1*distance**2/a0**2);
  output out=res parms=c0 a0;
  proc print data=res;
  run;
  data outv3; set res;
    if c0>0 and a0>0 then
      do;
        c0=c0;a0=a0;
        vari = c0*(1-exp(-
        1*distance*distance/(a0*a0)));
        type = 'Gauss'; output;
        vari = variog; type = 'estándar';output;
        vari = rvario; type = 'robusto'; output;
        title 'Semivariogramas experimental y ajustado
        para el volumen rta';
      end;
    else stop;

%macro ajuste;

  proc gplot data=outv3;
    plot vari*distance=type / frame cframe=ligr vaxis=axis2
      haxis=axis1;
    symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
    symbol2 i=join l=1 c=green v=star;
    symbol3 i=join l=1 c=red v=circle;
    axis1 minor=none
      label=(c=black 'Intervalo de distancia')
      offset=(2,2);
    axis2 order=(0 to 30000 by 5000) minor=none
      label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Semivarianza')
      offset=(2,2);
  run;
%mend ajuste;
%ajuste;

/*Modelo Esférico*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Esférico';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
  parameters c0=24874.1 a0=1015.3;

```

```

model rvario=c0*(1.5*(distance/a0)-0.5*((distance/a0)**3));
der.c0=1.5*distance/a0-0.5*((distance/a0)**3);
der.a0=c0*(-1.5*distance/(a0**2)+1.5*((distance**3/a0**4)));
output out=res1 parms=c0 a0;
proc print data=res1;
run;
data outv3; set res1;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari = c0*(1.5*(distance/a0)-
            0.5*((distance/a0)**3));
            type = 'Esférico'; output;
            vari = variog; type = 'estándar';output;
            vari = rvario; type = 'robusto'; output;
            title 'Semivariogramas experimental y ajustado
            para el volumen rta';
        end;
    else stop;
%ajuste;

/*Modelo Exponencial*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Exponencial';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
    parameters c0=21832.2 a0=574.0;
    model rvario=c0*(1-exp(-3*distance/a0));
    der.c0=1-exp(-3*distance/a0);
    der.a0=-3*c0*(distance/(a0**2))*exp -3*distance/a0);
    output out=res2 parms=c0 a0;
    proc print data=res2;
    run;
    data outv3; set res2;
        if c0>0 and a0>0 then
            do;
                c0=c0;a0=a0;
                vari = c0*(1-exp(-3*distance/a0));
                type = 'Exponencial'; output;
                vari = variog; type = 'estándar';output;
                vari = rvario; type = 'robusto'; output;
                title 'Semivariogramas experimental y ajustado
                para el volumen rta';
            end;
        else stop;
%ajuste;

/*Modelo Potencia*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Potencia';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
    parameters c0=2234.4 a0=0.3329;
    model rvario=c0*(distance**a0);
    der.c0=distance**a0;
    der.a0=c0*(distance**a0)*log(distance);
    output out=res3 parms=c0 a0;
    proc print data=res3;
    run;
    data outv3; set res3;
        if c0>0 and a0>0 then

```

```

do;
    c0=c0;a0=a0;
    vari =c0*(distance**a0);
    type = 'Potencia'; output;
    vari = variog; type = 'estándar';output;
    vari = rvario; type = 'robusto'; output;
    title 'Semivariogramas experimental y ajustado
           para el volumen rta/ha';
end;
else stop;
%ajuste;
run;

```

Programa 17. Efectúa la estimación de los valores del volumen rta/ha para el conjunto con los datos del rodal 1 en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.

```

/*****
/*          ESTIMACIÓN LOCAL DE KRIGE          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera los valores estimados  */
/*                para la variable volumen rta en una retícula */
/*                regular con separación entre puntos cada 90  */
/*                metros, y los muestra en una gráfica de su-  */
/*                perficie, así como los errores estándar de  */
/*                estimación.                                */
/*          */
/*****/
data low;
input sitio basal vrta east north;
cards;
103  5.272  51.958  581667  2184953
104  10.665  82.472  581609  2185144
105   2.933  18.991  581558  2185342
.      .      .      .      .
.      .      .      .      .
.      .      .      .      .
;
proc print;

proc krige2d data=low outest=est;
  pred var=vrta minp=12 maxp=30 r=3000;
  model scale=20797.8 range=151.4 form=gaussian;
  coord xc=east yc=north;
  grid x=581400 to 583600 by 90 y=2184700 to 2185600 by 90;
  proc print;
run;

proc g3d data=est;
  title 'estimación espacial del volumen rta';
  plot gxc*gye=estimate / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
      yticknum=7 zticknum=6
      caxis=black
      zmin=0 zmax=800;
  label gyc='Norte'
  gxc='Este'
  estimate='volumen rta/ha';
run;

proc g3d data=est;
  title 'distribución espacial de los errores estándar de los
      estimados de Krige';
  plot gxc*gye=stderr / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
      yticknum=7 zticknum=6
      caxis=black
      zmin=0 zmax=250;
  label gyc='Norte'
  gxc='Este'
  stderr='Error std';
run;

```

Programa 18. Realiza el análisis exploratorio inicial del conjunto con los datos del rodal 2 para el volumen rta/ha.

```

/*****
/*          ANÁLISIS INICIAL          */
/*          */
/*          */
/* DESCRIPCIÓN: Este programa realiza la gráfica de distribución */
/*          espacial del volumen rta. Asimismo determina el */
/*          número de clases e intervalos de distancia explo-*/
/*          ratorios.          */
/*          */
/*          */
/*          */
/*****/
data high;
input sitio basal vrta east north;
cards;
100 28.481 334.724 581685 2185602
101 27.364 237.505 581613 2185798
102 23.991 152.693 581532 2185978
. . . . .
. . . . .
. . . . .
;
proc gplot data=high;
title 'Diagrama de dispersión de puntos muestrales';
plot north*east / frame cframe=ligr haxis=axis1
vaxis=axis2;
symbol1 v=dot color=blue;
axis1 minor=none;
axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0);
label east = 'Este'
north = 'Norte'
vrta = 'volumen rta m3/ha'
;
proc print;
run;
proc g3d data=high;
title 'Distribución espacial del volumen rta';
scatter east*north=vrta / xticknum=7 yticknum=7 zticknum=6
caxis=black
zmin=0 zmax=550
;
label east = 'Este'
north = 'Norte'
vrta = 'volumen rta m3/ha';
run;
proc variogram data=high outdistance=salida;
compute nhc=20 novariogram;
coordinates xc=east yc=north;
var vrta;
run;
title 'OUTDISTANCE=Intervalos de distancia';
proc print data=salida;
run;
data salida; set salida;

```



