



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

POSGRADO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA

MODELO DINÁMICO DEL AGUA EN SUELO Y PLANTA DE TOMATE: SIMULACIÓN Y ANÁLISIS

TESIS DE GRADO:

QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE:

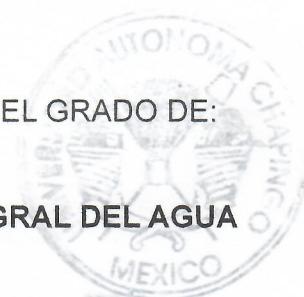
MAESTRO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL AGUA

PRESENTA:

GAMALIEL LÓPEZ HERNÁNDEZ

BAJO LA SUPERVISIÓN DE:

IRINEO L. LÓPEZ CRUZ, PhD.



DIRECCIÓN GENERAL ACADÉMICA
DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES
CERCA DE EXAMENES PROFESIONALES



CHAPINGO, ESTADO DE MÉXICO, DICIEMBRE DE 2019

MODELO DINÁMICO DEL AGUA EN SUELO Y PLANTA DE
TOMATE: SIMULACIÓN Y ANÁLISIS

Tesis realizada por **Gamaliel López Hernández** bajo la supervisión
del comité Asesor indicado, aprobada por el mismo y aceptada como
requisito parcial para obtener el grado de:

MAESTRO EN INGENIERÍA AGRÍCOLA Y USO INTEGRAL DEL
AGUA

DIRECTOR: _____
Dr. Irineo L. López Cruz

ASESOR: _____
Dr. Agustín Ruíz García

ASESOR: _____
M.I. Abraham Rojano Aguilar

CONTENIDO

ÍNDICE DE CUADROS	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
AGRADECIMIENTOS	x
DATOS BIOGRÁFICOS.....	xi
RESUMEN GENERAL	xii
ABSTRACT	xiii
1 Introducción General	1
1.1 Referencias.....	4
2 Revisión de literatura.....	5
2.1 Agua en la Agricultura.....	5
2.2 Movimiento de agua en el suelo	7
2.3 Conductividad Hidráulica en suelos insaturados.....	7
2.4 Potencial total de agua en el suelo	9
2.5 Absorción de agua debido a las raíces	11
2.6 Agua en la planta.....	12
2.7 Modelos de crecimiento de tomate	13
2.8 Modelos de transpiración.....	14
2.9 Análisis de sensibilidad.....	17
2.10 Referencias.....	22
3 Modelo dinámico del agua en el suelo y planta de tomate (<i>Solanum lycopersicum L.</i>): Simulación	29

3.1	Resumen	29
3.2	Abstract.....	30
3.3	Highlights:	31
3.4	Introducción	31
3.5	Materiales y métodos.....	34
3.5.1	Descripción del modelo	34
3.5.2	Modelo de dinámico del agua en el suelo, raíz y dosel	34
3.5.3	Modelo de transpiración	38
3.5.4	Modelo de crecimiento del cultivo (TOMGRO)	39
3.5.5	Consideraciones para la solución del modelo computacional	42
3.6	Resultados y discusión	42
3.7	Conclusiones	51
3.8	Agradecimientos	51
3.9	Referencias.....	51
4	Modelo dinámico del agua en el suelo y planta de tomate (<i>Solanum lycopersicum L.</i>): Análisis de sensibilidad.....	55
4.1	Resumen	55
4.2	Abstract.....	56
4.3	Highlights:	56
4.4	Introducción	57
4.5	Materiales y métodos.....	58
4.5.1	Descripción del modelo	58
4.5.2	Metodología del análisis de sensibilidad local.....	59

4.5.3	Metodología del análisis de sensibilidad global: método de coeficientes de regresión estandarizados	60
4.6	Resultados y discusión	63
4.6.1	Resultados del Análisis de sensibilidad local	63
4.6.2	Resultados del Análisis de sensibilidad global	68
4.7	Conclusiones	75
4.8	Agradecimientos	75
4.9	Referencias.....	75
5	ANEXOS	77
5.1	Diagrama en Simulink del modelo de la dinámica del agua en suelo y planta.....	77
5.2	Código Matlab- Simulink para obtener las soluciones numéricas del modelo.....	77
5.3	Código en C-Mex-Matlab para obtener las soluciones numéricas del modelo.....	81

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Cantidad de agua requerida para la formación de 1 kg de materia en diferentes cultivos.	5
Cuadro 2. Coeficientes estimados por Jolliet para el modelo de transpiración.	17
Cuadro 3. Parámetros de los modelos dinámicos del agua en suelo, raíz y dosel.	37
Cuadro 4. Parámetros del submodelo de transpiración de Jolliet (1994).	38
Cuadro 5. Parámetros del submodelo de crecimiento del cultivo (TOMGRO). .	41
Cuadro 6. Valores nominales de los parámetros y variación considerada en el análisis de sensibilidad.	61
Cuadro 7. Valores relativos de la sensibilidad de los parámetros, obtenidos por el método local.	63
Cuadro 8. Coeficientes de determinación R cuadrada, del análisis de CRE. ...	74
Cuadro 9. Skewness de los histogramas a diferentes rangos de variación.	74

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama forrester para representar el modelo dinámico del agua en suelo y planta, con cinco estados.	41
Figura 2. Variables de entrada requeridas para la simulación, registradas dentro del invernadero con cultivo de tomate en Julio de 2011.	43
Figura 3. Biomasa del cultivo de tomate, particionada en raíz y dosel.	44
Figura 4. Efecto de la biomasa del cultivo de tomate en la absorción de agua en el reservorio de agua en el suelo.	44
Figura 5. Transpiración estimada por el modelo de Jolliet (1994).	45
Figura 6. Conductividad hidráulica simuladas en diferentes texturas de suelo.	46
Figura 7. Ampliación de la gráfica de conductividad hidráulica simuladas en suelos con tendencia arcillosa.	46
Figura 8. Curva de retención de agua en el suelo, que muestra la relación entre el potencial hídrico y el contenido de humedad, en diferentes texturas de suelo.	47
Figura 9. Potencial hídrico en el suelo raíz y dosel con respecto al tiempo.	48
Figura 10. Ampliación de la comparación de los potenciales de suelo, raíz y dosel.	49
Figura 11. Estados del agua en el suelo, raíz y dosel.	50
Figura 12. Gráfica de barras que muestra los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGs.	65
Figura 13. Gráfica de barras que muestra los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGr.	66
Figura 14. Gráfica de barras que muestra los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGd.	67
Figura 15. Gráfica de barras que muestra los parámetros que tienen mayor efecto en la salida Br y Bd.	68

Figura 16. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGs, obtenidos con el método de CRE.	69
Figura 17. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGr, obtenidos con el método de CRE.	69
Figura 18. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGd, obtenidos con el método de CRE.	70
Figura 19. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida Br, obtenidos con el método de CRE.	71
Figura 20. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida Bd, obtenidos con el método de CRE.	71
Figura 21. Histogramas al 10% de variación de los valores nominales.	72
Figura 22. Histogramas al 20% de variación de los valores nominales.	73
Figura 23. Histogramas al 30% de variación de los valores nominales.	73

DEDICATORIAS

A mi padre Celestino López y a Elena Santiago.

A mis hermanos Lilitiana, Víctor Manuel, Josué, José Ignacio, y Celestino Freinet.

A mis sobrinos: Manuelito, Eviel, Hito, Sofi, Ovi, y Alex.

A mis compañeros y amigos de la maestría: Carlos Enrique, Jesús Antonio, David Cano, Juan Nayver, Hugo Antonio, Carolina Pérez, Harley Yuleth, Christian Zuñiga, Mario de Acha, Cuahutemoc, Isaías Martínez, Aldo Ordoñez, Ricardo Sarabia, y Yumari Díaz.

A mis amigos: Roberto Choca, Edgar Merino, Miguel Servín, Cintia Serna, Juan Gabriel, Gabriela Quiróz, Loida Vazquez, Yuli, Monse, Fannie.

A alguien admirable: ¡Laura Karen!

y en general a todas esas personas con las que he compartido un momento de mi vida

¡Muchas gracias!

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico brindado para desarrollar mis estudios de maestría.

A la Universidad Autónoma Chapíngo y al Posgrado de Ingeniería Agrícola y uso Integral del Agua, por la oportunidad brinda para la realización de mis estudios de posgrado.

Al Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología (COMECYT), por el apoyo económico brindado para la culminación de esta tesis.

A mí director: Dr. Iríneo L. López Cruz, por su apoyo y su valioso tiempo para guiarme en la realización de este trabajo, toda mi admiración por ser un excelente investigador.

Al Dr. Agustín Ruíz García, por su asesoramiento, y por enseñarme gran parte de lo que sería un tema completamente nuevo para mí: la simulación de sistemas.

Al Dr. Abraham Rojano Aguilar, por sus ideas y guías brindadas.

Al Dr. Mauricio Carrillo García, por ser mi tutor, y por las palabras de ánimos.

A mi familia, por su apoyo incondicional y porque son mi motivación.

DATOS BIOGRÁFICOS



Datos personales

Nombre: Gamaliel López Hernández

Fecha de nacimiento: 01 de diciembre de 1993

Lugar de nacimiento: Cochoapa, Municipio de Ometepec, Guerrero:

No. de Cartilla militar: D-2410281

CURP: LOHG931201HGRPRMR03

Profesión: Ingeniero en Irrigación

Cédula profesional: 11011530

Desarrollo Académico

Bachillerato: Preparatoria Agrícola Chapingo, generación 2008-2011

Licenciatura: Ingeniería en Irrigación, Universidad Autónoma Chapingo, generación 2011-2016

RESUMEN GENERAL

MODELO DINÁMICO DEL AGUA EN SUELO Y PLANTA DE TOMATE: SIMULACIÓN Y ANÁLISIS

Se presenta la propuesta de un modelo dinámico que predice el contenido de agua en el suelo, raíz y dosel de plantas de tomate (*Solanum lycopersicum L.*), bajo condiciones de invernadero y en suelo de textura franca, el modelo considera tres variables de estado asociadas con el contenido de agua en el suelo (XAGs), contenido de agua en la raíz (XAGr), y contenido de agua en el dosel (XAGd), y dos variables de estado asociadas con la biomasa de la raíz (Br) y la biomasa del dosel (Bd), basados en el modelo general TOMGRO, además se integra un modelo de transpiración propuesto por Jolliet. Como variables de entrada intervienen la temperatura, la radiación solar global, el índice de área foliar, la humedad relativa, y la concentración de CO₂, y con un total de 30 parámetros. La simulación se realizó tomando como valores de los parámetros, los reportados en la literatura. Se presenta un análisis de los resultados de la simulación. Se ha realizado un análisis de sensibilidad local basado en el cálculo de derivadas y un análisis de sensibilidad global mediante el método de coeficientes de regresión estandarizados, ambos análisis coinciden en la determinación de los parámetros que tienen mayor sensibilidad en el modelo, siendo estos los relacionados con la disponibilidad del agua en el suelo en el caso de XAGs, XAGr y XAGd. Para Br y Bd, los parámetros más relevantes son la eficiencia de utilización de la luz (Alfa), la temperatura en la hoja a la cual la fotosíntesis es máxima (Phih), la eficiencia de conversión de CH₂O a tejido (E) y la densidad de flujo máxima de luz encima del dosel (Im), relacionados con los factores climáticos que intervienen en la tasa fotosintética del cultivo.

Palabras clave: Modelos dinámicos, contenido de agua, tomate, análisis de sensibilidad, transpiración y modelos de biomasa.

Tesis de Maestría en Ingeniería, Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua, Universidad Autónoma Chapingo.

Autor: López Hernández Gamaliel

Director de Tesis: López Cruz Irineo L.

ABSTRACT

DYNAMIC MODEL OF WATER IN SOIL AND PLANT OF TOMATO: SIMULATION AND ANALYSIS

We present a dynamic model that predicts the water content in the soil, root and canopy of tomato plants (*Solanum lycopersicum* L.), under greenhouse conditions and a loamy textured soil, the model comprises three state variables associated with the water content in the soil (XAGs), water content in the root (XAGr), and water content in the shoot (XAGd), the last ones are coupled with models of root biomass (Br) and shoot biomass (Bd), based on the general model TOMGRO, a transpiration model proposed by Jolliet is also integrated. The input variables include temperature, global solar radiation, leaf area index, relative humidity, and CO₂ concentration, and 30 parameters in total. The simulation was carried out taking as values of the parameters those that are reported in the literature, an analysis of the simulation results is presented. A local sensitivity analysis based in the derivatives calculation and a global sensitivity analysis have been performed using the standardized regression coefficients method, both analyzes coincide in the determination of the parameters that have greater sensitivity in the model, wich are related to the availability of water in the soil in the case of XAGs, XAGr and XAGd. For Br and Bd, the most sensitive parameters are the light utilization efficiency (Alpha), the temperature at which leaf photosynthesis is maximal (Phih), the conversion efficiency at CH₂O to plant tissue (E) and the maximum light flux density at top of canopy (Im), related to the climatic factors involved in the photosynthetic rate of the crop.

Key words: Dynamic models, water content, tomato, sensitivity analysis, transpiration, and biomass models

Engineering Master Thesis, Postgraduate in Agricultural Engineering and Integrated Water Use, Autonomous University Chapingo.

Author: López Hernández Gamaliel

Thesis Advisor: López Cruz Irineo L.

1 Introducción General

Los modelos matemáticos son herramientas útiles para estimar las necesidades de agua en los cultivos, que es información esencial requerida, para diseñar o seleccionar mejores prácticas de gestión del agua (Kumar, Shankar, & Jat, 2015).

Un modelo propuesto por Hanks (1974), predice el rendimiento de cultivos como maíz y sorgo tanto en la materia seca total como en granos, en función de la disponibilidad de agua, se hace la suposición de que el potencial de crecimiento está directamente relacionado con la transpiración potencial.

Federer (1979) propuso un modelo suelo-planta-atmósfera, que estima la disponibilidad de agua en el suelo, en el cual el suelo fue dividido en varias capas con diferentes densidades de raíz y diferentes potenciales hídricos en el suelo, y en la parte aérea fue considerada por dos términos; la resistencia difusa y el potencial hídrico en la planta, fue aplicado en la simulación del sistema suelo-planta- atmósfera de un bosque.

Un modelo teórico y su solución numérica fue desarrollado por Nimah & Hanks (2010), en el cual se predicen los perfiles del contenido de agua, la evapotranspiración, el flujo de agua desde o hacia el nivel freático , la extracción de la raíz y el potencial de agua en la raíz en condiciones de campo transitorio.

Recientemente los modelos HYDRUS basados en la ecuación de Richards con derivadas parciales, han sido ampliamente usados para simular el movimiento del agua en el suelo. Rangjian, Taisheng, & Kang (2017) utilizaron el modelo HYDRUS-2D para simular la transferencia de agua bajo riego por surcos, considerando la absorción de agua en las raíces.

El desarrollo de una teoría para describir la absorción de agua en las plantas, está basada en una analogía eléctrica, bajo este enfoque, los potenciales hídricos en la planta son resultado de la tasa de transpiración (Blengino Albrieu, Reginato, & Tarzia, 2015). El agua se desplaza entre las partículas del suelo, ingresa dentro de las raíces y fluye a la parte aérea, donde el mayor porcentaje se transfiere a la

atmósfera debido al proceso de transpiración. El agua presente en el suelo, planta y atmósfera forman un continuo, y su desplazamiento se debe a gradientes de energía (Acevedo, 1979).

Thornley (1996) propone un modelo simple que calcula el flujo del agua del suelo a la raíz, de la raíz al dosel y del dosel a la atmósfera, arroja resultados razonables en el cambio de los potenciales hídricos, los que a su vez son necesarios para el cálculo del estado de agua tanto en el suelo, raíz y dosel de alguna planta, de acuerdo con la analogía de la ley de Ohm. Este modelo fue estudiado por Ramírez Arias (2005), con modificaciones para un cultivo de tomate bajo invernadero sin suelo, con la finalidad de ser usado en el control de riego, para sus fines, el modelo predice satisfactoriamente el flujo de agua a pesar de su simplicidad.

El modelo propuesto por Thornley en 1996, es retomado en este estudio para estimar los estados del agua en el sistema suelo, raíz y dosel de una planta de tomate, pero considerando un suelo de textura franca, además de un modelo de biomasa y un modelo de transpiración en invernadero.

Como hipótesis el modelo aquí propuesto, nos permitirá comprender el proceso del flujo del agua en el continuo suelo-planta atmósfera, y podrá ser usado en la toma de decisiones para hacer un uso más eficiente del agua en la agricultura.

El objetivo general de la investigación es el estudio de un modelo dinámico mecanicista que pueda ser aplicado para cuantificar el agua contenida en el sistema agua-suelo-planta. De manera particular, se tiene como objetivo proponer un sistema de ecuaciones que estimen el estado del agua en el suelo y en la planta, en este caso de un cultivo de tomate (*Solanum lycopersicum L.*), además de resolver numéricamente dichas ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales. Otro objetivo particular de interés es analizar el modelo, mediante análisis de sensibilidad, con el fin de identificar los parámetros que tienen una mayor intervención en las salidas.

La presente investigación está conformada por cuatro capítulos: El primero comprende la introducción general, en la cual se describe la importancia del tema, los antecedentes, la hipótesis y los objetivos del estudio.

En el capítulo dos, se presenta una revisión de literatura, donde se aborda la importancia del agua en la agricultura, el requerimiento del agua en algunos cultivos y los diferentes mecanismos que podrían emplearse para hacer un uso más eficiente de esta. Posteriormente se presenta la teoría del movimiento del agua en el suelo y los factores involucrados en este proceso, tales como la conductividad hidráulica, en la cual se profundiza su teoría debido a su importancia en el movimiento del agua en el suelo, así como también el potencial hídrico y sus componentes. Luego nos adentramos al proceso del movimiento del agua en las plantas, aquí se presenta la teoría del movimiento con base en los potenciales hídricos, conformados básicamente por el potencial de presión y el potencial osmótico. Dos modelos de crecimiento para el cultivo de tomate son presentados y explicados, al igual que los modelos de transpiración propios para cultivos bajo invernadero. Y por último se explican algunos métodos para realizar un análisis de sensibilidad tanto local como global.

El capítulo tercero se refiere a un artículo científico, en el cual se presenta un modelo dinámico que estima el estado del agua en el suelo, raíz y dosel de plantas de tomate (*Solanum lycopersicum L.*). Se muestran las cinco ecuaciones diferenciales que componen el modelo, además de los 30 parámetros, y la solución numérica de las mismas.

El capítulo cuarto, trata de la identificación de los parámetros que tienen mayor efecto en las salidas del modelo presentado en el capítulo tres, mediante un análisis de sensibilidad local y un análisis de sensibilidad global, este último basado en el método de coeficientes de regresión estandarizados.

Aunque propiamente no es un capítulo, es preciso mencionar que en el apartado de apéndice se incluirán los códigos computacionales usados para resolver las ecuaciones que rigen el modelo presentado en esta investigación, además de los códigos para la realización de los análisis de sensibilidad.

1.1 Referencias

- Acevedo, E. (1979). Interacciones Suelo-Agua-Raíz En El Proceso De Absorción De Agua Por Las Plantas. Boletín Técnico, 44(Facultad de Agronomía, Universidad de Chile), 17–25.
- Blengino Albrieu, J. L., Reginato, J. C., & Tarzia, D. A. (2015). Modeling water uptake by a root system growing in a fixed soil volume. Applied Mathematical Modelling, 39(12), 3434–3447.
- Federer C.A. (1979). A Soil-Plant-Atmosphere Model for Transpiration and Availability of Soil Water. Water Resources Research, 15(3), 555–562.
- Hanks, R. J. (1974). Model for Predicting Plant Yield as Influenced by t Water Use Agron. J. 66:660-665.
- Kumar, R., Shankar, V., & Jat, M. K. (2015). Evaluation of root water uptake models - A review. ISH Journal of Hydraulic Engineering, 21(2), 115–124.
- Nimah, M. N., & Hanks, R. J. (2010). Model for Estimating Soil Water, Plant, and Atmospheric Interrelations: I. Description and Sensitivity¹. Soil Science Society of America Journal, 37(4), 522.
- Ramírez Arias, J. A. (2005). Control jerárquico multiobjetivo de crecimiento de cultivos bajo invernadero. Tesis de doctorado, Universidad de Almería.
- Rangjian, Q., Taisheng, D. U., & Kang, S. (2017). Root length density distribution and associated soil water dynamics for tomato plants under furrow irrigation in a solar greenhouse. 9(5), 637–650.
- Thornley, J. H. M. (1996). Modelling water in crops and plant ecosystems. Annals of Botany, 77(3).

2 Revisión de literatura

2.1 Agua en la Agricultura

La importancia del uso eficiente y cuidado del agua en la agricultura debe ser un tema de alto interés tanto para investigadores como para cualquier persona involucrada en los procesos de producción agrícola. Actualmente más del 70% del agua dulce disponible globalmente, se está destinando para este sector. Para el año 2100 habrá un estimado de 11 billones de personas a las cuales alimentar (Alexandratos et al., 2019). Además, la tendencia climática es tener periodos cada vez más secos, aun así, la necesidad de agua para los cultivos sigue siendo la misma, y los recursos hídricos no pueden aumentar para satisfacer las crecientes demandas globales (Pereira & Marques, 2017), por lo tanto, cada gota de agua debe ser cuidada.

En el contexto de la agricultura mexicana, se cuenta con 6.3 millones de hectáreas de riego, en un 80% de éstas áreas, se utilizan métodos tradicionales, por lo que la eficiencia promedio es de 46% (Montesillo-Cedillo & Palacio-Muñoz, 2006). Castellón y Hernández (2015), atribuyen que las pérdidas se deben fundamentalmente a la evaporación y conducción en canales largos y no revestidos.

Cuadro 1. Cantidad de agua requerida para la formación de 1 kg de materia en diferentes cultivos (Castellón et al., 2015).

Especie	Litros por Kg de producto
Soya	2000
Arroz	1900
Maíz	1400
Sorgo	1100
Jitomate (cielo abierto)	1000
Trigo	900
Papa	500

Los datos del cuadro 1, nos muestra la cantidad de agua empleada para producir materia seca con métodos convencionales, pero es posible reducir significativamente esa cantidad; por ejemplo: para el cultivo de jitomate, empleando sistemas de riego más eficientes en campo abierto se ha logrado producir un kilogramo de producto con 60 litros en Israel y España; adicionando la tecnología de invernaderos de plásticos sin calefacción se reduce a 40 litros, si es con cristal sin calefacción 30 litros. En Países bajos se emplean 22 litros de agua para producir 1 Kg de materia fresca en invernaderos de cristal con control climático y aplicando CO₂, si se reutiliza el agua, se puede producir 1 Kg de producto con 15 litros (Castellón et al., 2015).

Salazar, Rojano y López (2014), mencionan algunas técnicas modernas que podrían incrementar la eficiencia del uso del agua en la agricultura:

1. Cambiar el sistema de producción de campo abierto a invernaderos.
2. Control de las condiciones ambientales.
3. Sistemas de recirculación de hidropónia semicerrados y cerrados.
4. Empleo de invernaderos cerrados y semicerrados.

Si bien se han implementado prácticas para hacer un uso eficiente del agua, estas han tenido mayor impacto en la viabilidad económica y no en la reducción del uso del agua, esto es porque los productores perciben la “eficiencia de riego” como una maximización de ingresos en lugar del ahorro del agua, sin duda el ahorro del agua no es una prioridad para los productores (Levidow et al., 2014). Aunque existen modelos para hacer más eficiente el uso del agua en la agricultura, éstos no son usados por los productores, precisamente porque no concilian la idea de la eficiencia de riego: los agricultores buscan incrementar sus beneficios económicos, mientras que los expertos y organismos ambientales buscan conservar el agua (Knox, Kay, & Weatherhead, 2012).

2.2 Movimiento de agua en el suelo

El agua en el suelo es una parte determinante de la interacción entre las aguas superficiales y las aguas subterráneas, ambas son importantes para el crecimiento de cultivos y las decisiones de planificación agrícola (Hua, Wang, Chen, Yang, & Zhai, 2017).

El movimiento de agua en el suelo es un proceso complicado de entender, sin embargo, en los últimos años se ha centrado el interés por conocer más de este proceso, por lo que se han desarrollado modelos numéricos para simular el flujo de agua en la zona insaturada del suelo. Kuang et al. [2011] menciona que la ecuación que gobierna el flujo de agua vertical tanto en suelos saturados como insaturados es:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} \quad (1)$$

Donde la ecuación (1) es la que simula el flujo vertical.

Sin embargo, es posible considerar los flujos en las direcciones x y y, Hillel (1998) describe la siguiente ecuación de continuidad en tres dimensiones, ecuación (2):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \quad (2)$$

Donde q_x , q_y , y q_z , son los flujos en las direcciones x, y y z, respectivamente.

Las propiedades hidráulicas en un suelo no saturado están representadas por el contenido volumétrico de agua (θ), la presión capilar en el suelo (h), y la conductividad hidráulica (K), principalmente (K. Kosugi, 1999).

2.3 Conductividad Hidráulica en suelos insaturados

La conductividad hidráulica en suelos insaturados es la propiedad más importante para estudiar el flujo de agua y también el transporte de solutos en un medio poroso. Sin embargo, medirla directamente es lento y costoso, por lo que se han desarrollado métodos teóricos para estimarla a partir de propiedades de

los suelos, como el tamaño de las partículas y la distribución del tamaño de los poros (Behzad et al, 2012).

