



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DIVISIÓN DE CIENCIAS FORESTALES

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

**ANÁLISIS DE DESIGUALDAD AMBIENTAL POR
CONTAMINACIÓN DEL AIRE EXTERIOR EN LA ZONA
METROPOLITANA DE LA CIUDAD DE MÉXICO, 2020-2023**

TESIS

**Que como requisito parcial
para obtener el grado de:**

MAESTRO EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

Presenta:

JAVIER JIMENEZ MACHORRO

Bajo la supervisión de:

PhD. FRANCISCO JOSÉ ZAMUDIO SÁNCHEZ



APROBADA



Chapingo, Estado de México, 13 de febrero de 2025.

ANÁLISIS DE DESIGUALDAD AMBIENTAL POR CONTAMINACIÓN DEL AIRE EXTERIOR
EN LA ZONA METROPOLITANA DE LA CIUDAD DE MÉXICO, 2020-2023

Tesis realizada por JAVIER JIMENEZ MACHORRO bajo la supervisión del Comité Asesor
indicado, aprobada por el mismo y aceptada como requisito parcial para obtener el grado
de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN CIENCIAS FORESTALES

DIRECTOR:



Ph.D. FRANCISCO JOSÉ ZAMUDIO SÁNCHEZ

ASESOR:



DR. ALEJANDRO CORONA AMBRIZ

ASESOR:



DR. ALEJANDRO ISMAEL MONTERROSO RIVAS

CONTENIDO

| | |
|--|------|
| LISTA DE CUADROS..... | v |
| LISTA DE FIGURAS..... | vi |
| ABREVIATURAS USADAS | vii |
| DEDICATORIA | viii |
| AGRADECIMIENTOS..... | ix |
| DATOS BIOGRÁFICOS | xi |
| RESUMEN GENERAL..... | xii |
| GENERAL ABSTRACT | xiii |
| I. INTRODUCCIÓN GENERAL..... | 1 |
| 1.1. Antecedentes | 1 |
| 1.2. Planteamiento del problema..... | 3 |
| 1.3. Objetivo general | 4 |
| 1.3.1. Objetivos específicos..... | 4 |
| 1.4. Hipótesis | 5 |
| 1.5. Contenido capitular | 5 |
| 1.6. Literatura citada | 7 |
| II. REVISIÓN DE LITERATURA | 9 |
| 2.1 Desigualdad y medición: marco teórico conceptual | 9 |
| 2.2 Medidas de desigualdad | 14 |
| 2.3 Propiedades teóricas de los índices de desigualdad | 15 |
| 2.4 Medidas de desigualdad referentes | 18 |
| 2.5 Literatura citada | 21 |
| III. UN ÍNDICE DISCRETO SENSIBLE A LA DESIGUALDAD** | 23 |
| Abstract | 24 |

| | |
|---|----|
| Resumen | 24 |
| Palabra clave | 25 |
| Declaraciones y afirmaciones | 25 |
| 1. Introducción | 26 |
| 2. Propiedades deseables de las medidas de desigualdad | 28 |
| 3. Construcción del índice y propiedades que satisface | 30 |
| 3.1. Definición | 30 |
| 3.2. Propiedades | 32 |
| 4. Resultados y discusión | 42 |
| 4.1. Propiedades deseables..... | 42 |
| 4.2. Contraste del <i>IDRM</i> con otras medidas..... | 44 |
| 4.3. Descomposición aditiva del <i>IDRM</i> | 52 |
| 4.4. Desigualdad de ingresos en México 2016-2022 | 54 |
| 5. Conclusiones | 58 |
| 6. Bibliografía..... | 60 |
| IV. DESIGUALDAD AMBIENTAL POR CONTAMINACIÓN DEL AIRE EXTERIOR EN LA ZONA METROPOLITANA DE LA CIUDAD DE MÉXICO, 2020-2023*** | 67 |
| RESUMEN..... | 68 |
| ABSTRACT..... | 68 |
| 1. INTRODUCCIÓN | 69 |
| 2. MATERIALES Y MÉTODOS..... | 71 |
| 2.1 Área de estudio | 71 |
| 2.2. Datos de contaminación ambiental | 72 |
| 2.3 Exposición al aire exterior de calidad y población en AGEB ... | 74 |
| 2.4 Medición de desigualdad..... | 75 |

| | |
|---|-----|
| 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN | 77 |
| 3.1 Exposición a aire limpio..... | 77 |
| 3.2 Desigualdad vertical..... | 82 |
| 3.3 Desigualdad horizontal por estados y municipios | 88 |
| 3.4 Índice de calidad de aire y desigualdad | 90 |
| 4. CONCLUSIONES..... | 96 |
| 5. REFERENCIAS | 97 |
| 6. ANEXOS..... | 98 |
| V. CONCLUSIONES GENERALES | 101 |

LISTA DE CUADROS

| | |
|--|----|
| I. INTRODUCCIÓN GENERAL | |
| II. REVISIÓN DE LITERATURA | |
| Cuadro 1. Algunas medidas de desigualdad para distribuciones discretas. ... | 18 |
| III. UN ÍNDICE DISCRETO SENSIBLE A LA DESIGUALDAD** | |
| Cuadro 2. ¿Qué cumple cada medida? | 44 |
| Cuadro 3. Matriz de correlación en variables seleccionadas | 46 |
| Cuadro 4. Coeficientes de variación en el IDRM y en medidas tradicionales de desigualdad. | 51 |
| Cuadro 5. Ejemplo. Descomposición del IDRM por subgrupos de población . | 54 |
| Cuadro 6. Ingreso corriente total promedio trimestral por hogar en deciles de hogares y mediciones sobre desigualdad. | 55 |
| Cuadro 1. Índice de Gini, Razón de Palma e Índice de Desigualdad Relativo al Máximo, según país y años seleccionados..... | 64 |
| IV. DESIGUALDAD AMBIENTAL POR CONTAMINACIÓN DEL AIRE EXTERIOR EN LA ZONA METROPOLITANA DE LA CIUDAD DE MÉXICO, 2020-2023*** | |
| Cuadro 1. Categorías, intervalos de concentración y métricas para los contaminantes del índice AIRE y SALUD 2020. | 75 |
| Cuadro 2. Municipios y alcaldías con menor exposición a aire limpio en la ZMCM. | 78 |
| Cuadro 3. Valores de desigualdad vertical para la ZMCM, CDMX y EDOMX, diciembre 2021. | 83 |
| Cuadro 4. Descomposición de la desigualdad en subgrupos territoriales de población, diciembre 2021. | 90 |
| Cuadro 5. Índice de calidad de aire y desigualdad, alcaldías y municipios seleccionados*, diciembre 2021. | 92 |
| Cuadro 6. Índice de calidad de aire y desigualdad en la ZMCM, diciembre 2021..... | 98 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| I. INTRODUCCIÓN GENERAL | |
| II. REVISIÓN DE LITERATURA | |
| III. UN ÍNDICE DISCRETO SENSIBLE A LA DESIGUALDAD** | |
| Figura 1. Curva de Lorenz e IDRM | 38 |
| Figura 2. Contrastes IDRM vs Palma 10 e Índice de Gini vs Palma 10. | 48 |
| Figura 3. Sesgo de cálculo de la desigualdad usando datos agrupados. | 50 |
| Figura 4. Curvas de Lorenz para la distribución de ingreso en deciles de hogares 2016-2022..... | 57 |
| IV. DESIGUALDAD AMBIENTAL POR CONTAMINACIÓN DEL AIRE EXTERIOR EN LA ZONA METROPOLITANA DE LA CIUDAD DE MÉXICO, 2020-2023*** | |
| Figura 1. Delimitación de la Zona Metropolitana de la Ciudad de México y ubicación de estaciones de monitoreo de la RAMA. Elaboración propia. | 72 |
| Figura 2. Ubicación de estaciones de monitoreo de la RAMA y su representatividad en la medición de ozono..... | 74 |
| Figura 3. Distribución espacial y temporal del aire limpio en AGEB urbanas de la ZMCM. | 81 |
| Figura 5. Exposición media a aire limpio vs valor de índices de desigualdad. | 85 |
| Figura 6. Desigualdad espacial y temporal del aire limpio en delegaciones y municipios de la ZMCM. Elaboración propia..... | 87 |
| Figura 7. Índice de calidad de aire y desigualdad por municipios de la ZMCM. | 93 |
| Figura 8. Variación espacial y temporal del índice calidad de aire y desigualdad. | 95 |

ABREVIATURAS USADAS

| ABREVIATURAS | SIGNIFICADO |
|--------------|---|
| AGEB | Área Geoestadística Básica |
| CA | Contribución absoluta |
| CDMX | Ciudad de México |
| CP | Contribución porcentual |
| CV | Coefficiente de Variación |
| EDOMX | Estado de México |
| ENIGH | Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares |
| EPA | Agencia de Protección Ambiental |
| IC | Indicador de Contribución |
| ICA | Indicador de Calidad de Exposición a Aire Limpio |
| ICAD | Índice de Calidad de Aire y Desigualdad |
| IDH | Índice de Desarrollo Humano |
| IDHP | Índice de Desarrollo Humano con Producto Interno Bruto per cápita |
| IDRM | Índice de Desigualdad Relativo al Máximo |
| IMECA | Índice Metropolitano de Calidad del Aire |
| INEGI | Instituto Nacional de Estadística y Geografía |
| P | Número de Palma |
| PM | Partículas por Millón |
| RAMA | Red Automática de Monitoreo Atmosférico |
| SEDEMA | Secretaría del Medio Ambiente de la Ciudad de México |
| ZMCM | Zona Metropolitana de la Ciudad de México |

DEDICATORIA

A mis hijas y a mi esposa, por ser luz en mi vida, por su alegría, apoyo, paciencia y amor.

A mis padres por su amor incondicional, por enseñarme el valor del esfuerzo y la dedicación, y por cuidar de mí siempre.

A mis hermanas, cuñados y sobrinos, por su cariño, compañía y apoyo constantes, que me han enriquecido y acompañado en todo momento.

A mis amigos, porque sus palabras y su compañía han sido fundamentales en todos los momentos de mi vida. A aquellos que ya no están con nosotros, también les dedico este reconocimiento.

A todas las personas que en algún momento han contribuido a mi vida y a la realización de este proyecto.

Para todos ustedes, con cariño.

AGRADECIMIENTOS

Expreso mi agradecimiento a la institución que actualmente es la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación, y a todos los mexicanos que contribuyen con honestidad en sus impuestos, por el financiamiento proporcionado para la realización de mis estudios de maestría.

Agradezco profundamente a la Universidad Autónoma Chapingo y al Posgrado de la División de Ciencias Forestales, por brindarme la oportunidad de formar parte de su comunidad académica, permitiéndome realizar mis estudios en un ambiente de apertura y excelencia.

Dejo constancia de mi gratitud a los integrantes del Comité Asesor, cuya orientación experta, apoyo constante, rigor académico y compromiso con la excelencia fueron fundamentales para la culminación de esta investigación. Me permito destacar las siguientes contribuciones:

Al Dr. Francisco José Zamudio Sánchez, por haber sido el principal impulsor de este trabajo, especialmente por su propuesta para el desarrollo del *IDRM* y por la construcción de las pruebas sobre las propiedades teóricas que este índice satisface. Además, agradezco su guía y dirección a lo largo de toda la investigación, así como por los consejos y apoyo constante.

Al Dr. Alejandro Corona Ambriz, por su amistad, sus valiosos consejos, su amplia experiencia y su apoyo incondicional durante todo el proceso de elaboración de esta investigación. Sus observaciones y sugerencias fueron indispensables en la conclusión del trabajo. Su disposición, apertura y apoyo me permitieron una estancia agradable y de crecimiento.

Al Dr. Alejandro Ismael Monterroso Rivas, por su acompañamiento preciso durante mis estudios de maestría, sus acertadas recomendaciones personales y académicas, y por sus observaciones expertas que contribuyeron a la mejora y profundización de este trabajo.

A la Dra. Ma. Amparo Borja de la Rosa, por motivarme a embarcarme en este proyecto como una opción de desarrollo profesional y, sobre todo, por su amistad y apoyo que siempre me proporcionó en el proceso.

A la Lic. Luz María Magali Moreno Rodríguez, por su excelente desempeño en el posgrado y por el apoyo invaluable durante mi estancia en la Universidad.

DATOS BIOGRÁFICOS

Datos personales

Nombre: Javier Jiménez Machorro

Fecha de nacimiento: 04 de septiembre de 1988

Lugar de nacimiento: Tecamachalco, Estado de Puebla, México.



Desarrollo académico:

Realizo sus estudios de educación media superior en la Preparatoria Agrícola de la Universidad Autónoma Chapingo en el periodo 2003 -2006; sus estudios de educación superior también en la Universidad Autónoma Chapingo, donde cursó la Licenciatura en Estadística, realizó su servicio social impartiendo asesorías de estadística, matemática y cómputo. Obtuvo su título de Licenciado en Estadística en 2013, presentando el proyecto titulado “Perspectiva de Género en Programas Públicos: una evaluación cuantitativa”.

En su trayectoria profesional se ha desempeñado como consultor e investigador en medición social para diversos proyectos e investigaciones de la Comisión Nacional Forestal, el Instituto Nacional de Estadística y Geografía, y el Servicio de Administración Tributaria.

RESUMEN GENERAL

DESIGUALDAD POR CONTAMINACIÓN DEL AIRE EXTERIOR EN LA ZONA METROPOLITANA DE LA CIUDAD DE MEXICO, 2020-2023¹

En la investigación se propuso un índice de desigualdad referido al máximo como alternativa a los índices tradicionales. Se presenta una evaluación de las propiedades teóricas que satisface y con esta base, su comparativo con los índices generalmente utilizados en la literatura sobre desigualdad; también se incorporó una evaluación práctica del índice en el ámbito de la distribución de ingresos. El índice de desigualdad relativo al máximo (IDRM) mostró satisfacer tantas propiedades como los índices tradicionales, incluida la descomposición aditiva; en la evaluación práctica mostró ser notoriamente sensible a la desigualdad. En la segunda parte, con datos de contaminación del aire exterior en las AGEB urbanas de la Zona Metropolitana de la Ciudad de México y cuatro índices de desigualdad (Gini, Atkinson, Theil e IDRM), se estudió el acceso al aire limpio en la zona, considerando lo deseable de un acceso igualitario. Se identificó que la disponibilidad al aire limpio y por ende de la contaminación ambiental, es críticamente desigual en algunos espacios y temporadas, afectando en correspondencia a los habitantes.

La propiedad de descomposición de IDRM en subgrupos territoriales de población permitió identificar alcaldías y municipios cuyos habitantes sufren disparidades más agudas y las temporadas en que ello ocurre, siendo estos ubicados en la periferia de la zona; por último, se propuso un índice de calidad de aire y desigualdad, como herramienta para monitorear simultáneamente la calidad de aire exterior y la desigualdad, desde la perspectiva de la justicia ambiental. Los resultados aportan evidencia de que en territorios con mayor carga ambiental convergen otras precariedades sociales.

Palabras clave: Medición de la desigualdad ambiental, exposición a contaminación del aire exterior, justicia ambiental, índices de desigualdad, índice de calidad de aire y desigualdad.

¹ Tesis de Maestría en Ciencias en Ciencias Forestales, Universidad Autónoma Chapingo
Autor: Javier Jiménez Machorro
Director: Francisco José Zamudio Sánchez

GENERAL ABSTRACT

ENVIRONMENTAL INEQUALITY DUE TO OUTDOOR AIR POLLUTION IN MEXICO CITY'S METROPOLITAN AREA, 2020-2023²

The research proposes an inequality index referenced to the maximum as an alternative to traditional indices. We present an evaluation of the theoretical properties satisfied by the index and based on this, compare it with the common indices used in inequality literature. Additionally, an applied evaluation in the field of income distribution is incorporated. The inequality index referenced to the maximum (IDRM) was found to satisfy as many theoretical properties as the traditional indices, including additive decomposition, and it was notably sensitive to inequality in the practical evaluation.

In the second part, using outdoor air pollution data from urban AGEBS in the Mexico City Metropolitan Area and four inequality indices (Gini, Atkinson, Theil, and IDRM), access to clean air was studied, considering the desirability of equal access. It was identified that the availability of clean air, and consequently exposure to air pollution, is critically unequal in certain areas and seasons, directly affecting the inhabitants. The decomposability property of the IDRM in territorial population subgroups allowed for the identification of territories where inhabitants suffer from more acute disparities, with these areas typically located on the periphery of the study zone. Finally, an index of air quality and inequality was proposed as a tool to simultaneously monitor outdoor air quality and inequality from the perspective of environmental justice. The results provide evidence that territories with greater environmental burdens also experience other forms of social precariousness.

Keywords: Measuring environmental inequality, exposure to outdoor air pollution, environmental justice, inequality indexes, index of air quality and inequality.

² Thesis, Universidad Autónoma Chapingo
Author: Javier Jiménez Machorro
Thesis Advisor: Francisco José Zamudio Sánchez

I. INTRODUCCIÓN GENERAL

1.1. Antecedentes

La contaminación atmosférica y particularmente la del aire que respiramos es la acumulación o concentración de pequeñas partículas sólidas o sustancias gaseosas en el aire que pueden implicar un riesgo para la salud y bienestar de las personas, la fauna y la flora expuesta (Ideam, 2014). En las grandes ciudades, como la Zona Metropolitana de la Ciudad de México (ZMCM) el riesgo y los daños generados por aire contaminado fuera de lo permisible (una mala calidad del aire) suelen concentrarse en las zonas o espacios geográficos donde se produce la contaminación. Los impactos negativos no se hacen presentes en el largo plazo, sino que empiezan a repercutir en la salud en días u horas de exposición (Samoli et al., 2006; Schlenker y Walker, 2015; Deryugina et al., 2019). Se tiene un problema “invisible”, pues la mala calidad del aire no es perceptible al ojo humano.

Desde la perspectiva de la justicia ambiental es necesario considerar en el estudio del problema tres variables: la exposición al riesgo, la vulnerabilidad de los sujetos expuestos y la responsabilidad de los contaminadores (Walker, 2012). Dado que los impactos recaen en aquellos que están expuestos, la distribución de los riesgos y daños de este fenómeno es desigual y, por ende, también lo son los costos asociados.

Según el nivel de exposición y la vulnerabilidad, los individuos pueden estar expuestos a un triple riesgo frente a la contaminación atmosférica. Según O’Neil et al. (2003), las poblaciones de condición socioeconómica baja se enfrentan a mayor exposición a los contaminantes del aire, lo que, junto con su vulnerabilidad a problemas de salud, provoca una mayor carga en esta población.

Un punto de partida para estudiar injusticias ambientales en el marco de la contaminación del aire es responder a interrogantes como: ¿quiénes están respirando el aire contaminado? (exposición); ¿qué tipo de características sociodemográficas posee esta población expuesta que pueda generar mayor vulnerabilidad, por ejemplo, en razón de la edad, el estatus socioeconómico, la raza o el género? (vulnerabilidad). Finalmente, ¿quiénes están emitiendo los

contaminantes del aire? (responsabilidad).

De acuerdo con McFarlin, et. al (2024), la exposición a partículas finas (PM 2.5) está relacionada con mayores riesgos para la salud y afecta desproporcionadamente a las comunidades minoritarias y de bajos ingresos; también señala que las investigaciones recientes carecen de una evaluación de las disparidades de exposición a los componentes PM 2.5 y en general a todos los contaminantes del aire.

En estados Unidos, la Agencia de Protección Ambiental (EPA) se ha fijado el objetivo de lograr la justicia ambiental abordando la exposición desproporcionada de ciertos grupos a los efectos nocivos de la contaminación del aire (EPA, 2022). La justicia ambiental, en la definición de la EPA, significa que ningún grupo de personas debe soportar una carga desproporcionada de riesgos ambientales (EPA, 2022). Para promover la justicia ambiental, la EPA ha solicitado estudios científicos para comprender mejor la información demográfica específica sobre la exposición desproporcionada y los impactos en la salud de la contaminación del aire, pues hay evidencia científica sustancial que demuestra la relación significativa entre la exposición a corto y largo plazo a partículas finas de un diámetro aerodinámico menor a 2.5 (PM 2.5) y mayores riesgos de mortalidad y morbilidad. Estas investigaciones cubren varios años e incluyen estudios como los de Dockery y Pope (1994), Schwartz (1994), Schwartz et al. (1996), y algunos estudios recientes como Di et al., 2017a, Di et al., 2017b, Schwartz et al. (2021) y Josey et al. (2023).

Estos estudios son parte de la extensa literatura que subraya hallazgos consistentes que resaltan los impactos adversos para la salud asociados con la exposición a PM 2.5.

Los resultados de investigación sobre un Modelo de Mortalidad por Exposición Global han encontrado que en 2015, 9 millones de muertes podrían ser atribuibles a la exposición a PM 2,5 (Burnett et al., 2018). En los Estados Unidos, está bien documentado que las minorías raciales y étnicas y los grupos de bajos ingresos corren un mayor riesgo de sufrir efectos sobre la salud en comparación con otros grupos de población/ingresos y soportan desproporcionadamente la carga del

aumento de la mortalidad y la morbilidad (Zorzetto et al., 2023). También se han encontrado disparidades con respecto a la exposición a la contaminación del aire: los grupos raciales/étnicos/de bajos ingresos suelen estar más expuestos a la contaminación del aire (Jbaily et al., 2022, Tessum et al., 2021, Colmer et al., 2020). Si bien estas disparidades en la exposición a PM 2.5 están establecidas en la literatura, se sabe menos sobre las disparidades en la exposición a los diversos componentes de las partículas finas, por ejemplo, carbono elemental, amonio, nitrato, carbono orgánico y sulfato. Quizás lo más sorprendente sea que se hayan hecho pocos esfuerzos para comunicar al público en general las disparidades raciales, étnicas, socioeconómicas y geográficas en la exposición a los componentes de la contaminación del aire en todo Estados Unidos de una manera accesible, fácil de usar y eficaz.

En México, son pocos los estudios que documentan desigualdades ambientales y nulos son los que documentan desigualdades respecto a la calidad del aire. Así, esta investigación pretende contribuir con el análisis mediante un alcance descriptivo, ya que busca caracterizar y detallar la distribución espacial y temporal de la contaminación del aire en la Zona Metropolitana de la Ciudad de México durante el periodo 2020-2023. La intención es proporcionar una comprensión detallada de cómo la calidad del aire ha evolucionado a lo largo del tiempo y en diferentes áreas de la ZMCM.

Se tiene interés, en explicar mediante el desarrollo de un índice de desigualdad las disparidades en la distribución de la contaminación del aire. Este índice buscará ir más allá de la simple descripción de los patrones para explicar las diferencias observadas en función de las zonas geográficas y el tiempo.

En resumen, el estudio abarca tanto la descripción detallada de la distribución espacial y temporal de la contaminación del aire como la explicación de las desigualdades observadas, utilizando un enfoque que integra un índice de desigualdad y la identificación de contaminantes clave.

12. Planteamiento del problema

La contaminación atmosférica es un fenómeno ambiental que afecta a

poblaciones en todo el mundo de manera desigual, generando impactos significativos en la salud pública y el crecimiento económico sostenible. Sin embargo, existe una falta de comprensión de la distribución espacial de la contaminación atmosférica a nivel local, regional y global, así como de los factores que contribuyen a estas disparidades. Tampoco existen herramientas metodológicas accesibles a los tomadores de decisión que les permitan analizar y proponer soluciones que atenúen las consecuencias de la contaminación. Este problema de investigación busca proponer un índice (herramienta) que permita analizar y comprender la distribución espacial y temporal de la contaminación atmosférica y explorar los factores que la influyen; el fin es de identificar patrones geográficos y temporales, determinar áreas de alta exposición y proponer nuevos insumos de monitoreo que coadyuven a los tomadores de decisión en el tratamiento de la desigualdad ambiental. Así, uno de los propósitos del estudio es abordar las siguientes preguntas de investigación:

¿Qué tipo de medida cuantitativa se podría desarrollar para evaluar la distribución de la contaminación del aire en la Zona Metropolitana de la Ciudad de México utilizando datos del Índice de Aire y Salud

¿Con dicha medida es posible detectar cambios significativos en la distribución espacial y temporal de la calidad del aire en la ZMCM entre los años 2020 y 2023?

1.3. Objetivo general

Cuantificar la distribución espacial y temporal, de la contaminación del aire en la Zona Metropolitana de la Ciudad de México en el periodo 2020 – 2023 usando información del Índice del Índice Aire y Salud.

1.3.1. Objetivos específicos

- Desarrollar un índice robusto (teóricamente), sencillo (fácil de calcular) e interpretable (fácil de usar) para medir desigualdad espacial de una distribución de contaminación ambiental.

- Evaluar las características técnicas o propiedades teóricas del índice propuesto en el objetivo 1.
- Caracterizar espacial y temporalmente la distribución de la Calidad del Aire en la ZMCM (2020-2023) usando el índice propuesto en el primero objetivo específico, aplicado a los valores del INDICE DE AIRE Y SALUD en los Contaminantes criterio señalados en la NORMA NADF009-AIRE-2017.

14. Hipótesis

Considerando la teoría de construcción de medidas de desigualdad, principalmente económicas, es posible desarrollar un índice de desigualdad para medir la distribución de la contaminación del aire. La distribución espacial y temporal de la calidad del aire en la ZMVM es diferencial en cada una de las zonas que la conforman y ha afectado de manera distinta a la población en el tiempo. El índice de desigualdad posibilitará ubicar la distribución espacial y temporal de su calidad, mostrando las diferencias entre las zonas que la conforman y afectando de manera diferenciada a las personas.

15. Contenido capitular

El documento está estructurado de la siguiente manera: el Capítulo I abarca los antecedentes, justificación, problema de investigación, objetivo, preguntas de investigación y la hipótesis del tema de investigación. El Capítulo II comprende una revisión bibliográfica que abarca los conceptos relevantes sobre desigualdad y que fueron utilizados en el documento. El Capítulo III corresponde a un artículo que aborda la propuesta de un índice de desigualdad referido al máximo como alternativa a los índices tradicionales. Se presenta una evaluación de las propiedades teóricas que satisface y con esta base, su comparativo con los índices generalmente utilizados en la literatura sobre desigualdad; también se incorporó una evaluación práctica del índice en el ámbito de la distribución de ingresos. El índice de desigualdad relativo al máximo (IDRM) mostró satisfacer tantas propiedades como los índices tradicionales, incluida la descomposición aditiva; en la evaluación práctica mostró ser notoriamente sensible a la

desigualdad.

El Capítulo IV presenta el uso de IDRM para analizar desigualdad ambiental. con datos de contaminación del aire exterior en las AGEB urbanas de la Zona Metropolitana de la Ciudad de México y cuatro índices de desigualdad (Gini, Atkinson, Theil e IDRM), se estudió el acceso al aire limpio en la zona, considerando lo deseable de un acceso igualitario. Se identificó que la disponibilidad al aire limpio y por ende de la contaminación ambiental, es críticamente desigual en algunos espacios y temporadas, afectando en correspondencia a los habitantes.

La propiedad de descomposición de IDRM en subgrupos territoriales de población permitió identificar alcaldías y municipios cuyos habitantes sufren disparidades más agudas y las temporadas en que ello ocurre, siendo estos ubicados en la periferia de la zona; por último, se propuso un índice de calidad de aire y desigualdad, como herramienta para monitorear simultáneamente la calidad de aire exterior y la desigualdad, desde la perspectiva de la justicia ambiental. Los resultados aportan evidencia de que en territorios con mayor carga ambiental convergen otras precariedades sociales.

Finalmente, el Capítulo V presenta las conclusiones generales de esta investigación. Se resalta la factibilidad de el IDRM como una alternativa factible para el estudio de diversas desigualdades y se concluye sobre su pertinencia en el análisis de desigualdad ambiental en la ZMCM.

1.6. Literatura citada

- Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos (EPA), 2022. *Estrategia para reducir la exposición al plomo y las disparidades en las comunidades de Estados Unidos* (Número de publicación: 540R22006). <https://espanol.epa.gov/system/files/documents/2022-11/Estrategia%20para%20al%20plomo.pdf>
- Burnett, R., Chen, H., Szyszkowicz, M., Fann, N., Hubbell, B., Pope III, C.A., Apte, J.S., Brauer, M., Cohen, A., Weichenthal, S., et al., 2018. Global estimates of mortality associated with long-term exposure to outdoor fine particulate matter. *Proc. Natl. Acad. Sci.* 115 (38), 9592-9597.
- Colmer, J., Hardman, I., Shimshack, J., Voorheis, J., 2020. Disparities in PM2.5 air pollution in the United States. *Science* 369 (6503), 575-578.
- Deryugina, T., Heutel, G., Miller, N., Molitor, D. y Reif, J., 2019. The mortality and medical cost of air pollution: Evidence from changes in wind direction. *American Economic Review*, 109(12), 4178-4219.
- Di, Q., Dai, L., Wang, Y., Zanobetti, A., Choirat, C., Schwartz, J.D., Dominici, F., 2017a. Association of short-term exposure to air pollution with mortality in older adults. *JAMA* 318 (24), 2446–2456.
- Di, Q., Wang, Y., Zanobetti, A., Wang, Y., Koutrakis, P., Choirat, C., Dominici, F., Schwartz, J.D., 2017b. Air pollution and mortality in the medicare population. *N. Engl. J. Med.* 376 (26), 2513–2522.
- Dockery, D.W., Pope, C.A., 1994. Acute respiratory effects of particulate air pollution. *Annu. Rev. Public Health* 15 (1), 107-132.
- Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (Ideam), 2012. *Estado de la Calidad del Aire en Colombia 2007-2010*. Ideam.
- Jbaily, A., Zhou, X., Liu, J., Lee, T. H., Kamareddine, L., Verguet, S., & Dominici, F., 2022. Air pollution exposure disparities across US population and income groups. *Nature*, 601(7892), 228-233.
- Josey, K. P., Delaney, S. W., Wu, X., Nethery, R. C., DeSouza, P., Braun, D., & Dominici, F., 2023. Air pollution and mortality at the intersection of race and social class. *New England Journal of Medicine*, 388(15), 1396-1404.

