



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA, INVESTIGACIÓN Y SERVICIO

EN ZOOTECNIA

POSGRADO EN PRODUCCIÓN ANIMAL

**MODELACIÓN DE CURVAS DE CRECIMIENTO Y DE LACTANCIA EN BOVINOS
LECHEROS EN PASTOREO**

TESIS

Que como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INNOVACIÓN GANADERA

Presenta:

SONIA CONTRERAS PIÑA

Bajo la supervisión de:

JOSÉ GUADALUPE GARCÍA MUÑIZ, Ph.D.



DIRECCION GENERAL ACADEMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
OFICINA DE EXAMENES PROFESIONALES



Chapingo, Estado de México, junio de 2017

MODELACIÓN DE CURVAS DE CRECIMIENTO Y DE LACTANCIA EN BOVINOS
LECHEROS EN PASTOREO

Tesis realizada por SONIA CONTRERAS PIÑA bajo la supervisión del Comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INNOVACIÓN GANADERA

DIRECTOR:



Ph. D. José Guadalupe García Muñiz

ASESOR:



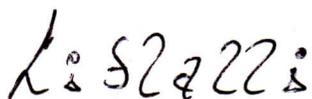
Ph. D. Rodolfo Ramírez Valverde

ASESOR:



Ph. D. Rafael Núñez Domínguez

ASESOR:



Dra. Citlalli Celeste González Ariceaga

CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
2	REVISIÓN DE LITERATURA	3
2.1	CURVAS DE CRECIMIENTO	3
2.1.1	Ecuaciones para describir curvas de crecimiento en bovinos	6
2.2	CURVAS DE LACTANCIA	8
2.2.1	Fases de la curva de lactancia	9
2.2.2	Funciones para modelar curvas de lactancia.....	13
2.2.3	Curvas para componentes de la leche.....	18
2.3	CONCLUSIONES GENERALES.....	19
2.4	LITERATURA CITADA.....	20
3	COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA AJUSTAR CURVAS DE CRECIMIENTO DE VACAS HOLSTEIN, JERSEY Y JERSEY X HOLSTEIN EN PASTOREO.....	28
3.1	Resumen	28
3.2	Summary	29
3.3	INTRODUCCIÓN	30
3.4	MATERIALES Y MÉTODOS.....	31
3.4.1	Origen de la información.....	31
3.4.2	Estructura de la base de datos	32
3.4.3	Modelos para ajustar curvas de crecimiento.....	32
3.4.4	Análisis estadístico	33
3.5	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	35
3.5.1	Estadísticos descriptivos	35

3.5.2	Parámetros de las curvas de crecimiento	36
3.5.3	Ajuste de las curvas de crecimiento.....	40
3.6	CONCLUSIONES	45
3.7	LITERATURA CITADA.....	46
4	CURVAS DE LATANCIA PARA PRODUCCIÓN DE LECHE Y COMPONENTES DE VACAS HOLSTEIN, JERSEY Y JERSEY x HOLSTEIN EN PASTOREO	49
4.1	Resumen	49
4.2	Summary	50
4.3	INTRODUCCIÓN	51
4.4	MATERIALES Y MÉTODOS	52
4.4.1	Localización del sitio experimental.....	52
4.4.2	Animales y su manejo.....	52
4.4.3	Variables registradas y generadas.....	52
4.4.4	Análisis estadístico	54
4.5	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	60
4.5.1	Estadísticos descriptivos de composición de la leche	60
4.5.2	Estadísticos descriptivos de producción de leche y componentes	61
4.5.3	Ajuste de curvas de lactancia	62
4.6	CONCLUSIONES	79
4.7	LITERATURA CITADA.....	80

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1. Funciones para la modelación de curvas de crecimiento.	8
Cuadro 2. Ecuaciones utilizadas en la literatura científica para ajustar curvas de lactancia de diferentes especies de mamíferos.	15
Cuadro 3. Número de animales por genotipo, y registros de peso y edad generados durante el periodo de estudio.	32
Cuadro 4. Modelos no lineales para ajustar los datos de peso y edad de bovinos Jersey, Holstein y Jersey x Holstein manejados en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa-trébol blanco y pastos de clima templado en Chapingo, Estado de México. ...	33
Cuadro 5. Estadísticos descriptivos de peso (kg) agrupado por edad (días) de bovinos Jersey, Holstein y Jersey x Holstein manejados en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	35
Cuadro 6. Parámetros de la curva de crecimiento (\pm error estándar), estimadores de la varianza residual y del peso maduro y valores del Criterio de Información de Akaike (AIC, más pequeño indica mejor ajuste) después de ajustar las ecuaciones de Brody, Gompertz, Logística y de Von Bertalanffy a los registros de peso y edad de bovinos Holstein, Jersey y cruzas de Jersey x Holstein en Chapingo, Estado de México.	37
Cuadro 7. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (por encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los parámetros de curvas de crecimiento ajustados con los modelos de Brody, Gompertz, Logístico y de Von Bertalanffy, a datos de peso vivo y edad de hembras Jersey manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	38
Cuadro 8. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (por encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los parámetros de curvas de crecimiento ajustados con los modelos de Brody, Gompertz, Logístico y de Von Bertalanffy, a datos de peso vivo y edad de hembras Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	39
Cuadro 9. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (por encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los parámetros de curvas de crecimiento	

ajustadas con los modelos de Brody, Gompertz, Logístico y de Von Bertalanffy, a datos de peso vivo y edad de hembras Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	40
Cuadro 10. Número de animales y lactancias (305 días) por genotipo y registros de observaciones para producción de leche y sus componentes durante el periodo de estudio.	54
Cuadro 11. Estadísticos descriptivos para características de composición de la leche de vacas Jersey, Holstein y Jersey x Holstein registradas en lactancias de 1 a 305 días y manejadas en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa y pastos templados en Chapingo, Estado de México.	61
Cuadro 12. Estadísticos descriptivos para producción de leche y componentes de vacas Jersey, Holstein y Jersey x Holstein registradas en lactancias de 1 a 305 días y manejadas en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa y pastos templados en Chapingo, Estado de México.	62
Cuadro 13. Criterios de bondad de ajuste y nivel de significancia (probabilidad) de los efectos fijos de modelos de regresión aleatoria ajustados a registros de producción diaria de leche para describir las curvas de lactancia de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein, manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	63
Cuadro 14. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los coeficientes aleatorios de un polinomio de Legendre de grado 5 ajustado a registros de producción de leche para describir las curvas de lactancia de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	64
Cuadro 15. Medias de cuadrados mínimos (\pm error estándar) para días al pico de máxima producción de leche, producción predicha de leche al pico de la lactancia, por vaca por día de ordeño y por lactancia de 305 días, de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	67
Cuadro 16. Criterios de bondad de ajuste y nivel de significancia (probabilidad) de los efectos fijos de modelos de regresión aleatoria ajustados a registros de porcentaje de grasa, proteína y sólidos totales en leche de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	68

Cuadro 17. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los coeficientes aleatorios de un polinomio de Legendre ajustado a registros de porcentaje de grasa (de grado 2), proteína (de grado 4) y sólidos totales (de grado 4) para describir las curvas de composición de la leche de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	69
Cuadro 18. Medias de cuadrados mínimos (\pm error estándar) para porcentaje de grasa, proteína y sólidos totales por día de ordeño de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	69
Cuadro 19. Criterios de bondad de ajuste y nivel de significancia (probabilidad) de los efectos fijos de modelos de regresión aleatoria ajustados a registros de producción diaria de grasa, proteína y sólidos totales de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	74
Cuadro 20. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los coeficientes aleatorios de polinomios de Legendre ajustados para describir las curvas de producción diaria de grasa, proteína y sólidos totales de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	75
Cuadro 21. Producción de grasa, proteína y sólidos totales (kg/vaca/lactancia) y por día (kg/día) predichos de vacas Holstein, Jersey y sus cruzas, manejas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.	79

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de dispersión para pesos y edades del ajuste de las curvas de crecimiento generadas por la ecuación de Brody para hembras Jersey, Holstein y Jersey x Holstein, manejadas en praderas mixtas de alfalfa, trébol blanco y pastos templados en Chapingo, Estado de México.	42
Figura 2. Diagrama de dispersión para pesos y edades del ajuste de las curvas de crecimiento generadas por la ecuación de Gompertz para hembras Jersey, Holstein y Jersey x Holstein, manejadas en praderas mixtas de alfalfa, trébol blanco y pastos templados en Chapingo, Estado de México.	43
Figura 3. Diagrama de dispersión para pesos y edades del ajuste de las curvas de crecimiento generadas por la ecuación Logística para hembras Jersey, Holstein y Jersey x Holstein, manejadas en praderas mixtas de alfalfa, trébol blanco y pastos templados en Chapingo, Estado de México.	44
Figura 4. Diagrama de dispersión para pesos y edades del ajuste de las curvas de crecimiento generadas por la ecuación de Von Bertalanffy para hembras Jersey, Holstein y Jersey x Holstein, manejadas en praderas mixtas de alfalfa, trébol blanco y pastos templados en Chapingo, Estado de México.	45
Figura 5. Curvas de lactancia para producción diaria de leche de vacas individuales (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 5. ..	65
Figura 6. Curvas de lactancia para porcentaje de grasa en leche por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 2. ..	71
Figura 7. Curvas de lactancia para porcentaje de proteína en leche por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 4. ..	72
Figura 8. Curvas de lactancia para porcentaje de sólidos totales en leche por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 4. ..	73

Figura 9. Curvas de lactancia para producción diaria de grasa por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 2.76

Figura 10. Curvas de lactancia para producción diaria de proteína por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 3. ..77

Figura 11. Curvas de lactancia para producción diaria de sólidos totales por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 3. ..78

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico otorgado durante mis estudios de Maestría.

Al Posgrado en Producción Animal, por darme la oportunidad de dar un paso más en mi formación profesional.

Al Laboratorio de Calidad de Leche del Posgrado de Producción Animal, de la Universidad Autónoma Chapingo, donde se realizó el análisis de calidad de leche.

A mis asesores Ph. D. José G. García Muñiz, Ph. D. Rodolfo Ramírez Valverde, Ph. D. Rafael Núñez Domínguez y a la Dra. Citlalli Celeste González Ariceaga, por sus valiosas enseñanzas, consejos y contribuciones que permitieron hacer realidad este proyecto.

A Blanca y al Ph. D. Maximino Bravo Huerta, por su apoyo y consejos, durante mis estudios.

A Gerardo Piloni Monsalvo y a los trabajadores del Módulo de Producción de Leche Orgánica, donde se llevó a cabo el estudio, por su comprensión y colaboración.

A Othmara, y a Luis Daniel, quienes me brindaron su amistad, consejo y apoyo.

Y a todos aquellos que fueron parte de este proyecto.

DEDICATORIAS

Con cariño para:

Mis papás Teresa Piña y Jesús Roberto Contreras

Mis hermanos: Ana Lilia, Lourdes y Roberto

Y mis sobrinos: Lilia, Diana Laura, Xiare Emmanuel, Jorge Luis y Pablo

DATOS BIOGRÁFICOS



Datos personales

Nombre: Sonia Contreras Piña
Fecha de nacimiento: 19 de diciembre de 1984
Lugar de nacimiento: Acambay, Estado de México
CURP: COPS841219MMCNXN07
Profesión: Ing. Agrónomo Especialista en Zootecnia
Cédula profesional: 09076263

Desarrollo académico

Bachillerato: Preparatoria Anexa a la Normal de Atlacomulco
Licenciatura: Departamento de Zootecnia de la Universidad Autónoma Chapingo
Maestría en Ciencias: Posgrado en Producción Animal, Departamento de Zootecnia, Universidad Autónoma Chapingo

RESUMEN GENERAL

MODELACIÓN DE CURVAS DE CRECIMIENTO Y DE LACTANCIA EN BOVINOS LECHEROS EN PASTOREO¹

Se modelaron las curvas de crecimiento y lactancia de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo. Se utilizaron los registros históricos de un hato experimental establecido en 1999 en la Universidad Autónoma Chapingo. Se comparó la bondad de ajuste de los modelos de Brody, Gompertz, Von Bertalanffy y Logístico al ajustar las curvas de crecimiento. Las curvas de lactancia se ajustaron con modelos de regresión aleatoria y polinomios de Legendre. Los modelos de Gompertz y de Von Bertalanffy produjeron el mejor ajuste para las curvas de crecimiento de hembras Jersey y Jersey x Holstein, y para hembras Holstein el mejor ajuste lo dio el modelo Logístico. En las curvas de lactancia, las vacas Jersey presentaron más temprano el pico de máxima producción de leche después del parto y las menores producciones de leche al pico de lactancia (24.6 días y 15.5 kg/día), fueron seguidas por las vacas Jersey x Holstein (29.6 días y 16.6 kg/día), y las vacas Holstein presentaron los picos de lactancia más tardíos y las máximas producciones diarias de leche al pico de lactancia (33.5 días y 20.0 kg/día). Holstein presentó las mayores ($P < 0.05$) producciones totales (kg/vaca/lactancia) de leche, grasa, proteína y sólidos totales (4553, 202, 158, 596), seguida de Jersey x Holstein (3734, 183, 140, 540) y Jersey la más baja (3268, 167, 128, 476). Las curvas de crecimiento de vacas Jersey y Jersey x Holstein deben ajustarse con los modelos de Gompertz o de Von Bertalanffy y las de Holstein con el modelo Logístico. Las vacas Holstein desplegaron curvas de lactancia para producción de leche con los picos más altos y más tardíos, que se tradujeron en las mayores producciones por lactancia de leche, grasa, proteína y sólidos totales; las cruces de Jersey x Holstein presentaron valores intermedios, y las vacas Jersey los valores más bajos aun cuando éstas produjeron la leche con la más alta concentración de componentes.

Palabras clave: pastoreo, comparación de modelos no lineales, Holstein y Jersey, curvas de lactancia y crecimiento, leche y sus componentes.

¹Tesis de Maestría en Ciencias en Innovación Ganadera, Universidad Autónoma Chapingo.

GENERAL ABSTRACT

MODELING OF GROWTH AND LACTATION CURVES OF GRAZING DAIRY COWS²

A series of studies were undertaken to model the growth pattern from birth to maturity, and the lactation curves of Jersey, Holstein, and Jersey x Holstein crossbred grazing dairy cows. A research herd established since 1999 at Universidad Autónoma Chapingo, Mexico, provided the historical data analyzed. Growth curves were modeled by the Brody, Gompertz, Von Bertalanffy, and Logistic models, and their goodness of fit evaluated. Lactation curves were modeled by fitting random regression models with Legendre polynomials. The Gompertz and the Von Bertalanffy models produced the best fit for the growth curves of Jersey and Jersey x Holstein crossbred females; for Holstein females the Logistic model produced the best fit. Regarding the fitting of lactation curves, Jersey cows peaked earlier and had the lowest yield at peak (24.6 days and 15.5 kg/day), followed by Jersey x Holstein (29.6 days and 16.6 kg/day), and Holstein were the latest to peak and had the highest peak yield (33.5 days and 20.0 kg/day). Holstein cows showed the highest yield (kg) per cow per lactation of milk, fat, protein, and milk solids (4553, 202, 158, and 596), followed by Jersey x Holstein (3734, 183, 140, and 540), and Jersey showed the lowest values (3268, 167, 128, and 476). Under the conditions of this study, the growth curves of Jersey and Jersey x Holstein females should be fitted with the Gompertz or the Von Bertalanffy models, and those of Holstein females with the Logistic model. Holstein cows displayed lactation curves for milk yield with higher and later peaks that translated into higher yields per lactation of milk, fat, protein, and total solids; Jersey x Holstein crossbred cows had intermediate values, and Jersey cows showed the lowest values, even though the later produced milk with the highest concentration of milk components.

Key words: grazing; non-linear model comparison; Holstein and Jersey, lactation and growth curves, milk and milk components.

² Master of Science Thesis, Livestock Innovation, Universidad Autónoma Chapingo

1 INTRODUCCIÓN GENERAL

El aumento rápido en la población y la creciente urbanización son algunos de los factores que están impulsando un enorme incremento en la demanda de alimentos de origen animal (leche, carne, huevos) en los países en desarrollo. Mundialmente la producción pecuaria está creciendo más de prisa que cualquier otro sector, y se prevé que para 2020 el sector ganadero será el sector agropecuario más importante en lo que respecta al valor agregado (SE, 2012). En 2013, México ocupó la posición 15 en la producción mundial de leche; es decir, dos de cada cien litros de leche que se producen en el mundo son de origen mexicano. Al primer trimestre de 2015, la producción de leche de bovino alcanzó 2 mil 655 millones de litros, poco más de 29 millones de litros por día (SIAP, 2015).

Según Arriaga, Espinoza, Albarrán y Castelán (1999), las nuevas exigencias que enfrenta la producción agropecuaria en México y en el mundo, apuntan no sólo al aumento de la producción agropecuaria de manera competitiva, sino que debe hacerse de manera sostenible, por lo que dichos autores proponen a la producción de leche en pastoreo intensivo de praderas cultivadas de clima templado como una alternativa para la ganadería competitiva y sostenible, en términos económicos y ecológicos para el altiplano central de México.

Diversos estudios se han enfocado en modelar curvas de crecimiento de bovinos para producción de carne. Algunas de las razas que se han estudiado son Brahman (Menchaca, Chase Jr., Olson & Hammond, 1996; Miguel, Melendez, Asenjo, Bonilla & Ciria, 2012), N'Dama (Mgbere & Olotogun, 2002) y Nellore (Forni et al., 2009; Nobre et al., 2003) y algunos en razas para producción de leche, como Holstein, Ayrshire y Holstein x Ayrshire (Perotto, Cue & Lee, 1992).

Las curvas de lactancia se han utilizado para predecir el comportamiento productivo de las vacas lecheras y la mayoría de los estudios se enfocan en Holstein. Algunos de los autores que han modelado curvas de lactancia en Holstein son: Sherchand, McNew, Kellogg y Johnson (1995); Bignardi et al. (2011); Adediran, Ratkowsky, Donaghy y Malau-Aduli (2012); Ural y Koskan (2014); y Ferreira, Henrique, Vieira, Maeda y Valotto (2015). Sin embargo, existen estudios donde se han incluido otras razas, como la Pardo suizo y Simmental (Jeretina, Babnik & Škorjanc, 2013) y Holstein, Jersey y sus cruza (Lembeye et al., 2016). No solo se ha modelado para producción de leche, sino también se ha empezado a analizar los componentes (grasa, proteína, sólidos totales, etc.). La modelación de curvas de lactancia y sus componentes en los genotipos Holstein, Jersey x Holstein y Jersey, mediante los polinomios de Legendre, permitiría analizar el panorama productivo con el fin de identificar vacas que producen mayor cantidad de leche y sus componentes por lactancia, en condiciones similares de manejo.

En el Capítulo 2 de esta tesis se presenta una revisión de literatura, donde se discuten algunas de las principales ecuaciones utilizadas para modelar las curvas de crecimiento y lactancia de bovinos. En el Capítulo 3 se presenta un estudio que tiene como propósito determinar qué ecuación (Brody, Gompertz, Von Bertalanffy o Logística) se ajusta mejor para describir el crecimiento de vacas Holstein, Jersey x Holstein y Jersey, en condiciones de pastoreo. En el Capítulo 4 se presenta un estudio donde se utilizaron los polinomios de Legendre, para determinar el grado del polinomio que mejor ajusta para describir la producción de leche y sus componentes (grasa, proteína y sólidos totales) y el porcentaje de componentes (Vaca/día), de vacas Holstein, Jersey x Holstein y Jersey, en condiciones de pastoreo.

2 REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 CURVAS DE CRECIMIENTO

Los cambios dinámicos que ocurren en el tamaño, forma y proporciones de un animal son muy complejos, de tal manera que cualquier intento por entenderlos requiere de una comprensión del fenómeno, mediante la comparación entre animales de diferentes genotipos y criados en diferentes condiciones (Lawrence & Fowler, 1997).

Cuando el crecimiento está relacionado con el tiempo, el fenómeno se refiere a un crecimiento temporal, es decir paulatinamente. Cuando los pesos reales de animales alimentados adecuadamente durante toda su vida se grafican en función de la edad o del tiempo, se produce una curva de crecimiento muy característica (Tomlinson & Abramson, 1961). Dicha curva suele evocar la imagen de una curva sigmoidea que representa una secuencia de medidas, a menudo el peso corporal, durante la vida del animal (Fitzhugh, 1976); que es denominada frecuentemente curva de crecimiento “sigmoideo”, por su parecido a la letra ‘S’, lo que ha sido descrita por muchos biólogos como un fenómeno que consiste de una fase de auto aceleración y una fase de auto desaceleración. Sin embargo, Lawrence y Fowler (1997) mencionan que se deben considerar tres fases de crecimiento: la fase de auto aceleración, seguida por una fase lineal, y finalmente una de auto desaceleración, que correspondería a la llegada del animal a su peso adulto.

Los modelos o curvas de crecimiento pueden resumir la información necesaria para entender el fenómeno biológico de crecimiento, que es un componente importante en los sistemas de producción. El desarrollo de un modelo que describa el patrón de crecimiento para un hato dentro de un ambiente particular y un manejo determinado, puede ser útil para evaluar la importancia relativa de los factores que afectan la eficiencia productiva de los animales (Menchaca et al., 1996).

Qing (2012) argumenta que las curvas de crecimiento se utilizan a menudo para el ajuste longitudinal de datos. En biología, los investigadores pueden estar interesados en utilizar estos modelos para describir la tendencia de crecimiento de un organismo. La aplicación del modelo de crecimiento no se limita a la variación de peso, tamaño o altura de un individuo; también podría ser usado para describir un cambio en el índice de crecimiento poblacional. En las ciencias que estudian a los animales, los modelos de crecimiento son ampliamente utilizados para describir la lactancia y la fecha de la producción.

Tsoularis (2002) mencionó que para modelar el crecimiento de sistemas biológicos se han introducido numerosos modelos, con el fin de abordar de diversas maneras la dinámica de la población; otros modelan el crecimiento físico real de alguna propiedad de interés para un organismo u organismos. Además, este autor dice que el modelo de crecimiento exponencial simple puede proporcionar una aproximación adecuada a dicho crecimiento para la fase inicial de la curva de crecimiento. Sin embargo, para el crecimiento *per se*, el crecimiento sin restricciones es poco realista. Por ejemplo, a medida que las plantas se aproximan a la madurez, las características físicas de interés alcanzarán una dimensión limitante (Tsoularis, 2002).

Los modelos matemáticos no lineales se han desarrollado para relacionar el peso y la edad, y han demostrado ser adecuados para describir la curva de crecimiento de organismos individuales o grupos de éstos (Berry, Horan & Dillon, 2005). Estos modelos permiten que un conjunto de información del peso vivo de un animal o de un hato, se condensan a un pequeño número de parámetros, para facilitar la interpretación y la comprensión del fenómeno (De Oliviera, Barbosa & Silva, 2000).

France, Dijkstra y Dhanoa (1996) señalan que las funciones de crecimiento proporcionan un resumen matemático, en el transcurso del tiempo, del crecimiento de un organismo o parte de un organismo. La función de crecimiento a largo plazo puede

ser escrita como una sola ecuación. Esta función de crecimiento conecta el peso (W) con el tiempo (t) de la siguiente manera:

$$W = f(t)$$

Donde f es alguna relacional de la función.

Según Rao y Taye (2013), la representación matemática del crecimiento relativo se describe por la ecuación diferencial ordinaria (ODE):

$$\frac{df(t)}{dt} = r_t f(t)$$

Donde $f(t)$ representa la función de crecimiento y r_t es función de la tasa relativa en un tiempo t.

Perotto et al. (1992) argumentan que la mejora de la eficiencia bioenergética del ganado depende de entender los factores genéticos y ambientales que pueden manipular atributos tales como la tasa de crecimiento y madurez, independientemente del peso, alterando así la forma de la curva de crecimiento.