Se puede estimar la conductividad hidráulica variando el potencial de presión del suelo, Rawls et al. (1993), destaca las siguientes ecuaciones 3 y 4:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r} = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda \quad (3)$$

$$\frac{K(\theta)}{K_s} = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r}\right)^n = (S_e)^n \quad (4)$$

Las ecuaciones anteriores fueron desarrolladas por Brooks y Corey, la ecuación (3a) estima la retención de agua en el suelo y la ecuación (3b) estima la conductividad hidráulica. Los parámetros son: λ que indica el tamaño de poros, h_b es la presión capilar burbujeante, θ_r es el contenido de agua residual, ϕ es la porosidad, K_s es la conductividad hidráulica saturada ($\theta = \phi$) y $n = 3 + \left(\frac{2}{\lambda}\right)$.

Las ecuaciones 5 y 6 de Campbell (1974), expresadas como:

$$\frac{\theta}{\phi} = \left(\frac{H_b}{h}\right)^{1/b} \quad (5)$$

$$\frac{K(\theta)}{K_s} = \left(\frac{\theta}{\phi}\right)^n \quad (6)$$

La ecuación (4a) estima la retención de agua en el suelo y la ecuación (4b) la conductividad hidráulica, con parámetros: ϕ es la porosidad, H_b es un parámetro de escala con dimensión de longitud, b es una constante y $n = 3 + 2b$.

Van Genuchten (1980) por su parte, propuso las siguientes ecuaciones 7 y 8:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r} = \left(\frac{1}{1 + (\alpha h)^n}\right)^m \quad (7)$$

$$\frac{K(\theta)}{K_s} = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r} \right)^{1/2} \left(1 - \left[1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r} \right)^{1/m} \right]^m \right)^2 \quad (8)$$

La ecuación (5a) estima la retención de agua en el suelo y la ecuación (5b) la conductividad hidráulica. Los parámetros son los siguientes: ϕ es la porosidad, θ_r es el contenido de agua residual, α , n y m son constantes y K_s es la conductividad hidráulica saturada ($\theta = \phi$).

2.4 Potencial total de agua en el suelo

Fuentes et al (2012) indica que el agua fluye de un punto con mayor energía potencial a otro de menor energía potencial. El potencial del agua puede ser expresado como energía por unidad de masa Ψ_M ($J \text{ kg}^{-1}$), energía por unidad de volumen Ψ_V ($J \text{ m}^{-3}$), cuyas unidades corresponden también a unidades de presión ($N \text{ m}^{-2}$) y energía por unidad de peso Ψ_W (m).

Hillel (1998), señala que el agua en el suelo está sujeta a varias fuerzas posibles, y difiere en los diferentes puntos de la matriz de suelo, las fuerzas de atracción se deben a los campos de fuerza que hay entre las partículas sólidas y líquida, dónde también influye la presencia de solutos en la solución del suelo, la acción de la presión de los gases y por supuesto, la gravedad.

El potencial de presión total en un suelo es la suma de varios potenciales (Ver ecuación 9) presentes en la matriz de suelo.

$$H_t = h_g + h_m + h_o + \dots \quad (9)$$

Sin embargo, con fines prácticos se considera solo la suma del potencial gravitacional h_g , potencial mátrico h_m , y el potencial osmótico h_o (Rawls et al.,1993).

El potencial gravitacional es diferente a los demás componentes, ya que es el resultado de “fuerzas corporales” aplicadas al agua, como consecuencia de la gravedad, el potencial gravitacional, puede calcularse con la ecuación (10):

$$h_g = g(z - z_0) \quad (10)$$

Donde g es la aceleración gravitacional (9.81 m s^{-2}), z es la altura, z_0 es el nivel de referencia, en ese nivel de referencia h_g toma un valor de cero. El nivel de

referencia generalmente se toma en la superficie del suelo o en la superficie de un nivel freático (Bittelli et al, 2015).

El potencial mátrico es uno de los componentes más importantes dentro del potencial hídrico en el sistema agua-suelo-planta. Se define como la cantidad de trabajo por unidad de masa necesaria para transportar una cierta cantidad de solución en la matriz de suelo a un punto de referencia en las mismas condiciones de elevación, presión y temperatura. La reducción de la energía potencial en materiales porosos es principalmente del resultado de fuerzas físicas que unen el agua a la matriz porosa (Campbell, 1985).

Bittelli (2015), considera que el potencial mátrico que podría existir en un tubo capilar o un poro seco puede estimarse con la ecuación (11):

$$h_m = \frac{2\gamma \cos \beta}{\rho_l r_c} \quad (11)$$

Donde β es el ángulo de contacto entre el agua y la superficie mojada, γ es la tensión superficial del agua [N m^{-1}], ρ_l es la densidad del agua [kg m^{-3}] y r_c es el radio de curvatura [m].

Aunque la cantidad total de agua retenida en las partículas de suelo es pequeña comparada a la contribución volumétrica del agua capilar, es importante para entender procesos como la actividad microbiana, la captación de agua debido a las plantas y la evaporación en ambientes secos. La absorción de agua en las partículas del suelo se debe a las fuerzas de Van der Waals, éstas promueven la formación de películas líquidas alrededor de las partículas del suelo (Tuller y Or, 2005).

El potencial osmótico es equivalente al trabajo requerido para transportar reversible e isotérmicamente una solución hasta el mismo nivel de referencia al que se encuentra el agua pura. En otras palabras, es la energía que se le debe agregar a una solución para equilibrar al agua pura en una membrana semipermeable perfecta. Si la concentración de soluto en una solución cualquiera es conocida, el potencial osmótico se puede calcular con la ecuación (12):

$$h_o = -c\nu\alpha RT_K \quad (12)$$

Donde c es la concentración de soluto [mol kg^{-1}], ν es el número de partículas en la solución por molécula de soluto, α es el coeficiente osmótico, R es la constante de los gases ($8.31 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$) y T_K es la temperatura en grados Kelvin. Los valores de coeficientes osmóticos de solutos comúnmente usados se encuentran en el artículo *Electrolyte Solution*, publicado por Robinson y Stokes, (1965), (Bittelli et al, 2015).

A menos que utilicemos aguas salinas, el potencial osmótico tendrá relevancia, de lo contrario y como es el caso, el potencial total de agua en el suelo, solo tendrá dos componentes, el potencial gravitacional y el potencial mátrico.

2.5 Absorción de agua debido a las raíces

En el proceso de transpiración, las plantas son un eslabón esencial para la transferencia de masa y energía, la capacidad de la planta para tener un acceso flexible al agua en el suelo es crucial para su propia producción de biomasa (Bechmann et al, 2014).

Aroca, R., Porcel R. y Ruiz Lozano, J.M (2007) mencionan que son dos las fuerzas principales que regulan la tasa de absorción de agua en las raíces, la fuerza osmótica y la hidrostática. La fuerza hidrostática es generada por la corriente de transpiración, mientras que la fuerza osmótica se genera por la presión de la raíz (transporte activo de solutos o biosíntesis de nuevos osmolitos).

El transporte de agua en la raíz se divide en radial y axial, el transporte axial consiste en el movimiento del agua a través del xilema, hacia la parte aérea de la planta, en este proceso no hay una resistencia importante sobre el flujo de agua, que influya en el transporte en toda la planta. El transporte radial consiste en el flujo de agua desde la solución del suelo hasta los vasos del xilema en la raíz, este proceso si ofrece una alta resistencia al movimiento del agua (Doussan et al, 1998).

Stedle y Peterson (1998) describen tres rutas dinámicas de movimiento radial de agua. La primera ruta es la apoplástica la cual comprende agua moviéndose a través de los poros existentes entre las fibras de la pared celular y a través de

espacios intercelulares. La segunda ruta es la simplástica, en ella el agua se mueve a través del citoplasma hasta el plasmodesmo. Finalmente, en la ruta transmembrana, el agua el agua se mueve a través del citoplasma hacia las vacuolas atravesando las membranas, se puede sumar la segunda y tercera ruta, llamándose la ruta de la célula.

En condiciones de transpiración alta, la ruta principal por la cual se mueve el agua es la apoplástica. Cuando hay una reducción en la tasa de transpiración, la ruta de la célula es la principal (Stedle y Peterson,1998).

Aunque el suelo y las raíces se componen de medios diferentes, el principio que gobierna el flujo del agua en el sistema suelo raíz, se basa en una única teoría. Para comprender la distribución de la absorción de agua es necesario cuantificar las resistencias y los gradientes del potencial hídrico (Draye et al, 2010).

2.6 Agua en la planta

El agua es un constituyente fundamental en las plantas, más del 80% del peso fresco en las plantas herbáceas es agua. La principal forma en la que el agua entra a la planta es por la raíz, es su función esencial, la raíz suministra de agua al dosel con agua contenida en el suelo (Steudle & Peterson, 2018). La absorción de agua por las raíces está accionada por gradientes de potencial de agua entre el suelo y la atmósfera, y es regulado principalmente por la regulación estomática, la resistencia hidráulica de las plantas y la disponibilidad de agua en el suelo (Volpe, Marani, Albertson, & Katul, 2013). El agua dentro de la planta desempeña un papel crucial en los procesos de crecimiento y más en el proceso de expansión celular (Hillel D., 1998). El agua dentro de la planta se mueve a favor de un gradiente de energía, siempre se desplaza hacia la región de más baja energía, es decir, de un potencial alto a un potencial bajo, este proceso es llamado difusión. Los tres mayores potenciales de agua en las plantas son el potencial de presión, el potencial osmótico y el potencial de gravedad (ver ecuación 13), la suma de estos tres potenciales constituyen el potencial hídrico dentro de la planta (Taiz & Zeiger, 2003), es decir:

$$\psi_w = \psi_P + \psi_{OS} + \psi_G \quad (13)$$

El potencial gravitacional es el producto de la gravedad y la altura, convenientemente se desprecia cuando los cultivos no son tan altos, y debe considerarse cuando se aplica a arboles de gran tamaño (Thornley J, 2007).

En cuanto al potencial osmótico y de presión, una explicación muy entendible la da Bidwell (1993), básicamente se considera a la célula como un saco permeable que en su interior tiene una solución concentrada de azúcar y sales de menor potencial que el agua con menor concentración y mayor potencial fuera de la célula, el agua se difunde al interior de la célula por el proceso osmótico, hasta que se hincha, en ese momento entra en estado de turgencia. La presión ejercida sobre el líquido por las paredes de una célula en estado de turgencia, se le conoce como presión de turgencia. El agua ingresa a la célula por ósmosis contra un gradiente de presión, realizando un trabajo. El potencial con el que el agua de menor concentración difunde hacia el interior de la célula se le llama presión osmótica, y dado que se difunde siempre de un potencial alto a un potencial bajo, la presión osmótica siempre será negativa. La consecuencia del potencial de turgencia es que el agua está siendo exprimida de la célula, es decir hay una salida de agua del interior al exterior de la célula con un potencial de presión positivo y mayor que el potencial de presión exterior, esto es el potencial de presión.

El movimiento del agua dentro de la planta está dado por diferencias de potenciales, de esta forma Van den Honert en 1948 propuso la idea de que el movimiento de agua en las plantas es análogo al flujo de electricidad (Steudle & Peterson, 2018).

2.7 Modelos de crecimiento de tomate

Aunque la modelación es una tarea difícil y compleja de realizar por la gran cantidad de información que se requiere, se han desarrollado modelos que estiman el crecimiento de cultivos (Solorio E., Paz P., Odi L., & Bolaños G., 2009). López Cruz, Ramírez Arias, y Rojano Aguilar (2005) revisaron algunos

modelos de crecimiento de varias hortalizas en invernadero como el tomate, entre ellos TOMGRO y TOMSIM.

El modelo "TOMato GROwth" (TOMGRO), fue propuesto por Jones et al. (1991), describe con precisión el crecimiento de diferentes órganos del tomate, está basado en un balance de carbono, en el cual las tasas de fotosíntesis y respiración son requeridas para determinar la síntesis de tejido. "TOMato SIMulator" (TOMSIM) fue propuesto por Heuvelink (1996), en este modelo la tasa potencial de crecimiento del tomate se simula con base en la fotosíntesis de la hoja, la intercepción de la luz en el cultivo, la tasa de respiración de mantenimiento y la eficiencia de conversión de los hidratos de carbono a la materia seca estructural, se supone que el dosel está compuesto con hojas que asimilan de igual manera la fotosíntesis y las características respiratorias, la distribución de la materia seca en los órganos está en función de la tasa potencial de crecimiento de cada órgano.

Una comparación entre los dos modelos mencionados anteriormente en la primera versión de ambos, lo realizan Bertin y Heuvelink (Bertin & Heuvelink, 1993), concluyen que aunque ambos modelos muestran un buen desempeño en la estimación del crecimiento de tomate, no significa que no existan diferencias entre ellos, existe una compensación en los componentes de ambos modelos, ya que mientras algunos términos se sobrestiman, otros se subestiman. El modelo TOMGRO es un modelo más simple que el TOMSIM que puede ser empleado de manera más fácil para fines prácticos.

Es de importancia mencionar que la capacidad de respuesta de los modelos de crecimientos se restringe severamente por la dependencia del coeficiente de partición al dividir el crecimiento de órganos de la planta (Connor & Fereres, 1999).

2.8 Modelos de transpiración

El alto calor latente de vaporización del agua permite a las plantas refrescarse, evaporando el agua a la superficie de las hojas, propensas a calentarse debido a la radiación solar, la transpiración es un componente importante para la

regulación de la temperatura en las plantas. La disponibilidad de agua en el suelo se destaca por su alto impacto en la energía del sistema suelo-planta-atmósfera (Neves Pereira, Peres da Silva Suguiura, Pastana Pereira, Bertonha, & Previdelli, 2018).

La ecuación de Penman-Monteith ha sido ampliamente utilizada para estimar la transpiración de las plantas, está basada en la radiación neta y la resistencia de las célula al aire, (Monteith, 1965), la ecuación es la siguiente (14):

$$\lambda E = \frac{sR_n + 0.93\rho c_p D_a / r_a}{s + 0.93\gamma(2 + r_s / r_a)} \quad (14)$$

Donde E es la tasa de transpiración por unidad de área, R_n es la densidad de flujo de radiación neta absorbida por la hoja, ρ es la densidad del aire, c_p es la capacidad de calor específico del aire, λ es el calor latente de vaporización del agua, γ es la constante psicrométrica, s es la pendiente de la curva que relaciona la presión de vapor a saturación con la temperatura, D_a es el déficit de presión de vapor del aire, r_a es la resistencia de la capa límite en la hoja, y r_s es la resistencia estomática.

Una desventaja de éste método es que los parámetros de resistencia del dosel y la resistencia estomática son difíciles de adquirir (Gao, Feng, & Li, 2014).

Otros modelos de transpiración que se han desempeñado de manera satisfactoria en condiciones de invernadero, y para un cultivo de tomate, de acuerdo con la evaluación realizada por Ruiz García (2014), son el modelo propuesto por (Bontsema et al., 2007), que es una simplificación de un modelo complejo planteado por (Stanghellini, 1987), la ecuación de este modelo es:

$$E = \frac{2 LAI}{(1 + \varepsilon) r_b + r_s} \left[\chi_a^* - \chi_a + \frac{\varepsilon r_b}{2 LAI} \frac{R_n}{\lambda} \right] \quad (15)$$

La radiación neta del cultivo R_n , puede ser estimada a partir de la radiación global I_n , y el índice de área foliar LAI , por la siguiente ecuación:

$$R_n = 0.86 (1 - e^{-0.7 LAI}) I_s \quad (16)$$

La resistencia al calor de transferencia de la capa límite de la hoja r_b , Stanghellini (1987) la estimó en 200 para un cultivo de tomate en invernadero. La resistencia estomática en este modelo puede ser calculado como:

$$r_s = 82 \frac{\frac{R_n}{2LAI} + 4.3}{\frac{R_n}{2LAI} + 0.54} (1 + 0.023(T_a - 24.5)^2) \quad (17)$$

Los valores constantes excepto el 2, pueden tomar valores diferentes para diferentes condiciones y se determinan a partir de mediciones de transpiración. La concentración de vapor actual χ_a puede ser descrita con una buena aproximación como una ecuación diferencial de primer orden, los flujos de vapor relevantes son descritos por ecuaciones de transferencia (Stanghellini & Jong, 1995).

$$h \frac{d\chi_a}{dt} = E - C - V \quad (18)$$

Donde E, la principal fuente de vapor en el invernadero, C es la eliminación de vapor debido a la condensación, V es la ventilación, h es la relación entre el volumen de un invernadero y el área del suelo, es decir la altura media del invernadero.

La concentración de vapor a saturación χ_a^* , puede ser aproximada para un rango de temperatura de 10 a 40 °C (Bontsema et al., 2007), por:

$$\chi_a^* = 5.563e^{0.0572T_a} \quad (19)$$

Y ε es la razón del contenido de calor latente al calor sensible del aire a saturación, para elevar 1°C de temperatura, con en los rangos de la temperatura del aire en los invernaderos, puede aproximarse con:

$$\varepsilon = 0.7584e^{0.0518 T_a} \quad (20)$$

Un modelo simplificado de transpiración en cultivos de tomate en invernadero fue propuesto por Jolliet (Jolliet, 1994), basado en el modelo original de Stanghellini (1987), donde la tasa de transpiración puede ser expresada como sigue:

$$E_t = \frac{a}{\lambda} R_s + \frac{h_t}{\lambda \gamma} (e_{si} - e_i) \quad (21)$$

Siendo:

$$a = c_1 \ln(1 + c_2 LAI^{c_3}) \quad (22)$$

$$h_t = c_4 LAI(1 - C_5 e^{(-R_s/c_6)}) \quad (23)$$

Donde e_{si} es la presión de vapor a saturación del aire dentro del invernadero, y puede ser calculada en función de la temperatura dentro del invernadero como:

$$e_{si} = 610.8 e^{\left(\frac{17.27 T_a}{T_a+237.3}\right)} \quad (24)$$

Y e_i es la presión de vapor actual del aire dentro del invernadero, estimada con:

$$e_i = \frac{HR * e_{si}}{100} \quad (25)$$

Las constantes de c_1 a c_6 son constantes, pueden ser estimadas con mediciones de transpiración, (Jolliet, 1994) calculó estos coeficientes a partir de un análisis de regresión no lineal, tales valores se encuentran en el cuadro 2:

Cuadro 2. Coeficientes estimados por Jolliet (1994) para el modelo de transpiración.

Coeficiente	Valor estimado	Unidad
c_1	0.154	-
c_2	1.10	-
c_3	1.13	-
c_4	1.65	W/m ² K
c_5	0.56	-
c_6	13.0	W/m ²

2.9 Análisis de sensibilidad

Un análisis de sensibilidad se define como una colección de métodos matemáticos que pueden ser usados para explorar las relaciones entre el valor de los parámetros de entrada de un modelo matemático y sus soluciones (Turányi & Tomlin, 2014).

El análisis de sensibilidad puede abordarse por dos metodologías: el análisis de sensibilidad local y el análisis de sensibilidad global (Paz Ochoa, 2017).

El análisis de sensibilidad local está basado en derivadas parciales de la salida con respecto a un factor de incertidumbre z , el cual es un indicador sobre cómo aumenta o disminuye la salida localmente alrededor de los valores dados del factor z . Las derivadas en algunas ocasiones pueden calcularse analíticamente, pero generalmente se solucionan numéricamente para modelos complejos y

pueden surgir problemas en la derivada del modelo si algún punto es inexistente (Wallach, Makowski, Jones, & Brun, 2019).

Los coeficientes de sensibilidad pueden calcularse aproximadamente por una aproximación de diferencias finitas (Turányi & Tomlin, 2014), dada por:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial x_i}(t_1, t_2) \approx \frac{\Delta Y_i(t_2)}{\Delta x_j} = \frac{\tilde{Y}_i(t_2) - Y_i(t_2)}{\Delta x_j} \quad (26)$$

El efecto de los cambios en el conjunto de parámetros x sobre la variable de salida dado un tiempo, puede ser caracterizado siguiendo una expansión de Taylor:

$$Y_i(t, x + \Delta x) = Y_i(t, x) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial Y_i}{\partial x_j} \Delta x_j + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_k \partial x_j} \Delta x_k \Delta x_j + \dots \quad (27)$$

Donde la derivada parcial $(\partial Y_i)/(\partial x_j)$ es llamada el coeficiente de sensibilidad local de primer orden, la segunda derivada parcial $(\partial^2 Y_i)/(\partial x_k \partial x_j)$ es llamada coeficiente de sensibilidad global de segundo orden, etcétera. Comúnmente basta con considerar el coeficiente de sensibilidad de primer orden.

Se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias calculando la derivada de las funciones del modelo con respecto a cada parámetro x_j , es decir:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial Y}{\partial x_j} = J \frac{\partial Y}{\partial x_j} + \frac{\partial f}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial Y}{\partial x_j}(t_0) = 0 \quad \forall j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (28)$$

Donde $(\partial Y_i)/(\partial x_j)(t_0) = 0$ son condiciones iniciales.

Se puede representar en forma matricial, como sigue:

$$\dot{S} = JS + F, \quad s(0) = 0 \quad (29)$$

Donde $J = \partial f / \partial Y$ es el Jacobiano y $F = \partial f / \partial x$.

El valor del coeficiente de sensibilidad muestra el cambio de la solución del modelo (en sus propias unidades), debido a un cambio en el valor de cierto parámetro con ciertas unidades. Es posible que las unidades de los coeficientes de sensibilidad sean diferentes, por lo que no son comparables entre sí, para poder comparar los coeficientes de sensibilidad estos se normalizan con $(x_j / Y_i)(\partial Y_i / \partial x_j)$, de esta manera los coeficientes son adimensionales y comparables entre sí.

En cuanto al análisis de sensibilidad global, Paz Ochoa (2017) indica que, este pretende cuantificar la importancia relativa de las variables de entrada o parámetros en la determinación de una variable de salida, que están basados en la exploración de un rango de variación de los parámetros del modelo, realizando un muestreo a partir de una función de distribución asociada a cada parámetro de entrada y simulaciones repetidas del modelo.

Wallach et al (2019), realizó una descripción de varios métodos para realizar análisis de sensibilidad global, sin embargo para consultar a detalle cada método, recomienda consultar a Saltelli et al. (2008).

Básicamente los métodos de sensibilidad global se clasifican en tres tipos: métodos basados en regresiones/correlaciones, métodos de exploración global, y métodos basados en la descomposición de la varianza.

En los métodos de regresiones/ correlaciones, el grado global de asociación entre el factor z y la salida del modelo Y_i , en el intervalo $[z_{min} z_{max}]$ se puede medir a través de una aproximación del modelo, por ejemplo, una aproximación con relación lineal entre z y Y , la sensibilidad se puede medir por el coeficiente de regresión al cuadrado, o por la correlación lineal entre z y Y , este método es eficiente, siempre y cuando la aproximación del modelo sea adecuada(Wallach et al., 2019).

Un método de exploración global comúnmente utilizado es el método de Morris (1991), este método plantea la aleatorización individual de cada factor, es decir el diseño de un factor a la vez (OAT, one-factor-of-a-time), y el análisis de datos está basado en el resultado de una muestra aleatoria observada de los *efectos elementales*, de aquellos cambios en la salida debido solamente al cambio en una entrada particular. De manera práctica Morris define los *efectos elementales* del factor k th para un conjunto de valores del escenario $Z_i = (z_{1i}, \dots, z_{k-1i}, z_{ki}, z_{k+1i}, \dots, z_{Ki})$ como:

$$d_k(Z_i) = \frac{f(z_{1i}, \dots, z_{k-1i}, z_{ki} + \Delta, z_{k+1i}, \dots, z_{Ki}) - f(z_{1i}, \dots, z_{k-1i}, z_{ki}, z_{k+1i}, \dots, z_{Ki})}{\Delta} \quad (30)$$

Donde $z_{ki} + \Delta$ es una perturbación del valor de z_{ki} . Se estable $z_{min(k)}$ y $z_{max(k)}$ como los límites inferior y superior del factor de incertidumbre k th, respectivamente. El principio de Morris es tomar una muestra de una serie de

conjuntos de factores de incertidumbre, $Z_i = (z_{1i}, \dots, z_{k-1i}, z_{ki}, z_{k+1i}, \dots, z_{Ki})$, $I = 1, \dots, N$, en un espacio k -dimensional definido por los valores $[z_{\min(k)}, z_{\min(k)} + \delta, z_{\min(k)} + 2\delta, \dots, z_{\max(k)}]$, $k = 1, \dots, K$ y calcular $d_k(Z_i)$ para valor de muestra. El espacio k -dimensional corresponde a una matriz que incluye un número finito de valores de los factores comprendidos entre $z_{\min(k)}$ y $z_{\max(k)}$, $k = 1, \dots, K$.

El resultado de la distribución de los *efectos elementales* $d_k(Z_i)$, $I = 1, \dots, N$, del factor k th es caracterizado por la media y la varianza:

$$\mu_k^* = \frac{\sum_{i=1}^N |d_k(Z_i)|}{N} \quad (31)$$

$$\sigma_k^* = \frac{\sum_{i=1}^N \left[d_k(Z_i) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_k(Z_i) \right]^2}{N} \quad (32)$$

Un valor alto de la media indica que es un factor con una alta influencia en la salida, y una alta varianza muestra que el valor de $d_k(Z_i)$ es altamente dependiente del valor del factor de incertidumbre Z_i e indica que este factor interactúa con algún otro factor y cuyo efecto es no lineal.