- McFarlin, E., Bargagli-Stoffi, F. J., Castro, E., Schwartz, J., Dominici, F., & Amini, H., 2024. Air quality disparities mapper: An open-source web application for environmental justice. *Environmental Modelling & Software*, 172, 105881.
- O'Neill, M. S., Jerrett, M., Kawachi, I., Levy, J. I., Cohen, A. J., Gouveia, N., ... Schwartz, J., 2003. Health, wealth, and air pollution: Advancing theory and methods. *Environmental Health Perspectives*, 111(16), 1861-70.
- Samoli, E., Aga, E., Touloumi, G., Nisiotis, K., Forsberg, B., Lefranc, C., ... Katsouyanni, K., 2006. Short-term effects of nitrogen dioxide on mortality: A n analysis within the APHEA project. *European Respiratory Journal*, 1129-1138.
- Schlenker, W. y Walker, W. R., 2015. Airports, air pollution, and contemporaneous health. *The Review of Economic Studies*, 83(2), 768-809.
- Schwartz, J., 1994. Air pollution and daily mortality: A review and meta-analysis. *Environ. Res.* 64 (1), 36-52.
- Schwartz, J., Dockery, D.W., Neas, L.M., 1996. Is daily mortality associated specifically with fine particles? *J. Air Waste Manag. Assoc.* 46 (10), 927-939.
- Schwartz, J., Wei, Y., Di, Q., Dominici, F., Zanobetti, A., et al., 2021. A national difference in differences analysis of the effect of PM2. 5 on annual death rates. *Environ. Res.* 194, 110649.
- Tessum, C.W., Paoletta, D.A., Chambliss, S.E., Apte, J.S., Hill, J.D., Marshall, J.D., 2021. PM2. 5 pollutants disproportionately and systemically affect people of color in the United States. *Sci. Adv.* 7 (18), eabf4491.
- Walker, G., 2012. *Environmental Justice: Concepts, Evidence and Politics.* Routledge.
- Zorzetto, D., Bargagli-Stoffi, F. J., Canale, A., & Dominici, F., 2023. Confounder-dependent Bayesian mixture model: Characterizing heterogeneity of causal effects in air pollution epidemiology. *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/2302.11656>

II. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 Desigualdad y medición: marco teórico conceptual

El concepto de desigualdad

El término "desigualdad" es en sí mismo aparentemente sencillo de comprender y usar, pero resulta difícil su explicación. Dicho término se emplea, generalmente, en el contexto de agudos problemas sociales y económicos. La dificultad radica en que el término trae consigo una variedad de ideas diferentes, según la mente del lector u oyente, dependiendo, entre otras cosas, de su formación y prejuicio. De manera general, "desigualdad", sugiere una desviación de alguna idea de igualdad. Esto en primera instancia podría considerarse como un enunciado matemático sin motivación, en el que caso de "igualdad" solo representa el hecho de que dos o más cantidades dadas son del mismo tamaño, y la "desigualdad" simplemente se relaciona con las diferencias en estas cantidades. Por otro lado, el término "igualdad" tiene connotaciones sociales que aluden a un estándar que presumiblemente sería factible (deseable) para la sociedad poder lograr (Cowell, 2011). Enseguida algunos ejemplos:

- Cien por ciento: en otras palabras, equidad horizontal completa -"Igualdad de trato entre iguales".
- El mínimo social: aquí se pretende que nadie quede por debajo de algún estándar mínimo de bienestar.
- Movilidad: es decir, el deseo de estrechar los diferenciales y reducir las barreras entre grupos ocupacionales.
- Inclusión económica: el objetivo es reducir o eliminar la sensación de exclusión de la sociedad causada por diferencias, por ejemplo, en los ingresos.
- Evitar la cristalización de ingresos y riqueza: eliminar las ventajas (o desventajas) desproporcionadas en educación, participación política, aceptabilidad social, etcétera, que pueden ser causa de una ventaja (o desventaja) en ingresos o en la escala de riqueza.
- Comparativos internacionales: un país tiene como objetivo alcanzar a otra nación "referente", o no ser más desigual que otra.

Esta lista es de ayuda para ilustrar la diversidad de puntos de vista sobre la naturaleza del tema – haciendo a un lado su importancia política, moral o económica-, que puede estar presente en una discusión razonada sobre igualdad y desigualdad. Cada uno de estos criterios de "igualdad" podría influir, a su manera, en la forma de definir y medir la desigualdad.

Los ejemplos anteriores, también son de ayuda, en el sentido de que exponen la necesidad de buscar la reducción del problema, tratando de establecer cuáles deberían ser los elementos esenciales de la idea principal **de Medición de la Desigualdad**.

Enseguida se describen los elementos básicos, que pueden considerarse como base para el estudio de la igualdad y la desigualdad; así mismo, cubren en estructura los ejemplos anteriores y casi cualquier otro ejemplo que pudiera referirse (Cowell, 2011):

- Especificación de una unidad social individual como una persona soltera, el núcleo familiar o la familia extensa.
- Descripción de un atributo (o atributos) en particular, como ingresos, riqueza, propiedad de la tierra o fuerza de voto. Sin pérdida de generalidad, se puede usar el atributo "ingresos" para continuar con el estudio de la igualdad.
- Un método de representación o agregación de la asignación de "ingresos" entre las "personas" de una población determinada.

Este breve esbozo sobre el concepto de desigualdad permite asomarse en la complejidad del concepto y las diversas aristas que tiene su medición: desde los aspectos éticos o morales, el interés de los Estados, los requerimientos teóricos económicos, matemáticos y estadísticos, etcétera.

Breve cronología sobre medición de desigualdad

Los registros históricos indican que la medición de la desigualdad inició con estricta formalidad en los años 1900 con los trabajos independientes de Corrado Gini y Max Otto Lorenz. El primero, desarrolló el índice que lleva su nombre es hasta ahora es una de las medidas ampliamente utilizadas y aceptadas en la medición de desigualdad. Por su parte, Lorenz trabajó en una representación

gráfica de la distribución de ingresos de la población y la contrastó con una línea de distribución perfecta. La medida de desigualdad de Lorenz se ha utilizado en la literatura económica en conjunción con la medida de Gini, y ha sido objeto de numerosos estudios empíricos. Al igual que el coeficiente de Gini, la curva de Lorenz ha sido criticada por algunos economistas por ser insensible a la forma de la distribución de ingresos.

Posteriormente, Kuznets (1945) publicó su artículo titulado "Economic Growth and Income Inequality" en el que presentó una teoría sobre la relación entre el crecimiento económico y la desigualdad de ingresos: sugirió que la desigualdad de ingresos aumenta durante las primeras etapas del desarrollo económico de un país y disminuye a medida que la economía se desarrolla aún más. Kuznets basó su teoría en datos históricos de países industrializados y países en desarrollo. Su estudio demostró que la desigualdad de ingresos se había incrementado durante las primeras etapas del desarrollo económico, pero que se había reducido a medida que las economías se desarrollaron más.

En Atkinson (1963) presentó un análisis exhaustivo de la desigualdad económica y sus implicaciones en la política económica. Examinó la distribución de ingresos y riqueza en varios países y analizó una serie de medidas para evaluar la desigualdad económica, incluyendo la medida de Gini, la medida de cuantiles y la medida de la brecha de pobreza; presentó lo que ahora se conoce como el índice de desigualdad de Atkinson. Esta medida tiene en cuenta tanto la cantidad de ingresos o riqueza que se encuentra concentrada en los estratos más altos e incorporó un parámetro de aversión que una sociedad tiene a la desigualdad que existe en su distribución de riqueza. Este índice se ha convertido en una medida usual en el análisis de la distribución del ingreso.

Sen (1979), en el ensayo "Equality of What?", expuso la necesidad de analizar a la igualdad como un concepto complejo y multifacético y que no se puede medir simplemente por la distribución de ingresos. Resalta que la medición de la desigualdad en la distribución del ingreso como se hace en la medida de Gini y otras medidas de desigualdad limita comprensión de la desigualdad y de las políticas que se pueden utilizar para abordarla. Sen propuso una perspectiva más

amplia que considera no sólo la distribución de ingresos, sino también la educación, la salud, el acceso a oportunidades y otros factores que influyen en la capacidad de las personas para lograr sus objetivos y disfrutar de una vida plena. Sen argumenta que la igualdad no se trata sólo de igualar los ingresos, sino de crear las condiciones necesarias para que todas las personas tengan las mismas capacidades para vivir vidas valiosas.

Theil (1985) en el artículo "The Information Approach to the Measurement of Social Welfare" propone y argumenta que la medición de la desigualdad debe tener en cuenta tanto la cantidad de ingresos que poseen los individuos como la información adicional sobre su bienestar subjetivo. Theil sostiene que la medida tradicional de Gini, que sólo tiene en cuenta la distribución de ingresos, es insuficiente para evaluar el bienestar de la sociedad en su conjunto y propone un enfoque basado en la idea de que el bienestar subjetivo de una persona depende de la relación entre su ingreso y el ingreso promedio de la sociedad, así el índice de Theil combina la información sobre la distribución de ingresos y la percepción subjetiva del bienestar.

Foster, Greer y Thorbecke (1990) presentan una nueva clase de medidas de pobreza (relacionadas con la distribución del ingreso) que son descomponibles en grupos de población. La clase de medidas es descomponible porque se puede separar la contribución de cada grupo de población a la medida general de desigualdad, lo que permite un análisis más detallado de las causas y las soluciones del problema, constituye una idea novedosa como herramienta de política pública.

Piketty (2002) examina la evolución de los ingresos más altos durante el siglo XX en países de habla inglesa y Europa continental. Utilizando una base de datos que cubre varios países, el autor muestra que, después de un período de igualación de ingresos durante la primera mitad del siglo XX, la desigualdad de ingresos en los países de habla inglesa comenzó a aumentar en la década de 1980, mientras que en Europa continental, la desigualdad permaneció en niveles relativamente bajos. Piketty también señala que el aumento de la desigualdad en los países de habla inglesa se debió principalmente a un aumento en los ingresos

de los altos ejecutivos y el financiamiento de la economía, mientras que en Europa continental, la desigualdad de ingresos se mantuvo baja debido a políticas redistributivas más efectivas.

Teniendo también en cuenta que las nociones de pobre y rico son relativas entre sí, Zenga (2007) propuso un nuevo índice de desigualdad económica. El índice es notablemente perspicaz y útil, pero derivar resultados estadísticos inferenciales ha sido un desafío, así Greselin, F., Pasquazzi, L., & Zitikis, R. (2010) derivaron algunos resultados inferenciales estadísticos de la medida propuesta por Zenga.

Por su parte, Sitthiyot y Holasut (2020) en su artículo denominado “A simple method for measuring inequality” proponen una medida cuya propiedad busca superar simultáneamente la limitación del índice de Gini en cuanto que es menos sensible a la desigualdad en las colas de la distribución del ingreso y la limitación de las proporciones interdeciles que ignoran la desigualdad en el medio de la distribución del ingreso. Su propuesta comprende tres la combinación matemática de indicadores, a saber, el índice de Gini, la participación en los ingresos del 10% superior y la participación en los ingresos del 10% inferior.

En Inoua (2021) expone en su artículo de investigación que el índice de Gini subestima la desigualdad para las distribuciones de colas pesadas: por ejemplo, una distribución de Pareto con exponente 1.5 (que tiene varianza infinita) tiene el mismo índice de Gini que cualquier distribución exponencial (apenas 0,5). Esto se debe a que el índice de Gini es relativamente robusto a las observaciones extremas; mientras que la robustez de una estadística a los extremos es deseable para datos potencialmente distorsionados por valores atípicos, es engañoso para distribuciones de cola pesada, que inherentemente exhiben extremos. Propone un índice de desigualdad alternativa: la varianza normalizada por el segundo momento. Este la relación es más estable (por lo tanto, más confiable) para muestras grandes de una varianza infinita distribución que el índice de Gini. El nuevo índice satisface los axiomas normativos de medición de la desigualdad; en particular, es descomponible en desigualdad dentro y entre subgrupos, a diferencia del índice de Gini.

2.2 Medidas de desigualdad

En el apartado anterior se pretendió ilustrar la complejidad del término desigualdad, lo cual ha derivado en múltiples esfuerzos para la construcción de medidas de igualdad que han sido aplicadas en diversos ámbitos.

Desde un punto de vista práctico se pueden agrupar las diversas formas de aproximarse a la medición de la desigualdad en dos grandes enfoques (Goerlich y Villar, 2009):

1) Un enfoque positivo, caracterizado por proceder a la medición de la desigualdad con alguna medida estadística de dispersión. Se engloba en este conjunto la aproximación a la desigualdad que se desarrolla desde la teoría de la información y que se centra en el análisis de la desigualdad, a partir del contenido informativo en la estructura de la distribución del ingreso.

2) Un enfoque normativo que parte de la interpretación de la desigualdad como una pérdida en el bienestar colectivo potencial. Los índices normativos se basan en el uso de funciones de bienestar social que reflejan los juicios de valor implícitos acerca de la relación entre desigualdad y bienestar. Dentro de este enfoque está la aproximación multidimensional basada en la consideración de las capacidades de los individuos, más que en sus realizaciones y la aproximación que explota la analogía con el análisis del riesgo para la evaluación del bienestar.

Existen intersecciones entre ambos enfoques y las diferencias son, en ocasiones, aparentes o tenues. Así, por ejemplo, si se selecciona entre varias medidas estadísticas de dispersión, se requerirá introducir juicios de valor para determinar cuál de ellas es mejor. Por otra parte, los índices normativos deben necesariamente poseer algún contenido descriptivo del grado de dispersión de la renta. Por tanto, en todos los índices es posible encontrar elementos característicos de estos dos enfoques (Goerlich y Villar, 2009).

Entre las principales aplicaciones documentadas de los índices de desigualdad, se destacan las siguientes:

- Permiten analizar la evolución de la desigualdad a lo largo del tiempo dentro de una sociedad determinada, así como evaluar el impacto de las políticas económicas en la distribución del ingreso, especialmente aquellas dirigidas a reducir la desigualdad y combatir la pobreza.

- Ofrecen criterios comparativos entre diferentes sociedades desde la perspectiva de la igualdad, y facilitan evaluaciones del bienestar colectivo que van más allá de una simple comparación de los niveles de ingreso per cápita.

- Contribuyen al análisis de las causas y la naturaleza de la desigualdad, ya que permiten: a) descomponer la desigualdad social en dos componentes: la desigualdad intergrupos (debida a las diferencias entre diversos grupos sociales) y la desigualdad intragrupos (debida a las disparidades dentro de estos grupos); b) descomponer la desigualdad en función de los factores que determinan el ingreso; y c) separar la desigualdad observada en dos categorías: la desigualdad relativa a las diferencias en oportunidades y la desigualdad derivada de las decisiones individuales. Estas descomposiciones son fundamentales al momento de diseñar políticas económicas orientadas a reducir o contener la desigualdad.

- Facilitan la construcción de indicadores de bienestar que incorporan consideraciones distributivas. Un ejemplo destacado en un contexto multidimensional es el Índice de Desarrollo Humano propuesto por Naciones Unidas, que, en el marco de sus Programas para el Desarrollo, combina indicadores de ingresos, salud y educación.

2.3 Propiedades teóricas de los índices de desigualdad

En la literatura se han establecido diversas propiedades deseables para los índices de desigualdad, cuando se evalúan o comparan medidas, es frecuente

encontrar que un criterio constituye el cumplimiento de dichas propiedades. Enseguida se presenta una lista de las principales propiedades (Atuesta, et. al, 2018; Mader, 2000; Cowell y Victoria-Feser, 1996):

- **Invarianza a la escala** (homogeneidad de grado cero, o independencia de media): Si la variable de análisis se multiplica por el mismo escalar para todos los individuos de la población, el grado de desigualdad no varía. Esta propiedad, implícita en la mayoría de los índices de desigualdad usados habitualmente, implica que la desigualdad se cuantifique de manera relativa, es decir, tomando como referencia el nivel promedio de la variable de interés. Esta propiedad permite además que el grado de desigualdad no dependa de la unidad de medida en que se expresa una variable (por tanto, no es relevante si los ingresos, por ejemplo, se expresan en pesos, miles de pesos o dólares).
- **Invarianza a las réplicas** (independencia de población): Si la población se replica o repite un número finito de veces, el índice de desigualdad no varía. Esta propiedad permite que los resultados del índice sean comparables entre poblaciones de distinto tamaño.
- **Anonimidad o simetría**: Si cualquier par de individuos en la población intercambian su nivel de, por ejemplo, ingreso, el índice de desigualdad no varía. Esta propiedad implica que el índice se calcula exclusivamente sobre la base del vector de observaciones del ingreso, sin que sean relevantes otras características de los individuos.
- **Principio de transferencias** (o condición de Dalton-Pigou): Transferencias de individuos de la parte alta de la distribución a la parte baja de la distribución mantienen o reducen la medida de desigualdad. El principio de Dalton-Pigou resume la característica principal de un índice de desigualdad, que lo diferencia de la mayoría de índices estadísticos de dispersión. Esta propiedad conlleva a que un índice de desigualdad debe asignar ponderaciones distintas a los ingresos según el lugar en el que se

encuentren en la distribución del mismo.

- **Principio de sensibilidad a transferencias:** Si se tienen dos pares de individuos, uno relativamente más rico y el otro más pobre, separados por la misma distancia de ingresos, una transferencia progresiva reducirá la desigualdad más en el segundo par que en el primero.

El principio de sensibilidad a transferencias puede ser ilustrado mediante el siguiente ejemplo numérico: Supóngase cuatro individuos (denotados A, B, C y D), con ingresos de \$10, \$20, \$30 y \$40. Supóngase una transferencia de \$2 del individuo B al individuo A. La nueva distribución resultante será \$12, \$18, \$30, \$40. Un índice que cumpla con el principio de Dalton-Pigou dará como resultado de esta transferencia una disminución de la desigualdad. Ahora bien, volviendo a la distribución original, supóngase una transferencia de \$2 del individuo D al individuo C. La distribución resultante será \$10, \$20, \$32, \$38.

Conforme con el principio de Dalton-Pigou, esta distribución también será menos desigual que la primera. Lo que hace el principio de sensibilidad a transferencias es requerir que, adicionalmente al principio de Dalton-Pigou, que la segunda distribución tenga una menor desigualdad que la tercera.

- **No negatividad:** la métrica de desigualdad debe ser mayor o igual a cero.
- **Cero igualitario:** La métrica toma el valor cero en el caso igualitario, cuando todos los individuos en la población tienen el mismo valor de la característica o atributo en estudio.
- **Acotado superiormente por máxima desigualdad:** La métrica de desigualdad alcanza su valor máximo, de máxima desigualdad (todos los individuos tienen el valor cero, excepto uno). Este valor suele ser la unidad cuando el número de unidades n se acerca al infinito.
- **Descomponibilidad de subgrupos:** La medida de desigualdad se puede descomponer por subgrupos de población. Es particularmente deseable que la separabilidad sea aditiva, es decir, que el valor del índice para toda la población pueda obtenerse como la suma de las desigualdades intra-

grupales e inter-grupales de los subgrupos utilizados. Una referencia obligada en el estudio de la descomponibilidad en subgrupos es el trabajo de Bourguignon (1979).

2.4 Medidas de desigualdad referentes

En esta subsección se listan algunas medidas que se reportan en la literatura y que son regularmente utilizadas (Cowell, 2011). Lo anterior tiene el propósito de ilustrar la cantidad de trabajo que se ha desarrollado en torno a la medición de desigualdad.

La notación básica requerida es como sigue. El tamaño de la población (conjunto de unidades o personas bajo estudio) es n , el ingreso de la unidad i , es y_i , $i = 1, \dots, n$. La media aritmética y la media geométrica se definen respectivamente como:

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i/n$$

$$y^* = \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log(y_i)\right) = [y_1 y_2 \dots y_n]^{1/n}$$

También, usando la media aritmética se define la proporción de ingreso que una persona i posee del total de ingreso como $s_i = y_i/[n\bar{y}]$. Con estas convenciones, el Cuadro 1 presenta una lista de las principales medidas de desigualdad y algunas de sus propiedades, considerando el formato siguiente:

- La definición de la medida de desigualdad, dada una distribución del ingreso discreta.
- El máximo valor posible de cada medida, bajo el supuesto de que todos los ingresos son no negativos. El mínimo valor de cada medida es cero, con excepción del Índice de Herfindahl, para el cual el mínimo es $1/n$.
- El efecto de transferencia de cada medida: el efecto de realizar una transferencia infinitesimal de ingreso de una persona i a una persona j .

Cuadro 1. Algunas medidas de desigualdad para distribuciones discretas.

| Nombre | Definición | Máximo | Efecto de transferencia |
|----------------------------------|---|---|---|
| Varianza | $V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - \bar{y}]^2$ | $\bar{y}^2[n - 1]$ | $\frac{2}{n} [y_j - y_i]$ |
| Coficiente de variación | $C = \frac{\sqrt{V}}{\bar{y}}$ | $\sqrt{n - 1}$ | $\frac{y_j - y_i}{n\bar{y}\sqrt{V}}$ |
| Rango | $R = y_{max} - y_{min}$ | $n\bar{y}$ | 2 si $y_i = y_{min}$ y $y_j = y_{max}$, 1 si $y_i = y_{min}$ o $y_j = y_{max}$, 0 de otra manera. |
| Desviación media relativa | $M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left \frac{y_i}{\bar{y}} - 1 \right $ | $2 - \frac{2}{n}$ | $\frac{2}{n\bar{y}}$ si $[y_i - \bar{y}][y_j - \bar{y}] < 0$ 0 de otra manera. |
| Varianza logarítmica | $v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\log \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right) \right]^2$ | ∞ | $\frac{2}{ny_j} \log \left(\frac{y_j}{\bar{y}} \right) - \frac{2}{ny_i} \log \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)$ |
| Varianza de logaritmos | $v_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\log \left(\frac{y_i}{y^*} \right) \right]^2$ | ∞ | $\frac{2}{ny_j} \log \left(\frac{y_j}{y^*} \right) - \frac{2}{ny_i} \log \left(\frac{y_i}{y^*} \right)$ |
| Gini | $\frac{1}{2n^2\bar{y}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_i - y_j $ | $\frac{n - 1}{n}$ | $\frac{2F(y_j) - F(y_i)}{n\bar{y}}$ |
| Atkinson | $A_\varepsilon = 1 - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{y_i}{\bar{y}} \right]^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$ | $1 - n^{\frac{-\varepsilon}{1-\varepsilon}}$ o 1^* | $\frac{y_i^{-\varepsilon} - y_j^{-\varepsilon}}{n\bar{y}^{1-\varepsilon} [1 - A_\varepsilon]^{-\varepsilon}}$ |
| Dalton | $D_\varepsilon = 1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^{1-\varepsilon} - 1}{\bar{y}^{1-\varepsilon} - 1}$ | $\frac{1 - n^{-\varepsilon}}{1 - \bar{y}^{\varepsilon-1}}$ o ∞^{**} | $\frac{1 - \varepsilon}{n} \frac{y_i^{-\varepsilon} - y_j^{-\varepsilon}}{\bar{y}^{1-\varepsilon} - 1}$ |
| Entropía generalizada | $E_\theta = \frac{1}{\theta^2 - \theta} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{y_i}{\bar{y}} \right]^\theta - 1 \right],$ $\theta \neq 0, 1$ | $\frac{n^{\theta-1} - 1}{\theta^2 - \theta}$ o ∞^{***} | $\frac{y_j^{\theta-1} - y_i^{\theta-1}}{[\theta - 1]n\bar{y}^\theta}$ |
| MLD | $L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log \left(\frac{\bar{y}}{y_i} \right)$ $= -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log(ns_i) = E_0$ | ∞ | $\frac{1}{n} \left[\frac{1}{y_i} - \frac{1}{y_j} \right]$ |
| Theil | $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\bar{y}} \log \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)$ $= \sum_{i=1}^n s_i \log(ns_i) = E_1$ | $\log(n)$ | $\frac{1}{n\bar{y}} \log \left(\frac{y_j}{y_i} \right)$ |

| Nombre | Definición | Máximo | Efecto de transferencia |
|------------|--|--------|---------------------------------------|
| Herfindahl | $H = \frac{1}{n} [C^2 + 1] = \sum_{i=1}^n s_i^2$ | 1 | $\frac{2}{n^2 \bar{y}^2} [y_j - y_i]$ |

Notas: * 1 si $\varepsilon \geq 1$; ** ∞ si $\varepsilon \geq 1$; *** ∞ si $\theta \leq 0$.

Fuente: Tomado de Cowell (2011). *Measuring inequality*. Oxford University Press.

El índice de desigualdad más utilizado es el de Gini, que puede visualizarse a partir de la curva de Lorenz. El valor de este índice equivale al cociente del área entre la curva de Lorenz y la línea de equidistribución, área que usualmente se denomina A, y el triángulo inferior formado por la línea de equidistribución, es decir la suma del área A y el área restante, que usualmente se denota por H. La suma de A+H, equivale a 0.5. El valor del índice variará entre cero y uno, y su interpretación es que, dada una cierta distribución del ingreso, el índice indica que proporción del ingreso permite alcanzar el mismo nivel de bienestar social pero con total igualdad, o interpretado de otra forma, en cuanto aumentaría el bienestar social si la distribución fuera igualitaria. Su principal ventaja es que supera las ambigüedades planteadas por la curva de Lorenz cuando existen cruces, ya que la elección de ε determina si la preocupación se centrará en la desigualdad en la parte alta o baja de la distribución. Sin embargo, la determinación del valor del parámetro de aversión a la desigualdad para una sociedad es extremadamente difícil. Por otro lado, hay una cierta inconsistencia en la formulación del índice, ya que por detrás de su formulación existe una función de bienestar social con ciertas propiedades. Pero esa función de bienestar social implica que el bienestar social es la suma de los niveles de bienestar individuales, y que la utilidad individual depende del ingreso.

Familia de razones de Palma

La familia de índices de Palma es un conjunto de medidas que se utilizan para medir la desigualdad en la distribución de los ingresos, se basan en la relación entre los ingresos de los grupos de la población de más altos y bajos ingresos, y miden la proporción del ingreso total que se concentra en los grupos de mayores ingresos. La ventaja de los índices de Palma es que se enfocan en la parte más desigual de la distribución de ingresos, lo que los hace útiles para identificar cambios en la concentración del ingreso en los extremos de la distribución

(Atuesta et. al, 2018).

La familia de índices de Palma incluye varios índices diferentes, que se basan en diferentes supuestos y fórmulas matemáticas. Entre los más utilizados se encuentran el índice de Palma, el índice de Palma inverso, el índice de Palma modificado y el índice de Palma generalizado.

Los índices de Palma se han utilizado ampliamente en la investigación económica y en la elaboración de políticas públicas en todo el mundo. A pesar de que estos índices tienen limitaciones, como cualquier medida de desigualdad, la familia de índices de Palma sigue siendo una herramienta útil para medir la concentración de ingresos en los extremos de la distribución y para identificar cambios en la desigualdad a lo largo del tiempo y entre diferentes grupos de la población.

2.5 Literatura citada

Atkinson, A. B. (1963). *Economics of Inequality*. Clarendon Press. Oxford University Press.

Atuesta, B., Mancero, X., & Tromben, V. (2018). *Herramientas para el análisis de las desigualdades y del efecto redistributivo de las políticas públicas*.

Disponible

en:

https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/43678/1/S1800511_es.pdf

Bourguignon, F. (1979). Decomposable income inequality measures. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 901-920.

Cowell, F. (2011). *Measuring inequality*. Oxford University Press.

Cowell, F. A., & Victoria-Feser, M. P. (1996). Robustness properties of inequality measures. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 77-101.

Foster, J., Greer, J. and Thorbecke, E. (1990) "A Class of Decomposable Poverty Measures". *Econometrica*, 52(3), 761-766.

Goerlich, F. J., & Villar, A. (2009). *Desigualdad y bienestar social: De la teoría a la práctica* (1.ª ed.). Fundación BBVA.

Greselin, F., Pasquazzi, L., & Zitikis, R. (2010). Zenga's new index of economic

- inequality, its estimation, and an analysis of incomes in Italy. *Journal of Probability and Statistics*, 2010.
- Inoua, S. (2021). Beware the Gini index! A new inequality measure. *ESI Working Paper* 21-18.
https://digitalcommons.chapman.edu/esi_working_papers/355/
- Kuznets, S. (1945). Economic growth and income inequality. *The American economic review*, 45(1), 1-28.
- Mader, A. (2000). *Almost Completely Decomposable Groups* (1st ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781482287486>
- Piketty, T. (2022) "Top Incomes over the Twentieth Century: A Contrast between Continental European and English-Speaking Countries". *Journal of the European Economic Association*, 1(2/3), 396-408.
- Sen, A. (1979). Equality of what? The Tanner lecture on human values. Stanford University, May, 22, 1979.
- Sitthiyot, T., & Holasut, K. (2020). A simple method for measuring inequality. *Palgrave Communications*, 6(1), 1-9.
- Theil, H. (1985)"The Information Approach to the Measurement of Social Welfare". In A. K. Sen and E. J. N. Zellner (Eds.), *The Informational Basis of Social Choice*. Amsterdam: North-Holland.
- Zenga, M. (2007), 'Inequality curve and inequality index based on the ratios between lower and upper arithmetic means', *Statistica & Applicazioni* 5(1), 3-27.

III. UN ÍNDICE DISCRETO SENSIBLE A LA DESIGUALDAD**

Francisco José Zamudio Sánchez*, Javier Jiménez Machorro†, Roxana Arana Ovalle‡, Hildegardo Martínez Silverio§.

*Autor para correspondencia. fzamudios@chapingo.mx Profesor-Investigador en el Departamento de Estadística, Matemática y Cómputo de la Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México, México. <https://orcid.org/0000-0001-8252-9255>

† Estudiante de la Maestría en Ciencias en Ciencias Forestales, en la Universidad Autónoma Chapingo.

‡ Universidad de Montreal.

§ Universidad Autónoma Chapingo.

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

Abstract

This paper introduces the Relative Inequality Index at the Maximum (IDRM), a novel and intuitive measure designed to capture inequality within a population, such as income inequality. The index is based on the idea that individuals experience varying levels of inequality depending on their position within the distribution, particularly with respect to those at the top. The key assumption is that for individuals in lower positions, inequalities referenced to the top positions have greater impact on their well-being and the inequality relative to maximum is the most critical.

The IDRM fulfills desirable theoretical properties which were used for its evaluation and comparison against widely accepted measures in inequality literature. From this perspective, the IDRM is shown to be as robust as traditional measures and outperforms the Gini and Dalton indices by satisfying eight out of nine key properties, including decomposability across population subgroups. In a comparative analysis using income data from 58 countries and microdata from Mexico, with the Gini, Theil, and Atkinson indices as benchmarks, the IDRM demonstrates superior consistency, sensitivity to inequality, reduced bias in grouped data, and enhanced precision. This index reflects the varying forms of income distribution, showing heightened sensitivity to the magnitude of inequality.

Resumen

Se propone un índice de desigualdad relativo al máximo (*IDRM*) como una nueva medida sencilla e intuitiva, que mide la desigualdad en los elementos de una población (ejemplo, distribución de ingresos). La idea elemental de su construcción es que cada individuo está expuesto a distintas desigualdades, con respecto a elementos en la parte inferior y superior en la distribución según su posición y que, sin duda, las que afectan su esfera de bienestar social son las segundas; de ahí que la desigualdad más importante es respecto a la posición más alta.

El índice propuesto cumple con propiedades teóricas deseables para las medidas de desigualdad, siendo éstas la base para su evaluación y contraste con los índices generalmente aceptados en la literatura sobre desigualdad. Desde esta

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

perspectiva el índice muestra ser tan robusto como las medidas tradicionales y más robusto que el índice de Gini y Dalton, cumple ocho de las nueve propiedades, incluida la descomposición en grupos de población.

En un análisis comparativo con datos de ingreso de 58 países y microdatos de México, tomando como referentes los índices Gini, Theil y Atkinson, el IDRDM mostró características de congruencia, sensibilidad a la desigualdad, menor sesgo a datos agrupados y mayor precisión. El índice captura y expresa las distintas formas que puede adoptar la distribución del ingreso, siendo notoriamente sensible a la magnitud de las desigualdades, actuando como una herramienta sensible a la profundidad de las desigualdades y aproximando una idea del bienestar social.

Keywords

Inequality index, inequality sensitivity, Gini, Theil, Atkinson, Palma indices.

Palabra clave

Índice de desigualdad, sensibilidad a la desigualdad, Índices de Gini, Theil, Atkinson, Palma.

Statements and Declarations

The authors did not receive support from any organization for the submitted work.

Declaraciones y afirmaciones

Los autores no recibieron apoyo de ninguna organización para el trabajo presentado.