Según Posada, Rosero, Rodríguez y Costa (2011), entre los procedimientos estadísticos disponibles para analizar los datos de crecimiento se encuentran las funciones no lineales. Estas funciones ofrecen la oportunidad de resumir la información contenida en toda una secuencia de puntos de edad y peso, en un pequeño conjunto de parámetros que pueden ser interpretados biológicamente y utilizados para derivar otros rasgos relevantes. Las funciones no lineales utilizadas para describir el crecimiento del peso corporal del ganado incluyen: Brody, Gompertz, Richards, Von Bertalanffy y Logística (Perotto et al., 1992; Posada et al., 2011).

2.1.1 Ecuaciones para describir curvas de crecimiento en bovinos

Ecuación de Gompertz

En 1925, Benjamin Gompertz publicó en la revista *Philosophical Transactions of the Royal Society*, el artículo "Sobre la naturaleza de la función que expresa la ley de la mortalidad humana". En este artículo, Gompertz demostró que la función 'naturaleza de la mortalidad humana' se puede modelar de acuerdo con las contingencias de la vida, convirtiéndose así en una de las primeras curvas de crecimiento (Winsor, 1932). La ecuación de Gompertz es probablemente la más usada en la descripción del crecimiento de aves, cerdos y conejos (Blasco & Varona, 1999).

Según Grimm y Ram (2009), algunas de las características principales de esta función de Gompertz son: se caracteriza por presentar dos asíntotas, una superior y una inferior, y un punto de inflexión. La curva de Gompertz, no es simétrica con respecto a su punto de inflexión; más bien el crecimiento procede de una manera tal que el 37% del crecimiento total se produce antes del punto de inflexión y el resto se produce después. Esta curva de crecimiento tiene una estructura específica asimétrica y es generalmente utilizada para describir el crecimiento de poblaciones en espacios confinados, o con recursos o nutrientes limitados.

Ecuación de Von Bertalanffy

En 1938, Von Bertalanffy propuso una ecuación para estimar curvas de crecimiento. Von Bertalanffy (1938) describe el crecimiento orgánico como el aumento estimable de un sistema orgánico en peso o longitud, por lo que se puede relacionar el crecimiento con las propiedades fundamentales de los sistemas vivos, y lo definió de la siguiente manera: el crecimiento es el aumento estimable de materiales obtenidos en su entorno.

La ecuación de Von Bertalanffy ha sido comparada con las ecuaciones de Brody, Richards, Logística y Gompertz para modelar el crecimiento de algunos genotipos de

bovinos (Agudelo, Divier & Bedoya, 2005; Gbangboche, Alkoiret, Toukourou, Kagbo & Mensah, 2011; Mgbere & Olutogun, 2002; Olivera, Lovo & Pereira, 2000).

Ecuación de Brody

En 1945, Samuel Brody estableció el fundamento para las curvas de crecimiento y lo plasmó en su libro “La bioenergética y el crecimiento”. El análisis que él hizo fue en humanos, cerdos, conejos, monos, pollos, ratas y ratones, tomando en cuenta desde el desarrollo embrionario. Además, también propuso modelos para usarse en análisis curvas de mortalidad (Brody, 1945).

Ecuación Logística

La ecuación Logística fue generalizada por Nelder en 1961; sin embargo, esta ecuación ya había sido estudiada por otros autores. La ecuación logística es la primera derivación de la ecuación de Gompertz, y fue comparada con ésta por Winsor en 1932. La ecuación Logística fue propuesta originalmente en 1920 por Pütter, para modelar el crecimiento de varios tipos de animales (Nelder, 1961).

La función logística se caracteriza por sus asíntotas superior e inferior, donde las tasas de cambio son más lentas cerca de las asíntotas y más altas a la mitad de la curva, en el punto de inflexión. La característica que define a la curva logística es que el crecimiento se distribuye de igual manera antes y después del punto de inflexión; es decir, hay simetría con el patrón de crecimiento, de tal manera que exactamente la mitad del cambio total ha ocurrido en el punto de inflexión y la otra mitad después (Grimm & Ram, 2009).

En el Cuadro 1 se muestra un resumen de algunas de las ecuaciones más usadas para estimar las curvas de crecimiento de animales.

Cuadro 1. Funciones para la modelación de curvas de crecimiento.

Modelo	Ecuación	Referencia
Brody	$W_t = A(1 - be^{-kt})$	Brody, 1945
Logístico	$W_t = \frac{A}{(1+be^{-kt})}$	Nelder, 1961
Gompertz	$W_t = Ae^{-be^{-kt}}$	Winsor, 1932
Von Bertalanffy	$W_t = A(1 - be^{-kt})^3$	Von Bertalanffy, 1938

W_t : es el peso vivo en el tiempo t .

A : es la asíntota superior, que representa el peso maduro del animal, en kg.

t : es la edad del animal, en días.

b : es la constante de integración.

k : es la tasa de maduración.

2.2 CURVAS DE LACTANCIA

La curva de lactancia es un proceso biológico que puede ser explicado por medio de una función matemática. Existe una variedad de funciones matemáticas que se han utilizado para el ajuste de curvas de lactancia en distintas especies de mamíferos. Estas funciones son útiles para pronosticar la producción total de leche de vacas individuales a partir de muestras parciales de la producción diaria de leche en el hato (Quintero, Serna, Hurtado, Noguera & Cerón, 2007). Sherchand et al. (1995) y Cañas, Restrepo, Ochoa, Echeverri y Cerón (2009) definieron la curva de lactancia como la representación gráfica de la producción de leche contra el tiempo.

Las curvas de lactancia son herramientas valiosas para los productores de leche, ya que permiten la toma de decisiones y la selección genética de animales superiores (Fathi et al., 2008). Las curvas de lactancia de bovinos han sido objeto de gran cantidad de investigaciones, debido a la importancia biológica y económica del proceso de la lactancia (Vargas & Ulloa, 2008). Además, la evaluación de las curvas de lactancia y composición láctea, permite conocer el comportamiento productivo y el potencial genético real, y evaluar el programa de alimentación, entre otros aspectos (Hernández & Ponce, 2008).

2.2.1 Fases de la curva de lactancia

El patrón de producción de leche durante una lactancia, en ausencia de factores limitantes o factores reductores, se divide básicamente en tres fases (Masselin, Sauvart, Chapoutot & Milan, 1987): calostrual, ascendente y descendente.

Fase calostrual

La fase calostrual abarca los primeros 2-3 días de la lactancia, en los cuales la hembra produce el calostro. Para la descripción de las curvas de lactancia, Gengler (1996) no considera la fase calostrual. Por tanto, estos días generalmente no se registran ni se consideran a la hora de tipificar curvas de lactancia.

Fase ascendente

Masselin et al. (1987) sugiere que posterior a la fase calostrual se inicia la fase ascendente, donde la producción se incrementará hasta alcanzar una producción máxima. Durante esta fase, una característica importante por definir es la velocidad de ascenso o tasa de incremento en la producción de leche. Este factor está dado por el grado de inclinación de la curva en su fase ascendente. El momento del pico en el día de máxima producción durante la lactancia y el nivel absoluto de este pico son altamente dependientes de factores raciales y genéticos.

Las lactaciones que no muestran la primera fase o que muestran un aumento constante de la producción se denominan lactaciones atípicas (Gengler, 1996).

Fase descendente y persistencia

Finalmente, en la fase descendente se produce una disminución paulatina de la producción hasta el momento del secado. En esta fase es también importante determinar la velocidad de descenso de la producción. Ésta se define comúnmente como la persistencia de la producción y está dada por el grado de inclinación de la

curva en el descenso. La persistencia también depende en gran parte de factores genéticos. Jamrozik, Jansen, Scheffer y Liu (1998), y Tekerli, Akinci, Dogan y Akcan (2000) definen la persistencia de la lactancia, como la capacidad de la vaca para continuar produciendo a un nivel máximo después del pico de lactancia.

Gengler (1996) define la persistencia como una función de que tan plana es la curva de la lactancia. Para un animal en particular, esto significa que será más persistente que otro, si su curva de lactancia tiene una forma más plana. En la literatura este concepto se denomina persistencia de la lactancia o persistencia de la curva de lactancia o persistencia de los rendimientos de leche. La forma de la curva de lactancia depende también de la persistencia y del rendimiento total, esto último representado por el área bajo la curva.

2.2.1.1 Factores que afectan la forma de la curva de lactancia

Dongre, Gandhi, Avtar y Atul (2011) observaron que aunque existen diferentes tipos de curva de lactancia, con el tiempo la producción sigue la misma tendencia que en una fase de crecimiento inicial hasta un máximo de producción de leche, seguido por una disminución más o menos lenta. Los factores importantes (es decir, el año de parto, estación de parto, y edad o número de parto) afectan no sólo el rendimiento total de leche sino también la forma de la curva de lactancia. Por tanto, hay un amplio margen para la mejora del hato estudiando la curva de lactancia. El estudio de la curva de lactancia es útil para la predicción del rendimiento de leche en cualquier punto de la lactancia y la predicción de registros incompletos (valores faltantes) con un error mínimo en los registros de campo. También ofrece un resumen conciso de la eficiencia biológica de las vacas lecheras (Sherchand et al., 1995) y es útil para el diseño de estrategias de mejoramiento genético y manejo general del hato lechero.

El conocimiento de la forma de la curva de lactancia en el ganado lechero, es importante porque el patrón de cómo una vaca produce leche en el tiempo podría

determinar su eficiencia biológica y económica, para los propósitos de alimentación y selección (Grossman & Koops, 1988).

La forma de la curva indica a los productores la necesidad de hacer cambios en la alimentación; por ejemplo, una porción ascendente de la curva indica que las vacas deben tener un plano superior de nutrición, y una porción decreciente de la curva indica un plano inferior de nutrición (Sherchand et al., 1995).

Las vacas lecheras con una curva de lactancia plana, se considera que tienen una lactancia más persistente que aquellas que tienen el mismo rendimiento pero con un descenso rápido después del pico de máxima producción. Además de que la incidencia de trastornos metabólicos y de la reproducción que se originan del estrés metabólico de la alta producción de leche, sería menor en vacas con curvas de lactancia más planas (Teklerli et al., 2000).

Uno de los factores que afectan la curva de lactancia es la raza. Por ejemplo, Cañas et al. (2009) encontraron que las vacas provenientes del cruzamiento de Holstein con otras razas, manifiestan altas producciones durante toda la lactancia en comparación con el promedio de las mismas razas puras.

Época del año

En un estudio con vacas Holstein y Blanco Orejinegro x Holstein en el trópico colombiano, Cañas et al. (2009) encontraron que la producción de leche en la época seca y la de lluvias presentaron distribuciones muy similares, sin embargo, en la época seca se presentaron picos de lactancia ligeramente inferiores a los obtenidos en la época de lluvias.

Atashi, Moradi y Moradi (2009) encontraron que la época del parto influye en la forma de la curva de lactancia en vacas Holstein; las vacas que parieron en primavera tuvieron un menor rendimiento y persistencia de la lactancia que aquellas que parieron en invierno, y el pico de estas últimas se produjo menos tarde. De manera similar, Dědková y Němcová (2003) concluyeron que en vacas Holstein, las que parieron en el periodo de febrero – abril, tenían menor persistencia en la lactancia, pero las que parieron entre agosto y septiembre tuvieron la mejor persistencia de la lactancia.

Osorio y Segura (2005) publicaron que la época de parto sólo tuvo efecto ($P < 0.05$) sobre el pico de producción, aunque se observó una tendencia a que las vacas paridas en los meses lluviosos iniciaran lactancias con niveles de producción de leche mayores que las vacas paridas en las épocas seca y de nortes.

Número de parto

El efecto ($P < 0.05$) del número de parto sobre el inicio y pico de producción de leche se puede atribuir a que las vacas de primer parto no han terminado su desarrollo corporal, por lo que primero satisfacen sus requerimientos de mantenimiento y crecimiento, y luego los de producción, razón por la cual tienen una menor producción de leche (Osorio & Segura, 2005). Atashi et al. (2009) encontraron para vacas Holstein que las de primer parto tienen una mayor persistencia y días en leche, pero con un rendimiento y producción menor. Según Cañas et al. (2009), entre los partos 1 y 2, se destaca el segundo por presentar altas producciones al comienzo de la curva de lactancia, pero hacia el final presenta un descenso rápido en la producción, equiparándose con hembras de primer parto.

Año de parto

Las variaciones climatológicas de un año a otro repercuten en la fisiología propia del animal, así como también en cambios en los sistemas de alimentación y manejo de los hatos (Carvajal, Eduardo, Valencia & Segura, 2002).

Osorio y Segura (2005) concluyeron que el año de parto tuvo efecto ($P < 0.05$) sobre todos los parámetros de la curva de lactancia. El año de parto es una fuente de variación difícil de explicar, ya que su efecto es debido a factores de manejo, ambientales y sus interacciones, por lo que en muchos estudios están confundidas sus combinaciones.

2.2.2 Funciones para modelar curvas de lactancia

El objetivo principal de modelar la curva de lactancia es predecir la producción de leche en cada día de lactancia, con un error mínimo, con el fin de dilucidar el patrón subyacente de producción de leche en presencia de variación ambiental (Fernández, Sánchez & Garcés, 2002).

Generalidades

Los modelos estimados a partir de los datos pueden ser utilizados para predecir las futuras producciones de leche de un individuo o de un hato con el propósito de sacrificio, desecho o mantenerlos como reproductores (Sherchand et al., 1995).

La utilidad de un modelo para describir la curva de lactancia depende de qué tanto éxito tenga éste en imitar el proceso biológico de lactancia, y la forma en que se ajusta a los factores que podrían influir en la producción diaria de leche. En consecuencia, la elección del modelo adecuado para describir la curva de lactancia es fundamental para aplicar un mejoramiento genético efectivo del hato lechero (Cankaya, Unalan & Soydan, 2011).

Para la modelación de las curvas de lactancia se han utilizado diversos enfoques y uno de ellos es en función de los rendimientos diarios observados. Existen diferentes objetivos de estas funciones. Los tres más importantes son: 1) el ajuste para vacas individuales para describir una curva dada y eventualmente la persistencia, 2) el ajuste

de una curva para grupos de vacas, que a menudo se hace por razones de manejo, y 3) la estimación de rendimiento a los 305 días usando la curva ajustada, donde el rendimiento total corresponde al área bajo la curva de lactancia (Gengler, 1996).

De acuerdo con Macciotta, Dimauro, Rassu, Steri y Pulina (2011), la mayoría de las funciones matemáticas propuestas para adaptar los patrones de la curva de lactancia en ganado lechero están dirigidas principalmente a describir el fenómeno; el supuesto básico es que la curva de lactancia se caracteriza por un componente continuo y determinista con una fase creciente hasta un punto máximo de producción de leche, seguido de una pendiente decreciente. La herramienta matemática utilizada en este enfoque está representada por una función analítica del tiempo (Macciotta et al., 2011):

$$Y_t = f(t)$$

Donde Y_t es la producción diaria de leche registrada en el tiempo t .

Macciotta et al. (2011) encontraron que a través del tiempo, un aumento en el número de parámetros ocasionó un cambio o un desplazamiento de las ecuaciones no lineales a lineales y de modelos específicamente concebidos para ajustarse a la forma estándar de la curva de lactancia, a funciones más generales. Tal evolución ha sido probablemente impulsada por varias razones, como los avances en el cálculo o la mayor disponibilidad de registros de producción de leche por vaca por lactancia. Los primeros modelos prestaron más atención al componente determinista del patrón de lactancia, siendo esencialmente el objetivo describir curvas de lactancia promedio de grupos homogéneos de animales con fines de manejo. Por tanto, se buscó un modelo eficiente, capaz de desentrañar el marco general del proceso de las perturbaciones ambientales y que además predijera el rendimiento de la leche con precisión. Debido a la gran cantidad de registros disponibles por curvas promedio y al patrón regular

consecuente, los procedimientos de estimación no lineal pueden ser implementados con bastante facilidad.

Algunas de las ecuaciones utilizadas para modelar las curvas de lactancia se muestran en el Cuadro 2.

Cuadro 2. Ecuaciones utilizadas en la literatura científica para ajustar curvas de lactancia de diferentes especies de mamíferos.

Ecuación	Parámetros	Autor
$y_t = ae^{-bt}$	2	Brody et al. (1923)
$y_t = ae^{-bt} - ae^{-ct}$	3	Brody et al. (1924)
$y_t = ae^{(bt-ct^2)}$	3	Sikka (1950)
$y_t = \frac{t}{a + bt + ct^2}$	3	Nelder (1966)
$y_t = at^b e^{-ct}$	3	Wood (1967)
$\ln(y_t) = \ln(a) + b \ln(t) - ct$	3	Wood (1969)
$y_t = a + bt + ct^2$	3	Dave (1971)
$y_t = a - bt - ae^{-ct}$	3	Cobby y Le Du (1978)
$y_t = at^{bc} e^{-ct}$	3	Dhanoa (1981)
$y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$	4	Singh y Gopal (1982)
$y_t = ae^{-bt}$	2	Jenkins y Ferrell (1984)
$y_t = a + be^{-ct} + dt$	4	Wilmink (1987)

Cuadro 2. Continuación...

Ecuación	Parámetros	Autor
$y_t = a + b \left(\frac{t}{305} \right) + c \left(\frac{t}{305} \right)^2$ $+ d \left[\ln \left(\frac{305}{t} \right) \right]$ $+ k \left[\ln \left(\frac{305}{t} \right) \right]^2$	5	Ali and Schaeffer (1987)
$y_t = e^{\left(a - bt + \frac{ct^2}{2} + \frac{d}{t} \right)}$	4	Morant y Gnanasakthy (1989)
$y_t = a \left(\frac{1}{1 + \frac{b}{c + t}} \right) e^{-at}$	4	Rook et al. (1993)
$y_t = at^{be^{-ct}}$	3	Cappio-Borlino et al. (1995)
$y_t = ae^{\left[\frac{b(1-e^{-ct})}{c} - dt \right]}$	4	Dijkstra (1997)
$y_t = a + be^{\left[\frac{c(1-e^{-dt})}{d} - kt \right]}$	5	VanRaden et al. (2006)

Fuente: Elaboración propia, con datos de la literatura científica.

Polinomios de Legendre

Kirkpatrick y Heckman (1989) argumentan que muchos atributos fenotípicos de los organismos pueden ser cuantificados por una sola medición. Sin embargo, otros tipos de caracteres son intrínsecamente más complejos; donde deben ser evaluados para más de una medición y son afectadas por diversos factores como los medioambientales y nutricionales, por lo que propusieron la utilización de polinomios ortogonales (Legendre) para el análisis de dichos caracteres. Posteriormente, Kirkpatrick, Hill y Thompson (1994), y Bignardi et al. (2011) recomendaron los

polinomios de Legendre para ajustar funciones de covarianza, las cuales definirían las (co)varianzas entre observaciones tomadas a lo largo de una trayectoria.

Silvestre, Petim y Colaço (2006) describen los polinomios de Legendre como funciones polinómicas de grado n y dominio $+1$. La ecuación que describe una sola observación se puede escribir:

$$Y_t = \sum_{i=0}^n \alpha_i \phi_i(\omega)$$

Donde ω es la unidad normalizada de tiempo, que va desde -1 a $+1$ y se calcula con la siguiente expresión:

$$\omega(t) = 2 \frac{(t - t_{min})}{(t_{max} - t_{min})} - 1$$

Donde t_{min} (5 d) es el más cercano y t_{max} (305 d) es el más lejano en los días después del parto.

$$\phi_n(\omega) = \sqrt{\frac{2n+1}{2}} P_n(\omega)$$

Donde $P_n(\omega)$ es un polinomio de grado n y $\phi_n(\omega)$ es el polinomio normalizado.

Y α_i son los coeficientes.

Las cinco primeras funciones de unidades estandarizadas en el tiempo (w) de los Polinomios Legendre se definen a continuación, de acuerdo con Silvestre et al. (2006).

$$P_0(w) = 1$$

$$P_1(w) = w$$

$$P_2(w) = \frac{1}{2}(3w^2 - 1)$$

$$P_3(w) = \frac{1}{2}(5w^3 - 3w)$$

$$P_4(w) = \frac{1}{8}(35w^4 - 30w^2 + 3)$$

Una de las características de los polinomios de Legendre, para las curvas de lactancia usando el día de prueba, es modelar utilizando el mecanismo de reacción rápida, donde el efecto genético aditivo y el efecto ambiental permanente pueden modelarse con polinomios de diferente grado.

2.2.3 Curvas para componentes de la leche

La leche se define como el producto normal de la secreción de la glándula mamaria, de composición compleja, de color blanquecino y opaco, con un pH cercano a la neutralidad, de sabor dulce, obtenida por uno o varios ordeños diarios, higiénicos, completos e ininterrumpidos (Wattiaux, 2011). La composición de la leche no es estable a lo largo de la lactancia, y puede verse afectada por factores internos y externos del animal, afectando en gran medida la calidad del producto (Agudelo et al., 2005).

Las variaciones en la producción de grasa láctea dentro de un grupo de vacas alimentadas en condiciones similares, sugieren que la producción de grasa depende de la capacidad metabólica individual de cada vaca (Soyeurt et al., 2006).

La mayoría de los estudios sobre curvas de lactancia sólo consideran el rendimiento de la leche y describen una lactancia estándar. La forma de la curva para los porcentajes de grasa y proteína siguen una relación inversa a la curva de producción de leche. Así, durante los primeros días correspondientes al calostro, los componentes sólidos en la leche son altos, pero caen rápidamente en la misma proporción en que la producción de leche incrementa; hacia el último tercio de la lactancia, el incremento de los sólidos vuelve a ser significativo (Silvestre, Martins, Santos, Ginja & Colaço, 2009).

Según Soyeurt et al. (2006), el mejoramiento de la calidad y cantidad nutricional de la grasa láctea ha sido un tema de investigación reciente. La adición de alimento suplementario es la forma más utilizada para mejorar la calidad nutricional de leche. Esta práctica de manejo presenta ciertas desventajas, entre las cuales están que este enfoque ignora el efecto genético del animal, ya que el efecto de la genética en los porcentajes de componentes de la leche como la grasa se ha demostrado ampliamente. Por otro lado, la mejora en los componentes de la leche, vía adición de alimento suplementario no es permanente, es decir, si la suplementación se detiene, la calidad nutricional adicional de la leche desaparece. En contraste, la mejora genética es permanente y tiene la ventaja de crear valor a través de la selección.

2.3 CONCLUSIONES GENERALES

Las curvas de crecimiento y de lactancia en vacas lecheras, son una herramienta para tomar decisiones para el manejo del hato; alimentación, reproducción (momento adecuado para la primera inseminación de acuerdo con el peso, dependiendo del genotipo), y selección de reemplazos y desecho de animales.

De esta revisión se puede inferir que las ecuaciones más utilizadas para describir el patrón de crecimiento de los animales son: Brody, Gompertz, Logística y Von Bertalanffy. Para la estimación de curvas de lactancia en mamíferos se han utilizado también varias ecuaciones; sin embargo, en años recientes los polinomios de Legendre han sido ampliamente utilizados, ya que permiten generar curvas de lactancia para producción de leche y componentes, cuando no se cuenta con la producción diaria, por lo tanto son una herramienta que nos permite predecir con mejor precisión la producción total de leche por lactancia por vaca.

2.4 LITERATURA CITADA

- Adediran, S. A., Ratkowsky, D. A., Donaghy, D. J., & Malau-Aduli, A. E. O. (2012). Comparative evaluation of a new lactation curve model for pasture-based Holstein-Friesian dairy cows. *Journal of Dairy Science*, 95, 5344-5356.
- Agudelo, G., Divier, A., & Bedoya, M. O. (2005). Composición nutricional de la leche de ganado vacuno. *Revista Lasallista de Investigación*, 2 (1), 38-42.
- Ali, T. E., & Schaeffer, L. R. (1987). Accounting for covariance among test day milk yields in dairy cows. *Canadian Journal of Animal Science*, 67, 637-644.
- Atashi, H., Moradi, M. S., & Moradi, H. S. (2009). Environmental factors affecting the shape components of the lactation curves in Holstein dairy cattle of Iran. *Livestock Research for Rural Development*, 21(5), Article #60. Consultado en <http://www.lrrd.org/lrrd21/5/atas21060.htm>
- Berry, D. P., Horan, B., & Dillon, P. (2005). Comparison of growth curves of three strains of female dairy cattle. *Animal Science*, 80, 151-160.
- Bignardi, A. B., El Faro, Torres Jr., R. A. A., Cardoso, V. L., Machado, P. F., & Albuquerque, L. G. (2011). Random regression models using different functions to model test-day milk yield of Brazilian Holstein cows. *Genetics and Molecular Research*, 10(4), 3565-3575.
- Blasco, A., & Varona, L. (1999). Ajuste y comparación de curvas de crecimiento. *Información Técnica Económica Agraria*, 95A (2), 131-142.