```

mdpt=round((lb+ub)/2,0.1);
label mdpt = 'Punto medio del intervalo de distancia';
proc print;
run;
axis1 minor=none;
axis2 minor=none label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Frecuencia');
title 'Distribución de parejas de distancia';
proc gchart data=salida;
vbar mdpt / type=sum sumvar=count discrete frame
cframe=ligr gaxis=axis1 raxis=axis2 nolegend;
run;

```

Programa 19. Determina los valores experimentales de los semivariogramas estándar y robusto para el volumen rta/ha, así como sus respectivas gráficas para el conjunto de datos del rodal 2. Realiza además el ajuste por mínimos cuadrados del semivariograma robusto para dicha variable.

```

/*****
/*          SEMIVARIOGRAMA ROBUSTO          */
/*                                          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera las curvas ajustadas a  */
/*  los modelos de Gauss, Esférico, Exponencial  */
/*  y Potencia para la versión robusta del semi_ */
/*  variograma, considerando los valores observa- */
/*  dos mediante el muestreo en el rodal 2 para  */
/*  el volumen rta.                                          */
/*                                          */
*****/

data high;
input sitio basal vrta east north;
cards;
100 28.481 354.724 581685 2185602
101 27.364 297.505 581613 2185798
102 23.991 152.693 581532 2185978
. . . . .
. . . . .
. . . . .
;

proc print;
run;

proc variogram data=high outv=result;
compute lagd=149 maxlag=11 robust;
coordinates xc=east yc=north;
var vrta;

run;
title 'OUTVAR= Resultados del semivariograma experimental';
proc print data=result label;
var lag count distance variog rvario;
run;

data outv2; set result;
vari=variog; type = 'estándar'; output;
vari=rvario; type = 'robusto'; output;

run;
proc print;

title 'Semivariogramas estandar y robusto para el volumen
rta';

proc gplot data=outv2;
plot vari*distance=type / frame cframe=ligr
vaxis=axis2 haxis=axis1;
symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
symbol2 i=join l=1 c=red v=square;
axis1 minor=none
label=(c=black 'Intervalo de distancia')
offset=(2,2);
axis2 order=(0 to 25000 by 5000) minor=none

```

```

label=(angle=90 rotate=0 c=black
'Semivarianza')
offset=(2,2);

run;

/*****
/* DESCRIPCIÓN: Estimación de los parámetros y ajuste de */
/* por mínimos cuadrados del variograma muestral */
/* en su versión robusta a los modelos de Gauss, */
/* Esférico, Exponencial y Potencia. */
*****/

/*Modelo de Gauss*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo de Gauss';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
  parameters c0=18785.6 a0=1112.2;
  model rvario=c0*(1-exp(-1*distance**2/a0**2));
  der.c0=1-exp(-1*distance**2/a0**2);
  der.a0=-2*c0*(distance**2/a0**3)*exp(-1*distance**2/a0**2);
  output out=res parms=c0 a0;
proc print data=res;
run;
data outv3; set res;
  if c0>0 and a0>0 then
    do;
      c0=c0;a0=a0;
      vari = c0*(1-exp(-
1*distance*distance/(a0*a0)));
      type = 'Gauss'; output;
      vari = variog; type = 'estándar';output;
      vari = rvario; type = 'robusto'; output;
      title 'Semivariograma experimental y ajustado
para el volumen rta';
    end;
  else stop;
%macro ajuste;

proc gplot data=outv3;
  plot vari*distance=type / frame cframe=ligr vaxis=axis2
haxis=axis1;
  symbol1 i=join l=1 c=blue v=dot;
  symbol2 i=join l=1 c=green v=circle;
  symbol3 i=join l=1 c=red v=square;
  axis1 minor=none
    label=(c=black 'Intervalo de distancia')
    offset=(2,2);
  axis2 order=(0 to 25000 by 5000) minor=none
    label=(angle=90 rotate=0 c=black 'Semivarianza')
    offset=(2,2);
  run;
%mend ajuste;
%ajuste;

/*Modelo Esférico*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Esférico';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);

```

```

parameters c0=20342.3 a0=1667.0;
model rvario=c0*(1.5*(distance/a0)-0.5*((distance/a0)**3));
der.c0=1.5*distance/a0-0.5*((distance/a0)**3);
der.a0=c0*(-1.5*distance/(a0**2)+1.5*((distance**3/a0**4)));
output out=res1 parms=c0 a0;
proc print data=res1;
run;
data outv3; set res1;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari = c0*(1.5*(distance/a0)-
            0.5*((distance/a0)**3));
            type = 'Esférico'; output;
            vari = variog; type = 'estándar';output;
            vari = rvario; type = 'robusto'; output;
            title 'Semivariograma experimental y ajustado
            para el volumen rta';
        end;
    else stop;
%ajuste;

/*Modelo Exponencial*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Exponencial';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
parameters c0=27745.5 a0=3553.6;
model rvario=c0*(1-exp(-3*distance/a0));
der.c0=1-exp(-3*distance/a0);
der.a0=-3*c0*(distance/(a0**2))*exp(-3*distance/a0);
output out=res2 parms=c0 a0;
proc print data=res2;
run;
data outv3; set res2;
    if c0>0 and a0>0 then
        do;
            c0=c0;a0=a0;
            vari = c0*(1-exp(-3*distance/a0));
            type = 'Exponencial'; output;
            vari = variog; type = 'estándar';output;
            vari = rvario; type = 'robusto'; output;
            title 'Semivariograma experimental y ajustado
            para el volumen rta';
        end;
    else stop;
%ajuste;