1. Introducción

La desigualdad económica, sea por ingreso o por riqueza, tiene orígenes, probablemente, desde la aparición del hombre o, con mayor certeza, desde el inicio de la construcción de la cultura. Es tan antigua y crítica para las sociedades que innumerables trabajos existen sobre ella, sean teorías, factores que la afectan, consecuencias diversas que produce o conflictos sociales que desencadena. Lo mismo se podría decir de la desigualdad social, un atributo más general de la desigualdad.

La persistencia de esta condición de desigualdad, negativa para los países, es tal que pareciera ocioso pensar en su mejora. No obstante, hay lógicas formales e informales que indican la imposibilidad e inconveniencia económica de su eterna permanencia, al menos en los niveles que se han observado a través de la historia humana y su agudización en los últimos tiempos. Formalmente por los efectos de la desigualdad económica (en salud (Grant & O'Hara, 2010; Pickett & Wilkinson, 2015; Sapolsky, 2005), crecimiento económico (Alesina & Rodrik, 1994; Galor & Moav, 2004; Galor & Zeira, 1993), cohesión social (Leenders, R., 2014; Stiglitz, 2012), crimen (Corvalán & Pazzona, 2019; Daly et al., 2001; Kang, 2016; Kim et al., 2020), pobreza (Bernstein, 2014; Gould, 2014; Oxfam, 2013), vivienda (Matlack & Vigdor, 2008; Rodda, 1994; Vigdor, 2002), etcétera) no resulta conveniente para los Estados su permanencia. Informalmente se puede argumentar que los trabajadores y sus familias son los consumidores, de modo que si reciben poco, consumen poco y el crecimiento económico será cada vez menor, excepto que haya forma que unos cuantos, que poseen la mayor parte de la riqueza, puedan consumir todo lo que se produzca con los recursos que ellos mismos aportan para mantener el crecimiento.

La objetividad que se busca para tomar decisiones, o en actividades como la ciencia, hace necesario la medición de los atributos involucrados. Por ello, para el atributo desigualdad económica, implícito en varios procesos donde se deba decidir o se quiera confirmar una hipótesis sobre la desigualdad económica, se han desarrollado varias métricas (usualmente presentadas como índices), algunas se muestran en la primera sección. De ellas, tres son muy frecuentes en

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

la literatura económica y demás ciencias sociales, los índices de Gini, Theil y Atkinson. Sin duda el índice de Gini es el más utilizado.

Cierto es que estos índices tienen especial interés en la desigualdad económica, pero se trasladan a cualquier tipo de atributo (esperanza de vida, ruralidad, salud, por nombrar algunos), donde la desigualdad tenga efectos adversos en la vida de las personas. En nuestro discurso (excepto en los ejemplos) nos referiremos a la desigualdad de ingresos en el sentido de Cowell (Cowell, 2011) pero es sólo por motivos de espacio.

La literatura sobre índices de desigualdad es amplia, un resumen referente es el proporcionado por Cowell (2011) página 151; la mayoría de los índices derivan o tienen una asociación con la curva de Lorenz, entre los más notables están el rango, la varianza, el coeficiente de variación al cuadrado, la varianza de los ingresos logarítmicos, las desviaciones medias absolutas y relativas, los índices de Atkinson, Theil y Gini (Heshmati, 2004).

En esta contribución se propone un índice (medida) de desigualdad sencillo e intuitivo, construido a partir de un razonamiento lógico que responde al sentido de desigualdad, entendido de que ésta sólo puede ser una y que las diferencias entre los valores del ingreso sólo representan grados de esa única desigualdad. En su fácil construcción se hicieron cambios que no se muestran por no ser relevantes, pero fueron hechos para buscar que el índice satisficiera el mayor número de propiedades que se han adoptado en la comunidad especializada en el tema, por ser deseable que una medida de desigualdad las cumpla.

La motivación del índice partió de apreciar que los índices actuales más usados, en general, son poco sensibles a los cambios que ocurren en el ingreso de las personas, más todavía entre aquellos en la parte superior y los de la parte más baja de la distribución. Hay coyunturas económicas, por ejemplo, ascensos muy significativos en las bolsas de valores donde no todos participan, de hecho lo hacen comúnmente los de mayores ingresos, y los índices más usados muestran cambios muy pequeños en la distribución de los ingresos. Se buscó, entonces, un índice que fuera sensible a los cambios que afectan la distribución de los ingresos. Aunque el índice no cambia cuando se hace una transferencia de un

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

grupo con mayor ingreso a otro con menor ingreso, excepto cuando el primero es el grupo con mayor ingreso, resulta difícil concebir que haya grupos con mayor ventaja que estén dispuestos a transferir recursos a otros en desventaja.

La ventaja de este índice sobre los existentes, yace en su sensibilidad para expresar la brecha entre los que tienen los ingresos más altos y aquellos con los más bajos, además de la desigualdad que existe entre los demás ingresos con el mayor. Otra característica es la posibilidad de usarlo con grupos de ingresos de distintos tamaños poblacionales, no necesariamente por cuantiles. Adicionalmente, el índice captura movimientos en el ingreso del grupo más alto cuando los demás no sufren cambio o lo hacen en menor proporción (crece cuando la clase más alta incrementa su ingreso y los demás permanecen igual) y lo hace también cuando un determinado grupo incrementa su ingreso y los demás grupos permanecen igual (decrece cuando cualquier grupo, excepto el de mayor ingreso, incrementa su ingreso y los demás permanecen igual). Las dos últimas características se pueden considerar como propiedades adicionales que las medidas de desigualdad debieran poseer. Por último, el índice puede escribirse en función del número de Palma y explicar que tanto de la desigualdad deja de explicar este número.

El trabajo se estructura como sigue: sección 2) propiedades deseables de las medidas de desigualdad; 3) construcción del índice y propiedades que satisface; 4) resultados y discusión; 5) conclusiones.

2. Propiedades deseables de las medidas de desigualdad

En la literatura se han establecido diversas propiedades deseables para las medidas de desigualdad, las cuales sirven para evaluarlas o compararlas. Enseguida se presenta una lista de las principales (Atuesta et al., 2018; F. A. Cowell & Victoria-Feser, 1996; Mader, 2000):

- P1. Anonimidad o simetría: Si cualquier par de unidades en la población intercambian su nivel de ingreso, el índice de desigualdad no varía.

Esta propiedad implica que el índice se calcula exclusivamente sobre la base del vector de observaciones del ingreso, sin que sean relevantes otras

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

características de los individuos.

- P2. Invarianza a la escala (homogeneidad de grado cero, o independencia de media): Si la variable de análisis se multiplica por el mismo escalar para todos los individuos de la población, el grado de desigualdad no varía.

Esta propiedad, implícita en la mayoría de los índices de desigualdad, implica que la desigualdad se cuantifique de manera relativa, es decir, tomando como referencia el nivel promedio (o un umbral) de la variable de interés. Esta propiedad permite además que el grado de desigualdad no dependa de la unidad de medida en que se expresa una variable (por tanto, no es relevante si los ingresos, por ejemplo, se expresan en pesos, miles de pesos o dólares).

- P3. Invarianza a las réplicas (independencia de población): Si la población se replica o repite un número finito de veces, el índice de desigualdad no varía.

Esta propiedad permite que los resultados del índice sean comparables entre poblaciones de distinto tamaño.

- P4. Principio de transferencias (o condición de Dalton-Pigou): Transferencias de ingreso de unidades de la parte alta de la distribución a la parte baja de la distribución mantienen (condición débil) o reducen (condición fuerte) la medida de desigualdad.

El principio de Dalton-Pigou resume la característica principal de un índice de desigualdad, que lo diferencia de la mayoría de índices estadísticos de dispersión. Esta propiedad conlleva a que un índice de desigualdad debe asignar ponderaciones distintas a los ingresos, según el lugar en el que se encuentren en la distribución de los mismos.

- P5. Principio de sensibilidad a transferencias: Si se tienen dos pares de unidades, uno relativamente más rico y el otro más pobre, separados por la misma distancia de ingresos, una transferencia progresiva reducirá la desigualdad más en el segundo par que en el primero (condición fuerte), o al menos la desigualdad será la misma en ambos pares (condición débil)³.

³ El principio de sensibilidad a transferencias puede ser ilustrado mediante el siguiente ejemplo numérico. Supóngase cuatro unidades (denotadas A, B, C y D), con ingresos de \$10, \$20, \$30 y \$40. Supóngase una transferencia de \$2 de la unidad B a la unidad A. La nueva distribución será \$12, \$18, \$30, \$40. Un índice que cumpla con el principio de Dalton-Pigou dará como resultado de esta transferencia una medida de

- P6. No negatividad: la métrica de desigualdad debe ser mayor o igual a cero.
- P7. Cero igualitario: La métrica toma el valor cero en el caso igualitario, cuando todas las unidades en la población tienen el mismo ingreso.
- P8. Acotado superiormente por máxima desigualdad: La métrica de desigualdad alcanza su valor máximo, de máxima desigualdad cuando todas las unidades tienen el valor cero, excepto una. Este valor suele ser la unidad cuando el número de unidades n se acerca a infinito.
- P9. Descomponible por subgrupos: La medida de desigualdad se puede descomponer por subgrupos de población. Es particularmente deseable que la separabilidad sea aditiva, es decir, que el valor del índice para toda la población pueda obtenerse como la suma de las desigualdades intra-grupales e inter-grupales de los subgrupos utilizados. Una referencia obligada en el estudio de la descomposición por subgrupos, es el trabajo de Bourguignon (Bourguignon, 1979).

3. Construcción del índice y propiedades que satisface

3.1. Definición

Notación:

- La población objeto de estudio está representada por n unidades (individuos, municipios, regiones, países, etc.) Cada unidad i contiene m_i elementos, $i = 1, 2, \dots, n$, y denotamos por $m_{\bullet} = \sum_1^n m_i$. Es decir, cada unidad puede tener uno o más elementos.
- El ingreso (característica o atributo de interés) de cada elemento en la unidad i es x_i , $i = 1, \dots, n$. Considere $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$.
- La proporción poblacional en la unidad i es $p_i = m_i/m_{\bullet}$, $i = 1, \dots, n$. Sea $\underline{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)'$.

desigualdad igual(débil) o menor(fuerte). Ahora bien, volviendo a la distribución original, supóngase una transferencia de \$2 de la unidad D a la unidad C. La distribución resultante será \$10, \$20, \$32, \$38. Conforme al principio de Dalton-Pigou, esta distribución también tendrá una medida de desigualdad menor o igual que la primera. El principio de sensibilidad a transferencias requiere, adicionalmente al principio de Dalton-Pigou, que la segunda distribución tenga una menor medida de desigualdad que la tercera (condición fuerte), o al menos tendrán iguales medidas de desigualdad (condición débil).

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

- El ingreso máximo observado es $x_{m\acute{a}x} = m\acute{a}x\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = m\acute{a}x(\underline{x})$.

El valor de desigualdad asociado a la unidad i es el diferencial entre el valor máximo observado y el valor de la unidad i , relativo al valor máximo:

$$d_i = \frac{x_{m\acute{a}x} - x_i}{x_{m\acute{a}x}}$$

Se considera esta diferencia en la unidad i por ser única y la de mayor interés. Para aclarar lo anterior, supongamos los valores de las unidades u y v , tales que:

$$x_v < x_i < x_u < x_{m\acute{a}x}$$

Las otras diferencias positivas que involucran a la unidad i son $(x_u - x_i)$ y $(x_i - x_v)$, la primera es menor a la que se tiene con el máximo y de considerarse esa fracción se duplicaría con la que ya está considerada respecto al máximo; situación análoga resulta con la segunda, ya que, es menor a la que se considerará para el valor de la unidad v , $(x_{m\acute{a}x} - x_v)$, y la fracción $(x_i - x_v)$ se duplicaría con la anterior. Así, el valor de desigualdad asociado a la unidad i , $(x_{m\acute{a}x} - x_i)$, es el único relevante para ella, respecto a los que son mayores, $(x_u - x_i)$, ya que, de no existir la primera diferencia, no existirían tampoco las segundas; mientras que las diferencias con valores menores, $(x_i - x_v)$, no existirían si la desigualdad $(x_{m\acute{a}x} - x_v)$ fuera nula.

En este trabajo se propone que el valor de la desigualdad en la población objeto de estudio, $(nt)_{\underline{x}}$, sea el resultado de agregar el valor de la desigualdad de todas las unidades, ponderadas por la proporción poblacional que representan:

$$\begin{aligned} (nt)_{\underline{x}} &= \sum_{i=1}^n p_i d_i = \sum_{i=1}^n p_i \left(\frac{x_{m\acute{a}x} - x_i}{x_{m\acute{a}x}} \right) = \sum_{i=1}^n p_i \left(1 - \frac{x_i}{x_{m\acute{a}x}} \right) = \sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^n \frac{p_i x_i}{x_{m\acute{a}x}} \\ &= \underline{p}' \underline{1}_n - \frac{\underline{p}' \underline{x}}{x_{m\acute{a}x}} = \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{x}}{x_{m\acute{a}x}} \right) = \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{x}}{m\acute{a}x(\underline{x})} \right) = 1 - \frac{\underline{p}' \underline{x}}{m\acute{a}x(\underline{x})} \end{aligned}$$

En adelante $(nt)_{\underline{x}}$ será referido como Índice de Desigualdad Relativa al Máximo (*IDRM*) y observe que su valor es calculado de la matriz $[\underline{x} \underline{p}]^4$.

⁴ En la etapa final de redacción de este manuscrito, se identificó que la forma del *IDRM*, que postulamos como medida de **desigualdad** y que construimos analizando cuál es la desigualdad más severa a la que están sometidos todos los individuos en una población, puede verse como una adaptación de un caso particular de la familia de índices para medir **pobreza**, propuesta por Foster, J., Greer, J., & Thorbecke, E. (1984).

3.2. Propiedades

El *IDRM* cumple con 8 propiedades deseables de las medidas de desigualdad, y no cumple la condición fuerte del Principio de Sensibilidad a Transferencias en ningún caso.

3.2.1. Simetría o anonimidad

Si cualquier par de individuos en distintas unidades intercambian sus ingresos, la desigualdad no cambia. Si un individuo de la unidad i intercambia su ingreso con otro de la unidad j , es claro que la matriz $[\underline{x} \ \underline{p}]$ no cambia, por tanto $(nt)_{\underline{x}}$ permanece igual.

3.2.2. Invarianza a la escala u homogeneidad de grado cero

Sea $\alpha > 0$ tal que $\alpha \underline{x}$ representa un cambio de escala sobre \underline{x} , es decir, que el atributo y proporciones de población en estudio están dadas por $[\underline{x} \ \underline{p}] \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = [\alpha \underline{x} \ \underline{p}]$, entonces el valor de la medida de desigualdad $(nt)_{\underline{x}}$ no cambia, ya que:

$$(nt)_{\alpha \underline{x}} = \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\alpha \underline{x}}{\text{máx}(\alpha \underline{x})} \right) = \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\alpha \underline{x}}{\alpha \text{máx}(\underline{x})} \right) = (nt)_{\underline{x}}$$

3.2.3. Invarianza a las réplicas

Si se une la población en \underline{x} con una copia de ella misma, $\underline{x} \cup \underline{x}$, ahora cada x_i estaría ligada a $2m_i$ elementos, donde m_i son los elementos en la unidad i , así el total de elementos cambia de $m_{\bullet} = \sum_{i=1}^n m_i$ a $2m_{\bullet} = 2 \sum_{i=1}^n m_i$ y la nueva $p_i = \frac{2m_i}{2m_{\bullet}} = \frac{m_i}{m_{\bullet}}$, lo cual no modifica el valor de $(nt)_{\underline{x}}$. Note que los valores en \underline{x} no cambian.

3.2.4. Principio de transferencias o condición Dalton – Pigou

Condición débil

Sea $\underline{x}_{()}$ el vector que contiene las componentes ordenadas de menor a mayor del vector \underline{x} , denotadas por $x_{(i)}$. A las correspondientes proporciones p_i , las denotaremos por $p_{(i)} = m_{(i)}/m_{\bullet}$ y al vector que las contiene $\underline{p}_{()}$. La matriz $[\underline{x}_{()} \ \underline{p}_{()}]$ es un arreglo (permutaciones) de las hileras de la matriz $[\underline{x} \ \underline{p}]$. En esta nueva notación debe observarse que $x_{\text{máx}} = x_{(n)}$ y $(nt)_{\underline{x}} = (nt)_{\underline{x}_{()}}$.

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Considere una transferencia de tamaño ε (infinitesimal) de cada uno de los elementos de la unidad (j) (transferencia total = $m_{(j)}\varepsilon$) en partes iguales a cada uno de los elementos de la unidad (i) (cada elemento en (i) recibe = $\frac{m_{(j)}}{m_{(i)}}\varepsilon = \frac{p_{(j)}}{p_{(i)}}\varepsilon$), donde $x_{(i)} < x_{(j)} \neq x_{(n)}$ y la transferencia no modifica el orden de $\underline{x}_{()}$.

Después de la transferencia, las coordenadas de $\underline{x}_{()}$ serán las mismas, excepto la i -ésima y la j -ésima; la i -ésima cambiará a $x_{(i)} + \frac{p_{(j)}}{p_{(i)}}\varepsilon$, y la j -ésima a $x_{(j)} - \varepsilon$.

Denotemos por $\underline{0}_{n-(i),(j)}(k, q)$ a un vector de orden n donde todas sus coordenadas son cero, excepto la (i)-ésima con valor k , y la (j)-ésima con valor q . El nuevo vector de ingresos se puede escribir como $\underline{y}_{()} = \underline{x}_{()} + \underline{0}_{n-(i),(j)}\left(\frac{p_{(j)}}{p_{(i)}}\varepsilon, -\varepsilon\right)$, el cual tiene un *IDRM*:

$$\begin{aligned} (nt)_{\underline{y}_{()}} &= \underline{p}_{()}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{y}_{()}}{\text{máx}(\underline{y}_{()})} \right) = \underline{p}_{()}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{x}_{()} + \underline{0}_{n-(i),(j)}\left(\frac{p_{(j)}}{p_{(i)}}\varepsilon, -\varepsilon\right)}{\text{máx}(\underline{x}_{()})} \right) \\ &= \underline{p}_{()}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{x}_{()}}{\text{máx}(\underline{x}_{()})} \right) = (nt)_{\underline{x}_{()}} = (nt)_{\underline{x}} \end{aligned}$$

En la segunda igualdad se usó $\text{máx}(\underline{y}_{()}) = \text{máx}(\underline{x}_{()})$, porque la transferencia no cambia el orden de los ingresos y en la tercera igualdad se ocupó $\underline{p}_{()}' \underline{0}_{n-(i),(j)}\left(\frac{p_{(j)}}{p_{(i)}}\varepsilon, -\varepsilon\right) = 0$, ya que todos los términos del producto escalar son cero, excepto el (i)-ésimo, $p_{(i)}\frac{p_{(j)}}{p_{(i)}}\varepsilon$, y el j -ésimo, $-p_{(j)}\varepsilon$, los cuales se cancelan.

Las anteriores ecuaciones indican que el *IDRM* es invariante a transferencias de una unidad con ingreso más alto a una unidad con ingreso más bajo, de modo que se cumple la condición débil de Dalton – Pigou.

Condición fuerte

Para el caso donde la unidad (j) de la cual se realizará la transferencia, sea (n), la de mayor ingreso, la condición fuerte de Dalton – Pigou se cumple, ya que:

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

$$\begin{aligned}
(nt)_{\underline{y}} &= \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{y}}{\max(\underline{y})} \right) = \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{x} + \underline{0}_{n-(i),(n)} \left(\frac{p^{(n)}}{p^{(i)}} \varepsilon, -\varepsilon \right)}{x_{(n)} - \varepsilon} \right) \\
&= \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{x}}{x_{(n)} - \varepsilon} \right) \\
&= \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{x}}{x_{(n)} - \varepsilon} - \frac{\underline{x}}{x_{(n)}} + \frac{\underline{x}}{x_{(n)}} \right) = (nt)_{\underline{x}} \\
&\quad - \underline{p}' \underline{x} \left(\frac{1}{x_{(n)} - \varepsilon} - \frac{1}{x_{(n)}} \right) = (nt)_{\underline{x}} - \underline{p}' \underline{x} \left(\frac{\varepsilon}{x_{(n)}(x_{(n)} - \varepsilon)} \right) < (nt)_{\underline{x}}
\end{aligned}$$

3.2.5. Principio de sensibilidad a transferencias

Como se observó en 3.2.4., una transferencia de un ingreso alto a otro bajo, no modifica el *IDRM*, no importa si el par de unidades involucradas están en la parte alta de la distribución de ingresos o en la parte baja. Consecuentemente, el *IDRM* no cumple el principio fuerte de sensibilidad a transferencias pero sí el principio débil.

3.2.6. No negatividad

$$(nt)_{\underline{x}} = \sum_{i=1}^n p_i \left(\frac{x_{\max} - x_i}{x_{\max}} \right) \geq 0$$

3.2.7. Cero igualitario

Note que para $k > 0$ y $\underline{x} = k\underline{1}_n$ entonces $(nt)_{\underline{x}=k\underline{1}_n} = \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{x}}{\max(\underline{x})} \right) = \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{k\underline{1}_n}{k} \right) = 0$

3.2.8. Acotado por arriba por máxima desigualdad

Si $\forall i$, excepto i^* , $x_i = 0$ y $x_{i^*} = k$, con $k > 0$, entonces si denotamos por $\underline{0}_{n-i^*}(k)$ al vector de orden n con ceros en todas sus coordenadas excepto la i^* -ésima con valor igual a k , se tiene que, en este caso, $\underline{x} = \underline{0}_{n-i^*}(k)$ y,

$$\begin{aligned}
(nt)_{\underline{x}} &= \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{x}}{\max(\underline{x})} \right) = \underline{p}' \left(\underline{1}_n - \frac{\underline{0}_{n-i^*}(k)}{\max(\underline{x})} \right) = \underline{p}' \underline{1}_n - \frac{kp_{i^*}}{k} = 1 - p_{i^*} \\
&= 1 - \frac{m_{i^*}}{m_{\bullet}} \rightarrow 1 \text{ cuando } n \rightarrow \infty, \text{ ya que, } m_{\bullet} \rightarrow \infty
\end{aligned}$$

$$(nt)_{\underline{x}} = 1 - \frac{p_{i^*}k}{k} = 1 - p_{i^*} = 1 - \frac{n_{i^*}}{n} \rightarrow 1 \text{ cuando } n \rightarrow \infty.$$

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

3.2.9. Descomposición por grupos

Es deseable que una medida de desigualdad se pueda descomponer por subgrupos de población. Particularmente que la separabilidad sea aditiva, es decir, que el valor del índice para toda la población pueda obtenerse como la suma de las desigualdades intra-grupales e inter-grupales de los subgrupos utilizados. El *IDRM* puede descomponerse de manera aditiva.

Suponga que la composición de $[\underline{x} \underline{p}]$ proviene de una partición de la población con g grupos y cada grupo k tiene n_k unidades, $k = 1, 2, \dots, g$, de modo que $\sum_{k=1}^g n_k = n$.

El ingreso en la unidad i que está en el grupo k se denota por $x_i(k)$ y la proporción de la población que representa este valor por $p_i(k)$, $i = 1, \dots, n_k$.

El valor máximo observado del atributo en el grupo k se denota por $x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}$ y el valor máximo global por $x_{m\acute{a}x}^{(n)}$.

La desigualdad asociada al individuo i del grupo k es:

$$n_i(k) = \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)} - x_i(k)}{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}$$

Por lo tanto, el *IDRM* del grupo k , denotado aquí por $IDRM(k)$ es:

$$\begin{aligned} IDRM(k) &= \sum_{i=1}^{n_k} p_i(k) n_i(k) = \sum_{i=1}^{n_k} p_i(k) \left[1 - \frac{x_i(k)}{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}} \right] = \sum_{i=1}^{n_k} p_i(k) - \frac{\sum_{i=1}^{n_k} p_i(k) x_i(k)}{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}} \\ &= s(k) - \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}} \sum_{i=1}^{n_k} \frac{p_i(k) x_i(k)}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}}, \text{ donde } s(k) = \sum_{i=1}^{n_k} p_i(k). \end{aligned}$$

De modo equivalente,

$$\begin{aligned} \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}} \sum_{i=1}^{n_k} \frac{p_i(k) x_i(k)}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} &= s(k) - IDRM(k) \Leftrightarrow \\ \sum_{i=1}^{n_k} \frac{p_i(k) x_i(k)}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} &= \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} s(k) - \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} IDRM(k) \Leftrightarrow \\ - \sum_{i=1}^{n_k} \frac{p_i(k) x_i(k)}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} &= \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} IDRM(k) - \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} s(k) \end{aligned}$$

Entonces, la desigualdad total puede escribirse como:

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

$$\begin{aligned}
(nt)_{\underline{x}} &= 1 - \sum_{k=1}^g \sum_{i=1}^{n_k} \frac{p_i(k)x_i(k)}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} = \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} IDRM(k) - \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} s(k) + 1 \\
&= \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} IDRM(k) + \left[1 - \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} s(k) \right] \tag{1}
\end{aligned}$$

Por otro lado, $\sum_{k=1}^g s(k) = \sum_{k=1}^g \sum_{i=1}^{n_k} p_i(k) = 1$, ya que es la suma de las proporciones de todas las unidades en la poblaci3n. Por lo tanto

$$\begin{aligned}
\left[1 - \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} s(k) \right] &= \sum_{k=1}^g s(k) - \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} s(k) = \sum_{k=1}^g s(k) \left[1 - \right. \\
&\left. \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} \right] = (nt)_{\underline{x}_{m\acute{a}x}}, \tag{2}
\end{aligned}$$

donde $\underline{x}_{m\acute{a}x} = (x_{m\acute{a}x}^{(n_1)}, x_{m\acute{a}x}^{(n_2)}, \dots, x_{m\acute{a}x}^{(n_g)})$. Es decir, $(nt)_{\underline{x}_{m\acute{a}x}}$ es el *IDRM* entre grupos, el cual podemos renombrar como $IDRM(\underline{x}_{m\acute{a}x})$, es decir, $(nt)_{\underline{x}_{m\acute{a}x}} = IDR M(\underline{x}_{m\acute{a}x})$.

Substituyendo la ecuaci3n (2) en la (1), obtenemos la descomposici3n por grupos:

$$\begin{aligned}
(nt)_{\underline{x}} &= \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} IDRM(k) + \left[1 - \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} s(k) \right] \\
&= \sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} IDRM(k) + IDR M(\underline{x}_{m\acute{a}x})
\end{aligned}$$

As3, el *IDRM* total, $(nt)_{\underline{x}}$, es una combinaci3n lineal de los *IDRM* dentro de cada grupo, $\sum_{k=1}^g \frac{x_{m\acute{a}x}^{(n_k)}}{x_{m\acute{a}x}^{(n)}} IDR M(k)$, m3s el *IDRM* entre grupos, $IDRM(\underline{x}_{m\acute{a}x})$.

3.2.10. Otras propiedades

Una funci3n de bienestar social asociada al *IDRM*

Si x es el ingreso de un individuo en una distribuci3n donde el m3ximo ingreso se representa por $x_{m\acute{a}x}$, entonces podemos definir una funci3n de utilidad individual $U(x) = x/x_{m\acute{a}x}$. Observe que tal utilidad est3 definida en t3rminos de ingresos pero no es un ingreso, puede interpretarse como la satisfacci3n del consumidor con ingreso x respecto a la que obtiene el consumidor con ingreso $x_{m\acute{a}x}$ en la obtenci3n de productos, lo cual atiende una cr3tica a las funciones de utilidad expresadas como ingresos y no como medidas de satisfacci3n

**Art3culo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

(Magdalou, 2018).

Con la anterior función de utilidad individual, la de bienestar social estaría dada por:

$$U(\underline{x}_{(.)}) = \frac{1}{m_{\bullet}} \sum_{i=1}^n \frac{m_{(i)}x_{(i)}}{x_{(n)}} = \sum_{i=1}^n \frac{p_{(i)}x_{(i)}}{x_{(n)}} = \frac{\bar{x}}{x_{(n)}}$$

Esta función de bienestar está acotada, toma valores desde p_n (todas las unidades, excepto una, tienen ingreso cero) hasta 1 (todas las unidades reciben el mismo ingreso medio $\sum_{i=1}^n \frac{m_{(i)}x_{(i)}}{m_{\bullet}} = \sum_{i=1}^n p_{(i)}x_{(i)}$).

La curva de Lorenz y el IDRM

El *IDRM* es función del área bajo la curva de Lorenz como se puede observar de la siguiente representación del *IDRM*. Denotemos por $T = \sum_{i=1}^n m_{(i)}x_{(i)}$ al ingreso total, entonces:

$$\begin{aligned} (nt)_{\underline{x}} &= (nt)_{\underline{x}_{(.)}} = \sum_{i=1}^n p_{(i)} \left(\frac{x_{(n)} - x_{(i)}}{x_{(n)}} \right) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n p_{(i)} x_{(i)}}{x_{(n)}} \\ &= 1 - \frac{1}{m_{\bullet} x_{(n)}} \sum_{i=1}^n m_{(i)} x_{(i)} = 1 - \frac{T}{m_{\bullet} x_{(n)}} \sum_{i=1}^n \frac{m_{(i)} x_{(i)}}{T} \\ &= 1 - \frac{T}{m_{\bullet} x_{(n)}} \sum_{i=1}^n s_{(i)} = 1 - \sum_{i=1}^n \delta s_{(i)} \end{aligned}$$

donde $\delta = \frac{T}{m_{\bullet} x_{(n)}}$ y $s_{(i)}$ es la cuota de ingreso correspondiente a la unidad (i) . Si

el j -ésimo punto de la curva de Lorenz es $(\sum_{i=1}^{i=j} p_{(i)}, \sum_{i=1}^{i=j} s_{(i)})$, $j = 1, 2, \dots, n$, entonces, el j -ésimo punto de la curva vinculada al *IDRM* es $(\sum_{i=1}^{i=j} p_{(i)}, \sum_{i=1}^{i=j} \delta s_{(i)})$, $j = 1, 2, \dots, n$, (Figura 1). En otras palabras, el *IDRM* es el área del cuadrado unitario menos el área de la curva de Lorenz vinculada al *IDRM*.

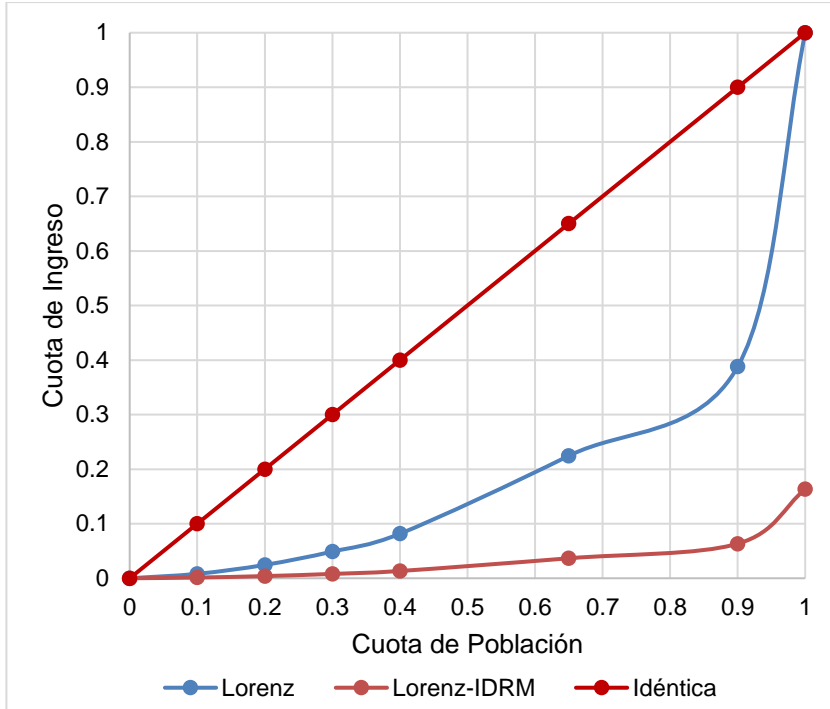


Figura 1. Curva de Lorenz e IDRMs

Fuente: Elaboración propia.