- Brody, S., Ragsdale, A. C., & Turner, C. W. (1923). The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. *The Journal of General Physiology*, 5 (4), 441-444.
- Brody, S., Turner, C. W., & Ragsdale, A. C. (1924). The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. *The Journal of General Physiology*, 6, 541-545.
- Brody, S. (1945). Bioenergetics and growth: with special reference to the efficiency complex in domestic animals. *Reinhold Publishing Corporation*. New York, USA. 475-638. 1025 p.
- Cankaya, S., Unalan, A., & Soydan, E. (2011). Election of a mathematical model to describe the lactation curves of Jersey cattle. *Archiv Tierzucht*, 54(1), 27-35.
- Cañas, A. J. J., Restrepo, B. L. F., Ochoa, S. J., Echeverri, A., & Cerón, M. (2009). Estimación de las curvas de lactancia en ganado Holstein y BON x Holstein en trópico alto colombiano. *Revista Lasallista de Investigación*, 6(1), 35-42.
- Cappio-Borlino, A., Pulina, G., & Rossi, G. (1995). A non-linear modification of Wood's equation fitted to lactation curves of Sardinian dairy ewes. *Small Ruminant Research*, 18, 75-79.
- Carvajal-Hernández, H. M., Valencia-Heredia., E. R., & Segura-Correa., J. C. (2002). Duración de la lactancia y producción de leche de vacas Holstein en el estado de Yucatán, México. *Revista Biomédica*, 13, 25-31.
- Cobby, J. M., & Le Du, Y. L.P. (1978). On fitting curves to lactation data. *Animal Production*, 26, 127-133.
- Cole J. B., Nuil, D. J., & VanRaden P. M. (2009). Best prediction of yields for long lactations. *Journal of Dairy Science*, 92, 1796-1810.
- Dave, B. K. (1971). First lactation curve of the Indian water buffalo. *JNKVV Research Journal*, 5, 93-98.

- Dědková, L., & Němcová, E. (2003). Factors affecting the shape of lactation curves of Holstein cows in the Czech Republic. *Czech Journal of Animal Science*, 48(10), 395-402.
- Dhanao, M. S. (1981). A note on an alternative form of the lactation model of Wood. *Animal Production*, 32, 349-351.
- Dijkstra, J., France, J., Dhanao, M. S., Maas, J. A., Hanigan, M. D., Rook, A. S., & Beever, D. E. (1997). A model to describe growth patterns of the mammary gland during pregnancy and lactation. *Journal of Dairy Science*, 80, 2340-2354.
- Dongre, V. B., Gandhi, R. S. Avtar, S., & Atul, G. (2011). A brief review on lactation curve models for predicting milk yield and different factors affecting lactation curve in dairy cattle. *International Journal of Agriculture*, 1(1), 6-15.
- De Oliveira, N. H., Barbosa, L. R., & Silva, P. C. (2000). Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça guzerá. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, 35(9), 1843-1851.
- Forni, S., Piles, M., Blasco, A., Varona, L., Oliveira, H. N., Lôbo, R. B., & Albuquerque, L. G. (2009). Comparison of different nonlinear functions to describe Nelore cattle growth. *Journal of Animal Science*, 87, 496-506.
- Fathi, N. M. H., France, J., Odongo, N. E. Lopez, S., Bannink, A., & Kebreab, E. (2008). Modelling the lactation curve of dairy cows using the differentials of growth functions. *Journal of Agricultural Science*, 146, 633-641.
- Fitzhugh, Jr. H. A. (1976). Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *Journal of Animal Science*, 42, 1036-1051.
- Fernández, C., Sánchez, A., & Garcés, C. (2002). Modeling the lactation curve for test-day milk yield in Murciano-Granadina goats. *Small Ruminant Research*, 46, 29-41.
- Ferreira, A. G., Henrique, D. S., Vieira, R. A., Maeda, E. M., & Valotto, A. A. (2015). Fitting mathematical models to lactation curves from Holstein cows in the southwestern region of the state of Parana, Brazil. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 87(1), 503-517.

- France, J., Dijkstra, J., & Dhanoa, M. S. (1996). Growth functions and their application in animal science. *Annales de zootechnie*, 45(1), 165-174.
- Gbangboche, A. B., Alkoiret, T. I., Toukourou, Y., Kagbo, A., & Mensah, G. A. (2011). Growth curves for different body traits of Lagune Cattle. *Research Journal of Animal Science*, 5 (2), 17-24.
- Gengler, N. (1996). Persistency of lactation yields: a review. *Eval. Serv. Bull.*, 12, 87-96.
- Grimm, K. J., & Ram, N. (2009). Nonlinear growth models in Mplus and SAS', structural equation modeling. *Multidisciplinary Journal*, 16(4), 676 -701.
- Grossman, M. G., & Koops, W. J. (1988). Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *Journal of Dairy Science*, 71, 1598-1608.
- Jamrozik, J., Jansen, G., Scheffer, L. R., & Liu, Z., (1998). Analysis of persistency of lactation calculated from a random regression test day model. *Interbull Bull*, 17, 64-69.
- Hernández, R., & Ponce, P. (2008). Characterization of lactation and milk components curves of Siboney de Cuba genotype from a dairy basin of Havana province. *Revista Científica FCV-LUZ*, 18(3), 291-295.
- Jenkins, T. G., & Ferrell C. L. (1984). A note on lactation curves of crossbred cows. *Animal Production*, 39, 479-482.
- Jeretina, J. Babnik, D., & Škorjanc, D. (2013). Modeling lactation curve standards for test-day milk yield in Holstein, Brown Swiss and Simmental cows. *The Journal of Animal & Plant Sciences*, 23(3), 754-762.
- Kirkpatrick, M., & Heckman, N. (1989). A quantitative genetic model for growth shape, reaction norms and other infinite-dimensional characters. *Journal of Mathematical Biology*, 27, 429-450.
- Kirkpatrick, M., Hill, W. H., & Thompson, R. (1994). Estimating the covariance structure of traits during growth and aging, illustrated with lactations in dairy cattle. *Genetical Research*, 64, 57-69.

- Lembeye, F., López-Villalobos, N., Burke, J. L., Davis, S. R., Richardson, J., Sneddon, N. W., & Donaghy, D. J. (2016). Comparative performance in Holstein-Friesian, Jersey and crossbred cows milked once daily under a pasture-based system in New Zealand. *New Zealand Journal of Agricultural Research*, 59(4), 351-L362.
- Macciotta, P. P. N., Dimauro, C., Rattu, P. G. S., Steri, R., & Pulina G. (2011). The mathematical description of lactation curves in dairy cattle. *Italian Journal of Animal Science*, 10:e51 (4), 212-223.
- Masselin, S., Sauvant, D., Chapoutot, P., & Milan, D. (1987). Les modeles d'ajustement. *Annales de zootechnie*, 36 (2).
- Menchaca, M. A., Chase Jr., C. C., Olson, T. A., & Hammond, A. C. (1996). Evaluation of growth curves of Brahman cattle of various frame sizes. *Journal of Animal Science*, 74, 2140-2151.
- Miguel, J. A. Melendez, S. J. Asenjo, B. Bonilla, L. M., & Ciria, J. (2012). Growth modeling in castrated Brahman males raised in tropical conditions depending on the time of birth. *Ciencia e Investigación Agraria*, 39 (2), 279-288.
- Mgbere, O. O., & Olutogun O. (2002). A Comparison of Non-linear Models for describing Weight-Age Relationships in N'Dama Cattle. *Journal of Applied Animal Research*, 22(2), 225-230.
- Morant, S. & Gnanasakthy, A. (1989). A new approach to the mathematical formulation of lactation curves. *Animal Production*, 49 (2), 151-162.
- Nelder, J. A. (1961). The fitting of generalization of the logistic curve. *Biometrics*, 17, 89-100.
- Nelder, J. A. (1966). Inverse polynomials, a useful group of multi-factor response functions. *Biometrics*, 22, 128-141.
- Nobre, P. R. C., Misztal, I., Tsuruta, S., Bertrand, J. K., Silva, L. O. C., & Lopes, P. S. (2003). Analyses of growth curves of Nelore cattle by multiple-trait and random regression models. *Journal of Animal Science*, 81 (4), 918-926.

- Osorio A., M. M., & Segura C., J. C. (2005). Factores que afectan la curva de lactancia de vacas *Bos taurus* x *Bos indicus* en un sistema de doble propósito en el trópico húmedo de Tabasco, México. *Técnica Pecuaria en México*, 43(1), 127-137.
- Olivera, H. N., Lôbo R. B., & Pereira, C. S. (2000). Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, 35(9), 1843-1851.
- Perotto, D., Cue, R. I., & Lee, A. J. (1992). Comparison of nonlinear functions for describing the growth curve of three genotypes of dairy cattle. *Canadian Journal of Animal Science*, 72, 773-782.
- Posada, O. S., Rosero, N. R., Rodríguez, N., & Costa, C. A. (2011). Estimating parameters of growth curves in Nellore cattle raised in confinement. *Revista MVZ Córdoba*, 16(3), 2701-2710.
- Qing, Q. B. S. (2012). Comparison of four growth curve models in Angus cow: An application of Bayesian nonlinear mixed model. *Report Presented to the Faculty of the Graduate School of the University of Texas at Austin*, 37.
- Quintero, J. C., Serna, J. I., Hurtado, N. A. Noguera, R. R., & Cerón, M. F. (2007). Modelos matemáticos para curvas de lactancia en ganado lechero. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, 20, 149-156.
- Rao, K. P., & Taye, G. A., (2013). Solutions of rate-state equation describing biological growths. *American Journal of Mathematics and Statistics*, 3(6), 305-311.
- Rook, A., France, J., & Dhanoa, M. (1993). On the mathematical description of lactation curves. *Journal of Agricultural Science*, 121, 97-102.
- Ross, S. A., Chagunda, M. G. G., Topp, C. F. E., & Ennos, R. (2015). Biological efficiency profiles over the lactation period in multiparous high-producing dairy cows under divergent production systems. *Archives Animal Breeding*, 58, 127-135.
- SE (Secretaría de Economía). (2012). Análisis del Sector Lácteo en México, Dirección General de Industrias Básicas, pg 29. Consultado abril de 2016 en: www.economia.gob.mx/files/comunidad.../analisis_sector_lacteo.pdf

- SIAP (Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera). (2015). Panorama de la Lechería en México, Consultado abril de 2016 en: www.siap.gob.mx/wp-content/.../boletinleche/b_lecheenemar2015.pdf
- Sikka, L. C. (1950). A study of lactation as affected by heredity and environment. *Journal of Dairy Research*, 17, 231-252.
- Silvestre, A. M., Petim, B. F., & Colaço, J. (2006). The accuracy of seven mathematical functions in modeling dairy cattle lactation curves based on test-day records from varying sample schemes. *Journal of Dairy Science*, 89, 1813-1821.
- Silvestre, A. M., Martins, A. M., Santos, V. A., Ginja M. M., & Colaço, J. A. (2009). Lactation curves for milk, fat and protein in dairy cows: A full approach. *Livestock Science*, 122, 308-313.
- Singh, R. P., & Gopal, R. 1982. Lactation curve analysis of buffaloes maintained under village conditions. *Indian Journal of Animal Science*, 52, 1157-1160.
- Sherchand, L., McNew, R. W., Kellogg, D. W., & Johnson B. (1995). Selection of a mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *Journal of Dairy Science*, 78, 2507-2513.
- Soyeurt, H., Dardenne P., Gillon, A., Croquet C., Vanderick S., Mayeres P., Bertozzi C., & Gengler, N. (2006). Variation in fatty acid contents of milk and milk fat within and across breeds. *Journal of Dairy Science*, 89, 4858-4865.
- Tekerli, M., Akinci Z., Dogan, I., & Akcan, A. (2000). Factors affecting the shape of lactation curves of Holstein cows from the Balikesir province of Turkey. *Journal of Dairy Science*, 83, 1381-1386.
- Tomlinson, P.K., & Abramson, N. J. (1961). Fitting a Von Bertalanffy growth curve by least squares including tables of polynomials. State of California Department of Fish and Game. *Fish Bulletin*, 116, 1-66.
- Tsoularis, A. (2002). Analysis of logistic growth models. *Mathematical Biosciences*, 179, 21-55.

- Ural, D. A., & Koskan, O. (2014). The estimation of lactation curve parameters from test day milk yield in Holstein-Friesian cows in Bozdogan province in Turkey. *Research Journal of Agriculture and Environmental Management*, 3(2), 145-150.
- Vargas, B., & Ulloa, J. (2008). Relación entre crecimiento y curvas de lactancia en grupos raciales lecheros de distintas zonas agroecológicas de Costa Rica. *Livestock Research for Rural Development*, 20 (8).
- VanRaden, P. M, Dematawewa, C. M. B., Pearson, R. E., & Tooker, M. E. (2006). Productive life including all lactations and longer lactations with diminishing credits. *Journal of Dairy Science*, 89, 3213-3220.
- Vargas, J. C., Robalino, T., Quinteros, R., Frana, E., Quevedo, V., Barbona, I., López, G. R., Marini, P., & Echeverria, P. (2014). Criterios de eficiencia biológica en vacas lecheras. *Revista Amazónica Ciencia y Tecnología*, 3 (1), 3-12.
- Von Bertalanffy, L. (1938). A quantitative theory of organic growth. *Human Biology*, 10, 181-213.
- Von Bertalanffy, L. (1977). Quantitative laws in metabolism and growth. *Los Angeles California*, 32(3), 217-231.
- Wilmink, J. N. M. (1987). Adjustment of test day milk, fat and protein yield for age, season and stage of lactation. *Livestock Production Science*, 16, 335-348.
- Winsor, P. C. (1932). The Gompertz curve is a growth curve. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 18(1), 1- 8.
- Wattiaux, M. A. (2011). Composición de la leche y valor nutricional. Instituto Babcock para la Investigación y Desarrollo Internacional de la Industria Lechera. *Universidad de Wisconsin-Madison*. USA. 73-76.
- Wood, P. D. P. (1967). Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature*, London, 216, 164-165.
- Wood, P. D. P. 1969. Factors affecting the shape of the lactation curve in cattle. *Animal Production*, 11, 307-316.

3 COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA AJUSTAR CURVAS DE CRECIMIENTO DE VACAS HOLSTEIN, JERSEY Y JERSEY X HOLSTEIN EN PASTOREO

3.1 RESUMEN

En sistemas pastoriles de producción de leche, con escaso uso de suplementos y mezcla de genotipos con diferente tamaño maduro, el tamaño promedio de la vaca determina en gran medida la carga animal máxima del sistema. Los genotipos diversos pueden presentar diferentes patrones de crecimiento, tamaño adulto y requerimientos de energía metabolizable (EM) para mantenimiento. Las curvas de crecimiento específicas, del nacimiento a la madurez, son útiles para calcular los requerimientos de EM para mantenimiento en la vida del animal. El objetivo de este estudio fue evaluar la bondad de ajuste de cuatro modelos no lineales para describir las curvas de crecimiento de bovinos Jersey, Holstein, y Jersey x Holstein, manejados en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa y ballico perenne en Chapingo, Estado de México. Las ecuaciones de Brody [$Y_t = A(1 - be^{-kt})$], Gompertz [$Y_t = Ae^{-e^{(b-kt)}}$], Von Bertalanffy [$Y_t = A(1 - be^{-kt})^3$] y Logística [$Y_t = A(1 + be^{-kt})^{-1}$], representaron los cuatro modelos evaluados y se ajustaron a los datos ($n = 1,957$) de peso (Y , kg) y edad (t , días) de vacas Jersey ($n = 51$), Holstein ($n = 6$) y Jersey x Holstein ($n = 26$), utilizando el procedimiento NLMIXED de SAS. Para cada animal, genotipo y ecuación, se estimaron los parámetros A , b y k que produjeron las curvas de crecimiento de mejor ajuste, de acuerdo con el Criterio de Información de Akaike. En cada uno de los cuatro modelos comparados, el parámetro A , que corresponde a la asíntota superior y estima el 'peso maduro' del animal, se ajustó como efecto aleatorio. Los parámetros b y k , que representan la constante de integración y la tasa de maduración, se ajustaron como efectos fijos. En las curvas de crecimiento estimadas de las hembras Jersey y las cruas de Jersey x Holstein, las ecuaciones de Gompertz y de Von Bertalanffy produjeron el mejor ajuste. En contraste, la ecuación Logística produjo el mejor ajuste para las curvas de crecimiento de hembras Holstein. En las condiciones de este estudio, y con la finalidad de estimar requerimientos de mantenimiento en la vida del animal, las curvas de crecimiento de hembras Jersey y Jersey x Holstein deberán ajustarse con la ecuación de Gompertz o la de Von Bertalanffy, y las de hembras Holstein, con la ecuación Logística.

Palabras clave: Holstein y Jersey, pastoreo, bondad de ajuste, comparación de modelos no lineales.

COMPARISON OF EQUATIONS TO FIT GROWTH CURVES OF HOLSTEIN, JERSEY AND JERSEY x HOLSTEIN CROSSBRED COWS AT PASTURE

3.2 SUMMARY

In pastoral dairy systems with low use of supplementary feeding, and a mixture of cow genotypes differing in mature body weight, the cow's average size largely determines the system's maximum stocking rate. Diverse genotypes may present different growth patterns, mature weight, and metabolizable energy (ME) requirements for maintenance. A fitted growth curve, from birth to maturity, might be useful to calculate the animal's lifetime ME requirements for maintenance. Individual growth curves can be estimated by fitting nonlinear mixed models to incomplete growth records of animals in the herd. The objective of the study was to compare the goodness of fit of four nonlinear models to describe the growth curves of Holstein, Jersey and Jersey x Holstein crossbred females managed on a grazing system of alfalfa-perennial ryegrass pastures. The Brody [$Y_t = A(1 - be^{-kt})$], Gompertz [$Y_t = Ae^{-e^{(b-kt)}}$], Von Bertalanffy [$Y_t = A(1 - be^{-kt})^3$], and Logistic [$Y_t = A(1 + be^{-kt})^{-1}$] equations were the four models evaluated. Each model was fitted to the data ($n = 1,957$) on weight (Y , kg) and age (t , days) of Jersey ($n = 51$), Holstein ($n = 6$), and Jersey x Holstein ($n = 26$) females, using the NLMIXED procedure of SAS. For each animal, genotype and equation, the growth curve parameters A , b and k that yielded the best fit, were estimated. Model of best fit was assessed according to Akaike's Information Criterion. On each of the four models compared, the A parameter, that corresponds to the upper asymptote and estimates the animal's mature weight, was fitted as a random effect. The b and k parameters, that represent the constant of integration and the maturity rate, were fitted as fixed effects. Both the Von Bertalanffy and the Gompertz models produced the best fit for the growth curves of the Jersey and Jersey x Holstein crossbred females. In contrast, the Logistic model produced the best fit for the growth curves of Holstein females. Under the conditions of this study, and with the purpose of estimating the animal's lifetime ME requirements for maintenance, the growth curves of Jersey and Jersey x Holstein females should be fitted with either the Gompertz or the Von Bertalanffy model, and those of Holstein females with the Logistic equation.

Key words: Holstein and Jersey, grazing, goodness of fit, comparison of nonlinear models.

3.3 INTRODUCCIÓN

En sistemas de producción de leche en pastoreo con bajo uso de alimento suplementario y una mezcla de genotipos bovinos que difieren en tamaño maduro, el peso promedio de la vaca determina en gran medida la máxima carga animal que soporta el sistema. Diversos genotipos pueden presentar diferente peso maduro y diferentes requerimientos de energía metabolizable (EM) para mantenimiento. El ajuste de una curva de crecimiento desde el nacimiento hasta la madurez puede ser útil para calcular los requerimientos de mantenimiento durante la vida del animal. Las curvas de crecimiento de animales individuales pueden estimarse ajustando modelos mixtos no lineales, aun con registros incompletos de los animales del hato.

Según Val et al. (2004), cuando se tiene el pesaje regular y continuo de un mismo individuo, desde el nacimiento hasta la madurez, es posible construir una función de la curva de peso por la edad. Esta función representa el crecimiento, y debido a la gran cantidad de datos generados durante el crecimiento puede haber dificultades de interpretación; sin embargo, el uso de modelos estadísticos apropiados permite condensar la trayectoria de crecimiento en unos cuantos parámetros.

Fitzhugh (1976) encontró que las curvas de crecimiento reflejan las interrelaciones entre el impulso inherente del individuo de crecer y madurar, y el ambiente en el que se expresan estos impulsos; este entorno está enmarcado por el nivel de productividad del individuo, la cantidad y calidad de los alimentos consumidos, y el esfuerzo requerido para cosechar, consumir y digerir este alimento.

Según Koya y Goshu (2013) existen diversas ecuaciones que se utilizan para describir el crecimiento, entre las cuales se encuentran la de Brody, Gompertz, Logística y Von Bertalanffy. Estas ecuaciones han sido utilizadas para describir el crecimiento de varias especies de interés zootécnico. En bovinos, Abreu, Cobuci, da Silva y Sereno (2004) utilizaron dichas ecuaciones para estudiar el patrón de crecimiento de animales

Pantaneiros en Brasil; Noor, Saefuddin y Talib (2012) compararon dichas ecuaciones a excepción de la de Brody para predecir el crecimiento de hembras Holstein Friesian del nacimiento al primer parto. En razas de ovinos las ecuaciones han sido utilizadas por Gbangboche, Glele-Kakai, Salifou, Albuquerque y Leroy (2008); Malhado, Carneiro, Affonso, Souza y Sarmiento (2009) y Behzadi y Aslaminejad (2010). Mientras que McManus, Louvandini y Campos (2010) analizaron las ecuaciones de Brody, Gompertz y Logística, para determinar cuál de ellas modelaba mejor la curva de crecimiento en cuatro razas de caballos.

El objetivo de este estudio fue comparar la bondad de ajuste de cuatro modelos no lineales, para describir las curvas de crecimiento de vacas Jersey, Holstein y Jersey x Holstein, manejadas en un sistema de producción de leche en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa-ballico perenne-ovillo-trébol blanco.

3.4 MATERIALES Y MÉTODOS

3.4.1 Origen de la información

El estudio se realizó en el Módulo de Producción de Leche Orgánica en Pastoreo que se encuentra en las instalaciones de la Granja Experimental de la Universidad Autónoma Chapingo. Los animales que integran el hato son vacas Jersey de la línea genética de Nueva Zelanda, vacas Holstein de la línea genética de Norteamérica, y vacas originadas de la cruce de algunas vacas Holstein con semen de toros Jersey. Estos animales fueron manejados en pastoreo intensivo rotacional en franjas, con praderas mixtas de alfalfa variedad Aragonesa (*Medicago sativa*) con ovillo variedad Potomac (*Dactylis glomerata*), ballico variedad Linn (*Lolium perenne*) y trébol blanco variedad Ladino (*Trifolium repens*).

Los registros de peso y edad de los genotipos estudiados se generaron a partir de las fechas de nacimiento y fechas de registro del peso vivo de animales individuales en diferentes etapas de su vida, desde el nacimiento hasta la madurez. Los animales se

pesaron periódicamente en intervalos regulares de aproximadamente 30 días. Se utilizó una báscula digital de la marca Tru-Test (Tru-Test, Palmerston North, NZ), Sistema EC 2000 Con Barras GP 600, con capacidad de pesar hasta 1,500 kg y precisión de 0.5 kg. Los datos de peso vivo utilizados en este estudio, son los registrados en los años 2012 a 2016, las hembras se pesaron al nacimiento, al destete y mensualmente.