/*Modelo Potencia*/
title 'Estimación de parámetros: Modelo Potencia';
proc nlin method=newton data=result(keep=distance variog rvario);
parameters c0=1174.9 a0=0.3750;
model rvario=c0*(distance**a0);
der.c0=distance**a0;
der.a0=c0*(distance**a0)*log(distance);
output out=res3 parms=c0 a0;
proc print data=res3;
run;
data outv3; set res3;

```

```

if c0>0 and a0>0 then
    do;
        c0=c0;a0=a0;
        vari =c0*(distance**a0);
        type = 'Potencia'; output;
        vari = variog; type = 'estándar';output;
        vari = rvario; type = 'robusto'; output;
        title 'Semivariograma experimental y ajustado
                para el volumen rta';
    end;
else stop;
%ajuste;
run;

```


Programa 20. Efectúa la estimación de los valores del volumen rta/ha para el conjunto con los datos del rodal 2 en una retícula regular con separación entre puntos cada 90 metros y los muestra en una gráfica de superficie. Despliega además una gráfica de superficie para los errores estándar de estimación.

```

/*****
/*          ESTIMACIÓN LOCAL DE KRIGE          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa genera los valores estimados  */
/*          para la variable volumen rta en una retícula  */
/*          regular con separación entre puntos cada 90  */
/*          metros, y los muestra en una gráfica de su-  */
/*          perficie, así como los errores estándar de  */
/*          estimación.          */
/*          Nota: range=a0 scale=c0          */
*****/
data high;
input sitio basal vrta east north;
cards;
100 28.481 354.724 581685 2185602
101 27.364 297.505 581613 2185798
102 23.991 152.693 581532 2185978
. . . . .
. . . . .
. . . . .
;
proc print;
run;
proc krige2d data=high outest=est;
pred var=vrta minp=12 maxp=30 r=3000;
model scale=1174.9 range=0.375 form=power;
coord xc=east yc=north;
grid x=581400 to 583400 by 90 y=2185600 to 2187200 by 90;
proc print;
run;
proc g3d data=est;
title 'estimación espacial del volumen rta/ha';
plot gxc*gyc=estimate / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
yticknum=7 zticknum=6
caxis=black
zmin=0 zmax=400;
label gyc='Norte'
gxc='Este'
estimate='volumen rta/ha';
run;
proc g3d data=est;
title 'distribución espacial de los errores estándar de los
estimados de Krige';
plot gxc*gyc=stderr / ctop=blue cbottom=green xticknum=7
yticknum=7 zticknum=6
caxis=black
zmin=0 zmax=250;
label gyc='Norte'
gxc='Este'
stderr='Error std';
run;

```

Programa 21. Obtiene el conjunto de datos estimados para la variable volumen rta en el rodal 1 mediante un remuestreo.

```

/*****
/*          PROCEDIMIENTO DE VALIDACION          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa valida mediante la técnica de  */
/*          Jackknife las estimaciones obtenidas por el      */
/*          método de Krige usando para el ajuste por        */
/*          mínimos cuadrados el modelo de Gauss.            */
/*          */
/*****
DATA low (DROP=sitio basal);
    INPUT sitio basal vrta east north;
    CARDS;
103  5.272  51.958  581667  2184953
104  10.665  82.472  581609  2185144
105  2.933  18.991  581558  2185342
    .      .      .      .      .
    .      .      .      .      .
    .      .      .      .      .
;
%MACRO jackknife(data=,N=);
    %DO i = 1 %to &N;
        DATA analysis holdout (KEEP=east north); SET &DATA;
        IF _N_ = &i THEN OUTPUT holdout;
        ELSE OUTPUT analysis;
        RUN;
        PROC KRIGE2D DATA=analysis OUTEST=est;
            PRED VAR=vrta MINP=12 MAXP=30 r=3000;
            MODEL SCALE=20797.8 RANGE=151.4 FORM=gaussian;
            COORD XC=east YC=north;
            GRID GRIDDATA=holdout XC=east YC=north;
            RUN;
        PROC APPEND BASE=est1 DATA=est FORCE;
        RUN;
    %END;
    PROC PRINT DATA=est1;
        DATA B (KEEP= vrtaest east north); SET est1 ;
        vrtaest=estimate;
        east=GXC;
        north=GYC;
        PROC PRINT DATA=B;
        DATA B1; MERGE B &DATA;
        PROC PRINT DATA=B1;
        data=b1;
        proc means;
        var vrta vrtaest;
        run;
%MEND;

%jackknife(data=low, N=38);

run;

```

Programa 22. Obtiene el conjunto de datos estimados para la variable volumen rta en el rodal 2 mediante un remuestreo.

```

/*****
/*          PROCEDIMIENTO DE VALIDACIÓN          */
/*          */
/*  DESCRIPCIÓN: Este programa valida mediante la técnica de  */
/*          Jackknife las estimaciones obtenidas por el  */
/*          método de Krige usando para el ajuste por  */
/*          mínimos cuadrados el modelo potencia.  */
/*          */
/*****/

DATA high (DROP=sitio basal);
    INPUT sitio basal vrta east north;
    CARDS;
92  31.796    423.333    581836    2185674
93  26.330    358.520    581770    2185873
94  24.284    259.635    581701    2186067
.
.
.
.
.
;
%MACRO jackknife(data=, N=);
    %DO i = 1 %to &N;
        DATA analysis holdout (KEEP=east north); SET &DATA;
        IF _N_ = &i THEN OUTPUT holdout;
        ELSE OUTPUT analysis;
        RUN;
        PROC KRIGE2D DATA=analysis OUTEST=est;
            PRED VAR=vrta MINP=12 MAXP=30 r=3000;
            MODEL SCALE=1174.9 RANGE=0.375 FORM=power;
            COORD XC=east YC=north;
            GRID GRIDDATA=holdout XC=east YC=north;
            RUN;
        PROC APPEND BASE=est1 DATA=est FORCE;
        RUN;
    %END;
    PROC PRINT DATA=est1;
        DATA B (KEEP= vrtaest east north); SET est1 ;
        vrtaest=estimate;
        east=GXC;
        north=GYC;
        PROC PRINT DATA=B;
        DATA B1; MERGE B &DATA;
        PROC PRINT DATA=B1;
        data=b1;
        proc means;
        var vrta vrtaest;
        run;
%MEND;

%jackknife(data=high, N=52);

run;

```

Programa 23. Obtiene el conjunto de datos estimados para la variable volumen rta en el totalidad de la región mediante un remuestreo.