El índice de Atkinson (I_A) y el IDRMs

El índice de Atkinson se puede expresar como:

$$I_A(\underline{x}, \varepsilon) = 1 - \frac{x_{EDE}}{\bar{x}}$$

Donde $x_{EDE} = \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_{(i)} x_{(i)}^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$, es el ingreso igualmente distribuido equivalente con parámetro de aversión a la desigualdad igual a ε , y $\bar{x} = \sum_{i=1}^n p_{(i)} x_{(i)}$ es el ingreso medio (Liberati & Bellù, 2006).

Asimismo, el IDRMs puede escribirse como:

$$(nt)_{\underline{x}} = (nt)_{\underline{x}_{(n)}} = \sum_{i=1}^n p_{(i)} \left(\frac{x_{(n)} - x_{(i)}}{x_{(n)}} \right) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n p_{(i)} x_{(i)}}{x_{(n)}} = 1 - \frac{\bar{x}}{x_{(n)}}$$

Definición de un parámetro de tolerancia a la desigualdad (τ) para el IDRMs

$x_{(n)}$ puede escribirse en función de \bar{x} :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n p_{(i)} x_{(i)} = \sum_{i=1}^n p_{(i)} f_{(i)} x_{(n)} \Leftrightarrow x_{(n)} = \frac{\bar{x}}{\sum_{i=1}^n p_{(i)} f_{(i)}}$$

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

Donde $f_{(i)} = \frac{x_{(i)}}{x_{(n)}}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Es claro que $1/\sum_{i=1}^n p_{(i)} f_{(i)} \geq 1$, si fuera igual a 1, no habría desigualdad. Se puede definir como parámetro de tolerancia a la desigualdad, denotada por τ , a la diferencia:

$$\tau = \frac{1}{\sum_{i=1}^n p_{(i)} f_{(i)}} - 1 = \frac{x_{(n)}}{\frac{\sum_{i=1}^n m_{(i)} x_{(i)}}{m_{\bullet}}} - 1 = \frac{x_{(n)}}{\bar{x}} - 1$$

Los valores de $\tau \in [0, \infty)$ y vale t cuando $x_{(n)} = (t + 1)\bar{x}$.

Definición de un ingreso más igualmente distribuido equivalente (x_{MIDE}) para el IDRM

Dada la función de bienestar social definida para el IDRM, no existe un ingreso igualmente distribuido equivalente, ya que, para mantener la misma función de bienestar el ingreso $x_{(n)}$ debe permanecer; no obstante, se puede definir un ingreso más igualmente distribuido equivalente, denotado por x_{MIDE} , como sigue. Considere el mismo ingreso x_{MIDE} para todos, excepto uno de la unidad con el máximo ingreso $x_{(n)}$ ($m_{\bullet} - 1$ de los elementos en la población reciben x_{MIDE} y 1 de ellos recibe $x_{(n)}$), de modo que esta distribución tenga el mismo bienestar social que la original, es decir, se cumpla:

$$\begin{aligned} \frac{1}{m_{\bullet}} \frac{(m_{\bullet} - 1)x_{MIDE} + x_{(n)}}{x_{(n)}} &= \frac{1}{m_{\bullet}} \sum_{i=1}^n \frac{m_{(i)}x_{(i)}}{x_{(n)}} = U(\underline{x}_{(.)}) = \frac{1}{m_{\bullet}x_{(n)}} \left[\sum_{i=1}^n m_{(i)}x_{(i)} \right] \\ &= \frac{1}{m_{\bullet}x_{(n)}} T \end{aligned}$$

Lo anterior es equivalente a:

$$(m_{\bullet} - 1)x_{MIDE} + x_{(n)} = T = m_{\bullet}\bar{x}$$

Así:

$$x_{MIDE} = \frac{m_{\bullet}\bar{x} - x_{(n)}}{m_{\bullet} - 1}$$

Este ingreso llama la atención por ser casi \bar{x} cuando la población es grande. Imagine una población con 126'014,024 elementos (m_{\bullet}), cuyo ingreso medio sea de 50,309.00 (\bar{x}) pero una persona tenga un ingreso de 10'702,107 ($x_{(n)}$), entonces $x_{MIDE} = 50,308.916$. Para esta situación el $IDRM = (nt)_{\underline{x}} = (nt)_{\underline{x}_{(.)}} = 1 - \frac{\bar{x}}{x_{(n)}} = 0.9953$, la tolerancia a la desigualdad $\tau = \frac{x_{(n)}}{\bar{x}} - 1 = 211.73$ y el valor de

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

la función de bienestar social $U(\underline{x}_{(.)}) = \frac{\bar{x}}{x_{(n)}} = 0.0047$. Es decir, si 126'014,023 elementos recibieran el ingreso más igualmente distribuido equivalente de 50,308.916 y un elemento recibiera 10'702,107, habría una desigualdad casi perfecta, una función de bienestar casi de cero con una tolerancia a la desigualdad muy grande. Por otro lado, si todos en la población recibieran 50,309.00, no habría desigualdad, la tolerancia sería cero y el bienestar tendría el valor más alto posible (1). Así, una diferencia de aproximadamente 0.084 en el ingreso de cada elemento, la cual retiene una sola persona, induce un gran desequilibrio en la igualdad (¡y el mercado!), 0.9953, y un bienestar muy bajo, 0.0047, a cambio de una tolerancia muy alta, 211.73. Los datos anteriores corresponden a la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos en los Hogares de México para el ingreso trimestral en 2020 (*Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH). 2020 Nueva serie, s/f*). Si los mismos datos se tomaran en deciles, el máximo ingreso sería 163,282.00 (valor promedio del decil más alto). En este caso $x_{MIDE} = 50,308.9991$, $IDRM = 0.6919$, $\tau = 2.25$ y $U(\underline{x}_{(.)}) = 0.3081$. Los últimos tres valores difieren mucho de los anteriores por ser calculados con valores agrupados en grupos muy grandes, aunque la diferencia singular es la del ingreso máximo.

El número de Palma (P) y el IDRM

El IDRM como función del número de Palma

De la ecuación $(nt)_{\underline{x}} = (nt)_{\underline{x}_{(.)}}$, se tiene:

$$(nt)_{\underline{x}} = (nt)_{\underline{x}_{(.)}} = \sum_{i=1}^n p_{(i)} \left(\frac{x_{(n)} - x_{(i)}}{x_{(n)}} \right)$$

Puesto que el número de Palma utiliza los ingresos de los deciles, aquí $n = 10$, los $p_{(i)} = 0.1, i = 1, 2, \dots, 10$ y un número de Palma es $P = x_{(10)}/x_{(1)}$ cuando se toma el decil superior contra el decil inferior. No obstante, note que el sencillo desarrollo siguiente puede llevarse con cualquier número de Palma $P = x_{(n)}/x_{(1)}$ si en la n -ésima categoría se considera un porcentaje (ej. 10%) de los de mayor ingreso y en la primera categoría se considera un porcentaje (ej. 40%) de los de menor ingreso. De lo anterior:

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

$$\begin{aligned}
(nt)_{\underline{x}} &= (nt)_{\underline{x}_{(1)}} = \sum_{i=1}^n p_{(i)} \left(\frac{x_{(n)} - x_{(i)}}{x_{(n)}} \right) = \sum_{i=1}^n p_{(i)} \left(\frac{(x_{(n)} - x_{(i)})/x_{(1)}}{\frac{x_{(n)}}{x_{(1)}}} \right) = \sum_{i=1}^n p_{(i)} \left(\frac{P - \frac{x_{(i)}}{x_{(1)}}}{P} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n p_{(i)} - \frac{P^{-1} \sum_{i=1}^n p_{(i)} x_{(i)}}{x_{(1)}} = \sum_{i=1}^n p_{(i)} - P^{-1} \left(p_{(1)} + \frac{\sum_{i=2}^{n-1} p_{(i)} x_{(i)}}{x_{(1)}} + p_{(n)} P \right) \\
&= \sum_{i=1}^n p_{(i)} - p_{(n)} - P^{-1} \left(p_{(1)} + \frac{\sum_{i=2}^{n-1} p_{(i)} x_{(i)}}{x_{(1)}} \right) = 1 - p_{(n)} - P^{-1} \left(p_{(1)} + \frac{\sum_{i=2}^{n-1} p_{(i)} x_{(i)}}{x_{(1)}} \right) \quad (3)
\end{aligned}$$

Note que la expresión entre paréntesis del lado derecho de la última ecuación no depende de P , ya que, es independiente de $x_{(n)}$, la denotaremos por P^* . Así, el $IDRM$ está en función de P y P^* , el resto es una constante.

Dado un valor de P , P^* explica lo que deja de explicar P en el $IDRM$

Considere un valor fijo de P en (3), es decir, $x_{(n)}$ y $x_{(1)}$ están fijos. Los ingresos $x_{(i)}$, $i = 2, 3, \dots, n - 1$, están libres y modifican al $IDRM$. Si $x_{(i)} = x_{(n)}$, $\forall i = 2, 3, \dots, n - 1$, entonces P^* toma su máximo valor o el $IDRM$ su mínimo valor, al que denotaremos por \underline{IDRM} , y es:

$$\begin{aligned}
\underline{IDRM} &= 1 - p_{(n)} - P^{-1} \left(p_{(1)} + \frac{\sum_{i=2}^{n-1} p_{(i)} x_{(n)}}{x_{(1)}} \right) = 1 - p_{(n)} - P^{-1} \left(p_{(1)} + \sum_{i=2}^{n-1} p_{(i)} P \right) \\
&= p_{(1)}(1 - P^{-1})
\end{aligned}$$

De manera análoga si $x_{(i)} = x_{(1)}$, $\forall i = 2, 3, \dots, n - 1$, entonces P^* toma su mínimo valor o el $IDRM$ su máximo valor, al que denotaremos por \overline{IDRM} , y es:

$$\begin{aligned}
\overline{IDRM} &= 1 - p_{(n)} - P^{-1} \left(p_{(1)} + \frac{\sum_{i=2}^{n-1} p_{(i)} x_{(1)}}{x_{(1)}} \right) = 1 - p_{(n)} - P^{-1} \left(p_{(1)} + \sum_{i=2}^{n-1} p_{(i)} \right) \\
&= (1 - p_{(n)})(1 - P^{-1})
\end{aligned}$$

Así, el valor del $IDRM$, $(nt)_{\underline{x}} = (nt)_{\underline{x}_{(1)}}$, yace entre estos dos umbrales, es decir:

$$\underline{IDRM} \leq (nt)_{\underline{x}_{(1)}} \leq \overline{IDRM}$$

Una medida de lo que deja de explicar P en la medida de desigualdad (en este caso el $IDRM$) y que denotaremos por NoP estaría dada por:

$$NoP = \frac{(nt)_{\underline{x}_{(1)}} - \underline{IDRM}}{\overline{IDRM} - \underline{IDRM}} = \frac{(nt)_{\underline{x}_{(1)}} - p_{(1)}(1 - P^{-1})}{(1 - p_{(1)} - p_{(n)})(1 - P^{-1})}$$

El $IDRM$ es sensible al P

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Sean $\underline{y}_{()} = \{y_{(i)}\}_{i=1,2,\dots,n}$ y $\underline{x}_{()} = \{x_{(i)}\}_{i=1,2,\dots,n}$ dos distribuciones de ingresos tales que $\frac{y_{(i)}}{y_{(1)}} = \frac{x_{(i)}}{x_{(1)}} \forall i = 2, 3, \dots, n - 1$; $P_y = \frac{y_{(n)}}{y_{(1)}} > \frac{x_{(n)}}{x_{(1)}} = P_x$; y las proporciones $p_{(i)}$ son las mismas para toda $i = 1, 2, \dots, n$ en las dos distribuciones, entonces es claro que $(nt)_{\underline{y}_{()}} > (nt)_{\underline{x}_{()}}$, es decir, si las razones respecto a los mínimos de los ingresos ajenos a P y las proporciones no cambian, a un mayor P se tiene un mayor *IDRM*.

4. Resultados y discusión

Abordaremos la discusión a partir de los resultados obtenidos y algunos ejemplos. En primera instancia veremos una comparación del índice propuesto con las medidas tradicionales de desigualdad y posteriormente valoraremos el desempeño práctico del *IDRM*.

4.1. Propiedades deseables

El Cuadro 2 muestra el desempeño comparativo de las medidas de desigualdad más frecuentes en cuanto a las propiedades que se han establecido como deseables. El cuadro incluye al índice propuesto (*IDRM*) y la familia de razones de Palma, cuyo uso se ha extendido entre los estudios que describen desigualdad, por su interpretación accesible. Al considerar las nueve propiedades teóricas listadas en la sección 3.2, con valoraciones igualmente importantes de cumplimiento, se observa que el *IDRM* es tan robusto como el resto de los índices que se comparan (todos los índices cumplen ocho propiedades, excepto Dalton y Gini, Palma no es un índice de desigualdad). Cowell (2011) sugiere, si se desea considerar a todas y cada una de las distribuciones del ingreso posibles (no alguna familia de distribuciones con características particulares) que es razonable exigir se cumplan el principio de transferencias de Dalton-Pigou (fuerte) y la propiedad de descomposición. Todos los índices que se comparan cumplen el principio de transferencias de Dalton-Pigou (fuerte), a excepción del *IDRM*, cumple la condición débil, lo cual puede ser valorado como una ventaja en la medición de la desigualdad y no una debilidad. Para ver lo anterior, considere una distribución de ingresos con 5 individuos A, B, C, D y E, sus

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

ingresos respectivos son 0, 10, 25, 50 y 80 unidades, el promedio de ingresos es 33; el índice de Gini (más usado para analizar desigualdad) toma el valor de 0.485, el *IDRM* toma el valor de 0.588. Considere una transferencia de 4 unidades del individuo B al individuo A, la nueva distribución es: 4, 6, 25, 50, 80; Gini toma el valor de 0.475 e indica una disminución de la desigualdad, *IDRM* mantiene su valor. En efecto, hay una disminución de la desigualdad entre A y B, ahora están más cerca uno de otro en la escala social, sin embargo, observar que A está en una “mejor” condición, “más cercana” a los restantes cuatro individuos, ello ocurrió a costa de la transferencia obtenida de B, que ahora está en mayor desigualdad respecto a C, D y E. Por su parte la concentración de los tres individuos más ricos se mantuvo. En este escenario sería difícil admitir que la desigualdad ha disminuido (como lo señalarían todos los índices, a excepción del *IDRM*) y surge la duda de si la propiedad del principio de transferencias fuerte tiene la capacidad de capturar la idea general sobre desigualdad (Chateauneuf & Moyes, 2005). El *IDRM* cumple siempre la condición débil del principio de transferencias, señalando que la desigualdad se mantiene y cumple la condición fuerte sólo si la transferencia ocurre desde el individuo con el valor máximo, en cuyo caso habría una reducción de la desigualdad, no sólo entre el individuo que recibe la transferencia y el máximo, también entre el resto de los individuos y el máximo⁵.

Observar también que si el individuo B, en la distribución original, se encuentra ligeramente por arriba de alguna línea hipotética de pobreza, la transferencia podría colocarlo en tal condición sin una mejora sustantiva en el individuo A. Retomando a Cowell (2011), sería ideal contar con una manera de ver la desigualdad que refleje tanto la profundidad de la pobreza de los "pobres" de la sociedad como el nivel de bienestar de los "ricos": no es fácil lograr esto simplemente mirando los ingresos acumulados o la riqueza que poseen dos o tres grupos. En este sentido, proponemos al *IDRM* como una herramienta robusta para atender este ideal.

⁵ Notar que otra estrategia para disminuir la desigualdad consistiría en aumentar el ingreso de todos los individuos adicionando una constante $k > 0$, incluido el máximo.

Cuadro 2. ¿Qué cumple cada medida?

| índices de desigualdad & propiedades | Independencia de escala & tamaño de población (P2 & P3) | Principio de transferencias (P4 & P5) | Rango en intervalo [0, 1] (P6, P7 & P8) | Descomponible (P9) |
|--------------------------------------|---|---------------------------------------|---|--------------------|
| Atkinson (8) | Sí | Fuerte P4 | Sí | Sí |
| Dalton (6) | No | Fuerte P4 | No | Sí |
| Entropía Gen. (8) | Sí | Fuerte P5 | No | Sí |
| Gini (7) | Sí | Fuerte P4 | Sí | No |
| Herfindahl (8) | No | Fuerte P5 | Sí, pero $min > 0$ | Sí |
| MLD (8) | Sí | Fuerte P5 | No | Sí |
| Theil (8) | Sí | Fuerte P5 | No | Sí |
| IDRM (8 ^Z) | Sí | Débil P4 ^Z & Débil P5 | Sí | Sí |
| Palma (T_x/B_y) (3) | Sí | No ^Y | No | No |

Notas: Todas las medidas de desigualdad cumplen el principio de anonimidad o simetría (P1). ^Z el *IDRM* es invariante a transferencias de ingreso entre unidades, siempre que la unidad que transfiere no sea el máximo, así siempre cumple el principio de Dalton-Pigou de manera débil; si la transferencia se realiza desde el máximo, el principio se cumple de manera fuerte. ^Y Un cambio en la razón de Palma ocurriría si la transferencia ocurre del decil superior T_x , al decil inferior B_y . Fuente: Elaboración propia, con base en Cowell (2011, pág. 72) y desarrollos propios.

4.2. Contraste del *IDRM* con otras medidas

Se presentan resultados prácticos para ilustrar las bondades del índice propuesto y su contraste con las medidas estándares de medición de la desigualdad. Se utilizó la base de datos sobre desigualdad de ingresos en el mundo (UNU-WIDER, 2022) que a escala global es el conjunto más completo de estadísticas sobre desigualdad de ingresos disponible, la versión utilizada (30 de junio de 2022) contiene información de 201 países y algunas cifras hasta el año 2021. Se seleccionaron cifras de los ingresos netos per cápita en los hogares de cincuenta y ocho países de los cinco continentes, con la característica de tener series de datos con al menos tres mediciones cubriendo un periodo de al menos 5 años. El Cuadro 1 del Anexo muestra los países seleccionados, el periodo disponible de información, el reporte del Índice de Gini, la razón de Palma (10) y el cálculo del *IDRM* en año inicial y final del periodo. También se reporta el

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

porcentaje de cambio (anualizado en el periodo disponible) que ocurrió del año inicial (Año i) al último año disponible en la base de datos (Año f).

Congruencia

El primer contraste del *IDRM* se realizó considerando a los índices de Gini, Atkinson y Theil, medidas preferentes en los análisis de desigualdad y con importancia reciente al indicador denominado razón de Palma. Al ser estos índices e indicador diferentes medidas sobre la misma distribución del ingreso (en cada país), se espera que sus valores expresen entre sí algún patrón de correlación y que las discrepancias en el valor medido puedan atribuirse a las propiedades inherentes a cada índice. Lo anterior se verificó midiendo la asociación lineal (coeficiente de correlación de Pearson) entre los valores de cada índice, referentes al último año de información disponible. Los resultados se reportan en la matriz de correlaciones A (Cuadro 3): tres índices de desigualdad (Gini, Atkinson y Theil) muestran una asociación lineal casi perfecta (correlaciones superiores a 0.982) mostrando *grosso modo* que cualquier elección de medida produciría en esencia los mismos resultados. Considerando a estos tres índices referentes, las mediciones de *IDRM* también muestran asociaciones fuertes como esperado, pero incorporan discrepancias con los panoramas de desigualdad referentes, las correlaciones están entre 0.925(Theil) y 0.969(Gini). Sobre el indicador de Palma, cuyo uso se ha extendido por proporcionar una idea intuitiva e interpretación directa de la desigualdad (Mejía & Chaparro, 2020), es la medida cuyos resultados describen la menor asociación con los cuatro índices y siendo la menor, con el *IDRM*; no olvidar que dicho indicador, sacrifica en su fin aspectos formales de la medición.

Un segundo contraste tiene que ver con el panorama que muestra cada índice sobre el cambio de la desigualdad en el tiempo (ver matriz de correlación B): similar a lo anterior, las mediciones de Gini, Atkinson y Theil señalan cambios temporales altamente correlacionados (disminuciones o aumentos de la desigualdad en los países), el indicador de Palma y el *IDRM* proporcionan resultados en los cambios de desigualdad menos correlacionados o distintos que los que describen los referentes usuales.

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

En síntesis, *IDRM* proporciona resultados congruentes (correlacionados) con los panoramas de desigualdad que describen los índices usuales, sin embargo, incorpora en su diseño aspectos como el Principio de Transferencias Dalton-Pigou (condición débil) que proporciona un efecto robusto ante transferencias no significativas (en términos de desigualdad) de ingresos, y ello puede conducir a que los cambios de la desigualdad en el tiempo presenten resultados distintos a los índices convencionales.

Cuadro 3. Matriz de correlación en variables seleccionadas

| | A - Medidas de desigualdad año f | | | | | B – Mediciones de cambio % | | | | |
|-----------------|----------------------------------|----------|-------|-------|-------|----------------------------|----------|-------|-------|-------|
| | Gini | Atkinson | Theil | IDRM | Palma | Gini | Atkinson | Theil | IDRM | Palma |
| Gini | 1.000 | | | | | 1.000 | | | | |
| Atkinson | 0.992 | 1.000 | | | | 0.978 | 1.000 | | | |
| Theil | 0.982 | 0.992 | 1.000 | | | 0.997 | 0.967 | 1.000 | | |
| IDRM | 0.969 | 0.935 | 0.925 | 1.000 | | 0.896 | 0.811 | 0.920 | 1.000 | |
| Palma10 | 0.832 | 0.883 | 0.896 | 0.732 | 1.000 | 0.836 | 0.897 | 0.828 | 0.623 | 1.000 |

Fuente: Elaboración propia.

Sensibilidad y magnitud

Una visualización para analizar los datos se muestra en la Figura 2, se contrastaron el *IDRM* y el índice de Gini vs el indicador de Palma 10 para el último año disponible en la base de datos. Se omitieron 2 observaciones (Cote d'Ivoire y South Africa) cuyos valores para el indicador de Palma son superiores a 60 veces (proporción de ingreso del decil superior vs decil inferior) y para el índice de Gini e *IDRM* superiores a 0.5.

Para analizar la información, recordar que tanto el índice de Gini como *IDRM* toman valores en el intervalo [0,1] y que un valor cercano 0 indica una condición

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

cercana a la distribución igualitaria de los recursos y un valor cercano a 1 indica una condición de extrema desigualdad, cuando un individuo o un conjunto reducido de individuos poseen la gran masa de recursos. Estas ideas inducen a su vez la idea de que valores por debajo de 0.5 están más cercanos a cero y por tanto a una condición más cercana a la igualdad y distante de la extrema desigualdad. Así, la media del índice de Gini para los países analizados corresponde a 36.6%, la mediana 34.43%, resultando que unos pocos países (5) se encuentran por encima del 50%. Una conclusión sintética y general sería que el conjunto de países analizados tiene condiciones de desigualdad que están más cercanas al escenario positivo ideal y sólo cinco países están más cerca de condiciones no deseables (Brazil, India, Colombia, Cote d'Ivoire y South Africa). El indicador de Palma, con el propósito de dibujar una idea sensibilizadora de lo que significa la desigualdad, muestra que la proporción de ingreso acumulada por el decil superior respecto al inferior es en promedio 17.69 veces, con mínimo de 5.39 y máximo de 105.45 veces; en contraste a Gini, Palma pone a luz la crudeza de la desigualdad: aún en el país menos desigual (Slovakia, índice de Gini 23.24%) la distancia entre los ingresos del primer decil y último decil es poco superior a 5 veces. Sin embargo, queda sin responder qué ocurre en el 80% de la población comprendida entre el primer y último decil: ¿cómo se modifica la desigualdad?

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

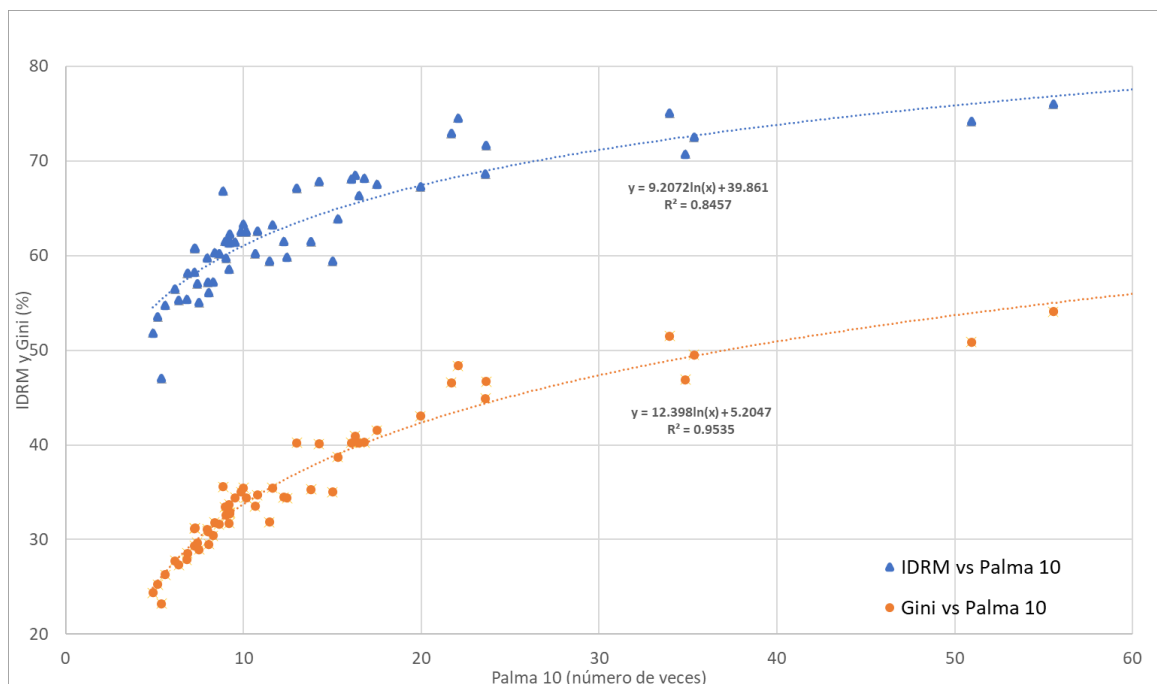


Figura 2. Contrastes IDRM vs Palma 10 e Índice de Gini vs Palma 10.

Fuente. Elaboración propia.

Por el lado de *IDRM* se observa que sólo un país (Slovakia, *IDRM* 47.00) se encuentra debajo del 50%, describe un escenario ligeramente más cercano a una condición de igualdad; el promedio de *IDRM* es 63.21, mediana 66.59 y máximo 82.40 (South Africa), muestra una visión congruente con Palma pero más robusta, al resaltar la agudeza de la desigualdad (el grueso de los países está más cerca del escenario no deseable) pero considerando el aporte a la desigualdad de lo que ocurre en los grupos intermedios de la población de los países, es decir, considerando toda la información. En resumen, se requiere que la razón entre la proporción que concentra el decil superior y la respectiva del decil inferior sea de al menos 30 veces para que Gini tome valores ligeramente superiores al 50%. De esta inspección es posible concluir en dos aspectos, la sensibilidad de *IDRM* para mostrar que la mayoría de los países están más cerca de la extrema desigualdad (valores superiores a 50%) y la magnitud de la desigualdad, ya que en todos los países donde Palma10 es superior a 30, *IDRM* toma valores superiores a 70%.

Observar que Gini y Palma guardan una relación más estrecha en su descripción de la desigualdad (pseudo $R^2=0.95$) que la relación que describe *IDRM* vs

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Palma (pseudo $R^2=0.84$), siendo la explicación de estas variaciones que Gini muestra poca variación en el 80% de la población ubicada entre los deciles extremos, como Palma, a diferencia del *IDRM*.

Sobre los cambios anualizados, tanto de incremento como de decremento en desigualdad (del año inicial al año final) que señala Palma tienen correspondencia con los cambios que señala el *IDRM*, con la anotación de que los cambios señalados por *IDRM* son de menor magnitud, tanto para indicar una distribución más igualitaria como para señalar la agudización de la desigualdad. Por ejemplo, para el caso de Perú, Palma señala un decremento en desigualdad (2004 a 2016) de -8.73 y en el caso de *IDRM* de apenas -0.60, es decir, un escenario donde la desigualdad prácticamente se ha mantenido constante. Otro ejemplo es Japan, donde el cambio anual señalado por Palma en el periodo 2009-2014 indica una disminución de la desigualdad en -4.35%, por su parte *IDRM* indica un incremento de la desigualdad de 0.15%. Es notorio que los estudios de desigualdad deberían realizarse con las herramientas robustas que sean congruentes con la realidad de las personas. Postulamos de estos análisis descriptivos que *IDRM* podría fungir como una herramienta sensible y consistente para el monitoreo de la desigualdad.

Sesgo sobre datos agrupados

De manera frecuente los índices o indicadores empleados para medir la desigualdad utilizan para su cálculo datos agrupados, siendo lo más común el uso de quintiles o deciles, esto tiene su justificación en que datos así agrupados son estadísticamente comparables entre países o bien los resultados agrupados tienen representatividad de la población objetivo, adicionalmente se tiene que las proporciones de ingreso en quintiles o deciles se manejan y comprenden con relativa facilidad.

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

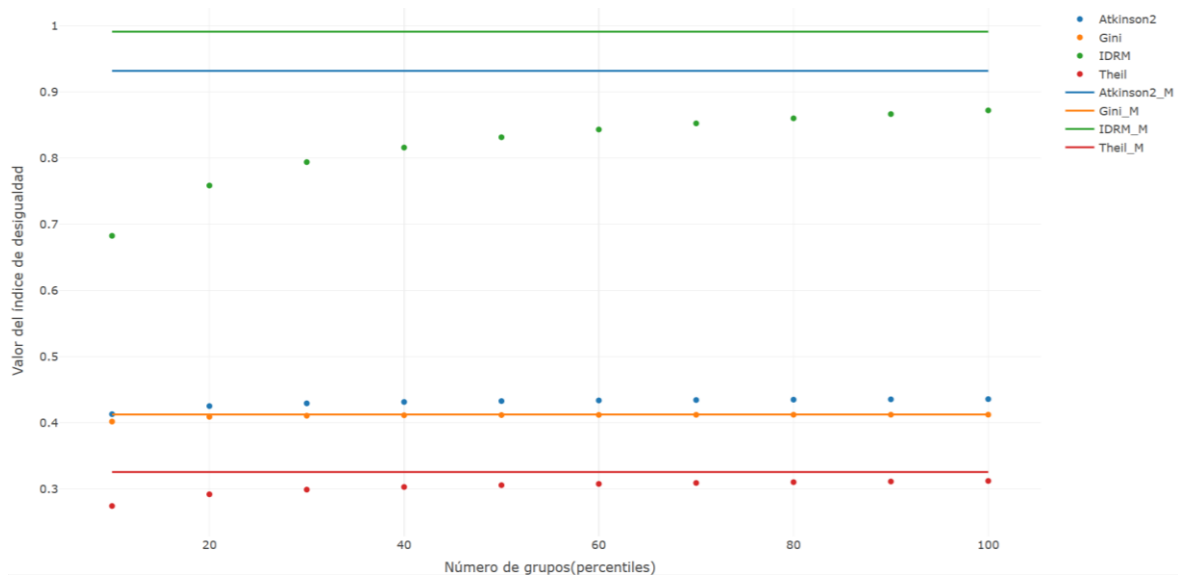


Figura 3. Sesgo de cálculo de la desigualdad usando datos agrupados.