3.4.2 Estructura de la base de datos

En total se contó con 2,538 registros de peso (kg) y edad (días) que fueron generados por hembras Jersey, Holstein, y Jersey x Holstein, con edades que fluctuaron desde 1 hasta 6,597 días de edad. La cantidad de animales por genotipo y el número de registros de peso y edad generados en el periodo se presentan en el Cuadro 3.

Cuadro 3. Número de animales por genotipo, y registros de peso y edad generados durante el periodo de estudio.

<i>Item</i>	Genotipo		
	Holstein	Jersey x Holstein	Jersey
Animales con registros de peso y edad (número)	6	26	50
Observaciones de peso y edad (número)	281	496	1,181

3.4.3 Modelos para ajustar curvas de crecimiento

Los modelos de Brody, Gompertz, Logístico y Von Bertalanffy, se ajustaron a los datos de peso y edad de los animales. Las ecuaciones respectivas a los modelos ajustados se presentan en el Cuadro 4. En todos los casos, Y_t es el peso vivo (kg) registrado a la edad t (días); el parámetro A corresponde a la asíntota superior, que estima el peso (kg) maduro del animal; el parámetro b es una constante de integración; el parámetro k es la tasa de maduración; y e es la base de los logaritmos naturales.

Cuadro 4. Modelos no lineales para ajustar los datos de peso y edad de bovinos Jersey, Holstein y Jersey x Holstein manejados en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa-trébol blanco y pastos de clima templado en Chapingo, Estado de México.

Modelo	Ecuación	Fuente
Brody	$Y_t = A(1 - be^{-kt})$	Brody, 1945
Gompertz	$Y_t = Ae^{-e^{(b-kt)}}$	Winsor, 1932
Logístico	$Y_t = A(1 + be^{-kt})^{-1}$	Nelder, 1961
Von Bertalanffy	$Y_t = A(1 - be^{-kt})^3$	Von Bertalanffy, 1938

3.4.4 Análisis estadístico

Con la información de peso y edad se procedió a calcular los estadísticos descriptivos en diferentes secciones de la curva de crecimiento del hato. Se generaron nueve intervalos de edad: tres que van del nacimiento hasta el año de edad y seis que comprenden de los dos a los doce años de edad con dos años entre ellos, lo que fue similar a lo reportado por Qing (2012) para describir la curva de crecimiento de ganado Angus de Norteamérica. Los estadísticos descriptivos se obtuvieron utilizando el procedimiento MEANS de SAS (SAS, 2016).

Dado que la estructura de la base de datos para peso y edad generada en el hato está compuesta por distintas secciones de la curva de crecimiento, se procedió a expandir (hacia adelante y hacia atrás, dependiendo de cada caso particular) los registros diarios de edad para cada animal, utilizando el procedimiento EXPAND de SAS (SAS, 2016).

Para cada genotipo por separado se ajustaron cada uno de los modelos evaluados. Se utilizó el procedimiento NLMIXED de SAS (SAS, 2016). Sólo el parámetro relacionado con el peso maduro (**A**) se ajustó como efecto aleatorio en el modelo respectivo; los restantes parámetros de la curva de crecimiento (**b** y **k**) se ajustaron como efectos fijos en los modelos comparados.

El modelo estadístico ajustado dentro de genotipo, para cada una de las ecuaciones comparadas, se puede expresar de la siguiente manera:

$$Y_{ij} = f(\text{Edad}_{ij}, A, b, k) + u_i + a_i + e_{ij}$$

$$u_i \sim \text{Normal}(0, \sigma_u^2)$$

$$a_i \sim \text{Normal}(0, \sigma_A^2)$$

$$e_{ij} \sim \text{Normal}(0, \sigma_e^2)$$

Donde Y_{ij} es el peso observado del animal i registrado en el $j^{\text{ésimo}}$ día de edad. La expresión $f(\text{Edad}_{ij}, A, b, k)$ representa cada uno de los modelos de crecimiento evaluados (Brody, Gompertz, Logístico y Von Bertalanffy). El parámetro u_i es el efecto aleatorio del animal i (especificado como 'subject' en el enunciado del modelo); a_i es el efecto aleatorio del parámetro \mathbf{A} de la curva de crecimiento del $i^{\text{ésimo}}$ animal; y e_{ij} es el residual.

El ajuste de estos modelos generó, además de los estimadores de los parámetros de la curva de crecimiento, estimadores de varianza para el parámetro \mathbf{A} (peso maduro o peso asintótico) de la curva de crecimiento (σ_A^2) de los animales en estudio, la varianza residual (σ_e^2) y estimadores de (co) varianza de los coeficientes aleatorios de las curvas de crecimiento de animales individuales.

El ajuste de cada uno de los modelos comparados a los tres genotipos estudiados, generó los coeficientes aleatorios de los parámetros A , b , y k , para producir las curvas de crecimiento de animales individuales. En el código SAS utilizado también se incluyó una expresión para generar los coeficientes de la regresión fija para describir la curva de crecimiento promedio de cada uno de los genotipos estudiados. Dichos coeficientes se utilizaron para producir, en cada modelo y genotipo, los valores predichos de peso vivo para generar las curvas individuales y por genotipo de la vaca. Para este fin se utilizó el procedimiento SGPLOT de SAS (SAS, 2016). Los resultados del ajuste de las

curvas de crecimiento de los modelos comparados para cada uno de los tres genotipos, se presentan en figuras de alta resolución con contraste de colores para identificar a los genotipos comparados.

3.5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.5.1 Estadísticos descriptivos

El Cuadro 5 contiene los estadísticos descriptivos del peso vivo para las distintas secciones de la curva de crecimiento de acuerdo con la edad. En general, se observa que el peso tiene un incremento notable a lo largo de los primeros tres a cuatro años de edad, posteriormente se mantiene relativamente constante, las diferencias pueden deberse al incremento de peso que se da durante la gestación. La desviación estándar se va incrementado conforme avanza la edad, pero el coeficiente de variación es menor y relativamente estable; esto puede deberse a la diferencia de peso adulto de los diferentes genotipos, algo similar a los reportados por Echeverri, Arango y Parra (2011).

Cuadro 5. Estadísticos descriptivos de peso (kg) agrupado por edad (días) de bovinos Jersey, Holstein y Jersey x Holstein manejados en pastoreo en Chapingo, Estado de México.

Edad (d)	N	Media	DE ¹	Mínimo	Máximo	CV ²
0- 120	38	43.4	18.7	16.0	85.0	43.2
121- 200	73	90.8	26.0	53.5	209.0	28.6
201-365	169	138.5	33.7	67.0	241.0	24.3
366-730	378	251.5	52.3	130.0	398.0	20.8
731-1460	703	354.5	64.7	238.0	632.0	18.2
1461-2190	394	400.6	70.0	237.0	608.0	17.5
2191-2920	182	435.0	70.4	315.0	622.0	16.2
2921-3650	160	461.9	89.8	289.0	664.0	19.4
3651-4380	218	436.4	68.5	291.0	592.0	15.7

¹Desviación estándar, ²Coefficiente de variación.

3.5.2 Parámetros de las curvas de crecimiento

Los estimadores de los parámetros **A**, **b** y **k** de los modelos de crecimiento evaluados, así como los estimadores del Criterio de Información de Akaike (AIC) y de las varianzas del 'peso maduro' y residual se presentan en el Cuadro 6. El parámetro **A**, que es el que representa el peso maduro, fue diferente para cada genotipo, dependiendo de la ecuación utilizada. La ecuación de Brody ajustó para los tres genotipos el valor más alto del peso maduro, lo que concuerda con lo encontrado por Posada, Rosero y Rodríguez (2011), quienes también encontraron que esta ecuación sobreestima el peso maduro. Herrera, Vergara, Cerón-Muñoz, Agudelo y Arboleda (2008) indicaron que grupos de animales con mayor valor en el parámetro **A** son menos precoces. La ecuación de Brody produjo el valor más bajo del parámetro **k**. Un valor pequeño del parámetro **k** representa una menor velocidad de crecimiento para llegar al peso asintótico a partir del peso inicial, o tasas de maduración más lentas (Abreu et al., 2004; Domínguez-Viveros et al., 2013; Oliveira, Lôbo & Pereira 2000).

De acuerdo con la magnitud de los valores del AIC, los modelos que mejor ajustaron (menores valores del AIC) las curvas de crecimiento fueron Gompertz y Von Bertalanffy para los genotipos Jersey y Jersey x Holstein. En contraste, el modelo Logístico produjo el mejor ajuste para las curvas de crecimiento de hembras Holstein (Cuadro 6). Posada et al. (2011) encontraron que la ecuación de Brody produjo el mejor ajuste para describir la curva de crecimiento de bovinos Nellore en condiciones de confinamiento. De manera similar, Domínguez-Viveros et al. (2013) encontraron que el modelo de Brody permitió describir mejor el crecimiento de bovinos Tropicarne, lo que implica para este genotipo una tasa de madurez lenta, característica del crecimiento de los bovinos bajo condiciones de pastoreo en el trópico, a diferencia de la curva sigmoidea típica para algunas razas de bovinos en climas templados. Brown, Fitzhugh y Cartwright (1976) reportaron que la ecuación de Brody fue la que mejor ajustó la curva de crecimiento para diversas razas de bovinos bajo diferentes condiciones de manejo y alimentación. De Assumpção, Augusto, Fonseca y Henrique (2005) indican que los modelos de Gompertz y Von Bertalanffy se ajustaron mejor para describir el crecimiento de novillos Hereford, lo que concuerda con lo encontrado en este estudio para los genotipos Jersey y Jersey x Holstein.

Cuadro 6. Parámetros de la curva de crecimiento (\pm error estándar), estimadores de la varianza residual y del peso maduro y valores del Criterio de Información de Akaike (AIC, más pequeño indica mejor ajuste) después de ajustar las ecuaciones de Brody, Gompertz, Logística y de Von Bertalanffy a los registros de peso y edad de bovinos Holstein, Jersey y cruza de Jersey x Holstein en Chapingo, Estado de México.

Parámetro ¹	Genotipo		
	Jersey	Holstein	Cruzas
Ecuación de Brody			
<i>A</i>	400.0 \pm 6.9	513.5 \pm 13.6	471.9 \pm 12.5
<i>b</i>	1.029 \pm 0.012	0.9878 \pm 0.032	1.00 \pm 0.018
<i>k</i>	1.68E ⁻³ \pm 5.8E ⁻⁵	1.95E ⁻³ \pm 0.00	1.47E ⁻³ \pm 8.9E ⁻⁵
σ_A^2	1005.0 \pm 160.3	800.2 \pm 617.0	804.2 \pm 138.0
σ_e^2	1075.0 \pm 47.0	1875.0 \pm 154.2	1497.0 \pm 124.0
AIC	11687	2955	5022
Ecuación de Gompertz			
<i>A</i>	384.40 \pm 5.9	510.6 \pm 13.1	438.0 \pm 9.9
<i>b</i>	0.95 \pm 0.032	1.30 \pm 0.159	0.848 \pm 0.04
<i>k</i>	3.10E ⁻³ \pm 9.6E ⁻⁵	3.86E ⁻³ \pm 3.42E ⁻⁴	2.76E ⁻³ \pm 1.37E ⁻⁴
σ_A^2	920.50 \pm 0.327	904.8 \pm 0.79	968.0 \pm 159.7
σ_e^2	985.60 \pm 41.4	1731.2 \pm 147.8	1184.0 \pm 78.5
AIC	11630	2919	4997
Ecuación Logística			
<i>A</i>	373.8 \pm 5.6	512.3 \pm 10.0	422.9 \pm 9.2
<i>b</i>	7.02 \pm 0.39	13.2 \pm 2.85	5.83 \pm 0.42
<i>k</i>	4.55E ⁻³ \pm 1.42E ⁻⁴	5.43E ⁻³ \pm 3.97E ⁻⁴	4.09E ⁻³ \pm 1.97E ⁻⁴
σ_A^2	900.8 \pm 0.393	500.6 \pm 1.22	978.6 \pm 3.2
σ_e^2	1000.3 \pm 41.5	1661.5 \pm 141.7	1218.7 \pm 81.0
AIC	11664	2905	5015
Ecuación de Von Bertalanffy			
<i>A</i>	389.1 \pm 6.0	512.0 \pm 10.3	445.2 \pm 10.9
<i>b</i>	0.632 \pm 0.016	0.915 \pm 0.160	0.589 \pm 0.019
<i>k</i>	2.63E ⁻³ \pm 8.3E ⁻⁵	3.45E ⁻³ \pm 3.79E ⁻⁴	2.37E ⁻³ \pm 1.18E ⁻⁴
σ_A^2	1015.3 \pm 167.5	512.2 \pm 3.36	1231.9 \pm 229.0
σ_e^2	984.3 \pm 41.3	1777.9 \pm 151.8	1080.4 \pm 65.6
AIC	11627	2925	4988

¹*A* es el parámetro de la curva de crecimiento que corresponde a la asíntota superior, que estima el peso (kg) maduro del animal; *b* es una constante de integración; *k* es la tasa de maduración; (σ_A^2) es la varianza del peso (kg²) maduro del animal estimada por el modelo ajustado; (σ_e^2) es la varianza residual (kg²) y AIC es el Criterio de Información de Akaike para evaluar la bondad de ajuste del modelo respectivo.

Los cuadros 7, 8 y 9 contienen las varianzas, covarianzas y las correlaciones de los parámetros de las curvas de crecimiento de hembras Jersey, Holstein y Jersey x Holstein para cada uno de los cuatro modelos ajustados. En el ajuste de las curvas de crecimiento de hembras Holstein, las ecuaciones de Brody y de Gompertz presentaron problemas para la estimación del parámetro k de la curva de crecimiento. Por esta razón, la matriz de (co)varianzas y correlaciones presenta puntos en lugar de valores para el parámetro k .

Cuadro 7. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (por encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los parámetros de curvas de crecimiento ajustados con los modelos de Brody, Gompertz, Logístico y de Von Bertalanffy, a datos de peso vivo y edad de hembras Jersey manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.

Parámetro ¹	Parámetro				
	A	b	K	σ_A^2	σ_e^2
	Brody				
A	47.84	-0.0127	-0.0002	25.1570	-6.9194
b	-0.147	0.0002	4.614E-7	-0.1328	0.0131
k	-0.556	0.636	3.379E-9	-0.0014	0.0001
σ_A^2	0.023	-0.066	-0.152	25710.0	-244.52
σ_e^2	-0.021	0.022	0.048	-0.0320	2209.4
	Gompertz				
A	34.82	-0.0023	-0.0002	47.6645	-2.9520
b	-0.012	0.0010	2.45E-6	0.0779	-0.0047
k	-0.311	0.779	9.373E-9	-0.0008	0.0000
σ_A^2	0.056	0.017	-0.056	20742.0	-150.6
σ_e^2	-0.012	-0.004	0.012	-0.025	1716.6
	Logístico				
A	31.64	0.1450	-0.0002	-7.8058	1.4968
b	0.065	0.1583	0.00005	0.5353	-0.0074
k	-0.184	0.824	2.038E-8	-0.0006	0.0000
σ_A^2	-0.010	0.010	-0.032	19254.0	-166.0
σ_e^2	0.006	-0.0004	0.007	-0.029	1726.1
	Von Bertalanffy				
A	39.37	-0.00468	-0.00019	78.5387	-4.0716
b	-0.046	0.000264	1.038E-6	0.01522	-0.00047
k	-0.363	0.7592	7.08E-9	-0.00110	0.000055
σ_A^2	0.075	0.0056	-0.0781	28057	-159.48
σ_e^2	-0.016	-0.0007	0.0158	-0.0230	1706.43

¹ A es el parámetro de la curva de crecimiento que corresponde a la asíntota superior, que estima el peso (kg) maduro del animal; b es una constante de integración; k es la tasa de maduración; (σ_A^2) es la varianza del peso (kg²) maduro del animal estimado por el modelo ajustado; (σ_e^2) es la varianza residual (kg²).

Cuadro 8. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (por encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los parámetros de curvas de crecimiento ajustados con los modelos de Brody, Gompertz, Logístico y de Von Bertalanffy, a datos de peso vivo y edad de hembras Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.

Parámetro ¹	Parámetro				
	A	b	K	σ_A^2	σ_e^2
	Brody				
A	203.91	0.0301	.	-3166.2800	113.8100
b	0.065	0.0010	.	-3.5849	0.1276
k
σ_A^2	-0.295	-0.148	.	563730.0	-8407.6800
σ_e^2	0.052	0.026	.	-0.073	23790.0
	Gompertz				
A	226.20	0.1525	.	-18968.0000	134.7700
b	0.063	0.0260	.	-63.4689	0.4658
k
σ_A^2	-0.485	-0.151	.	6751748.0	-36108.0000
σ_e^2	0.060	0.019	.	-0.094	22023.0
	Logístico				
A	103.55	1.0591	-0.0006	-714.2000	28.8402
b	0.036	8.1811	0.0009	-86.0602	3.8864
k	-0.153	0.817	1.617E-7	0.0248	-0.0010
σ_A^2	-0.160	-0.069	0.141	191551.0	-1479.7000
σ_e^2	0.020	0.009	-0.017	-0.024	20095.0
	Von Bertalanffy				
A	112.08	-0.1527	-0.0011	-1009.9500	59.4650
b	-0.090	0.0259	0.00006	1.5115	-0.0665
k	-0.260	0.872	1.538E-7	0.0391	-0.0023
σ_A^2	-0.232	0.023	0.242	169482.0	-3237.64
σ_e^2	0.037	-0.003	-0.038	-0.052	23123.0

¹ A es el parámetro de la curva de crecimiento que corresponde a la asíntota superior, que estima el peso (kg) maduro del animal; b es una constante de integración; k es la tasa de maduración; (σ_A^2) es la varianza del peso (kg²) maduro del animal estimado por el modelo ajustado; (σ_e^2) es la varianza residual (kg²).

En estos cuadros, es de particular importancia revisar el tamaño de las correlaciones entre parámetros de la curva de crecimiento. Un modelo con buen ajuste de los datos presentará valores bajos de las correlaciones entre parámetros. A este respecto, con excepción de los ajustes para Holstein con los modelos de Brody y Gompertz, en todos los casos, la única correlación de magnitud importante fue entre los parámetros **b** y **k** de la curva de crecimiento.

Cuadro 9. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (por encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los parámetros de curvas de crecimiento ajustadas con los modelos de Brody, Gompertz, Logístico y de Von Bertalanffy, a datos de peso vivo y edad de hembras Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.

Parámetro ¹	Parámetro				
	A	b	k	σ_A^2	σ_e^2
Brody					
A	155.76	-0.07280	-0.00084	-61.6422	57.5611
b	-0.320	0.000332	1.126E-6	0.1396	-0.08156
k	-0.755	0.694	7.946E-9	0.001028	-0.00071
σ_A^2	-0.036	0.056	0.084	19034	-1415.66
σ_e^2	0.037	-0.036	-0.064	-0.083	15409
Gompertz					
A	98.27	-0.0529	-0.00067	-46.2255	16.7893
b	-0.127	0.0018	4.529E-6	0.8401	-0.1873
k	-0.487	0.776	1.937E-8	0.0033	-0.0008
σ_A^2	-0.029	0.126	0.148	25506	-634.11
σ_e^2	0.022	-0.057	-0.075	-0.051	6166.4
Logístico					
A	84.99	-0.0917	-0.00063	-59.9621	20.0000
b	-0.024	0.178	0.00007	8.1916	-2.0235
k	-0.341	0.811	4.007E-8	0.0050	-0.0014
σ_A^2	-0.043	0.127	0.163	23379.0	-664.7200
σ_e^2	0.027	-0.059	-0.083	-0.054	6601.8
Von Bertalanffy					
A	118.32	-0.02920	-0.00064	-0.3694	6.0228
b	-0.140	0.000365	1.707E-6	0.4730	-0.04987
k	-0.502	0.758	1.387E-8	0.002932	-0.00037
σ_A^2	-0.0001	0.108	0.109	52442.0	-450.30
σ_e^2	0.008	-0.040	-0.049	-0.030	4297.9

¹ A es el parámetro de la curva de crecimiento que corresponde a la asíntota superior, que estima el peso (kg) maduro del animal; b es una constante de integración; k es la tasa de maduración; (σ_A^2) es la varianza del peso (kg²) maduro del animal estimado por el modelo ajustado; (σ_e^2) es la varianza residual (kg²).

3.5.3 Ajuste de las curvas de crecimiento

El ajuste de las ecuaciones comparadas, para los tres genotipos estudiados, se presenta en las Figuras 1, 2, 3 y 4. Se despliegan en la curva de peso y edad los datos observados (como diagrama de dispersión), las regresiones aleatorias correspondientes a las curvas de crecimiento de vacas individuales (líneas continuas delgadas), las regresiones fijas (líneas continuas gruesas) que representan la curva de crecimiento promedio de cada genotipo, así como las asíntotas superiores de las

curvas (líneas quebradas paralelas al eje de las 'x') que representan el tamaño maduro promedio de los animales en cada genotipo.

Ecuación de Brody

El ajuste de la ecuación de Brody a los datos de peso y edad de los tres genotipos estudiados se muestra en la Figura 1. Para los genotipos Jersey y Jersey x Holstein, la ecuación de Brody ajustó a pesos al nacimiento negativos, mientras que para Holstein estimó pesos positivos pero bajos. Lo anterior concuerda con lo estimado por Agudelo, Divier y Bedoya (2005), quienes argumentan que la ecuación de Brody subestima el peso durante los primeros días de vida, pero que tiene un buen ajuste cuando son edades superiores a los seis meses (Mgbere & Olutogun, 2002). De manera similar, Berry, Horan y Dillon (2005) encontraron que la ecuación de Brody predice pesos negativos a edades tempranas cuando se utiliza para ajustar las curvas de crecimiento de vacas Holstein de la línea genética de Norteamérica, Holstein Europea y Holstein Friesian, manejadas en condiciones de semipastoreo.

Moreira, Mercadante, Pedrosa, dos Santos y Henrique (2016) trabajaron con hembras bovinas de la raza Caracu en Brasil, encontrando que las ecuaciones de Brody y Gompertz fueron las que mejor ajustaron la curva de crecimiento del nacimiento a la edad adulta. Lo anterior concuerda con Gbangboche, Alkoiret, Toukourou, Kagbo, y Mensah (2011), quienes en condiciones de pastoreo con la raza de carne Lagune, la ecuación que mejor ajustó fue la de Brody.

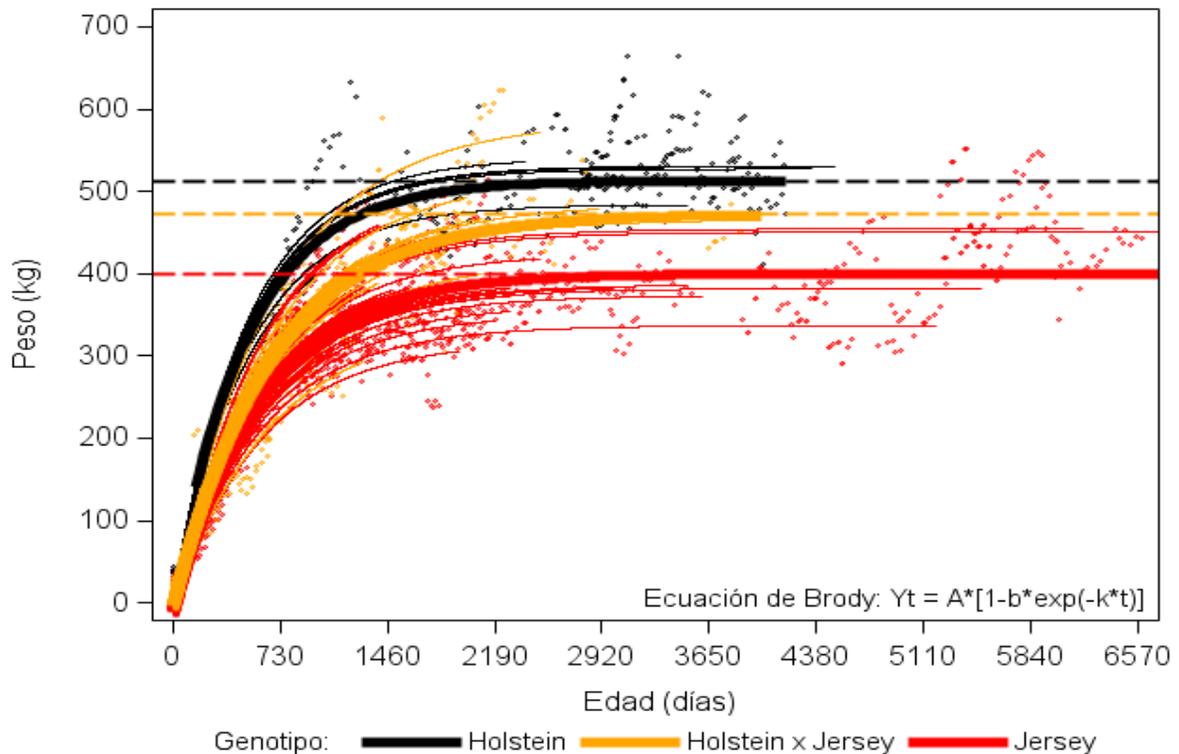


Figura 1. Diagrama de dispersión para pesos y edades del ajuste de las curvas de crecimiento generadas por la ecuación de Brody para hembras Jersey, Holstein y Jersey x Holstein, manejadas en praderas mixtas de alfalfa, trébol blanco y pastos templados en Chapingo, Estado de México.