Paz Ochoa (2017) menciona que los métodos más comunes de análisis de sensibilidad global basados en la descomposición de la varianza, son el método de Sobol y el método del test de sensibilidad de amplitud extendida de Fourier (Extended-FAST, Extended Fourier Amplitude Sensivity Testing).

El método de descomposición de varianza propuesta por Sobol (1993), se expresa como:

$$var(Y) = \sum_{i=1}^s D_i + \sum_{i < j} D_{ij} + \dots + D_{1,\dots,s} \quad (33)$$

En esta descomposición D_i corresponde al efecto principal o de primer orden de Z_i , denotado por:

$$var[E(Y|Z_i = z_i)] \quad (34)$$

s es el número total de los factores de incertidumbre. Los términos $D_{ij} + \dots + D_{1,\dots,s}$ corresponden a la interacción entre los factores de entrada.

Los índices de sensibilidad son derivados de la descomposición de la varianza y están divididos por la varianza $var(Y)$:

$$S_i = \frac{D_i}{var(Y)} \quad (35)$$

$$S_{ij} = \frac{D_{ij}}{var(Y)} \quad (36)$$

Donde S_i es la sensibilidad de efectos principales y S_{ij} es la sensibilidad de efectos totales.

El método extendido FAST, fue desarrollado por Cukier et al. en 1970. Durante el análisis del método FAST, el conjunto de los N parámetros están definidos por la selección de N puntos que equidistan en el intervalo $-\pi < s < \pi$, después se calculan los resultados de Y_i (uno para cada conjunto de parámetros) y se corren los resultados del análisis de Fourier. De esta manera la fracción de varianza de la varianza total de Y_i , se puede obtener de la siguiente forma:

$$V(Y_i) = 2 \sum_{l=1}^{+\infty} (A_{il}^2 + B_{il}^2) \quad (37)$$

Donde A_{il} y B_{il} son los coeficientes de Fourier:

$$A_{il} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Y_i(s) \cos(ls) ds, \quad l = 0, 1, \dots \quad (38)$$

$$B_{il} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Y_i(s) \sin(ls) ds, \quad l = 0, 1, \dots \quad (39)$$

Si los coeficientes de Fourier y sus armónicos son calculados con la frecuencia ω_j , la derivada parcial de la varianza causada por el parámetro x_j , es calculado por:

$$V_j(Y_i) = 2 \sum_{l=1}^{+\infty} (A_{i,r\omega_j}^2 + B_{i,r\omega_j}^2) \quad (40)$$

En esta ecuación el índice r se refiere a la r -th armónica de la frecuencia base ω_j . La varianza parcial S_{ij} es la fracción de la varianza total del resultado del modelo Y_i , causado por el parámetro x_j :

$$S_{ij} = \frac{V_j(Y_i)}{V(Y_i)} \quad (41)$$

El método FAST es computacionalmente más eficiente que el método Sobol, y puede ser económicamente mejor que los métodos Monte-Carlo (Turányi & Tomlin, 2014).

Una discusión sobre los métodos de sensibilidad tanto locales como globales se da en la revisión “Sensitivity análisis of complex kinetic system. Tool and applications”, por Turányi (1990), donde se describen las ventajas y desventajas de cada método, y se plantea el cómo elegir alguno.

2.10 Referencias

Alexandratos, S. D., Barak, N., Bauer, D., Davidson, F. T., Gibney, B. R., Hubbard, S. S., ... Westerhof, P. (2019). Sustaining Water Resources: Environmental and Economic Impact [Review-article]. *ACS Sustainable Chemistry and Engineering*, 7(3), 2879–2888.

Aroca R., Porcel R. y Ruíz Lozano, J.M. (20017). How does arbuscular mycorrhizal regulate root hydraulic properties and plasma membrane aquaporins in *Phaseolus vulgaris* under drought, cold or salinity estresses?. *New Phytol.* 2007;173(4):808-16.

Bechmann M., Schneider C., Carminati A., Vetterlein D., Attinger S., and Hildebrandt A.. Effect of parameter choice in root wáter uptake models-The arrangement of root hydraulic properties within the root architecture affects dynamics and efficiency of root wáter uptake. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 18, 4189–4206, 2014.

Bertin, N., & Heuvelink, E. (1993). Dry-matter production in a tomato crop: Comparison of two simulation models. *Journal of Horticultural Science*, 68(6), 995–1011.

Bidwell, R. G. S. (1993). *Fisiología vegetal* (Primera; A. Editor, Ed.). México D.F.

Bittelli M., Campbell G., Tomei F.. *Soil physics with phyton: Transport in the Soil-Plant-Atmosphere system*. Oxford University Press, ISBN 978-0-19-968309-3, First Edition, 2015.

- Bontsema, J., Hemming, J., Stanghellini, C., Visser, P. H. B. De, Van Henten, E. J., Budding, J., ... Nieboer, S. (2007). On-line Estimation of the Transpiration. Proceedings Agricontrol 2007. 2nd IFAC International Conference on Modeling and Design of Control Systems in Agriculture, (September), 29–34. Osijek, Croatia.
- Campbell, G. S. (1974). A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. *Soil Science*, 117.
- Campbell G.. Soil physics with Basic: Transport models for Soil-Plant systems. Elsevier Science B.V., ISBN 0-444-42557- 8, First edition, 1985.
- Castellón, J. J., Bernal, R., & Hernández, M. de L. (2015). Calidad del agua para riego en la agricultura protegida en Tlaxcala. *Revista Académica de La Facultad de Ingeniería*, 19(1665-529–X).
- Connor, D. J., & Fereres, E. (1999). A dynamic model of crop growth and partitioning of biomass. *Field Crop Research*, 63.
- Dardanelli, J.L., Ritchie, J.T., Calmon, M., Andriani, J.M., and Collino, D.J. (2004). “An empirical model for root water uptake.” *J. Field Crops Res.*, 87, 59–71.
- Dogan, A., and Motz, L.H. (2005). “Saturated-unsaturated 3D groundwater model. I: Development.” *J. Hydrol. Eng.*, 10(6), 492–504.
- Doussan C, Vercambre G, Pages L. 1998. Modelling of the hydraulic architecture of root systems: an integrated approach to water absorption – Distribution of axial and radial conductances in maize. *Annals of Botany* 81, 225–232.
- Draye, X., Kim, Y., Lobet, G., and Javaux, M.: Model-assisted integration of physiological and environmental constraints affecting the dynamic and spatial patterns of root water uptake from soils, *J. Exp. Bot.*, 61, 2145–2155, doi:10.1093/jxb/erq077, 2010.
- Fuentes-Ruiz C., Rendón-Pimentel L.. Riego por gravedad. Universidad Autónoma de Querétaro ISBN: 978-607-513-031-6, primera edición, noviembre de 2012.

- Gao, Z., Feng, S., & Li, Z. (2014). Dynamic Simulation of Transpiration and Water Use Efficiency in Apple Tree Canopies. *Advance Journal of Food Science and Technology*, 6(3), 383–388.
- Ghanbarian-Alavijeh B., G. Hunt A.. “Unsaturated hydraulic conductivity in porous media: Percolation theory”. *Geoderma* 187–188 (2012) 77–84.
- Green, S.R., Kirkham, M.B., and Brent, E.C. (2006). “Root uptake and transpiration: From measurements and models to sustainable irrigation.” *Agric. Water Manage.*, 86, 165–176.
- Heuvelink, E. (1996). Tomato growth and yield: quantitative analysis and synthesis.
- Hillel D. (1998). *Environmental Soil Physics* (1st Editio). San Diego, CA, USA.
- Hua, W., Wang, C., Chen, G., Yang, H., & Zhai, Y. (2017). Measurement and Simulation of Soil Water Contents in an Experimental Field in Delta Plain. *Water*.
- J. W. Jones, E. Dayan, L. H. Allen, H. Van Keulen, & H. Challa. (1991). A DYNAMIC TOMATO GROWTH AND YIELD MODEL (TOMGRO). *Transactions of the ASAE*, 34(2), 0663–0672.
- Jolliet, O. (1994). HORTITRANS, a model for predicting and optimizing humidity and transpiration in greenhouses. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 57(1), 23–37.
- Kang, S., Zhang, F., and Zhang, J. (2001). “A simulation model of water dynamics in winter wheat field and its application in a semiarid region.” *Agric. Water Manage.*, 49, 115–129.
- Knox, J. W., Kay, M. G., & Weatherhead, E. K. (2012). Water regulation, crop production, and agricultural water management—Understanding farmer perspectives on irrigation efficiency. *Agricultural Water Management*, 108, 3–8.

- Kosugi K. (1999). "General Model for Unsaturated Hydraulic Conductivity for Soils with Lognormal Pore-Size Distribution", *Soil Sci. Soc. Am. J.* 63:270-277 (1999).
- Kuang, X., Jiao, J. J., Wan, L., Wang, X., and Mao, D. (2011). Air and water flows in a vertical sand column, *Water Resour. Res.*, 47, W04506, doi:10.1029/2009WR009030
- Kumar, R., Jat, M.K., and Shankar, V. (2012). "Methods to estimate reference crop evapotranspiration- A review." *J. Water Sci. Technol. (IWA publishing, UK)*, 66(3), 525–535.
- Kumar R., Shankar V. and Kumar M. (2014). "Evaluation of root water uptake models- a review". *ISH Journal of Hydraulic Engineering*,
- Lai, C.T., and Katul, G. (2000). "The dynamic role of root-water uptake in coupling potential to actual transpiration." *J. Adv. Water Resour.*, 23, 427–439.
- Levidow, L., Zaccaria, D., Maia, R., Vivas, E., Todorovic, M., & Scardigno, A. (2014). Improving water-efficient irrigation: Prospects and difficulties of innovative practices. *Agricultural Water Management*, 146, 84–94.
- Li, K.Y., De Jong, R., and Boisvert, J.B. (2001). "An exponential root-water-uptake model with water stress compensation." *J. Hydrol.*, 252, 189–204.
- López Cruz, I. L., Ramírez Arias, A., & Rojano Aguilar, A. (2005). Modelos matemáticos de hortalizas en invernadero: Trascendiendo la contemplación de la dinámica de cultivos. *Chapingo Serie Horticultura*, 11(2), 257–267.
- Monteith, J. L. (1965). Evaporation and Environment. *Symposia of the Society for Experimental Biology*, 19(2393175), 205–234.
- Montesillo-Cedillo, J. L., & Palacio-Muñoz, V. H. (2006). Precio del agua para riego en México en un contexto de eficiencia social. *Ingeniería Hidráulica En Mexico*, 21(4), 125–133.
- Morris, M. D. (1991). Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments. *Technometrics*, 33(2), 161–174.
- Neves Pereira, O., Peres da Silva Sugiura, T., Pastana Pereira, A., Bertonha,

- A., & Previdelli, I. (2018). Analysis of lettuce evapotranspiration across soil water. (October).
- Paz Ochoa, M. (2017). Análisis de sensibilidad global, modelado y optimización de sistemas de reacción biológicos. Tesis de doctorado, Universidad Nacional del Sur.
- Pereira, H., & Marques, R. C. (2017). An analytical review of irrigation efficiency measured using deterministic and stochastic models. 184, 28–35.
- Rawls, W. J., Ahuja, L. A., Brakensiek, D. L., and Shirmohammadi, A.: Infiltration and soil water movement, in: Handbook of Hydrology, edited by: Maidment, D. R., chap. 5, 5.1–5.51, MacGraw-Hill, New York, 1993.
- Ruíz García, A. (2014). Modelación y análisis del ambiente de un invernadero con ventilación natural. Universidad Autónoma Chapingo.
- Salazar-moreno, R., Rojano-Aguilar, A., & López-cruz, I. L. (2014). La eficiencia en el uso del agua en la agricultura controlada. Tecnología y Ciencias Del Agua, V(2), 177–183. Retrieved from
- Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., ... Tarantola, S. (2008). Global Sensivity Analysis. The Primer. West Sussex, England: John Wiley & Sons, Ltd (10.1111).
- Shankar, V., Hari Prasad, K.S., Ojha, C.S.P., and Rao, S. Govindaraju. (2012). “A Model for Nonlinear Root Water Uptake Parameter.” J. Irrig. Drain. Eng. (ASCE), 138(10), 905–917.
- Sobol, I. M. (1993). Sensitivity Estimates for Nonlinear Mathematical Models. Mathematical Modelling and Computational Experiment, 1(4), 407–414.
- Solorio E., N., Paz P., F., Odi L., M., & Bolaños G., M. A. (2009). Modelo de crecimiento expo-lineal del crecimiento y equivalencia de la productividad de un tomate cultivado en invernadero. Terra Latinoamericana, 27(2), 143–151.
- Stanghellini, C. (1987). TRANSPIRATION OF GREENHOUSE CROPS an aid to climate management. Wageningen University.

- Stanghellini, C., & Jong, T. De. (1995). A model of humidity and its applications in a greenhouse. *Agricultural and Forest Meteorology*, 76, 129–148.
- Steudle E, Peterson CA. 1998. How does water get through roots? *Journal of Experimental Botany* 49, 775–788.
- Taiz, L., & Zeiger, E. (2003). *Plant Physiology* (3rd editio). *Annals of Botany*.
- Thornley J, F. J. (2007). *Mathematical Models in Agriculture. Quantitative Methods for the Plant, Animal and Ecological Sciences*. 2nd edition. By J. H. M. Thornley and J. France. Wallingford, UK: CABI (2007), pp. 906, £150.00. ISBN 0-85199-010-X. *Experimental Agriculture*, 44(01), 906.
- Tuller, M., Or, D. (2005). Water films and scaling of soil characteristic curves at low wáter contents. *Water Resource. Res.*, 41 W09403, doi:10.1029/2005WR004142.
- Turányi, T. (1990). Sensivity analisis of complex kinetic system. Tools and aplications. *Journal of Mathematical Chemistry*, 5, 203–248.
- Turányi, T., & Tomlin, A. S. (2014). *Analysis of Kinetic Reaction Mechanisms*. London: Springer Berlin Heidelberg.
- Van Genuchten, M. T. (1980). A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44, 892–898.
- Volpe, V., Marani, M., Albertson, J. D., & Katul, G. (2013). Advances in Water Resources Root controls on water redistribution and carbon uptake in the soil – plant system under current and future climate. *ADVANCES IN WATER RESOURCES*, 60, 110–120.
- Vrugt, J.A., Hopmans, J.W., and Simunek, J. (2001a). “Calibration of a two-dimensional root water uptake model.” *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 65, 1027–1037.
- Wallach, D., Makowski, D., Jones, J. W., & Brun, F. (2019). *Working with Dynamic Crop Models: Methods, Tools and Examples for Agriculture and Enviroment* (Third Edit). London, UK.: Elsevier B.V.

- Wang, E., and Smith, C.J. (2004). "Modeling the growth and water uptake function of plant root systems: A review." *Aust. J. Agric. Res.*, 55, 501–523.
- Wesseling, J.G., and Feddes, R.A. (2006). "Assessing crop water productivity from field to regional scale." *Agric. Water Manage.*, 86, 30–39.

3 Modelo dinámico del agua en el suelo y planta de tomate (*Solanum lycopersicum L.*): Simulación

Gamaliel López-Hernández¹

Irineo L. López-Cruz^{1*}

Agustín Ruíz-García¹

Abraham Rojano-Aguilar¹

¹Universidad Autónoma Chapingo, Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua. Carretera México-Texcoco km 38.5, Chapingo, México, C. P. 56230, MÉXICO.

ilopez@correo.chapingo.mx, tel.: (+52) 5548445105 (*Autor de correspondencia)

3.1 Resumen

Se presenta un modelo dinámico que estima el estado del agua en el suelo, raíz y dosel de plantas de tomate (*Solanum lycopersicum L.*), donde intervienen la temperatura, radiación solar global, humedad relativa e índice área foliar como variables de entrada. El modelo matemático aquí presentado, es una herramienta que nos permite cuantificar el agua contenida en el suelo y la planta, de algún sitio de interés. Comprende un enfoque macroscópico que describe la absorción de agua en función de las respuestas a los potenciales hídricos del sistema. El objetivo fue proponer un modelo conformado por tres variables de estados; estado de agua en el suelo, estado del agua en la raíz y el estado del agua en el dosel, a los cuales se acoplan dos variables de estados, la biomasa de la raíz, y la biomasa del dosel de una planta de tomate obtenidas del modelo TOMGRO, además de un modelo de transpiración con un total de 30 parámetros y así mismo obtener su solución numérica. La simulación se llevó a cabo en el entorno de Matlab Simulink. Para resolver las ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales se empleó el método de integración numérico de Dormand-Prince (4.5) el cual es un método tipo Runge-Kutta de cuarto orden pero con tamaño de paso de integración variable. Los resultados muestran una disminución en el estado del

agua, tanto en el suelo, raíz y dosel, puesto que la transpiración es la única salida de agua en el sistema y no se aportan entradas. El modelo puede servir de base en el diseño de sistemas de riego y/o ayudar a tomar dediciones en el manejo del riego para el ahorro del agua, contribuyendo al uso eficiente del agua en el sector agrícola.

Palabras clave: Simulación, Modelo dinámico, Estado del agua, Suelo, Raíz y Dosel.

3.2 Abstract

A dynamic model is presented what estimates the state of water in the soil, root and shoot of tomato plants (*Solanum lycopersicum* L.), where they intervene temperature, global solar radiation, relative humidity and foliar index area as input variables, the model considers 30 parameters. The mathematical model presented here is a tool that quantifies the water contained in the soil and plant of some place of interest. It includes a macroscopic approach that describes water absorption based on responses to the system's water potentials. The objective was to propose a model consisting of three state variables; water status in the soil, water status in the root and water status in the shoot, and two state variables are coupled, the root biomass, and the shoot biomass of a tomato plant obtained from the TOMGRO model, and also a model transpiration proposed by Jolliet was integrated, with a total of 30 parameters and the numerical solution was obtain. The simulation was carried out in the environment of Matlab Simulink. To solve the nonlinear ordinary differential equations, the Dormand-Prince numerical integration method (4.5) was used, which is a fourth-order Runge-Kutta type method but with variable integration step size. The results show a decrease in water condition, both in soil, root and shoot, since transpiration is the only water outlet in the system and no inputs are provided. The model can serve as base in the design of irrigation systems and / or help to take decisions in the management of irrigation for water saving, contributing to the efficient use of water in the agricultural sector.

Key words: Simulation, Dynamic model, Water state, Soil, Root and Shoot.

3.3 Highlights:

- La estimación del contenido de agua en el suelo y la planta nos sirve para eficientizar el uso del agua en la agricultura.
- La utilización de ecuaciones diferenciales ordinarias es más conveniente de usar que las ecuaciones diferenciales parciales, ya que son más fáciles de simular y analizar.
- La dinámica del agua en el suelo y la planta puede estudiarse aplicando la analogía de la ley de Ohm.

3.4 Introducción

La creciente demanda de alimentos aunado a la escasez de agua conlleva a los productores a buscar estrategias de gestión orientadas a reducir el uso de agua en la producción de alimentos. Las mejoras más significativas se dan cuando los sistemas están destinados a optimizar la absorción de agua aplicando cantidades y frecuencias de riegos necesarias para un cultivo específico (Strati et al., 2018). Las estrategias pueden ser el tratamiento de aguas contaminadas para su reutilización, la incorporación de métodos y sistemas de riego más eficientes tal como el de goteo, la implementación de nuevas tecnologías, así como modelos matemáticos para su cuantificación (Alexandratos et al., 2019). Éstos últimos son una herramienta importante, ya que son indicadores de cuándo y cuánto regar. Sin embargo, la alta variación de las propiedades del suelo, el clima y las condiciones ambientales hace que la modelación dinámica del agua en suelo-planta sea compleja y problemática (Strati et al., 2018).

El uso de modelos en la agricultura se ha convertido en una alternativa de planificación e investigación, pueden ser usados para predecir el comportamiento de un cultivo con distintos manejos y la interacción entre estos (Martínez et al., 2011).

La absorción de agua de raíz en el suelo es un proceso de mucha relevancia para la producción agrícola, ésta influye en la productividad de la planta y por lo tanto de su rendimiento (Hildebrandt, Kleidon, & Bechmann, 2016). Su estimación es

crucial para cuantificar la transpiración y el intercambio de agua entre el suelo, planta y la atmósfera (Kumar, Shankar, & Jat, 2015).

El estudio de la captación de agua puede ser abordado desde dos niveles de estudio: microscópico y macroscópico (Raats, 2007). El modelo microscópico comprende el flujo de agua desde el suelo hasta y a través de las raíces de la planta, la ecuación del flujo de humedad del suelo se representa en coordenadas cilíndricas y se resuelve con las condiciones de contorno apropiadas en la superficie de la raíz y a cierta distancia máxima desde la raíz (Kumar et al., 2015). La segunda forma comprende funciones macroscópicas y empíricas que describen la captación en función de las respuestas al potencial (Kumar et al., 2015).

La mayoría de los modelos que simulan el movimiento del agua del suelo con captación de agua adoptan un enfoque macroscópico, en el que la extracción de agua por raíces vegetales se trata como un término de sumidero distribuido en la zona radicular y éste se incorpora a la ecuación de Richards, que describe el movimiento del agua en suelos variablemente saturados (Wu, Zhang, & Gui, 1999). Sin embargo, la ecuación de Richards es una ecuación diferencial parcial, y la distribución temporal espacial del contenido de agua en el suelo se obtiene a partir de soluciones numéricas complejas.

Recientemente, las expresiones macroscópicas unidimensionales simples de captación de agua en raíz se derivaron en base a principios hidráulicos de pequeña escala en el suelo alrededor de las raíces y dentro del sistema radicular (Cai, Vanderborght, Couvreur, Mboh, & Vereecken, 2017). Se han realizado estudios donde se ha comprobado que los modelos de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) tienen un comportamiento más acertado que las ecuaciones diferenciales parciales (EDPs), Kuang et al. (2011) derivó EDOs para predecir la ubicación de la superficie de saturación y el vacío en la zona vadosa de un suelo insaturado, estas coinciden satisfactoriamente con los resultados experimentales en comparación con las EDPs. Ogden, F. L., Lai, W., Steinke, R. C., Zhu, J., Talbot, C. A., & Wilson, J. L. (2015) desarrollaron una alternativa a la ecuación

diferencial parcial unidimensional de Richards, un conjunto de tres EDOs describen de mejor manera y sin mayor complejidad el flujo de agua en medios porosos insaturados en capas de suelo homogéneas.

Se ha propuesto otro enfoque de modelación para la absorción de agua, Hildebrandt et al. (2016) propone un modelo con EDOs, basado en una analogía a la ley de Ohm, es decir, que contempla diferencias de potenciales tanto en el suelo como en la planta y las resistencias al flujo.

La cuantificación de resistencias al flujo de agua a lo largo del continuo entre el suelo y la atmósfera, en particular entre la rizosfera, la corteza, el xilema, entre las hojas y la atmósfera a través de los estomas es todavía tema de extensa investigación, las mediciones directas de estas resistencias locales siguen siendo difícilmente alcanzables hoy en día o su determinación sigue siendo propensa a una gran incertidumbre (Javaux, Couvreur, Vanderborght, & Vereecken, 2013).

El objetivo de la presente investigación es simular los estados del agua a través del tiempo contenida en el suelo, raíz y dosel de una planta de tomate (*Solanum lycopersicum L.*), la simulación muestra un buen comportamiento de las variables de estado. Para alcanzar el objetivo se investigaron varios modelos dinámicos dados mediante ecuaciones diferenciales ordinarias no-lineales, el modelo utilizado fue propuesto por Thornley, J.H.M. & France, J. (2007), al cual se le agregó una ecuación para el cálculo de la transpiración propuesta por Jolliet, (Jolliet & Bailey, 1992), y un submodelo para la estimación de la materia seca de tomate tanto en la raíz como el dosel, propuesto por Jones (J. W. Jones, E. Dayan, L. H. Allen, H. Van Keulen, & H. Challa, 1991).

Se realizó una simulación del modelo en el entorno de programación Matlab, que es un programa que nos permite realizar simulaciones de ecuaciones diferenciales de manera más fácil y entendible en el ambiente Simulink.

3.5 Materiales y métodos

3.5.1 Descripción del modelo

El modelo comprende cinco estados con treinta parámetros, las variables de entrada del modelo (Figura.1) son la temperatura [°C], radiación solar [$W m^{-2}$], Humedad relativa [%], e índice de área foliar [adimensional]. Las variables ambientales fueron tomadas de un experimento realizado para un cultivo de tomate, medidas dentro del invernadero a 2 m de altura, y fueron registradas cada 15 minutos. La humedad relativa y la temperatura fueron medidas con un sensor HMP50, la radiación solar se midió con un piranómetro CMP3, todos los sensores fueron conectados a un data logger CR100, la estimación del Índice de Área Foliar (LAI) se realizó seleccionando aleatoriamente una muestra de tres plantas cada día, se utilizó un analizador de área foliar LAI-3100 (Ruiz García, 2014).