Fuente. Elaboración propia.

Sobre el índice de Gini, se tiene evidencia de que su valor obtenido a partir de datos agrupados puede representar una medición sesgada de la desigualdad (Lerman & Yitzhaki, 1984, 1989). Entonces, como un aspecto más para valoración del *IDRM*, se estudió su desempeño considerando como referente a los microdatos de la ENIGH 2022 y comparando los valores obtenidos al construir grupos (10, 20, ..., y 100); también se inspeccionaron los índices referentes. Los hallazgos se reportan en la Figura 3. Usando deciles vs microdatos las subestimaciones porcentuales de Gini, Theil, *IDRM* y Atkinson son 2.6, 15.7, 31.1 y 53.8%, respectivamente; estas diferencias se hacen más pequeñas conforme se suaviza la distribución de ingresos (incrementando el número de grupos). Gini y Theil (microdatos vs deciles 0.4126 vs 0.4018 y 0.3258 vs 0.2744, respectivamente) muestran los menores sesgos respecto a su cálculo con microdatos; ambos pares de valores describen que la distribución de ingresos es más cercana a la igualdad (valores menores a 0.5 para Gini y mucho menores a $\log(10)$, para el caso de Theil⁶). Los valores de *IDRM* y Atkinson, microdatos vs deciles, son 0.9910 vs 0.6826 y 0.9318 vs 0.4131, respectivamente; observar que los valores de microdatos (superiores a 0.93 > 0.5) indican que la distribución

⁶ El valor máximo del índice de Theil es $\log(n)$.

está más cerca de la extrema desigualdad; la misma interpretación se obtiene de *IDRM* obtenido con datos agrupados (con cualquier número de grupos), no así con Atkinson cuyos valores en datos agrupados son menores a 0.5. Si bien *IDRM* presenta un sesgo de 15.7% con deciles respecto a microdatos, es el único índice que guarda consistencia entre las conclusiones que se derivan de ambos tipos de datos e inclina la balanza en dirección de la extrema desigualdad.

Estabilidad-consistencia

Una posible crítica sobre el *IDRM* es su dependencia del valor máximo que se observa en la distribución, lo que aparentemente podría provocar inestabilidad o gran variación en las mediciones; sin embargo, la presencia de valores que se alejan en extremo del promedio ocurre frecuentemente en los estudios del ingreso, y por tal razón no podrían considerarse *outliers*. De hecho, existe evidencia de que personas u hogares en las partes altas de la distribución tienen ingresos subestimados, al menos para el caso mexicano estudiado a través de la ENIGH (Del Castillo, 2015; Esquivel, 2015; González, 2023; Reyes, Teruel y Morales, 2017).

Se valoró la estabilidad de *IDRM* y las medidas tradicionales a través de simulación *Bootstrap* (Wasserman, 2006), método no paramétrico (no asume alguna distribución subyacente para el ingreso) para estimar la varianza y distribución de indicadores. Con los microdatos de la ENIGH 2022 se instrumentó el método Bootstrap para generar 1000 muestras. Los resultados se despliegan en el Cuadro 4.

Cuadro 4. Coeficientes de variación en el *IDRM* y en medidas tradicionales de desigualdad.

| Característica | Microdatos | | | | Deciles | | | |
|------------------|------------|---------|-----------------------|-------------|---------|---------|-----------|-------------|
| | Gini | Theil | Atkinson ² | <i>IDRM</i> | Gini | Theil | Atkinson* | <i>IDRM</i> |
| Valor observado | 0.41268 | 0.32574 | 0.93183 | 0.99110 | 0.40196 | 0.27440 | 0.41313 | 0.68263 |
| Media b | 0.41230 | 0.32490 | 0.92516 | 0.99049 | 0.40162 | 0.27385 | 0.41270 | 0.68221 |
| Error estándar b | 0.00201 | 0.00656 | 0.02900 | 0.00148 | 0.00182 | 0.00301 | 0.00241 | 0.00223 |
| CV (%) | 0.48733 | 2.01806 | 3.13492 | 0.14938 | 0.45357 | 1.09792 | 0.58507 | 0.32744 |

²En el índice de Atkinson se utilizó el parámetro de aversión $\varepsilon = 2$.

Fuente: Elaboración propia.

Del cálculo de los promedios Bootstrap, que por diseño del método se espera

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponibile en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

que aproximen a los valores observados, notamos que todas las estimaciones son cercanas a sus correspondientes observados (diferencias menores a 0.72%) y es posible concluir que el proceso *Bootstrap* generó muestras representativas de la población. En este escenario analizamos al coeficiente de variación (CV) a partir de las 1000 muestras. El CV expresa a la desviación estándar como un porcentaje de la media, es una medida relativa de precisión: conforme sus valores son más próximos a cero, la estimación es más precisa y viceversa (INEGI, 2017). Considerando la simulación con muestras *Bootstrap* y el CV obtenido a partir de microdatos se concluye que el *IDRM* es el índice más preciso y estable de los índices que se comparan ($CV = 0.15 < 0.49$ (Gini) < 2.01 (Theil) < 3.13 (Atkinson)). Al analizar las precisiones obtenidas a partir de deciles, también se observa que el *IDRM* tiene la mejor precisión (más cercana a cero) y se verifica que el agrupamiento de los datos produce una menor precisión en el indicador (como se esperaría al disminuir un tamaño de muestra). Observar que las precisiones de Gini, Theil y Atkinson, al pasar de microdatos a deciles, aparentemente son mejores (contrario a *IDRM*, los CV disminuyen), lo cual es contradictorio y revela en realidad una subestimación del CV con deciles (o sobrevaloración de la precisión), esta situación advierte un riesgo de conclusiones erradas al usar deciles en los tres indicadores convencionales. Lo anterior refuerza la ventaja en estabilidad y precisión que tiene *IDRM* comparativamente con Gini, Theil y Atkinson.

4.3. Descomposición aditiva del *IDRM*

Una propiedad de importancia capital y valoración del *IDRM* es la descomposición aditiva en subgrupos de población, permite analizar la desigualdad como un todo y fraccionarla en partes que describen la desigualdad dentro de los grupos que conforman a la población y la desigualdad que existe entre dichos grupos. Cabe recordar que esta propiedad deseable para las medidas de desigualdad no se satisface por el índice de Gini, sí con el índice de Theil y Atkinson.

Para ilustrar la descomposición aditiva del *IDRM*, del conjunto de datos descrito en la sección 4.2 se seleccionaron registros de 43 países, cuyos datos estuvieron

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

disponibles para 2018 y se analizaron como una población global, los resultados de la descomposición aditiva aparecen en el cuadro 5. En el conjunto de los 43 países considerados, el *IDRM* general toma el valor de 0.8993 señalando una condición general alejada de los ideales de igualdad y muy cercana a condiciones no deseadas de máxima desigualdad. Dicha desigualdad se compone por la desigualdad que priva al interior de cada continente ($IW = 0.3837$) y la desigualdad que existe por las disparidades entre los continentes ($IB = 0.5156$). En un segundo nivel de desagregación, se observa que América y Europa concentran las mayores proporciones de la población del conjunto y también de los ingresos totales; sin embargo, el continente americano contribuye con la mayor cantidad absoluta ($IB = 0.3175$) a la desigualdad general dentro de continentes (IW); en contraste, Europa a pesar de tener la mayor proporción poblacional y una proporción alta de ingresos, contribuye de manera marginal a la desigualdad ($IB=0.0631$), describiendo que los ingresos entre sus países están distribuidos más igualitariamente que en América.

En el tercer y último nivel de desagregación, la desigualdad de América se fracciona en la desigualdad entre sus países ($IB = 0.1512$) y la desigualdad al interior de los países (0.1662), las cifras indicarían que hay casi tanta desigualdad al interior de los países como entre ellos. Se observa que Estados Unidos concentra la proporción de 0.4493 del ingreso total del conjunto y 0.2370 de la población, contribuye con la mayor cantidad absoluta a la desigualdad entre países, resaltando que es un país de desigualdad extrema, posiblemente la más crítica del conjunto, considerando a su población y a su ingreso, simultáneamente.

Este ejemplo intenta clarificar y resaltar las bondades de la desagregación del *IDRM* en subgrupos de población para identificar y priorizar grupos donde las desigualdades sobresalen, tema que es de amplio interés en política pública.

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

Cuadro 5. Ejemplo. Descomposición del IDRM por subgrupos de población

| Categoría | <i>IDRM</i> (<i>IB</i> + <i>IW</i>) | <i>IB</i> | <i>IW</i> | Proporción poblacional | Proporción de ingreso |
|---------------|--|-----------|-----------|---------------------------|--------------------------|
| General | | | | | |
| 43 Countries | 0.8993 | 0.5156 | 0.3837 | 1.0000 | 1.0000 |
| Continente | | | | | |
| Americas | 0.3175 | 0.1512 | 0.1662 | 0.3988 | 0.5389 |
| Europe | 0.0631 | 0.0352 | 0.0278 | 0.4882 | 0.4102 |
| Africa | 0.0025 | 0.0005 | 0.0020 | 0.0851 | 0.0193 |
| Oceania | 0.0006 | 0.0000 | 0.0006 | 0.0180 | 0.0248 |
| Asia | 0.0001 | 0.0000 | 0.0001 | 0.0098 | 0.0067 |
| País | | | | | |
| United States | 0.1588 | | | 0.2370 | 0.4493 |
| Mexico | 0.0053 | | | 0.0914 | 0.0357 |
| Canada | 0.0013 | | | 0.0269 | 0.0355 |
| Colombia | 0.0009 | | | 0.0360 | 0.0144 |
| Paraguay | 0.0000 | | | 0.0050 | 0.0025 |
| Uruguay | 0.0000 | | | 0.0025 | 0.0015 |

Fuente. Elaboración propia.

4.4. Desigualdad de ingresos en México 2016-2022

Con el propósito de describir el panorama sobre desigualdad de ingresos en los hogares de México utilizando *IDRM*, se utilizaron datos de la Encuesta Nacional de Ingresos en los Hogares en México, colectados para el periodo 2016-2022 (INEGI, 2023), por ser estas mediciones directamente comparables entre sí⁷. El Cuadro 6 muestra el ingreso corriente total promedio por hogar, por deciles e índices de desigualdad seleccionados

⁷ Ejercicios previos a 2016 de la ENIGH requieren tratamientos particulares para hacer comparables las series de datos, ver INEGI (2023).

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

Cuadro 6. Ingreso corriente total promedio trimestral por hogar en deciles de hogares y mediciones sobre desigualdad.

| Deciles / Índice | Año (pesos constantes 2022) | | | | Cambio %(16-22) |
|------------------|-----------------------------|---------|---------|---------|--------------------|
| | 2016 | 2018 | 2020 | 2022 | |
| Total promedio | 63,565 | 60,916 | 57,370 | 63,695 | 0.20 |
| I | 11,141 | 11,183 | 11,333 | 13,411 | 20.38 |
| II | 19,382 | 19,755 | 19,229 | 22,421 | 15.68 |
| III | 25,811 | 26,288 | 25,400 | 29,201 | 13.13 |
| IV | 32,138 | 32,743 | 31,426 | 35,947 | 11.85 |
| V | 39,311 | 39,640 | 38,050 | 43,341 | 10.25 |
| VI | 47,537 | 47,777 | 45,737 | 51,924 | 9.23 |
| VII | 57,904 | 57,979 | 55,501 | 62,412 | 7.78 |
| VIII | 72,868 | 72,239 | 69,103 | 76,736 | 5.31 |
| IX | 98,333 | 96,445 | 91,726 | 100,866 | 2.58 |
| X | 231,226 | 205,106 | 186,198 | 200,696 | -13.20 |
| Gini-deciles | 0.449 | 0.426 | 0.415 | 0.402 | -10.48 |
| IDRM-deciles | 0.724 | 0.702 | 0.692 | 0.683 | -5.78 |
| IDRM-micro | 0.999 | 0.989 | 0.995 | 0.991 | -0.76 |
| Palma | 20.75 | 18.34 | 16.43 | 14.97 | -27.90 |

Fuente: Elaboración propia, a partir de los tabulados básicos de la ENIGH 2022 y cálculos propios. La dinámica de la distribución del ingreso en México, y por tanto de la desigualdad, es altamente compleja de entender y más aún de intentar explicar: De 2016 a 2020 el ingreso promedio tuvo dos decrementos significativos -4.17% (2016-2018) y -5.82% (2018-2020). En el primer periodo el decremento se explica

por un decremento del ingreso del último decil (-11.3%) y decrementos menores en los deciles IX y VIII, pues los primeros siete deciles tuvieron incrementos marginales, entre 0.13 y 1.92%. ¿Qué se puede decir sobre la desigualdad? El índice de Gini en deciles cambió de 0.449 a 0.426 (menor a 0.5, acercándose a una distribución más igual). *IDRM* disminuyó de 0.724 a 0.702 (una distribución que estaba más cercana la extrema desigualdad, mayor a 0.5, se atenuó sin cambiar la balanza). La desigualdad mejoró por la disminución de ingresos en el decil superior, y no como se hubiera esperado, por el progreso de los deciles inferiores. El *IDRM* con microdatos cambió de 0.999 a 0.989, señalando que una distribución extremadamente desigual se mitigó ligeramente.

En el segundo periodo (2018-2020) el decremento registrado en el promedio ocurrió por una disminución generalizada del ingreso en los deciles II a X, siendo este último el de mayor pérdida (-9,22%); estas disminuciones generalizadas podrían tener alta correlación con la severa parálisis del ciclo económico y la posterior contracción económica que impuso la pandemia por COVID-19 (González, 2023; Monroy, 2021). Se observa así una nueva distribución, con menores ingresos generalizados en los deciles II a X y prácticamente sin cambios en el decil I. Gini describe un cambio de 0.426 a 0.415 (-2.66%), un nuevo avance a una sociedad más igualitaria. *IDRM* por grupos también disminuye (-1.51%). La perspectiva es distinta al ver microdatos, esta nueva distribución, donde en general la población tiene menos ingresos, la desigualdad se incrementó.

En el periodo 2020-2022 el promedio total aumentó (11.03%), registrándose aumentos porcentuales generalizados en todos los deciles, desde 7.79% en el decil X hasta el máximo de 18.34% en el decil I. Gini e *IDRM* con deciles decrecen por tercera vez, disminuyendo 3.09 y 1.34% respectivamente. *IDRM* con microdatos también muestra una ligera mejora en la desigualdad (-0.42%).

En el periodo 2016-2022 el promedio de ingreso en los hogares se mantuvo prácticamente sin cambios (0.20% de incremento), los primeros seis deciles tuvieron incrementos superiores a 9% y el decil superior registró un decremento de 13%. El índice de Gini muestra un decremento de 10.48% con un valor final de 0.402, señala un avance significativo hacia la igualdad ($0.402 < 0.5$). *IDRM*

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

decreció en el periodo 5.78% con un valor final de 0.683, indica avance menor respecto a Gini, pero aún en el ámbito contrario: de mayor cercanía a la desigualdad. *IDRM* con microdatos muestra que en esencia la desigualdad en el periodo se mantuvo constante (decremento de 0.76%), idea que parece la más congruente si se observan las curvas de Lorenz (Figura 4), que permiten comparar las distribuciones que se discuten: visualmente se observa un avance marginal en la línea azul (2022), respecto a la línea roja (2016); las distribuciones parecieran ser estáticas, lo cual tiene sentido en un periodo tan corto de análisis.

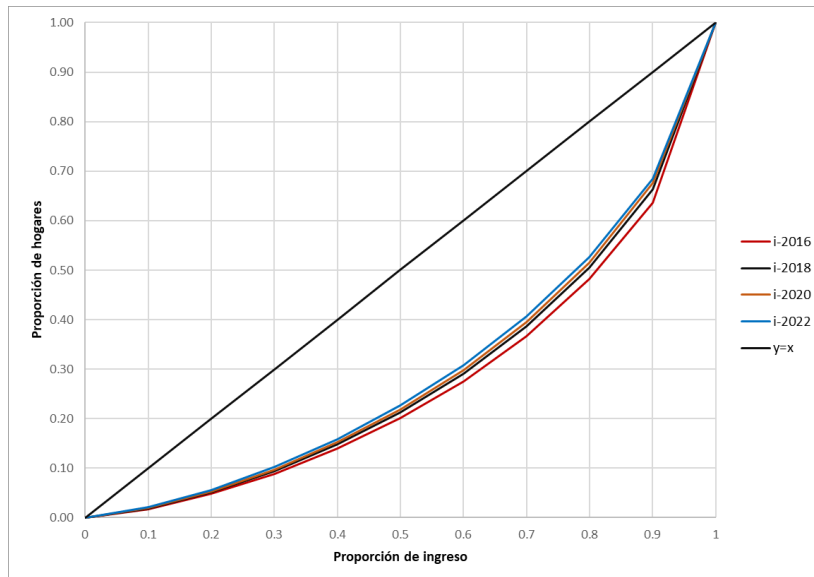


Figura 4. Curvas de Lorenz para la distribución de ingreso en deciles de hogares 2016-2022.

Fuente. Elaboración propia.

Varios estudios han mostrado la pertinencia de realizar ajustes a los datos obtenido de la ENIGH por subestimaciones de ingresos en deciles inferiores y superiores, ver por ejemplo a Del Castillo (2015), Esquivel (2015); González (2023) y Reyes, Teruel y Morales (2017). Del Castillo (2015) y González (2023) concluyen que, de corregirse las subestimaciones, nuevos valores se obtendrían para el índice de Gini, por ejemplo, pasar de valores en el rango 0.4-0.5 a valores en el rango 0.7-0.8, es decir, describiendo una distribución mucho más cercana a la desigualdad. *IDRM*, con deciles toma valores entre 0.68-0.72 y con microdatos toma valores superiores a 0.98, reflejando sin ningún ajuste en los datos que la distribución del ingreso con subestimaciones es una distribución

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

altamente desigual.

5. Conclusiones

Presentamos propuesta de un índice para medir desigualdad. Realizamos el análisis del índice en dos perspectivas: a) respecto a las propiedades teóricas deseables que se establecen en la literatura científica para medidas de desigualdad (Cowell & Victoria-Feser, 1996). Observamos que es tan robusto como las medidas tradicionales de desigualdad y más robusto que el índice de Gini y Dalton: *IDRM* cumple 8 de las 9 propiedades, incluyendo la descomponibilidad en subgrupos de población (valorada con importancia capital en el análisis de desigualdad, ver Bourguignon (1979) y Cowell (2011)), propiedad que el índice de Gini, siendo el más utilizado, no satisface; b) respecto al desempeño empírico, usamos datos sobre distribución del ingreso de 58 países y microdatos de la distribución de ingreso en México (2016-2022) en un análisis comparativo de desempeño. Los índices de Gini, Theil y Atkinson se utilizaron como referentes y evaluamos la congruencia, sensibilidad, sesgo sobre datos agrupados y estabilidad-precisión de *IDRM*. Del análisis comparativo fue posible concluir que *IDRM* tiene un desempeño sobresaliente en la medición de la desigualdad respecto a los índices de referencia, significando por ello que captura y expresa de manera fácilmente interpretable las distintas formas que puede adoptar la distribución del ingreso, siendo además sensible a la magnitud de las desigualdades, característica de la que carecen los índices referentes.

Valoramos que el *IDRM* tiene importancia actual, pues varias investigaciones se han realizado con el propósito de visibilizar la magnitud de la desigualdad en consistencia con la realidad que se percibe. Los esfuerzos se han centrado en corregir estimaciones de la distribución del ingreso, por ejemplo, Del Castillo (2015), Esquivel (2015), González (2023), y Reyes, Teruel y Morales (2017), y no tanto en sensibilizar a las medidas de desigualdad que se usan. Postulamos a *IDRM* como una herramienta sensible a la profundidad de las desigualdades y con ello aproxima una idea del bienestar social, en el sentido que expresa Cowell (2011): capturando lo agudo de la pobreza y el nivel de bienestar de los ricos.

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

De los ejemplos expuestos, concluimos que *IDRM* tiene los elementos para postularse como una herramienta de política pública para el análisis de la desigualdad (tanto a escala macroeconómica, en comparativos internacionales, como en escalas locales, al interior de los países, esencialmente por la propiedad de descomponibilidad) y también para la investigación social, en temas donde frecuentemente se imbrican varios problemas, por ejemplo, desigualdad vs crecimiento económico, pobreza, desarrollo humano, acceso a derechos sociales, desigualdad ambiental, etcétera.

Algunas propiedades adicionales se podrían estudiar, por ejemplo, su descomposición en analogía con el análisis de varianza en estadística, de ser factible tal descomposición, permitiría analizar el efecto de los factores sobre una respuesta como expresión de la desigualdad que aquellos le provocan a ésta.

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

6. Bibliografía

- Alesina, A., & Rodrik, D. (1994). Distributive Politics and Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 109(2), 465–490.
<https://doi.org/10.2307/2118470>
- Atuesta, B., Mancero, X., & Tromben, V. (2018). *Herramientas para el análisis de las desigualdades y del efecto redistributivo de las políticas públicas*.
- Bernstein, J. (2014). *Poverty and Inequality, in Charts*. Economix Blog.
<https://archive.nytimes.com/economix.blogs.nytimes.com/2014/01/13/poverty-and-inequality-in-charts/>
- Bourguignon, F. (1979). Decomposable income inequality measures. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 901–920.
- Chateauneuf, A. & Moyes, P. (2005). Measuring inequality without the Pigou-Dalton condition, WIDER Research Paper, No. 2005/02, ISBN 9291906654, The United Nations University World Institute for Development Economics Research (UNU-WIDER), Helsinki.
- Corvalán, A., & Pazzona, M. (2019). Does inequality really increase crime? Theory and evidence. *presentado en la VIII Meeting of the Society for the Study of Economic Inequality*, 3–5.
- Cowell, F. (2011). *Measuring Inequality*. Oxford University Press.
- Cowell, F. A., & Victoria-Feser, M.-P. (1996). Robustness properties of inequality measures. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 77–101.
- Comité de Aseguramiento de la Calidad (2017). Indicadores de Calidad INEGI. Coeficiente de Variación. Recuperado de https://extranet.inegi.org.mx/calidad/wp-content/uploads/2018/03/FT_IC_P_COEFICIENTE-VARIACION_act_171205.pdf
- Daly, M., Wilson, M., & Vasdev, S. (2001). Income inequality and homicide rates in Canada and the United States. *Canadian Journal of Criminology*, 43(2), 219–236.
- Del Castillo, M. (2015). La magnitud de la desigualdad en el ingreso y la riqueza en México: una propuesta de cálculo.

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

- Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH). 2020 Nueva serie.* (s/f). Recuperado el 11 de mayo de 2023, de <https://www.inegi.org.mx/programas/enigh/nc/2020/>
- Esquivel Hernández, G (2015). Desigualdad extrema en México. Concentración del poder económico y político.
- Foster, J., Greer, J., & Thorbecke, E. (1984). A Class of Decomposable Poverty Measures. *Econometrica*, 52(3), 761–766. <https://doi.org/10.2307/1913475>
- Galor, O., & Moav, O. (2004). From Physical to Human Capital Accumulation: Inequality and the Process of Development. *The Review of Economic Studies*, 71(4), 1001–1026.
- Galor, O., & Zeira, J. (1993). Income Distribution and Macroeconomics. *The Review of Economic Studies*, 60(1), 35–52. <https://doi.org/10.2307/2297811>
- González Gutiérrez, J. (2023). La distribución del ingreso en México (2008-2020). *Revista de economía*, 40(100), 1-19. Epub 26 de junio de 2023. <https://doi.org/10.33937/reveco.2023.305>
- Gould, E. (2014). *No Matter How We Measure Poverty, the Poverty Rate Would Be Much Lower If Economic Growth Were More Broadly Shared*. Economic Policy Institute. <https://www.epi.org/blog/matter-measure-poverty-poverty-rate-economic/>
- Grant, L., & O'Hara, G. (2010). "The Spirit Level" by Richard Wilkinson and Kate Pickett. *Geography*, 95(3), 149–153.
- INEGI (2023). Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares 2022. Nueva serie. Descripción de la base de datos. Disponible en: https://www.inegi.org.mx/contenidos/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/889463910626.pdf
- Kang, S. (2016). Inequality and crime revisited: Effects of local inequality and economic segregation on crime. *Journal of Population Economics*, 29, 593–626.
- Kim, B., Seo, C., & Hong, Y.-O. (2020). A systematic review and meta-analysis of

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

- income inequality and crime in Europe: Do places matter? *European Journal on Criminal Policy and Research*, 1–24.
- Leenders, R. (2014). Social Capital. En *Encyclopedia of Social Network Analysis and Mining (1759-1770)*. Springer.
- Lerman, R. I., & Yitzhaki, S. (1984). A note on the calculation and interpretation of the Gini index. *Economics Letters*, 15(3-4), 363-368
- Lerman, R. I., & Yitzhaki, S. (1989). Improving the accuracy of estimates of Gini coefficients. *Journal of econometrics*, 42(1), 43-47.
- Liberati, P., & Bellù, L. G. (2006). *Welfare Based Measures of Inequality—The Atkinson Index*.
- Mader, A. (2000). *Almost completely decomposable groups*. CRC Press.
- Magdalou, B. (2018). Income inequality measurement: A fresh look at two old issues. *Social Choice and Welfare*, 51(3), 415–435. <https://doi.org/10.1007/s00355-018-1121-9>
- Matlack, J. L., & Vigdor, J. L. (2008). Do rising tides lift all prices? Income inequality and housing affordability. *Journal of Housing Economics*, 17(3), 212–224.
- Mejía, C. C., & Chaparro, M. N. R. (2020). Desigualdad en América Latina, contrastes entre el coeficiente de Gini y el índice de Palma. *Conocimiento global*, 5(1), 11-32.
- Monroy, L. 2021. Los Efectos Distributivos del COVID-19 en México. Un Balance Preliminar, Centro de Estudios Espinosa Yglesias, Documento de Trabajo, núm. 01/2021.
- Oxfam. (2013). The cost of inequality: How wealth and income extremes hurt us all. *Oxfam Media Briefing*.
- Pickett, K. E., & Wilkinson, R. G. (2015). Income inequality and health: A causal review. *Social Science & Medicine*, 128, 316–326. <https://doi.org/10.1016/j.socscimed.2014.12.031>
- Reyes, M. S., Teruel, G., & Morales, H. (2017). 11 LA DESIGUALDAD EN MÉXICO UNA VISIÓN DESDE EL OBSERVATORIO DE SALARIOS. *Ábaco*, 94, 106–117. <https://www.jstor.org/stable/26562043>

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

- Rodda, D. T. (1994). *Rich man, poor renter: A study of the relationship between the income distribution and low-cost rental housing*. Harvard University.
- Sapolsky, R. (2005). Sick of poverty. *Scientific American*, 293(6), 92–99.
- Stigilitz, J. E. (2012). *The price of inequality*.
- UNU-WIDER, World Income Inequality Database (WIID). Version 30 June 2022. <https://doi.org/10.35188/UNU-WIDER/WIID-300622>
- Vigdor, J. L. (2002). Does Gentrification Harm the Poor? *Brookings-Wharton Papers on Urban Affairs*, 2002(1), 133–182. <https://doi.org/10.1353/urb.2002.0012>
- Wasserman, L. (2006). *All of nonparametric statistics*. Springer Science & Business Media.

Anexo 1.