Ecuación de Gompertz

El ajuste de la ecuación de Gompertz a los datos de peso y edad de los tres genotipos estudiados se muestra en la Figura 2. En el presente estudio, los pesos al nacimiento para el genotipo Holstein, predichos con el ajuste de la ecuación de Gompertz, fueron muy cercanos a cero, mientras que para Jersey y Jersey x Holstein se observó un mejor ajuste. Vargas-Leitón y Cuevas-Abrejo (2009) utilizaron esta ecuación para describir el crecimiento de bovinos lecheros, por ser la que mejor ajustó sus datos. Berry et al. (2005) también encontraron que la ecuación de Gompertz ajustó mejor que la de Brody las curvas de crecimiento de vacas Holstein Americana, Holstein Europea y Holstein Friesian, manejadas en condiciones de semipastoreo.

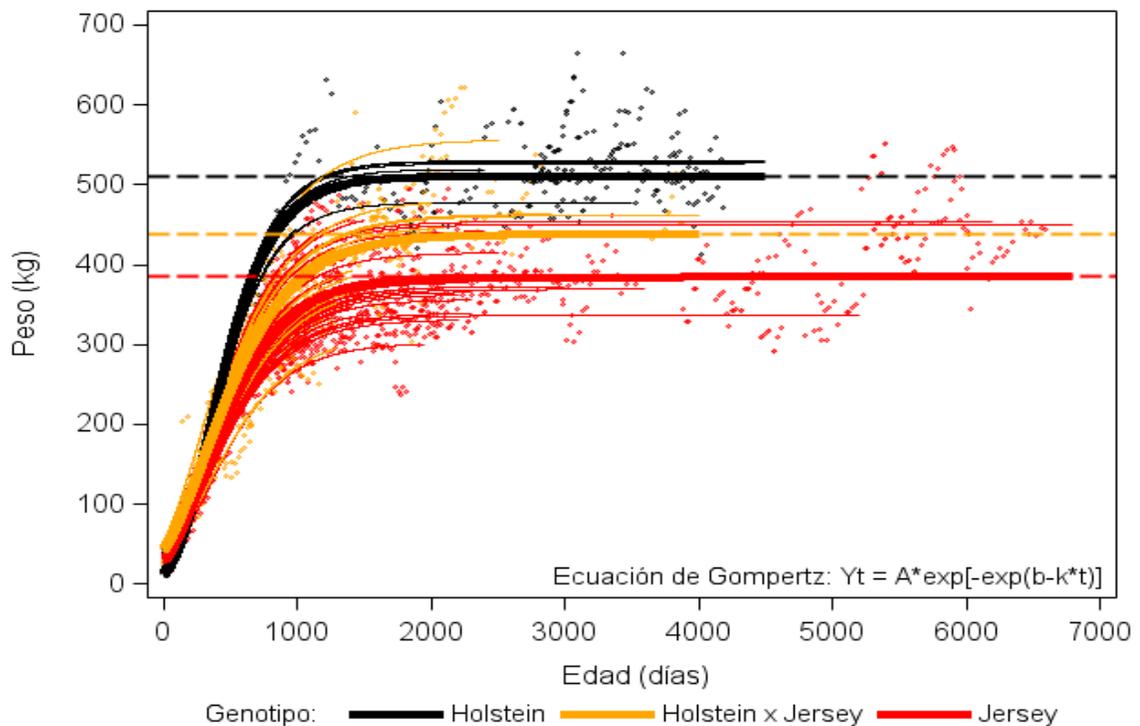


Figura 2. Diagrama de dispersión para pesos y edades del ajuste de las curvas de crecimiento generadas por la ecuación de Gompertz para hembras Jersey, Holstein y Jersey x Holstein, manejadas en praderas mixtas de alfalfa, trébol blanco y pastos templados en Chapingo, Estado de México.

Ecuación Logística

El ajuste de la ecuación Logística a los datos de peso y edad de los tres genotipos estudiados se muestra en la Figura 3. Esta ecuación ajusta de manera muy similar el peso al nacimiento de los tres genotipos.

Ecuación de Von Bertalanffy

El ajuste de la ecuación de Von Bertalanffy a los datos de peso y edad de los tres genotipos estudiados se muestra en la Figura 4. Esta ecuación ajustó los pesos vivos al nacimiento del genotipo Holstein con valores negativos y los de los genotipos Jersey y Jersey x Holstein, con pesos cercanos al cero, lo que difiere con lo reportado por Agudelo et al. (2005), y Mgbere y Olutogun (2002), quienes encontraron que la ecuación de Von Bertalanffy sobreestima el peso a edades tempranas. Sin embargo,

López et al. (1992) compararon la ecuación de Brody, Richards y Von Bertalanffy para describir las curvas de crecimiento de vacas para carne de la raza Retinta en condiciones de pastoreo extensivo en España, encontrando que la ecuación de Von Bertalanffy fue la que mejor se ajustó al patrón de crecimiento de esta raza.

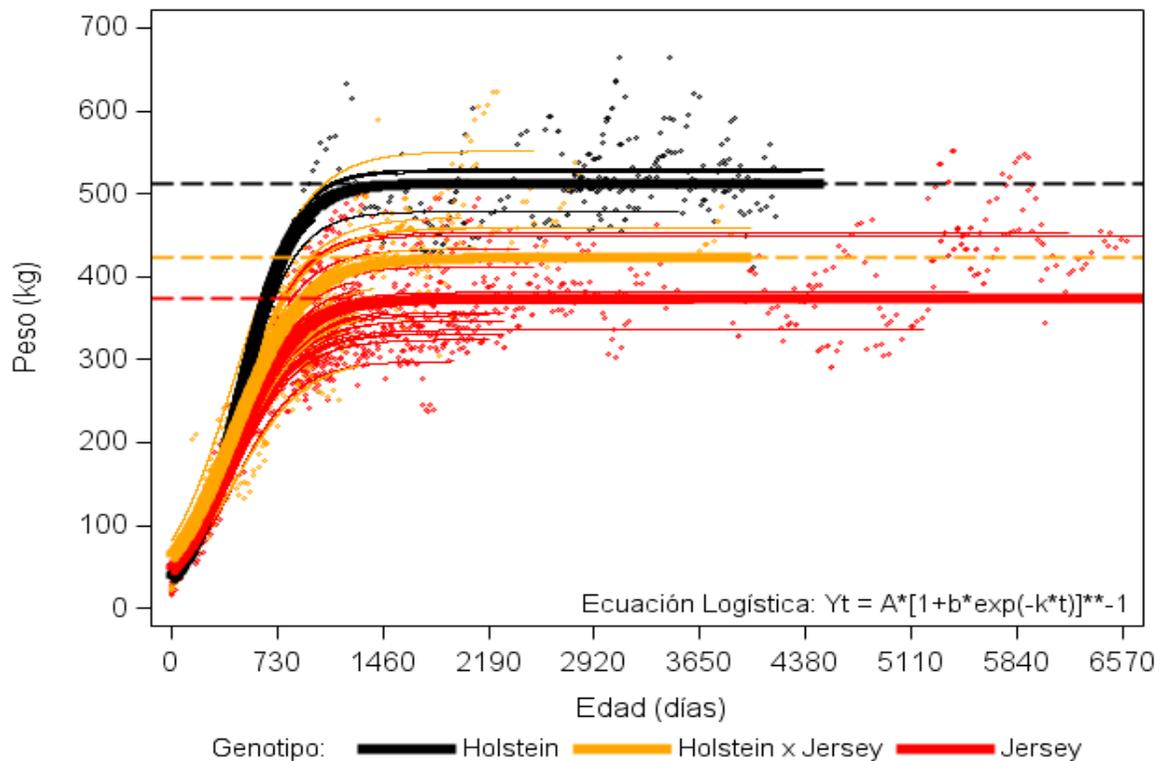


Figura 3. Diagrama de dispersión para pesos y edades del ajuste de las curvas de crecimiento generadas por la ecuación Logística para hembras Jersey, Holstein y Jersey x Holstein, manejadas en praderas mixtas de alfalfa, trébol blanco y pastos templados en Chapingo, Estado de México.

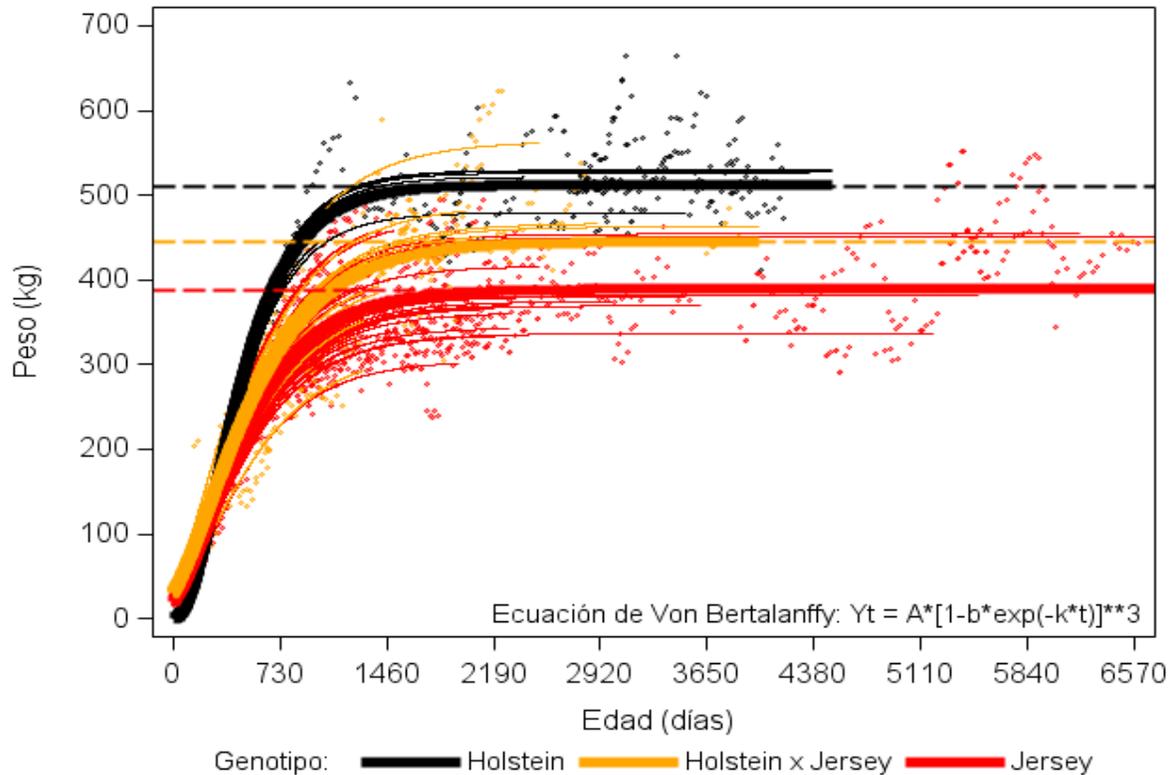


Figura 4. Diagrama de dispersión para pesos y edades del ajuste de las curvas de crecimiento generadas por la ecuación de Von Bertalanffy para hembras Jersey, Holstein y Jersey x Holstein, manejadas en praderas mixtas de alfalfa, trébol blanco y pastos templados en Chapingo, Estado de México.

3.6 CONCLUSIONES

Las ecuaciones de Gompertz y Von Bertalanffy son las que mejor describen las curvas de crecimiento para el genotipo Jersey y Jersey x Holstein, y la Logística para el genotipo Holstein. Para las condiciones de manejo y alimentación de los animales en este estudio, y con la finalidad de describir adecuadamente su patrón de crecimiento de acuerdo con el genotipo, las curvas de crecimiento de hembras Jersey y Jersey x Holstein deberán ajustarse con la ecuación de Gompertz o la de Von Bertalanffy y las de las hembras Holstein con la ecuación Logística.

3.7 LITERATURA CITADA

- Abreu, U. G., Cobuci J. A., da Silva, M. V. G. B., & Sereno, J. R. B. (2004). Uso de modelos no lineales para el ajuste de la curva de crecimiento de bovinos Pantaneiros. *Archivos de Zootecnia*, 53(204), 367-370.
- Agudelo, G., Divier, A., & Bedoya, M. O. (2005). Composición nutricional de la leche de ganado vacuno. *Revista Lasallista de Investigación*, 2 (1), 38-42.
- Assumpção, M. A. R., Augusto, M. J., Fonseca, S. F., & Henrique, A. L. (2005). Curva de crescimento de novilhos Hereford heterocedasticidade e resíduos autorregressivos. *Ciência Rural*, 35 (2), 422-427.
- Behzadi, M. R. B., & Aslaminejad, A. A. (2010). A comparison of neural network and nonlinear regression predictions of sheep growth. *Journal of Animal and Veterinary Advances*, 9(16), 2128-2131
- Berry, D. P., Horan, B., & Dillon, P. (2005). Comparison of growth curves of three strains of female dairy cattle. *Animal Science*, 80, 151-160.
- Brown, J, Fizugh, H, & Cartwright, T. A. (1976). Comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. *Journal of Animal Science*, 42, 810-818.
- Domínguez-Viveros, J., Rodríguez-Almeida, A., Núñez-Domínguez, R., Ramírez-Valverde, R., Ortega-Gutiérrez, A., & Ruiz-Flores, A. (2013). Ajuste de modelos no lineales y estimación de parámetros de crecimiento en bovinos Tropicarne. *Agrociencia*, 47, 25-34.
- Echeverri, J. J., Arango, J., & Parra, J. E. (2011). Comparative analysis of genetic groups Holstein, Jersey and some of their crosses in a dairy herd of northern Antioquia in Colombia. *Actas Iberoamericanas de Conservación Animal*, 1, 264-267.
- Fitzhugh Jr., H. A. (1976). Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *Journal of Animal Science*, 42, 1036-1051.

- Gbangboche, A. B., Glele-Kakai, R., Salifou, S., Albuquerque, L. G. D., & Leroy, P. L. (2008). Comparison of non-linear growth models to describe the growth curve in West African Dwarf sheep. *Animal*, 2(7), 1003-1012.
- Gbangboche, A. B., Alkoiret, T. I., Toukourou, Y., Kagbo, A., & Mensah, G. A. (2011). Growth curves for different body traits of Lagune Cattle. *Research Journal of Animal Science*, 5 (2), 17-24.
- Herrera, A. C., Vergara, O. D., Cerón-Muñoz, M. F., Agudelo, D. A. & Arboleda, E.M. (2008). Curvas de crecimiento en bovinos cruzados utilizando el modelo Brody. *Livestock Research for Rural Development*, 20 (90).
- Koya, P. R., & Goshu, A. T. (2013). Solutions of rate-state equation describing biological growths. *American Journal of Mathematics and Statistics*, 3(6), 305-311.
- Malhado, C. H. M., Carneiro, P. L. S., Affonso, P. R. A. M., Souza, A. A. O., & Sarmiento, J. L. R. (2009). Growth curves in Dorper sheep crossed with the local Brazilian breeds, Morada Nova, Rabo Largo, and Santa Inês. *Small Ruminant Research*, 84(1), 16-21.
- McManus, C. M., Louvandini, H., & Campos, V. A. L. (2010). Non linear growth curves for weight and height in four genetic groups of horses. *Ciência Animal Brasileira*, 11(1), 80-89.
- Mgbere, O. O., & Olutogun O. (2002). A Comparison of non-linear models for describing weight-age relationships in N'Dama cattle. *Journal of Applied Animal Research*, 22(2), 225-230.
- Moreira, R. P., Mercadante, M. E. Z., Pedrosa, V. B., dos Santos, J. N., & Henrique, W. (2016). Curvas de crescimento de fêmeas da raça. *Ciências Agrárias*, 37(4), 2749-2758.
- Nelder, J. A. (1961). The fitting of generalization of the logistic curve. *Biometrics*, 17, 89-100.
- Noor, R. R., Saefuddin, A., & Talib, C. (2012). Comparison on accuracy of Logistic, Gompertz and Von Bertalanffy models in predicting growth of new born calf until

- first mating of Holstein Friesian heifers. *Journal of the Indonesian Tropical Animal Agriculture*, 37(3), 151-160.
- Olivera, H. N., Lôbo, R. B., & Pereira, C. S. (2000). Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, 35(9), 1843-1851.
- Posada, O. S., Rosero, N. R., Rodríguez, N., & Costa, C. A. (2011). Estimating parameters of growth curves in Nellore cattle raised in confinement. *Revista MVZ Córdoba*, 16(3), 2701-2710.
- Qing, Q. B. S. (2012). Comparison of four growth curve models in Angus cow: An application of Bayesian nonlinear mixed model. *Report Presented to the Faculty of the Graduate School of the University of Texas at Austin*, 37.
- SAS (2016). SAS/TAT User's Guide. Cary NC. USA: SAS Inst inc. Versión en inglés 9.3.
- Val, J. E., Freitas M. A. R., Oliveira, H. N., Cardoso, V. L., Machado, P. F., & Paneto, J.C. (2004). Indicadores de desempenho em rebanho da raça Holandesa: curvas de crescimento e altura, características reprodutivas, produtivas e parâmetros genéticos. *Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia*, 56(1), 86-93.
- Vargas-Leitón, B., & Cuevas-Abrego, M. (2009). Modelo estocástico para estimación de valores económicos de rasgos productivos y funcionales en bovinos lecheros. *Agrociencia*, 43, 881-893.
- Von Bertalanffy, L. (1938). A quantitative theory of organic growth. *Human Biology*, 10, 181-213.
- Winsor, P. C. (1932). The Gompertz curve is a growth curve. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 18(1), 1-8.

4 CURVAS DE LATANCIA PARA PRODUCCIÓN DE LECHE Y COMPONENTES DE VACAS HOLSTEIN, JERSEY Y JERSEY X HOLSTEIN EN PASTOREO

4.1 RESUMEN

La estimación de la forma de la curva de lactancia en bovinos, proporciona información sobre la eficiencia económica y biológica de las vacas lecheras, y es un apoyo para la toma de decisiones en el hato. La forma de la curva de lactancia y la producción por lactancia de leche, grasa, proteína y sólidos totales en sistemas de bovinos lecheros en pastoreo, no han sido suficientemente descritas en México. El objetivo de este estudio fue comparar las curvas de lactancia para producción diaria y por lactancia de leche, grasa, proteína y sólidos totales de vacas Holstein, Jersey x Holstein y Jersey, cuando se manejan en un sistema de pastoreo con escaso uso de suplementos. En total, 42 vacas (5 Holstein, 14 Jersey x Holstein, 23 Jersey) generaron 89 lactancias y registros individuales de producción de leche ($n = 1,161$), grasa ($n = 1,114$), proteína ($n = 1,122$), y sólidos totales ($n = 1,118$). Las curvas de lactancia se ajustaron con modelos de regresión aleatoria utilizando polinomios de Legendre. El modelo incluyó los efectos fijos de genotipo de la vaca, número de lactancia, mes y año de parto e interacciones significativas de primer orden. Los genotipos comparados difirieron ($P < 0.05$) en los días al pico de máxima producción de leche, la producción de leche al pico, la producción por lactancia de leche, grasa, proteína y sólidos totales. El pico más temprano de máxima producción fue para Jersey (24.6 d), seguida de Jersey x Holstein (29.6 d), y Holstein el más tardío (33.5 d). La máxima producción de leche al pico (kg/vaca/d) fue para Holstein (20.0), seguida de Jersey x Holstein (16.6), y Jersey la más baja (15.5). Holstein presentó las mayores ($P < 0.05$) producciones de leche por lactancia (4,553 kg), seguida de Jersey x Holstein (3,734 kg), y Jersey la más baja (3,268 kg). Del mismo modo, las producciones por lactancia de grasa (202 vs 183 vs 167 kg), proteína (158 vs 140 vs 128 kg), y sólidos totales (596 vs 540 vs 476 kg) fueron mayores ($P < 0.05$) para Holstein, seguidas de Jersey x Holstein y las más bajas para Jersey. En las condiciones en que se desarrolló el presente estudio, las vacas Holstein desplegaron curvas de lactancia para producción de leche con los picos más altos y más tardíos, que se tradujeron en las mayores producciones por lactancia de leche, grasa, proteína y sólidos totales; las vacas del genotipo Jersey x Holstein presentaron valores intermedios, y las vacas Jersey los valores más bajos, aun cuando éstas produjeron la leche con la más alta concentración de componentes.

Palabras clave: pastoreo, Holstein y Jersey, curvas de lactancia, leche, grasa, proteína y sólidos de leche.

LACTATION CURVES FOR MILK YIELD AND COMPONENTS OF HOLSTEIN, JERSEY AND JERSEY x HOLSTEIN CROSSBRED COWS AT PASTURE

4.2 SUMMARY

Estimation of the shape of the lactation curves provide information about economic and biological efficiency of dairy cows, and it is useful for decision making. In Mexico, both the shape of the lactation curve and the yield per lactation of milk, fat, protein, and total solids of dairy cows managed predominantly on grazed pastures, have not been documented. The objective of the study was to compare the lactation curves for daily yield and yield per lactation of milk, fat, protein, and total solids of Holstein, Jersey x Holstein and Jersey cows when they are managed predominantly on grazed pasture. In total, 42 cows (5 Holstein, 14 Jersey x Holstein, and 23 Jersey) generated 89 lactations and individual records of daily yield of milk ($n = 1,161$), fat ($n = 1,114$), protein ($n = 1,122$), and total solids ($n = 1,118$). Random regression models with Legendre polynomials were used to fit individual lactation curves. The model included the fixed effects of cow genotype, lactation number, month and year of calving, and significant first order interactions. The compared genotypes differed ($P < 0.05$) on the days to peak yield, yield at peak, and yield per lactation of milk, fat, protein, and total solids. The earliest peak yield was for Jersey (24.6 d), followed by Jersey x Holstein (29.6 d), and Holstein were the latest (33.5 d). Yield at peak (kg/cow/d) was the highest for Holstein (20.0), followed by Jersey x Holstein (16.6), and Jersey was the lowest (15.5). Holstein showed the highest ($P < 0.05$) yields per lactation of milk (4,553 kg), followed by Jersey x Holstein (3,734 kg), and Jersey the lowest (3,268 kg). Likewise, the yields per lactation of fat (202 vs 183 vs 167 kg), protein (158 vs 140 vs 128 kg), and total solids (596 vs 540 vs 476 kg) were the highest ($P < 0.05$) for Holstein, followed by Jersey x Holstein, and the lowest for Jersey. On the conditions of this study, Holstein cows displayed lactation curves for milk yield with higher and later peaks that translated into higher yields per lactation of milk, fat, protein, and total solids; the cows from the Jersey x Holstein genotype presented intermediate values, and the Jersey cows the lowest values, even though they produced the milk with the highest concentration of milk components.

Key words: grazing; Holstein and Jersey; lactation curves; milk, fat, protein and milk solids.