3.5.2 Modelo de dinámico del agua en el suelo, raíz y dosel

Thornley & France (2007), propusieron un modelo de tres variables de estado que describe la dinámica del agua en el suelo y planta. La ecuación (42), es el estado del agua en el suelo $X_{AG,s}$ [$kg\ agua\ m^{-2}$], está definido por un balance de flujos de agua que entran y salen del sistema suelo:

$$\frac{dX_{AG,s}}{dt} = F_{riego} - F_{AG,s-r} \quad (42)$$

Donde F_{riego} es la tasa de riego en [$kg\ agua\ m^{-2}s^{-1}$] y $F_{AG,s-r}$ es el flujo de agua del suelo a la raíz en [$kg\ agua\ m^{-2}s^{-1}$], la absorción de agua por las raíces se determina por un gradiente de potencial del agua entre el suelo y la raíz, dicho gradiente determina la fuerza con la que el agua fluye (Acevedo, 1979), en analogía con la ley de Ohm:

$$F_{AG,s-r} = \frac{\Psi_{h,s} - \Psi_{h,r}}{r_{AG,s-r}} \quad (43)$$

Donde $r_{AG,s-r}$ [$kg^{-1} m^4 s^{-1}$] es la resistencia al flujo de agua del suelo a la raíz, ecuación (44), afecta de manera inversamente proporcional al flujo de agua que va del suelo a la raíz, y los factores involucrados son la densidad radicular y el la tasa en la que se mueve el agua a través del suelo (Acevedo, 1979):

$$r_{AG,s-r} = \frac{C_{sors} \rho_r}{K_s M_{se,r}} + \frac{C_{rsr}}{\rho_r} \left(\frac{M_{se,r} + C_{kwrsr}}{M_{se,r}} \right) \quad (44)$$

Los parámetros C_{sors} , C_{rsr} , C_{kwrsr} afectan la resistencia entre el suelo y la raíz, ρ_r es la densidad de la raíz, muy variable en el sistema, sin embargo la mayor concentración se da entre 30 y 40 cm de capa de suelo, varía de acuerdo con la disponibilidad de agua y la densidad aparente del suelo (Oliveira, Calado, & Portas, 1996).

El potencial hídrico del suelo $\Psi_{h,s}$ [Pa], está definido por la ecuación (45), despejado de la ecuación de la curva de retención del agua en el suelo, descrita por Campbell (1974):

$$\Psi_{h,s} = -\Psi_{s,max} \left(\frac{\theta_{s,max}}{\theta_s} \right)^{C_{AG,s}} \quad (45)$$

Donde $\Psi_{s,max}$ es el potencial máximo del suelo, $\theta_{s,max}$ es el contenido máximo de agua en el suelo, y $C_{AG,s}$ es un parámetro indicativo del tipo de suelo, se encuentra en un rango de 2 para un suelo arenoso y 18 para un suelo arcilloso (Thornley J, 2007).

La ecuación (46), expresa el contenido de humedad en el suelo θ_s , adimensional:

$$\theta_s = \frac{X_{AG,s}}{\rho_{AG} d_s} \quad (46)$$

Donde ρ_{AG} es la densidad del agua igual a 1000 Kg m⁻³, y d_s es la profundidad del suelo.

La conductividad hidráulica del suelo K_s en [kg m⁻³ s], es propuesta también por Campbell (1974):

$$K_s = K_{s,max} \left(\frac{\theta_s}{\theta_{s,max}} \right)^{2*C_{AG,s}+3} \quad (47)$$

$K_{s,max}$ es la conductividad hidráulica máxima del suelo, según Thornley (2007) esta conductividad existe cuando el suelo está a capacidad de campo, y típicamente toma el valor de 0.1 [kg m⁻³ s].

El estado del agua en la raíz $X_{AG,r}$ [$kg\ agua\ m^{-2}$], está definido por la diferencia del flujo que entra del suelo a la raíz y el flujo que sale de la raíz al dosel en el sistema raíz, Thornley (2007) lo definió como:

$$\frac{dX_{AG,r}}{dt} = F_{AG,s-r} - F_{AG,r-d} \quad (48)$$

Donde $F_{AG,r-d}$ es el flujo de agua de la raíz al dosel en [$kg\ agua\ m^{-2}s^{-1}$], es la diferencia de potenciales de la raíz y el dosel, dividido por la resistencia al flujo raíz-dosel:

$$F_{AG,r-d} = \frac{(\Psi_{h,r} - \Psi_{h,d})}{r_{AG,r-d}} \quad (49)$$

El potencial hídrico de la raíz $\Psi_{h,r}$ [Pa], es igual a la suma del potencial de presión $\Psi_{p,r}$ y el potencial osmótico $\Psi_{os,r}$ en [Pa], es decir:

$$\Psi_{h,r} = \Psi_{p,r} + \Psi_{os,r} \quad (50)$$

$$\Psi_{h,r} = \frac{C_\varepsilon}{\rho_{AG}} \left(\frac{X_{AG,r}}{C_{ec,r} M_{se,r}} - 1 \right) - \frac{1000 R_{gas} T(^{\circ}K) M_{ne,r}}{M_{mer} X_{AG,r}} \quad (51)$$

Donde C_ε es un parámetro de rigidez similar al modelo de Young's, C_{ec} es una constante de estiramiento celular, R_{gas} es la constante universal de los gases igual a $8.314\ m^3\ Pa\ K^{-1}\ mol^{-1}$ y M_{me} es la masa molar efectiva.

La resistencia al flujo de agua de la raíz al dosel $r_{AG,r-d}$, definida como:

$$r_{AG,r-d} = \rho_{Tap} \frac{M_{se,r} + M_{se,d}}{M_{se,r} * M_{se,d}} \quad (52)$$

Donde ρ_{Tap} es un parámetro de resistividad al transporte de agua en la planta.

El estado del agua en el dosel $X_{AG,d}$ [$kg\ agua\ m^{-2}$], está definido por:

$$\frac{dX_{AG,d}}{dt} = F_{AG,r-d} - F_{AG,d-atm} \quad (53)$$

Donde $F_{AG,d-atm}$ es el flujo de agua del dosel a la atmósfera en [$kg\ agua\ m^{-2}s^{-1}$], igual a la transpiración expresada en la ecuación (56).

El potencial hídrico del dosel $\Psi_{h,d}$ en [Pa], es igual a la suma del potencial de presión $\Psi_{p,d}$ y el potencial osmótico $\Psi_{os,d}$ en el dosel y en [Pa], es decir:

$$\Psi_{h,d} = \Psi_{p,d} + \Psi_{os,d} \quad (54)$$

$$\Psi_{h,d} = \frac{C_\varepsilon}{\rho_{AG}} \left(\frac{X_{AG,d}}{C_{ec,d} M_{se,d}} - 1 \right) - \frac{1000 R_{gas} T(^{\circ}K) M_{ne,d}}{M_{med} X_{AG,d}} \quad (55)$$

Los parámetros del modelo de la dinámica del agua en suelo, raíz y dosel son mostrados en el cuadro 3.

Cuadro 3. Parámetros de los modelos dinámicos del agua en suelo, raíz y dosel.

No	Parámetro	Valor nominal	Unidad
1	$\Psi_{s,max}$	10000	Pa
2	$\theta_{s,max}$	0.4	Adimensional
3	$C_{AG,s}$	10	Adimensional
4	d_s	0.5	m
5	$K_{s,max}$	0.1	Kg m ⁻³ s
6	C_ε	2x10 ⁶	Pa
7	$C_{ec,r}$	5	Kg agua kg ⁻¹ mse
8	$C_{ec,d}$	2.94	Kg agua kg ⁻¹ mse
9	M_{mer}	1/50	Kg mol ⁻¹
10	M_{med}	1/70	Kg mol ⁻¹
11	C_{sors}	100	m ²
12	ρ_r	10	Kg raíz m ⁻³
13	C_{rsr}	4.5x10 ⁵	m s ⁻¹
14	C_{kwrsr}	0.25	Kg masa raíz m ⁻²
15	ρ_{Tap}	5x10 ⁶	Kg agua (kg mse) ⁻¹ [J (Kg agua)] ⁻¹ s

3.5.3 Modelo de transpiración

Las plantas necesitan agua como un reactivo activo, como disolvente y para mantener la turgencia de las células. La mayor parte del agua absorbida por la planta es solo de tránsito, y se transpira a la atmósfera a través de las cavidades estomáticas de las hojas. La transpiración es la fuerza impulsora de la captación de agua de la planta, se ha establecido que el mecanismo de cohesión-tensión es el que determina el movimiento de agua hacia potenciales hídricos cada vez más negativos (Vetterlein, Carminati, & Schnepf, 2015).

El submodelo de transpiración utilizado es propuesto por Jolliet (1994), se trata de una simplificación de un modelo más complejo para cultivos en invernaderos originalmente desarrollado por Stanghellini (1987), donde:

$$\text{Transpiración} = \frac{c_1 \ln(1+c_2 LAI^{c_3}) I_s}{\lambda} + \frac{c_4 LAI[1-c_5 \exp(-I_s/c_6)]*VPD}{\lambda \gamma} \quad (56)$$

Aquí c_1, c_2, c_3, c_5 [adimensionales], c_4 [$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$] y c_6 [W m^{-2}] son parámetros de calibración, λ es el calor latente de vaporización cuyo valor es $2454000 \text{ J kg}^{-1}$ y γ es la constante psicrométrica igual a $66 \text{ Pa } ^\circ\text{K}^{-1}$.

La presión de vapor a saturación del aire dentro del invernadero se puede calcular en función de la temperatura dentro del invernadero:

$$e_s(Ta) = 610.8 \exp\left(\frac{17.27 Ta}{Ta + 237.3}\right) \quad (57)$$

La presión de vapor actual del aire dentro del invernadero se estima a partir de la humedad relativa y la presión de vapor a saturación (Rivera, Lorenzo, Castillo, & Ramírez, 2015):

$$e_a = \frac{RH e_s(Ta)}{100} \quad (58)$$

El déficit de presión de vapor (VPD), dentro del invernadero, es la diferencia del vapor de agua a saturación y el vapor de agua actual:

$$VPD = e_s(Ta) - e_a \quad (59)$$

Los parámetros del modelo de transpiración se muestran en el cuadro 4.

Cuadro 4. Parámetros del submodelo de transpiración de Jolliet (1994).

No	Parámetro	Valor nominal	Unidad
----	-----------	---------------	--------

1	c_1	0.103	Adimensional
2	c_2	7.49	Adimensional
3	c_3	0.5	Adimensional
4	c_4	1.64	$W m^{-2} K^{-1}$
5	c_5	0.53	Adimensional
6	c_6	25.99	$W m^{-2}$

3.5.4 Modelo de crecimiento del cultivo (TOMGRO)

La materia seca del cultivo de tomate está expresada por un modelo que contiene dos variables de estado, este submodelo fue acoplado a los modelos de estado de agua en el dosel y estado de agua en la raíz. Jones J., Dayan E., Allen L., Van Keulen H. & Challa H (1991), han propuesto que la estimación de la biomasa puede ser cuantificada como la diferencia entre la tasa de fotosíntesis y la tasa de transpiración, multiplicada por una eficiencia de conversión de CH_2O a materia seca.

La materia seca de la raíz $M_{s,r}$ en $[g m^{-2}]$, es:

$$\frac{dM_{s,r}}{dt} = E(P_g - R_m M_{s,t})[1 - f_c(N)] \quad (60)$$

Y la materia seca del dosel $M_{s,d}$ en $[g m^{-2}]$:

$$\frac{dM_{s,d}}{dt} = E(P_g - R_m M_{s,t})[f_c(N)] \quad (61)$$

Donde $M_{s,t}$ es la materia seca total, definida como la suma de la materia seca de la raíz y la materia seca del dosel:

$$M_{s,t} = M_{s,r} + M_{s,d} \quad (62)$$

$f_c(N)$ es el factor de particionamiento de la materia seca de la raíz y el dosel propuesto en 85%, E es la eficiencia de conversión de CH_2O a tejido de la planta en $[g \text{ tejido } (g CH_2O)^{-1}]$, y P_g es la tasa fotosintética del cultivo, según Acock et al (1978):

$$P_g = D \frac{\tau C p(T)}{K} \ln \left[\frac{\alpha K I_o + (1 - m) \tau C}{\alpha K I_o \exp(-K LAI) + (1 - m) \tau C} \right] \quad (63)$$

Donde D es un coeficiente de conversión de $[\mu mol(CO_2) m^{-2} s^{-1}]$ a $[g (CH_2O) m^{-1} s^{-1}]$ con valor de 3×10^{-5} adimensional, τ es la eficiencia en el uso del dióxido de

carbono, C es la concentración de CO_2 , K es el coeficiente de extinción de la luz, α es la eficiencia de utilización de la luz por la hoja, m es el coeficiente de transmisión de la luz en las hojas.

La función $p(T)$ expresa el efecto de la temperatura cuando la tasa de fotosíntesis para una sola hoja es máxima, se puede aproximar a la siguiente función:

$$p(T) = \left[1 - \left(\frac{\phi_h - Ta}{\phi_h - \phi_l} \right)^2 \right] \quad (64)$$

Donde ϕ_h es la temperatura a la cual la tasa de fotosíntesis es máxima, ϕ_l es la temperatura por debajo en la cual la tasa de fotosíntesis es cero.

La densidad del flujo de fotones fotosintéticos [$\mu\text{mol m}^{-2} \text{s}^{-1}$], se puede estimar con una función que propone (Goudriaan, 1986):

$$I_o = I_m \sin \left[2 \pi \left(\frac{t_h - 6}{24} \right) \right] \quad (65)$$

Donde I_m es la densidad del flujo máximo de luz, t_h es el tiempo de hora solar se proponen 12 h día^{-1} .

La tasa de respiración de mantenimiento [$\text{g (CH}_2\text{O) (g tejido)}^{-1} \text{s}^{-1}$], es:

$$R_m = K_m \exp [0.069 (Ta - 25)] \quad (66)$$

Donde K_m es la tasa de respiración a 25 °C .

Para obtener la materia seca estructural y no estructural, se particiona por un factor (Goudriaan & Van Laar H. H., 1994) proponen que un 95% de la materia seca es estructural y el restante no estructural:

La materia seca estructural de la raíz es:

$$M_{se,r} = M_{s,r} * f_{men} \quad (67)$$

La materia seca estructural de la raíz:

$$M_{se,d} = M_{s,d} * f_{men} \quad (68)$$

La materia seca no estructural de la raíz:

$$M_{se,r} = M_{s,r} * (1 - f_{men}) \quad (69)$$

La materia seca no estructural del dosel:

$$M_{se,d} = M_{s,d} * (1 - f_{men}) \quad (70)$$

Los parámetros del modelo de crecimiento son mostrados en el cuadro 5.

Cuadro 5. Parámetros del submodelo de crecimiento del cultivo (TOMGRO).

No	Parámetro	Valor nominal	Unidad
1	α	0.056	$\mu\text{mol CO}_2 (\mu\text{mol fotones})^{-1}$
2	ϕ_h	30	$^{\circ}\text{C}$
3	ϕ_l	5	$^{\circ}\text{C}$
4	τ	0.0664	$\mu\text{mol (CO}_2) (\text{m hoja})^{-2} \text{s}^{-1}$
5	K_m	0.0006/3600	$\text{g (CH}_2\text{O) (g tejido)}^{-1} \text{s}^{-1}$
6	m	0.1	Adimensional
7	E	0.7	Adimensional
8	I_m	500	$\mu\text{mol fotosíntesis (m}^{-2} \text{superficie) s}^{-1}$
9	K	0.58	Adimensional

Las relaciones de las ecuaciones que describen el modelo dinámico del agua en suelo y planta, con cinco estados, están visiblemente mejor representadas en el diagrama forrester de la figura 1.

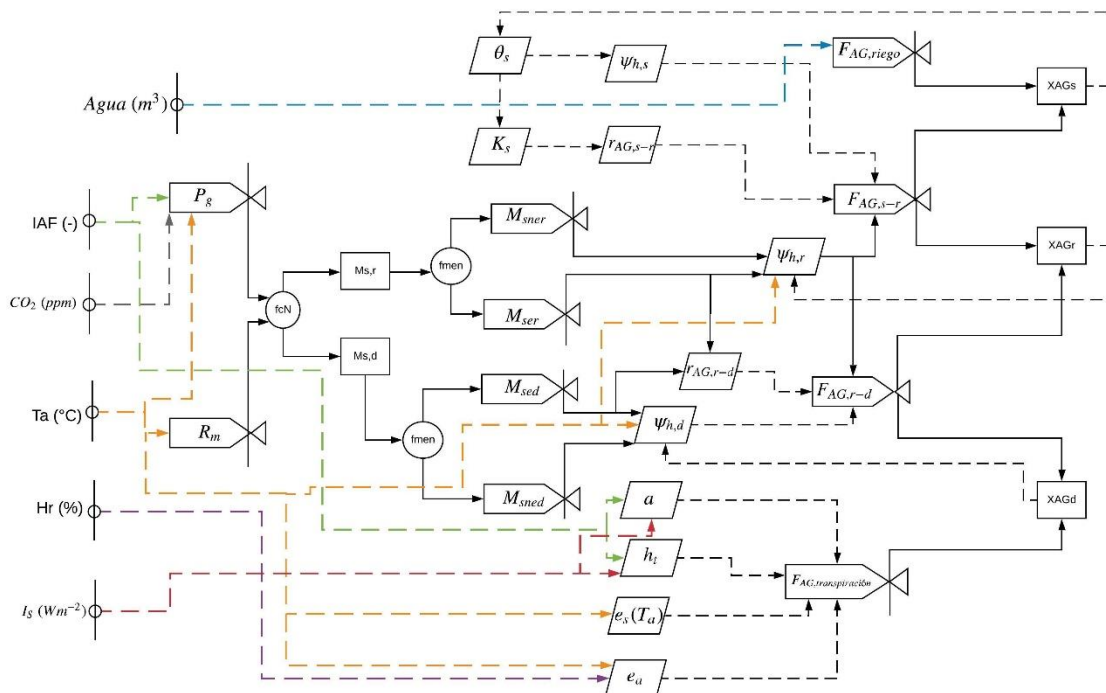


Figura 1. Diagrama forrester para representar el modelo dinámico del agua en suelo y planta, con cinco estados.

3.5.5 Consideraciones para la solución del modelo computacional

El modelo matemático fue programado en el ambiente Matlab/Simulink y para la integración se utilizó el método numérico de Dorman-Prince tipo Runge-Kutta de cuarto orden, pero con tamaño de paso variable. La tolerancia relativa fue especificada en 10^{-8} y la absoluta en 10^{-10} .

3.6 Resultados y discusión

Las variables de entrada requeridas por el modelo se muestran en la figura 2, originalmente se incluyen como variables de entrada la tasa de riego y la concentración de CO_2 , sin embargo, no se cuenta con datos, el CO_2 se considera constante. En años previos a 1750 la concentración de CO_2 era de 30 partes por millón (ppm), al inicio de la revolución industrial en 1750 la concentración de bióxido de carbono era de 280 ppm, en 1960 era de 315 ppm, y en el 2010 se encontraba en 380 ppm (Gonzalez-Estrada & Camacho Amador, 2017), para este modelo la concentración se ha propuesto en 400 ppm. La tasa de riego puede ser despreciada, analizando así el estado del agua en el sistema suelo sin que exista una entrada, para cada paso de tiempo el estado del agua en el suelo se irá actualizando, disminuyendo el reservorio de agua en el sistema.

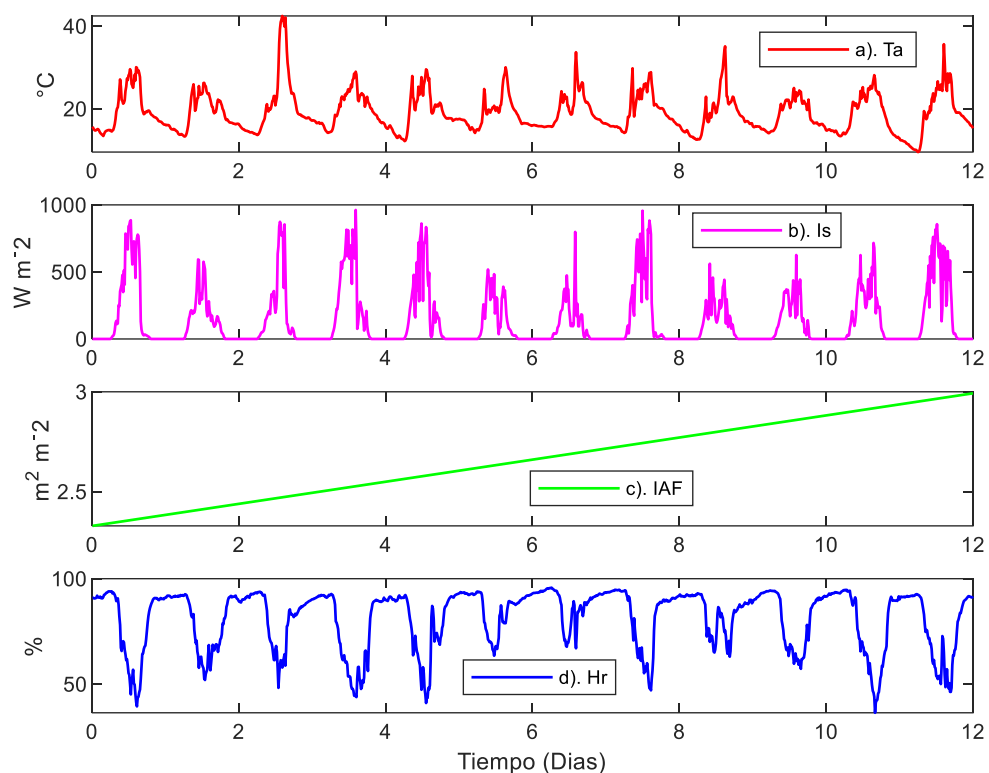


Figura 2. Variables de entrada requeridas para la simulación, registradas dentro del invernadero con cultivo de tomate en Julio de 2011.

Peil y Gálvez (2005), mencionan que las raíces forman frecuentemente una pequeña fracción de la materia seca total de los cultivos desarrollados en invernadero, por ejemplo para tomate, la fracción de materia seca destinada para raíces, varía entre 17% y un 20%, en el estado inicial, conforme la planta va creciendo, en su estado generativo baja entre un 1% y 10%, se ha tomado un estado de crecimiento medio y la fracción es propuesta en un 15%. Las variables de estado biomasa de raíz y biomasa del dosel han sido resueltas y se muestran en la figura 3.

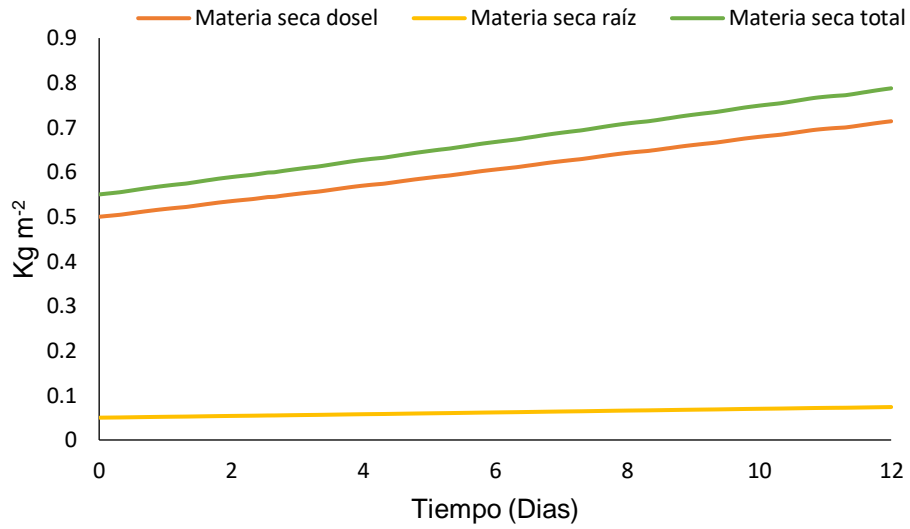


Figura 3. Biomasa del cultivo de tomate, particionada en raíz y dosel.

El efecto del desarrollo de la planta es tomado en cuenta al integrar los estados de biomasa a los estados del agua tanto en el dosel como en la raíz, este efecto se puede distinguir en la figura 4, el escenario que contempla una biomasa constante estima una menor absorción de agua en el suelo que el escenario donde se incorpora la variabilidad de aumento en la biomasa.

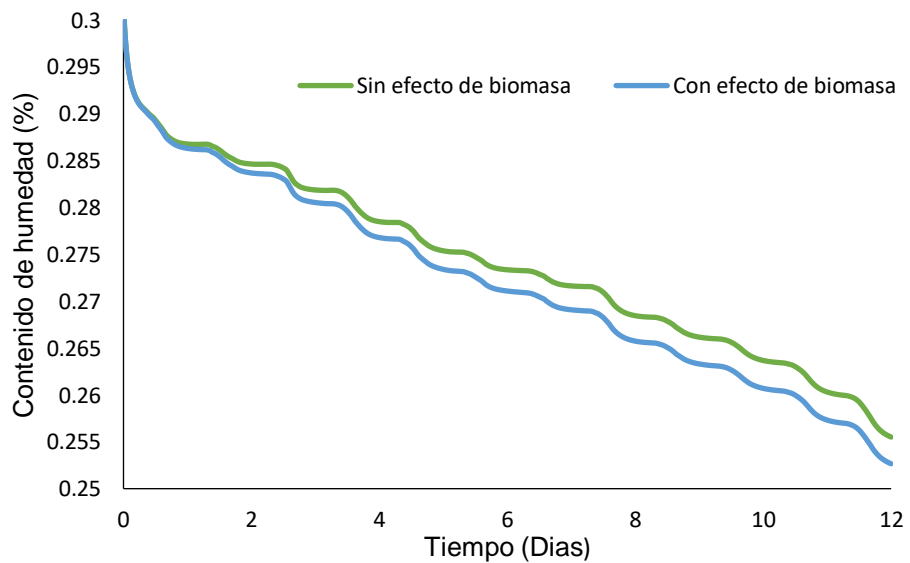


Figura 4. Efecto de la biomasa del cultivo de tomate en la absorción de agua en el reservorio de agua en el suelo.