Cuadro 1. Índice de Gini, Razón de Palma e Índice de Desigualdad Relativo al Máximo, según país y años seleccionados.

| Continentes | País | Periodo | | Gini | | | Theil | | | Atkinson (1) | | | IDRM | | | Palma10 | | |
|-------------|---------------|---------|-------|-------|-------|------|-------|-------|------|--------------|-------|------|-------|-------|------|---------|-------|------|
| | | Año 1 | Año 2 | Año 1 | Año 2 | %D | Año 1 | Año 2 | %D | Año 1 | Año 2 | %D | Año 1 | Año 2 | %D | Año 1 | Año 2 | %D |
| Africa | Cote d'Ivoire | 2002 | 2015 | 58.79 | 60.67 | 0.24 | 59.65 | 63.78 | 0.52 | 48.02 | 51.83 | 0.59 | 78.71 | 79.34 | 0.06 | 92.12 | 138.3 | 3.18 |
| Africa | Egypt | 2000 | 2018 | 36.39 | 35.58 | - | 22.56 | 21.17 | - | 18.29 | 17.55 | - | 67.99 | 66.83 | - | 8.95 | 8.87 | - |
| | | | | | | 0.12 | | | 0.35 | | 0.23 | | 0.10 | | | | 0.05 | |
| Africa | Mali | 2012 | 2020 | 48.04 | 40.21 | - | 38.26 | 26.41 | - | 32.44 | 23.53 | - | 73.19 | 68.09 | - | 27.83 | 16.07 | - |
| | | | | | | 2.20 | | | 4.53 | | 3.94 | | 0.90 | | | | 6.64 | |
| Africa | South Africa | 2008 | 2017 | 69.72 | 66.99 | - | 87.43 | 79.45 | - | 63.82 | 58.67 | - | 82.12 | 81.40 | - | 159.7 | 105.4 | - |
| | | | | | | 0.44 | | | 1.06 | | 0.93 | | 0.10 | | 7 | 5 | 4.51 | |
| Americas | Brazil | 2006 | 2016 | 53.51 | 50.86 | - | 48.30 | 43.16 | - | 39.58 | 38.32 | - | 76.03 | 74.17 | - | 40.90 | 50.93 | 2.22 |
| | | | | | | 0.51 | | | 1.12 | | 0.32 | | 0.25 | | | | | |
| Americas | Canada | 1972 | 2018 | 37.37 | 32.58 | - | 22.23 | 16.65 | - | 21.96 | 15.86 | - | 63.06 | 59.74 | - | 16.21 | 9.03 | - |
| | | | | | | 0.30 | | | 0.63 | | 0.71 | | 0.12 | | | | 1.26 | |
| Americas | Chile | 1990 | 2017 | 52.81 | 48.35 | - | 47.67 | 39.86 | - | 37.89 | 31.56 | - | 76.36 | 74.54 | - | 35.85 | 22.07 | - |
| | | | | | | 0.33 | | | 0.66 | | 0.68 | | 0.09 | | | | 1.78 | |
| Americas | Colombia | 2001 | 2020 | 54.27 | 54.09 | - | 49.83 | 49.10 | - | 41.72 | 41.56 | - | 76.33 | 76.00 | - | 57.08 | 55.55 | - |
| | | | | | | 0.02 | | | 0.08 | | 0.02 | | 0.02 | | | | 0.14 | |
| Americas | Mexico | 1984 | 2018 | 47.28 | 46.57 | - | 36.66 | 36.14 | - | 31.24 | 29.89 | - | 72.18 | 72.89 | 0.03 | 22.75 | 21.70 | - |
| | | | | | | 0.04 | | | 0.04 | | 0.13 | | | | | | 0.14 | |
| Americas | Panama | 2007 | 2016 | 51.82 | 49.51 | - | 44.24 | 40.08 | - | 38.74 | 35.84 | - | 73.96 | 72.53 | - | 40.00 | 35.34 | - |
| | | | | | | 0.51 | | | 1.09 | | 0.86 | | 0.22 | | | | 1.37 | |
| Americas | Paraguay | 1998 | 2020 | 56.49 | 46.68 | - | 53.53 | 35.57 | - | 46.48 | 30.98 | - | 76.51 | 71.62 | - | 78.85 | 23.65 | - |
| | | | | | | 0.86 | | | 1.84 | | 1.83 | | 0.30 | | | | 5.33 | |
| Americas | Peru | 2004 | 2016 | 56.15 | 46.90 | - | 52.73 | 35.68 | - | 48.11 | 33.55 | - | 76.05 | 70.72 | - | 104.3 | 34.86 | - |
| | | | | | | 1.49 | | | 3.20 | | 2.96 | | 0.60 | | 8 | | 8.73 | |
| Americas | United States | 1975 | 2020 | 35.66 | 41.54 | 0.34 | 20.14 | 27.60 | 0.70 | 19.85 | 25.28 | 0.54 | 61.76 | 67.55 | 0.20 | 13.55 | 17.51 | 0.57 |
| Americas | Uruguay | 2004 | 2019 | 47.24 | 40.22 | - | 36.45 | 25.92 | - | 31.22 | 22.99 | - | 71.96 | 67.12 | - | 21.88 | 13.00 | - |
| | | | | | | 1.07 | | | 2.25 | | 2.02 | | 0.46 | | | | 3.41 | |
| Asia | China | 2003 | 2014 | 44.68 | 43.04 | - | 31.86 | 29.39 | - | 28.55 | 27.71 | - | 68.92 | 67.26 | - | 18.07 | 19.96 | 0.91 |
| | | | | | | 0.34 | | | 0.73 | | 0.27 | | 0.22 | | | | | |
| Asia | Cyprus | 2005 | 2020 | 30.09 | 31.22 | 0.25 | 14.28 | 15.61 | 0.60 | 13.03 | 14.02 | 0.49 | 58.86 | 60.77 | 0.21 | 6.66 | 7.28 | 0.60 |

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

| Continentes | País | Periodo | | Gini | | | Theil | | | Atkinson (1) | | | IDRM | | | Palma10 | | |
|-------------|--------------------|---------|------|-------|-------|------|-------|-------|------|--------------|-------|------|-------|-------|------|---------|-------|------|
| | | Año | Año | Año | Año | %D | Año | Año | %D | Año | Año | %D | Año | Año | %D | Año 1 | Año 2 | %D |
| | | 1 | 2 | 1 | 2 | | 1 | 2 | | 1 | 2 | | 1 | 2 | | | | |
| Asia | Georgia | 2009 | 2019 | 47.54 | 40.22 | - | 36.65 | 25.84 | - | 33.23 | 24.06 | - | 71.39 | 66.34 | - | 30.93 | 16.51 | - |
| | | | | | | 1.66 | | | 3.44 | | 3.18 | | | 0.73 | | | 6.09 | |
| Asia | India | 2005 | 2012 | 50.59 | 51.51 | 0.26 | 42.54 | 44.45 | 0.63 | 35.39 | 36.60 | 0.48 | 74.35 | 75.06 | 0.14 | 30.94 | 33.97 | 1.34 |
| Asia | Iraq | 2007 | 2013 | 41.20 | 40.92 | - | 28.05 | 27.13 | - | 23.88 | 24.05 | 0.12 | 69.73 | 68.49 | - | 15.51 | 16.28 | 0.81 |
| | | | | | | 0.11 | | | 0.55 | | 0.30 | | | | | | | |
| Asia | Israel | 1980 | 2018 | 36.34 | 38.70 | 0.17 | 20.71 | 23.61 | 0.35 | 19.14 | 23.00 | 0.48 | 62.94 | 63.90 | 0.04 | 10.14 | 15.30 | 1.09 |
| Asia | Japan | 2009 | 2014 | 34.84 | 32.88 | - | 19.24 | 17.51 | - | 18.51 | 15.93 | - | 61.80 | 62.26 | 0.15 | 11.53 | 9.23 | - |
| | | | | | | 1.15 | | | 1.87 | | 2.96 | | | | | | 4.35 | |
| Asia | Jordan | 2003 | 2014 | 41.76 | 40.10 | - | 28.62 | 26.05 | - | 24.43 | 22.93 | - | 69.65 | 67.82 | - | 14.98 | 14.26 | - |
| | | | | | | 0.37 | | | 0.85 | | 0.58 | | | 0.24 | | | 0.45 | |
| Asia | Korea, Republic of | 2006 | 2016 | 31.97 | 31.72 | - | 16.08 | 15.82 | - | 15.80 | 15.42 | - | 58.52 | 58.55 | 0.01 | 9.53 | 9.21 | - |
| | | | | | | 0.08 | | | 0.16 | | 0.24 | | | | | | 0.34 | |
| Asia | Vietnam | 2006 | 2014 | 37.78 | 35.45 | - | 23.35 | 19.94 | - | 19.88 | 18.21 | - | 67.06 | 63.35 | - | 10.29 | 9.99 | - |
| | | | | | | 0.79 | | | 1.95 | | 1.09 | | | 0.71 | | | 0.37 | |
| Asia | West Bank and Gaza | 2011 | 2017 | 44.82 | 44.90 | 0.03 | 32.21 | 32.17 | - | 29.07 | 30.19 | 0.63 | 69.47 | 68.64 | - | 20.86 | 23.61 | 2.09 |
| | | | | | | | | | 0.02 | | | | | 0.20 | | | | |
| Europe | Austria | 1987 | 2020 | 23.05 | 30.40 | 0.84 | 8.14 | 14.50 | 1.76 | 7.94 | 14.14 | 1.76 | 48.22 | 57.21 | 0.52 | 4.40 | 8.29 | 1.94 |
| Europe | Belgium | 1985 | 2020 | 25.22 | 27.32 | 0.23 | 9.84 | 11.74 | 0.51 | 9.50 | 11.22 | 0.48 | 51.62 | 55.26 | 0.19 | 5.15 | 6.37 | 0.61 |
| Europe | Bulgaria | 2007 | 2020 | 36.10 | 40.27 | 0.84 | 20.99 | 26.53 | 1.82 | 21.48 | 23.67 | 0.75 | 62.48 | 68.17 | 0.67 | 17.65 | 16.80 | - |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | 0.38 | |
| Europe | Croatia | 2010 | 2020 | 32.56 | 28.93 | - | 16.73 | 13.07 | - | 16.39 | 12.97 | - | 58.96 | 55.04 | - | 9.74 | 7.51 | - |
| | | | | | | 1.18 | | | 2.44 | | 2.31 | | | 0.69 | | | 2.57 | |
| Europe | Czechia | 1993 | 2020 | 20.71 | 25.27 | 0.74 | 6.84 | 10.09 | 1.45 | 6.38 | 9.45 | 1.46 | 48.98 | 53.51 | 0.33 | 3.84 | 5.18 | 1.11 |
| Europe | Denmark | 1987 | 2020 | 26.48 | 28.53 | 0.23 | 11.02 | 13.03 | 0.51 | 10.68 | 12.03 | 0.36 | 53.90 | 58.13 | 0.23 | 6.23 | 6.86 | 0.29 |
| Europe | Estonia | 2000 | 2020 | 36.64 | 30.87 | - | 21.70 | 14.89 | - | 19.65 | 14.35 | - | 65.10 | 57.17 | - | 12.24 | 8.00 | - |
| | | | | | | 0.85 | | | 1.87 | | 1.56 | | | 0.65 | | | 2.11 | |
| Europe | Finland | 1987 | 2020 | 22.19 | 27.74 | 0.68 | 7.60 | 12.16 | 1.43 | 7.36 | 11.32 | 1.32 | 47.97 | 56.48 | 0.50 | 4.21 | 6.16 | 1.16 |
| Europe | France | 1970 | 2020 | 37.23 | 31.60 | - | 22.11 | 15.89 | - | 19.61 | 14.91 | - | 65.10 | 60.20 | - | 10.49 | 8.64 | - |
| | | | | | | 0.33 | | | 0.66 | | 0.55 | | | 0.16 | | | 0.39 | |
| Europe | Germany | 1973 | 2019 | 29.95 | 31.79 | 0.13 | 14.11 | 16.01 | 0.28 | 13.09 | 14.87 | 0.28 | 58.11 | 60.31 | 0.08 | 6.86 | 8.37 | 0.43 |
| Europe | Greece | 1996 | 2020 | 37.19 | 33.51 | - | 21.95 | 17.64 | - | 21.14 | 17.18 | - | 63.54 | 60.21 | - | 14.29 | 10.65 | - |
| | | | | | | 0.43 | | | 0.91 | | 0.86 | | | 0.22 | | | 1.22 | |
| Europe | Hungary | 1992 | 2020 | 29.62 | 29.66 | 0.00 | 14.20 | 13.66 | - | 13.84 | 13.14 | - | 58.17 | 57.00 | - | 8.99 | 7.41 | - |
| | | | | | | | | | 0.14 | | 0.19 | | | 0.07 | | | 0.69 | |

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

| Continentes | País | Periodo | | Gini | | | Theil | | | Atkinson (1) | | | IDRM | | | Palma10 | | |
|-------------|----------------|---------|------|-------|-------|------|-------|-------|------|--------------|-------|------|-------|-------|------|---------|-------|------|
| | | Año | Año | Año | Año | %D | Año | Año | %D | Año | Año | %D | Año | Año | %D | Año 1 | Año 2 | %D |
| | | 1 | 2 | 1 | 2 | | 1 | 2 | | 1 | 2 | | 1 | 2 | | | | |
| Europe | Iceland | 2004 | 2018 | 26.89 | 26.27 | - | 11.52 | 10.89 | - | 10.76 | 10.22 | - | 55.87 | 54.77 | - | 6.04 | 5.61 | - |
| | | | | | | 0.17 | | | 0.41 | | 0.37 | | | 0.14 | | | 0.53 | |
| Europe | Ireland | 1988 | 2020 | 35.93 | 31.15 | - | 20.51 | 15.52 | - | 18.92 | 13.90 | - | 63.53 | 60.80 | - | 11.01 | 7.25 | - |
| | | | | | | 0.45 | | | 0.87 | | 0.96 | | | 0.14 | | | 1.30 | |
| Europe | Italy | 1986 | 2019 | 32.52 | 35.30 | 0.25 | 16.52 | 19.76 | 0.54 | 15.68 | 19.68 | 0.69 | 59.59 | 61.46 | 0.09 | 8.65 | 13.80 | 1.42 |
| Europe | Latvia | 2005 | 2020 | 36.61 | 34.69 | - | 21.78 | 19.19 | - | 20.16 | 17.85 | - | 65.00 | 62.59 | - | 13.87 | 10.78 | - |
| | | | | | | 0.36 | | | 0.84 | | 0.81 | | | 0.25 | | | 1.67 | |
| Europe | Lithuania | 2005 | 2019 | 37.09 | 35.44 | - | 22.13 | 20.10 | - | 21.03 | 18.73 | - | 64.20 | 63.26 | - | 14.32 | 11.63 | - |
| | | | | | | 0.32 | | | 0.68 | | 0.82 | | | 0.11 | | | 1.48 | |
| Europe | Luxembourg | 1985 | 2020 | 26.67 | 34.44 | 0.73 | 11.05 | 18.64 | 1.51 | 10.45 | 17.45 | 1.48 | 53.68 | 61.42 | 0.39 | 5.36 | 9.53 | 1.66 |
| Europe | Malta | 2007 | 2020 | 28.18 | 31.08 | 0.76 | 12.38 | 15.38 | 1.68 | 12.05 | 14.27 | 1.31 | 54.73 | 59.78 | 0.68 | 6.65 | 7.97 | 1.40 |
| Europe | Netherlands | 1983 | 2020 | 28.41 | 29.35 | 0.09 | 12.80 | 13.67 | 0.18 | 12.35 | 12.79 | 0.09 | 55.93 | 58.25 | 0.11 | 7.32 | 7.26 | - |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0.02 |
| Europe | Norway | 1979 | 2020 | 27.01 | 27.86 | 0.08 | 11.42 | 12.21 | 0.16 | 10.81 | 11.79 | 0.21 | 54.38 | 55.38 | 0.04 | 5.81 | 6.81 | 0.39 |
| Europe | Poland | 1986 | 2020 | 27.99 | 31.84 | 0.38 | 12.17 | 16.30 | 0.86 | 11.89 | 16.33 | 0.94 | 54.25 | 59.40 | 0.27 | 6.53 | 11.46 | 1.67 |
| Europe | Portugal | 1995 | 2020 | 38.90 | 32.76 | - | 24.39 | 17.24 | - | 23.30 | 15.92 | - | 65.60 | 61.53 | - | 17.94 | 9.22 | - |
| | | | | | | 0.68 | | | 1.38 | | 1.51 | | | 0.26 | | | 2.63 | |
| Europe | Romania | 2007 | 2020 | 39.80 | 35.04 | - | 25.31 | 19.52 | - | 24.26 | 20.51 | - | 65.68 | 59.41 | - | 17.55 | 15.02 | - |
| | | | | | | 0.98 | | | 1.98 | | 1.28 | | | 0.77 | | | 1.19 | |
| Europe | Russia | 2000 | 2020 | 42.68 | 35.04 | - | 29.74 | 19.41 | - | 27.05 | 17.91 | - | 69.43 | 62.52 | - | 22.87 | 9.88 | - |
| | | | | | | 0.98 | | | 2.11 | | 2.04 | | | 0.52 | | | 4.11 | |
| Europe | Serbia | 2006 | 2020 | 37.14 | 34.48 | - | 21.92 | 18.90 | - | 22.59 | 18.46 | - | 61.93 | 61.51 | - | 17.87 | 12.25 | - |
| | | | | | | 0.53 | | | 1.05 | | 1.43 | | | 0.05 | | | 2.66 | |
| Europe | Slovakia | 1993 | 2020 | 20.19 | 23.24 | 0.52 | 6.34 | 8.50 | 1.10 | 6.10 | 8.81 | 1.37 | 46.31 | 47.00 | 0.05 | 3.73 | 5.39 | 1.38 |
| Europe | Slovenia | 1997 | 2020 | 24.12 | 24.38 | 0.05 | 9.11 | 9.28 | 0.08 | 8.86 | 8.83 | - | 50.67 | 51.81 | 0.10 | 5.08 | 4.92 | - |
| | | | | | | | | | | | 0.01 | | | | | | 0.14 | |
| Europe | Spain | 1981 | 2020 | 34.49 | 34.37 | - | 18.80 | 18.62 | - | 17.60 | 18.76 | 0.16 | 61.99 | 59.86 | - | 10.24 | 12.46 | 0.50 |
| | | | | | | 0.01 | | | 0.02 | | | | | 0.09 | | | | |
| Europe | Sweden | 1975 | 2020 | 24.36 | 29.49 | 0.43 | 9.10 | 13.62 | 0.90 | 8.95 | 13.44 | 0.91 | 48.71 | 56.10 | 0.31 | 4.86 | 8.05 | 1.13 |
| Europe | Switzerland | 1982 | 2019 | 36.08 | 33.42 | - | 20.84 | 17.63 | - | 18.29 | 16.27 | - | 65.04 | 61.53 | - | 9.87 | 8.96 | - |
| | | | | | | 0.21 | | | 0.45 | | 0.32 | | | 0.15 | | | 0.26 | |
| Europe | United Kingdom | 1969 | 2019 | 33.68 | 33.73 | 0.00 | 17.96 | 17.91 | 0.00 | 16.17 | 16.68 | 0.06 | 61.72 | 61.35 | - | 8.09 | 9.21 | 0.26 |
| | | | | | | | | | | | | | | 0.01 | | | | |
| Oceania | Australia | 1982 | 2018 | 31.32 | 34.41 | 0.26 | 15.30 | 18.79 | 0.57 | 14.88 | 17.34 | 0.43 | 57.17 | 62.52 | 0.25 | 8.40 | 10.14 | 0.53 |

Fuente: Elaboración propia, con base en datos de UNU-WIDER (2022) y cálculos propios.

**Artículo disponible en el repositorio de arXiv de la Universidad de Cornell.

Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2409.07538>.

IV. DESIGUALDAD AMBIENTAL POR CONTAMINACIÓN DEL AIRE EXTERIOR EN LA ZONA METROPOLITANA DE LA CIUDAD DE MÉXICO, 2020-2023***

Javier Jiménez Machorro^{**}, Francisco José Zamudio Sánchez^{††}, Alejandro Corona Ambriz^{‡‡}, Alejandro Ismael Monterroso Rivas^{‡‡}, Hildegardo Martínez Silverio^{‡‡}.

^{**} Estudiante de la Maestría en Ciencias en Ciencias Forestales, en la Universidad Autónoma Chapingo.

^{††} Autor para correspondencia. fzamudios@chapingo.mx Profesor-Investigador en el Departamento de Estadística, Matemática y Cómputo de la Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México, México. <https://orcid.org/0000-0001-8252-9255>

^{‡‡} Universidad Autónoma Chapingo.

Palabras clave: Medición de la desigualdad ambiental, exposición a aire contaminado, justicia ambiental, índices de desigualdad, índice de calidad de aire y desigualdad.

RESUMEN

El derecho a un medio ambiente sano, incluido el acceso a aire limpio, es un principio establecido en la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, por sus implicaciones para el desarrollo saludable de las personas, es deseable un acceso igualitario. Desde esta perspectiva, a partir de la contaminación del aire exterior en las AGEB urbanas de la Zona Metropolitana de la Ciudad de México (ZMCM) y cuatro índices de desigualdad (Gini, Atkinson, Theil e IDRM), estudiamos la distribución del aire limpio en la zona durante el periodo 2020-2023. Se identificó que la disponibilidad al aire limpio y por ende a la contaminación ambiental, es críticamente desigual en algunos espacios y temporadas, afectando en correspondencia a los habitantes. La descomposición de la desigualdad en subgrupos territoriales de población permitió identificar alcaldías y municipios cuyos habitantes sufren disparidades más agudas y las temporadas en que ello ocurre, siendo estos ubicados en la periferia de la zona; también permitió proponer un índice de calidad de aire y desigualdad, como herramienta para monitorear simultáneamente la calidad de aire exterior y la desigualdad, desde la perspectiva de la justicia ambiental. Los resultados aportan evidencia de que en territorios con mayor carga ambiental convergen otras precariedades sociales.

ABSTRACT

The right to a healthy environment, including access to clean air, is enshrined in the Constitution Política de México. Given its crucial implications for the healthy development of individuals, ensuring equitable access to clean air is paramount. This study examines the spatial and temporal distribution of clean air across urban Basic Geostatistical Areas (AGEBs) in the Metropolitan Area of Mexico City (ZMCM) from 2020 to 2023, using four established inequality indices: Gini, Atkinson, Theil, and IDRM. Our analysis reveals significant disparities in the availability of clean air, with certain regions and seasons exhibiting critically unequal access to both clean air and exposure to environmental pollution. The decomposition of inequality by territorial subgroups of the population highlighted boroughs and municipalities, particularly those on the periphery of the ZMCM,

where residents experience the most severe inequalities. Additionally, this research proposes an air quality and inequality index as a dual-purpose tool to simultaneously monitor outdoor air quality and environmental inequality, framed within the concept of environmental justice. The findings provide compelling evidence that areas with the highest environmental burdens also coincide with other social vulnerabilities, thus offering valuable insights for both public policy and future research on environmental inequality in urban settings.

1. INTRODUCCIÓN

En México, la Constitución Política establece en su artículo 4° el derecho de toda persona a un medio ambiente sano para su desarrollo y bienestar, este precepto incluye, de manera implícita, el acceso a aire limpio como una condición esencial para la salud y calidad de vida de la población. Garantizar este derecho de manera igualitaria no solo implica prevenir y mitigar los impactos de la contaminación ambiental, sino contar con herramientas que permitan identificar grupos poblacionales o áreas geográficas en condiciones de alta exposición, un desafío crítico en contextos urbanos altamente densos como la Zona Metropolitana de la Ciudad de México (ZMCM).

La contaminación ambiental, particularmente del aire, representa una amenaza directa al cumplimiento de este derecho constitucional, ya que sus efectos negativos afectan la salud de las personas. En la CDMX, el problema de la contaminación del aire ha sido objeto de atención desde hace varias décadas, lo que ha llevado a la instrumentación de diversos programas y herramientas de gestión de la calidad del aire, entre los que destacan el Índice Metropolitano de Calidad del Aire (IMECA) y más recientemente, en un esfuerzo por estandarizar el monitoreo de la contaminación del aire en México, el Índice de AIRE y SALUD, ambos diseñados para informar a la población sobre los niveles de contaminación y los riesgos asociados. No obstante, a diferencia de otros países, en México no se tienen estudios que analicen las desigualdades ambientales, particularmente en la exposición a la contaminación del aire exterior. Esto limita la comprensión de cómo factores sociales, económicos y geográficos influyen en la distribución

de los riesgos ambientales y la posibilidad de mejorar las herramientas de gestión de calidad del aire y atención sobre grupos altamente expuestos.

En la noción de justicia ambiental, que carece de consenso para una definición, subyacen ideas fundamentales que describen los retos ambientales desde una perspectiva equitativa, entre estas ideas se encuentra que ningún grupo de personas debería soportar una carga desproporcionada de riesgos medioambientales ni enfrentar desigualdades en el acceso a servicios ambientales esenciales (OCDE, 2024). En el contexto del derecho al aire limpio, esto implica garantizar que todas las personas, independientemente de su ubicación geográfica o condición socioeconómica, puedan disfrutar de una calidad del aire adecuada para su bienestar. Por lo tanto, resulta imperativo desarrollar herramientas de diagnóstico que permitan evaluar el grado de justicia ambiental en el acceso a este derecho fundamental, particularmente en entornos urbanos donde la contaminación y las desigualdades suelen converger.

La contaminación atmosférica, y en particular la del aire que respiramos, se define como la acumulación o concentración de partículas sólidas y sustancias gaseosas en el ambiente, las cuales pueden representar un riesgo significativo para la salud humana, así como para el bienestar de los ecosistemas, incluyendo la fauna y flora expuesta (Ideam, 2014). Los impactos adversos de la contaminación del aire no se limitan a manifestarse en el largo plazo. Diversas investigaciones han documentado efectos negativos sobre la salud que se presentan tras períodos breves de exposición como días u horas (Samoli et al., 2006; Schlenker y Walker, 2015; Mills et al., 2015; Deryugina et al., 2019). Este fenómeno resulta particularmente complejo debido a su naturaleza “invisible”, ya que la calidad del aire no puede ser percibida directamente por el ojo humano, lo que dificulta su identificación y una respuesta oportuna.

El presente estudio tiene como objetivo principal caracterizar el acceso y disfrute de aire limpio en la población ZMCM a nivel de AGEBA, durante el periodo 2020-2023. Para ello, se emplean como referencia los umbrales de contaminación establecidos en el Índice de Aire y Salud, permitiendo una evaluación precisa de las condiciones de calidad del aire en este contexto urbano. El alcance de la

investigación es explicativo, ya que no solo busca detallar el acceso al aire limpio por AGEB, sino también identificar grupos poblacionales y áreas geográficas más afectadas, así como las temporadas en las que las afectaciones son más severas. La hipótesis central plantea que el acceso a aire de calidad no se distribuye de manera igualitaria entre las diferentes AGEB, lo que sugiere la existencia de desigualdades significativas en este derecho fundamental. Este enfoque permitirá avanzar en la comprensión de la problemática y sentar bases para futuras intervenciones que promuevan una mayor equidad ambiental.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Nuestro análisis tuvo un enfoque exploratorio y descriptivo, desarrollado en tres etapas: primera, presentamos una descripción de la ZMCM como área de estudio; segunda, colectamos información para cuantificar la accesibilidad que las personas tienen al aire de calidad en cada una de las Áreas Geoestadísticas Básicas (AGEB) urbanas de la zona, es decir, estimamos el número de horas de aire de calidad que son accesibles en cada AGEB; con esta información, en la tercera etapa, calculamos y analizamos la desigualdad en el derecho de los habitantes a respirar aire de calidad.

2.1 Área de estudio

La ZMCM está integrada por 29 municipios del Estado de México (EDOMX) y 16 alcaldías de la Ciudad de México (CDMX), de acuerdo con la Secretaría del Medio Ambiente de la Ciudad de México (SEDEMA, 2021). Esta región se localiza entre los paralelos 19.04° y 19.90° de latitud norte, y los meridianos 98.63° y 99.53° de longitud oeste (Figura 1), con una altitud promedio de 2,240 metros sobre el nivel del mar (msnm). El clima predominante en la zona es templado subhúmedo, aunque también se registran áreas con climas templado semifrío húmedo y seco templado (INEGI, 2020a).

Según los resultados del Censo de Población y Vivienda 2020, con base en información por AGEB y manzana urbana, el área urbana de la ZMCM albergaba a 20.29 millones de personas (INEGI, 2020), posicionándola entre las diez áreas urbanas más pobladas a nivel mundial. En términos de desarrollo humano, la región presenta un Índice de Desarrollo Humano (IDH) promedio de 0.8342,

superior al promedio nacional de México (0.8023), lo que refleja mejores condiciones en dimensiones como esperanza de vida, educación y servicios básicos en la vivienda (DEMyC, 2021).

Las principales actividades económicas de la ZMCM se concentran en los sectores de servicios, comercio e industria. Su relevancia radica en la significativa aportación al Producto Interno Bruto (PIB) nacional, con una contribución en 2020 del 15.8% por parte de CDMX y del 9.1% por parte del EDOMX.

En relación con la dinámica económica y poblacional de la región, el *World Air Quality Report* destaca que en 2023, la CDMX ocupó el puesto 15 entre las ciudades más contaminadas de América del Norte, basado en la concentración promedio anual de partículas menores a $2.5\mu\text{m}$ (PM2.5) (IQAir, 2023).

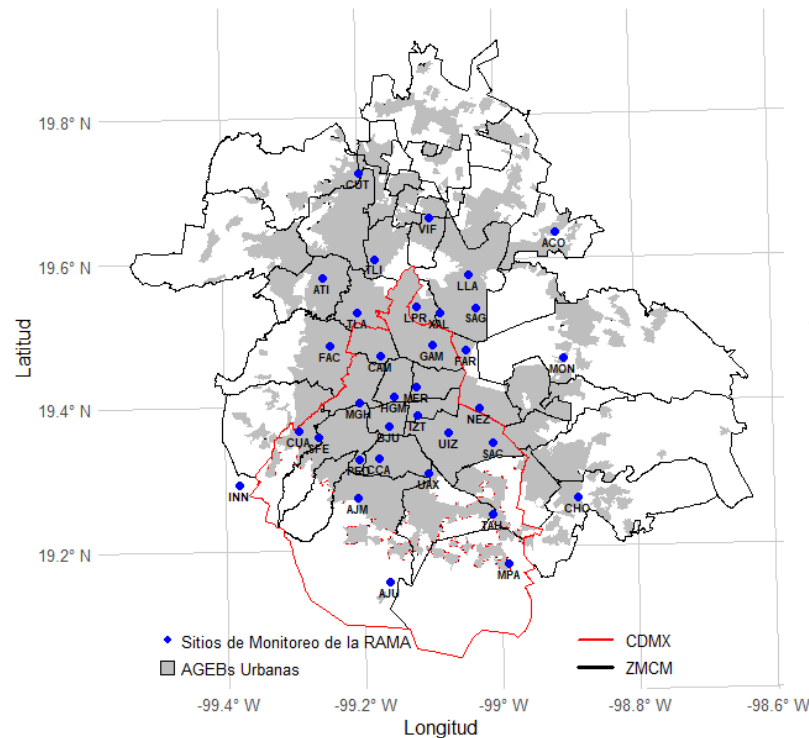


Figura 1. Delimitación de la Zona Metropolitana de la Ciudad de México y ubicación de estaciones de monitoreo de la RAMA. Elaboración propia.

2.2. Datos de contaminación ambiental

Se utilizaron datos de contaminación ambiental obtenidos de la Red Automática de Monitoreo Atmosférico (RAMA), la cual mide de forma continua en 34 estaciones de monitoreo (Figura 1), la concentración de contaminantes

atmosféricos con impacto en la salud humana, incluyendo ozono (O_3), dióxido de nitrógeno (NO_2), dióxido de azufre (SO_2), monóxido de carbono (CO) y partículas suspendidas menores a 10 y 2.5 micrómetros (PM_{10} y $PM_{2.5}$) (SIMAT, 2021). Estos seis contaminantes son el insumo para el monitoreo y comunicación de los riesgos sanitarios en México relacionados con la calidad del aire. Los datos recolectados abarcan el periodo comprendido entre enero de 2020 y diciembre de 2023, con mediciones obtenidas para cada hora. La cobertura de los datos puede variar debido a fallas ocasionales en las estaciones o inconsistencias en la calidad de la información reportada.

La contaminación en las AGEB urbanas se estimó utilizando los datos reportados por las estaciones de monitoreo, considerando cada contaminante y su respectiva área de representatividad. La representatividad se refiere a la región física que rodea a una estación de monitoreo, donde las concentraciones de un contaminante específico son homogéneas (SIMAT, 2021). En una misma estación, la representatividad varía entre contaminantes. Por lo tanto, la concentración registrada por cada estación se asignó a todas las AGEB ubicadas dentro del área de representatividad correspondiente a cada contaminante, en el caso de las AGEB ubicadas en más de un área de representatividad, el nivel de concentración (C) se calculó como el promedio ponderado entre las áreas de influencia y las concentraciones reportadas por las respectivas estaciones de monitoreo:

$$C_{AGEB} = \frac{\sum_{j=1}^n a_i * c_i}{\sum_{j=1}^n a_i}$$

Donde a_i representa el área de la AGEB que está dentro del área de representatividad de la estación i , c_i representa la concentración del contaminante en la estación de influencia i y n son las estaciones de monitoreo cuya área de representatividad cubre parcial o totalmente a la AGEB de interés. Las concentraciones en las AGEB se calcularon para cada hora en el periodo de estudio. Se omitieron los registros en los cuales no fue posible asignar algún nivel de concentración. En la Figura 2 se muestran a manera de ejemplo, las estaciones de monitoreo y la representatividad en la medición del O_3 .