```

/*****
/*          PROCEDIMIENTO DE VALIDACIÓN          */
/*
/*
/*
/*  DESCRIPCIÓN:  Este programa valida mediante la técnica de  */
/*                Jackknife las estimaciones obtenidas por el  */
/*                método de Krige usando para el ajuste por    */
/*                mínimos cuadrados el modelo Exponencial.    */
/*
/*
/*
/*
/*
/*****

DATA low (DROP=sitio basal);
    INPUT sitio basal vrta east north;
    CARDS;
103  5.272  51.958  581667  2184953
104  10.665  82.472  581609  2185144
105  2.933  18.991  581558  2185342
;

DATA high (DROP=sitio basal);
    INPUT sitio basal vrta east north;
    CARDS;
92  31.796  423.333  581836  2185674
93  26.330  358.520  581770  2185873
94  24.284  259.635  581701  2186067
;

DATA entire (DROP=sitio basal); set low high;

%MACRO jackknife(data=,N=);
    %DO i = 1 %to &N;
        DATA analysis holdout (KEEP=east north); SET &DATA;
        IF _N_ = &i THEN OUTPUT holdout;
        ELSE OUTPUT analysis;
        RUN;
        PROC KRIGE2D DATA=analysis OUTEST=est;
            PRED VAR=vrta MINP=12 MAXP=30 r=3000;
            MODEL SCALE=14906 RANGE=255.4 FORM=exponential;
            COORD XC=east YC=north;
            GRID GRIDDATA=holdout XC=east YC=north;
            RUN;
        PROC APPEND BASE=est1 DATA=est FORCE;
        RUN;
    %END;

    PROC PRINT DATA=est1;
        DATA B (KEEP= vrtaest east north); SET est1;
        vrtaest=estimate;
        east=GXC;
        north=GYC;
        PROC PRINT DATA=B;
        DATA B1; MERGE B &DATA;

```

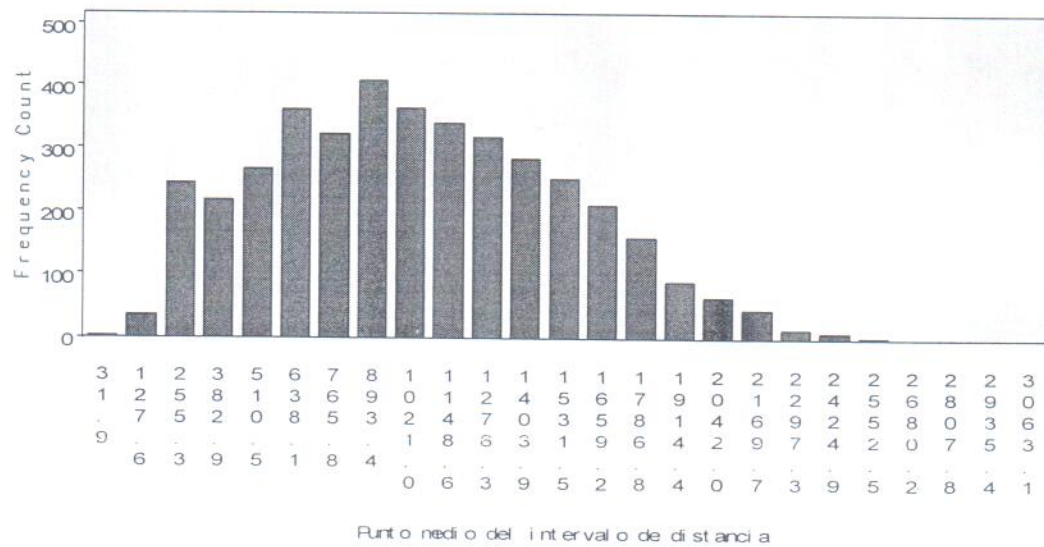
```
proc print;  
run;  
PROC PRINT DATA=B1;  
data=b1;  
proc means;  
var vrta vrtaest;  
run;  
  
%MEND;  
  
%jackknife(data=entire, N=90);  
  