4.3 INTRODUCCIÓN

La estimación de la forma de la curva de lactancia en bovinos proporciona información sobre la eficiencia económica y biológica de las vacas lecheras, y es un apoyo para la toma de decisiones en el hato en actividades como programas de ordeño, alimentación, control de fertilidad y estado de salud, cría de reemplazos, entre otras (Grossman & Koops, 1988; Jeretina, Babnik & Škorjanc, 2013; Macciotta, Dimauro, Rasso, Steri & Pulina, 2011).

Según Durón-Benítez y Huang (2016), se ha desarrollado la representación matemática de la producción de leche durante la lactancia mediante modelos matemáticos que pueden describir y predecir, con un mínimo de error, los rendimientos con base en los registros de producción de leche durante la lactancia, comúnmente de 305 días de duración y dos fases, ascendente y descendente. En el ganado lechero, la representación gráfica del cambio del rendimiento de la leche por el tiempo es conocida como "curva de lactancia" (Ural & Koskan, 2014).

Durón-Benítez y Huang (2016) argumentan que la magnitud y el patrón de producción (o forma de la curva) de leche producida por el ganado lechero están determinados por el proceso fisiológico de la glándula mamaria. La producción total en una lactancia, depende de la forma de la curva y está influenciada por factores genéticos y ambientales. Rekik y Gara (2004) señalan que los factores ambientales pueden alterar el potencial genético de los animales productores de leche; por tanto, la forma de la curva de lactancia. Dichos factores están relacionados con la dieta, el estado de salud de las vacas, la fertilidad y el tipo de manejo, así como con las condiciones climáticas.

Los polinomios de Legendre han sido utilizados para modelar curvas de lactancia y componentes por algunos autores como Ptak, Satola y Czaja (2004) y Otwinowska-Mindur, Ptak, Jagusiak y Satola (2014) en vacas Holstein Friesian, y Bohmanova, Miglior, Jamrozik, Misztal y Sullivan (2008) en vacas Holstein Canadiense.

El objetivo de este estudio fue comparar las curvas de lactancia para producción diaria y por lactancia, de leche, grasa, proteína y sólidos totales de vacas Holstein, Jersey x Holstein y Jersey, cuando se manejan en un sistema de pastoreo con escaso uso de suplementos.

4.4 MATERIALES Y MÉTODOS

4.4.1 Localización del sitio experimental

Los animales que generaron los registros de producción y composición de la leche se encuentran en el Módulo de Producción de Leche Orgánica en Pastoreo, de la Granja Experimental del Departamento de Zootecnia de la Universidad Autónoma Chapingo, en Chapingo, Estado de México.

4.4.2 Animales y su manejo

Se utilizaron hembras primíparas y multíparas en lactancia, de las razas Jersey, Holstein y sus cruzas, manejadas en un sistema de pastoreo rotacional intensivo en franjas, con uso de cercos eléctricos fijos y móviles, en praderas principalmente constituidas por alfalfa variedad Aragonesa (*Medicago sativa*) y presencia de gramíneas como pasto ballico perenne variedad Linn (*Lolium perenne*), ovillo variedad Potomac (*Dactylis glomerata*) y trébol blanco variedad Ladino (*Trifolium repens*).

4.4.3 Variables registradas y generadas

Durante 2015 y 2016 se registró cada dos semanas la producción de leche de los ordeños matutino y vespertino de vacas individuales, utilizando medidores de leche tipo Waikato. El día de registro de la producción de leche también se colectaron muestras de leche en viales de plástico, debidamente identificadas con el número de la vaca y la fecha de muestreo.

Las muestras de leche se guardaron en una hielera y se transportaron al Laboratorio de Calidad de la Leche del Programa de Posgrado en Producción Animal del Departamento de Zootecnia de la Universidad Autónoma Chapingo, para su análisis fisicoquímico. Los parámetros analizados en las muestras de leche fueron grasa, proteína, lactosa, caseína y sólidos totales utilizando un equipo MilkoScan FT 120 (FOSS, Dinamarca). El MilkoScan FT 120 es un analizador de leche y de productos lácteos, que utiliza la técnica de infrarrojo que incorpora un interferómetro FTIR (Fourier Transform Infrared). El MilkoScan FT 120 proporciona todas las ventajas de un analizador de amplio espectro, manteniendo la precisión y estabilidad de los instrumentos de infrarrojo cercano, constituidos por filtros tradicionales.

Con los registros de producción y composición de la leche se procedió a calcular la producción diaria de grasa, proteína, lactosa, caseína y sólidos totales. La producción diaria de componentes se calculó multiplicando la producción de leche en el día de muestreo por la proporción del componente respectivo.

También se generó la proporción caseína:proteína, dividiendo los porcentajes respectivos. Con el registro de producción de leche y porcentaje de grasa en el día de muestreo se calculó la producción de leche corregida al 4% de grasa, utilizando la siguiente expresión (Mavrogenis & Papachristoforou, 1988):

$$\text{Leche corregida al 4\% de grasa (kg/vaca/día)} = 0.4 * (\text{Leche, kg}) + \frac{15 * \text{Grasa}(\%)}{100 * (\text{Leche, kg})}$$

En el Cuadro 10 se presenta la información sobre el número y genotipo de los animales que proporcionaron registros de producción y calidad de leche para el análisis que se describe en este estudio.

Cuadro 10. Número de animales y lactancias (305 días) por genotipo y registros de observaciones para producción de leche y sus componentes durante el periodo de estudio.

	Genotipo			
	Total	Holstein	Jersey x Holstein	Jersey
Vacas (n)	42	5	14	23
Lactancias (n)	89	14	28	47
Primera	21	0	10	11
Segunda	19	2	8	9
3ra en adelante	49	12	10	27
Número de observaciones de producción y composición				
	Leche	Grasa	Proteína	Sólidos totales
kg	1,161	1,114	1,122	1,118
%		1,114	1,108	1,195

4.4.4 Análisis estadístico

Polinomios de Legendre

Se ajustaron modelos lineales mixtos de regresión aleatoria para la descripción de las curvas de lactancia de producción y componentes de la leche. Para este fin se utilizaron las expresiones algebraicas de los polinomios de Legendre que describen los diferentes grados de un polinomio. Estas expresiones contienen a la variable independiente (x) en una escala estandarizada que va de -1 a 1, y se calcula utilizando la siguiente expresión:

$$x = -1 + 2 \left(\frac{t - t_{min}}{t_{max} - t_{min}} \right)$$

En nuestro caso, dado que buscamos describir las curvas de producción de leche y componentes como función de los días transcurridos después del parto, x es el tiempo estandarizado (-1 a 1) transcurrido después del parto, t es cualquier día después del parto, t_{min} y t_{max} son, respectivamente, el primero y el último día después del parto en que se registró la producción de leche y sus componentes. En este estudio t_{min} fue 1 y t_{max} 305 días para registro de producción y componentes de la leche.

Utilizando las identidades para calcular los polinomios de Legendre de grado cero y grado uno, y la función generadora, se obtuvieron recursivamente las expresiones para los polinomios de Legendre de grado dos hasta grado 8.

Las siguientes expresiones corresponden a los primeros dos polinomios de Legendre:

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

Donde P_n es el orden del polinomio, y x es la escala estandarizada de tiempo, como se describió anteriormente.

La siguiente expresión corresponde a la función generadora de los polinomios de Legendre de orden dos en adelante:

$$P_n(x) = \frac{2n-1}{nx[P_{n-1}(x)]} - \frac{n-1}{n[P_{n-2}(x)]}$$

Las siguientes son las expresiones de los polinomios de Legendre de orden dos hasta orden ocho:

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

$$P_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$$

$$P_5(x) = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$$

$$P_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)$$

$$P_7(x) = \frac{1}{16}(429x^7 - 693x^5 + 315x^3 - 35x)$$

$$P_8(x) = \frac{1}{128}(6435x^8 - 12012x^6 + 6930x^4 - 1260x^2 + 35)$$

Estas expresiones se utilizaron en los modelos de regresión aleatoria ajustados para describir las curvas de lactancia de producción y componentes de la leche, con el fin de encontrar el modelo de mejor ajuste.

Modelo estadístico

Con variaciones en el grado del polinomio de Legendre ajustado para las distintas características, el siguiente es el modelo estadístico que se ajustó a los datos de composición y producción de leche y componentes.

$$Y_{ijkmt} = G_i + L_j + E_k + GL_{ij} + LE_{jk} + \sum_{n=1}^{r_1} \beta_{ni} P_n(x)_{it} + \sum_{n=0}^{r_2} \alpha_{nijm} P_n(x)_{ijmt} + e_{ijkmt}$$

Dónde:

Y_{ijkmt} es el valor de la producción de leche o producción de componentes (kg/vaca/día), o el porcentaje de grasa, proteína, lactosa o sólidos totales, registrado en el día t después del parto, para la vaca m , del genotipo i , en su lactancia j , parida en la estación k ;

G_i = efecto fijo del i -ésimo genotipo de la vaca (i = Cruza, Holstein, Jersey);

L_j = efecto fijo del j -ésimo número de lactancia de la vaca ($j = 1, 2, \dots, 8$);

E_k = efecto fijo de la k -ésima estación de parto de la vaca ($k =$ primavera, verano, otoño e invierno);

GL_{ij} = efecto fijo de la interacción del genotipo por el número de lactancia de la vaca;

LE_{jk} = efecto fijo de la interacción del número de lactancia por la estación de parto de la vaca;

β_{ni} = n -ésimo coeficiente de la regresión fija, asociado con el n -ésimo polinomio de Legendre ($n = 1, \dots, r_1$) y el i -ésimo genotipo de la vaca;

α_{nijm} = n -ésimo coeficiente de la regresión aleatoria, asociado con el n -ésimo polinomio de Legendre ($n = 0, \dots, r_2$), el i -ésimo genotipo, la m -ésima vaca en su j -ésima lactancia;

$P_n(x)$ = n -ésimo polinomio de Legendre;

e_{ijkmt} = residual.

Para la elección del modelo de mejor ajuste de las curvas de producción de leche o componentes, se ajustaron modelos de regresión aleatoria en los que se incrementó en un parámetro, en corridas sucesivas, el grado del polinomio fijo y aleatorio. En cada corrida se registró el nivel de significancia de los efectos fijos, el valor de los criterios de información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC), además de los valores y la significancia de las varianzas, covarianzas y correlaciones de los coeficientes aleatorios estimados para el modelo de regresión aleatoria.

Análisis de la información

El procedimiento MIXED de SAS (SAS, 2016) se utilizó para ajustar los modelos de regresión aleatoria a las variables analizadas. En cada caso, se ajustaron secuencialmente modelos que fueron incrementando el grado del polinomio en un término hasta encontrar el modelo de mejor ajuste. Con el modelo de mejor ajuste se generaron los valores predichos para obtener las curvas individuales de cada vaca en cada lactancia. Las soluciones de los efectos fijos del modelo de mejor ajuste se utilizaron para obtener las ecuaciones de las regresiones fijas para cada uno de los tres genotipos comparados.

Las curvas de lactancia individuales y promedio por genotipo se desplegaron en figuras de alta resolución utilizando el procedimiento SGPLOT de SAS (SAS, 2016). Los resultados del ajuste de las curvas de producción diaria de leche y sus componentes, se presentan en figuras de alta resolución con contraste de colores para identificar los genotipos comparados.

Finalmente, con los valores predichos de producción diaria de leche se generaron, para cada genotipo, los días al pico de producción de leche, la producción de leche al pico de lactancia, la producción promedio y la producción acumulada a 305 días de lactancia. Este conjunto de datos se sometió a análisis de varianza utilizando el procedimiento MIXED de SAS (SAS, 2016). Se estimaron las medias de cuadrados mínimos por genotipo y se compararon utilizando la prueba de Tukey. El modelo ajustado a estos datos fue el siguiente:

$$y_{ijklm} = \mu + G_i + L_j + E_k + GL_{ij} + LE_{jk} + V_{m(i)} + e_{ijklm}$$

Dónde:

Y_{ijklm} es el valor de la producción de leche al pico de lactancia (kg/vaca/día), los días al pico, la producción promedio por día de lactancia (kg/vaca/día), o la producción acumulada de leche hasta 305 días de lactancia (kg/vaca), registrado para la vaca m anidada en el genotipo i , en su lactancia j , parida en la época k del año;

μ = media general;

G_i = efecto fijo del i -ésimo genotipo de la vaca (i = Holstein, Jersey, Jersey x Holstein);

L_j = efecto fijo del j -ésimo número de lactancia de la vaca (j = 1, 2, ..., 8);

E_k = efecto fijo de la k -ésima estación de parto de la vaca (k = primavera, verano, otoño, invierno);

GL_{ij} = efecto fijo de la interacción del genotipo por el número de lactancia de la vaca;

LE_{jk} = efecto fijo de la interacción del número de lactancia por la estación de parto de la vaca;

$V_{m(i)}$ = efecto aleatorio de la m -ésima vaca (m = 1, ..., 42) anidada en el i -ésimo genotipo
 $\sim \text{NIID}(0, \sigma_v^2)$;

e_{ijklm} = residual.

4.5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.5.1 Estadísticos descriptivos de composición de la leche

El Cuadro 11 contiene los estadísticos descriptivos para los porcentajes de grasa, proteína, lactosa, sólidos totales y caseína, además de la proporción caseína:proteína en muestras de leche de vacas Jersey, Holstein y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa y pastos templados.

Los tres genotipos estudiados proporcionaron diferente número de observaciones debido al número diferente de vacas y lactancias que se muestrearon durante los dos años del estudio. El genotipo Holstein proporcionó poco más de 210 registros, las cruzas de Jersey x Holstein alrededor de 350, y las Jersey poco más de 560 registros de composición de la leche.

En general, las muestras de leche de las vacas Jersey presentaron los promedios más altos en todos los componentes, las cruzas de Jersey x Holstein fueron intermedias y las Holstein los más bajos. Es de hacer notar que, para el caso de Holstein, el efecto de producir exclusivamente en pastoreo se tradujo en promedios de grasa y proteína por arriba de 4.5 y 3.5%, respectivamente. Valores considerablemente más altos que los de las vacas de esta raza se muestran cuando producen leche en sistemas de confinamiento total, con promedios de 3.22 y 3.11% para grasa y proteína (Abdollahpour, Shahrababak, Nejati-Javaremi & Torshizi 2010).

El porcentaje de grasa fue el más variable para los tres genotipos; el coeficiente de variación tuvo un valor de alrededor de 20%. La variabilidad para los otros componentes fue menor, con valores del coeficiente de variación (CV) de alrededor de 14% para el porcentaje de proteína, 12.5% para los porcentajes de sólidos totales y caseína, 9.5% para el porcentaje de lactosa, y el más bajo, alrededor de 4% para la proporción caseína:proteína.

Cuadro 11. Estadísticos descriptivos para características de composición de la leche de vacas Jersey, Holstein y Jersey x Holstein registradas en lactancias de 1 a 305 días y manejadas en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa y pastos templados en Chapingo, Estado de México.

Variable	N	Mínimo	Máximo	Promedio	DE ¹	CV ² (%)
Jersey x Holstein						
Grasa (%)	347	1.31	8.78	4.44	0.87	19.7
Proteína (%)	350	1.04	6.71	3.63	0.51	14.0
Lactosa (%)	350	1.54	5.15	4.67	0.45	9.7
Sólidos totales (%)	350	4.62	22.80	13.91	1.73	12.5
Caseína (%)	349	0.91	4.18	2.95	0.38	12.8
Proporción caseína:proteína	349	0.70	0.90	0.82	0.03	3.1
Holstein						
Grasa (%)	210	1.77	8.32	4.57	0.94	20.6
Proteína (%)	211	2.60	5.38	3.52	0.52	14.8
Lactosa (%)	211	1.82	5.07	4.36	0.43	9.9
Sólidos totales (%)	211	8.11	18.49	13.23	1.41	10.7
Caseína (%)	211	1.85	3.89	2.75	0.39	14.0
Proporción caseína:proteína	211	0.62	0.86	0.78	0.03	4.4
Jersey						
Grasa (%)	557	1.61	9.83	4.86	1.17	24.2
Proteína (%)	561	1.23	5.91	3.83	0.52	13.5
Lactosa (%)	561	1.85	5.23	4.61	0.42	9.0
Sólidos totales (%)	561	4.51	21.78	14.39	1.88	13.0
Caseína (%)	560	1.05	4.09	3.09	0.38	12.3
Proporción caseína:proteína	560	0.50	0.94	0.81	0.04	5.0

¹Desviación estándar, ²Coefficiente de variación.

4.5.2 Estadísticos descriptivos de producción de leche y componentes

El Cuadro 12 contiene los estadísticos descriptivos para la producción diaria (kg/vaca) de leche, leche corregida al 4% de grasa, grasa, proteína, caseína, lactosa y sólidos totales en muestras de leche de vacas Jersey, Holstein y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa y pastos templados.

En general, las vacas Holstein presentaron los promedios más altos en todas las variables de producción diaria evaluadas. Las cruza de Jersey x Holstein presentaron valores intermedios y las Jersey los promedios más bajos. La variabilidad en estas características fue más alta que para las variables de composición de la leche. El valor del CV se movió de 27 a casi 35%. En promedio, los tres genotipos presentaron valores muy similares del CV para las variables de producción diaria de leche y componentes.

Cuadro 12. Estadísticos descriptivos para producción de leche y componentes de vacas Jersey, Holstein y Jersey x Holstein registradas en lactancias de 1 a 305 días y manejadas en pastoreo de praderas mixtas de alfalfa y pastos templados en Chapingo, Estado de México.

Variable	N	Mínimo	Máximo	Promedio	DE ¹	CV ² (%)
Jersey x Holstein						
Producción de leche (kg/vaca/día)	365	4.400	22.000	12.289	3.332	27.1
Leche corregida al 4% de grasa (kg/vaca/día)	358	3.600	28.846	12.990	4.224	32.5
Producción de grasa (kg/vaca/día)	347	0.141	1.475	0.544	0.185	34.0
Producción de proteína (kg/vaca/día)	350	0.122	0.911	0.442	0.128	29.0
Producción de caseína (kg/vaca/día)	349	0.102	0.742	0.360	0.106	29.5
Producción de lactosa (kg/vaca/día)	350	0.161	1.031	0.575	0.174	30.3
Producción de sólidos totales (kg/vaca/día)	350	0.447	3.211	1.698	0.490	28.9
Holstein						
Producción de leche (kg/vaca/día)	217	6.600	29.800	14.392	3.968	27.6
Leche corregida al 4% de grasa (kg/vaca/día)	214	5.840	33.004	15.464	4.698	30.4
Producción de grasa (kg/vaca/día)	210	0.255	1.427	0.654	0.217	33.2
Producción de proteína (kg/vaca/día)	211	0.202	1.082	0.501	0.139	27.7
Producción de caseína (kg/vaca/día)	211	0.147	0.859	0.392	0.109	27.7
Producción de Lactosa (kg/vaca/día)	211	0.254	1.336	0.627	0.195	31.0
Producción de sólidos totales (kg/vaca/día)	211	0.794	4.027	1.894	0.533	28.1
Jersey						
Producción de leche (kg/vaca/día)	579	3.000	25.000	11.528	3.297	28.6
Leche corregida al 4% de grasa (kg/vaca/día)	565	1.840	30.182	12.945	4.143	32.0
Producción de grasa (kg/vaca/día)	557	0.083	1.417	0.552	0.192	34.8
Producción de proteína (kg/vaca/día)	561	0.094	0.874	0.437	0.128	29.3
Producción de caseína (kg/vaca/día)	560	0.073	0.698	0.352	0.103	29.3
Producción de Lactosa (kg/vaca/día)	561	0.082	1.156	0.532	0.165	30.9
Producción de sólidos totales (kg/vaca/día)	561	0.300	3.397	1.649	0.504	30.6

¹Desviación estándar, ²Coefficiente de variación.

4.5.3 Ajuste de curvas de lactancia

Curvas de lactancia para producción diaria de leche

El Cuadro 13 contiene los niveles de significancia de los efectos fijos del modelo de regresión aleatoria y los criterios AIC y BIC para producción diaria de leche, cuando los valores del grado del polinomio de Legendre variaron desde 1 hasta 6. En este caso, el modelo con un polinomio de Legendre de grado 5 fue el que produjo los

valores más bajos de AIC y BIC, y se tomó como el de mejor ajuste para generar las curvas de producción de leche de las vacas en los genotipos estudiados.

Cuadro 13. Criterios de bondad de ajuste y nivel de significancia (probabilidad) de los efectos fijos de modelos de regresión aleatoria ajustados a registros de producción diaria de leche para describir las curvas de lactancia de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein, manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.

Efecto ¹	Grado del polinomio (fijo:aleatorio)					
	1:1 Pr > F	2:2 Pr > F	3:3 Pr > F	4:4 Pr > F	5:5 Pr > F	6:6 Pr > F
Genotipo	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
Lactancia	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	0.0003
EstacionParto	0.0847	0.0002	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
Lactancia*Genotipo	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
Lactancia*EstacionParto	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
p1*Genotipo	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
p2*Genotipo		0.5101	0.126	0.3511	0.2055	0.2921
p3*Genotipo			0.6512	0.7239	0.7485	0.667
p4*Genotipo				<.0001	<.0001	0.0001
p5*Genotipo					0.0709	0.3601
p6*Genotipo						0.0377
Criterio de bondad de ajuste						
AIC	4852	4823	4798	4762	4715	4772
BIC	4862	4840	4826	4802	4770	4844

¹p1, p2, ..., p6: variables indicadoras para denominar a los polinomios de Legendre de grado 1 hasta 6.

El modelo de mejor ajuste produjo la matriz de varianzas y covarianzas, y la matriz de correlaciones para los coeficientes aleatorios del modelo. En el enunciado del modelo del análisis de varianza, la opción COVTEST produjo niveles de significancia para la hipótesis nula de que las (co)varianzas son cero (Cuadro 14). En general, la mayoría de las covarianzas entre los coeficientes aleatorios no fueron diferentes de cero. La única covarianza diferente de cero ($P < 0.01$) fue $\sigma_{\alpha_0\alpha_3}$ y produjo una correlación estimada de 0.67.

Cuadro 14. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los coeficientes aleatorios de un polinomio de Legendre de grado 5 ajustado a registros de producción de leche para describir las curvas de lactancia de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.¹

Coefficiente	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
α_0	3.783***	0.439 ^{NS}	-1.544 ^{NS}	1.966**	1.324 ^{NS}	-0.358 ^{NS}
α_1	0.091	6.146***	-1.084 ^{NS}	-1.050 ^{NS}	-0.637 ^{NS}	-0.615 ^{NS}
α_2	-0.359	-0.198	4.880***	-0.072 ^{NS}	-0.174 ^{NS}	-0.820 ^{NS}
α_3	0.675	-0.283	-0.022	2.240**	0.004 ^{NS}	-1.289 ^{NS}
α_4	0.420	-0.159	-0.049	0.001	2.621**	0.9554 ^{NS}
α_5	-0.089	-0.120	-0.180	-0.417	-0.286	4.2675**

¹ * = P<0.05; ** =P<0.01; *** = P<0.001; NS = No significativa.

El modelo de mejor ajuste también generó los valores predichos individuales y los valores predichos promedio para producir los despliegues gráficos de las curvas individuales de cada vaca en cada lactancia, así como las curvas promedio por genotipo de la vaca (Figura 5). En general, las curvas de producción de leche de Holstein alcanzaron picos de producción más altos que las de Jersey o Jersey x Holstein.

Dongre, Gandhi, Avtar y Atul (2011) observaron diferentes tipos de curvas de lactancia y, de acuerdo con dichos autores, la forma de la curva varía de acuerdo con la tendencia de la producción. Sin embargo, la tendencia por lo general es la misma, es decir, las curvas presentan una fase inicial de crecimiento hasta producir un máximo de leche y luego presentan un proceso más o menos lento de disminución. Los factores que más influyen sobre la forma de la curva de lactancia son el número de parto, la alimentación. En la Figura 5 se puede apreciar que la curva de lactancia del genotipo Holstein tiene un pico de producción más elevado, que los otros dos genotipos, pero también la caída es más pronunciada.