La transpiración juega un papel fundamental en la dinámica del agua, existen diferentes formas de estimarla. Pero para el caso del cultivo de tomate en invernadero, (Ruíz García, 2014) comparó los modelos de Wang & Boulard, simplificado de Stanghellini, Baille y Jolliet. El modelo de Jolliet es el que mejor se desempeñó. Este modelo necesita como variables de entrada el índice de área foliar, la temperatura, la humedad relativa y la radiación solar global. El resultado de su simulación se muestra en la figura 5., es considerado como un flujo de salida del dosel a la atmósfera.

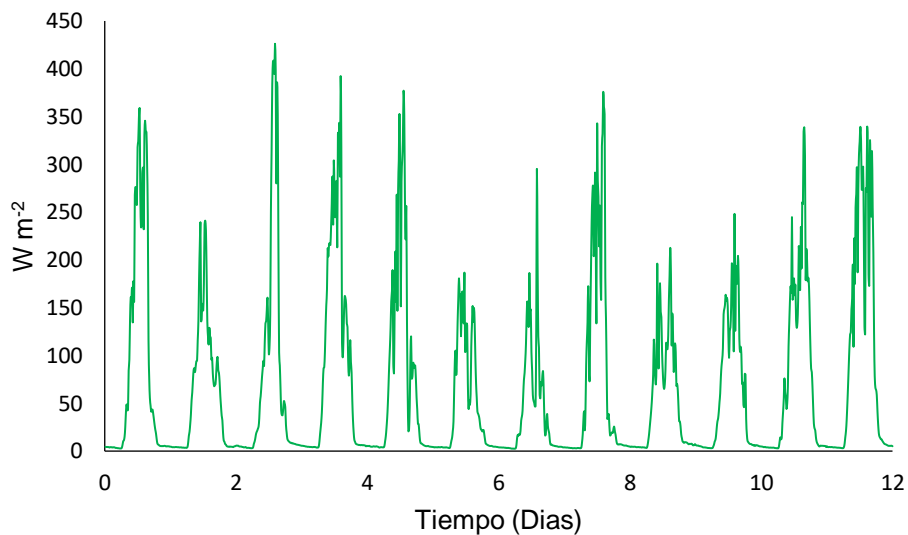


Figura 5. Transpiración estimada por el modelo de Jolliet (1994).

En el caso del suelo se consideró una humedad cercana a la capacidad de campo (0.3), para un suelo de textura media o franco, cercano al valor reportado por Rawls, W. L., Ahuja, L. A., Brakensiek, D. L., & Shirmohammadi. (1993). La conductividad hidráulica es extremadamente sensible a cambios en el contenido de humedad del suelo (Acevedo, 1979), afecta la tasa de movimiento de agua a través del suelo hacia la raíz esto representa dificultades ya que su variabilidad es muy alta, en la figura 6 y 7, se muestra la simulación del modelo modificando el parámetro de textura, las conductividades hidráulicas de texturas arcillosas son mucho más bajas que las conductividades hidráulicas en suelos arenosos.

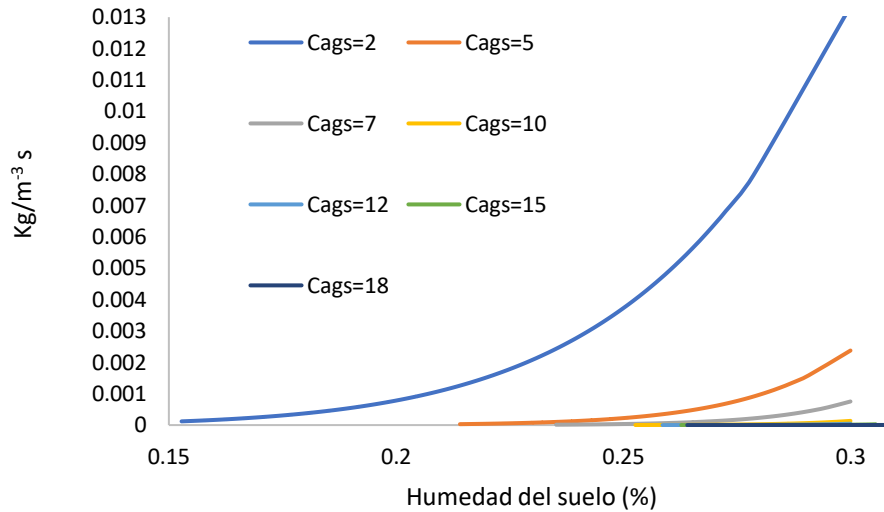


Figura 6. Conductividad hidráulica simuladas en diferentes texturas de suelo.

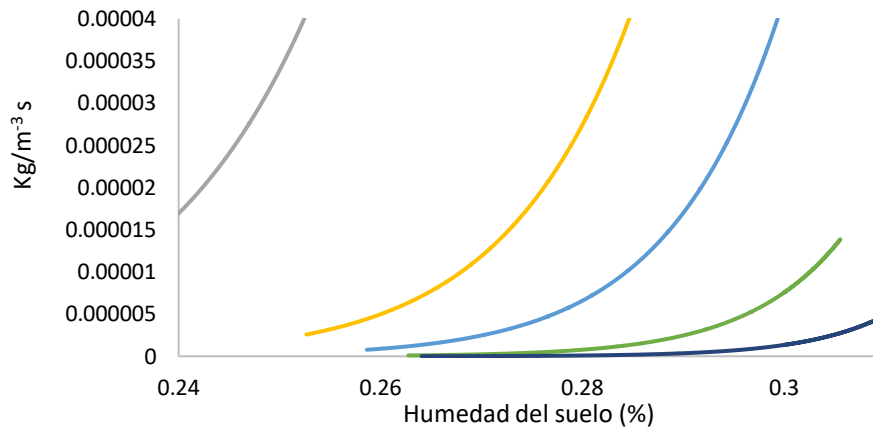


Figura 7. Ampliación de la gráfica de conductividad hidráulica simuladas en suelos con tendencia arcillosa.

Las curvas de retención de humedad para diferentes texturas de suelo están representadas en la figura 8, se puede notar los diferentes rangos de operación en el modelo. Los suelos con textura arcillosa tienen un rango de operación en mayores contenidos de agua en el suelo, por el contrario, los suelos con textura arenosa operan a menores contenidos de humedad, si se quiere tener una mejor representación en la estimación del estado del agua en el suelo, es necesario integrar tasas de riego y el drenaje. Cabe aclarar que la condición inicial de la humedad del suelo debe estar dentro del rango de operación para cada textura de suelo a simular, de lo contrario hay un error en el cálculo del potencial hídrico.

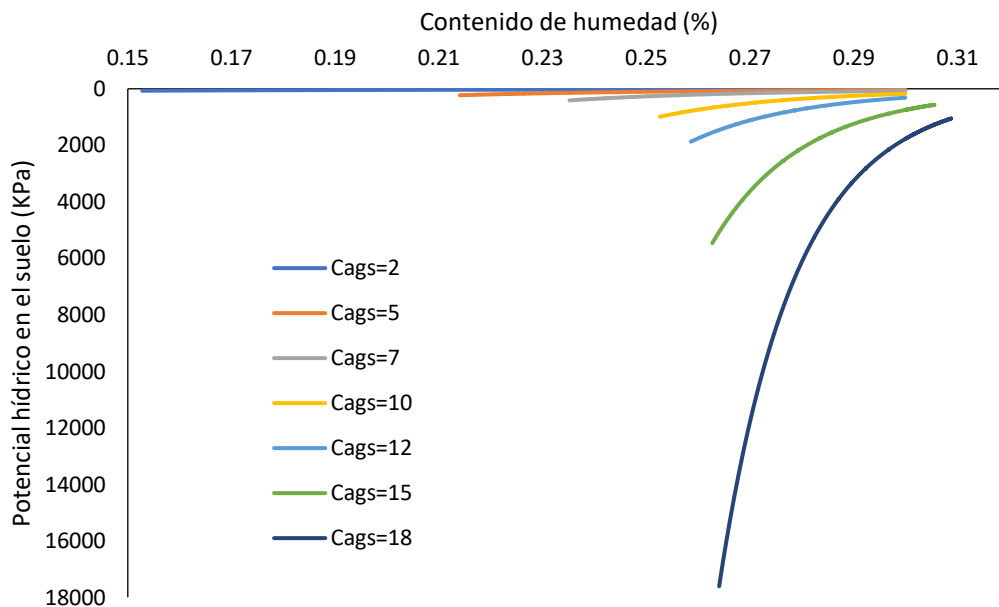


Figura 8. Curva de retención de agua en el suelo, que muestra la relación entre el potencial hídrico y el contenido de humedad, en diferentes texturas de suelo.

Acevedo (1979) menciona que el estado hídrico de las plantas, es el resultado del intercambio de agua entre el suelo y la atmósfera. Para que este intercambio exista debe haber un potencial menor en la atmósfera que en el dosel, menor en el dosel que en la raíz y menor en la raíz que en el suelo, de tal forma que cuando los potenciales tienden a igualarse no hay flujo de agua del suelo a la atmósfera. La figura 9, podemos ver una comparación de los potenciales de los tres sistemas estudiados, para 12 días sin incluir un riego, esto solo es posible para suelos de textura franca y arcillosa, si consideramos una textura arenosa y no se aplica una tasa de riego el modelo deja de iterar y termina en un error.

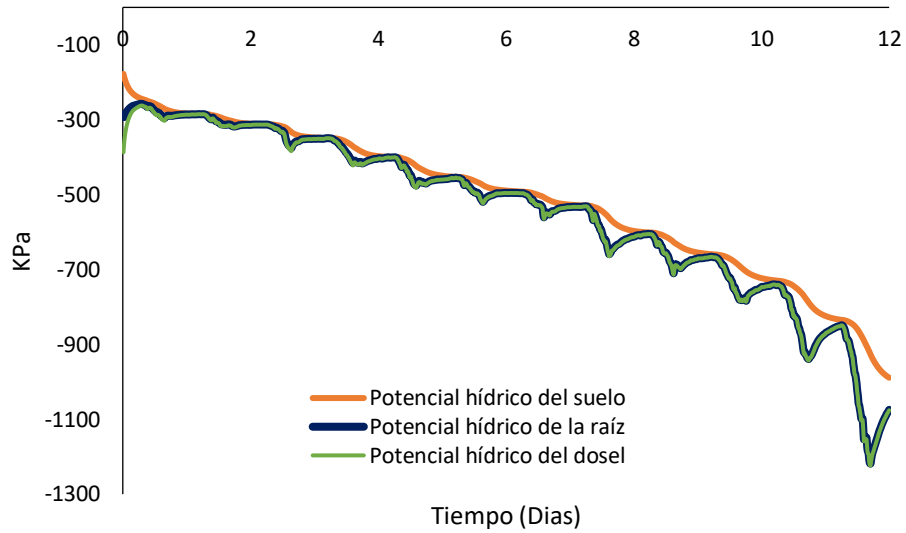


Figura 9. Potencial hídrico en el suelo raíz y dosel con respecto al tiempo.

Una ampliación de la figura 9 se da en la figura 10, en una planta no transpirante el potencial hídrico en toda la planta estará en equilibrio (De Roo, 1969), de otra forma cuando la planta transpira hay un desequilibrio, es decir, para periodos nocturnos cuando hay menos transpiración los potenciales de los tres sistemas se acercan entre sí, en periodos diurnos se separan esto debido a que hay incrementos en la temperatura y radiación solar, el sistema en el periodo diurno es muy dinámico, entre más se separen los potenciales, hay un mayor flujo de agua del suelo a la atmósfera.

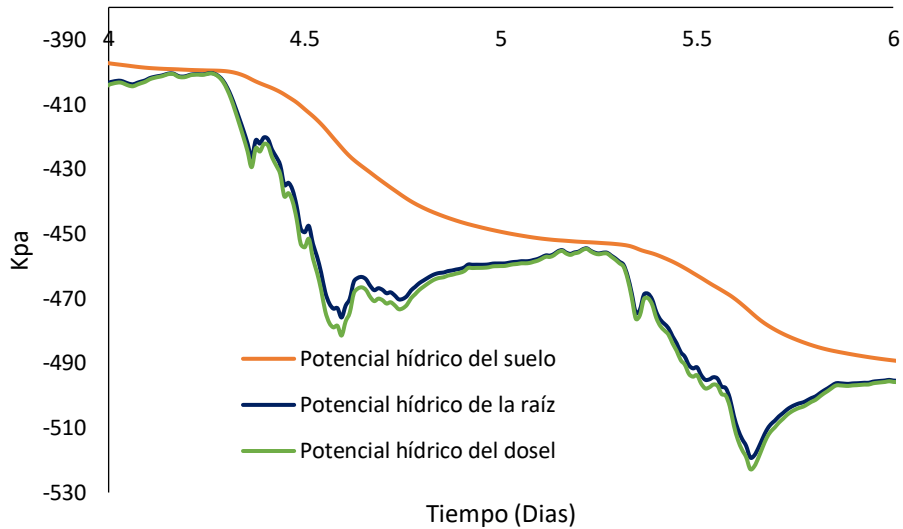


Figura 10. Ampliación de la comparación de los potenciales de suelo, raíz y dosel.

Se han realizado estudios para medir las relaciones de agua en las plantas, muchos de ellos es utilizando un cámara de presión, (Turner, 1988) menciona que éste método es fácil y versátil, sin embargo hay que tener algunas consideraciones por la alta variabilidad del agua tanto en las hojas, como en la raíz. (Turner & Long, 1980) mostraron que la pérdida de agua en los primeros 20 segundos después de realizar el corte, puede conducir a una disminución del potencial de agua a 0.7 Mpa. La pérdida de agua en el muestreo y la medición debe ser impedido, en particular en las plantas con un alto módulo mayor de elasticidad (Turner & Long, 1980), esto puede ser especialmente importante en las raíces, cuando el módulo de compresibilidad elástica es alto, una pérdida de agua dará lugar a una gran disminución en el potencial de agua.

Los resultados de interés del modelo aquí propuesto son los tres estados del agua presentados en la figura 11, no se han encontrado estudios similares, sin embargo, se tiene una buena representación del comportamiento del agua, para las condiciones establecidas en este estudio.

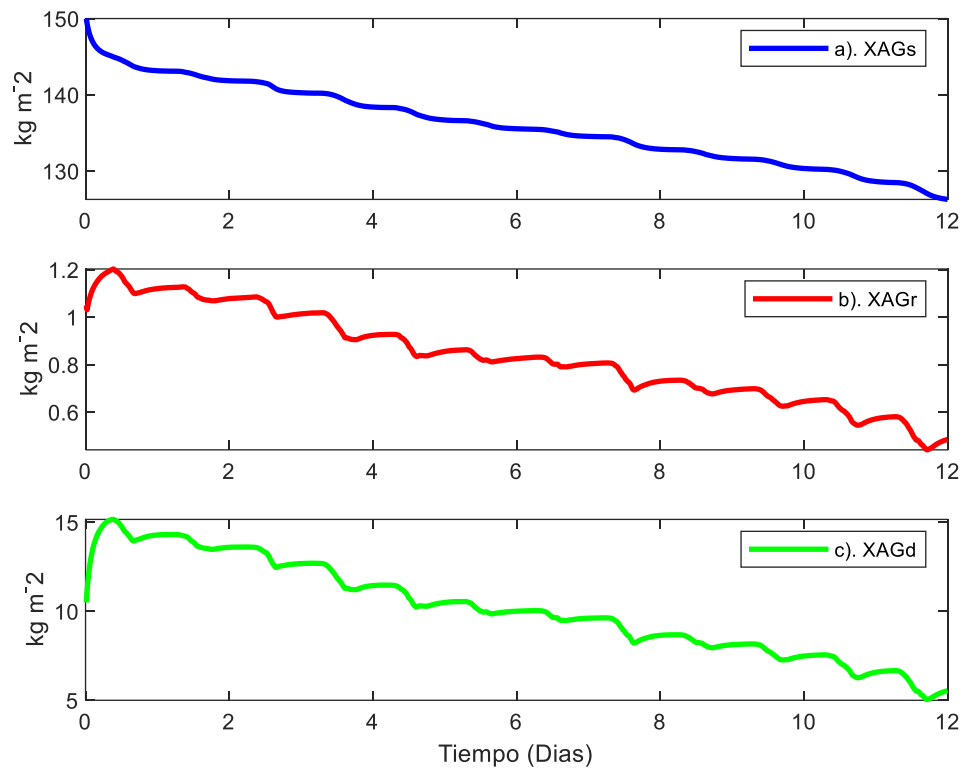


Figura 11. Estados del agua en el suelo, raíz y dosel.

El resultado que podría tener más aplicabilidad es la estimación del contenido de agua en el suelo, esto para tomar decisiones sobre el manejo del agua en la agricultura. El modelo presentado en esta investigación podría tener aplicabilidad, después de ser calibrado y evaluado, para optimizar riegos en cultivo de tomate, en este caso para el cultivo de tomate sembrado en invernadero y con suelos de textura media. Zegbe, Behboudian y Clothier (2007), estudiaron la forma de aplicar riego para un cultivo de tomate en invernadero sembrado en suelo, el experimento consistió en aplicar riego completo y riego al 50% regando alternadamente la mitad del sistema radicular en cada riego, concluyeron que no hubo diferencia significativa en el rendimiento de ambos tratamientos, pero si hubo un incremento del 73% en el uso eficiente del agua.

3.7 Conclusiones

Se acopló un modelo dinámico de cinco estados para estimar la dinámica del agua en el suelo, raíz y dosel del tomate (*Solanum lycopersicum L.*), y se resolvió numéricamente mostrando buenos resultados, aunque se acopló un modelo de materia seca y un modelo de transpiración, aún falta considerar otras cuestiones como el riego, el drenaje, el efecto de la transpiración sobre la absorción de agua en las raíces, y el crecimiento de la raíz, que en este caso fue constante, sin embargo determina en gran medida la resistencia al paso de agua del suelo a la raíz.

Por otra parte, aunque se han estudiado muchos modelos para estimar la biomasa para un cultivo de tomate, aún hace falta alguno que estime de mejor forma la biomasa seca estructural y no estructural, el considerar solo una fracción podría tener efecto en la estimación del agua en la planta.

Además del método de integración Runge Kutta de cuarto orden también fueron probados otros métodos de integración, sin embargo, no hubo diferencias significativas en los resultados.

3.8 Agradecimientos

El autor agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el apoyo económico brindado para que fuera posible la realización de este estudio. Agradecimientos al Dr. Irineo L. López Cruz, Dr. Agustín Ruíz García y al Dr. Abraham Rojano Aguilar por el asesoramiento y guía brindadas.

3.9 Referencias

Acevedo, E. (1979). Interacciones Suelo-Agua-Raiz En El Proceso De Absorción De Agua Por Las Plantas. Boletín Técnico, 44(Cacultad de Agronomía, Universidad de Chile), 17–25.

Alexandratos, S. D., Barak, N., Bauer, D., Davidson, F. T., Gibney, B. R., Hubbard, S. S., ... Westerhof, P. (2019). Sustaining Water Resources: Environmental and Economic Impact. ACS Sustainable Chemistry & Engineering, 7(3), 2879–2888.

- Cai, G., Vanderborght, J., Couvreur, V., Mboh, C. M., & Vereecken, H. (2017). Parameterization of Root Water Uptake Models Considering Dynamic Root Distributions and Water Uptake Compensation. *Vadose Zone Journal*, 17(1), 0.
- Campbell, G. S. (1974). A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. *Soil Science*, 117.
- De Roo, H. C. (1969). Water Stress Gradients in Plants and Soil-Root Systems¹. *Agronomy Journal*, 61(4), 511.
- Gonzalez-Estrada, A., & Camacho Amador, M. (2017). Emisión de gases de efecto invernadero de la fertilización nitrogenada en México. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 8(8), 1733.
- Goudriaan, J. (1986). A simple and fast numerical method for the computation of daily totals of crop photosynthesis. *Agricultural and Forest Meteorology*, 38(1–3), 249–254.
- Goudriaan, J., & Van Laar H. H. (1994). *Modelling Potential Crop Growth Processes Textbook with Exercises*. Wageningen, Netherlands.
- Hildebrandt, A., Kleidon, A., & Bechmann, M. (2016). A thermodynamic formulation of root water uptake. *Hydrology and Earth System Sciences*, 20(8), 3441–3454.
- J. W. Jones, J. W., E. Dayan, E., L. H. Allen, L. H., H. Van Keulen, H. Van, & H. Challa, H. (1991). A dynamic tomato growth and yield model (TOMGRO). *Transactions of the ASAE*, 34(2), 0663–0672.
- Javaux, M., Couvreur, V., Vanderborght, J., & Vereecken, H. (2013). Root Water Uptake: From Three-Dimensional Biophysical Processes to Macroscopic Modeling Approaches. *Vadose Zone Journal*, 12(4), 0.
- Jolliet, O. (1994). Hortitrans, a model for predicting and optimizing humidity and transpiration in greenhouses. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 57(1), 23–37.
- Jolliet, O., & Bailey, B. J. (1992). The effect of climate on tomato transpiration in greenhouses : measurements and models comparison. *Agricultural and Forest Meteorology*, 58, 43–62.

- Kuang, X., Jiao, J. J., Wan, L., Wang, X., & Mao, D. (2011). Air and water flows in a vertical sand column. *Water Resources Research*, 47(4), 1–12.
- Kumar, R., Shankar, V., & Jat, M. K. (2015). Evaluation of root water uptake models - A review. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 21(2), 115–124.
- Martínez, B. C., Rosado, O. R., López, F. G., Hernández, P. P., Becerra, Á. M., & Villamil, L. V. (2011). Aplicación de modelos de simulación en el estudio y planificación de la agricultura, una revisión. *Tropical and Subtropical Agroecosystems*, 14(3), 999–1010.
- Ogden, F. L., Lai, W., Steinke, R. C., Zhu, J., Talbot, C. A., & Wilson, J. L. (2015). A new general 1-D vadose zone flow solution method. *Water Resources Research*, 51(6), 4282–4300.
- Oliveira, R. G., Calado, A. M., & Portas, C. A. M. (1996). Tomato Root Distribution under Drip Irrigation. *121(4)*, 644–648.
- Peil, R., & Galvez, J. (2005). Reparto de materia seca como factor determinante de la producción de las hortalizas de fruto cultivadas en invernadero. *Agrociencia*, 11, 5–11.
- Raats, P. A. C. (2007). Uptake of water from soils by plant roots. *Transport in Porous Media*, 68(1), 5–28.
- Rawls, W. L., Ahuja, L. A., Brakensiek, D. L., & Shirmohammadi. (1993). Infiltration and soil water movement, in: *Handbook of Hydrology* (I; D. R. Maidment, Ed.). New York: Mc Graw Hill.
- Rivera, J., Lorenzo, I., Castillo, J., & Ramírez, J. (2015). A Comparison of Three Transpiration Models in a Tomato Crop Grown Under Greenhouse ... *Terra Latinoamericana*, 31(July), 9–21.
- Ruiz García, A. (2014). Modelación y análisis del ambiente de un invernadero con ventilación natural. Tesis de doctorado, Universidad Autónoma Chapingo.
- Stanghellini, C. (1987). *Transpiration of greenhouse crops an aid to climate management*. Wagwningwn University.
- Strati, V., Albéri, M., Anconelli, S., Baldoncini, M., Bittelli, M., Bottardi, C., ... Mantovani, F. (2018). Modelling soilwater content in a tomato field: Proximal

- gamma ray spectroscopy and soil–crop system models. *Agriculture (Switzerland)*, 8(4).
- Thornley J, F. J. (2007). *Mathematical Models in Agriculture. Quantitative Methods for the Plant, Animal and Ecological Sciences*. 2nd edition. By J. H. M. Thornley and J. France. Wallingford, UK: CABI (2007), pp. 906, £150.00. ISBN 0-85199-010-X. *Experimental Agriculture*, 44(01), 906.
- Turner, N. C. (1988). Measurement of plant water status by the pressure chamber technique. *Irrigation Science*, 9(4), 289–308.
- Turner, N., & Long, M. (1980). Errors Arising From Rapid Water Loss in the Measurement of Leaf Water Potential by the Pressure Chamber Technique. *Functional Plant Biology*, 7(5), 527.
- Vetterlein, D., Carminati, A., & Schnepf, A. (2015). *Root Water Uptake – Exploring the Role of Root System Architecture and Root-Soil Interactions with X-ray Computed Tomography*. Wittenberg.
- Wu, J., Zhang, R., & Gui, S. (1999). Modeling soil water movement with water uptake by roots. *Plant and Soil*, 215(1), 7–17.
- Zegbe, J. A., & Behboudian, M. H. (2007). Response of Processing Tomato to Partial Rootzone Irrigation. *Terra Latinoamericana*, 25(2395–8030), 61–67.

4 Modelo dinámico del agua en el suelo y planta de tomate (*Solanum lycopersicum* L.): Análisis de sensibilidad

Gamaliel López-Hernández¹

Irineo L. López-Cruz^{1*}

Felipe J. A. Pedraza-Oropeza²

Agustín Ruíz-García¹

Abraham Rojano-Aguilar¹

¹Universidad Autónoma Chapingo, Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua. Carretera México-Texcoco km 38.5, Chapingo, México, C. P. 56230, México.