run;
```


NUMERO DE VOTO
DOCECHUATAS

BIBLIOTHECA

A scatter plot showing the distribution of 100 points in a 2D coordinate system. The horizontal axis is labeled 'Este' and ranges from 581400 to 583600 with major ticks every 200 units. The vertical axis is labeled 'Norte' and ranges from 84000 to 88000 with major ticks every 1000 units. The points are represented by small black squares. They are scattered across the plot area, with a higher density in the central region (Este between 582400 and 583200, Norte between 85500 and 86500). There are some outliers, particularly at the lower 'Norte' values around Este 582400 and Este 583200.

Distribucion de parejas de distancia



155

Distribucion espacial de los errores estandar de los estimados de Krige

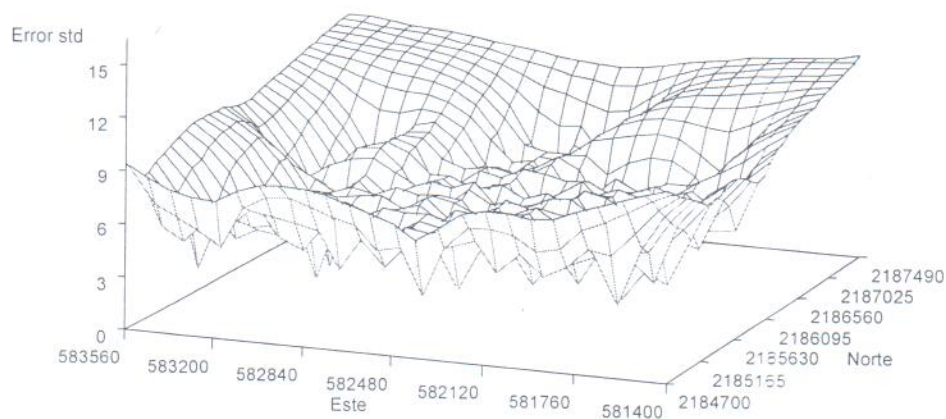


Figura 5. Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el área basal del conjunto con la totalidad de los datos de las observaciones.

Diagrama de dispersion de puntos muestrales

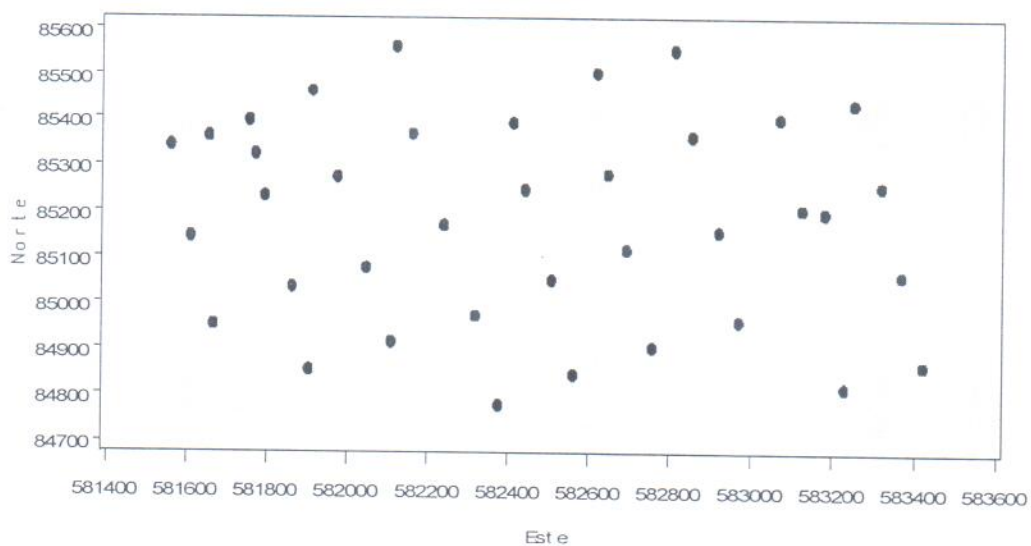


Figura 6. Diagrama de dispersión de sitios de muestreo para el conjunto de datos con las observaciones del área basal para el rodal 1.

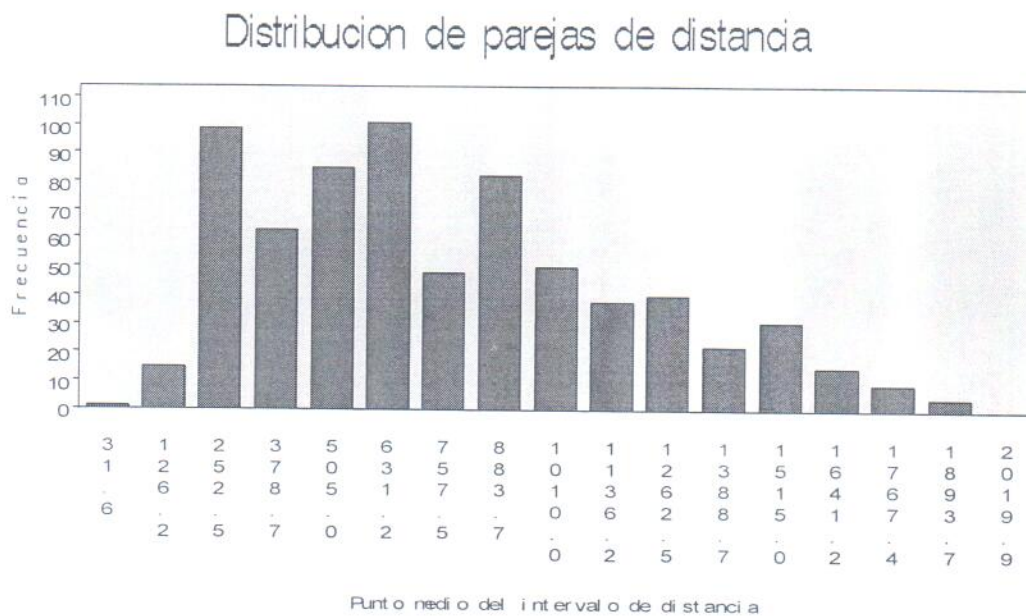


Figura 7. Distribución de parejas de distancia para el conjunto de datos con las observaciones para el área basal del rodal 1.

distribucion espacial de los errores estandar de los estimados de Krige

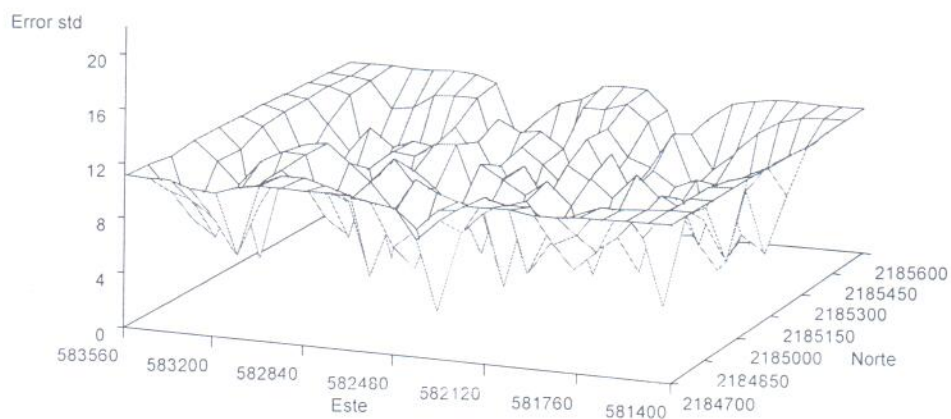


Figura 8. Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el área basal del conjunto con las observaciones del rodal 1.

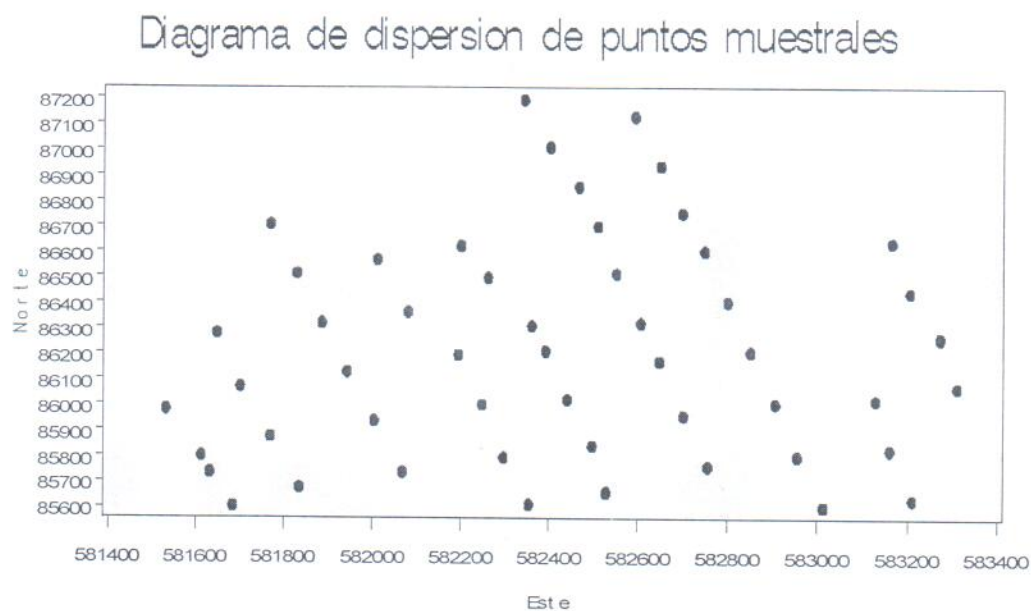


Figura 9. Diagrama de dispersión de sitios de muestreo para el conjunto de datos con las observaciones del área basal para el rodal 2.

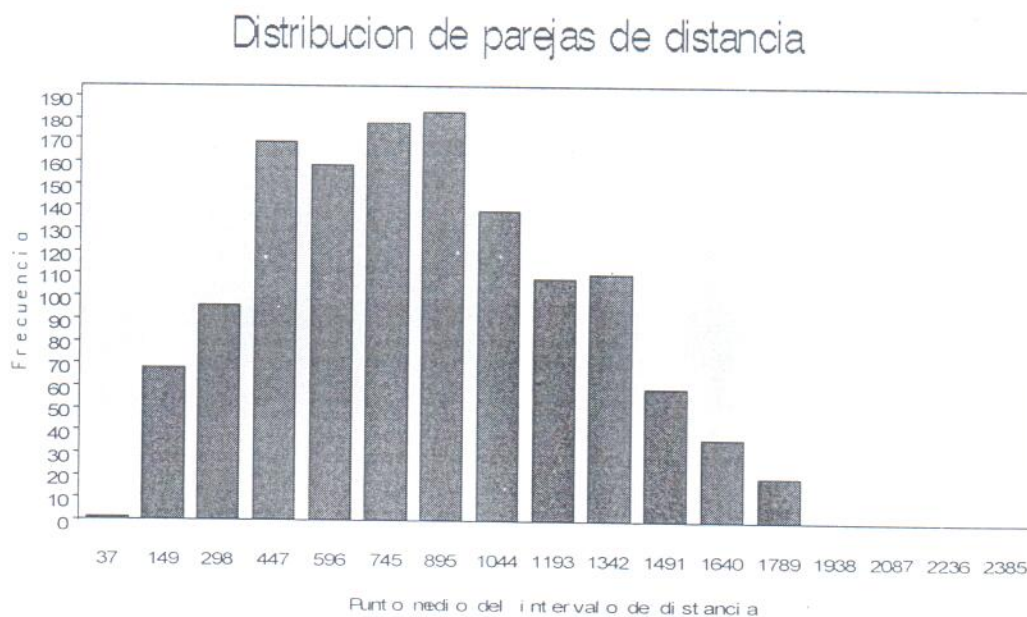


Figura 10. Distribución de parejas de distancia para el conjunto de datos con las observaciones para el área basal del rodal 2.

Distribucion espacial de los errores estandar de los estimados de Krige

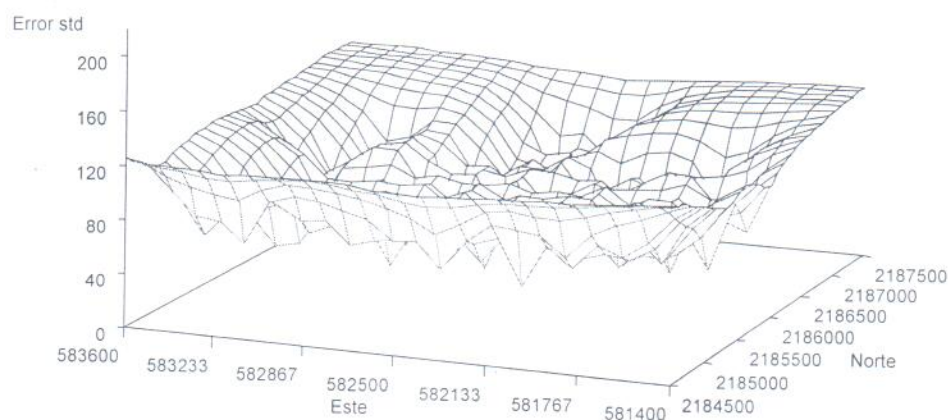


Figura 11. Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el área basal del conjunto con las observaciones del rodal 2.

Distribucion espacial de los errores estandar de los estimados de Krige

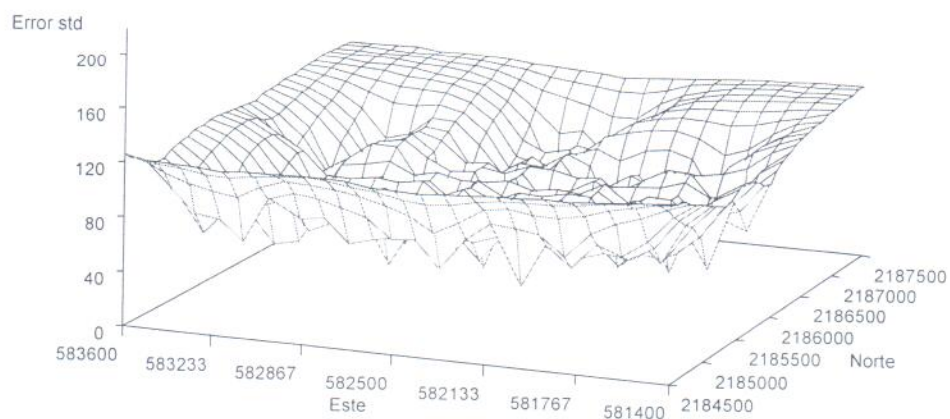


Figura 12. Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el volumen rta del conjunto de datos con la totalidad de las observaciones.

distribucion espacial de los errores estandar de los estimados de Krige

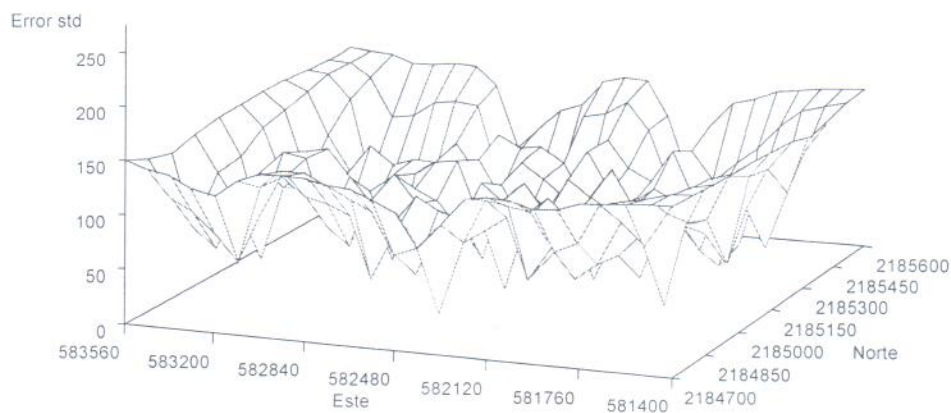


Figura 13. Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el volumen rta del conjunto de datos con las observaciones del rodal 1.

distribucion espacial de los errores estandar de los estimados de Krige

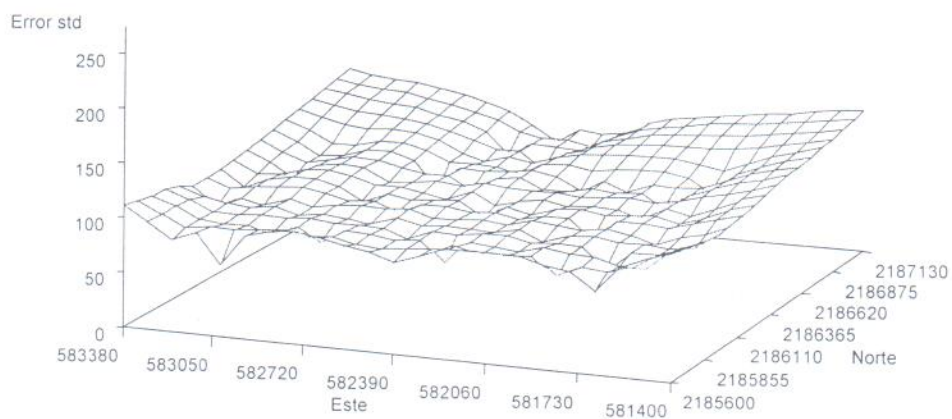