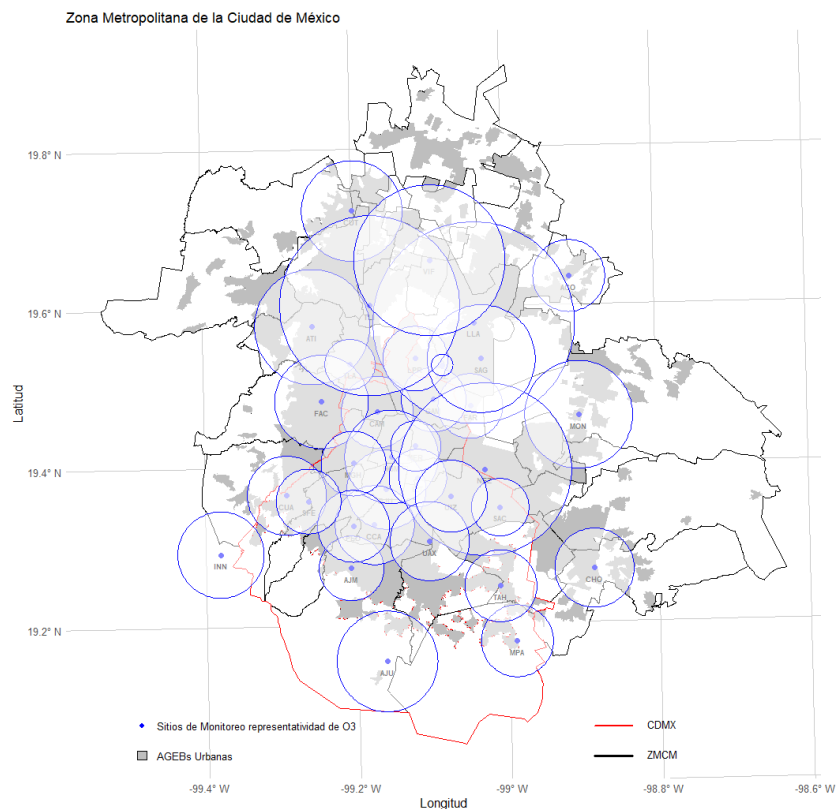


Figura 2. Ubicación de estaciones de monitoreo de la RAMA y su representatividad en la medición de ozono.

Elaboración propia con base en datos de SIMAT (2021).

2.3 Exposición al aire exterior de calidad y población en AGEB

Dada una AGEB urbana y las concentraciones de los seis contaminantes monitoreados, se utilizó la Norma Oficial Mexicana NOM-172-SEMARNAT-2019, “Lineamientos para la obtención y comunicación del Índice de Calidad del Aire y Riesgos a la Salud”, para asignar a cada hora una categoría de calidad de aire, por cada contaminante, el Cuadro 1 muestra las categorías de clasificación de calidad, en correspondencia con los rangos de concentración de cada contaminante.

Posteriormente, se calculó el número total de horas mensuales en las que se registraron categorías de calidad del aire Mala, Muy Mala y Extremadamente Mala. Esta cifra representa la exposición a aire nocivo para la salud que enfrentarían las personas en una AGEB. El objetivo del estudio es valorar el acceso al aire exterior de calidad que las personas pueden disfrutar. Bajo la

premisa de que, en la ZMCM, las personas permanecen en el exterior un máximo de 12 horas al día⁸, el número máximo de horas mensuales disponibles para disfrutar aire limpio es 360 horas. Por lo tanto, para cada AGEB, la variable acceso o exposición a aire limpio, en número de horas mensuales, se determinó restando a 360 la cantidad de horas de exposición donde la calidad del aire excedió los límites tolerables para la salud humana en al menos un contaminante.

Cuadro 1. Categorías, intervalos de concentración y métricas para los contaminantes del índice AIRE y SALUD 2020.

| Categoría | PM ₁₀ ^z (µg/m ³) | PM _{2.5} ^z (µg/m ³) | O ₃ (ppm) 1h | O ₃ (ppm) 8h | NO ₂ (ppm) 1h | SO ₂ (ppm) m24h | CO (ppm) m8h |
|-----------|---|--|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------|
| Buena | 00 – | 00 – | 0.000 – | 0.000 – | 0.000 – | 0.000 – | 0.00 – |
| | 50 | 25 | 0.051 | 0.051 | 0.107 | 0.008 | 8.750 |
| Aceptable | 51 – | 26 – | 0.052 – | 0.052 – | 0.108 – | 0.009 – | 8.76 – |
| | 75 | 45 | 0.095 | 0.070 | 0.210 | 0.110 | 11.00 |
| Mala | 76 – | 46 – | 0.096 – | 0.071 – | 0.211 – | 0.111 – | 11.01 – |
| | 155 | 79 | 0.135 | 0.092 | 0.230 | 0.165 | 13.30 |
| Muy Mala | 156 – | 80 – | 0.136 – | 0.093 – | 0.231 – | 0.166 – | 13.31 – |
| | 235 | 147 | 0.175 | 0.114 | 0.250 | 0.220 | 15.50 |
| Ext. Mala | > 235 | > 147 | > 0.175 | > 0.114 | > 0.250 | > 0.220 | >15.50 |

^z Promedio móvil ponderado de 12 horas; m8h: promedio móvil de 8 horas; m24h: promedio móvil de 24 horas.

Fuente: Secretaría del Medio Ambiente de la Ciudad de México, SEDEMA. 2023. Calidad del aire en la Ciudad de México, Informe anual 2020.

Adicionalmente, el número total de habitantes y por categoría de edad en cada AGEB urbana referidos al año 2020, se obtuvieron de los *Principales resultados por AGEB y manzana urbana*, generados por el INEGI a partir de los resultados del Censo de Población y Vivienda 2020 (INEGI, 2020).

2.4 Medición de desigualdad

Utilizamos cuatro índices para medir desigualdad ambiental desde el enfoque vertical, uno de ellos también se utilizó para estudiar el enfoque horizontal. La desigualdad vertical clasifica a las unidades de estudio según la variable de interés, en nuestro caso es tiempo de exposición a aire de calidad, y luego

⁸ A partir de los tabulados básicos de la Encuesta Nacional de Uso del Tiempo (ENUT), levantamiento 2019, se determinó que, en promedio, la población de 12 años y más que realiza actividades productivas destina en al día 10.24 horas para actividades que requieren estar en el exterior, por ejemplo, actividades económicas del mercado, traslados al trabajo, búsqueda de trabajo, pagos, trámites y compras.

resume las diferencias entre dichas unidades (Boyce et al., 2016). Por otro lado, la desigualdad horizontal se analiza dividiendo primero a la población en categorías o subgrupos mutuamente excluyentes, como grupos de edad o niveles de vulnerabilidad social, luego se examinan las desigualdades entre subgrupos y al interior ellos. Los índices utilizados se describen enseguida con las siguientes convenciones: y_i , denota el número de horas de exposición a aire de calidad en la AGEB i , $i = 1, 2, \dots, n$, w_i es el número de habitantes en la AGEB i , $N = \sum_{i=1}^n w_i$ y $\bar{y} = \sum_{i=1}^n w_i y_i / N$.

Índice de Gini

El índice de Gini es una de las medidas más utilizadas para evaluar la desigualdad en la distribución del ingreso, el gasto y la riqueza. Instituciones internacionales como el Banco Mundial o la Comisión Económica para América Latina y el Caribe lo emplean para informar sobre las disparidades económicas entre países (CEPAL, 2024; BM, 2024). Toma valores en el intervalo cero y uno, valores próximos a uno indican mayor desigualdad. Satisface propiedades teóricas de las medidas de desigualdad (anonimidad o simetría, independencia de escala y de tamaño de la población, principio de transferencias de Dalton-Pigou), ver Cowell (2011). Calculamos el índice de Gini con la expresión proporcionada por Creedy (2015):

$$IG = \frac{1}{2N^2\bar{y}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j |y_i - y_j|$$

Índice de Theil

Pertenece a la familia de medidas de desigualdad de entropía generalizada (GE), toma valores entre cero e infinito y es sensible a cambios en la media de la distribución, como el coeficiente de Gini. Se calculó con la expresión proporcionada por Boyce et al. (2016):

$$T = \sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{N}\right) \left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right) \log\left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right)$$

Índice de Atkinson

El índice pertenece a una clase de medidas de desigualdad que incorpora un

parámetro ε de aversión a la desigualdad. Al incrementar ε , el índice se vuelve más sensible a las transferencias en el extremo inferior de la distribución y menos sensible a las transferencias en la parte superior (BM, 2024). Se calculó el índice de Atkinson con la siguiente expresión y $\varepsilon = 2$.

$$A_{\varepsilon} = 1 - \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{N} \right) \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{1-\varepsilon} \right]^{1-\varepsilon}$$

Índice Relativo al Máximo

El índice fue propuesto por Zamudio et al. (2024) como una alternativa a los índices tradicionales, cumple varias propiedades teóricas deseables y dos de sus principales características son la sensibilidad a la desigualdad, en contraste con Gini, por ejemplo, y la facilidad para su descomposición en subgrupos de población, lo que permite el análisis de la desigualdad horizontal. El cálculo del índice se realizó con la siguiente expresión:

$$IDRM = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{N} \frac{y_i}{y_{max}}$$

Posterior al cálculo de la desigualdad vertical se analizó la perspectiva de la desigualdad horizontal con el índice relativo al máximo, es decir, usando la segregación de la población en subgrupos de población territoriales de la ZMCM (entidades, alcaldías y municipios).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Exposición a aire limpio

En 2020 las AGEB urbanas de la ZMCM concentraban una población de 20,287,369 de habitantes; los cálculos de exposición a aire limpio exterior mensuales cubrieron el 93.17% de esta población; de los municipios o alcaldías considerados, únicamente Milpa Alta tuvo cobertura de 54.40% y en el resto la cobertura superó el 80%; los análisis sólo involucraron a la población cubierta, se excluyeron los municipios de San Vicente Chicoloapan, Texcoco y Zumpango, donde la cobertura de medición fue menor fue menor al 32% de su población. A partir de la exposición mensual en AGEB urbanas, medida en términos del número de horas de aire limpio mensuales, de 2020 a 2023, se calculó la exposición promedio municipal o por alcaldía, ponderada por el número de

habitantes en cada AGEB. El promedio mensual de exposición en la zona fue de 334.13 horas, cifra promedio que oculta disparidades significativas tanto en tiempo como en espacio: el **cuadro 2** presenta los 15 territorios con los promedios mensuales de exposición más bajos. Coacalco de Berriozábal, en el EDOMX, se identificó como el municipio con menor acceso a aire limpio, con un promedio mensual de 266.88 horas, lo que implica que sus habitantes estuvieron expuestos a contaminación del aire por 7.7 días al mes, siendo que algunas AGEB no registraron aire limpio en ciertos meses, otras alcanzaron 360 horas de aire limpio, el valor máximo. En el aspecto temporal, se registró que en 29 de 48 meses, el número de horas de aire limpio en este municipio fue inferior al promedio general de la ZMCM.

La información anterior evidencia disparidades significativas en tres aspectos: la intensidad de la exposición, la frecuencia con la que la exposición está restringida, y el número de habitantes involucrados. Estos factores subrayan la importancia de realizar un análisis de desigualdad ambiental que permita evaluar el acceso equitativo al aire limpio e identificar grupos poblacionales o áreas específicas que soportan de manera desproporcionada la mayor carga de contaminación.

Cuadro 2. Municipios y alcaldías con menor exposición a aire limpio en la ZMCM.

| N | Municipio | Población AGEB Urbana | | | Exposición a aire limpio | | | |
|---|-------------------------|-----------------------|--------------|--------------|--------------------------|-----------------------|----------|------------|
| | | Total | % Cobertura | AGEB's | Meses por abajo | Promedio ^z | Mín | Máx |
| | ZMCM | 20,287,369 | 93.17 | 4,898 | | 334.13 | 0 | 360 |
| 1 | Coacalco de Berriozábal | 293,245 | 100.00 | 70 | 29 | 266.88 | 0 | 360 |
| 2 | Teoloyucan | 62,291 | 94.54 | 15 | 34 | 272.86 | 95 | 360 |
| 3 | Tultepec | 150,869 | 100.00 | 42 | 27 | 276.39 | 39 | 360 |
| 4 | Tepotztlán | 85,423 | 86.04 | 30 | 30 | 300.89 | 180 | 360 |
| 5 | Chalco | 388,797 | 94.35 | 113 | 20 | 303.97 | 6 | 360 |
| 6 | Jaltenco | 28,217 | 100.00 | 8 | 23 | 304.28 | 140 | 360 |
| 7 | Ixtapaluca | 524,818 | 83.75 | 119 | 20 | 306.55 | 29 | 360 |
| 8 | Tultitlán | 514,688 | 99.46 | 137 | 24 | 308.19 | 39 | 360 |
| 9 | Valle de Chalco | 390,901 | 92.86 | 104 | 19 | 310.69 | 50 | 360 |

| N | Municipio | Población AGEB Urbana | | | Exposición a aire limpio | | | |
|----|---------------------|-----------------------|-------------|--------|--------------------------|-----------------------|-----|-----|
| | | Total | % Cobertura | AGEB's | Meses por abajo | Promedio ^z | Mín | Máx |
| 10 | Milpa Alta (CDMX) | 128,710 | 54.40 | 24 | 19 | 316.43 | 133 | 360 |
| 11 | Tlalnepantla de Baz | 671,937 | 100.00 | 204 | 24 | 320.77 | 226 | 360 |
| 12 | Naucalpan de Juárez | 805,719 | 95.98 | 198 | 24 | 322.48 | 213 | 360 |
| 13 | Azcapotzalco (CDMX) | 432,205 | 100.00 | 103 | 19 | 323.38 | 202 | 360 |
| 14 | Tláhuac (CDMX) | 385,321 | 98.08 | 108 | 18 | 325.40 | 187 | 360 |
| 15 | Tonanitla | 13,749 | 69.21 | 5 | 21 | 327.39 | 140 | 360 |

^z Promedio mensual de exposición ponderada

La figura 3 muestra la distribución espacial y temporal del aire limpio en las AGEB urbanas de la zona, se tienen 48 mapas que cubren el espectro enero 2020 a diciembre 2023. En términos espaciales, resaltan los municipios de la periferia norte, Coacalco de Berriozábal, Teoloyucan y Tultepec como zonas críticas con niveles consistentemente bajos de aire limpio, confirmando visualmente la información del Cuadro 2. Estas áreas, entre otras, representadas por tonalidades púrpuras y rojas, disponen de acceso al aire limpio en menor cantidad y tiempo que el resto de los municipios; la calidad del aire se ve disminuida por actividades económicas en los sectores de transporte por vehículos pesados a diésel y particulares de gasolina, en primer lugar, y de manera secundaria, sectores industriales de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica, la industria metálica y la fabricación de productos a base de minerales no metálicos, de acuerdo con el Inventario de Emisiones de la Zona Metropolitana del Valle de México 2020 (SEDEMA, 2023).

Temporalmente, se observa que los meses de noviembre y diciembre suelen marcar el inicio de un periodo con la menor disponibilidad de aire limpio en el año, periodo que concluye en los meses de mayo y junio a través de aumentos graduales de las horas de aire limpio. Este patrón se atribuye a fenómenos meteorológicos como la inversión térmica, que impide la dispersión de contaminantes y favorece su acumulación cerca del nivel del suelo (SEDEMA,

2023). En general, en los meses de julio a octubre de cada año, la disponibilidad de aire limpio estuvo en una condición favorable, cercana a su valor máximo y con una distribución homogénea en todas las AGEB (tonalidades amarillas) y por ende, en los municipios o alcaldías.

Estos patrones temporales complementan las desigualdades espaciales y refuerzan la necesidad de valorar con una herramienta exprofeso la desigualdad en el acceso a aire limpio en la ZMCM.



Figura 3. Distribución espacial y temporal del aire limpio en AGEB urbanas de la ZMCM.

Elaboración propia.

3.2 Desigualdad vertical

La desigualdad vertical se centra en analizar las diferencias entre los individuos de una población considerando exclusivamente la variable de interés (Boyce, 2016). Este enfoque asume que todos los individuos dentro del grupo social poseen características similares u homogéneas, por lo que el análisis se concentra en cómo se distribuye dicha variable, en este caso, la exposición al aire limpio. La pregunta clave es si existe desigualdad en el acceso al aire limpio en la ZMCM y, de ser el caso, qué tan crítica es.

Los índices de desigualdad más utilizados en la literatura económica, que también se han adoptado en la valoración de la desigualdad ambiental, toman valores en el intervalo [0,1]. Valores cercanos a 0 indican una distribución equitativa, mientras que valores próximos a 1 reflejan acceso a una minoría y carencias para la mayoría de la población. Por lo general, estos índices utilizan el promedio poblacional como referente para evaluar las disparidades; sin embargo, en el caso del IDRM, el valor de referencia es el máximo teórico posible, o en su caso, el valor máximo observado.

Tomando como ejemplo los resultados para diciembre de 2021 (Cuadro 3), los datos muestran que en alguna(s) AGEB no hubo aire limpio, mientras que otras el aire limpio estuvo disponible durante todo el mes. El promedio mensual de exposición fue 271.08 horas. Este panorama se refleja en los índices de desigualdad: Atkinson alcanza un valor de 0.934, indicando una condición crítica de desigualdad, por su proximidad a 1. En contraste el índice de Gini registra un valor de 0.208, IDRM 0.247 y Theil 0.134, señalando que la desigualdad en el acceso al aire limpio no es extrema y es baja (cerca de 0). Escenarios similares se describen si la población de interés es la CDMX o los 24 municipios del EDOMX que forman parte de la ZMCM. Un contraste entre entidades revela que la magnitud de la desigualdad en el EDOMX respecto a la CDMX medida por Atkinson, es 17.75 veces mayor, mientras que el índice de Theil indica 10.60 veces; los coeficientes de Gini e IDRM indican diferencias moderadas, entre 2 y 3 veces. Esto sugiere que las disparidades en las AGEB del EDOMX son significativamente más agudas en comparación con las de la CDMX. No

obstante, las mediciones basadas en Gini e IDRM presentan valores más próximos entre ambas entidades, lo que resulta coherente con la colindancia geográfica y la continuidad urbana que caracteriza a la ZMCM.

Cuadro 3. Valores de desigualdad vertical para la ZMCM, CDMX y EDOMX, diciembre 2021.

| Zona/entidad | Exposición | | | Índice de Desigualdad | | | |
|----------------------|------------|----------|-----|-----------------------|-------|-------|--------|
| | Min | Promedio | Max | Atkinson | Gini | IDRM | Theil |
| ZMCM | 0 | 271.08 | 360 | 0.934 | 0.208 | 0.247 | 0.134 |
| CDMX | 87 | 308.58 | 360 | 0.054 | 0.107 | 0.143 | 0.023 |
| EDOMX | 0 | 237.63 | 360 | 0.959 | 0.297 | 0.340 | 0.244 |
| Contraste EDOMX/CDMX | | | | 17.759 | 2.775 | 2.377 | 10.608 |

Con las cifras del **cuadro 3**, es posible confirmar que existe desigualdad en el acceso al aire limpio en la ZMCM. Los valores descriptivos muestran la ocurrencia de diferencias extremas, y los índices de desigualdad muestran valores superiores a cero. Sin embargo, la discusión sobre la intensidad de esta desigualdad requiere mayor profundidad. A excepción del índice de Atkinson⁹, que señala una condición de extrema desigualdad (0.934 para la ZMCM) debido a su sensibilidad a valores mínimos de exposición, los demás índices toman magnitudes consistentes entre sí y señalan la condición de cercanía a la igualdad, con valores que oscilan entre 0.134 y 0.247, siendo el más alto el valor del IDRM. Para contextualizar estos resultados, Pisoni et al. (2022) analizaron la desigualdad en la exposición a contaminación por PM2.5 en 30 países europeos entre 2000 y 2018, reportando que el índice de Gini se mantuvo en el intervalo [0, 0.25]. Por su parte, Sager (2023) examinó la desigualdad en la exposición a PM2.5 a escala global para el periodo 2000-2020, encontrando un aumento en el índice de Gini de 0.32 a 0.36 y un cambio en el índice de Theil de 0.15 a 0.19. El rango tan estrecho de estos datos sugiere que, al igual que en el ámbito de la desigualdad económica, los índices de Gini y Theil podrían ser menos sensibles

⁹ El valor del índice Atkinson depende del parámetro de aversión seleccionado. En esta investigación se tomó el valor de 2, por ser sugerido como una aversión moderada a la desigualdad; sin embargo, con este valor el índice toma valores cercanos a uno cuando la variable de análisis registra en algunas unidades valores cercanos a cero, lo cual, muestra un comportamiento inestable del índice.

a condiciones extremas de desigualdad ambiental. Por otra parte, sería posible indicar que los valores de los índices reportados para la ZMCM son consistentes con los reportados en este par de estudios al señalar una condición baja de la desigualdad. En síntesis, en diciembre de 2021 los tres índices que evalúan la desigualdad de manera consistente (Gini, IDR y Theil) registraron valores mayores a cero y menores a 0.24, lo que indica una condición general de baja desigualdad en la distribución del acceso al aire limpio. Adicionalmente, se observó que el 11.7% de la población estuvo expuesta en promedio, a condiciones en las que solo el 50% del tiempo presentó aire limpio. Por otro lado, el 60% de la población tuvo acceso a aire limpio durante al menos el 75% del tiempo, significando con ello que la fracción de población afectada ronda el 10% de total. Con base en estos resultados, valoramos que la desigualdad en la ZMCM puede considerarse *moderada*.

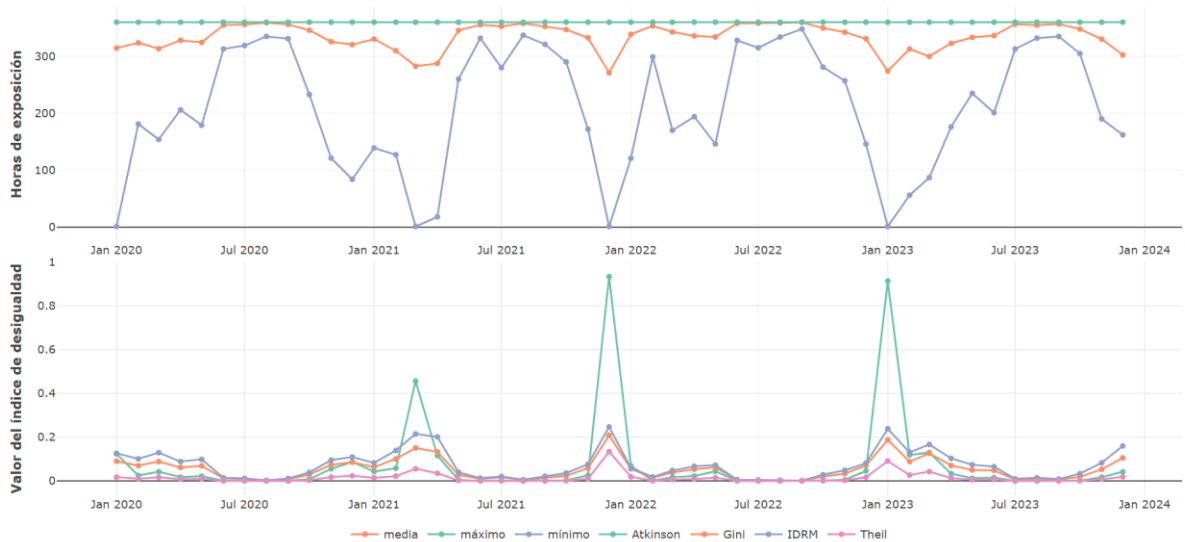


Figura 4. Comportamiento longitudinal de la desigualdad en la ZMCM, 2020-2023.

La **figura 4** presenta el comportamiento temporal de la desigualdad vertical. En el panel superior se observan las horas mínimas, máximas y promedio de exposición al aire limpio registradas mes a mes. La línea correspondiente a las horas máximas se mantiene constante en 360 horas, la línea de las horas mínimas muestra una alta variabilidad, alcanzando valores de 0 horas en los meses de enero. El promedio de exposición refleja patrones estacionales de

crecimiento de enero a julio y posteriormente de decrecimiento de julio a diciembre. Estos patrones son también señalados en los valores de los cuatro índices de desigualdad, que muestran una clara relación con los valores mínimos observados en el panel superior. Los picos de desigualdad se concentran en los meses donde el mínimo de horas de exposición cae drásticamente, junto con el promedio, como en diciembre de 2021 y enero de 2023, evidenciando una correspondencia de estos índices a las condiciones de exposición: a menor exposición promedio, mayor desigualdad (Figura 5). No obstante, se observa que el IDRМ toma valores superiores a los tres índices en todo el espectro, excepto cuando no hay aire limpio, donde Atkinson es desproporcionadamente superior. Al estar IDRМ referido al máximo valor posible, exposición deseable, y alcanzarse por alguna AGEB en todos los meses, los cambios longitudinales de la desigualdad son comparables, no ocurre así para el resto de los índices, que, al estar referidos al promedio, su base de comparación es distinta en cada medición y posteriormente, comparaciones longitudinales podrían no ser pertinentes. Así valoramos al IDRМ como la mejor herramienta para el monitoreo de la desigualdad vertical, por su consistencia, su base de comparación estándar y su sensibilidad para capturar cambios sin caer en valores erráticos.

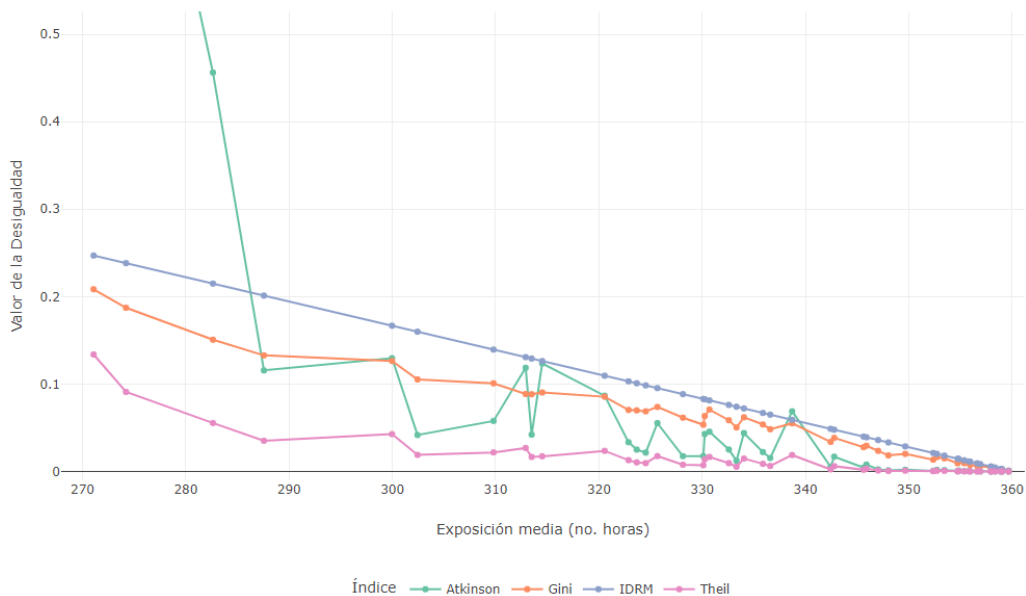


Figura 5. Exposición media a aire limpio vs valor de índices de desigualdad.

La **figura 6** presenta la variación espacial y temporal del IDRM a escala municipal. Los municipios con mayor desigualdad incluyen a Tultepec, Teoloyucan, Valle de Chalco Solidaridad, Chalco, Ixtapaluca, Jaltenco y Tultitlán. Estos municipios, ubicados en la periferia del EDOMX, presentan patrones consistentes de alta desigualdad en el acceso al aire limpio: aparecen representados con tonalidades que van del verde oscuro a púrpura, correspondientes a valores de IDRM entre 0.60 y 0.88. Los ascensos temporales en los valores del IDRM coinciden con los patrones temporales de exposición presentados en la **figura 3**, sin embargo, los municipios identificados como los más desiguales no corresponden necesariamente con aquellos que tienen menor exposición promedio, por ejemplo, no aparece Coacalco de Berriozábal. Este hallazgo subraya la necesidad de una métrica que integre tanto la exposición promedio como la desigualdad en su distribución para proporcionar una visión más completa de la situación del aire exterior limpio en la ZMCM.



Figura 6. Desigualdad espacial y temporal del aire limpio en delegaciones y municipios de la ZMCM. Elaboración propia.

3.3 Desigualdad horizontal por estados y municipios

A diferencia de la desigualdad vertical, la perspectiva horizontal considera que las unidades de estudio dentro de una población de interés pueden diferir en diversos criterios, como región geográfica, clase social, etnicidad, entre otros. Así la construcción, natural o inducida, de subgrupos poblacionales homogéneos, permitiría analizar dentro de cada uno de ellos las disparidades entre sus individuos controlando el efecto del criterio de agrupación. En este marco surgen preguntas fundamentales: ¿cuál es la magnitud de la desigualdad al interior de los grupos homogéneos?, ¿cómo es la desigualdad entre los diferentes grupos?, y ¿qué proporción de la desigualdad total se explica por cada una de estas desigualdades? Para abordar estas cuestiones en el contexto de la disponibilidad de aire limpio en la ZMCM, se empleó la propiedad de descomposición aditiva del IDRM, aplicada a cada mes del periodo de estudio.

A manera de ejemplo, se presentan los resultados correspondientes a diciembre de 2021 en el **cuadro 4**. De manera general, la población en AGEB urbanas de la ZMCM tuvo un promedio de 271.08 horas de aire limpio, siendo que al menos en una no hubo aire limpio y en otras lo hubo todo el mes. El valor de desigualdad en la zona es 0.2470; el primer nivel de segmentación territorial corresponde a entidades, donde se observa que las disparidades en la exposición dentro de las AGEB de las mismas son las que comandan la desigualdad de la ZMCM (el valor de la desigualdad “dentro” de las entidades es 0.2470), la desigualdad que existe entre las entidades es nula en el sentido de que en ambas entidades ocurrió la máxima exposición posible (360). Luego, la desigualdad dentro de las entidades (subgrupos) está conformada en un 27.3% por la desigualdad en las AGEB de la CDMX (0.06734) y 72.7% (0.17966) atribuible al EDOMX; estas cifras de desigualdad ya toman en consideración el porcentaje poblacional que agrupa cada entidad, así se concluye que las personas en el EDOMX (municipios en la zona) están sujetas a mayores disparidades en la disponibilidad del aire limpio, que las personas en la CDMX.

En el segundo nivel de segmentación, la desigualdad en cada entidad se analiza por los municipios o alcaldías que la conforman. En la CDMX la desigualdad

(0.06734, una condición muy baja), se compone de la desigualdad que hay entre sus alcaldías 11.2% (0.00753) y dentro de ellas 88.8% (0.05980), significando que la población en las alcaldías dispone entre sí condiciones relativamente semejantes de exposición y que las disparidades que ocurren al interior de cada alcaldía son mayores. Esta perspectiva se confirma al observar la composición de la desigualdad “dentro” (0.05980), en el **cuadro 4** se presentan las 3 alcaldías con menor y mayor contribución: absoluta (CA) a la desigualdad “dentro” alcaldías y porcentual (CP) respecto a la desigualdad dentro entidades. Milpa Alta concentra 0.37% de la población total de la zona, su promedio de exposición fue 183.68 horas, cercano al mínimo y máximo, mostrando una condición de baja disponibilidad de aire generalizada (la desigualdad vertical fue 0.00711, confirmando la condición de homogeneidad en el acceso al aire disponible), por lo cual, la contribución porcentual a la desigualdad es 0.00548%. En el lado opuesto está Iztapalapa, concentra al 9.71% de población de la zona, su exposición promedio fue 245.29 horas, alejadas de sus mínimos y máximos, señalando un valor de desigualdad vertical 0.3186, mayor al de la zona; así la contribución porcentual de Iztapalapa a la desigualdad es del 12.53%.