²Departamento de Hidrociencias, Colegio de Postgraduados en Ciencias Agrícolas, Montecillo, Méx., México

ilopez@correo.chapingo.mx, tel.: (+52) 5548445105 (*Autor de correspondencia)

4.1 Resumen

Un análisis de sensibilidad permite determinar el nivel de efecto que tienen los factores de entrada en la salida de un modelo. El objetivo del presente trabajo fue realizar un análisis de sensibilidad mediante el método clásico de derivadas (local) y el método global de coeficientes de regresión estandarizados, con el fin de identificar el rol que tienen los 30 parámetros en las variables de estado del modelo dinámico compuesto por el estado del agua en el suelo (XAGs), estado del agua en la raíz (XAGr), estado del agua en el dosel (XAGd), biomasa de la raíz (Br) y biomasa de dosel (Bd). Las variables de entrada usadas en los análisis son la temperatura, la radiación solar global, el índice de área foliar y la humedad relativa. Los resultados muestran que los parámetros más sensibles, son los que tienen que ver con la disponibilidad de agua en el suelo, tales como la profundidad, la textura y el contenido de agua máxima que puede contener el suelo, para los estados del agua XAGs, XAGr, y XAGd. Para los modelos de biomasa Br y Bd, los parámetros más sensibles son la eficiencia de utilización de

la luz (Alfa), la temperatura en la hoja a la cual la fotosíntesis es máxima (Phih), la eficiencia de conversión de CH₂O a tejido (E) y la densidad de flujo máxima de luz encima del dosel (Im). Tanto el método local como el método global coinciden en la determinación de los parámetros más sensibles.

Palabras clave: Modelos dinámico, análisis de sensibilidad local, análisis de sensibilidad global, biomasa tomate.

4.2 Abstract

A sensitivity analysis allows us to know the level of effect that the input factors have on the output of a model. The objective of this work was to carry out a sensitivity analysis using the local method and the global standardized regression coefficients method, in order to identify the parameters that are most relevant in the dynamic model composed of the water state in the soil (XAGs), water state in the root (XAGr), water state in the shoot (XAGd), root biomass (Br) and canopy biomass (Bd). The input variables used in the analyzes are temperature, global solar radiation, leaf area index and relative humidity. The results show that the most sensitive parameters are those that have to do with the availability of water in the soil, such as the depth, texture and maximum water content that the soil can contain, for the water states XAGs, XAGr, and XAGd. For the Br and Bd biomass models, the most sensitive parameters are the light utilization efficiency (Alpha), the temperature at which leaf photosynthesis is maximal (Phih), the conversion efficiency at CH₂O to plant tissue (E) and the maximum light flux density at top of canopy (Im). Both the local method and the global method coincide in the determination of the most sensitive parameters.

Key Words: Dynamic models, local sensitivity analysis, global sensitivity analysis, tomato biomass.

4.3 Highlights:

- Las parámetros que juegan un rol de mayor relevancia en la dinámica del agua en el suelo y la planta, son los asociados con el contenido de humedad en el suelo.

- Los parámetros de biomasa tienen efecto en los estados del agua en el suelo, raíz y dosel.

4.4 Introducción

El análisis de sensibilidad para modelos matemáticos de sistemas se utiliza con frecuencia para clasificar los parámetros en orden de importancia para un resultado pronosticado por el modelo para un conjunto determinado de condiciones. La idea es que esto podría indicar las formas en que se puede simplificar un modelo, o qué mecanismos representados en el modelo merecen una atención especial (Thornley, J.H.M. & France, J, 2007). Se podría argumentar que la validación de algún modelo no estaría completa si no se realiza un análisis de sensibilidad (Turányi & Tomlin, 2014). Existen diferentes métodos para realizar un análisis de sensibilidad, en general se clasifican en métodos locales y globales (López, Salazar, Rojano, & Ruíz, 2012) . Los métodos locales son habitualmente usados en la investigación de modelos, y la teoría detrás de este método está aún en discusión (Turányi & Tomlin, 2014), estos métodos presentan la desventajas de que los índices de sensibilidad son calculados en la vecindad del valor nominal de los parámetros, por lo tanto solo proporcionan información con respecto a ese punto, además cuando las funciones son discontinuas, éste método no puede emplearse (López et al., 2012). Sin embargo, aparentemente tiene algunas ventajas como ser un método más sencillo de implementar y de interpretar, además de que necesita menos corridas que los análisis de sensibilidad global (Tian, 2013). En este trabajo se emplea el análisis de sensibilidad local, e implica resolver un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias adicionales a las ecuaciones que describen el modelo. Tanto la postulación de las ecuaciones de sensibilidad como su solución es un gran reto matemático ya que en general si el modelo dinámico consta de n estados y q parámetros, entonces se tienen que resolver un total de $n + (n \times q)$ ODEs y llevar a cabo este proceso manualmente conduce fácilmente a errores, por lo que se han desarrollado herramientas computacionales que

generan de manera automática el código requerido para llevar a cabo el análisis de sensibilidad local (Pedraza Oropeza, 2019).

En los métodos globales, el vector de parámetros es considerado como un vector con una función de densidad de probabilidad (Turányi, 1990), donde usualmente la distribución es desconocida. Los métodos globales son más ventajosos que los métodos locales, ya exploran un rango de variación de los factores de entrada, por lo tanto la información que nos arroje el análisis global es más informativa y robusta (Saltelli et al., 2008). La desventaja de los métodos globales es que requieren de un mayor recurso computacional, sin embargo se han desarrollado varios métodos, con diferentes requerimientos computacionales (Turányi & Tomlin, 2014). Entre estos podemos mencionar los basados en regresión como el de coeficientes de regresión estandarizados y el de coeficientes de regresión parcial, que son los más ampliamente usados debido a su facilidad de cálculo y entendimiento (Tian, 2013). Los métodos basados en la varianza tales como el método FAST(Fourier Amplitude Sensivity Test) y el método Sobol, el primero considera el efecto no lineal pero no la interacción entre factores, el método Sobol si considera esta interacción pero requiere mucho mayor recurso computacional que cualquier otro método global (Tian, 2013).

En este estudio se realiza un análisis de sensibilidad global por el método de coeficientes de regresión estandarizados. El objetivo de este estudio es la determinación de la relevancia que tienen los parámetros mediante un análisis de sensibilidad local y su comparación con el análisis de sensibilidad global en el modelo de la dinámica del agua en el suelo, raíz y dosel de plantas de tomate (*Solanum lycopersicum L.*), el cual contiene cinco variables de estados y treinta parámetros.

4.5 Materiales y métodos

4.5.1 Descripción del modelo

El modelo comprende cinco estados con treinta parámetros, las variables de entrada del modelo son la temperatura [°C], radiación solar [$W m^{-2}$], Humedad relativa [%], e índice de área foliar [adimensional]. Las variables ambientales fueron tomadas de un experimento realizado para un cultivo de tomate, medidas

dentro del invernadero a 2 m de altura, y fueron registradas cada 15 minutos. La humedad relativa y la temperatura fueron medidas con un sensor HMP50, la radiación solar se midió con un piranómetro CMP3, todos los sensores fueron conectados a un data logger CR100, la estimación del Índice de Área Foliar (LAI) se realizó seleccionando aleatoriamente una muestra de tres plantas cada día, se utilizó un analizador de área foliar LAI-3100 (Ruiz García, 2014).

4.5.2 Metodología del análisis de sensibilidad local

Bajo el supuesto de que las variables de entrada no dependen de los parámetros, López Cruz, Ramírez Arias, y Rojano Aguilar (2004), proponen la siguiente metodología para realizar un análisis de sensibilidad local:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial p} = \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial x} \Big|_{x=x(t, p^0)} \frac{\partial x}{\partial p} + \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial p} \Big|_{x=x(t, p^0)} \quad (71)$$

De donde resultan las ecuaciones de sensibilidad:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial x} \Big|_{x=x(t, p^0)} S(t) + \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial p} \Big|_{x=x(t, p^0)} \quad (72)$$

$$S(t) = s_{ij}(t) = \frac{\partial x_i(t, p^0)}{\partial p_j}; \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, q \quad (73)$$

Donde la ecuación (73), representa las funciones de sensibilidad absoluta.

En forma general:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x}{\partial p_j} = A(t) \frac{\partial x}{\partial p_j} + \frac{\partial f}{\partial p_j} \quad (74)$$

Donde la matriz A(t) es la matriz jacobiana de dimensión $n \times n$, es:

$$A(t) = \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \quad (75)$$

y la matriz M, es la matriz jacobiana paramétrica con dimensión $n \times m$:

$$M = \frac{\partial f_i}{\partial p_j} \quad (76)$$

En forma matricial:

$$\dot{S} = AS + M \quad (77)$$

Con condición inicial:

$$S(0) = 0 \quad (78)$$

Se calculan las sensibilidades relativas con la ecuación (79):

$$S_{ij}^{rr} = \frac{p_j^0}{x_i(t, p^0)} \frac{\partial x_i(t, p^0)}{\partial p_j} \quad (79)$$

Estas son calculadas porque su interpretación es más sencilla y clara. Si en el tiempo t el trayecto de los estados o salidas es muy sensible a una variación pequeña de un parámetro, la función de sensibilidad $S(t)$ tenderá a valores grandes positivos o negativos y viceversa. No obstante, dado que las sensibilidades son funciones que varían en el tiempo, la integral del valor absoluto de las sensibilidades relativas $S(t)$ en el periodo de tiempo $[0, t_f]$, definida en la ecuación (80):

$$I = \int_0^{t_f} |S| dt \quad (80)$$

Nos permiten determinar los parámetros que afectan en mayor medida el comportamiento del modelo. Recientemente se ha desarrollado un sistema de cómputo que genera de manera automática la solución de las ecuaciones de sensibilidad (Pedraza Oropeza, 2019), el programa se denomina LSAGs (Local Sensivity Analysis Generator in Simulink) y el LSAGc (Local Sensivity Analysis Generator in C), se empleó este programa para generar las ecuaciones de sensibilidad, teniendo así 150 ecuaciones diferenciales ordinarias que se resuelven simultáneamente por el método de Dorman-Prince.

4.5.3 Metodología del análisis de sensibilidad global: método de coeficientes de regresión estandarizados

Un análisis de sensibilidad global puede realizarse mediante los siguientes pasos (Saltelli et al., 2008):

Paso1. Establecer el objetivo del análisis

Determinar los parámetros que tienen un mayor efecto en la salida de las variables: Estado del agua en el suelo (XAGs), estado del agua en la raíz (XAGr), estado del agua en el dosel (XAGd), biomasa de la raíz (Br) y biomasa del dosel (Bd), del modelo de la dinámica del agua en suelo y planta definido en el capítulo 3.

Paso 2. Selección de los factores de entrada a analizar

Los factores de entrada son los mostrados en el cuadro 6, los valores nominales se obtuvieron de la literatura, Thornley J, (2007), Ramírez Arias, (2005), Goudriaan, (1986), y Peart & Curry, (1998). No existe conocimiento que permita definir el intervalo de variación de cada parámetro, por lo que se evaluaron tres rangos de variación 10%, 20%, y 30% con respecto al valor nominal.

Cuadro 6. Valores nominales de los parámetros y variación considerada en el análisis de sensibilidad.

No	Parámetro	Valor nominal	Límite inferior al 10%	Límite inferior al 20%	Límite inferior al 30%	Límite superior al 10%	Límite superior al 20%	Límite superior al 30%
1	$\Psi_{s,max}$	1.00E+04	9.00E+03	8.00E+03	7.00E+03	1.10E+04	1.20E+04	1.30E+04
2	$\theta_{s,max}$	0.40	0.36	0.32	0.28	0.44	0.48	0.52
3	$C_{AG,s}$	10.00	9.00	8.00	7.00	11.00	12.00	13.00
4	d_s	0.50	0.45	0.40	0.35	0.55	0.60	0.65
5	$K_{s,max}$	0.10	0.09	0.08	0.07	0.11	0.12	0.13
6	C_ε	2.00E+06	1.80E+06	1.60E+06	1.40E+06	2.20E+06	2.40E+06	2.60E+06
7	$C_{ec,r}$	5.00	4.50	4.00	3.50	5.50	6.00	6.50
8	$C_{ec,d}$	2.94	2.65	2.35	2.06	3.23	3.53	3.82
9	M_{mer}	0.02	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02	0.03
10	M_{med}	2.56E+04	23012.10	20455.20	17898.30	28125.90	30682.80	33239.70
11	C_{sors}	100.00	90.00	80.00	70.00	110.00	120.00	130.00
12	ρ_r	10.00	9.00	8.00	7.00	11.00	12.00	13.00
13	C_{rsr}	4.50E+05	4.05E+05	3.60E+05	3.15E+05	4.95E+05	5.40E+05	5.85E+05
14	C_{kwrsr}	0.25	0.23	0.20	0.18	0.28	0.30	0.33
15	ρ_{Tap}	5.00E+06	4.50E+06	4.00E+06	3.50E+06	5.50E+06	6.00E+06	6.50E+06
16	c_1	0.10	0.09	0.08	0.07	0.11	0.12	0.13
17	c_2	7.49	6.74	5.99	5.24	8.24	8.99	9.74
18	c_3	0.50	0.45	0.40	0.35	0.55	0.60	0.65
19	c_4	1.64	1.48	1.31	1.15	1.80	1.97	2.13
20	c_5	0.53	0.48	0.42	0.37	0.58	0.64	0.69
21	c_6	25.99	23.39	20.79	18.19	28.59	31.19	33.79
22	α	0.06	0.05	0.04	0.04	0.06	0.07	0.07
23	ϕ_h	30.00	27.00	24.00	21.00	33.00	36.00	39.00

24	ϕ_l	5.00	4.50	4.00	3.50	5.50	6.00	6.50
25	τ	0.07	0.06	0.05	0.05	0.07	0.08	0.09
26	K_m	0.00	1.50E-07	1.33E-07	1.17E-07	1.83E-07	2.00E-07	2.17E-07
27	m	0.10	0.09	0.08	0.07	0.11	0.12	0.13
28	E	0.70	0.63	0.56	0.49	0.77	0.84	0.91
29	I_m	500.00	450.00	400.00	350.00	550.00	600.00	650.00
30	K	0.58	0.52	0.46	0.41	0.64	0.70	0.75

Paso 3. Definir las funciones de densidad de probabilidad para cada factor de entrada

Se asumió una distribución uniforme para todos los parámetros a analizar.

Paso 4. Selección del método de análisis de sensibilidad global

El método de coeficientes de regresión estandarizados parte de una regresión lineal simple (Saltelli et al., 2008) a partir de :

$$y(i) = b_0 + \sum_{j=1}^r b_{z_j} z_j^{(i)} \quad (81)$$

Donde los coeficientes b_0 y b_{z_j} se determinan por el método de mínimos cuadrados a partir del cuadrado de las diferencias entre los valores $y(i)$ producidos por el modelo de regresión y la salida producida por la Simulación Montecarlo, r es el número de muestras de cada parámetro. La estandarización de b_0 y b_{z_j} es equivalente a:

$$\hat{\beta}_{z_i} = \frac{\hat{b}_{z_i} \sigma_{z_i}}{\sigma_Y} \quad (82)$$

Los β 's se conocen como coeficientes de regresión estandarizados (SRC), y es un indicador de la sensibilidad que tiene el modelo con respecto a cada parámetro.

Paso 5. Generación de la muestra de entrada

Se generó una muestra de tamaño $N=15,000$ para garantizar una buena estimación de los índices de sensibilidad., se utilizó el toolbox SAFE para la generación de la muestra con el método hipercubo latino, una explicación del toolbox empleado se da en (Sarrazin, Pianosi, & Wagener, 2016).

Paso 6. Evaluación del modelo

El modelo fue programado C/MEX Matlab. Se usó el método de Dorman-Prince que es un método tipo Runge-Kutta de cuarto orden, pero con tamaño de paso de integración variable, y el método de integración para sistemas rígidos mod-stiff/trapezoidal (ODE23t) en Matlab-Simulink, la tolerancia relativa de 10^{-8} y tolerancia absoluta de 10^{-10} .

Paso 7. Análisis de las salidas del modelo y conclusiones

Los valores de los índices de sensibilidad estimados fueron usados para evaluar la importancia de los factores de entrada en la salida del modelo dinámico del agua en suelo y planta. Los resultados se presentan en gráficas de barras en el apartado de resultados y discusión.

4.6 Resultados y discusión

4.6.1 Resultados del Análisis de sensibilidad local

Se presenta en el cuadro 7 los resultados del cálculo del área bajo la curva con valor absoluto de las sensibilidades relativas de las variables de estado. En este cuadro se puede notar que los parámetros asociados con la biomasa del cultivo tienen efecto sobre los estados del agua tanto del suelo, raíz y dosel. A simple vista es complicado dar una interpretación de estos valores, para lo cual se generaron gráficas de barras, donde los parámetros que tienen un valor mayor son los parámetros que tienen mayor efecto para determinada salida.

Cuadro 7. Valores relativos de la sensibilidad de los parámetros, obtenidos por el método local.

	XAGs	XAGr	XAGd	Br	Bd
Ysmax	41055.792	543127.663	522951.033	0	0
Tetsmax	455422.412	6068961.920	5845331.970	0	0
Cags	171459.393	2328401.310	2247711.500	0	0
profs	455422.412	6068961.920	5845331.970	0	0

Ksmax	1950.630	27725.447	26774.853	0	0
Ce	1171.780	2465.654	14077.535	0	0
Cecr	48.459	12852.565	443.447	0	0
Cecd	1317.226	12915.381	16803.805	0	0
Mmer	3406.255	987312.463	33524.838	0	0
Mmed	41019.636	421108.876	600411.791	0	0
Csors	1950.630	27725.447	26774.853	0	0
denr	1949.973	27717.859	26767.740	0	0
Crshr	0.657	7.588	7.113	0	0
Ckwrsr	0.5404	6.211	5.817	0	0
denTap	247.032	2438.008	3076.416	0	0
c1	35983.592	406934.070	399885.076	0	0
c2	12973.815	146616.233	144067.802	0	0
c3	6029.190	68498.098	67338.229	0	0
c4	28339.224	321479.575	315984.579	0	0
c5	2921.455	33242.710	32695.887	0	0
c6	570.269	6466.745	6357.928	0	0
Alfa	6381.848	160027.699	86224.973	217987.031	142347.852
Phih	5599.830	140742.035	75926.108	191657.632	125241.120
Phil	999.924	25091.838	13513.534	34194.545	22325.768
Tau	2460.582	61601.267	33160.814	83934.390	54780.811
Km	1661.601	41731.923	22505.532	56832.829	37132.149
m	709.094	17780.855	9580.552	24220.7812	15816.428
E	7180.830	179897.042	96880.255	245088.593	159996.513
Im	6381.848	160027.699	86224.973	217987.031	142347.852
Kt	2243.657	55899.377	30007.729	76225.228	49669.638

De esta forma, en la figura 12 se presenta una gráfica de barras de los parámetros que tienen efecto en la salida del estado del agua en el suelo (XAGs), y es de esperarse que los resultados muestran que los tres parámetros con una sensibilidad mayor son los que tienen que ver con la disponibilidad del agua en el suelo como lo son, la profundidad (profs), la textura (Cags) y el contenido de agua máximo que el suelo puede contener (Tetsmax).

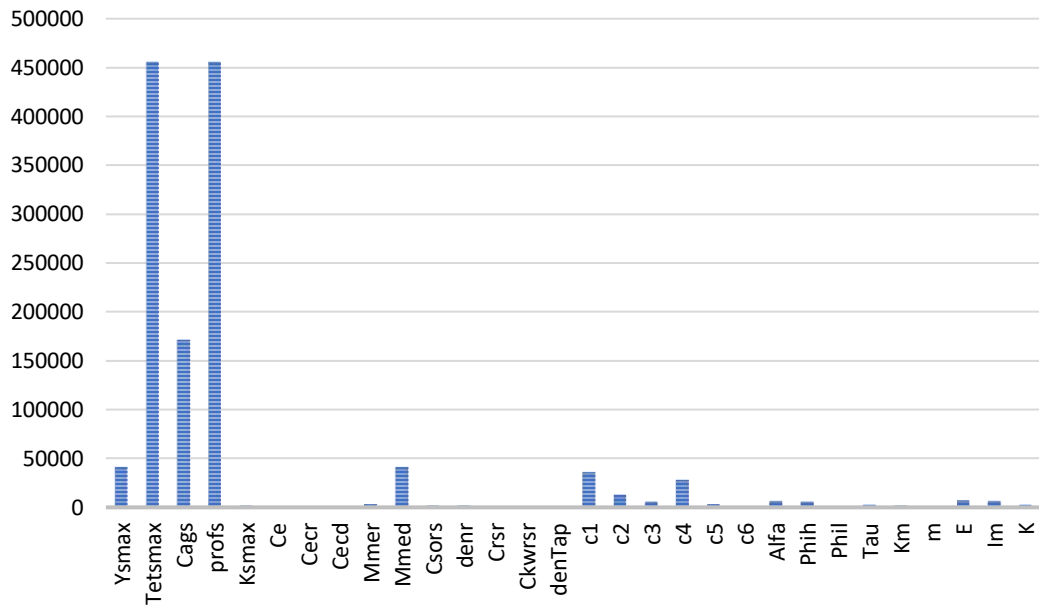


Figura 12. Gráfica de barras que muestra los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGs.

En la figura 13, el gráfico de barras muestra los parámetros con mayor efecto en la salida del estado del agua en la raíz (XAGr), en este caso, los parámetros asociados con la disponibilidad de agua en el suelo tienen los mayores efectos en la salida, pero podemos incluir otro parámetro como lo es la masa molar efectiva en la raíz (Mmer), cuya influencia radica en la estimación del potencial osmótico de la raíz.

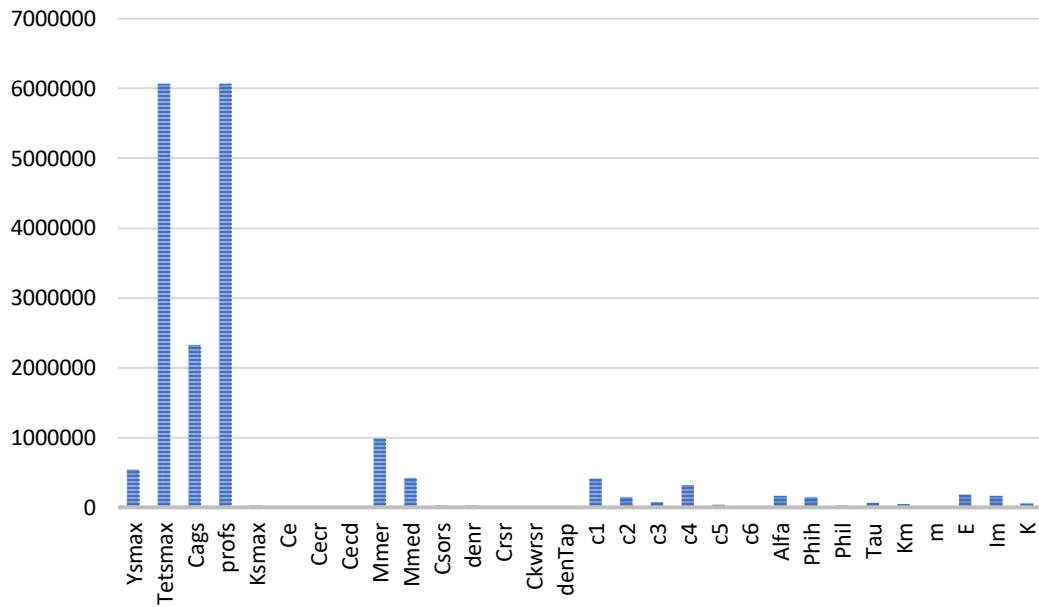


Figura 13. Gráfica de barras que muestra los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGr.

El efecto de los parámetros de disponibilidad de agua en el suelo, siguen teniendo importancia en el estado del agua en el dosel (XAGd) tal como se distingue en la figura 14, pero además la masa molar efectiva en el dosel (Mmed) tiene cierta influencia en la salida.

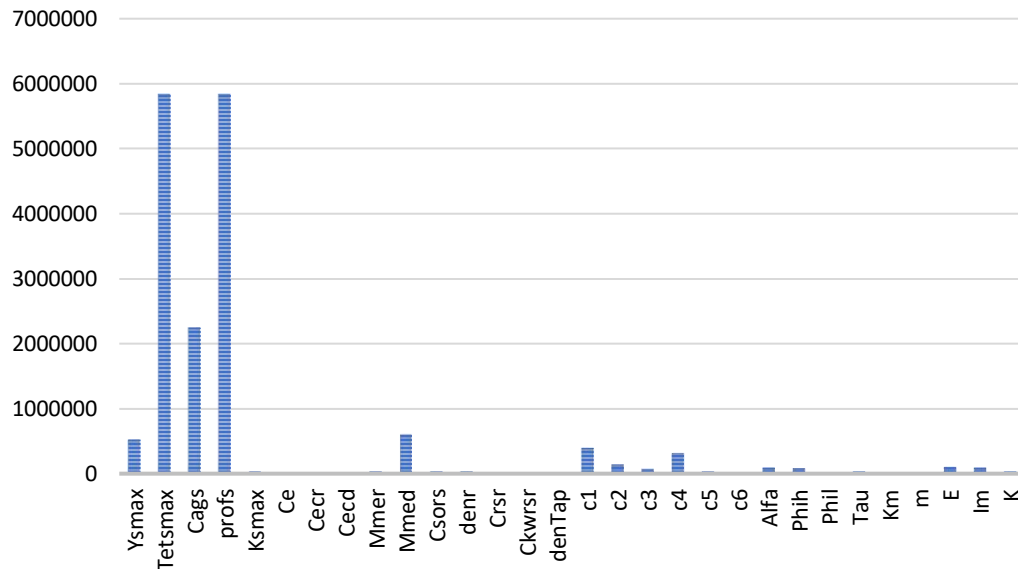


Figura 14. Gráfica de barras que muestra los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGd.