Figura 14. Distribución espacial de los errores estándar de los estimados de Krige para el volumen rta/ha del conjunto de datos con las observaciones del rodal 2.

Cuadro 1. Características climáticas del área de estudio.

Estación	Coordenadas	Periodo registrado (años)	Mínimo	Máximo	Promedio	Tipo de clima
Llano verde	19°44' 98°09' 2160 m.s.n.m	T ₄ P ₇	12.2 nov. 7.9 enero	15.7 mayo 154.6 sept.	13.7 744.6	$C(w_i'')(w)big$
Tlaxco	19°37' 98°06' 2552 m.s.n.m	T ₁₆ P ₃₀	11.2 dic., enero 5.8 feb.	15.7 mayo 119.1 ago.	13.8 677.6	

T = temperatura en °C

P = precipitación en mm

Fuente: García, 1981.

Cuadro 2. Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal.

Modelo	Suma de cuadrados del error	Coefficiente de determinación R^2
Gauss	25569.5	0.8926
Esférico	36478.0	0.8468
Exponencial	14619.3	0.9386
Potencia	16649.4	0.9301

Cuadro 3. Análisis de varianza del modelo exponencial para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor de F	Prob > F
Regresión	2	223498	111749	122.3	< 0.0001
Error	16	14619.3	913.7		
Total no corregida	18	238117			
Total corregida	17	23250.6			

Cuadro 4. Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo exponencial para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el área basal.

Parámetro	Estimado	Error estándar	Límites al 95% de confianza	
$c0$	116.7	7.9887	99.7514	133.6
$a0$	343.2	176.1	-30.1192	716.5

Cuadro 5. Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones para el área basal del rodal 1.

Modelo	Suma de cuadrados del error	Coefficiente de determinación R^2
Gauss	3045.1	0.9790
Esférico	15611.8	0.8926
Exponencial	4820.0	0.9668
Potencia	8092.8	0.9443

Cuadro 6. Análisis de varianza del modelo de Gauss para el conjunto de datos del rodal 1 con las observaciones para el área basal.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor de F	Prob > F
Regresión	2	142263	71131.5	210.23	< 0.0001
Error	9	3045.1	338.3		
Total no corregida	11	145308			
Total corregida	10	15142.5			

Cuadro 7. Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo de Gauss para el conjunto de datos del rodal 1 con las observaciones para el área basal.

Parámetro	Estimado	Error estándar	Límites al 95% de confianza	
$c0$	120.6	6.0812	106.8	134.3
$a0$	120.5	24.5864	64.9196	176.2

Cuadro 8. Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones para el área basal del rodal 2.

Modelo	Suma de cuadrados del error	Coefficiente de determinación R^2
Gauss	28837.4	0.8574
Esférico	23657.0	0.8830
Exponencial	23369.5	0.8844
Potencia	19691.0	0.9026

Cuadro 9. Análisis de varianza del modelo potencia para el conjunto de datos del rodal 2 con las observaciones para el área basal.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor de F	Prob > F
Regresión	2	182554	91276.8	5.75	0.0375
Error	10	19691.0	1969.1		
Total no corregida	12	202245			
Total corregida	11	31011.7			