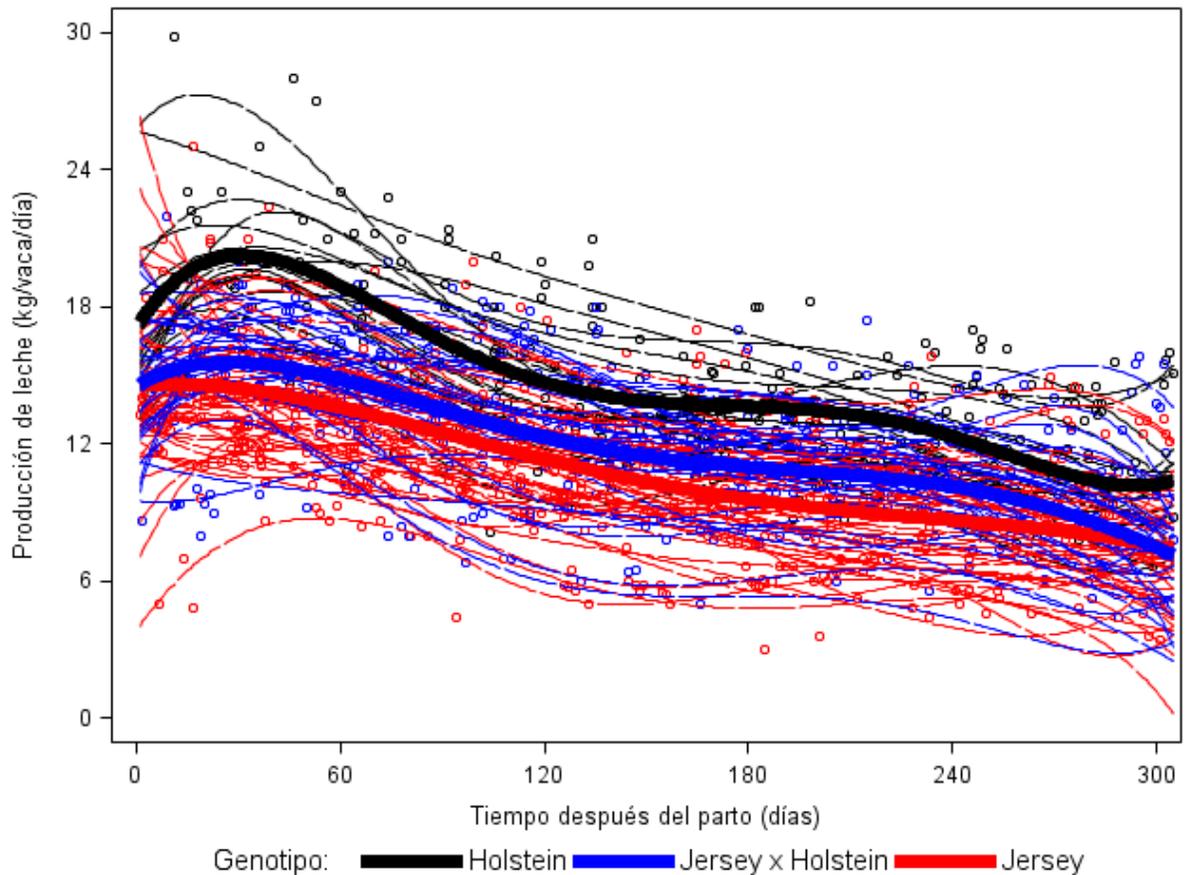


Figura 5. Curvas de lactancia para producción diaria de leche de vacas individuales (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 5.

Las curvas individuales de producción de leche predicha se utilizaron para obtener la producción acumulada a 305 días de lactancia, el día después del parto en que se registró la máxima producción, y la producción de leche en el pico de lactancia. En el Cuadro 15 se muestran los días y la producción de leche al pico de lactancia, el promedio de producción diaria de leche y la producción total acumulada predicha a 305 días de duración de la lactancia, de los genotipos Jersey, Holstein y Jersey x Holstein. La producción de leche total por lactancia fue diferente entre genotipos, siendo Holstein el de mayor producción con 819.2 kg más que Jersey x Holstein y 1,285.1 kg más que el genotipo Jersey.

La producción al pico de lactancia y los días al pico, estimados en este estudio para el genotipo Holstein, fue muy similar a lo reportado por Cañas, Restrepo, Ochoa, Echeverri y Cerón-Muñoz (2009). Estos investigadores evaluaron la producción de vacas Holstein manejadas en pastoreo con suplementación de alimento concentrado en trópico colombiano. Ellos encontraron que las vacas llegaron al pico de lactancia a los 32 días posparto con una producción máxima de 23 kg (4.96 más que lo aquí reportado), con un promedio de 14 (Cuadro 15). Dichos autores también encontraron diferencias con los animales cruzados entre Blanco Orejinegro (BON) y Holstein, quienes tuvieron una menor producción tanto al pico como en promedio.

En Nueva Zelanda, Lembeye et al. (2016) encontraron que los genotipos Holstein, Holstein x Jersey y Jersey presentaron el pico de lactancia a la semana tres después del parto, con producciones diarias de leche al pico de producción de 22.9, 20.9 y 17.2 kg, respectivamente. Estos resultados difieren ligeramente con los del presente estudio, para los genotipos Holstein y Jersey x Holstein, con 2.94, 4.32 y 1.66 de diferencia en kg de leche, posiblemente debido a la suplementación con concentrado reportada en el estudio de Lembeye et al. (2016).

El genotipo Jersey llegó al pico de la lactancia aproximadamente a las tres semanas después del parto, lo que difiere con lo encontrado por Cankaya, Unalan, y Soydan (2011), quienes encontraron que vacas Jersey manejadas en pastoreo, llegaron a los 40 días al pico y la producción al pico fue de 14 kg de leche, es decir 15 días después con 1.54 kg de leche menos.

Ural y Koskan (2014), y Lembeye et al. (2016) encontraron en vacas Holstein de primera lactancia, producciones muy similares a las aquí encontradas para dicho genotipo con 4,678 y 4,437 kg por vaca por lactancia, respectivamente (Cuadro 15).

Cuadro 15. Medias de cuadrados mínimos (\pm error estándar) para días al pico de máxima producción de leche, producción predicha de leche al pico de la lactancia, por vaca por día de ordeño y por lactancia de 305 días, de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México¹.

Genotipo	Días al pico	Producción predicha (kg/vaca)		
		Al pico de lactancia	Promedio/día	Por lactancia ²
Holstein	33.5 \pm 6.4 ^a	20.0 \pm 0.74 ^a	14.9 \pm 0.50 ^a	4,553.4 \pm 152.6 ^a
Jersey x Holstein	29.6 \pm 5.5 ^b	16.6 \pm 0.65 ^b	12.2 \pm 0.42 ^b	3,734.2 \pm 127.9 ^b
Jersey	24.6 \pm 3.9 ^c	15.5 \pm 0.45 ^c	10.7 \pm 0.30 ^c	3,268.3 \pm 90.8 ^c

¹ Medias de cuadrados mínimos en la misma columna con distinta literal, son diferentes ($P < 0.05$; Tukey).

² Producción total acumulada a 305 días de lactancia.

El genotipo Holstein x Jersey fue evaluado por Lembeye et al. (2016) en un sistema de pastoreo en Nueva Zelanda, y estimaron una producción total de 4,061 kg de leche por lactancia, 327 kg por encima de lo que se muestra en el Cuadro 15 para dicho genotipo en este estudio en Chapingo, Estado de México. Para el genotipo Jersey, Lembeye et al. (2016) encontró que produjeron 3,336 litros por lactancia, sólo 68 kg menos a lo encontrado en el presente estudio.

Curvas de lactancia para composición de la leche

El análisis de las curvas de lactancia para composición de la leche sólo se llevó a cabo para los porcentajes de grasa, proteína y sólidos totales. El modelo de mejor ajuste para cada una de estas variables fue diferente. Por otra parte, el porcentaje de grasa requirió el ajuste de un polinomio de Legendre de grado 2, los porcentajes de proteína y sólidos totales requirieron el ajuste de un polinomio de Legendre de grado 4 (Cuadro 16).

Con los modelos de mejor ajuste para los porcentajes de grasa, proteína y sólidos totales se produjeron sus respectivas matrices de (co)varianzas y correlaciones de los coeficientes aleatorios de los polinomios de Legendre. En el Cuadro 17 se presentan conjuntamente las matrices de (co)varianzas y correlaciones para los porcentajes de grasa, proteína y sólidos totales. Las correlaciones entre los coeficientes aleatorios

fueron razonablemente bajas y no significativas para los modelos que ajustaron los porcentajes de grasa, proteína y sólidos totales.

Cuadro 16. Criterios de bondad de ajuste y nivel de significancia (probabilidad) de los efectos fijos de modelos de regresión aleatoria ajustados a registros de porcentaje de grasa, proteína y sólidos totales en leche de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.

Criterio de bondad de ajuste	Componente (%)		
	Grasa	Proteína	Sólidos totales
AIC (Smaller is Better)	2804	1181	3388
BIC (Smaller is Better)	2822	1221	3389
	Grado del polinomio (fijo:aleatorio)		
	2:2	4:4	4:4
Efecto ¹	Pr > F	Pr > F	Pr > F
Genotipo	<.0001	<.0001	<.0001
Lactancia	<.0001	<.0001	<.0001
Estación de parto	0.583	0.3853	0.2599
Genotipo*Lactancia	<.0001	<.0001	<.0001
Lactancia*Estación de parto	<.0001	<.0001	<.0001
Genotipo*p1	0.0023	<.0001	<.0001
Genotipo*p2	0.0001	0.001	<.0001
Genotipo*p3		0.3377	0.4624
Genotipo*p4		<.0001	0.0051

¹p1, p2,..., p4: variables indicadoras para denominar a los polinomios de Legendre de grado 1 hasta 4

Las trayectorias de las curvas para porcentaje de grasa, proteína y sólidos totales de las vacas de los tres genotipos comparados en este estudio se presentan, respectivamente, en las Figuras 6, 7 y 8. Los resultados del análisis de varianza para los genotipos comparados se presentan en el Cuadro 17. Como era de esperarse, Jersey presentó los promedios más altos para grasa, proteína y sólidos totales, Holstein los más bajos, y las cruzas de Jersey x Holstein fueron intermedias.

Santos (2007) estimó que la composición de la leche varió de forma importante con el genotipo de la vaca; en promedio, el genotipo Holstein presentó valores de 3.4 % de grasa y 3.32 % de proteína, y el genotipo Jersey 5.37 % de grasa y 3.92 % de proteína. En el presente estudio, para el genotipo Holstein se encontraron valores más altos para grasa y proteína (Cuadro 18) y para el genotipo Jersey, el porcentaje de proteína fue prácticamente igual al observado por este autor.

Cuadro 17. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los coeficientes aleatorios de un polinomio de Legendre ajustado a registros de porcentaje de grasa (de grado 2), proteína (de grado 4) y sólidos totales (de grado 4) para describir las curvas de composición de la leche de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.¹

	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4
Grasa (%)					
α_0	0.167**	0.0105 ^{NS}	-0.016 ^{NS}		
α_1	0.060	0.190**	0.038 ^{NS}		
α_2	-0.091	0.201	0.194*		
Proteína (%)					
α_0	0.087***	-0.009 ^{NS}	0.020 ^{NS}	0.034 ^{NS}	-0.029 ^{NS}
α_1	-0.123	0.071***	0.014 ^{NS}	0.008 ^{NS}	0.007 ^{NS}
α_2	-0.298	0.115	0.040*	0.008 ^{NS}	0.015 ^{NS}
α_3	0.313	0.085	0.114	0.139***	-0.053*
α_4	-0.358	0.087	0.265	-0.513	0.077*
Sólidos totales (%)					
α_0	0.344**	0.087 ^{NS}	0.136 ^{NS}	0.129 ^{NS}	0.101 ^{NS}
α_1	0.263	0.319**	0.034 ^{NS}	-0.127 ^{NS}	-0.025 ^{NS}
α_2	0.362	0.093	0.413*	0.113 ^{NS}	0.173 ^{NS}
α_3	0.333	-0.340	0.267	0.435*	-0.232 ^{NS}
α_4	0.430	-0.110	0.672	-0.879	0.160^{NS}

¹ * = P<0.05; ** = P<0.01; *** = P<0.0001; NS = No significativa.

Cuadro 18. Medias de cuadrados mínimos (\pm error estándar) para porcentaje de grasa, proteína y sólidos totales por día de ordeño de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México¹.

Componente	Genotipo de la vaca		
	Holstein	Jersey	Jersey x Holstein
Grasa (%)	4.42 \pm 0.10 ^b	4.98 \pm 0.06 ^a	4.72 \pm 0.90 ^{ab}
Proteína (%)	3.49 \pm 0.06 ^c	3.92 \pm 0.07 ^a	3.70 \pm 0.06 ^b
Sólidos totales (%)	13.16 \pm 0.14 ^c	14.72 \pm 0.84 ^a	14.14 \pm 0.12 ^b

Medias de cuadrados mínimos en la misma fila con distinta literal, son diferentes (P < 0.05; Tukey).

El porcentaje de grasa en la leche se mantuvo constante a la largo de la lactancia (Figura 6); sin embargo, al finalizar aumentó un poco para los genotipos Jersey x Holstein y Jersey. Este incremento en el porcentaje de grasa al final de la lactancia

puede deberse al menor volumen de leche producido en esta etapa. Sin embargo, el genotipo Holstein tuvo un descenso marcado alrededor de la mitad de la lactancia y volvió a subir al final, terminando con valores muy similares a los que presentó al inicio de la lactancia. Abdullahpour et al. (2010) argumentan que cuando aumenta la producción de leche, disminuyen los porcentajes de grasa y proteína, y lo inverso ocurre cuando se produce menos leche.

En estudios realizados con ganado Siboney (Hernández & Ponce, 2008) y Holstein (Abdullahpour et al., 2010), se estimaron curvas similares, casi planas, con un porcentaje de grasa que varió entre 3 y 4 %. En el presente estudio, el porcentaje de grasa describió una tendencia plana y varió entre 3.8 y 5.8 %, dependiendo del genotipo de la vaca (Figura 6). Estos valores son altos, comparados con los obtenidos por ganado lechero manejado en confinamiento total, ya que los animales del presente estudio se manejaron en un sistema de pastoreo intensivo, con leguminosas y gramíneas de clima templado.

En las Figuras 6 y 7 podemos observar que los tres genotipos empiezan más o menos con el mismo porcentaje de grasa y proteína respectivamente, pero a partir de los 30 días aproximadamente, empieza a existir una diferenciación, siendo el genotipo Jersey el que tiene un porcentaje ligeramente mayor para los dos componentes.

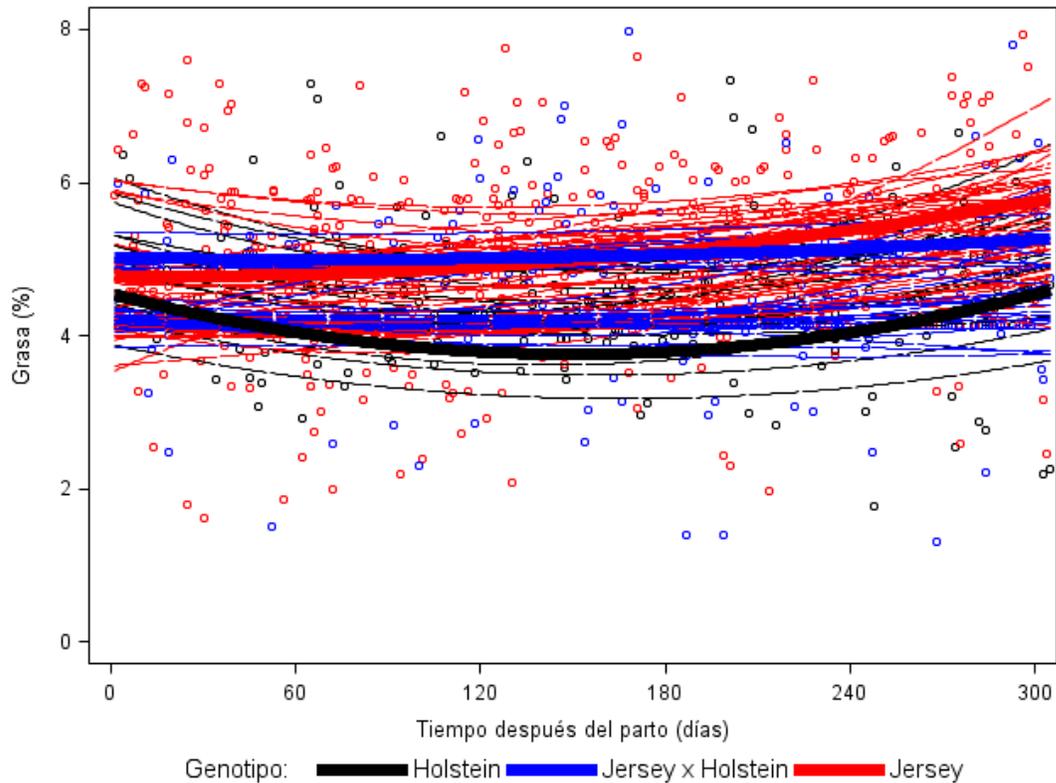


Figura 6. Curvas de lactancia para porcentaje de grasa en leche por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 2.

El porcentaje de proteína en la leche al inicio de la lactancia (aproximadamente 70 días) se comportó de manera similar para los tres genotipos. Sin embargo, tuvo fluctuaciones a lo largo de la lactancia (Figura 7), comportándose de manera muy similar los genotipos Jersey x Holstein y Jersey, ambos por encima del Holstein. Quinn, Killen y Buckley (2006) también observaron fluctuaciones en la proteína y concluyeron que estos cambios están relacionados con la época del año y el nivel de producción de los animales.

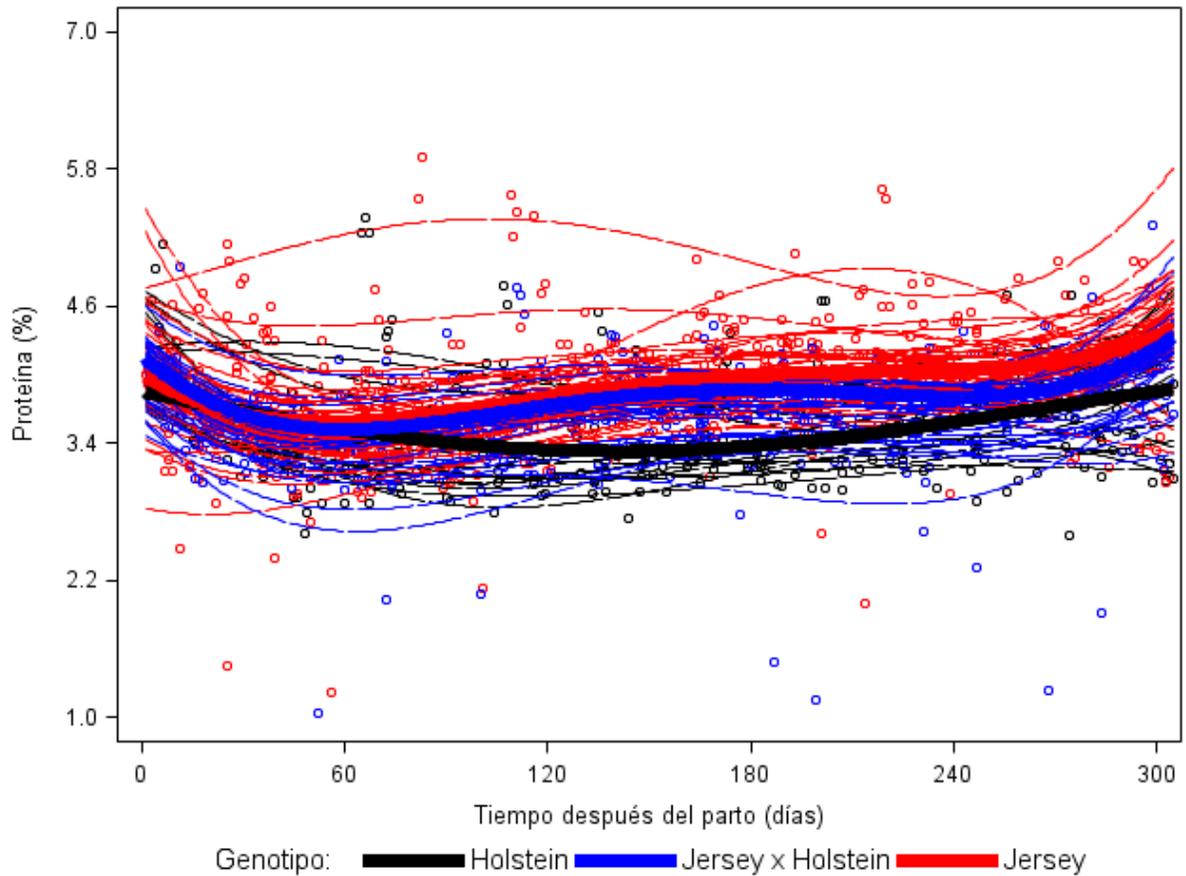


Figura 7. Curvas de lactancia para porcentaje de proteína en leche por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 4.

En la Figura 8 se muestran cambios a lo largo de la lactancia en el porcentaje de los sólidos totales, comportándose de manera muy similar los genotipos Jersey x Holstein y Jersey, mientras que el genotipo Holstein estuvo por debajo de ambos genotipos, lo que concuerda con Czerniewicz, Kielczewska, y Kruk (2006), quienes encontraron que el genotipo Jersey produce 21% más sólidos totales que el Holstein.

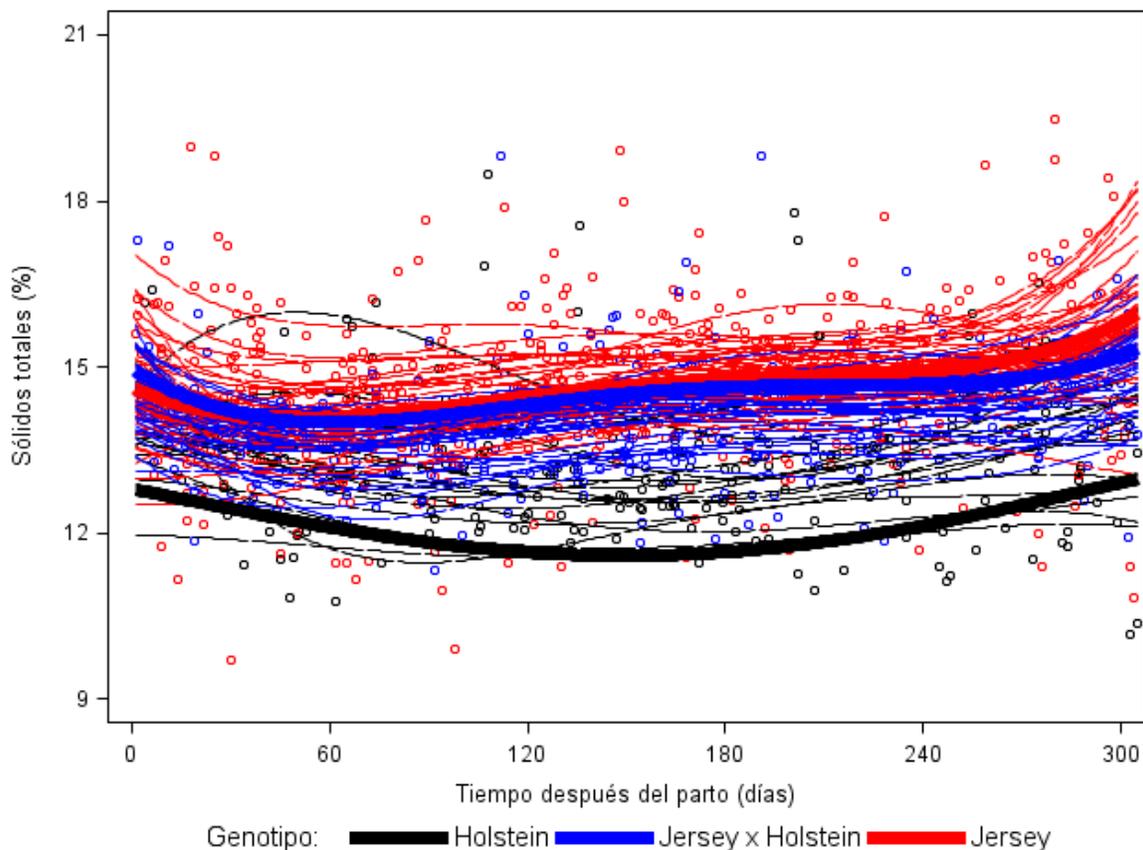


Figura 8. Curvas de lactancia para porcentaje de sólidos totales en leche por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 4.