Debido a que el modelo de biomasa fue particionado por un factor, es natural pensar que los parámetros tengan los mismos efectos tanto en la biomasa de la raíz (Br) como en la biomasa del dosel (Bd), pero los valores de sensibilidad muestran que los parámetros tienen una mayor relevancia en salida de la biomasa de la raíz que en la biomasa del dosel, como puede notarse en la figura 15. En ambos casos, podemos decir que son cuatro los factores con mayor efecto; la eficiencia de utilización de la luz (Alfa), la temperatura en la hoja a la cual la fotosíntesis es máxima (Phih), la eficiencia de conversión de CH_2O a tejido (E) y la densidad de flujo máxima de luz encima del dosel (Im).

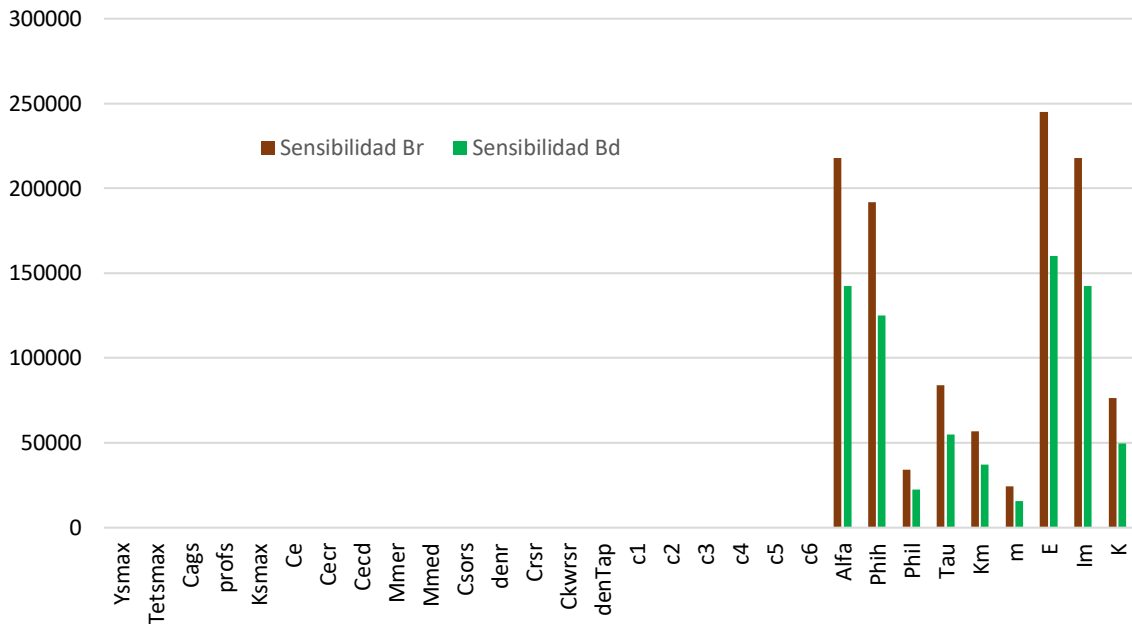


Figura 15. Gráfica de barras que muestra los parámetros que tienen mayor efecto en la salida Br y Bd.

4.6.2 Resultados del Análisis de sensibilidad global

Los índices de sensibilidad global estimados por el método de coeficientes de regresión estandarizados, muestran para los estados del agua en el suelo, raíz y dosel en las figuras 16,17 y 18 respectivamente, que los parámetros más sensibles son la profundidad del suelo (profs), y el contenido máximo de agua que puede contener el suelo (Tetsmax), seguido por la eficiencia en la utilización de la luz (Alfa), un parámetro presente en los modelos de biomasa, otro parámetro de menor relevancia pero que tiene efecto es el parámetro de textura en el suelo (Cags) y cabe mencionar que sobresale la masa molar efectiva en la raíz para el caso del estado de agua en la raíz (XAGr) en la figura 17.

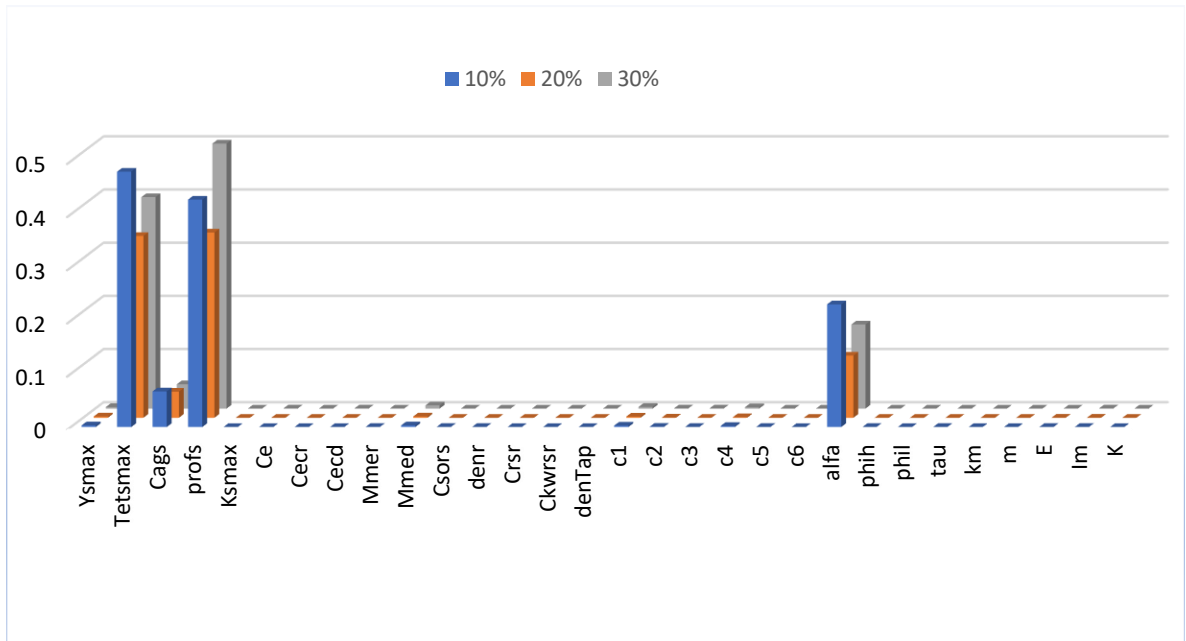


Figura 16. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGs, obtenidos con el método de CRE.

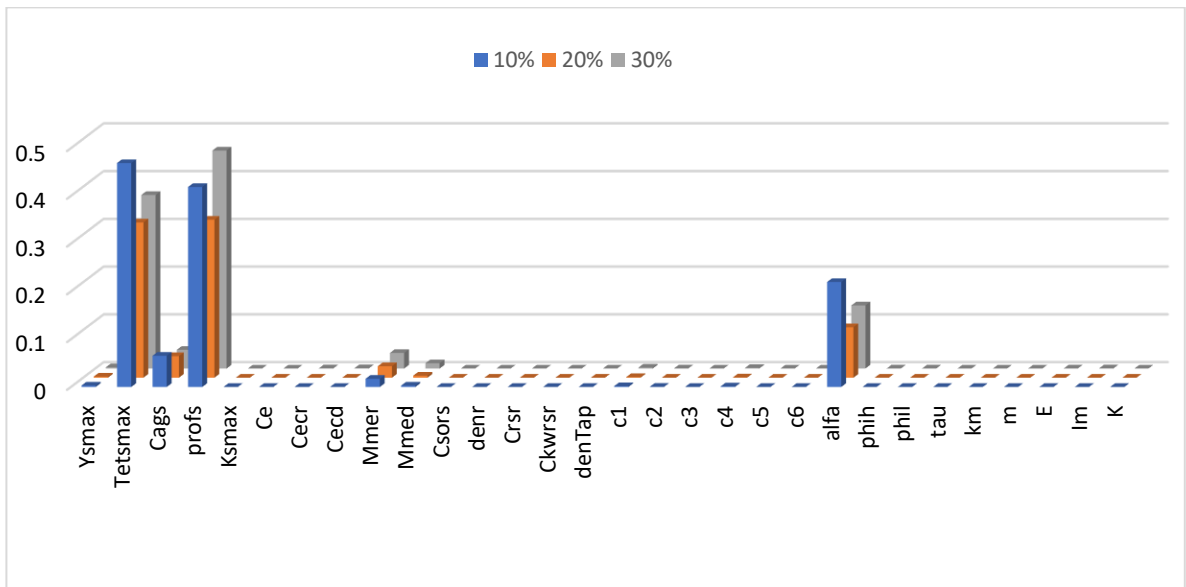


Figura 17. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGr, obtenidos con el método de CRE.

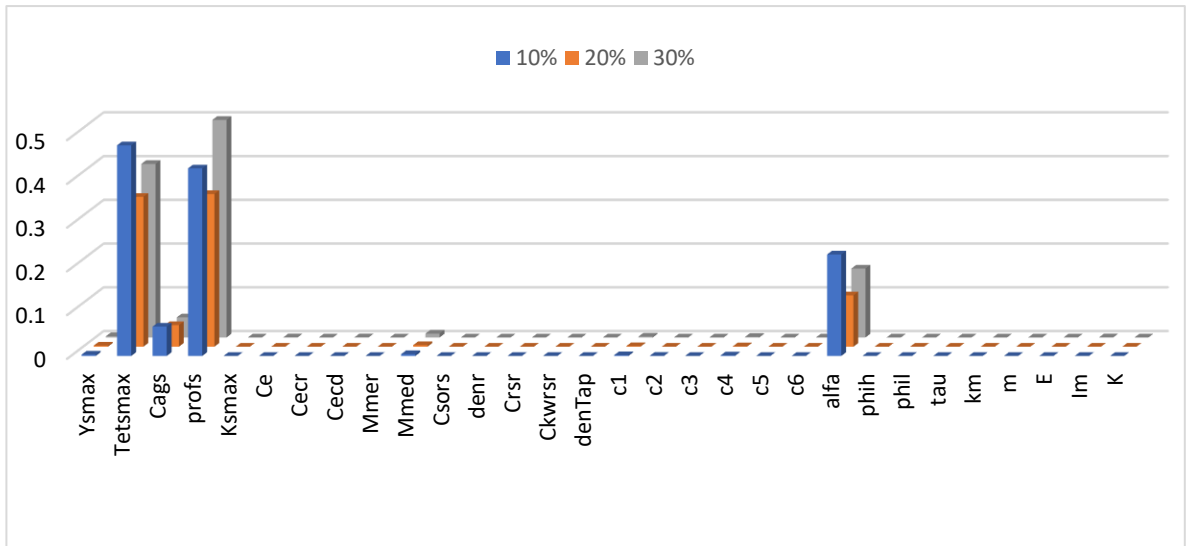


Figura 18. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida XAGd, obtenidos con el método de CRE.

Los parámetros con mayor efecto en las salidas del modelo de biomasa en raíz y dosel, se muestran en las figuras 19, y 20 respectivamente, prácticamente muestran el mismo comportamiento, en ambas los parámetros más sensibles son la temperatura a la cual la fotosíntesis es máxima (phih), la eficiencia de conversión de CH_2O a tejido (E), la densidad máxima del flujo de luz en el dosel (Im), intervienen en menor medida la conductancia de CO_2 en las hojas (tau) y el coeficiente de extinción de la luz en el dosel (K).

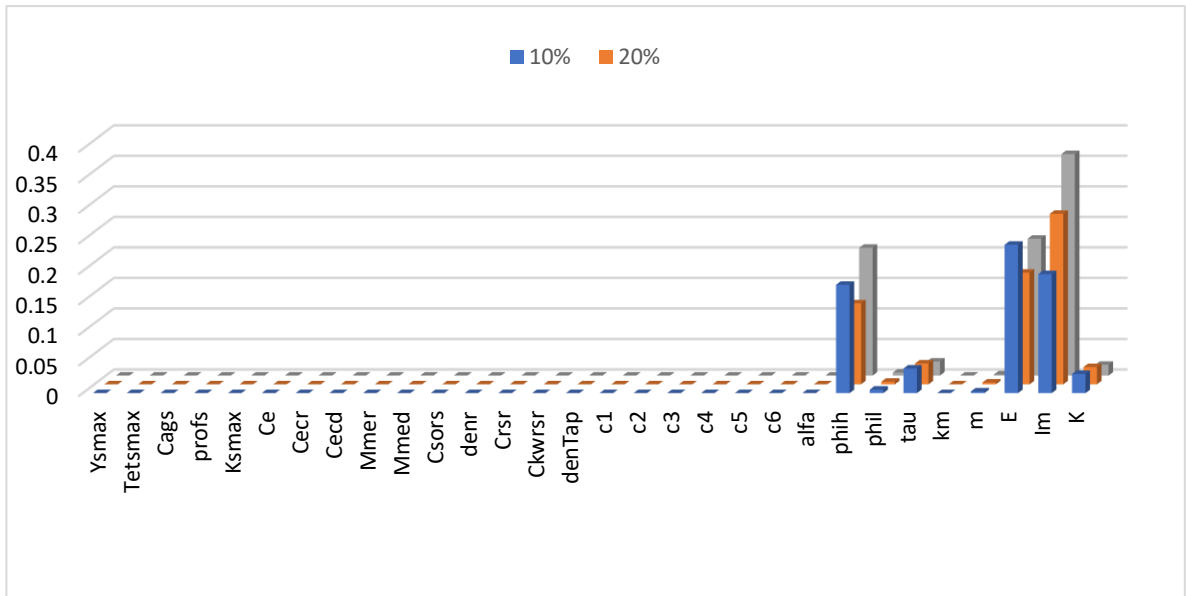


Figura 19. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida Br, obtenidos con el método de CRE.

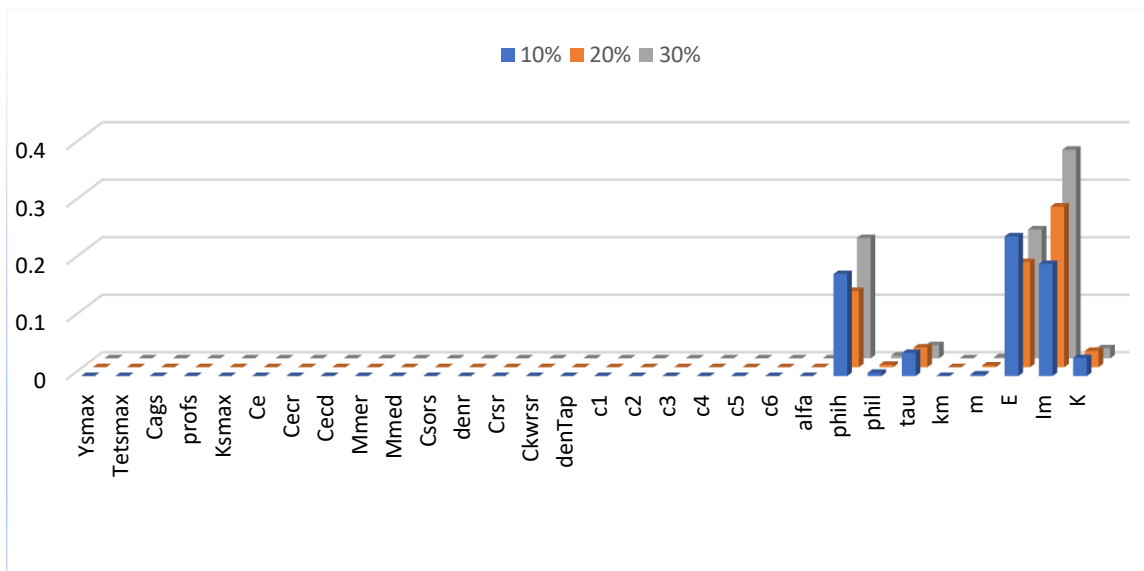


Figura 20. Gráfica de los parámetros que tienen mayor efecto en la salida Bd, obtenidos con el método de CRE.

Se analizaron tres rangos de variación con distribución uniforme en el cálculo de las sensibilidades con el método global, el primer rango de variación fue de 10 % de los valores nominales. En la figura 21, se muestran los histogramas de las salidas del modelo.

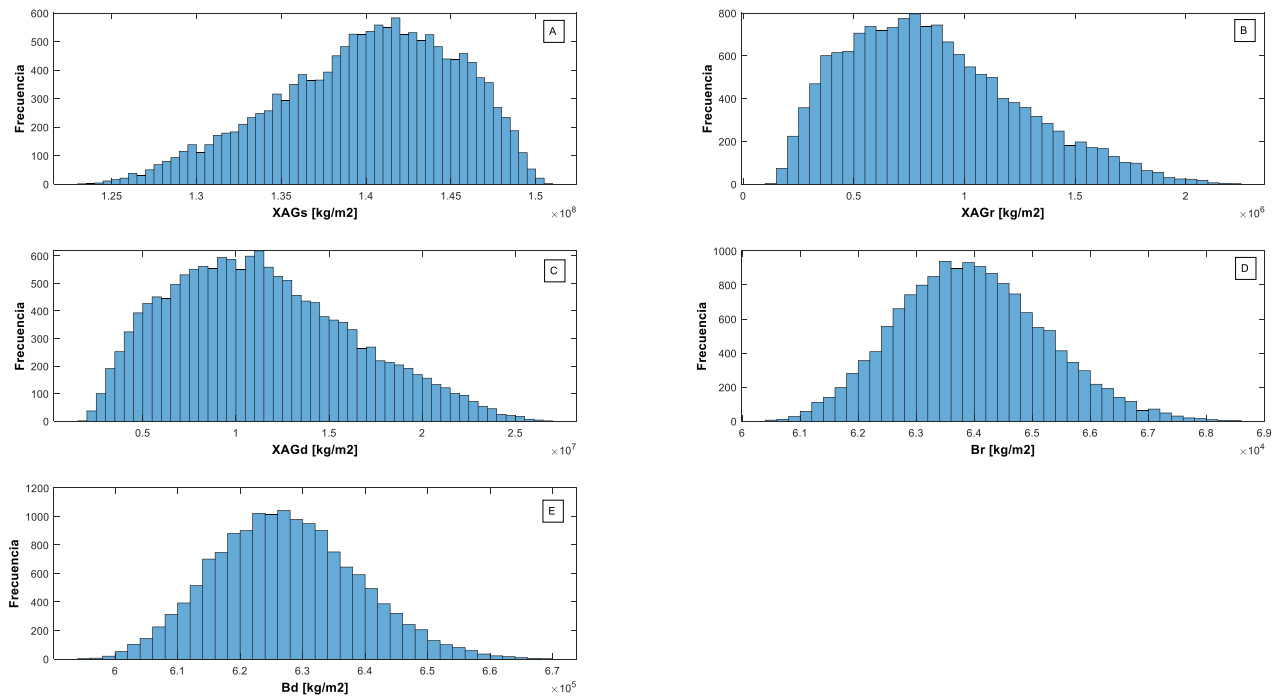


Figura 21. Histogramas al 10% de variación de los valores nominales.

Para un rango de variación del 20 % con respecto a los valores nominales, fueron obtenidos los histogramas de la salida del modelo, los cuales se muestran en la figura 22.

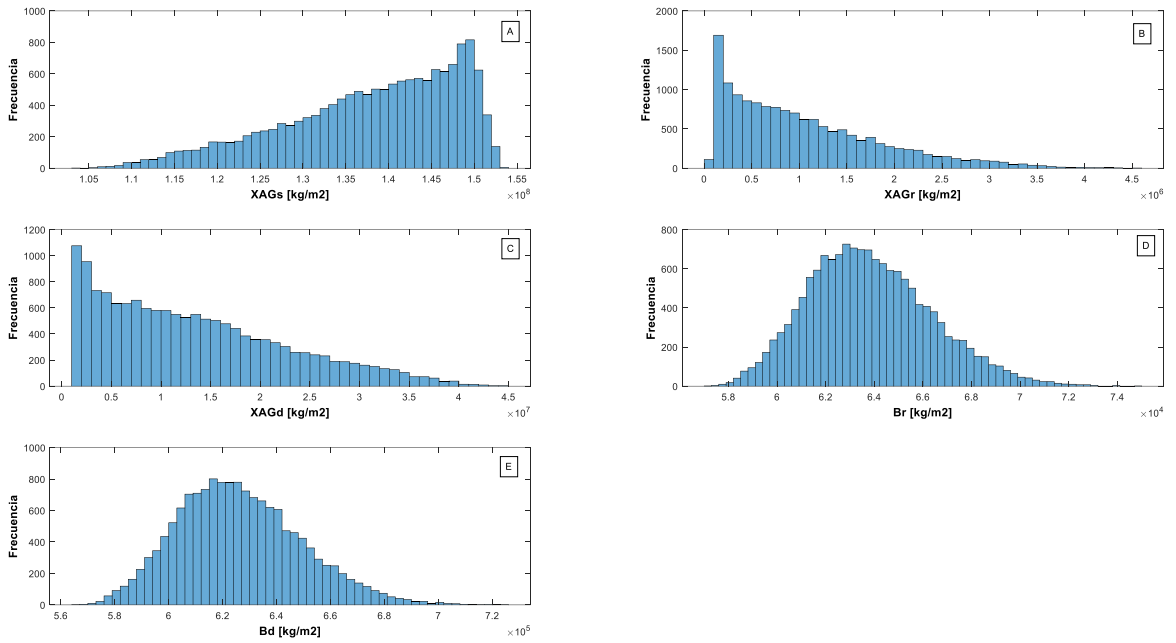


Figura 22. Histogramas al 20% de variación de los valores nominales.

En la figura 23 se muestran los histogramas de las salidas para una variación del 30 %.

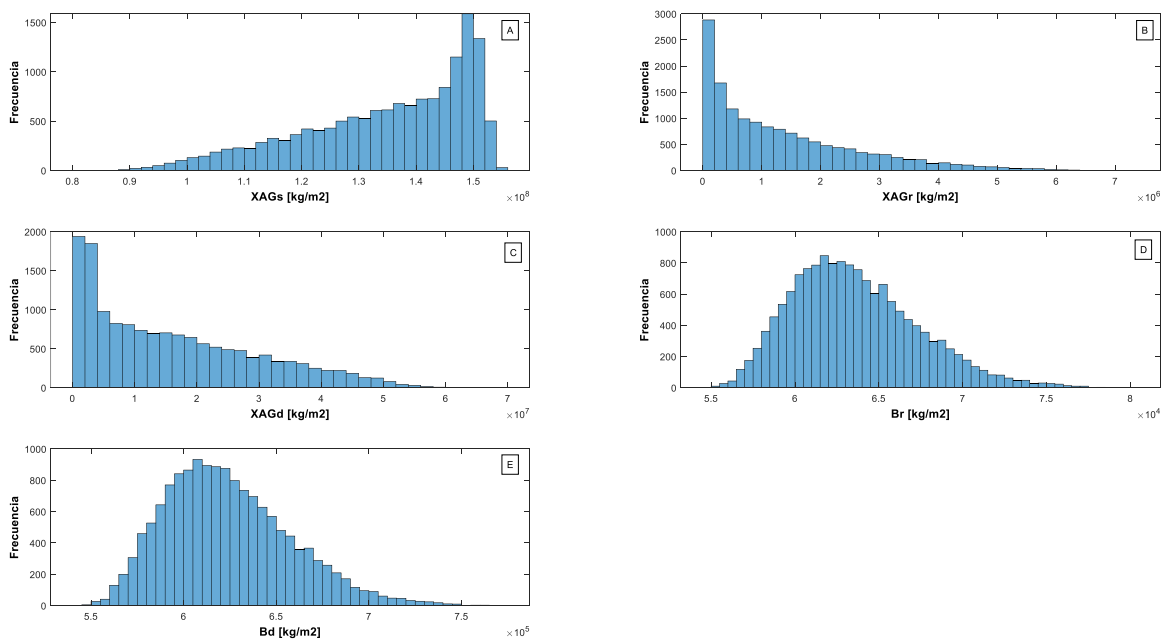


Figura 23. Histogramas al 30% de variación de los valores nominales.

En el cuadro 8, se muestra el coeficiente de determinación r^2 , en general se tiene un buen ajuste, sin embargo, a medida que se amplía el rango de exploración de los parámetros, el coeficiente disminuye, como se esperaría.

Cuadro 8. Coeficientes de determinación R cuadrada, del análisis de CRE.

	10%	20%	30%
XAGs	0.983	0.941	0.9007
XAGr	0.9729	0.9089	0.851
XAGd	0.9833	0.9418	0.9019
Br	0.9803	0.9687	0.9492
Bd	0.9803	0.9687	0.9492

Skewness es una medida de asimetría, una distribución es más simétrica cuando el valor de skewness tiende cero, se muestra en el cuadro 9 para los histogramas de las figuras 10, 11 y 12 su indicador, a medida que el rango de exploración de los parámetros se amplió, la medida de asimetría aumenta.

Cuadro 9. Skewness de los histogramas a diferentes rangos de variación.