Cuadro 10. Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo potencia para el conjunto de datos del rodal 2 con las observaciones para el área basal.

Parámetro	Estimado	Error estándar	Límites de confianza al 95%
c_0	6.3788	10.6647	-17.3839 30.1414
a_0	0.4425	0.2422	-0.0971 0.9821

Cuadro 11. Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones de volumen total con corteza y diámetro normal.

Modelo	Suma de cuadrados del error	Coefficiente de determinación R^2
$V = \beta_0 + \beta_1 d^2 h$	1.8187	0.9918
$V = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2$	2.8279	0.9875
$V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$	1.3249	0.9942
$V = \beta_0 + \beta_1 d^2 + \beta_2 h + \beta_3 d^2 h$	1.3567	0.9942

Cuadro 12. Análisis de varianza del modelo de Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ para el conjunto de datos con las observaciones de volumen total con corteza y diámetro normal.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor de F	Prob > F
Regresión	3	223.0	74.3383	1963.85	0.0001
Error	35	1.3249	0.0379		
Total no corregida	38	224.3			
Total corregida	37	55.8206			

Cuadro 13. Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo de Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ para el conjunto de datos con las observaciones de volumen total con corteza y diámetro normal.

Parámetro	Estimado	Error estándar	Límites al 95% de confianza
β_0	0.000128	0.000058	0.000010 0.000246
β_1	1.6059	0.10000	1.4028 1.8090
β_2	1.0860	0.1593	0.7625 1.4094

Cuadro 14. Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones de volumen fustal total sin corteza y diámetro normal.

Modelo	Suma de cuadrados del error	Coefficiente de determinación R^2
$V = \beta_0 + \beta_1 d^2 h$	8.9976	0.9857
$V = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2$	16.7745	0.9733
$V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$	7.9943	0.9873
$V = \beta_0 + \beta_1 d^2 + \beta_2 h + \beta_3 d^2 h$	8.3536	0.9866

Cuadro 15. Análisis de varianza del modelo de Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ para el conjunto de datos con las observaciones de volumen fustal total sin corteza y diámetro normal.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor de F	Prob > F
Regresión	3	620.9	207.0	8698.46	<0.0001
Error	336	7.9943	0.0238		
Total no corregida	339	628.9			
Total corregida	338	281.5			

Cuadro 16. Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo de Schumacher $V = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$ para el conjunto de datos con las observaciones de volumen fustal total sin corteza y diámetro normal.

Parámetro	Estimado	Error estándar	Límites de confianza al 95%
β_0	0.000038	6.604×10^{-6}	0.000025 0.000051
β_1	1.7424	0.0382	1.6673 1.8174
β_2	1.2711	0.0646	1.1440 1.3982