Curvas de lactancia para producción diaria de componentes de la leche

Los niveles de significancia de los efectos fijos del modelo de mejor ajuste y los criterios de bondad de ajuste para la producción diaria (kg/vaca) de grasa, proteína y sólidos totales se presentan en el Cuadro 19. El análisis de las curvas de lactancia para la producción diaria de componentes de la leche sólo se llevó a cabo para las producciones de grasa, proteína y sólidos totales. El modelo de mejor ajuste para la producción diaria de grasa requirió un polinomio de Legendre de grado 2, mientras que para la producción diaria de proteína y sólidos totales el modelo requirió un polinomio de Legendre de grado 3 (Cuadro 19).

Cuadro 19. Criterios de bondad de ajuste y nivel de significancia (probabilidad) de los efectos fijos de modelos de regresión aleatoria ajustados a registros de producción diaria de grasa, proteína y sólidos totales de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.

Criterio de bondad de ajuste	Componente (kg/vaca/día)		
	Grasa	Proteína	Sólidos totales
AIC (Smaller is Better)	-1002	-2124	749
BIC (Smaller is Better)	-984	-2097	776
	Grado del polinomio (fijo:aleatorio)		
	2:2	3:3	3:3
Efecto ¹	Pr > F	Pr > F	Pr > F
Genotipo	<.0001	<.0001	<.0001
Lactancia	<.0001	<.0001	<.0001
Mes de Parto	0.3406	0.1177	0.2833
Año de Parto	<.0001	<.0001	<.0001
Mes de parto*Año de parto	<.0001	<.0001	<.0001
Genotipo*p1	<.0001	<.0001	<.0001
Genotipo*p2	0.01	0.0035	0.0128
Genotipo*p3		0.0585	0.4945

¹p1, p2, p3: variables indicadoras para denominar a los polinomios de Legendre de grado 1 hasta 3.

En el Cuadro 20 se presentan conjuntamente las matrices de (co)varianzas y correlaciones para las curvas de lactancia que describen la producción diaria de grasa, proteína y sólidos totales. En general, los modelos ajustados produjeron valores razonablemente bajos de las correlaciones entre los coeficientes aleatorios de los polinomios de Legendre, siendo el valor más alto de -0.614 para la producción de sólidos totales.

Las curvas de lactancia para los componentes lácteos han recibido menos atención que las curvas para rendimiento de la leche. Sin embargo, éstas curvas representan un aspecto importante de la producción de leche ya que la producción de componentes de la leche está relacionada con el gasto energético de la vaca. Conocer este gasto energético es importante para el manejo nutricional de ganado lechero, especialmente al inicio de la lactancia (Mostert, Theron & Kanfer, 2003).

Otwinowska-Mindur et al. (2014) sugieren que los interesados en predecir los rendimientos de leche, grasa y proteína a los 305 días, deben utilizar los polinomios de Legendre y si quieren obtener más información sobre la curva de la lactancia de cada vaca, deben considerar la función que mejor se adapte a sus datos.

La composición de la leche no es estable a lo largo de la lactancia y puede verse afectada por factores internos y externos del animal, afectando en gran medida la calidad del producto (Agudelo, Divier & Bedoya, 2005). Como se puede apreciar en las Figuras 9, 10 y 11, las vacas Holstein inician la lactancia con producciones de grasa, proteína y sólidos totales más altas que los genotipos Jersey x Holstein y Jersey. Sin embargo, a partir de aproximadamente el día 150 de lactancia, la diferencia disminuye notablemente, sobre todo para la producción de proteína.

Cuadro 20. Varianzas (en la diagonal), covarianzas (encima de la diagonal) y correlaciones (por debajo de la diagonal) de los coeficientes aleatorios de polinomios de Legendre ajustados para describir las curvas de producción diaria de grasa, proteína y sólidos totales de vacas Holstein, Jersey y Jersey x Holstein manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.¹

	α_0	α_1	α_2	α_3
Grasa (kg/vaca/día)				
α_0	0.009**	0.002 ^{NS}	-0.002 ^{NS}	
α_1	0.153	0.012***	-0.003 ^{NS}	
α_2	-0.410	-0.455	0.004*	
Proteína (kg/vaca/día)				
α_0	0.007***	0.002 ^{NS}	-0.003*	-0.001 ^{NS}
α_1	0.322	0.004**	-0.001 ^{NS}	-0.002 ^{NS}
α_2	-0.490	-0.297	0.004**	-0.001 ^{NS}
α_3	-0.139	-0.351	-0.192	0.005**
Sólidos Totales (kg/vaca/día)				
α_0	0.085***	0.008 ^{NS}	-0.039*	0.004 ^{NS}
α_1	0.084	0.095***	-0.018*	-0.045 ^{NS}
α_2	-0.557	-0.235	0.058**	0.002 ^{NS}
α_3	0.063	-0.614	0.037	0.056**

¹ * = P<0.05; ** = P<0.01; *** = P<0.0001; NS = No significativa.

En la Figura 9 se puede observar la diferencia entre los genotipos en la producción de grasa, siendo el genotipo Holstein el que tiene una mayor producción, seguida por el genotipo Jersey x Holstein y finalmente por el Jersey.

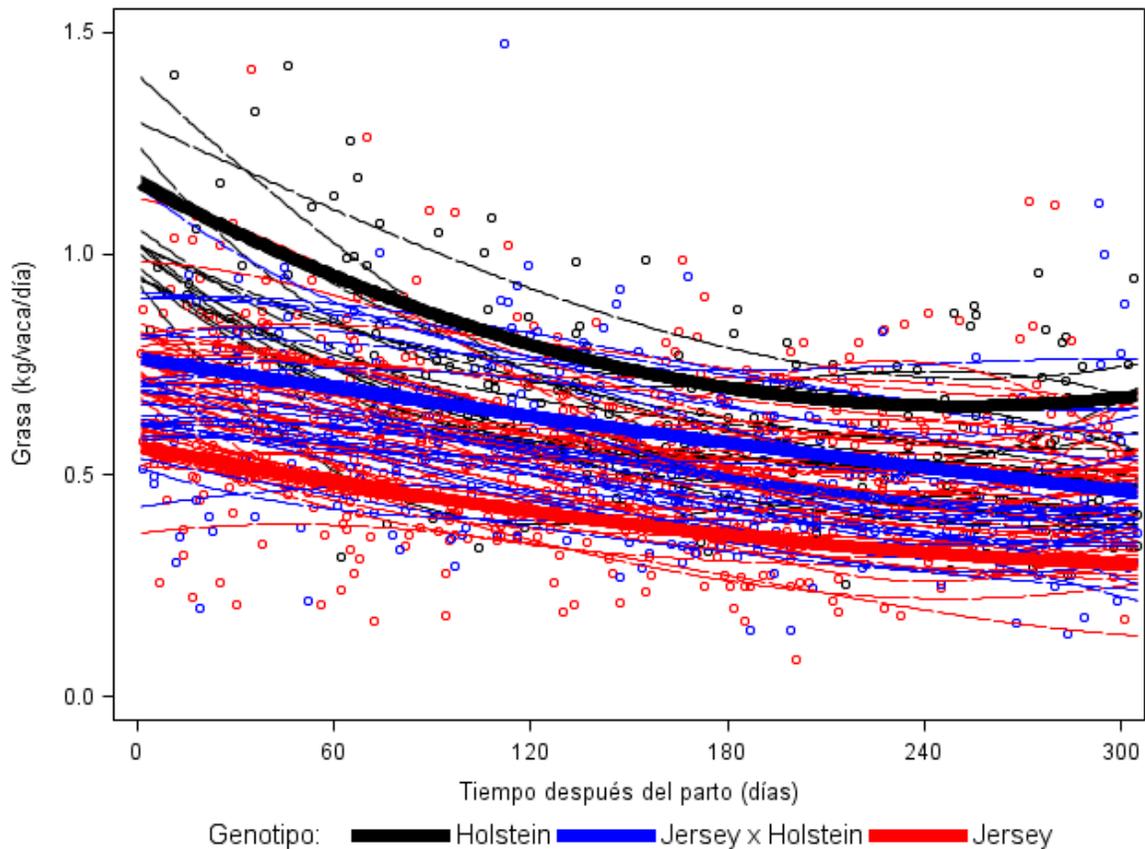


Figura 9. Curvas de lactancia para producción diaria de grasa por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 2.

En la Figura 10 se muestra cómo la producción de proteína es la más alta al inicio de la lactancia y va disminuyendo rápidamente hasta aproximadamente el día 90 después del parto, donde se estabiliza. Después del día 90 posparto el descenso es menos evidente. En general, el genotipo Holstein es el que tiene la mayor producción de grasa a la largo de la lactancia, seguido por Jersey x Holstein y finalmente por Jersey.

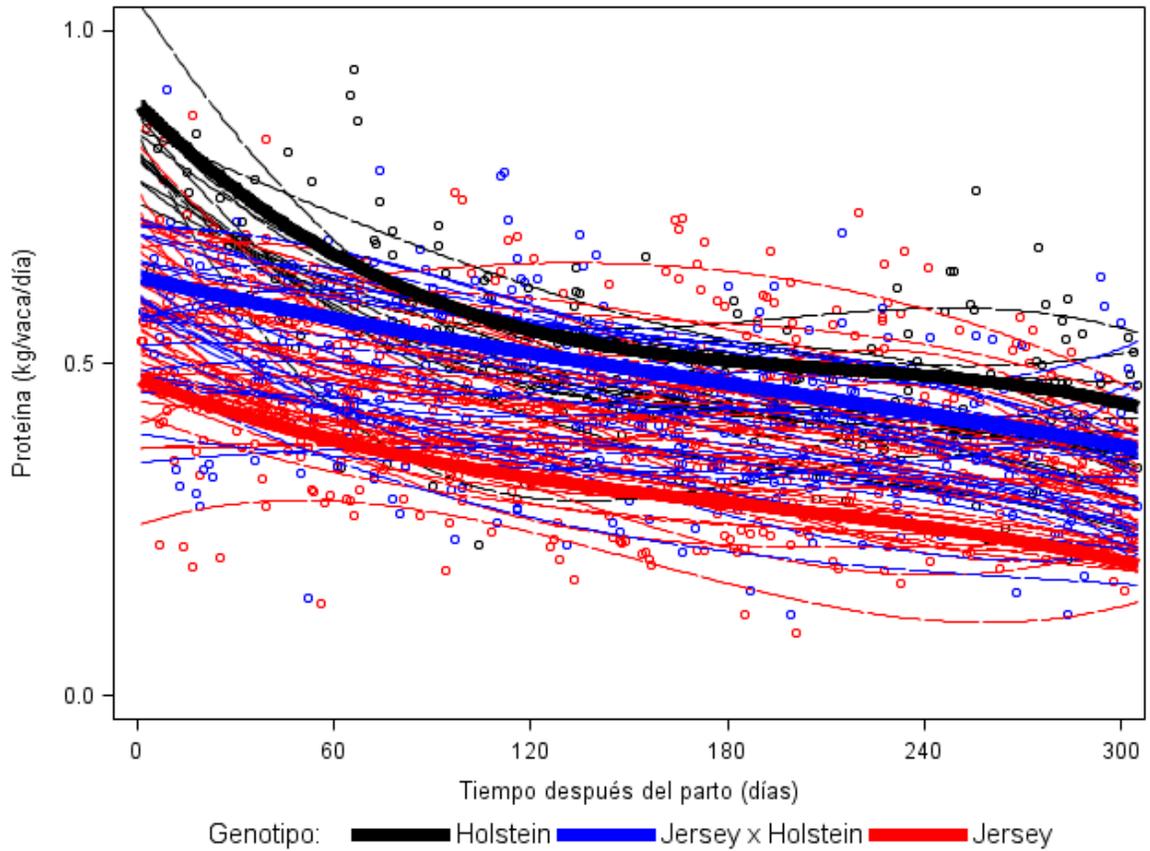


Figura 10. Curvas de lactancia para producción diaria de proteína por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 3.

Al igual que para curvas de lactancia de producción diaria de grasa y proteína, las curvas de lactancia para producción diaria de sólidos totales (Figura 11) muestran niveles máximos al inicio de la lactancia, que descienden rápidamente conforme avanza la lactancia. En general, la mayor producción diaria de sólidos la presentaron las vacas del genotipo Holstein, seguidas de las cruas de Jersey x Holstein, y las más bajas las Jersey.

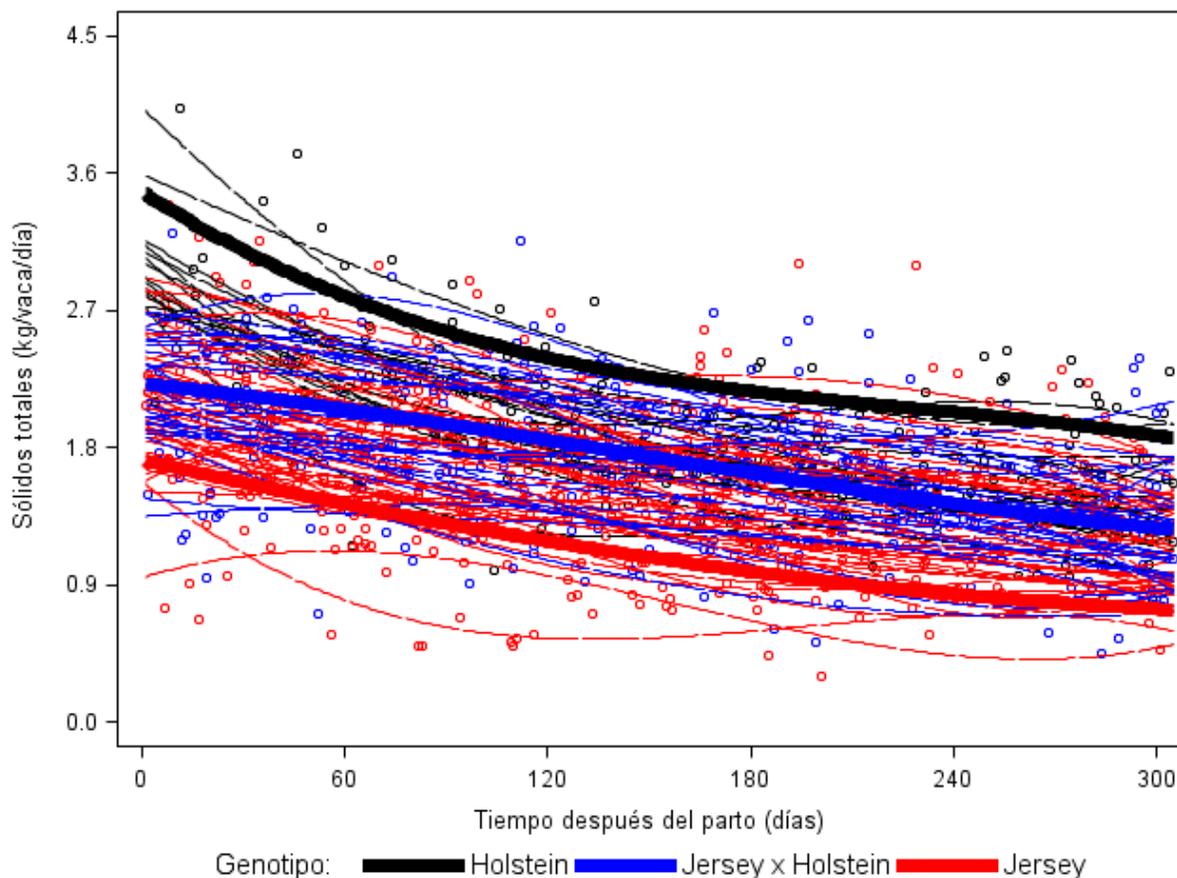


Figura 11. Curvas de lactancia para producción diaria de sólidos totales por vaca por día (líneas delgadas) y por genotipo de la vaca (líneas gruesas) después de ajustar un modelo de regresión aleatoria conteniendo un polinomio de Legendre de grado 3.

Las producciones promedio por vaca por día de ordeño y por lactancia de grasa, proteína y sólidos totales se presentan en el Cuadro 21. En general, el genotipo Holstein presentó las producciones diarias más altas de grasa, proteína y sólidos totales, seguido de las cruza de Jersey x Holstein, y Jersey las más bajas. La producción por lactancia siguió un patrón de significancia similar al de la producción diaria de componentes.

Mostert, Theron y Kanfer (2003) en un estudio realizado en África del Sur, encontraron diferencias similares al comparar vacas Holstein y Jersey en producción de componentes, y concluyeron que dicha diferencia era debida al genotipo y a las condiciones climáticas. Dichos autores encontraron una producción de 210 kg de grasa

en Holstein y 173 kg en Jersey, y para proteína de 191 kg en Holstein y 148 kg en Jersey. Estos valores son ligeramente más altos a los encontrados en el presente estudio y consignados en el Cuadro 21.

Lembeye et al. (2016) reportaron que el genotipo Holstein x Jersey fue el que mostró mayores producciones de componentes que Holstein o Jersey. Sin embargo, las producciones registradas en su estudio fueron mayores a las registradas en el presente estudio (Cuadro 21).

Cuadro 21. Producción de grasa, proteína y sólidos totales (kg/vaca/lactancia) y por día (kg/día) predichos de vacas Holstein, Jersey y sus cruzas, manejadas en pastoreo en Chapingo, Estado de México.

Componente	Genotipo		
	Holstein	Jersey x Holstein	Jersey
	kg/vaca/lactancia		
Grasa	201.8 ± 8.0 ^a	183.0 ± 6.7 ^b	166.7 ± 4.8 ^c
Proteína	157.7 ± 6.0 ^a	140.3 ± 5.0 ^b	128.4 ± 3.5 ^c
Sólidos totales	596.1 ± 22.1 ^a	539.7 ± 18.6 ^b	475.6 ± 13.2 ^c
	kg/vaca/día		
Grasa	0.662 ± 0.03 ^a	0.600 ± 0.02 ^b	0.547 ± 0.02 ^c
Proteína	0.517 ± 0.02 ^a	0.460 ± 0.02 ^b	0.421 ± 0.01 ^c
Sólidos totales	1.995 ± 0.07 ^a	1.769 ± 0.01 ^{ab}	1.561 ± 0.04 ^c

Medias de cuadrados mínimos en la misma fila con distinta literal, son diferentes ($P < 0.05$; Tukey).

4.6 CONCLUSIONES

En las condiciones en que se desarrolló el presente estudio, las vacas Holstein desplegaron curvas de lactancia para producción de leche con los picos más altos y más tardíos, que se tradujeron en mayores producciones por lactancia de leche, grasa, proteína y sólidos totales; las vacas del genotipo Jersey x Holstein presentaron valores intermedios y las vacas Jersey los valores más bajos.

4.7 LITERATURA CITADA

- Abdollahpour, R., Shahrabak, M. M., Najeti-Javareni, A., & Torshizi R. V. (2010). Genetic analysis of daily milk, fat percentage and percentage of Iranian first lactation Holstein Cattle. *World Applied Sciences Journal*, 10(9), 1042-1046.
- Agudelo, G., Divier, A., & Bedoya, M. O. (2005). Composición nutricional de la leche de ganado vacuno. *Revista Lasallista de Investigación*, 2 (1), 38-42.
- Bohmanova, J., Miglior, F., Jamrozik, J., Misztal, I., & Sullivan, P. G. (2008). Comparison of random regression models with Legendre polynomials and linear splines for production traits and somatic cell score of Canadian Holstein cows. *Journal of Dairy Science*, 91(9), 3627-3638.
- Cankaya, S., Unalan, A., & Soydan, E. (2011). Election of a mathematical model to describe the lactation curves of Jersey cattle. *Archiv Tierzucht*, 54(1), 27-35.
- Cañas, A. J. J., Restrepo, B. L. F., Ochoa, S. J., Echeverri, A., & Cerón, M. (2009). Estimación de las curvas de lactancia en ganado Holstein y BON x Holstein en trópico alto colombiano. *Revista Lasallista de Investigación*, 6(1), 35-42.
- Czerniewicz, M., Kielczewska, K., & Kruk, A. (2006). Comparison of some physicochemical properties of milk from Holstein-Friesian and Jersey cows. *Polish Journal of Food and Nutrition Sciences*, 15/56(1), 61-64.
- Dongre, V. B., Gandhi, R. S. Avtar, S., & Atul, G. (2011). A brief review on lactation curve models for predicting milk yield and different factors affecting lactation curve in dairy cattle. *International Journal of Agriculture*, 1(1), 6-15.
- Durón-Benítez, Á., & Huang, W. (2016). Using geometric morphometrics to quantify variation of shape and magnitude of the pattern of milk production of dairy cattle. *Open Access Library Journal*, 3, 1-19.
- Grossman, M. G., & Koops, W. J. (1988). Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *Journal of Dairy Science*, 71, 1598-1608.

- Hernández, R., & Ponce, P. (2008). Characterization of lactation and milk components curves of Siboney de Cuba genotype from a dairy basin of Havana province. *Revista Científica FCV-LUZ*, 18(3), 291-295.
- Jeretina, J. Babnik, D., & Škorjanc, D. (2013). Modeling lactation curve standards for test-day milk yield in Holstein, Brown Swiss and Simmental cows. *The Journal of Animal & Plant Sciences*, 23(3), 754-762.
- Lembeye, F., López-Villalobos, N., Burke, J. L., Davis, S. R., Richardson, J., Sneddon, N. W., & Donaghy, D. J. (2016). Comparative performance in Holstein-Friesian, Jersey and crossbred cows milked once daily under a pasture-based system in New Zealand. *New Zealand Journal of Agricultural Research*, 59(4), 351-362.
- Macciotta, P. P. N., Dimauro, C., Rassu, P. G. S., Steri, R., & Pulina, G. (2011). The mathematical description of lactation curves in dairy cattle. *Italian Journal of Animal Science*, 10:e51 (4), 212-223.
- Mavrogenis, A. P., & Papachristoforou, C. (1988). Estimation of the energy value of milk and prediction of fat-corrected milk yield in sheep and goats. *Small Ruminant Research*, 1(3), 229-236.
- Mostert, B. E., Theron, H. E. & Kanfer, F. H. J. (2003). Derivation of standard lactation curves for South African dairy cows. *South African Journal of Animal Science*, 33 (2).
- Otwinowska-Mindur, A., Ptak, E. Jagusiak, W., & Satola, A. (2014). Modeling lactation curves of Polish Holstein-Friesian cows. Part II: Prediction of 305-d lactation milk, fat and protein yields. *Journal of Animal and Feed Sciences*, 23, 29-36.
- Ptak, E., Satola, A., & Czaja, H. (2004). Prediction of 305-day lactation milk, fat and protein yields using Legendre polynomials and test-day yields from different parts of lactation. *Animal Science Papers and Reports*, 2(22).
- Quinn, N., Killen, L., & Buckley, F. (2006) Modelling fat and protein concentration curves for Irish dairy cows. *Irish Journal of Agricultural and Food Research*, 45, 13–23.
- Santos, A. (2007). Leche y sus Derivados. Editorial Trillas. 2a. ed. México. pp 27-33.

- Ural, D. A., & Koskan, O. (2014). The estimation of lactation curve parameters from test day milk yield in Holstein-Friesian cows in Bozdogan province in Turkey. *Research Journal of Agriculture and Environmental Management*, 3(2), 145-150.
- SAS (2016). SAS/TAT User's Guide. Cary NC. USA: SAS Inst inc. Versión en inglés 9.3.
- Rekik, B., & Gara, A. B. (2004). Factors affecting the occurrence of atypical lactations for Holstein-Friesian cows. *Livestock Production Science*, 87, 245-250.