	10%	20%	30%
XAGs	-0.4359	-0.7106	-0.7880
XAGr	0.5886	1.0318	1.2266
XAGd	0.4421	0.7190	0.7958
Br	0.2550	0.4164	0.6103
Bd	0.2550	0.4164	0.6103

Se aclara que para tanto para el análisis de sensibilidad local, como para el análisis de sensibilidad global con 10% de variación en los parámetros, las simulaciones fueron resueltas con el método de integración ODE45 que es un método de integración versátil y es el primer solver que se debe probar para la resolución de problemas, sin embargo, el sistema se vuelve rígido para un rango

de variación de parámetros mayor a 20%, el método ODE45 falla en la integración o simplemente toma mucho tiempo resolver, para ello se empleó el método de integración ODE23t que es un método más flexible ya que utiliza una interpolación libre, pero falla cuando el rango de variación es de 40 %, definitivamente se presenta un error.

4.7 Conclusiones

De acuerdo con los resultados arrojados en el análisis de sensibilidad local y global, los parámetros con mayor relevancia en el modelo son los que tienen que ver con la disponibilidad de agua en el suelo tales como la profundidad, la textura y el contenido de agua máximo que puede contener el suelo estos tienen el mayor efecto en la salida de los estados del agua en suelo raíz y dosel, Por otra parte, para los estados de la biomasa los parámetros que tienen mayor influencia son la eficiencia de utilización de la luz (Alfa), la temperatura en la hoja a la cual la fotosíntesis es máxima (Phih), la eficiencia de conversión de CH_2O a tejido (E) y la densidad de flujo máxima de luz encima del dosel (Im). Ambos análisis coincidieron en la estimación de los parámetros más relevantes.

4.8 Agradecimientos

El autor agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el apoyo económico brindado para que fuera posible la realización de este estudio. Agradecimientos al Dr. Irineo L. López Cruz, Dr. Agustín Ruíz García, Dr. Abraham Rojano Aguilar por el asesoramiento y guía brindadas, y un agradecimiento especial al Dr. Felipe Pedraza Oropeza por su ayuda en la realización del análisis de sensibilidad local.

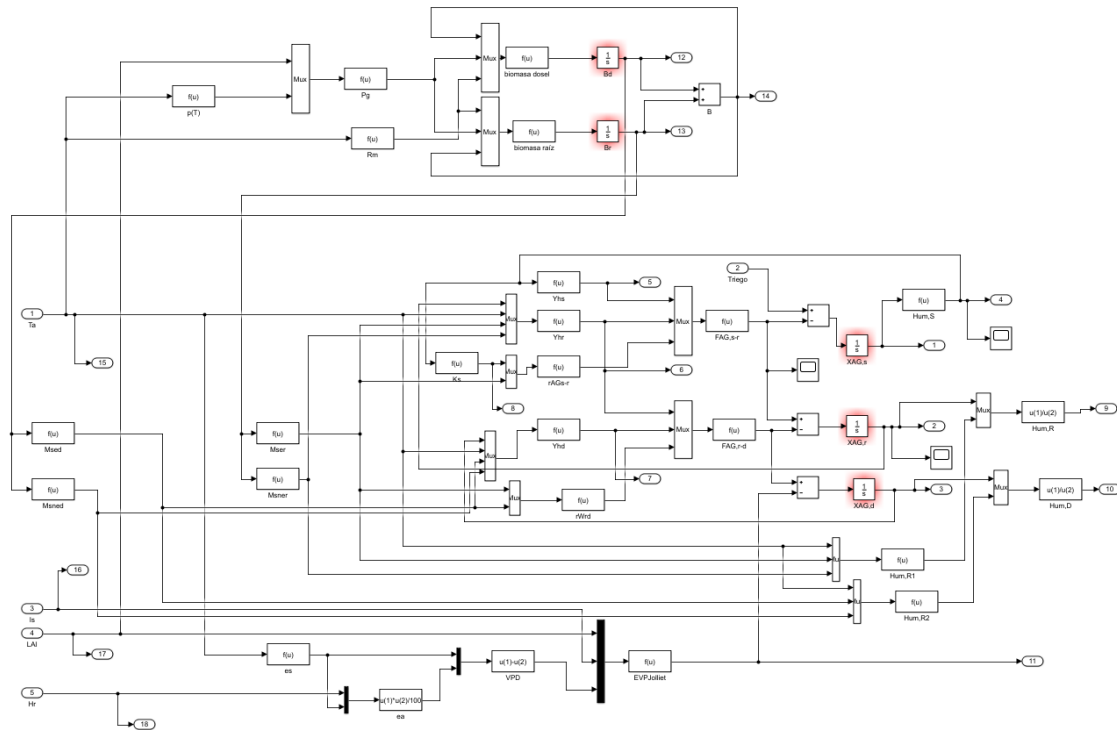
4.9 Referencias

- Goudriaan, J. (1986). A simple and fast numerical method for the computation of daily totals of crop photosynthesis. *Agricultural and Forest Meteorology*, 38(1–3), 249–254.
- López Cruz, I. L., Ramírez Arias, A., & Rojano Aguilar, A. (2004). Análisis de sensibilidad de un modelo dinámico de crecimiento para lechugas (*Lactuca*

- sativa L.) cultivadas en invernadero. *Agrociencia*, 38, 613–624.
- López, I. L., Salazar, R., Rojano, A., & Ruíz, A. (2012). Análisis de sensibilidad global de un modelo de lechugas (*Lactuca sativa* L.) cultivadas en invernadero. *Agrociencia*, 46(4), 383–397.
- Peart, R., & Curry, B. (1998). *Agricultura Systems modeling and simulation*. Gainesville, Florida, USA.: Marcel Dekker, Inc.
- Pedraza Oropeza, F. J. A. (2019). Sistema computacional para el análisis de sensibilidad local automático de modelos dinámicos. Universidad Autónoma Chapingo.
- Ramírez Arias, J. A. (2005). Control jerárquico multiobjetivo de crecimiento de cultivos bajo invernadero. Tesis de doctorado, Universidad de Almería.
- Ruiz García, A. (2014). Modelación y análisis del ambiente de un invernadero con ventilación natural. Universidad Autónoma Chapingo.
- Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., ... Tarantola, S. (2008). *Global Sensivity Analysis. The Primer*. West Sussex, England: John Wiley & Sons, Ltd (10.1111).
- Sarrazin, F., Pianosi, F., & Wagener, T. (2016). An Introduction to the SAFE Matlab Toolbox With Practical Examples and Guidelines. In *Sensitivity Analysis in Earth Observation Modelling* (pp. 363–378).
- Thornley J, F. J. (2007). *Mathematical Models in Agriculture. Quantitative Methods for the Plant, Animal and Ecological Sciences*. 2nd edition. By J. H. M. Thornley and J. France. Wallingford, UK: CABI (2007), pp. 906, £150.00. ISBN 0-85199-010-X. *Experimental Agriculture*, 44(01), 906.
- Tian, W. (2013). A review of sensitivity analysis methods in building energy analysis. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 20, 411–419.
- Turányi, T. (1990). Sensivity analisis of complex kinetic system. Tools and aplicaciones. *Journal of Mathematical Chemistry*, 5, 203–248.
- Turányi, T., & Tomlin, A. S. (2014). *Analysis of Kinetic Reaction Mechanisms*. London: Springer Berlin Heidelberg.

5 ANEXOS

5.1 Diagrama en Simulink del modelo de la dinámica del agua en suelo y planta.



5.2 Código Matlab- Simulink para obtener las soluciones numéricas del modelo.

```
%SIMULACIÓN ABSORCIÓN DE AGUA DOSEL, RAÍZ Y SUELO
```

```
%Director Irineo L. López Cruz
```

```
%Modelo de absorción de agua
```

```
%Elaborado por: López Hernández Gamaliel
```

```
clear
```

```
close all
```

```
clc
```

```
%Condiciones iniciales
```

```
XAGdi=10.5;%5.7; % kg agua m^-2
```

```
XAGri=1.05;%1.5; % kg agua m^-2
```

```
XAGsi=60;%150; % kg agua m^-2
```

```
Bri=50; %gramos
```

```
Bdi=500; %gramos
```

```
%Entradas
```

```
datex=xlsread('varent.xlsx');
```

```
Ta=datex(:,1);
```

```
Tr=datex(:,2);
```

```

Is=datex(:,3);
LAI=datex(:,4);
Hr=datex(:,5);

%Tiempo de simulación
t=[15*60:15*60:15*60*1152];
UT=[t' Ta Tr Is LAI Hr];

%Parámetros
Ysmax=10000;
Tetsmax=0.4;
Cags=2;
denag=1000;
profs=0.5;
Ksmax=0.1;
Ce=2e+06;
Cecr=5;
Cecd=2.94;
Rgas=8.314;
Mmer=1/50;
Mmed=1/70;
Csors=100;
denr=10;
Crsr=450000;
Ckwrsr=0.25;
denTap=5e+06;

%Parámetros evapotranspiración
lamb=2454000;
gamm=66;%51.5;
c1=0.103;
c2=7.49;
c3=0.5;
c4=1.64;
c5=0.53;
c6=25.99;

%Parámetros Tomgro
alfatg=0.056;
phihtg=30.0;
philtg=5.0;
tautg=0.0664;
kmtg=0.0006/3600;
mtg=0.1;
Ctg=400.0;
Dtg=0.108/3600;
Etg=0.70;
fcN=0.85;
fmen=0.95;
Imtg=500.0;
Ktg=0.58;
thtg=12;
I0=Imtg*sin(2*pi*(thtg-6)/24);

%Simulación

```

```

% opciones=simset('Solver','ode15s','RelTol','1e-12');
% [T,X,Y]=sim('SEstagua',t,opciones,UT);
opciones=simset('Solver','ode45','RelTol',1e-8,'abstol',1e-10);
[T,X,Y]=sim('WaterTomS',t,opciones,UT);

%Gráficas
figure(1)
subplot(3,1,1)
plot(T/(3600*24),Y(:,1),'b','linewidth',2)
%title('Estado del agua en el suelo')
%xlabel('Tiempo (Dias)')
ylabel('kg m^-2')

subplot(3,1,2)
plot(T/(3600*24),Y(:,2),'r','linewidth',2)
%title('Estado del agua en la raíz')
%xlabel('Tiempo (Dias)')
ylabel('kg m^-2')

subplot(3,1,3)
plot(T/(3600*24),Y(:,3),'g','linewidth',2)
%title('Estado del agua del dosel')
xlabel('Tiempo (Dias)')
ylabel('kg m^-2')

figure(2)
plot(T/(3600*24),Y(:,4),'k')
title('contenido agua en el suelo')
xlabel('Tiempo (Dias)')
ylabel('Porcentaje de agua(-)')

figure(3)
subplot(3,1,1)
plot(T/(3600*24),Y(:,5)/1000,'k')
title('potencial en el suelo')
%xlabel('Tiempo (Dias)')
ylabel('KPa')

subplot(3,1,2)
plot(T/(3600*24),Y(:,6)/1000,'k')
title('potencial en la raíz')
%xlabel('Tiempo (Dias)')
ylabel('KPa')

subplot(3,1,3)
plot(T/(3600),Y(:,7)/1000,'k')
title('potencial en el dosel')
xlabel('Tiempo (Dias)')
ylabel('kPa')

figure(4)
plot(Y(:,4),Y(:,8),'k')
title('Conductividad hidráulica')
xlabel('Humedad(-)')
ylabel('Kg m^-3 s')

```

```

figure(5)
subplot(2,1,1)
plot(Y(:,9),Y(:,6)/1000,'b','linewidth',1)
%title('Potencial de la raíz')
%xlabel('Humedad relativa (-)')
ylabel('KPa')

subplot(2,1,2)
plot(Y(:,10),Y(:,7)/1000,'g','linewidth',1)
%title('Potencial del dosel')
xlabel('Humedad relativa (Adim)')
ylabel('KPa')

figure(6)
plot(T/(3600*24),Y(:,5)/(1000),'g',T/(3600*24),Y(:,6)/(1000),'b',T/(3600*24),Y(:,7)/(1000),'r')
title('Potenciales')
xlabel('Tiempo (Dias)')
ylabel('Potencial del dosel(KPa)')
legend('Potencial del suelo','Potencial de la raíz','Potencial del dosel')

figure(7)
plot(T/(3600*24),Y(:,11)*2454000,'k')
title('Transpiración')
xlabel('Tiempo Dias')
ylabel('W/m^2')

figure(8)
plot(Y(:,4),Y(:,5)/1000,'k')
title('Curva de retención de agua en el suelo')
xlabel('Humedad (-)')
ylabel('Potencial del agua (KPa)')

figure(9)
subplot(2,1,1)
plot(T/(3600*24),Y(:,12)/1000,'k')
title('Biomasa dosel')
xlabel('Tiempo (dias)')
ylabel('Kg/m^2')

subplot(2,1,2)
plot(T/(3600*24),Y(:,13)/1000,'k')
title('Biomasa raíz')
xlabel('Tiempo(Dias)')
ylabel('Kg/m^2')

figure(10)
plot(T/(3600*24),Y(:,14)/1000,'g')
title('Biomasa total')
xlabel('Tiempo (Dias)')
ylabel('biomasa (Kg/m^2)')

```

```

figure(11)
subplot(4,1,1)
plot(T/(3600*24),Y(:,15),'r','linewidth',1)
%title('Temperatura interior')
%xlabel('Tiempo (Dias)')
% ylabel('Temperatura (°C)')
ylabel('°C')

subplot(4,1,2)
plot(T/(3600*24),Y(:,16),'m','linewidth',1)
%title('Radiacion solar interior')
%xlabel('Tiempo (Dias)')
% ylabel('Rad (W m^-2)')
ylabel('W m^-2')

subplot(4,1,3)
plot(T/(3600*24),Y(:,17),'g','linewidth',1)
%title('Índice de Área Foliar')
%xlabel('Tiempo (Dias)')
% ylabel('IAF (-)')
ylabel('m^2 m^-2')

subplot(4,1,4)
plot(T/(3600*24),Y(:,18),'b','linewidth',1)
%title('Humedad relativa')
xlabel('Tiempo (Dias)')
% ylabel('Hr (%)')
ylabel('%')

```

5.3 Código en C-Mex-Matlab para obtener las soluciones numéricas del modelo.

```

#define S_FUNCTION_LEVEL 2
#define S_FUNCTION_NAME WMCA

/*
 * Need to include simstruc.h for the de||finition of the SimStruct and
 * its associated macro definitions.
 */
#include "simstruc.h"
#include <math.h>
/*#include <stdlib.h>*/

void Transpiracion(double, double, double, double, double,
                  double, double, double, double, double, double,
                  double, double *);

void fot(double, double, double, double, double,
         double, double,
         double, double, double, double,
         double, double *);

```

```

double resp(double, double);

#define u(element) (*uPtrs[element])

#define XAGsi      p[0]
#define XAGri      p[1]
#define XAGdi      p[2]
#define Bri        p[3]
#define Bdi        p[4]
#define Ysmax      p[5]
#define Tetsmax    p[6]
#define cAGs       p[7]
#define denag      p[8]
#define profs      p[9]
#define Ksmax      p[10]
#define Ce         p[11]
#define Cecr       p[12]
#define Cecd       p[13]
#define Rgas       p[14]
#define Mmer       p[15]
#define Mmed       p[16]
#define Csors      p[17]
#define denr       p[18]
#define Crsr       p[19]
#define Ckwsr      p[20]
#define denTap     p[21]
#define lamb       p[22]
#define gamma      p[23]
#define c1         p[24]
#define c2         p[25]
#define c3         p[26]
#define c4         p[27]
#define c5         p[28]
#define c6         p[29]
#define alfa       p[30]
#define phih       p[31]
#define phil       p[32]
#define tau        p[33]
#define KMM        p[34]
#define MM         p[35]
#define C          p[36]
#define D          p[37]
#define E          p[38]
#define fcN        p[39]
#define fmen       p[40]
#define Im         p[41]
#define K          p[42]
#define th         p[43]

/* Error handling
 * -----
 *
 * You should use the following technique to report errors encountered
 within
 * an S-function:

```

```

*
*     ssSetErrorStatus(S,"Error encountered due to ...");
*     return;
*
* Note that the 2nd argument to ssSetErrorStatus must be persistent
memory.
* It cannot be a local variable. For example the following will cause
* unpredictable errors:
*
*     mdlOutputs()
*     {
*         char msg[256];           {ILLEGAL: to fix use "static char
msg[256];"}
*         sprintf(msg,"Error due to %s", string);
*         ssSetErrorStatus(S,msg);
*         return;
*     }
*
* See matlabroot/simulink/src/sfunctmpl.doc for more details.
*/

/*=====
* S-function methods *
*=====*/

/* Function: mdlInitializeSizes
=====
* Abstract:
*     The sizes information is used by Simulink to determine the S-
function
*     block's characteristics (number of inputs, outputs, states,
etc.).
*/
static void mdlInitializeSizes(SimStruct *S)
{
    /* See sfuntmpl.doc for more details on the macros below */

    ssSetNumSFCnParams(S, 1); /* Number of expected parameters */
    if (ssGetNumSFCnParams(S) != ssGetSFCnParamsCount(S)) {
        /* Return if number of expected != number of actual parameters
*/
        return;
    }

    ssSetNumContStates(S, 5);
    ssSetNumDiscStates(S, 0);

    if (!ssSetNumInputPorts(S, 1)) return;
    /*Entradas del modelo*/
    ssSetInputPortWidth(S, 0, 4);

    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 0, 1);

    if (!ssSetNumOutputPorts(S, 1)) return;
    ssSetOutputPortWidth(S, 0, 6);

```



```

    ssSetNumSampleTimes(S, 1);
    ssSetNumRWork(S, 0);
    ssSetNumIWork(S, 0);
    ssSetNumPWork(S, 0);
    ssSetNumModes(S, 0);
    ssSetNumNonsampledZCs(S, 0);

    ssSetOptions(S, 0);
}

/* Function: mdlInitializeSampleTimes
=====
* Abstract:
*   This function is used to specify the sample time(s) for your
*   S-function. You must register the same number of sample times as
*   specified in ssSetNumSampleTimes.
*/
static void mdlInitializeSampleTimes(SimStruct *S)
{
    ssSetSampleTime(S, 0, CONTINUOUS_SAMPLE_TIME);
    ssSetOffsetTime(S, 0, 0.0);
}

#define MDL_INITIALIZE_CONDITIONS /* Change to #undef to remove
function */
#if defined(MDL_INITIALIZE_CONDITIONS)
/* Function: mdlInitializeConditions
=====
* Abstract:
*   In this function, you should initialize the continuous and
discrete
*   states for your S-function block. The initial states are
placed
*   in the state vector, ssGetContStates(S) or
ssGetRealDiscStates(S).
*   You can also perform any other initialization activities that
your
*   S-function may require. Note, this routine will be called at
the
*   start of simulation and if it is present in an enabled
subsystem
*   configured to reset states, it will be call when the enabled
subsystem
*   restarts execution to reset the states.
*/
static void mdlInitializeConditions(SimStruct *S)
{
    real_T *x0=ssGetContStates(S);
    double *p=mxGetPr(ssGetSFcnParam(S,0));

```

```

        x0[0]=XAGsi;
        x0[1]=XAGri;
        x0[2]=XAGdi;
        x0[3]=Bri;
        x0[4]=Bdi;
    }
#endif /* MDL_INITIALIZE_CONDITIONS */

#define MDL_START /* Change to #undef to remove function */
#if defined(MDL_START)
    /* Function: mdlStart
    =====
    * Abstract:
    * This function is called once at start of model execution. If
you
    * have states that should be initialized once, this is the place
    * to do it.
    */
    static void mdlStart(SimStruct *S)
    {
#endif /* MDL_START */

/* Function: mdlOutputs
=====
* Abstract:
* In this function, you compute the outputs of your S-function
* block. Generally outputs are placed in the output vector,
ssGetY(S).
*/
static void mdlOutputs(SimStruct *S, int_T tid)
{

real_T *y=ssGetOutputPortRealSignal(S,0);
real_T *x=ssGetContStates(S);
InputRealPtrsType uPtrs=ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
double *p=mxGetPr(ssGetSFcnParam(S,0));
double Ta, Is, LAI, Hr, Transp;
Transpiracion(c1,c2,c3,c4,c5,c6,LAI,Is,Ta,lamb,gamma,Hr,&Transp);
Ta=u(0);
Is=u(1);
LAI=u(2);
Hr=u(3);

y[0]=x[0];
y[1]=x[1];
y[2]=x[2];
y[3]=x[3];
y[4]=x[4];
y[5]=Transp;

```

```

}

#define MDL_UPDATE /* Change to #undef to remove function */
#if defined(MDL_UPDATE)
/* Function: mdlUpdate
=====
* Abstract:
* This function is called once for every major integration time
step.
* Discrete states are typically updated here, but this function
is useful
* for performing any tasks that should only take place once per
integration step.
*/
static void mdlUpdate(SimStruct *S, int_T tid)
{
}
#endif /* MDL_UPDATE */

#define MDL_DERIVATIVES /* Change to #undef to remove function */
#if defined(MDL_DERIVATIVES)
/* Function: mdlDerivatives
=====
* Abstract:
* In this function, you compute the S-function block's
derivatives.
* The derivatives are placed in the derivative vector,
ssGetdX(S).
*/
static void mdlDerivatives(SimStruct *S)
{

real_T *dx=ssGetdX(S);
real_T *x=ssGetContStates(S);
InputRealPtrsType uPtrs=ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
double *p=mxGetPr(ssGetSFcnParam(S,0));
double Ta, Is, LAI, Hr;
double Yhd, Yhr, Yhs;
double rAGsr, rAGrd, Tets, Ks, Bser, Bsed, Bner, Bned;
double FAGsr, FAGrd;
double XAGs, XAGr, XAGd, Bd, Br, B;
double Transp, Pg, Rm;

Ta=u(0);
Is=u(1);
LAI=u(2);
Hr=u(3);

XAGs=x[0];
XAGr=x[1];
XAGd=x[2];
Br=x[3];
Bd=x[4];

```

```

B=Br+Bd;
Bser=Br*fmen/1000;
Bsed=Bd*fmen/1000;
Bner=Br*(1.0-fmen)/1000;
Bned=Bd*(1.0-fmen)/1000;
Tets=XAGs/(denag*profs);
Yhs=Ysmax*pow((Tetsmax/Tets),cAGs);
Ks=Ksmax*pow((Tets/Tetsmax),(2.0*cAGs+3.0));
Yhr=(Ce/denag)*((XAGr/(Cecr*Bser))-1.0)-
(1000.0*Rgas*(Ta+273.15)*Bner)/(Mmer*XAGr);
Yhd=(Ce/denag)*((XAGd/(Cecd*Bsed))-1.0)-
(1000.0*Rgas*(Ta+273.15)*Bned)/(Mmed*XAGd);
rAGsr=((Csors*denr)/(Ks*Bser))+ (Crsr/denr)*((Bser+Ckwrsr)/Bser);
rAGrd=denTap*((Bser+Bsed)/Bser*Bsed);
FAGsr=(Yhs-Yhr)/rAGsr;
FAGrd=(Yhr-Yhd)/rAGrd;

Transpiracion(c1,c2,c3,c4,c5,c6,LAI,Is,Ta,lamb,gamma,Hr,&Transp);

fot(D,tau,C,K,MM,alfa,LAI,Im,th,phih,phil,Ta,&Pg);

Rm=resp(KMM,Ta);

dx[0]=-FAGsr;
dx[1]=FAGsr-FAGrd;
dx[2]=FAGrd-Transp;
dx[3]=E*(Pg-Rm*B)*(1-fcN);
dx[4]=E*(Pg-Rm*B)*fcN;
}
#endif /* MDL_DERIVATIVES */

void Transpiracion(double c11, double c22, double c33, double c44,
double c55,
double c66, double IAF, double Isun, double Temp, double
lambda, double Gamm,
double HumR, double *Transp)
{
double Sum1, Sum2;
double esTaa, eaa, DPV;

Sum1=(c11*log(1.0+c22*pow(IAF,c33))*Isun)/lambda;
esTaa=610.8*exp(17.27*Temp/(Temp+237.3));
eaa=HumR*esTaa/100.0;
DPV=esTaa-eaa;
Sum2=(c44*IAF*(1.0-c55*exp(-Isun/c66))*DPV)/(lambda*Gamm);
*Transp=Sum1+Sum2;
}

void fot(double Df, double tauf, double Cf, double Kf, double mf,
double alfaf, double LAIf,
double Imf, double thf, double phihf, double philf,
double Temp, double *Pg)
{
double pTf, Iof, pi, Aux1, Aux2;

```

```

        pi=3.14159265;

        pTf=1.0-pow((phihf-Temp)/(phihf-philf),2.0);
        Iof=Imf*sin(2.0*pi*((thf-6.0)/24.0));
        Aux1=Df*tauf*Cf*pTf/Kf;
        Aux2=log((alfaf*Kf*Iof+(1.0-mf)*tauf*Cf)/(alfaf*Kf*Iof*exp(-
Kf*LAIof)+(1.0-mf)*tauf*Cf));
        *Pg=Aux1*Aux2;
    }

double resp(double Kmr, double Tar)
{
    double y;
    y=Kmr*exp(0.0693*(Tar-25.0));
    return (y);
}

/* Function: mdlTerminate
=====
* Abstract:
*   In this function, you should perform any actions that are
necessary
*   at the termination of a simulation. For example, if memory was
*   allocated in mdlInitializeConditions, this is the place to free
it.
*/
static void mdlTerminate(SimStruct *S)
{
}

/*=====
* See sfuntmpl.doc for the optional S-function methods *
*=====*/

/*=====
* Required S-function trailer *
*=====*/

#ifdef MATLAB_MEX_FILE    /* Is this file being compiled as a MEX-
file? */
#include "simulink.c"      /* MEX-file interface mechanism */
#else
#include "cg_sfun.h"      /* Code generation registration function */
#endif

```