Cuadro 17. Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el volumen rta.

Modelo	Suma de cuadrados del error	Coefficiente de determinación R^2
Gauss	3.5181×10^8	0.8717
Esférico	7.9081×10^8	0.8044
Exponencial	3.0491×10^8	0.9246
Potencia	4.0261×10^8	0.9004

Cuadro 18. Análisis de varianza del modelo exponencial para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el volumen rta.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor de F	Prob > F
Regresión	2	3.7387×10^9	1.8694×10^9	98.09	< .0001
Error	16	3.0491×10^8	19056717		
Total no corregida	18	4.0436×10^9			
Total corregida	17	4.2883×10^8			

Cuadro 19. Límites de confianza de los parámetros estimados para modelo exponencial para el conjunto de datos con la totalidad de las observaciones para el volumen rta.

Parámetro	Estimado	Error estándar	Límites al 95% de confianza	
$c0$	14906.0	1096.1	12582.3	17229.8
$a0$	255.4	122.4	-4.1970	515.0

Cuadro 20. Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 1 para el volumen rta/ha.

Modelo	Suma de cuadrados del error SSE	Coefficiente de determinación R^2
Gauss	1.3306×10^8	0.9685
Esférico	3.5762×10^8	0.9152
Exponencial	1.4783×10^8	0.9650
Potencia	2.0198×10^8	0.9521

Cuadro 21. Análisis de varianza del modelo de Gauss para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 1 para el volumen rta/ha.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor de F	Prob > F
Regresión	2	4.0862×10^9	2.0431×10^9	138.19	<0.0001
Error	9	1.3306×10^8	14784277		
Total no corregida	11	4.2192×10^9			
Total corregida	10	5.0562×10^8			

Cuadro 22. Límites de confianza de los parámetros estimados del modelo de Gauss para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 1 para el volumen rta/ha.

Parámetro	Estimado	Error estándar	Límites al 95% de confianza
$c0$	20797.8	1349.5	17745.1 23850.5
$a0$	151.4	40.8145	59.1068 243.8

Cuadro 23. Resumen con la suma de cuadrados del error y las R^2 de los modelos probados para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 2 para el volumen rta/ha.

Modelo	Suma de cuadrados del error	Coefficiente de determinación R^2
Gauss	3.3685×10^8	0.8733
Esférico	2.7472×10^8	0.8966
Exponencial	2.7119×10^8	0.8980
Potencia	2.0829×10^8	0.9216

Cuadro 24. Análisis de varianza del modelo potencia para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 2 para el volumen rta/ha.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor de F	Prob > F
Regresión	2	2.4493×10^9	1.2247×10^9	6.72	0.0269
Error	10	2.0829×10^8	20829336		
Total no corregida	12	2.6576×10^9			
Total corregida	11	3.4821×10^8			

Cuadro 25. Límites de confianza de los parámetros estimados del modelo potencia para el conjunto de datos con las observaciones del rodal 2 para el volumen rta/ha.

Parámetro	Estimado	Error estándar	Límites al 95% de confianza
c_0	1174.9	1451.5	-2059.2 4409.0
a_0	0.375	0.1800	-0.0260 0.7760