Sobre la desigualdad en el EDOMX, que aporta 72.7% a la desigualdad “dentro” de las entidades, se compone por 21% respecto al total del Estado (0.0375) por las disparidades entre sus municipios y 79% (0.1421) atribuida a lo que ocurre al interior de los mismos: por un lado, Atenco estuvo en una condición deseable al disponer de 354 horas de aire limpio para toda su población, siendo así que su aporte a la desigualdad fue nulo. Por otro lado, está Tultitlán (Ixtapaluca, en condiciones similares) que concentra el 2.71% de la población; la exposición promedio fue 39.26 horas y máxima de 353 señalando disparidades críticas entre la población y provocando que la desigualdad vertical tome el valor 0.8888. Así, Tultitlán e Ixtapaluca contribuyen con 17.6% de la desigualdad dentro las entidades.

Cuadro 4. Descomposición de la desigualdad en subgrupos territoriales de población, diciembre 2021.

| Territorio | % Población | Exposición | | | Desigualdad | | |
|---------------------------------|-------------|------------|----------|-----|-------------|-----------|---------------|
| | | Min | Promedio | Max | IDRM | Entre | Dentro |
| ZMCM | 100.00 | 0 | 271.08 | 360 | 0.24700 | 0.00000 | 0.24700 |
| Ciudad de México | 47.15 | 87 | 308.58 | 360 | 0.06734 | 0.00753 | 0.05980 |
| Estado de México | 52.85 | 0 | 237.63 | 360 | 0.17966 | 0.03751 | 0.14215 |
| Alcaldías de la CDMX | | | | | CA | CP | IDRM V |
| Milpa Alta | 0.37 | 170 | 183.68 | 185 | 0.00001 | 0.00548 | 0.00711 |
| La Magdalena Contreras | 1.30 | 324 | 359.11 | 360 | 0.00003 | 0.01302 | 0.00247 |
| Tlalpan | 3.39 | 312 | 357.79 | 360 | 0.00021 | 0.08430 | 0.00614 |
| Iztacalco | 2.14 | 141 | 269.96 | 347 | 0.00458 | 1.85575 | 0.22201 |
| Tláhuac | 2.00 | 160 | 225.61 | 360 | 0.00747 | 3.02331 | 0.37331 |
| Iztapalapa | 9.71 | 87 | 245.29 | 360 | 0.03095 | 12.53239 | 0.31863 |
| Municipios del Estado de México | | | | | CA | CP | IDRM V |
| Atenco | 0.32 | 354 | 354.00 | 354 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| Coacalco de Berriozábal | 1.55 | 2 | 5.86 | 6 | 0.00001 | 0.00245 | 0.02340 |
| Tecámac | 2.37 | 353 | 353.27 | 354 | 0.00005 | 0.01933 | 0.00205 |
| Ecatepec de Morelos | 8.70 | 3 | 288.28 | 354 | 0.01588 | 6.42932 | 0.18564 |
| Ixtapaluca | 2.33 | 1 | 29.49 | 339 | 0.02000 | 8.09795 | 0.91302 |
| Tultitlán | 2.71 | 6 | 39.26 | 353 | 0.02361 | 9.56008 | 0.88879 |

Los hallazgos anteriores muestran la utilidad de la desigualdad horizontal como herramienta práctica para localizar y monitorear territorios con mayores disparidades, en donde las exposiciones mínimas resultan en riesgos elevados para la salud de los habitantes que las sufren, no obstante, territorios como Milpa Alta y Coacalco de Berriozábal con desigualdades casi nulas, donde la disponibilidad de aire limpio es limitada y prácticamente nula, respectivamente, resaltan la necesidad de imbricar la exposición y la desigualdad para contar con una herramienta útil para los tomadores de decisión en cuanto a la gestión de la calidad del aire.

3.4 Índice de calidad de aire y desigualdad

Para resumir la desigualdad entre las AGEB, hemos utilizado el promedio ponderado de exposición por municipio o alcaldía, este enfoque se emplea comúnmente en estudios de calidad del aire (Pisoni et al, 2022; Samoli et al., 2022), pues permite sintetizar información espacial sobre la exposición,

considerando la distribución de la población en cada unidad territorial. Enseguida, utilizando la normalización *max-min* (Ali y Faraj, 2014) obtuvimos un Indicador de calidad de exposición a aire limpio (ICA) que describe una condición deseable cuando toma valores cercanos a 100 (equivalente a 360 horas). Por otra parte, utilizando la contribución porcentual (en donde subyace la población) de cada municipio o alcaldía a la desigualdad de la zona y el complemento a 100 de la normalización *max-min*, obtuvimos un indicador de contribución (IC) que al tomar valores cercanos a 100 describe contribuciones a la desigualdad total bajas, asociadas a su vez con disparidades menores dentro de los municipios/alcaldías. Así una condición ideal sería que los territorios tuvieran asociado un valor ICA y de IC igual a 100, significando una exposición al aire limpio deseable sin contribuir a la desigualdad en la distribución de éste. Finalmente conjuntamos en un índice de calidad de aire y desigualdad (ICAD) al producto de ICA e IC, generando un índice que captura simultáneamente la exposición promedio a la calidad del aire como la inasistencia a la desigualdad en su distribución en cada municipio, ofreciendo una herramienta más completa para la evaluación y toma de decisiones en políticas ambientales.

Los resultados para diciembre de 2021 se muestran en el Cuadro 5, considerando las alcaldías y municipios con menor y mayor contribución a la desigualdad total de la zona: Milpa alta, tiene la menor contribución a la desigualdad, dado que la baja disponibilidad de aire limpio está generalizada en toda su población, obteniendo un ICAD de 51 señalando una condición alejada del ideal. Iztapalapa tuvo exposición promedio de 245.29 horas, con la máxima contribución a la desigualdad total entre las alcaldías de la CDMX; el ICAD asociado toma el valor 33.56, describiendo a la vez condiciones de riesgo altas para la salud humana por la baja exposición y las disparidades existentes entre sus AGEB dada la magnitud de la población residente.

Coacalco de Berriozábal fue el municipio con la menor exposición homogénea a aire limpio en la zona, así el valor del ICAD 1.63 refleja la severidad del riesgo para la población en dicho municipio. En Ecatepec de Morelos la exposición promedio fue de 80.08 horas, existiendo disparidades entre sus AGEB y

provocando una contribución a la desigualdad de 6.43%, el valor del ICAD es 59.23, en donde se aprecia la interacción entre la exposición y la desigualdad, ya que el ICAD describe una condición crítica, a diferencia de sólo tomar la exposición.

Cuadro 5. Índice de calidad de aire y desigualdad, alcaldías y municipios seleccionados*, diciembre 2021.

| Alcaldía / Municipio | Exposición | | Contribución a la desigualdad | | | ICAD (%) |
|----------------------------------|------------|---------|-------------------------------|----------|--------|----------|
| | Promedio | ICA (%) | Absoluta | CP (%) | IC (%) | |
| Alcaldías de la Ciudad de México | | | | | | |
| Milpa Alta | 183.68 | 51.02 | 0.00001 | 0.00548 | 99.98 | 51.01 |
| La Magdalena Contreras | 359.11 | 99.75 | 0.00003 | 0.01302 | 99.95 | 99.70 |
| Tlalpan | 357.79 | 99.39 | 0.00021 | 0.08430 | 99.66 | 99.05 |
| Iztacalco | 269.96 | 74.99 | 0.00458 | 1.85575 | 92.49 | 69.36 |
| Tláhuac | 225.61 | 62.67 | 0.00747 | 3.02331 | 87.76 | 55.00 |
| Iztapalapa | 245.29 | 68.14 | 0.03095 | 12.53239 | 49.26 | 33.56 |
| Municipios del Estado de México | | | | | | |
| Atenco | 354.00 | 98.33 | 0.00000 | 0.00000 | 100.00 | 98.33 |
| Coacalco de Berriozábal | 5.86 | 1.63 | 0.00001 | 0.00245 | 99.99 | 1.63 |
| Tecámac | 353.27 | 98.13 | 0.00005 | 0.01933 | 99.92 | 98.05 |
| Ecatepec de Morelos | 288.28 | 80.08 | 0.01588 | 6.42932 | 73.97 | 59.23 |
| Ixtapaluca | 29.49 | 8.19 | 0.02000 | 8.09795 | 67.21 | 5.51 |
| Tultitlán | 39.26 | 10.90 | 0.02361 | 9.56008 | 61.29 | 6.68 |

* El cuadro 6 en los Anexos presenta la información considerando a todas las alcaldías y municipios en estudio.

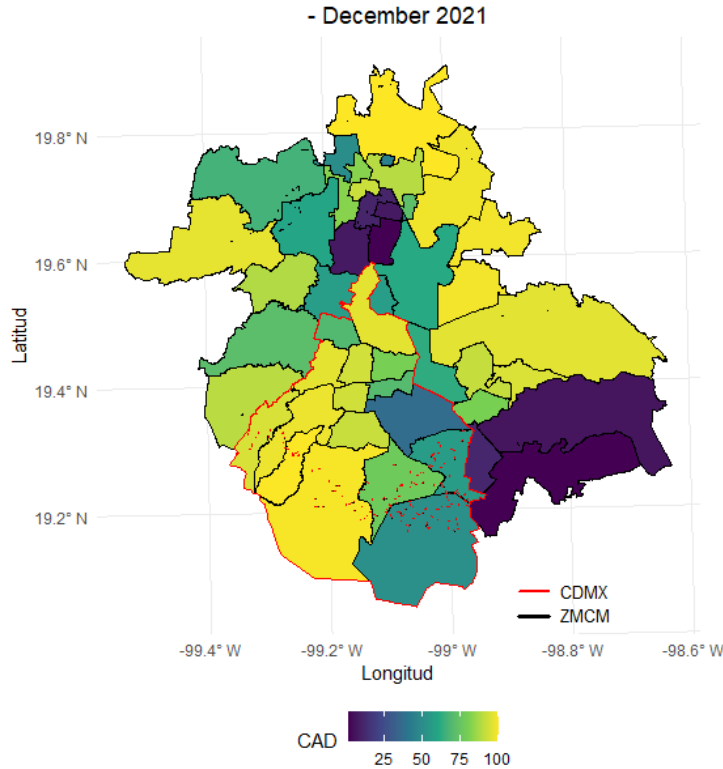


Figura 7. Índice de calidad de aire y desigualdad por municipios de la ZMCM.

Elaboración propia.

En la Figura 7 se visualizan los resultados del ICAD para diciembre de 2021 en la ZMCM, sus valores están representados por una escala con los tonos más oscuros (morado y azul) indicando áreas con peores condiciones de calidad del aire y mayor desigualdad en la distribución de la exposición; los tonos más claros (verde y amarillo) reflejan mejores condiciones. Visualmente se forman dos grupos, en el oriente los municipios Chalco, Valle de Chalco, Ixtapaluca y la alcaldía Tláhuac; en el norte los municipios Coacalco de Berriozábal, Tultitlán, Tultepec, Jaltenco, Teoloyucan y Tlalnepantla de Baz, como los municipios más afectados por calidad de aire y desigualdad, donde el valor del ICAD es menor a 60. El grupo al norte se caracteriza por ser una zona predominantemente industrial y el grupo al oriente, por ser una zona donde el transporte público genera una gran movilidad urbana. También, en la CDMX y cercanas al grupo oriente se encuentran las alcaldías Iztapalapa y Milpa Alta, con niveles de ICAD cercanos a 50.

La inspección temporal del ICAD en la **figura 8** muestra que el patrón de

agrupación ocurrido en diciembre de 2021, es en general, el patrón espacial que ocurre mes a mes con algunas variaciones, pero cambiando en intensidad, de acuerdo con la temporalidad en que ocurre la exposición descrita en la sección **3.1**.

En el marco de la justicia ambiental, existe evidencia que indica que las personas en condiciones de desventaja social, como aquellos en situación de pobreza, con bajos niveles educativos o que pertenecen a grupos vulnerables, enfrentan una carga ambiental significativamente mayor. Esta carga, a su vez, puede traducirse en riesgos y perjuicios para la salud y la vida de las personas. En este contexto, surge la necesidad de explorar la relación entre el **ICAD** y una medida de bienestar de la población de la ZMCM, como el Índice de Desarrollo Humano con Producto Interno Bruto per cápita (*Idhp*). El objetivo fue realizar una primera inspección de la hipótesis de que la carga ambiental, por contaminación, está vinculada al grado de vulnerabilidad social de los territorios. Para ello, se ajustó el modelo $ICAD \sim idhp - 1$ con datos de diciembre de 2021, utilizando como pesos a la población de las AGEB urbanas. El coeficiente R^2 indicó que el modelo captura el 85% de la varianza en la dispersión, y la regresión resultó estadísticamente significativa con un $p - valor < 2.2e - 16$. El coeficiente estimado de la pendiente fue 0.8784, significativo. En términos de la hipótesis planteada, se observó una relación positiva entre el *idhp* y el ICAD, lo que sugiere que los municipios o alcaldías con bajos niveles de desarrollo humano, están asociados con condiciones desfavorables de calidad del aire y mayor desigualdad, mientras que los territorios con mayores niveles de desarrollo humano presentan mejor calidad del aire de manera homogénea, lo que refuerza la premisa de que el bienestar está vinculado a una menor carga ambiental.

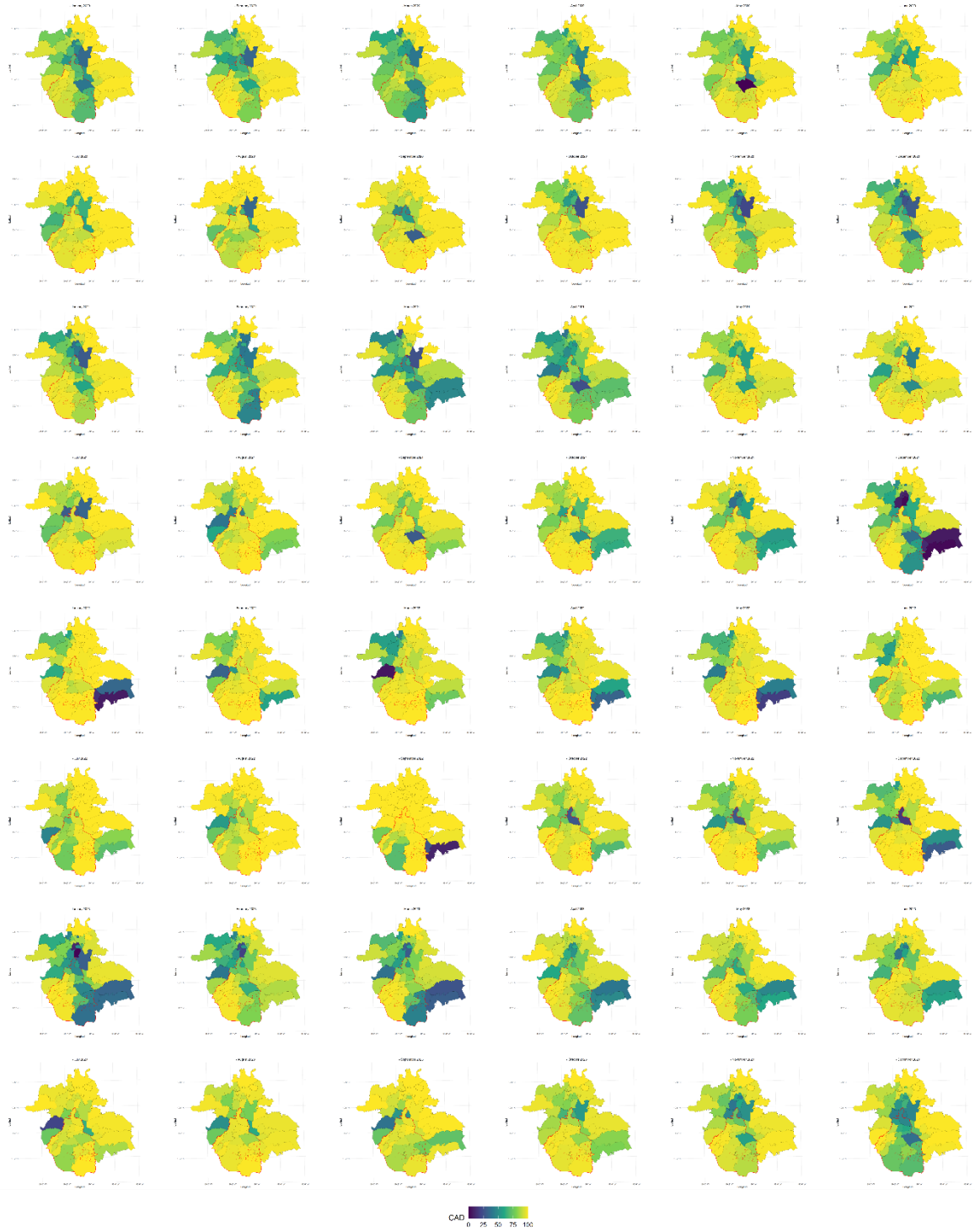


Figura 8. Variación espacial y temporal del índice calidad de aire y desigualdad.

4. CONCLUSIONES

El objetivo principal del estudio fue caracterizar el acceso al aire limpio en la población de la ZMCM durante el periodo 2020-2023, con un enfoque particular en la desigualdad de su distribución. Este estudio es pionero en abordar la desigualdad en el acceso al aire limpio en México, utilizó métricas específicas de desigualdad que confirmaron que dicho acceso no es homogéneo entre las distintas AGEB, evidenciando territorios con disparidades significativas. Con la propuesta del índice de Calidad de Aire y Desigualdad, fue posible identificar que las zonas periféricas, especialmente en el norte y oriente de la ZMCM, son con regularidad las más afectadas, presentando niveles de contaminación que superaron de manera constante el promedio, durante los meses de invierno, cuando fenómenos meteorológicos, como la inversión térmica, favorecen la acumulación de contaminantes en el aire.

El análisis de la desigualdad, tanto vertical como horizontal, subrayó la necesidad de herramientas que no solo describan la exposición a la contaminación, sino que también permitan identificar las áreas donde se requiere una acción prioritaria, considerando a la población. En este contexto, el índice de calidad de aire y desigualdad se presentó como una herramienta valiosa para evaluar la interacción entre la calidad del aire y las disparidades en su acceso.

5. REFERENCIAS

- Ali, P.J.M., Faraj, R.H., 2014. Data normalization and standardization: a technical report. *Machine Learning Technical Report 1* (1), 1–6.
- BM (2024). LAC Equity Lab: Desigualdad. [En línea]. <https://www.bancomundial.org/es/topic/poverty/lac-equity-lab1/income-inequality/inequality-trends> 22/10/2024
- Boyce, J. K., Zwickl, K., & Ash, M. (2016). Measuring environmental inequality. *Ecological Economics*, 124, 114-123. <https://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2016.01.014>
- CEPAL (2024). CEPALSTAT. Portal de desigualdades en América Latina. [En línea]. <https://statistics.cepal.org/portal/inequalities/incomes.html?lang=es&indicator=3289> 22/10/2024
- Cowell, F. (2011). *Measuring Inequality*. Oxford University Press.
- Creedy, J. (2015). A note on computing the Gini inequality measure with weighted data. *Working papers in public finance*.
- Departamento de Estadística, Matemática y Cómputo DEMyC (2021). Grupo de Investigación en Estadística, Cómputo y Matemática. *Estadísticas Sociales*.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). (2020a). Geografía y Medio Ambiente. <https://www.inegi.org.mx/temas/climatologia/>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). (2020b). Censo de Población y Vivienda. <https://www.inegi.org.mx/programas/ccpv/2020/>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). (2020c). PRODUCTO INTERNO BRUTO POR ENTIDAD FEDERATIVA 2020.
- IQAir (2023). <https://www.iqair.com/world-air-quality-report>
- Pisoni, E., Dominguez-Torreiro, M., & Thunis, P. (2022). Inequality in exposure to air pollutants: A new perspective. *Environmental Research*, 212, 113358. <https://doi.org/10.1016/j.envres.2022.113358>

Samoli, E., Stergiopoulou, A., Santana, P., Rodopoulou, S., Mitsakou, C., Dimitroulopoulou, C., Bauwelinck, M., de Hoogh, K., Costa, C., Marí-Dell’Olmo, M., Corman, D., Vardoulakis, S., Katsouyanni, K., 2019. Spatial variability in air pollution exposure in relation to socioeconomic indicators in nine European metropolitan areas: a study on environmental inequality. *Environ. Pollut.* 249 <https://doi.org/10.1016/j.envpol.2019.03.050>.

Secretaría del Medio Ambiente de la Ciudad de México, SEDEMA. 2023. Calidad del aire en la Ciudad de México, Informe anual 2020. Dirección General de Calidad del Aire, Dirección de Monitoreo de Calidad del Aire.

Secretaría del Medio Ambiente de la Ciudad de México. 2021. **Caracterización, evaluación y análisis del entorno físico y de la representatividad en las estaciones del Sistema de Monitoreo Atmosférico de la Ciudad de México**. Dirección General de Calidad del Aire, Dirección de Monitoreo de Calidad del Aire.

Secretaría del Medio Ambiente de la Ciudad de México. Inventario de Emisiones de la Zona Metropolitana del Valle de México 2020. Dirección General de Calidad del Aire, Dirección de Proyectos de Calidad del Aire. Ciudad de México. 2023.

World Health Organization (2021). WHO global air quality guidelines. Particulate matter (PM2.5 and PM10), ozone, nitrogen dioxide, sulfur dioxide and carbon monoxide. Licence: CC BY-NC-SA 3.0 IGO.

Zamudio, F.J., Jimenez, J. Arana, R.I. & Martínez H. (2024). Un índice discreto sensible a la desigualdad. [En línea]. <http://www.arxiv.org/pdf/2409.07538. 24/10/2024>

6. ANEXOS

Cuadro 6. Índice de calidad de aire y desigualdad en la ZMCM, diciembre 2021.

| Alcaldía / Municipio | Exposición | | Contribución a la desigualdad | | | ICAD (%) |
|----------------------|------------|---------|-------------------------------|---------|--------|----------|
| | Promedio | ICA (%) | Absoluta | CP (%) | IC (%) | |
| Ciudad de México | | | | | | |
| Milpa Alta | 183.68 | 51.02 | 0.00001 | 0.00548 | 99.98 | 51.01 |

*** Artículo enviado a la [Revista Internacional de Contaminación Ambiental](#).

| Alcaldía / Municipio | Exposición | | Contribución a la desigualdad | | | ICAD |
|-------------------------|------------|---------|-------------------------------|----------|--------|-------|
| | Promedio | ICA (%) | Absoluta | CP (%) | IC (%) | (%) |
| La Magdalena Contreras | 359.11 | 99.75 | 0.00003 | 0.01302 | 99.95 | 99.70 |
| Tlalpan | 357.79 | 99.39 | 0.00021 | 0.08430 | 99.66 | 99.05 |
| Cuajimalpa de Morelos | 340.87 | 94.69 | 0.00060 | 0.24221 | 99.02 | 93.76 |
| Miguel Hidalgo | 349.34 | 97.04 | 0.00065 | 0.26304 | 98.94 | 96.00 |
| Álvaro Obregón | 353.62 | 98.23 | 0.00071 | 0.28836 | 98.83 | 97.08 |
| Benito Juárez | 339.75 | 94.37 | 0.00129 | 0.52333 | 97.88 | 92.38 |
| Gustavo A. Madero | 352.47 | 97.91 | 0.00130 | 0.52626 | 97.87 | 95.82 |
| Cuauhtémoc | 341.46 | 94.85 | 0.00149 | 0.60233 | 97.56 | 92.54 |
| Azcapotzalco | 254.68 | 70.74 | 0.00174 | 0.70294 | 97.15 | 68.73 |
| Coyoacán | 338.74 | 94.09 | 0.00192 | 0.77766 | 96.85 | 91.13 |
| Xochimilco | 289.96 | 80.55 | 0.00312 | 1.26196 | 94.89 | 76.43 |
| Venustiano Carranza | 302.81 | 84.11 | 0.00373 | 1.51043 | 93.88 | 78.97 |
| Iztacalco | 269.96 | 74.99 | 0.00458 | 1.85575 | 92.49 | 69.36 |
| Tláhuac | 225.61 | 62.67 | 0.00747 | 3.02331 | 87.76 | 55.00 |
| Iztapalapa | 245.29 | 68.14 | 0.03095 | 12.53239 | 49.26 | 33.56 |
| Estado de México | | | | | | |
| Acolman | 354.00 | 98.33 | 0.0000 | 0.00000 | 100.00 | 98.33 |
| Atenco | 354.00 | 98.33 | 0.00000 | 0.00000 | 100.00 | 98.33 |
| Coacalco de Berriozábal | 5.86 | 1.63 | 0.00001 | 0.00245 | 99.99 | 1.63 |
| Tecámac | 353.27 | 98.13 | 0.00005 | 0.01933 | 99.92 | 98.05 |
| Tonanitla | 258.15 | 71.71 | 0.00013 | 0.05372 | 99.78 | 71.55 |
| Melchor Ocampo | 331.66 | 92.13 | 0.00015 | 0.06091 | 99.75 | 91.90 |
| Nicolás Romero | 347.74 | 96.59 | 0.00016 | 0.06666 | 99.73 | 96.33 |
| Nextlalpan | 319.96 | 88.88 | 0.00025 | 0.10014 | 99.59 | 88.52 |
| Jaltenco | 161.41 | 44.84 | 0.00078 | 0.31507 | 98.72 | 44.26 |
| Chimalhuacán | 330.93 | 91.93 | 0.00080 | 0.32440 | 98.69 | 90.72 |
| Huixquilucan | 326.78 | 90.77 | 0.00119 | 0.48146 | 98.05 | 89.00 |
| Cuautitlán | 300.91 | 83.59 | 0.00122 | 0.49415 | 98.00 | 81.91 |
| Tepotzotlán | 240.70 | 66.86 | 0.00129 | 0.52193 | 97.89 | 65.45 |
| Teoloyucan | 182.50 | 50.69 | 0.00144 | 0.58366 | 97.64 | 49.50 |
| La Paz | 295.18 | 81.99 | 0.00183 | 0.74225 | 96.99 | 79.53 |
| Atizapán de Zaragoza | 325.97 | 90.55 | 0.00193 | 0.77937 | 96.84 | 87.69 |
| Tultepec | 42.24 | 11.73 | 0.00680 | 2.75478 | 88.85 | 10.43 |

| Alcaldía / Municipio | Exposición | | Contribución a la desigualdad | | | ICAD (%) |
|-----------------------------|------------|---------|-------------------------------|---------|--------|----------|
| | Promedio | ICA (%) | Absoluta | CP (%) | IC (%) | |
| Naucalpan de Juárez | 290.29 | 80.64 | 0.00793 | 3.20869 | 87.01 | 70.16 |
| Cuautitlán Izcalli | 244.11 | 67.81 | 0.00839 | 3.39705 | 86.25 | 58.48 |
| Chalco | 6.60 | 1.83 | 0.00962 | 3.89537 | 84.23 | 1.54 |
| Tlalnepantla de Baz | 241.72 | 67.15 | 0.01109 | 4.49063 | 81.82 | 54.94 |
| Nezahualcóyotl | 273.74 | 76.04 | 0.01218 | 4.93307 | 80.03 | 60.85 |
| Valle de Chalco Solidaridad | 50.69 | 14.08 | 0.01539 | 6.22943 | 74.78 | 10.53 |
| Ecatepec de Morelos | 288.28 | 80.08 | 0.01588 | 6.42932 | 73.97 | 59.23 |
| Ixtapaluca | 29.49 | 8.19 | 0.02000 | 8.09795 | 67.21 | 5.51 |
| Tultitlán | 39.26 | 10.90 | 0.02361 | 9.56008 | 61.29 | 6.68 |

V.CONCLUSIONES GENERALES

En la primera parte de esta investigación, se presentó una propuesta para medir la desigualdad mediante un índice. El análisis del índice se aborda desde dos perspectivas: a) Desde las propiedades teóricas deseables establecidas en la literatura científica para medidas de desigualdad. Se observó que el índice propuesto es tan robusto como las medidas tradicionales y más confiable que los índices de Gini y Dalton. El Índice de Desigualdad Relativo al Máximo (IDRM) cumple con 8 de las 9 propiedades deseadas, incluidas la descomposición en subgrupos de población, una propiedad de gran relevancia en el análisis de la desigualdad, que no satisface el índice de Gini, a pesar de ser el más utilizado; b) Desde el desempeño empírico, utilizando datos sobre la distribución del ingreso de 58 países y microdatos de la distribución de ingresos en México (2016-2022). Los índices de Gini, Theil y Atkinson fueron utilizados como referencia para evaluar la congruencia, la sensibilidad, el sesgo en los datos agrupados y la estabilidad del IDRM. El análisis comparativo permitió concluir que el IDRM tiene un desempeño sobresaliente en la medición de la desigualdad, destacándose por su capacidad para captar y expresar de manera clara las distintas formas de distribución del ingreso. Además, es sensible a la magnitud de las desigualdades, característica que los índices tradicionales no abordan adecuadamente.

El IDRM tiene cobra relevancia, ya que varias investigaciones recientes se han centrado en visibilizar la magnitud de la desigualdad de acuerdo con la percepción social, corrigiendo estimaciones de la distribución del ingreso, el IDRM sensibiliza y amplía las métricas utilizadas para medir la desigualdad. En este contexto, se propone como una herramienta eficaz para evaluar la profundidad de las desigualdades, capturando no solo la severidad de la pobreza, sino también el nivel de bienestar en los segmentos más favorecidos de la población, dentro de la distribución del ingreso.

En la segunda parte del estudio, se analizó el acceso al aire limpio en la ZMCM, utilizando datos sobre la contaminación del aire exterior en las AGEB urbanas, así como cuatro índices de desigualdad (Gini, Atkinson, Theil e IDRM). Se evaluó la distribución del aire limpio, identificando que su disponibilidad es críticamente

desigual en varias áreas y temporadas, afectando de manera significativa a los habitantes.

La capacidad de descomposición del IDRM permitió identificar las alcaldías y municipios con disparidades más marcadas, así como las temporadas en las que estas desigualdades se acentúan, especialmente en las zonas periféricas de la ZMCM. Asimismo, se propuso un índice de calidad de aire y desigualdad como herramienta para monitorear simultáneamente la calidad del aire exterior y las disparidades en su distribución, desde la perspectiva de la justicia ambiental. Los resultados evidencian que los territorios con mayor carga ambiental coinciden con aquellos que enfrentan otras precariedades sociales.

Este estudio ha sido pionero en abordar la desigualdad en el acceso al aire limpio en México, utilizando métricas específicas que confirman que dicho acceso no es homogéneo entre las distintas AGEB, destacando los territorios con mayores disparidades.

El análisis de la desigualdad, tanto vertical como horizontal, subraya la necesidad de herramientas que no solo describan la exposición a la contaminación, sino que también identifiquen áreas que requieran intervención prioritaria, teniendo en cuenta las características demográficas y sociales de la población afectada. En este sentido, el índice de calidad de aire y desigualdad se presenta como una herramienta invaluable para evaluar la interacción entre la calidad del aire y las desigualdades en su acceso.

De los casos de estudio analizados, concluimos que el IDRM tiene el potencial de convertirse en una herramienta clave para la formulación de políticas públicas, tanto a nivel macroeconómico (en comparativos internacionales) como a escala local, dentro de los países, debido a su capacidad para descomponer la desigualdad en subgrupos territoriales. Además, esta herramienta tiene un gran valor para la investigación medioambiental, especialmente en temas donde se intersectan cuestiones sociales y económicas, como la pobreza, el acceso a derechos sociales y la justicia ambiental.